

Software GeoGebra como herramienta tecnológica en 3D para la enseñanza de Prismas y Pirámides: Una práctica didáctica

GeoGebra software as a 3D technological tool for teaching Prisms and Pyramids: A didactic practice.

O software GeoGebra como ferramenta tecnológica 3D para o ensino de Prismas e Pirâmides: Uma prática didática.

Leon-lliguisupa, Edison

Universidad de Cuenca

edisson.leon2303@ucuenca.edu.ec

<https://orcid.org/0009-0004-8136-8145>



Guachun-Lucero, Patricio

Universidad de Cuenca

patricio.guachun@ucuenca.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-1421-7804>



 DOI / URL: <https://doi.org/10.55813/gaea/ccri/v5/n1/372>

Como citar:

Leon-lliguisupa, E., & Guachun-Lucero, P. (2024). Software GeoGebra como herramienta tecnológica en 3D para la enseñanza de Prismas y Pirámides: Una práctica didáctica. *Código Científico Revista de Investigación*, 5(1), 112–136.

Recibido: 21/05/2024

Aceptado: 13/06/2024

Publicado: 30/06/2024

Resumen

En este trabajo de investigación se examina el impacto del uso del software GeoGebra en el aprendizaje del tema de Prismas y Pirámides en los estudiantes de Décimo de EGB de la Unidad Educativa Particular Sudamericano durante el año lectivo 2021-2022 en Cuenca, Ecuador. Para ello, se llevaron a cabo seis clases siguiendo una metodología cuasi experimental con un enfoque cuantitativo de alcance descriptivo. Los estudiantes de Décimo "B" de Educación General Básica conformaron el grupo experimental, mientras que los estudiantes de Décimo "A" fueron el grupo control, seleccionados por sorteo para evitar parcialidad. Las variables de investigación fueron el rendimiento académico y la motivación del estudiante. Para recopilar la información se utilizaron un test de conocimientos y una encuesta de percepción, validados mediante juicio de expertos. La interpretación de los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo control y experimental en el test de conocimientos se realizó mediante un análisis estadístico completo en el software JAMOV, incluyendo la prueba de Shapiro-Wilk para evaluar la normalidad de los datos, la prueba de Levene para evaluar la homogeneidad de las varianzas y la prueba T de student para comparar los resultados. El uso del software GeoGebra permitirá incrementar el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes en el aula.

Palabras claves: GeoGebra, Rendimiento académico, Educación, Prismas, Pirámides

Abstract

This research work examines the impact of the use of GeoGebra software in the learning of the topic of Prisms and Pyramids in the students of Tenth grade of EGB of the Unidad Educativa Particular Sudamericano during the school year 2021-2022 in Cuenca, Ecuador. For this purpose, six classes were conducted following a quasi-experimental methodology with a quantitative approach of descriptive scope. The tenth grade "B" students of General Basic Education formed the experimental group, while the tenth grade "A" students were the control group, selected by lottery to avoid bias. The research variables were academic performance and student motivation. A knowledge test and a perception survey, validated by expert judgment, were used to collect the information. The interpretation of the results obtained by the students of the control and experimental groups in the knowledge test was performed by means of a complete statistical analysis in the JAMOV software, including the Shapiro-Wilk test to evaluate the normality of the data, the Levene test to evaluate the homogeneity of variances, and the Student's t-test to compare the results. The use of GeoGebra software will increase students' academic performance and motivation in the classroom.

Keywords: GeoGebra, Academic performance, Education, Prisms, Pyramids

Resumo

Este trabalho de pesquisa examina o impacto do uso do software GeoGebra na aprendizagem do tópico de prismas e pirâmides em alunos do décimo ano da Unidade Educativa Particular Sudamericano durante o ano letivo de 2021-2022 em Cuenca, Equador. Para o efeito, foram realizadas seis aulas seguindo uma metodologia quase-experimental com uma abordagem quantitativa de âmbito descritivo. Os alunos do décimo ano "B" do Ensino Básico Geral constituíram o grupo experimental, enquanto os alunos do décimo ano "A" constituíram o grupo de controlo, seleccionados por sorteio para evitar enviesamentos. As variáveis de investigação foram o desempenho académico e a motivação dos alunos. A recolha de

informação foi efectuada através de um teste de conhecimentos e de um inquérito de percepção, validados por uma avaliação de peritos. A interpretação dos resultados obtidos pelos alunos dos grupos de controlo e experimental no teste de conhecimentos foi realizada através de uma análise estatística completa no software JAMOV, incluindo o teste de Shapiro-Wilk para avaliar a normalidade dos dados, o teste de Levene para avaliar a homogeneidade das variâncias e o teste t de Student para comparar os resultados. A utilização do software GeoGebra aumentará o desempenho académico e a motivação dos alunos na sala de aula.

Palavras-chave: GeoGebra, Desempenho académico, Educação, Prismas, Pirâmides

Introducción

A lo largo del tiempo, el proceso de enseñanza-aprendizaje de los temas de Geometría, especialmente del espacio, en los primeros tres años de colegio, ha sido afectado por la discrepancia entre el contenido de la materia y el método adecuado de enseñanza. Esta asignatura, notable por su alto nivel de abstracción, ha sido enseñada y aprendida desde una perspectiva bidimensional a pesar de ser tridimensional. Por lo tanto, como señala Guillén (citado por Freudenthal, 1973), “no es de extrañar que los estudiantes que trabajan satisfactoriamente en la Geometría fallen en la espacial, su imaginación espacial ha ido desapareciendo por la demasiada ejercitación de la Geometría Plana” (p.38).

La propuesta de enseñar el tema de Prismas y Pirámides utilizando el software GeoGebra surge de la necesidad de transformar el modelo de impartición y adquisición del conocimiento en esta área. Se ha observado que existen deficiencias en la práctica educativa al enseñar este tema, debido a múltiples factores, como el desconocimiento de metodologías que mejoren el proceso de enseñanza-aprendizaje, la falta de técnicas adecuadas, y la resistencia a adaptarse a los cambios que demanda la sociedad. Esto provoca que los estudiantes continúen su formación sin adquirir aprendizajes verdaderamente significativos. Por ello, se ha identificado la necesidad de implementar nuevas ideas y metodologías que ayuden a los estudiantes a desarrollar y poner en práctica todos sus sentidos, especialmente su capacidad de abstracción.

Los estudiantes de hoy en día, al estar inmersos en los cambios sociales y adaptarse rápidamente a ellos, hacen que la educación se reinvente, proponiendo nuevas metodologías que se alineen con sus experiencias actuales. Díaz et al. (2018) afirman que la incorporación de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, especialmente en sólidos geométricos como prismas y pirámides, facilita una participación activa de los estudiantes. Según Carrillo y Cortés (2016), el uso del software GeoGebra en la enseñanza de estos temas permitirá a los estudiantes crear las figuras mencionadas con realidad virtual aumentada, es decir, en 3D, lo que mejorará su capacidad de abstracción.

Esta investigación se centró en ofrecer metodologías dinámicas y versátiles apoyadas en el software GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de prismas y pirámides. Según Díaz et al. (2018), y confirmado en la propuesta realizada con los estudiantes, estos desarrollaron competencias necesarias para comprender la Geometría en su totalidad, tales como el razonamiento, la visualización, la demostración y la comunicación matemática. Estas competencias permitieron a los estudiantes identificar los elementos de un prisma y una pirámide, sus características y fórmulas. Además, Carrillo y Cortés (2016) afirman que los docentes, al trabajar con secuencias didácticas basadas en el uso de las TIC, pueden expresar mejor los conceptos básicos de estas figuras, al mismo tiempo que los solidifican, una afirmación que se demostró cierta con este trabajo.

Aprendizaje Significativo

El aprendizaje significativo surge como una alternativa a la memorización, la mecanización y la repetición de los procesos de aprendizaje del estudiante. Lo significativo debe ser aquellos aprendizajes más comprensibles y relevantes que este actor del proceso educativo necesita para relacionarlos con los conocimientos previos que ya posee. Olaya y Ramírez (2015) indican que, para lograr esta significatividad en el aprendizaje, los conocimientos deben vincularse con situaciones que el estudiante experimenta en su vida diaria

y en el contexto educativo que lo rodea. Por lo tanto, lo innovador y aquello que el estudiante encuentre atractivo e interesante será lo que incorporará en sus esquemas mentales, otorgándole su verdadero significado.

Ausubel (1983) plantea el aprendizaje significativo como un proceso cognitivo en el cual los nuevos conocimientos que el estudiante genera deben relacionarse con los conocimientos previos que ya posee en sus esquemas mentales para que sean almacenados de manera duradera y no se olviden fácilmente. Sin embargo, esto no implica que el docente deba limitarse a conocer cuántos saberes posee el estudiante, sino que debe entender qué tipo de conocimientos tiene, qué conceptos, qué proposiciones, y cómo los ha aprendido. A partir de esta comprensión, el docente puede generar metodologías que continúen el aprendizaje del estudiante para formar nuevos saberes cognitivos.

Esta teoría del aprendizaje significativo se relaciona en parte con el aprendizaje por descubrimiento de Brunner. En esta última teoría, el aprendizaje se construye a través de la experiencia que se crea al tratar de resolver un problema o situación del contexto en el que se desarrolla. Sin embargo, Ausubel, citado por Contreras (2016), afirma que no es necesario descubrir todo lo que el estudiante va a aprender. De hecho, el postulado del aprendizaje significativo no enfatiza que el estudiante deba aprender solo haciendo. Más bien, se centra en la forma en que el estudiante recepta la información del docente y la incorpora en sus esquemas cognitivos.

Las TIC en el aprendizaje y enseñanza de la Geometría

En la era digital, las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) han cambiado profundamente la educación en todos sus niveles. La Geometría, una rama de las Matemáticas que estudia las formas, tamaños y propiedades del espacio, no ha quedado fuera de esta revolución tecnológica. Por lo tanto, se examina el impacto positivo que las TIC han tenido en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría, siendo un recurso didáctico de gran

importancia, ya que contribuye al desarrollo de habilidades necesarias para entender y comprender esta asignatura.

Las TIC permiten presentar la Geometría de una forma más visual e interactiva, permitiendo a los estudiantes explorar figuras en tres dimensiones, manipular ángulos y segmentos, y visualizar conceptos abstractos con mayor facilidad. Según Baltazar (2020), el uso de herramientas que facilitan la visualización en entornos virtuales contribuye significativamente a la comprensión y retención de conceptos geométricos del tema estudiado. Esto se debe a que crea experiencias en los estudiantes que les permiten recordar sus aprendizajes a largo plazo, relacionando lo conceptual con lo que pueden visualizar mediante las herramientas tecnológicas.

GeoGebra y la Geometría del Espacio

La Geometría del Espacio es una rama fundamental de las matemáticas que estudia las formas y figuras en el espacio tridimensional. A diferencia de la Geometría Plana, que se centra en objetos bidimensionales, la Geometría del Espacio nos permite explorar el mundo en tres dimensiones. Se basa en la idea de que el espacio tiene tres dimensiones: longitud, anchura y altura. Sus elementos básicos incluyen puntos, líneas y planos, pero a diferencia de la Geometría Plana, estos pueden extenderse y formar figuras tridimensionales. En el espacio, las relaciones entre los elementos son más complejas, permitiéndonos abordar problemas y situaciones que no podríamos resolver en un espacio bidimensional.

La Geometría del Espacio, como mencionan Brown y Wilson (2022), tiene múltiples aplicaciones en la vida cotidiana y en diversas disciplinas. En la arquitectura, se utiliza para diseñar edificios y estructuras, mientras que en la ingeniería se emplea en el diseño de maquinaria y sistemas. Además, la física aplica conceptos de la Geometría del Espacio para comprender el movimiento y las fuerzas en el mundo tridimensional. Por lo tanto, el estudio de la Geometría del Espacio es crucial para los estudiantes de colegio, ya que abordan conceptos

básicos y esenciales para su futura vida académica, especialmente en carreras como arquitectura, ingeniería y física.

Según la investigación realizada por Guachún y Espadero (2021), el software GeoGebra es una herramienta que, comparada con otras, tiene un diseño completo e interdisciplinario que integra Álgebra, Geometría, Probabilidad, Estadística y Cálculo, lo que la convierte en una herramienta poderosa, manejable y versátil para su uso. La fácil manipulación de este software permite comprobar que el aprendizaje de los estudiantes es acelerado y fluido, y al ser parte de la generación tecnológica, pueden aprovecharlo al máximo.

GeoGebra permite a los estudiantes interactuar directamente con los objetos matemáticos, facilitando la visualización de relaciones y propiedades. Esto fomenta un entendimiento profundo de los conceptos, como lo respaldan estudios como el de Cardoso et al. (2018), que destacan la mejora del rendimiento académico y la motivación de los estudiantes al usar herramientas interactivas como GeoGebra. Al ser los protagonistas activos de su propio aprendizaje y dado que GeoGebra es una herramienta versátil, gratuita y que no requiere conexión a internet, se adapta a cualquier situación y contexto del estudiante. Esto significa que pueden utilizarlo en el laboratorio de computación de la unidad educativa, desde una tablet o un móvil, facilitando el acceso a esta herramienta.

El enfoque distintivo de GeoGebra en la geometría del espacio lo convierte en un recurso tecnológico transformador en las clases de matemáticas. Al permitir a los estudiantes construir y manipular figuras geométricas, GeoGebra facilita la exploración y comprensión de propiedades y relaciones geométricas. Según un estudio realizado por Durmus (2019), los estudiantes que usaron GeoGebra para aprender geometría del espacio mostraron un mayor nivel de participación y un mayor interés en la materia en comparación con aquellos que no utilizaron esta herramienta. Esto contribuye a que los estudiantes deseen aprender más y lo hagan de manera autónoma y consciente.

GeoGebra ha demostrado ser efectivo en la resolución de problemas geométricos. El Mouaad (2017) sostiene que los estudiantes pueden crear e interpretar representaciones gráficas de los enunciados de los problemas, lo que les ayuda a analizar y comprender el problema en un contexto visual. Además, pueden utilizar GeoGebra para verificar sus soluciones y comprobar la consistencia de sus resultados. Esta herramienta tecnológica permite a los estudiantes crear de manera realista el sólido geométrico presentado en un problema, lo que les ayuda a determinar si la respuesta obtenida es correcta. En caso contrario, fomenta que el estudiante analice los procesos realizados, los modelos matemáticos utilizados y realice una retroalimentación del trabajo efectuado.

De igual manera, este software, como afirman Salgado y Durán (2021), fomenta el aprendizaje autónomo, ya que los estudiantes pueden explorar conceptos por sí mismos y aprender a su propio ritmo. Los docentes pueden asignar tareas que requieran el uso de GeoGebra, lo que estimula el pensamiento crítico y la creatividad de los estudiantes. Por ello, con la ayuda de esta herramienta, se pueden cubrir todos los momentos de una clase, ya sea dentro del aula o en casa, cumpliendo completamente con la transmisión de los conocimientos propuestos en las planificaciones docentes y logrando el objetivo del proceso educativo: formar estudiantes autónomos que puedan desarrollar sus propios aprendizajes de manera significativa y responsable.

Además, GeoGebra puede ser utilizado por estudiantes con diferentes niveles de habilidades y estilos de aprendizaje, como menciona Faydaci (2019). Su enfoque visual y manipulativo permite que los estudiantes con dificultades para comprender conceptos abstractos se acerquen a la geometría de manera más accesible y significativa, logrando así la inclusión de todos los estudiantes en el aula. Al respetar su forma y ritmo de aprendizaje, y siendo de fácil manipulación, los estudiantes pueden valerse por sí mismos para adquirir los

conocimientos deseados. Este software se adapta a las necesidades de cada uno, cumpliendo con el método DUA al ser un diseño universal en el que todos aprenden.

Práctica Didáctica

La investigación sobre las secuencias didácticas para la enseñanza de prismas y pirámides, con el apoyo del software GeoGebra, se realizó en la Unidad Educativa Particular Sudamericano, ubicada en la parroquia Ricaurte, en Cuenca, Ecuador, durante el año lectivo 2021-2022. Esta investigación se enfocó en los estudiantes del tercer subnivel de educación general básica superior. Actualmente, la unidad educativa cuenta con dos décimos, A y B, en la jornada matutina. La institución dispone de un aula de Matemáticas equipada con proyector, por lo que no hubo impedimentos para la aplicación de la investigación.

Considerando el tipo de investigación, se seleccionaron un Grupo Experimental (GE) y un Grupo de Control (GC) para enseñar el tema de "Prismas y Pirámides". En el caso del GC, se dedicaron tres semanas para enseñar el tema, con un total de 18 horas de clase, utilizando únicamente la pizarra, la explicación del docente y el texto Santillana, libro que los estudiantes tienen como apoyo. Las clases se desarrollaron de la siguiente manera: en las primeras sesiones, el docente explicó los conceptos de los sólidos geométricos y las definiciones de sus elementos, dibujándolos en la pizarra para que los estudiantes los copiaran en sus cuadernos. Luego, se identificaron las fórmulas presentadas en el texto, que también fueron copiadas en los cuadernos. Finalmente, se asignaron tareas que contenían problemas contextualizados relacionados con el tema aprendido.

De acuerdo con la propuesta de investigación, para el Grupo Experimental (GE) se desarrolló una secuencia didáctica, anexo 3, centrada en el uso de las TIC con el apoyo del software GeoGebra. Esta secuencia fue diseñada para ser implementada en 3 semanas de clase, con un total de 18 horas de enseñanza y aprendizaje sobre los temas de "Prismas y Pirámides", el mismo tiempo asignado al Grupo de Control (GC). Se comenzó entregando a los estudiantes

las secuencias didácticas impresas y, durante las primeras 2 horas de clase, se les introdujo al software GeoGebra, explicando cómo utilizarlo, los comandos y las formas de graficar. Cabe destacar que todas las sesiones fueron de dos horas clase, ochenta minutos en total, y se llevaron a cabo en el laboratorio de cómputo de la unidad educativa, el cual dispone de una computadora por estudiante.

Cada una de las clases se llevó a cabo de manera activa y con la participación total de los estudiantes. Los contenidos se elaboraron de forma sistemática y con un nivel de complejidad creciente. Los estudiantes comenzaron aprendiendo los conceptos básicos de los prismas y pirámides, así como sus elementos, basándose en sus conocimientos previos y utilizando juegos didácticos apoyados por GeoGebra. Posteriormente, se avanzó hacia la deducción de los modelos matemáticos de los sólidos geométricos mencionados, creándolos en el software y manipulando su forma y dimensiones. Esto ayudaba a los estudiantes a formular las fórmulas y a desarrollar su propio aprendizaje.

Clase 1: Prismas-Definiciones

Se presenta a los estudiantes una clase dedicada y guiada para que construyan la definición de prisma juntos con sus elementos a través de preguntas relacionadas con el conocimiento que poseen y con preguntas de análisis. Se comienza con una actividad de gamificación en la que los estudiantes encontraron palabras que relacionadas entre sí definían el conoce Construcción de un prisma en GeoGebra 3D pto de poliedro y paralelogramo, conceptos que ya lo han estudiado.

Figura 1:*Actividades de apertura-Prismas*

ACTIVIDADES DE APERTURA

Para esta actividad, deberá encontrar las palabras encuadradas en la siguiente sopa de letras. Las tres primeras personas tendrán un punto extra en el homework de la semana.

Palabras a buscar:
POLIEDRO BASES POLÍGONOS
CARAS PRISMAS PARALELOS
PARALELOGRAMOS

GOOD LUCK

Para recordar:
Conformar grupos de tres personas y, con ayuda de sus compañeros de grupo, llenar el siguiente cuadro con relación a las palabras encontradas.

Palabra	¿Qué recuerdo de esta palabra?	¿Puede dibujarlo?
Poliedro		
Paralelogramo		

Compartir las definiciones construidas de las palabras en la tabla con sus compañeros de clase y, con las ideas principales plantear una única definición.

Un poliedro es:

Un paralelogramo es:

Nota: Autores (2024)

En la construcción del conocimiento se presentan cuatro figuras geométricas como el triángulo, cuadrado, pentágono y hexágono y cuatro prismas cuyas bases eran las de las figuras antes mencionadas, esto con la intencionalidad de que se razone y que puedan verificar que los prismas tienen dos bases iguales y sus caras laterales con rectángulos y puedan plantear su propia definición.

Figura 2:*Análisis de figuras bidimensionales y tridimensionales*

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Para esta parte de la clase, se procederá a ilustrarle unas figuras y sólidos geométricos construidos en GeoGebra para la cual se tendrá que prestar atención, responder las preguntas y completar una tabla.

Figuras geométricas (Polígonos)

¿SABÍAS QUÉ?
En geometría, las figuras geométricas se denominan polígonos.

Polígono 1 **Polígono 2** **Polígono 3** **Polígono 4**

Nombre de la figura	Número de lados
Polígono 1	
Polígono 2	
Polígono 3	
Polígono 4	

Sólidos Geométricos

Ahora se le presenta los sólidos geométricos creados en GeoGebra 3D, relacionados con los polígonos presentados anteriormente.

Sólido 1 **Sólido 2** **Sólido 3** **Sólido 4**

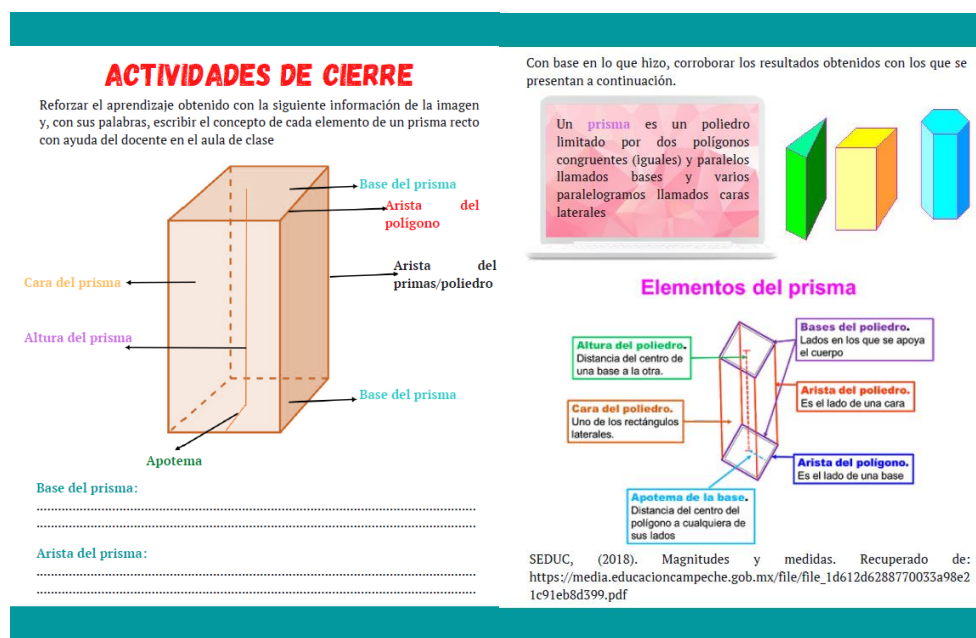
Con base en lo que observa de los cuatro sólidos y los datos de la tabla que llenó en la actividad anterior completar la siguiente tabla.

Nota: Autores (2024)

Para la consolidación se pide a los estudiantes que, con base en lo que pueden observar, planteen sus propios conceptos de los elementos de un prisma y cuyo refuerzo se tiene al finalizar de la clase, en casa una de las clases se tiene una conclusión que el estudiante plantea de acuerdo a la experiencia de la clase.

Figura 2:

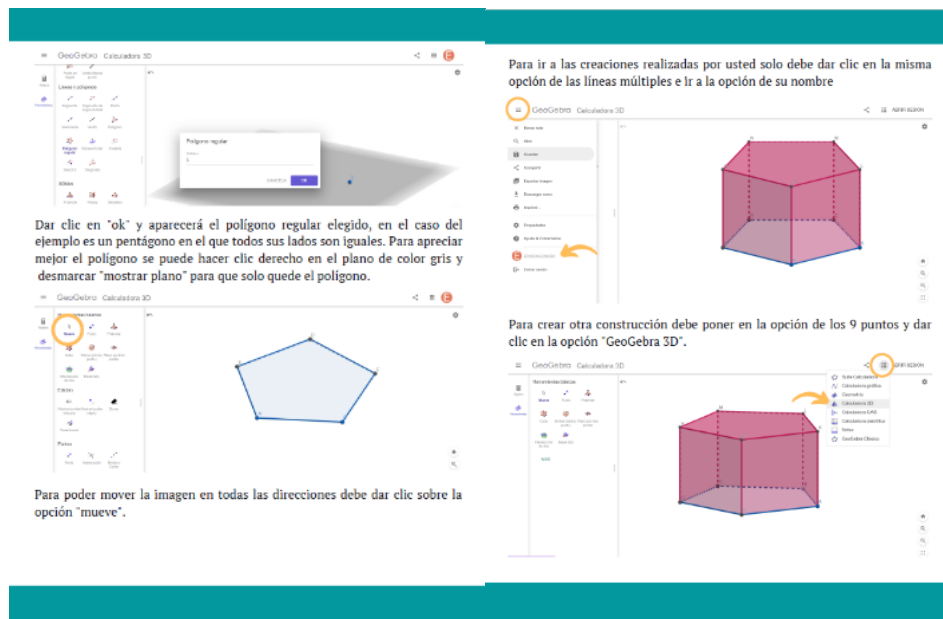
Definiciones de los elementos de un prisma



Nota: Autores (2024)

Clase 2-Construcción y Fórmulas

En la segunda sesión de clase, a los estudiantes se les presentó un manual de utilización para crear prismas de cualquier base utilizando el software GeoGebra, se indica las funciones que existen utilizando la herramienta tecnológica en modo de tres dimensiones y se le pidió que creara sus propios prismas con base en las indicaciones de la clase.

Figura 4:*Construcción de un prisma en GeoGebra 3D*

Nota: Autores (2024)

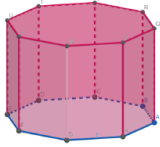
A continuación, se le dirige al estudiante a descubrir las fórmulas que se relacionan con el prisma como son el área lateral, el área total y el volumen a través del aprendizaje por descubrimiento. Se parte desde los conocimientos básicos que tiene y cambiándola con el método deductivo, así fueron creando una experiencia investigativa, didáctica y significativa de esta clase al descubrir las fórmulas de este sólido geométrico, cabe señalar que se crearon figuras en tres dimensiones, que, para la deducción de las fórmulas de las áreas, se utilizó también la bidimensional, cumpliendo así el objetivo de desarrollar y mejorar la capacidad de abstracción.

Figura 5:

Deducción de las fórmulas de los prismas

ÁREA Y VOLUMEN DE UN PRISMA

Para esta actividad, se trabajará con el último prisma construido de base octogonal.



Las fórmulas de un prisma se puede dividir en área lateral, área total y volumen.

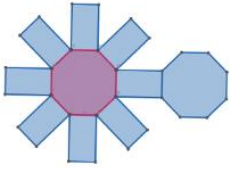
ÁREA LATERAL:

Para este punto se debe llenar la siguiente tabla. Como sugerencia, mueva el sólido en todas las direcciones para verificar bien la parte lateral del prisma.

Prisma	¿Qué forma tiene las caras laterales?	¿Cuál es la fórmula del área de una cara lateral?	¿Cómo calcularía el área lateral de todo el prisma?
			

ÁREA TOTAL

El área total se compone de todas las figuras que conforman el prisma, si ya calculó el área de todos los rectángulos, denominados caras laterales, entonces, ¿qué falta para obtener el área total del prisma? Ayúdese del prisma descompuesto en figuras geométricas.



Por lo tanto, ¿cómo escribiría la fórmula del área total del prisma?

ÁREA TOTAL:

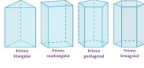
Nota: Autores (2024)

Por último, se presentó un problema contextualizado en el que se aplicaron las fórmulas obtenidas para esto se utilizó el algoritmo matemático correspondiente para darle solución al problema y cuya respuesta fue comprobada con GeoGebra.

Figura 3:

Desarrollo de problemas contextualizados

Si el volumen de una figura se genera por el producto entre la medida que se conserva y la medida que cambia, entonces el volumen se podría escribir como:



VOLUMEN

EJEMPLO:

María guarda en sus anillos y collares en un joyero, cuya forma es de un prisma recto hexagonal de 10 cm de altura y de lado de la base regular de 4 cm, si el joyero está cubierto por tela acolchonada, excepto la base, entonces:

a) ¿Cuánta tela necesitaron para forrar dicho joyero?

b) ¿Cuánta capacidad tiene el joyero para almacenar la joyería de María?

Primero, para interpretar el ejercicio es necesario sacar los datos:

Datos:

h=10 cm

L=4 cm

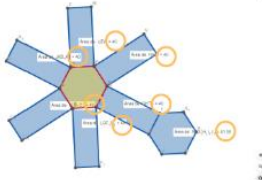
Literal a)

Para calcular la cantidad de tela que necesitaron para forrar el joyero, es necesario saber el concepto que está relacionado con la tela, esto es, el área total.

$$A_T = A_L + A_B$$

En este caso, le utilizamos únicamente una base debido a que el problema dice que está forrado todo el joyero excepto la base.

Reemplazamos las fórmulas de cada una con las expresiones obtenidas anteriormente.



Se suma: $40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 41,58 = 281,58$ centímetros cuadrados. **Comprobado.**

Literal b)

Para comprobar, el literal b, se deberá proceder a buscar, en la barra de herramientas, la opción "volumen" y le damos clic en el prisma y va a dar el valor de dicho sólido.



Nota: Autores (2024)

Clase 3-Aplicaciones

En la última clase se puso a prueba los conocimientos adquiridos durante las dos sesiones de clases anteriores al pedir a los estudiantes que dieran solución a un conjunto de problemas en las que para el mejor entendimiento podían dibujar el prisma pedido en el software GeoGebra para que comprobaran los resultados.

Figura 7:

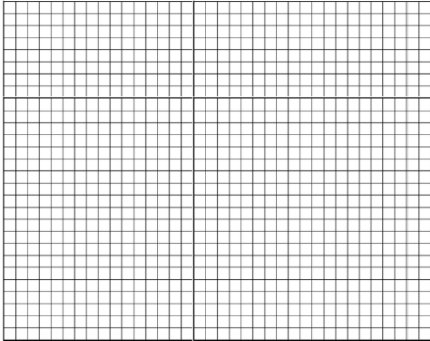
Resolución de problemas contextualizados relacionados con los prismas

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Resolver los siguientes problemas relacionados con los prismas y comprobarlos realizando en GeoGebra 3D, pegar los prismas en el espacio que se especifica en cada ejercicio, tanto de las áreas y el volumen.

María le compró a su padre, por el día de su cumpleaños, un conjunto de bolígrafos coleccionables y los guardó en una caja que tiene la forma de un prisma pentagonal de 5 cm de lado de la base y una altura de 15 cm. ¿Cuánto tendrá que pagar por el papel de regalo si por cada metro cuadrado debe pagar \$1? El metro cuadrado equivale a 10000 cm cuadrados.

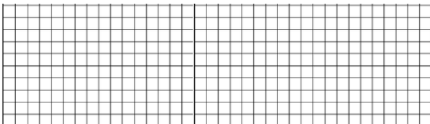
Pegar en esta parte el prisma hecho en GeoGebra 3D y desarrollado en 2D.



Uno de los edificios más altos de la ciudad de Cuenca, cuya forma es de un prisma rectangular de 35 m de largo y 20 m de ancho, con una altura de 25 m. Calcular:

a) ¿Cuántos metros cuadrados de todo el edificio tuvieron que pintar los albañiles de la obra para que quede totalmente visible al público? La fachada se considera la parte lateral del edificio (área lateral).

b) ¿Cuál es el espacio total que ocupa el edificio? (volumen)



Nota: Autores (2024)

Para las clases 4, 5 y 6, referente a las pirámides, se sigue el mismo proceso de las clases anteriores, se comienza con los conceptos de las pirámides y sus definiciones de los elementos. Luego en la clase 5 se pide la deducción de las fórmulas del área lateral, total y volumen de las pirámides para que en la última clase lo pongan en práctica y den solución a un grupo de problemas contextualizados.

Figura 8:

Actividades de apertura y construcción de una pirámide en GeoGebra 3D

ACTIVIDADES DE APERTURA

Para esta actividad, deberá llenar los cuadros en blanco con la información que se le pregunta.

¿Qué sé sobre las pirámides?	¿Qué quiero saber sobre las pirámides?

¿SABÍAS QUÉ?

Los egipcios se basaron en la astronomía para poder construir las pirámides de Egipto.





Recuerde guardar los sólidos realizados e ir revisando en sus creaciones para verificar que los trabajos hechos estén en su plataforma.

SU TURNO

Construir una pirámide recta de base heptagonal de 5 cm de lado y de 15 cm de alto.

Recuerde poner las etiquetas de los prismas para verificar que tengan esas medidas.



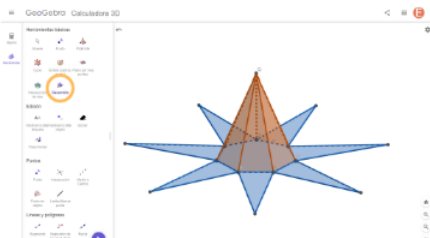
Nota: Autores (2024)

Figura 4:

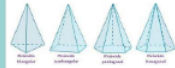
Deducción de las fórmulas y aplicación a la resolución de problemas contextualizados

Para verificar las caras laterales, se puede transformar la pirámide de 3D a una figura compuesta en 2D.

Para esto, se debe dar clic en la opción "desarrollo" y dar clic en el sólido, luego se puede visualizar el sólido con sus dos bases y las caras laterales.



Ahora, si generalizamos con una pirámide de "n" lados, entonces, el área lateral se escribiría como:



ÁREA LATERAL:

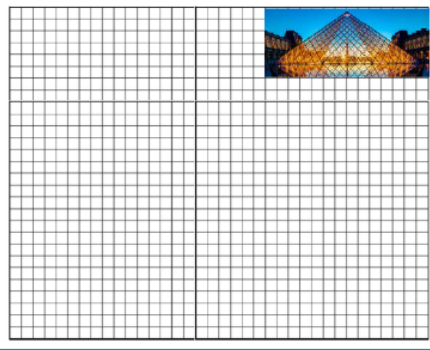
.....

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Resolver los siguientes problemas relacionados con las pirámides y comprobarlos realizando en GeoGebra 3D, pegar las pirámides en el espacio que se especifica en cada ejercicio, tanto de las áreas y el volumen.

Alberto quiere saber cuál es la superficie total que cubren los vidrios del museo de Louvre ubicado en París, cuya fachada es de forma piramidal de base cuadrada, para lo cual investiga y llega a conocer que la altura de este museo es de 20.6 m y cada lado de la base mide 13 m. ¿Cuál será el área que calculó Alberto del museo?





Nota: Autores (2024)

Metodología

Para llevar a cabo esta investigación, se adoptó una metodología cuasiexperimental con un enfoque cuantitativo y de alcance descriptivo. La muestra se compuso de estudiantes de décimo grado de la Unidad Educativa Particular Sudamericano en Cuenca, Ecuador, durante el año lectivo 2021-2022. Los grupos experimental y de control se seleccionaron aleatoriamente para asegurar la imparcialidad del estudio (Grandes-Padilla et al., 2024). Se desarrollaron seis clases donde el grupo experimental utilizó el software GeoGebra para aprender sobre prismas y pirámides, mientras que el grupo de control empleó métodos tradicionales de enseñanza (Herrera-Enríquez et al., 2021).

Para la recolección de datos, se aplicaron dos instrumentos: un test de conocimientos y una encuesta de percepción, ambos validados por expertos. El test de conocimientos evaluó el rendimiento académico, mientras que la encuesta de percepción midió la motivación de los estudiantes. Los datos obtenidos se analizaron utilizando el software JAMOV, aplicando la prueba de Shapiro-Wilk para evaluar la normalidad, la prueba de Levene para la homogeneidad de varianzas y la prueba t de Student para comparar los resultados entre ambos grupos (Silva-Peñañiel et al., 2024). Este enfoque permitió determinar el impacto del uso de GeoGebra en el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes, mostrando una mejora significativa en el grupo experimental (Madrid-Gómez et al., 2023).

Resultados

Rendimiento académico

En la tabla 1 se presentan los resultados del test de consolidación de destrezas del bloque V, aplicados a los cursos de Décimo "A" (control) y Décimo "B" (experimental) de la Unidad Educativa Sudamericano. Este test contenía preguntas relacionadas con el tema de prismas y pirámides y fue validado por el grupo de expertos mencionado en el apartado de la metodología.

Tabla 1:*Datos del Test del grupo control y experimental*

Lista	Calificación sobre 10	Grupo	Lista	Calificación sobre 10	Grupo
1	5.1	control	1	10	experimental
2	5.4	control	2	7.1	experimental
3	3.2	control	3	10	experimental
4	6.0	control	4	5.6	experimental
5	5.2	control	5	8	experimental
6	5.9	control	6	10	experimental
7	5	control	7	8	experimental
8	1.9	control	8	7.1	experimental
9	10	control	9	10	experimental
10	7	control	10	10	experimental
11	6.2	control	11	5	experimental
12	3.6	control	12	7.1	experimental
13	3	control	13	7.1	experimental
14	7.5	control	14	5.6	experimental
15	6.0	control	15	10	experimental
16	8	control	16	10	experimental
17	3.7	control	17	7.1	experimental
18	5.5	control	18	10	experimental
19	10	control	19	5.6	experimental
20	2.4	control	20	6.3	experimental
21	3.4	control	21	8	experimental

22	5.4	control	22	10	experimental
23	10	control	23	10	experimental
24	5.0	control	24	8	experimental
25	10	control	25	3	experimental
26	4.3	control	26	7.1	experimental
27	1.9	control			
28	9.2	control			
29	6.2	control			

Nota: Autores (2024)

En la tabla 2 se presenta un análisis descriptivo de las medidas de tendencia central de las calificaciones obtenidas en el test sobre el tema de prismas y pirámides, de los 29 estudiantes pertenecientes al grupo control y de los 26 estudiantes del grupo experimental.

Tabla 2:

Análisis descriptivo de las calificaciones del grupo control y del grupo experimental

	Grupo	N	Media	Mediana	DE	EE
Calificación sobre 10	Control	29	5.72	5.40	2.45	0.455
	Experimental	26	7.91	8.00	1.99	0.390

Nota: Autores (2024)

Tomando en consideración la prueba de Shapiro-Wilk, se puede observar en la tabla 3 que, al enfatizar en los valores de normalidad de los datos, el valor W es de 0.968 y el valor de p es de 0.151. Esto, como se detalla en el apartado de "tabulación de los datos", indica una distribución normal de los datos, ya que es mayor al valor de significancia correspondiente a $p=0.05$.

Tabla 3:*Prueba de Normalidad (Shapiro-Wilk) del test de los dos grupos*

	W	p
Calificación sobre 10	0.968	0.151

Nota. Un valor p bajo sugiere una violación del supuesto de normalidad

Ahora, en el caso de la tabla 4, se puede observar que, considerando la prueba de Levene, los valores de F son de 0.568 y el valor de p es 0.454. Basándonos en la interpretación del valor de p para los supuestos de homogeneidad de las varianzas, se puede concluir que existe homogeneidad de las varianzas correspondientes a los dos grupos.

Tabla 4:*Prueba de Levene para homogeneidad de varianzas de los grupos de control y experimental*

	F	gl	gl2	p
Calificación sobre 10	0.568	1	53	0.454

Nota: Un valor bajo sugiere una violación del supuesto de varianzas iguales Autores (2024)

Finalmente, al aplicar la prueba T de Student a las calificaciones de los grupos de control y experimental, se puede observar en la tabla 5 que el valor de p es menor que 0.001. Esto indica que existe una diferencia significativa entre las calificaciones del grupo de control y el grupo experimental. Como complemento al análisis del estadístico T, en la tabla 6 se puede corroborar que existe esta diferencia significativa.

Tabla 5:*Prueba T para Muestras Independientes de los test de los grupos*

		Estadístico	gl	p
Calificación sobre 10	T de Student	-3.61	53.0	<.001

*Nota: $H_a \mu_{\text{control}} < \mu_{\text{experimental}}$ Autores (2024)***Tabla 6:***Prueba T para Muestras Independientes de los test de los grupos con el intervalo de confianza del 95%*

		Estadístico	gl	p	Tamaño del Efecto
Calificación sobre 10	T de Student	-3.61	53.0	<.001	La d de Cohen -0.975

Nota: $H_a \mu_{\text{control}} < \mu_{\text{experimental}}$ Autores (2024)

Discusión

Los resultados de esta investigación demuestran claramente la efectividad del uso del software GeoGebra en la enseñanza de prismas y pirámides. Al comparar los resultados del test de consolidación de destrezas entre el grupo control y el grupo experimental, se observa una mejora significativa en las calificaciones del grupo experimental. Esta diferencia se refleja en la tabla 1, donde los estudiantes que utilizaron GeoGebra obtuvieron puntuaciones notablemente más altas que aquellos que siguieron métodos tradicionales de enseñanza (Torres-Roberto, 2024).

El análisis estadístico realizado con el software JAMOV respalda estos hallazgos. La prueba de Shapiro-Wilk confirmó la normalidad de los datos, mientras que la prueba de Levene

indicó la homogeneidad de las varianzas. La prueba t de Student, que mostró un valor de p menor a 0.001, confirma que las diferencias en las calificaciones entre los grupos control y experimental son estadísticamente significativas. Esto sugiere que el uso de GeoGebra no solo facilita la comprensión de conceptos geométricos, sino que también mejora el rendimiento académico de los estudiantes (Loor-Giler et al., 2021).

Además del rendimiento académico, la encuesta de percepción reveló un aumento en la motivación de los estudiantes del grupo experimental. La naturaleza interactiva y visual de GeoGebra parece haber jugado un papel crucial en este aumento. Los estudiantes pudieron manipular figuras geométricas en 3D y explorar conceptos abstractos de manera tangible, lo que no solo hizo las clases más atractivas, sino que también facilitó una comprensión más profunda de los conceptos enseñados. Este hallazgo es consistente con estudios previos que han mostrado que las TIC pueden mejorar la participación y el compromiso de los estudiantes en el proceso de aprendizaje (Baltazar, 2020; Durmus, 2019).

La metodología cuasi-experimental utilizada en esta investigación, con la asignación aleatoria de los grupos control y experimental, asegura la imparcialidad y validez de los resultados. Sin embargo, es importante considerar las limitaciones del estudio. La investigación se llevó a cabo en una única institución educativa y con un número limitado de estudiantes, lo que puede afectar la generalización de los resultados (Piedra-Castro et al., 2024). Futuros estudios deberían considerar una muestra más amplia y diversa para validar y ampliar estos hallazgos.

Conclusión

En el trabajo realizado con los estudiantes de décimo de la Unidad Educativa Sudamericano, se puede observar que las secuencias didácticas para la asignatura de Matemática, y en particular para Geometría, benefician el proceso educativo. Estas secuencias

ayudan a los docentes a mejorar su práctica en el aula, optimizando sus planificaciones y el uso del tiempo, tal como mencionan Cordero et al. (2018), Brown y Wilson (2022), Guachún y Espadero (2021), Salgado y Durán (2021), y Martínez y Lezcano (2021) en sus investigaciones.

Los estudios mencionados, respaldados por las investigaciones de Brown y Wilson (2022), Guachún y Espadero (2021), Cordero et al. (2018), Salgado y Durán (2021) y Martínez y Lezcano (2021), que confirman los resultados obtenidos en este trabajo, demuestran de manera consistente que la implementación de GeoGebra en la enseñanza de la Geometría del espacio ofrece una serie de beneficios significativos para los estudiantes. Estos beneficios incluyen una participación activa en el proceso de aprendizaje, el desarrollo de habilidades de abstracción, la promoción del aprendizaje autónomo y la creación de un entorno dinámico para el estudio. En consecuencia, se puede afirmar con seguridad que el uso de GeoGebra no solo mejora el rendimiento académico de los estudiantes, sino que también estimula su motivación para explorar y aprender nuevos temas con el mismo entusiasmo.

También se puede concluir que los estudiantes aprenden de manera significativa y mejoran su rendimiento académico y motivación mediante el uso de secuencias didácticas y problemas contextualizados. Los estudiantes adquieren destrezas procedimentales y actitudinales, lo que favorece el proceso educativo. Esto sugiere que el estudiante debe estar motivado para aprender y contar con una buena guía para construir su conocimiento, en este caso, el docente que emplea las secuencias didácticas.

Mediante el uso de la tecnología, como el programa GeoGebra, los estudiantes lograron vincular la teoría con la práctica. A través de la observación y experimentación de las actividades incluidas en las secuencias didácticas, los estudiantes desarrollaron sus propios conceptos utilizando la visualización y lo que creaban en el software. Esto cumple con el objetivo para el que fueron diseñadas las secuencias didácticas, favoreciendo su proceso de aprendizaje y asistiendo al docente en la planificación y optimización del tiempo.

Referencias bibliográficas

- Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Fascículos de CEIF, 1(1-10).
- Baltazar, A. (2020). The use of ICT in teaching geometry for elementary school students. *Journal of Baltic Science Education*, 19(1), 19-29.
- Brown, K., & Wilson, R. (2022). Applications of 3D Geometry in Engineering. *International Journal of Applied Mathematics*, 38(1), 89-104.
- Cardoso, A., Nascimento, A., & Baptista, M. (2018). Impact of GeoGebra in Mathematics Learning in Basic and Secondary Education. *Journal of Science Education*, 19(3), 525–532.
- Casanova Villalba, C. I., Herrera Sánchez, M. J., Navarrete Zambrano, C. M., & Ruiz López, S. E. (2021). Modelo de calidad para el mejoramiento de la eficiencia en las instituciones públicas del Ecuador. *Ciencia Digital*, 5(1), 15-29. <https://doi.org/10.33262/cienciadigital.v5i1.1516>
- Contreras, A. (2016). El aprendizaje significativo y su relación con otras estrategias. *Horizonte de la Ciencia*, 6(10), 130-140. ISSN: 2304-4330. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=570960870014>
- Díaz, M. T., Rodríguez, C. C., & Lingán, J. P. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Propósitos y Representaciones*, 6(2), 291-320. <https://doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.233>
- Durmus, S. (2019). The Effect of Using GeoGebra on Students' Achievement and Attitudes in Geometry Course. *Universal Journal of Educational Research*, 7(12A), 1-5.
- El Mouaad, M. (2017). The use of dynamic geometry software (GeoGebra) in solving geometry problems by secondary school students. *International Journal of Research Studies in Education*, 6(1), 51-59.
- Faydaci, F. (2019). The Effect of Dynamic Geometry Software GeoGebra on the Academic Achievement of Students. *European Journal of Educational Research*, 8(3), 683-692.
- Grandes-Padilla, J. G., Duque-Sánchez, P. J., Barrionuevo-Montalvo, H. P., & Casa-Chicaiza, M. A. (2024). *Guía de Aprendizaje Matemático para Adultos con Escolaridad Inconclusa*. Editorial Grupo AEA. <https://doi.org/10.55813/egaea.l.74>

- Guachún, F., & Espadero, G. (2021). El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de vectores: Una experiencia didáctica. *REMATEC-Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 46-60.
- Loor Giler, J. L., Lorenzo Benítez, R., & Herrera Navas, C. D. (2021). Manual de actividades didácticas para el desarrollo de la comprensión lectora en estudiantes de subnivel de básica media. *Journal of Economic and Social Science Research*, 1(1), 15–37. <https://doi.org/10.55813/gaea/jessr/v1/n1/18>
- Madrid-Gómez, K. E., Arias-Huánuco, J. M., Zevallos-Parave, Y., Alfaro-Saavedra, M. N., Camposano-Córdova, A. I., & Yaulilahua-Huacho, R. (2023). *Estrategias activas para el aprendizaje autónomo: Un enfoque en Alumnos de Secundaria*. Editorial Grupo AEA. <https://doi.org/10.55813/egaea.l.2022.53>
- Martínez, Y., & Lezcano, L. (2021). El GeoGebra en la clase de matemática de la enseñanza media desde los móviles. *VARONA*, (73), ISSN: 0864-196X. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=360670689008>
- Olaya, A., & Ramírez, J. (2015). Tras las huellas del aprendizaje significativo, lo alternativo y la innovación en el saber y la práctica pedagógica. *Revista Guillermo de Ockham*, 13(2), 117-125. ISSN: 1794-192X. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=105344265012>
- Piedra-Castro, W. I., Burbano-Buñay, E. S., Tamayo-Verdezoto, J. J., & Moreira-Alcívar, E. F. (2024). Inteligencia artificial y su incidencia en la estrategia metodológica de aprendizaje basado en investigación. *Journal of Economic and Social Science Research*, 4(2), 178–196. <https://doi.org/10.55813/gaea/jessr/v4/n2/106>
- Salinas, J. (2019). Technology and education: New wine in new bottles? *Frontiers in Education*, 4, 112.
- Silva-Peñafiel, G. E., Castillo-Parra, B. F., Tixi-Gallegos, K. G., & Urgiles-Rodríguez, B. E. (2024). *La Revolución de la Inteligencia Artificial en la Educación Superior*. Editorial Grupo AEA. <https://doi.org/10.55813/egaea.l.71>
- Torres-Roberto, M. A. (2024). Evaluación Formativa Continua en la Enseñanza y aprendizaje del Cálculo: Mejorando el Rendimiento Académico en Estudiantes de Educación Profesional. *Journal of Economic and Social Science Research*, 4(2), 93–113. <https://doi.org/10.55813/gaea/jessr/v4/n2/104>