# RESUMEN

El presente proyecto de graduación muestra animaciones, en las cuales se desarrolla el tema “Polarización” correspondiente a Óptica.
Con la ayuda del programa Modellus hemos desarrollado una serie de animaciones, las cuales se dividen en: Conceptuales, Ejercitativas y Lúdicas.
Las animaciones conceptuales, presentan al usuario la parte teórico-conceptual de cada uno de los temas de una forma más sencilla, concreta, resumida, diferente y divertida.
Las animaciones ejercitativas están constituidas de tal forma que el usuario ponga en evidencia los conocimientos adquiridos en la parte conceptual, permitiendo la interacción entre el usuario y el programa.
Las animaciones lúdicas presentan ciertas actividades y juegos que le permitirán al usuario mostrar sus destrezas psicomotoras porque son únicamente interactivas.
Para complementar este proyecto hemos creado una guía didáctica la misma que describe los componentes y el funcionamiento de cada elemento que constituyen Modellus además sirve como soporte teórico-práctico para el usuario.

# PALABRAS CLAVE

Polarización
Modellus
Ondas de la misma frecuencia
Ondas de diferente frecuencia
Polarización plana
Polarización circular y elíptica
Dicroísmo
Polarizadores dicroicos
Birrefringencia
Polarización por reflexión
Retardadores
Actividad óptica
Superposición
Onda estacionaria
Velocidad de fase
Ley de Brewster
Estado right
Estado left
Rotación izquierda y Derecha
Ley de Malus

# ÍNDICE

RESUMEN ..... 1
PALABRAS CLAVE ..... 1
ÍNDICE ..... 2
INTRODUCCIÓN ..... 11
DESCRIPCIÓN DE CADA TEMA ..... 12
INTRODUCCIÓN A MODELLUS ..... 13
1. Introducción ..... 13
2. Estructura Básica de Modellus. ..... 14
2.1. VENTANA DE MODELO ..... 17
2.2. VENTANA DE CONDICIONES ..... 18
2.3. VENTANA DE ANIMACIONES ..... 19
2.4. VENTANA DE CONTROL ..... 21
2.5. VENTANA DE GRÁFICO ..... 22
2.6. VENTANA DE TABLA ..... 23
2.7. PROTECCIÓN DE LOS TRABAJOS ..... 24
PRESENTACIÓN ..... 25
POLARIZACIÓN ..... 26
3.1.1 SUMA DE ONDAS DE LA MISMA FRECUENCIA ..... 26
3.1.2 SUMA DE ONDAS DE DIFERENTES FRECUENCIAS ..... 36
3.1.3 POLARIZACIÓN PLANA ..... 42
3.1.4 POLARIZACIÓN CIRCULAR Y ELÍPTICA ..... 48
3.1.5 DICROÍSMO. POLARIZADORES DICROICOS ..... 56
3.1.6 BIRREFRINGENCIA ..... 63
3.1.7 POLARIZACIÓN POR REFLEXIÓN ..... 71
3.1.8 RETARDADORES ..... 78

3.1.9 ACTIVIDAD ÓPTICA ..... 87

CONCLUSIONES ..... 92

RECOMENDACIONES ..... 93

BIBLIOGRAFÍA ..... 94

UNIVERSIDAD DE CUENCA
Fundada en 1867

Yo, DOLORES GRACIELA PEÑA ANDRADE, autor de la tesis "ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA POLARIZACIÓN MEDIANTE MODELLUS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de **Licenciada en Ciencias de la Educación en la especialidad de Matemáticas y Física**. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, Mayo del 2013

Dolores Graciela Peña Andrade
010361795-7

# UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fundada en 1867

Yo, ANDREA SAMANTA LLIVISACA CULCAY, autor de la tesis "ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA POLARIZACIÓN MEDIANTE MODELLUS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de **Licenciada en Ciencias de la Educación en la especialidad de Matemáticas y Física**. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, Mayo del 2013



Andrea Samanta Llivisaca Culcay
010567182-0

UNIVERSIDAD DE CUENCA
Fundada en 1867

Yo, ANDREA SAMANTA LLIVISACA CULCAY, autor de la tesis "ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA POLARIZACIÓN MEDIANTE MODELLUS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, Mayo del 2013

Andrea Samanta Llivisaca Culcay
010567182-0

UNIVERSIDAD DE CUENCA
Fundada en 1867

Yo, DOLORES GRACIELA PEÑA ANDRADE, autor de la tesis "ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA POLARIZACIÓN MEDIANTE MODELLUS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, Mayo del 2013

Dolores Graciela Peña Andrade
010361795-7

# UNIVERSIDAD DE CUENCA

## FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

## ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

# "ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA POLARIZACIÓN MEDIANTE MODELLUS"

**Tesis previa a la obtención**
**del título de Licenciada**
**en Ciencias de la Educación**
**en la especialidad de**
**Matemáticas y Física**

***DIRECTOR:*** **Dr. ALBERTO SANTIAGO AVECILLAS JARA**

***AUTOR:*** **ANDREA SAMANTA LLIVISACA CULCAY**
**DOLORES GRACIELA PEÑA ANDRADE**

**CUENCA-ECUADOR**
**2013**

# DEDICATORIAS

***La existencia humana con todos sus errores y virtudes es difícil de aceptar, la mía es la más hermosa de todas, día a día mi felicidad es la de los que me rodean, mi padre Miguel, mi madre Esperanza, mis hermanas Tatiana, Zaida y Sabrina, todos ellos llenan mi vida de luz; por eso mis logros los dedico a Dios en primera instancia, por ser quien me puso en el lugar en el que estoy, y a mi familia por ser mi apoyo constante; se los dedico a mi enamorado que durante cinco años se ha convertido en mi pilar.***

**Andrea**

***Durante toda mi vida el pilar fundamental para salir adelante ha sido mi familia, es por eso que todo este esfuerzo va dedicado a mi mami Francisca, a mi hermano Juan Diego y a mi padre que, aunque no esté a mi lado, me ha inspirado a salir adelante.***

**Graciela**

# AGRADECIMIENTOS

***Durante el desarrollo de mis estudios y la tesis tengo a bien dar las gracias, de todo corazón, por el apoyo y la confianza depositados en mí, al Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara; a todos los docentes que conforman la carrera, que son grandes seres humanos y excelentes profesionales; a mis compañeros, a los amigos por estar siempre presentes en cada momento de mi vida como estudiante y por formar parte de mi proceso como profesional y finalmente a mi familia.***

Andrea

***Por el apoyo que me han brindado durante toda mi carrera y en el desarrollo de esta tesis, quiero agradecer a Dios, a toda mi familia, a mis amigos y profesores, de manera especial al Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara por guiarnos durante el proceso, y a mi compañera Andrea Llivisaca por el apoyo incondicional.***

**Graciela**

# INTRODUCCIÓN

"ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA POLARIZACIÓN MEDIANTE MODELLUS" es un proyecto dirigido al apoyo del estudio de la polarización dentro de la física. El cual tiene como fundamento teórico el constructivismo, que nos dice que el aprendizaje significativo se logra por medio de las experiencias propias del individuo.

Uno de los principales problemas educativos es el avance tecnológico por el cual los estudiantes no generan el mismo interés por aprender, como en épocas anteriores. Es por eso que el docente debe ser versátil a la hora de enseñar, debe brindar un sin número de experiencias al estudiante y adaptarse a las necesidades generadas por el contexto actual.

Al encontrarnos con esta dificultad decidimos desarrollar el proyecto en base a animaciones conceptuales, ejercitativas y lúdicas de una forma interactiva e ilustrativa mediante Modellus, que a diferencia de otros programas con relación a la Matemática y Física, es un programa: gratuito, liviano, fácil de manejar y asequible tanto para docentes como para estudiantes, sirviendo de apoyo en la educación, el mismo que relaciona el software y elementos informáticos.

Nuestro proyecto se basa en animaciones hechas de tal forma que motivan al estudiante y sirven de sustento transformador para los docentes en el momento de impartir sus clases, debido a su constante uso los usuarios se introducen en el mundo de la programación desarrollando su lógica y organización. De esta manera introducimos un método diferente de enseñar y aprender física.

# DESCRIPCIÓN DE CADA TEMA

**3.1.1 Suma de ondas de la misma frecuencia:** Este primer tema contiene los conceptos, modelos matemáticos y los distintos métodos de resolución que corresponden a la superposición de ondas de la misma frecuencia.

**3.1.2 Suma de ondas de diferente frecuencia:** Este tema contiene conceptos y ecuaciones matemáticas sobre pulsaciones, velocidad de fase y de grupo correspondientes a la superposición de ondas de diferente frecuencia.

**3.1.3 Polarización plana:** Este tema nos presenta los conceptos y ecuaciones matemáticas de la superposición de dos ondas mutuamente perpendiculares.

**3.1.4 Polarización circular y elíptica:** El tema contiene los conceptos y ecuaciones matemáticas de la polarización circular y elíptica así como sus respectivos estados de polarización.

**3.1.5 Dicroísmo. Polarizadores dicroicos:** Este tema define el dicroísmo y desarrolla la ley de Malus, así también nos presenta los distintos polarizadores dicroicos.

**3.1.6 Birrefringencia:** Contiene el estudio de los polarizadores, cristales y sustancias que producen birrefringencia, también desarrolla las ecuaciones de los índices de refracción.

**3.1.7 Polarización por reflexión:** Desarrolla el concepto y las ecuaciones correspondientes al tema, así como la ley de Brewster y las reflectancias.

**3.1.8 Retardadores:** Indica la función de un retardador, los conceptos de lámina de onda, láminas de onda completa, láminas de media onda, láminas de cuarto de onda y compensadores, así como sus respectivas ecuaciones.

**3.1.9 Actividad óptica:** Desarrolla el concepto y la expresión matemática correspondiente, además ejemplifica algunas sustancias ópticamente activas .

# INTRODUCCIÓN A MODELLUS

**(Herramienta para la Modelización de Sistemas)**

## 1. Introducción

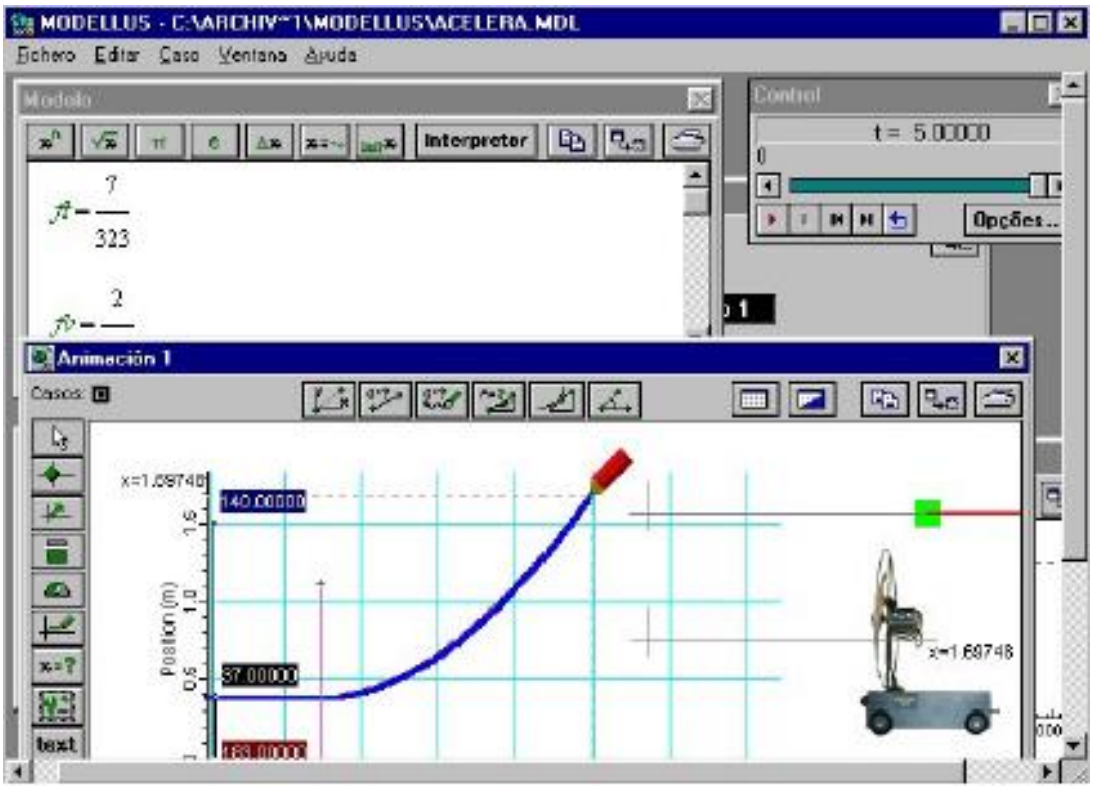
Modellus es una herramienta orientada a la simulación y modelización de sistemas válida para el estudio de diversas materias dentro de los currícula de Educación Secundaria, Bachillerato y Formación Profesional. Sus autores la han concebido como instrumento de apoyo en el aula y con ese objetivo es que se explica su funcionamiento y uso para profesores y estudiantes.

### Modelo matemático

Sabemos que los diversos fenómenos que se estudian en las materias del área de ciencias pueden explicarse y representarse mediante su modelo matemático. Este modelo recogerá el comportamiento del sistema tanto en su aspecto temporal (evolución a lo largo del tiempo) como en su aspecto puramente matemático (cálculo de valores). Modellus está orientado a los modelos temporales de tal manera que con él se puede estudiar el comportamiento dinámico de los distintos sistemas. Este comportamiento se podrá estudiar mediante la simulación en distintos escenarios “casos” en cada uno de los cuales cada uno de los parámetros o constantes del modelo pueden ser modificados. Tal sería el caso del estudio de la caída de un cuerpo en distintos planetas del sistema solar con distintas fuerzas de gravedad, o el comportamiento de un muelle con distintas constantes de elasticidad.
La modelización de cualquier fenómeno o sistema se apoya en la observación de los fenómenos que lo caracterizan, razón por la cual, en la medida que podamos reproducir esos fenómenos y experimentar con ellos, podremos comprender con más claridad el modelo. El estudio del modelo se realizará siempre en orden creciente de complejidad de tal forma que en una primera fase se tendrán en cuenta los aspectos más relevantes para posteriormente derivar hacia un modelo más perfecto a través de un método de “refinamiento”. Según lo define uno de sus autores (V. D. Teodoro), Modellus es, bajo el punto de vista computacional, un micromundo computacional para estudiantes y profesores a la vez, basado en un método de programación en el que el usuario escribe en la “Ventana de modelo”.

# 2. Estructura Básica de Modellus.

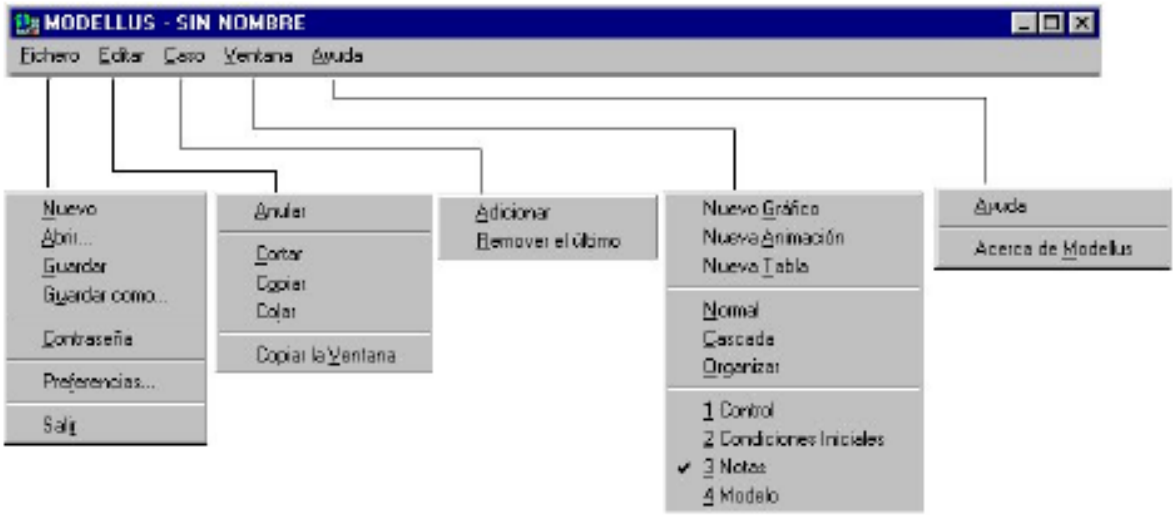
Modellus presenta un entorno muy “amigable” basado en una serie de ventanas, cada una de las cuales recoge o muestra una serie de informaciones muy concretas. En la figura vemos una imagen del entorno; las ecuaciones matemáticas se escriben de la misma manera que lo haría en el papel.




Por ser una aplicación que trabaja en Windows, aprovecha todas las ventajas del entorno y esto facilita su manejo. La versión que explicamos en este trabajo es la V:2.01 de 2000.

Las ventanas permiten la modificación de su tamaño y al activarlas pasan a primer plano colocando en segundo plano a las que estén dentro de su área; del mismo modo las ventanas se pueden mover dentro de la pantalla.

# Menú de Modellus:




El menú que presenta el entorno consta de cinco opciones principales:

Fichero
Editar
Caso
Ventana
Ayuda

**Fichero:** Con la opción Fichero podemos realizar las siguientes operaciones:
**Nuevo:** Crear un nuevo modelo.
**Abrir:** Leer un modelo del disco (ya creado).
**Guardar:** Guardar modelo en un fichero con el mismo nombre que tenga.
**Guardar Como:** Grabar un fichero con el nombre que le queramos dar.
**Contraseña:** Poner una clave al modelo de tal manera que no se puedan modificar los datos de las ventanas de animación y modelo.
**Preferencias:** Configurar ubicación de ficheros.
**Salir:** Salir y abandonar el programa.
**Editar:** Permite las operaciones de edición comunes a cualquier herramienta.
**Anular:** Anula la última operación de edición realizada
**Cortar:** Permite cortar el objeto seleccionado y lo coloca en el portapapeles.
**Copiar:** Copia el objeto seleccionado al portapapeles.
**Copiar la Ventana:** Copia todo el contenido de la ventana en la que estemos y lo deposita en el portapapeles.

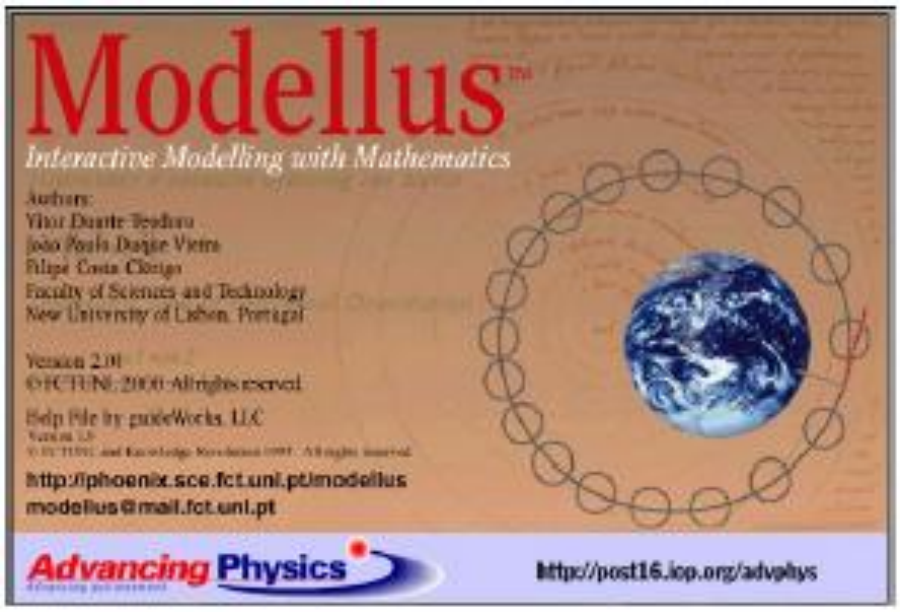
**Caso:** Esta opción presenta dos posibilidades:
**Adicionar:** Añade un caso en la ventana de condiciones.
**Remover el último:** Quita el último de los casos añadidos, téngase en cuenta que al menos debe existir un caso en la ventana de condiciones.
**Ventanas:** Esta opción presenta las siguientes acciones encaminadas a la creación de ventanas dentro del modelo.
**Nuevo Gráfico:** Crea una nueva ventana de gráfico.
**Nueva Animación:** Crea una nueva ventana de animación.
**Nueva Tabla:** Crea una nueva ventana de tabla.
**Normal:** Sitúa las ventanas en la pantalla en modo normal
**Cascada:** Sitúa las ventanas en la pantalla en cascada.
**Organizar:** Sitúa las ventanas en pantalla de forma organizada.

**1 Control:** Activamos la ventana de control.
**2 Condiciones Iniciales:** Activamos la ventana de condiciones iniciales.
**3 Notas:** Activamos la ventana de notas.
**4 Modelo:** Activamos la ventana de modelo.

Las ventanas que se van creando aparecerán en esta opción del menú con números consecutivos a partir del 4, téngase en cuenta que las ventanas 1, 2, 3 y 4 no se pueden eliminar.

**Ayuda:** Muestra las opciones siguientes:

**Ayuda:** Nos despliega la ventana de ayuda.
**Acerca de Modellus:** Esta opción nos presenta información sobre el programa



Modellus está estructurado en torno a un conjunto de ventanas sobre las que se escribe o se muestra la información de los modelos que se pretenden simular. Las ventanas son las siguientes:

- Ventana de modelo.
- Ventana de condiciones
- Ventana de animaciones
- Ventana de control
- Ventana de gráficos
- Ventana de tablas

A continuación se estudian estas ventanas, su utilización y contenidos.

## 2.1. VENTANA DE MODELO

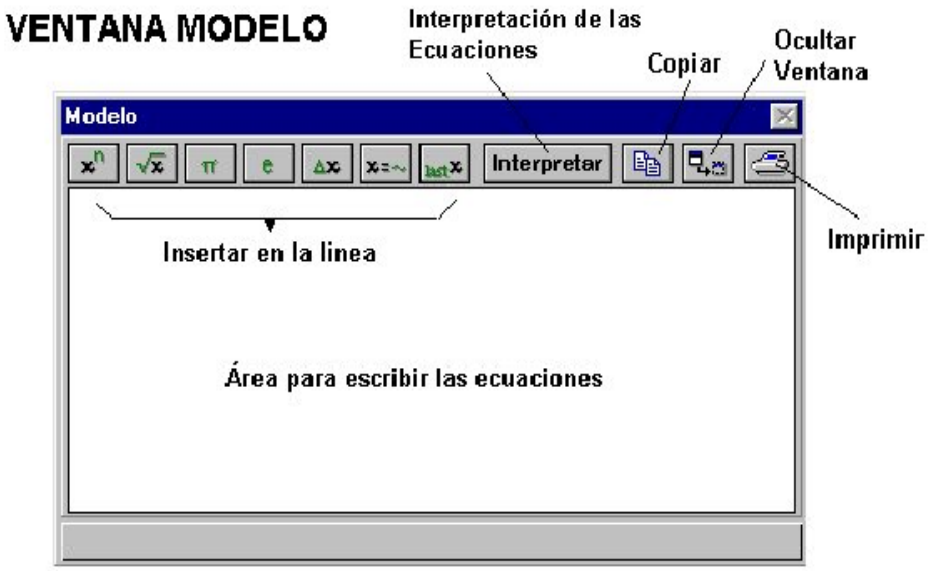
Escritura de las ecuaciones del modelo. Para iniciar el trabajo con Modellus, una vez arrancada la aplicación, debemos ir al menú Modelo (Nuevo) y de esta manera iniciamos la creación de un modelo nuevo.
Lo primero que debemos hacer es escribir las ecuaciones del modelo, y esto lo hacemos en la “ventana de modelo” que aparece en la figura. A la hora de escribir las ecuaciones tenemos que hacerlo observando unas normas básicas en lo que se refiere a la sintaxis. Estas normas son las siguientes:

### *Sintaxis de los modelos:*

Modellus soporta ecuaciones algebraicas, diferenciales e iterativas.

Usted puede modelar ecuaciones que van desde las relaciones simples como las líneas rectas y parábolas a los conceptos más complejos como son las ecuaciones de Van der Pol o de Lorentz.

La entrada de un modelo en Modellus es casi como la escritura de ecuaciones matemáticas en el papel.




## 2.2. VENTANA DE CONDICIONES

Cuando se ha escrito el modelo en la correspondiente ventana y se ha pulsado por primera vez el botón interpretar aparecerá la ventana de “condiciones” que se encarga de recoger los valores de los “parámetros” y los “valores iniciales” del modelo en forma de tabla formando parte del “caso 1" que es el primer caso de simulación que Modellus crea por defecto.
Los “parámetros” se podrán modificar en esta misma ventana o también en la ventana de “animación” haciendo uso de algunos de sus objetos como veremos más adelante.

Cada uno de los posibles casos, que nosotros podremos añadir en el estudio del modelo, no son otra cosa que distintos escenarios para aplicar a las mismas ecuaciones. Esto nos permitirá poder estudiar el modelo cambiando a nuestro gusto distintos parámetros.

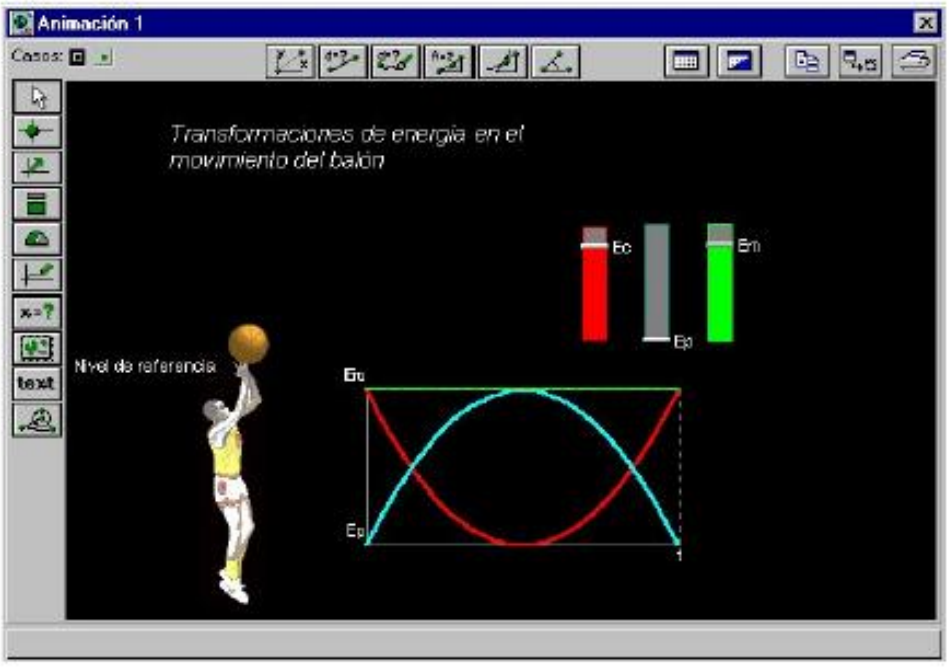


Si deseamos modificar los parámetros desde la ventana de animación quedará invalidado el valor del parámetro que se coloque en esta ventana. Cada uno de los casos que nosotros establezcamos en la simulación tendrá la posibilidad de verse en la ventana de “animación”; bastará con seleccionarlo de entre los que aparecerán señalados en la parte superior izquierda de la ventana, y esto ocurrirá en las ventanas de “tabla” y “gráfico” teniendo en cuenta que en la ventana de “gráfico” pueden coexistir los gráficos de cada uno de los casos con el fin de poder ver las distintas curvas superpuestas.

## 2.3. VENTANA DE ANIMACIONES

Una vez que hemos escrito las ecuaciones del modelo, la siguiente operación será diseñar la ventana de animaciones en la que se realizarán las representaciones gráficas de aquellos valores que nos interese ver.

Esta ventana tiene mucho interés de cara a ser el “interface” con el estudiante ya que si se hace buen uso de todas sus posibilidades encontraremos en ella una poderosa herramienta. En la figura  vemos la estructura de esta ventana de “animación” mostrando un ejemplo de movimiento de un balón lanzado hacia arriba.




El tamaño y posición de esta ventana, al igual que el resto, se puede modificar colo-

cando el puntero en los bordes y estirando hacia dentro o hacia fuera o manteniendo pulsado y moviendo en el caso de cambiar la posición.

En esta ventana se pueden colocar distintos elementos gráficos que se corresponden con los botones que aparecen en la parte superior. Cada uno de estos elementos se podrá asociar a las variables del modelo y realizar las funciones que correspondan a él de acuerdo a los parámetros que se hayan colocado en su ventana de parámetros asociada. Pasaremos a explicar cada uno de los elementos, así como sus ventanas asociadas.

Los botones de la parte superior  se usan para realizar mediciones sobre las imágenes (GIF o BMP) o videos (AVI), que pueden colocarse en el fondo,  usando el botón de fondo.

El rayado (grid) puede mostrarse u ocultarse mediante el botón  . Pulsando sobre el botón de fondo puede definir el espaciado del grid y su color así como el color del fondo de la pantalla.

A continuación se muestra una tabla en la que se puede identificar cada uno de los botones que representan un determinado objeto.

Use esta herramienta……..……..para añadir:

Partícula

 Imagen, bola (partícula), rectángulo, o referencia.

Vector

 Vector con o sin flecha resultante o componentes.

Indicador de Nivel

 Horizontal o Vertical.

Medidor Analógico



Aguja, reloj, o medidor circulo completo.

Trazador



Realiza el trazado interactivo de líneas o puntos.

Medidor Digital




Medidor digital, mostrado o no el nombre de la Variable.

Importar imagen



Importa imagen en formato BMP o GIF

Texto



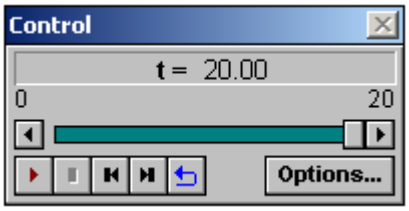

Texto con el color, fuente, estilo y tamaño especificables.

Objeto Geométrico



Líneas y figuras tales como círculos y polígonos.

## 2.4. VENTANA DE CONTROL




Una vez que hemos diseñado el modelo en la ventana “Modelo” y hemos colocado en la ventana “animaciones los objetos, así como las condiciones y las tablas y gráficos que nos haya parecido bien, se debe pasar a la fase de “simulación”.

En la fase de “simulación” Modellus realizará los cálculos y mostrará los valores de la forma que hayamos previsto. La ventana “Control” es la que permite el control del proceso de simulación.

Los botones de esta ventana sirven para:

Simular  o detener  la simulación.

Terminar  la simulación.

Reiniciar  el modelo, ir al principio sin perder los valores calculados.

Saltar  al último valor calculado del modelo.

Repetir  la simulación del modelo.

Lee  el actual valor de la variable independiente.

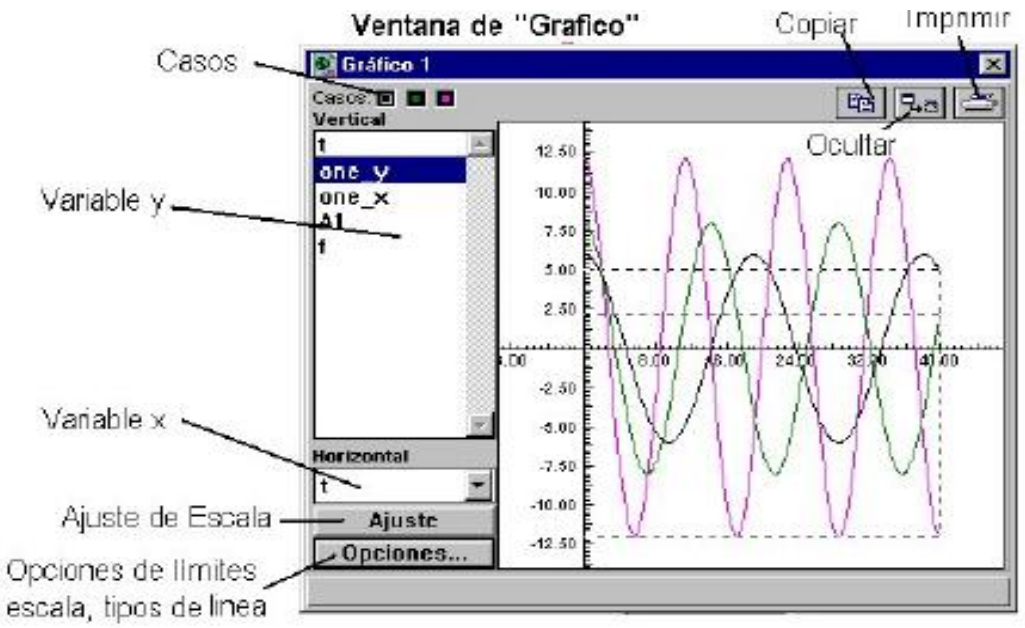
Muestra  el valor actual de la variable independiente y chequea visualmente el progreso de esta variable.

Ir atrás  o adelante  un simple paso.

Acceder a caja de diálogo Opciones…:

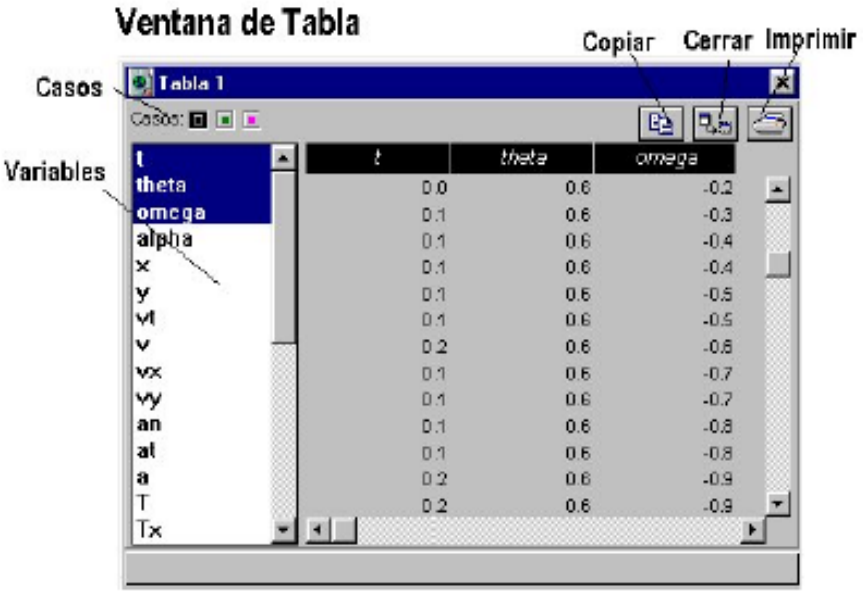
## 2.5. VENTANA DE GRÁFICO

Mediante esta ventana podemos realizar representaciones gráficas en ejes de coordenadas (XY) de las variables que queramos y para los casos que hayamos definido mediante la opción del menú “Casos”. En la figura vemos la ventana de “gráficos” y en ella se puede distinguir el área de representación en donde se dibujan los gráficos y a la izquierda aparecen las ventanas de las variables.




## 2.6. VENTANA DE TABLA

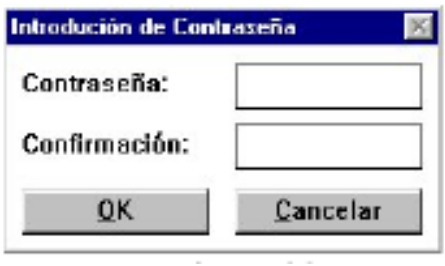
En numerosas aplicaciones será necesario realizar una tabla con los valores de las variables, esta posibilidad nos la brinda la ventana de “tabla” que sencillamente permite la creación de tablas con tantas variables como seleccionemos en la ventana de la izquierda simplemente pulsando las teclas “Control” o “Shift” a la vez que señalamos con el ratón (tecla izquierda) sobre éstas.



## 2.7. PROTECCIÓN DE LOS TRABAJOS

Mediante la opción Contraseña dentro del menú de “Fichero” podremos conseguir proteger el trabajo, de tal manera que a quien realice las simulaciones solo le estará permitido ver los resultados, pero nunca modificar la ventana “Modelo” o la ventana Animación ni podrá modifica ni crear ventanas de “gráficos” o “tablas”.

Cuando activamos por primera vez ésta opción aparece una ventana como la de la figura en la que se nos pide el Password y la Confirmación, es decir debemos escribir dos veces, una en cada ventana, el password (clave).



# PRESENTACIÓN

Continuamos ahora el estudio con Modellus de la subunidad estructural “POLARIZACIÓN”, perteneciente a ÓPTICA.

El desarrollo de esta unidad comprende la búsqueda por afianzar el conocimiento sobre los 9 temas que abarca la subunidad antes descritos, los cuales están estructurados de la siguiente manera:

1) Logros de aprendizaje;
2) Fundamentación teórica, sus ecuaciones matemáticas y sus respectivas gráficas en caso de tener;
3) Problemas modelo;
4) Evaluación de logros, con las respuestas;
5) Listado y descripción por grupos de las animaciones, y
6) Animación de muestra con su descripción.

Cada **animación de muestra** presentada en este trabajo de graduación es sólo un ejemplo de animación por cada tema, puesto que todas las animaciones de la subunidad mencionada se encuentran en el CD adjunto en formato DVD.

# POLARIZACIÓN

## 3.1.1 SUMA DE ONDAS DE LA MISMA FRECUENCIA

### 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

1- Enunciar las distintas ecuaciones para sumar ondas de la misma frecuencia.
2- Aplicar las ecuaciones recordadas a la resolución de los problemas propuestos.
3- Reconocer los distintos métodos de resolución aplicadas a este tema.

### 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

La polarización es un fenómeno físico relacionado únicamente con las ondas y más concretamente con las ondas transversales. En un primer momento diremos que la polarización es la selección de un plano para la variación del campo que ondula: es el plano de vibración o polarización. Desgraciadamente esta primera idea es demasiado incompleta, pues, como veremos más adelante, existen tipos de polarización en los que el campo ondulante describe o barre algún tipo de hélice. De todos modos, y sobre todo desde el punto de vista matemático, "cualquier estado de polarización es una consecuencia natural de la superposición de dos estados ondulantes ortogonales".

La superposición de ondas es la "suma", normalmente vectorial, de dos o más ondas y cuyo resultado es una onda comúnmente muy diferente en perfil a las ondas que se superponen. Matemáticamente se puede realizar la superposición de ondas en forma algebraica, vectorial, trigonométrica, compleja, fasorial, etc. El caso más sencillo de superposición de ondas es el de ondas de igual frecuencia, dirección y velocidad. Analicémoslo. La solución de la ecuación de onda puede escribirse en la forma:

$$E(x;t) = E_0\, Sen\left[\omega t - (Kx + \varepsilon)\right]$$

Haciendo $\alpha(x;\varepsilon) = -(Kx + \varepsilon)$ se tiene:

$$E(x;t) = E_0\, Sen\left[\omega t + \alpha(x;\varepsilon)\right]$$

Supongamos entonces que tenemos las dos ondas:

$$E_1 = E_{01}\, Sen(\omega t + \alpha_1)$$

y:

$$E_2 = E_{02}\, Sen(\omega t + \alpha_2)$$

que como vemos, son de la misma frecuencia y velocidad; la onda resultante de la superposición de ellas es:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \, Sen(\omega t + \alpha) \tag{3.1.1.1}$$

en donde:

$$E_0 = \sqrt{E_{01}^{\,2} + E_{02}^{\,2} + 2E_{01}E_{02}\,\mathrm{Cos}(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

$$\alpha = Tan^{-1}\left[\frac{E_{01}\,Sen\alpha_1 + E_{02}\,Sen\alpha_2}{E_{01}\,\mathrm{Cos}\alpha_1 + E_{02}\,\mathrm{Cos}\alpha_2}\right] \tag{3.1.1.2}$$

Vemos que en este caso la onda resultante es armónica y de la misma frecuencia que las constituyentes; aunque su amplitud y fase son diferentes.

Algo muy curioso que se observa en la ecuación (3.1.1.2) es el hecho de que la irradiancia resultante no es únicamente la suma de las irradiancias parciales, sino que además aparece un tercer término conocido como término de interferencia, dentro del cual lo más crucial es la diferencia de fase de las ondas que interfieren dada por:

$$\delta = |\alpha_2 - \alpha_1| = (Kx_1 + \varepsilon_1) - (Kx_2 + \varepsilon_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \tag{3.1.1.3}$$

Una situación particular ocurre cuando $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$; en este caso la diferencia de fase es simplemente:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n (x_1 - x_2) = K_0 \, n (x_1 - x_2) \tag{3.1.1.4}$$

Esta cuestión será estudiada en la siguiente unidad didáctica. Se llama diferencia de trayectoria óptica, *DTO*, a la cantidad:

$$DTO = n(x_1 - x_2) \tag{3.1.1.5}$$

de modo que la ecuación (3.1.1.4) toma la forma:

$$\delta = K_0 \, DTO \tag{3.1.1.6}$$

Generalizando, cuando se superponen *N* ondas de igual frecuencia, dirección y velocidad, la resultante está dada por la ecuación:

$$E = \sum_{i=1}^{N} E_i = E_0 \, Sen(\alpha \pm \omega t) \qquad (3.1.1.7)$$

en donde:

$$E_0 = \sqrt{\sum_i E_{0i}^{\,2} + 2\sum_i \sum_j E_{0i} E_{0j} \, \mathrm{Cos}(\alpha_i - \alpha_j)}$$

$$\alpha = Tan^{-1}\left[ \frac{\sum E_{0i} \, Sen\alpha_i}{\sum E_{0i} \, Cos\alpha_i} \right] \qquad (3.1.1.8)$$

Si se tienen *N* osciladores que emiten ondas de la misma amplitud, $E_{01}$, pero cuyas fases iniciales, $\alpha_i$, varían al azar, entonces $|E_0^{\,2}| = N E_{01}^{\,2}$, de modo que la irradiancia resultante es:

$$I = N I_1 \qquad (3.1.1.9)$$

Si se tienen *N* osciladores que emiten ondas de la misma amplitud, $E_{01}$, y cuyas fases iniciales son iguales, entonces $|E_0^{\,2}| = N^2 E_{01}^{\,2}$, de modo que la irradiancia resultante es:

$$I = N^2 I_1 \qquad (3.1.1.10)$$

***EL MÉTODO COMPLEJO:***

A veces conviene utilizar la representación compleja para superponer ondas. La onda $E_1 = E_{01} \mathrm{Cos}(\alpha_1 + \omega t)$ puede escribirse en la forma:

$$E_1 = E_{01} e^{i(\alpha_1 + \omega t)}$$

Ahora bien, si hay *N* de tales ondas de iguales frecuencia, dirección y velocidad, la onda resultante será:

$$E = E_0 e^{i(\alpha + \omega t)} = \left( \sum E_{0j} e^{i\alpha_j} \right) e^{i\omega t}$$

en donde la cantidad:

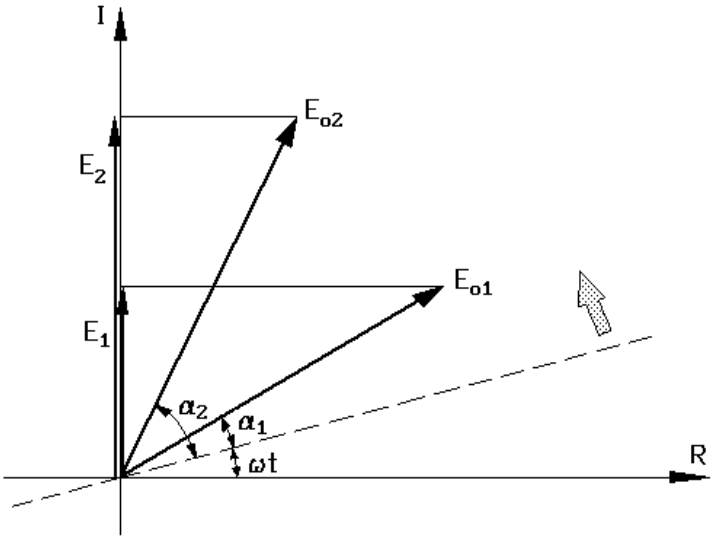
$$E_0 e^{i\alpha} = \sum E_{0j} e^{i\alpha_j} \qquad (3.1.1.11)$$

es la "amplitud compleja" de la onda resultante que es la suma de las amplitudes complejas de las ondas constitutivas.

***SUMA DE FASORES:***

La suma descrita por la ecuación (3.1.1.11) puede representarse gráficamente como la suma de vectores en el plano complejo, cuyas amplitudes complejas, llamadas fasores, se especifican mediante su magnitud y fase, que simbólicamente se representan en la forma: $E_0 \angle \alpha$. El método de la suma de fasores es sencillo y, aunque no es exacto, evita el formalismo abstracto y la complejidad de los números complejos.

Consideremos las ondas $E_1 = E_{01} Sen(\omega t + \alpha_1)$ y $E_2 = E_{02} Sen(\omega t + \alpha_2)$, las mismas que se muestran en la figura 3.1.1.1, girando en sentido antihorario, y cuyas proyecciones sobre el eje I son, precisamente, $E_{01} Sen(\omega t + \alpha_1)$ y $E_{02} Sen(\omega t + \alpha_2)$, respectivamente. En este caso, los fasores son $E_{01} \angle \alpha_1$ y $E_{02} \angle \alpha_2$.



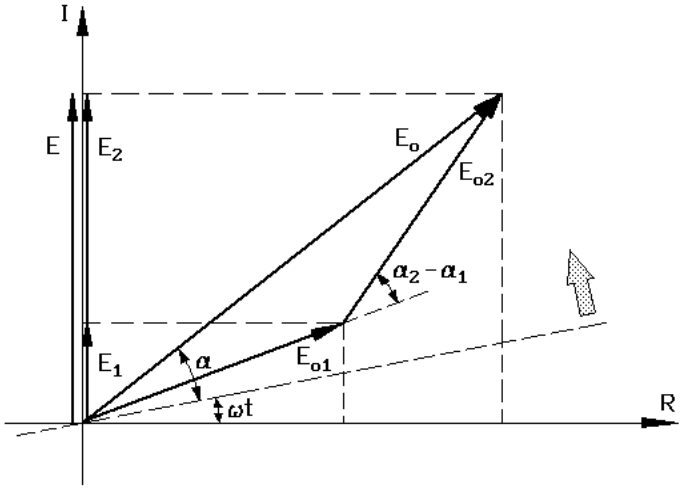

F i g u r a 3 . 1 . 1 . 1

La suma $E = E_1 + E_2$ es la proyección sobre el eje I del fasor resultante que se obtiene mediante suma vectorial de los fasores parciales, como se indica en la figura 3.1.1.2. Un muy simple análisis muestra que esto lleva al mismo resultado descrito por las ecuaciones (3.1.1.2).

La curva de vibración y la espiral de Cornu son ejemplos elegantes y sumamente elaborados del método de suma de fasores, que por ser métodos gráficos son sencillos de realizar. Veamos, de inmediato, la siguiente situación ejemplar:

Se tienen las siguientes ondas:

$E_1 = 40\, Sen(\omega t - 30)$; $E_2 = 20\, Sen(\omega t + 60)$; $E_3 = 80\, Sen(\omega t + 150)$; $E_4 = 20\, Sen(\omega t + 180)$ y $E_5 = 30\, Sen(\omega t + 210)$, en donde $\omega$ está dada en °/s. Determine su resultante.

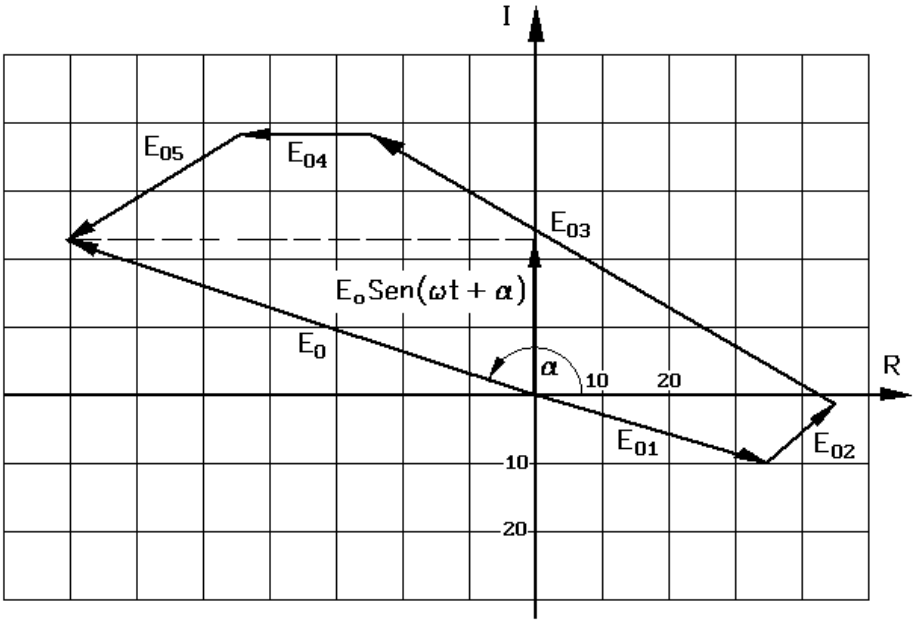



F i g u r a 3 . 1 . 1 . 2

Los fasores correspondientes son:

$40 \angle -30;\ 20 \angle 60;\ 80 \angle 150;\ 20 \angle 180;\ 30 \angle 210$

Todo lo que hay que hacer es transportar adecuadamente y a escala cada uno de los fasores, uno a continuación de otro, recordando que los ángulos de fase se miden siempre con respecto a la horizontal. Entonces se obtiene la resultante en la forma indicada en la figura 3.1.1.3, de donde se "lee" el fasor resultante (que tiene la forma $E_0 \angle \alpha$) y cuya proyección sobre el eje imaginario es la función resultante $E_0 Sen(\omega t + \alpha)$.




F i g u r a 3 . 1 . 1 . 3

De la figura encontramos: $E_0 = 74$; $\alpha = 162°$; luego: $\vec{E} = 74\,Sen(\omega t + 162)$.

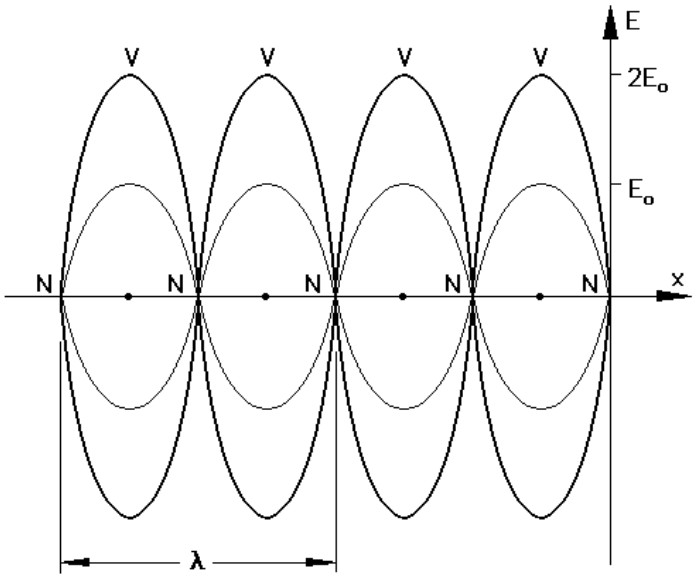
***ONDAS ESTACIONARIAS:***

La solución general de la ecuación de onda consiste de la suma de ondas viajeras:

$$\psi(x;t) = C_1 f(x - vt) + C_2 g(x + vt)$$

Analicemos el caso de dos ondas armónicas de la misma dirección y frecuencia, pero sentidos opuestos tales como $E_i = E_{0i}\,Sen(Kx - \omega t + \varepsilon_i)$ y $E_r = E_{0r}\,Sen(Kx + \omega t + \varepsilon_r)$, que corresponden a unas ondas incidente y reflejada, respectivamente. En la región de superposición la onda resultante es $E = E_i + E_r$. Las condiciones físicas o reales de frontera implican que $\varepsilon_i = \varepsilon_r = 0$, ya que $E(0;t) = 0$. Por simplicidad supongamos que $E_{0i} = E_{0r} = E_0$. Entonces la resultante, figura 3.1.1.4, llega a ser:

$$E = E_0\,[Sen(Kx - \omega t) + Sen(Kx + \omega t)] = 2E_0\,Sen\,Kx\,Cos\,\omega t \qquad (3.1.1.12)$$




F i g u r a 3 . 1 . 1 . 4

que corresponde a una onda estacionaria, pues no aparece en el argumento la forma ($x \pm vt$). En cualquier punto *x'* la amplitud es una constante igual a $2E_0\,Sen\,Kx'$ y en dicho punto $E(x';t)$ varía armónicamente según *Cos* $\omega t$. Hay unos puntos, llamados nodos, "N", en los que en todo instante la amplitud es cero. Entre cada par de nodos sucesivos se encuentran los vientres, "V", en donde la amplitud alcanza su máximo valor posible $\pm 2E_0$.

## 3) PROBLEMAS MODELO:

1.- Determine mediante suma de fasores, la resultante de las siguientes ondas:

$E_1 = 30Sen\ \omega t + 30$ ; $E_2 = 70Sen\ \omega t + 140$ ; $E_3 = 80Sen\ \omega t + 100$ ; $E_4 = 60Sen\ \omega t - 50$

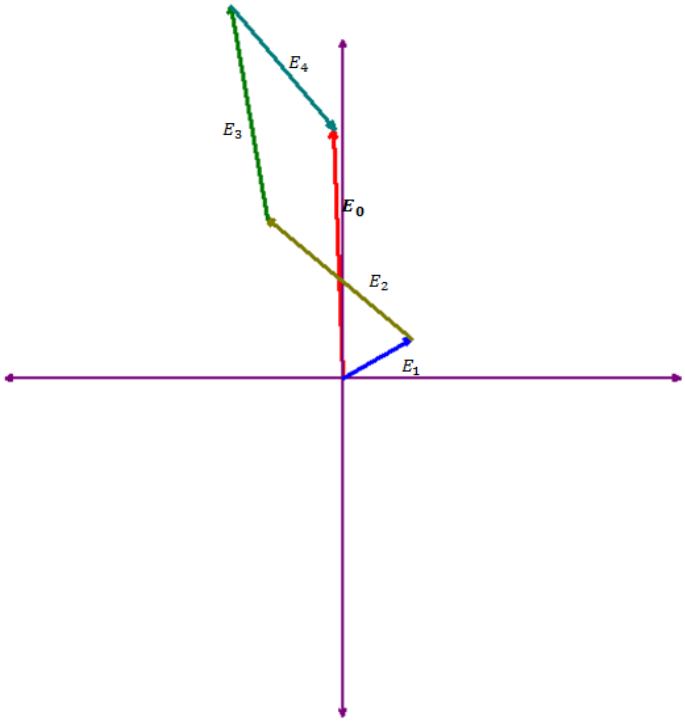
Transportamos a cada fasor uno a continuación de otro con su respectivo ángulo de fase:

$E_1 = 30\angle 30°$

$E_2 = 70\angle 140°$

$E_3 = 80\angle 100°$

$E_4 = 60\angle -50°$




Y obtenemos que la resultante está dada por:

$E_0 = 92\angle 91.9°$

$\boldsymbol{E} = 92Sen(\omega t + 91.9)$

## 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

**a) Complete lo siguiente:**

1.- La superposición de ondas es……..……

……

2.- ¿Qué es la polarización?.....

……

3.- Al superponer dos ondas su resultante se denota por:

……..

4.- Se llama onda estacionaria……

……..

5.- Cuáles son los métodos de resolución de la superposición de dos ondas de la misma frecuencia…….
……..

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

1) Halle la resultante de la superposición de dos ondas $E_1 = 15Sen\ 150\pi t\ \imath$ & $E_2 = 5Sen\ \ 150\pi t + \frac{\pi}{4}\ \imath$.

Rpta. $E = 12Sen\ 150\pi t + 0{,}191\ \imath$

2) Determine mediante suma de fasores la resultante de las siguientes ondas:
$E_1 = 45Sen\ \omega t + 80\ ; E_2 = 60Sen\ \omega t - 95\ ; E_3 = 100Sen\ \omega t + 130$

Rpta. $E = 87{,}3Sen\ \omega t + 318{,}4$

# 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con el tema: Suma de ondas de la misma frecuencia, modelos matemáticos y gráficas pertinentes.

OP311C1

OP311C2

**b) Ejercitativas:** Estas animaciones son el complemento a la teoría ya que contienen un refuerzo de conceptos sobre el tema desarrollado de forma atractiva con unir correctamente y distintos ejercicios de muestra.

OP311E1

OP311E2

OP311E3

OP311E4

**c) Lúdicas:** Son animaciones interactivas que se presenta al usuario de una forma divertida para reforzar su aprendizaje de lo anteriormente estudiado.

OP311L1

OP311L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

Esta animación es de tipo lúdica, con la cual el usuario pone en evidencia sus habilidades al tratar de llevar el carro al garaje para obtener una recompensa, teniendo cuidado con las paredes ya que al chocar con ellas el juego se detiene automáticamente.

# 3.1.2 SUMA DE ONDAS DE DIFERENTES FRECUENCIAS

## 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

1- Reconocer y recordar las ecuaciones matemáticas de la suma de ondas de diferentes frecuencias.
2- Aplicar correctamente las ecuaciones en los problemas propuestos.
3- Valorar la importancia del tema.

## 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Al realizar la superposición de ondas de igual dirección y velocidad, pero de frecuencias diferentes se llega a resultados totalmente distintos de los antes estudiados. Consideremos las ondas $E_1 = E_0\, Sen(K_1 x - \omega_1 t)$ y $E_2 = E_0\, Sen(K_2 x - \omega_2 t)$, de amplitudes iguales y fases iniciales nulas. La onda resultante es:

$$E = 2E_0 \cos\frac{1}{2}[(K_1 - K_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t]\, Sen\frac{1}{2}[(K_1 + K_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t] \qquad \text{(a)}$$

Ahora definamos las frecuencias cíclicas temporal y espacial medios, $\overline{\omega}$ & $\overline{K}$ , y las frecuencias cíclicas temporal y espacial de modulación, $\omega_m$ & $K_m$ mediante:

$$\boxed{\overline{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \;;\quad \omega_m = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}} \qquad \text{(3.1.2.1)}$$

y:

$$\boxed{\overline{K} = \frac{K_1 + K_2}{2} \;;\quad K_m = \frac{K_1 - K_2}{2}} \qquad \text{(3.1.2.2)}$$

con lo cual la ecuación (a) se convierte en:

$$\boxed{E = 2E_0 \cos(K_m x - \omega_m t)\, Sen(\overline{K}x - \overline{\omega}t)} \qquad \text{(3.1.2.3)}$$

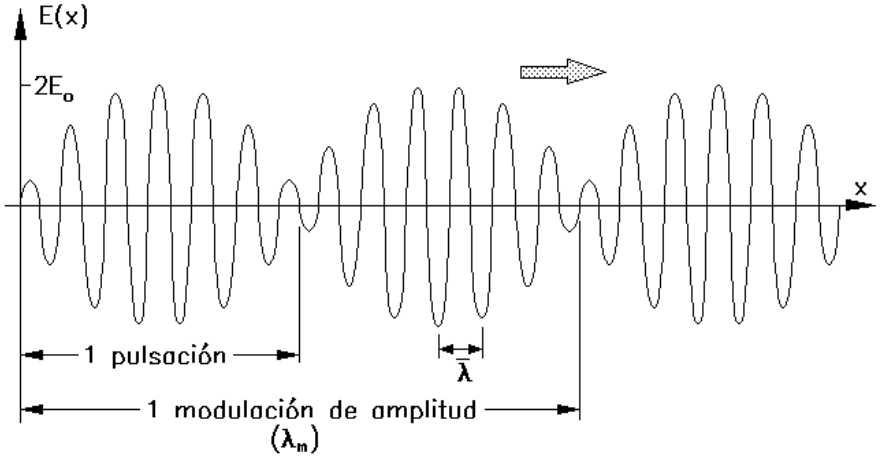
Entonces la resultante se puede considerar como una onda viajera de frecuencia $\overline{\omega}$ que tiene una amplitud modulada dada por $E_0(x;t) = 2E_0 \cos(K_m x - \omega_m t)$, como se aprecia en la figura 3.1.2.1.

Se llaman "pulsaciones" a las variaciones que sufre la amplitud de la onda resultante y cuya frecuencia temporal, que vale el doble de la frecuencia temporal de modulación de la amplitud, es:

$$f_{puls} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} \qquad (3.1.2.4)$$

Volvamos por un momento a la ecuación (3.1.2.3). La relación $\overline{\omega}/\overline{K}$ es la ya conocida velocidad de fase de la onda; es decir:

$$v = -\frac{\partial\phi/\partial t}{\partial\phi/\partial x} = \frac{\overline{\omega}}{\overline{K}} \qquad (3.1.2.5)$$




F i g u r a 3 . 1 . 2 . 1

Cabe preguntarnos qué representa la relación $\omega_m/K_m$. Veamos: $\frac{\omega_m}{K_m} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{K_1 - K_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta K}$. Pero si $\omega_1 \approx \omega_2$ & $K_1 \approx K_2$, entonces $\frac{\Delta\omega}{\Delta K} \approx \frac{d\omega}{dK}$, relación conocida como "velocidad de grupo", pues representa la velocidad con que se desplazan los "paquetes de onda" de una onda modulada en amplitud. Normalmente la velocidad de grupo es la misma que la de fase, salvo en aquellos casos en los que el medio es dispersor por lo que la velocidad de fase depende de la longitud de onda $\lambda$ o de la frecuencia cíclica espacial *K*.

Representaremos con $v_g$ a la velocidad de grupo, entonces:

$$v_g = \frac{d\omega}{dK} = v + K\frac{dv}{dK} = v\left[1 - \frac{K}{n}\frac{dn}{dK}\right] = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda} \qquad (3.1.2.6)$$

Insistimos en la importancia de la superposición de ondas, pues, como ya se indicó, la polarización no es sino la superposición de ondas ortogonales, fundamentalmente. La interferencia y la difracción son el producto de la superposición de ondas paralelas, fundamentalmente.

La superposición de muchas ondas armónicas de este tipo produce generalmente perfiles resultantes anarmónicos muy interesantes. La técnica matemática para esta cuestión fue estudiada por el físico francés Jean Baptiste Fourier. Nosotros postergamos este estudio hasta la próxima unidad.

## 3) PROBLEMA MODELO:

1.- Halle la onda resultante de la superposición de ondas $E_1 = 150Sen\ 650x - 800t$ y $E_2 = 190Sen\ 644x - 792t$ .

$$\omega = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad k = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$\omega = \frac{800 + 792}{2} \qquad k = \frac{650 + 644}{2}$$

$$\omega = 796 \qquad k = 647$$

$$\omega_m = \frac{x_1 - x_2}{2} \qquad k_m = \frac{k_1 - k_2}{2}$$

$$\omega_m = \frac{800 - 792}{2} \qquad k_m = \frac{650 - 644}{2}$$

$$\omega_m = 4 \qquad k_m = 3$$

$$E = 340Cos\ 3x - 4t\ Sen(647x - 796t)$$

# 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

**a) Complete:**

1.- Se llama pulsaciones……..…….....
……

2.- Se conoce como velocidad de grupo a……
……..…..

3.- La velocidad de fase depende de……..
……..

**a) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

Al superponer las ondas $E_1 = 80Sen\ 68x - 52t$ y $E_2 = 80Sen\ 60x - 48t$ . Encuentre la expresión de la onda resultante.

Rpta. $E = 160Cos(2x - 4t)Sen\ 50x - 64t$

## 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Esta animación presenta los diferentes conceptos, gráficos y expresiones matemáticas relacionadas con la suma de ondas de diferente frecuencia.

OP312C1

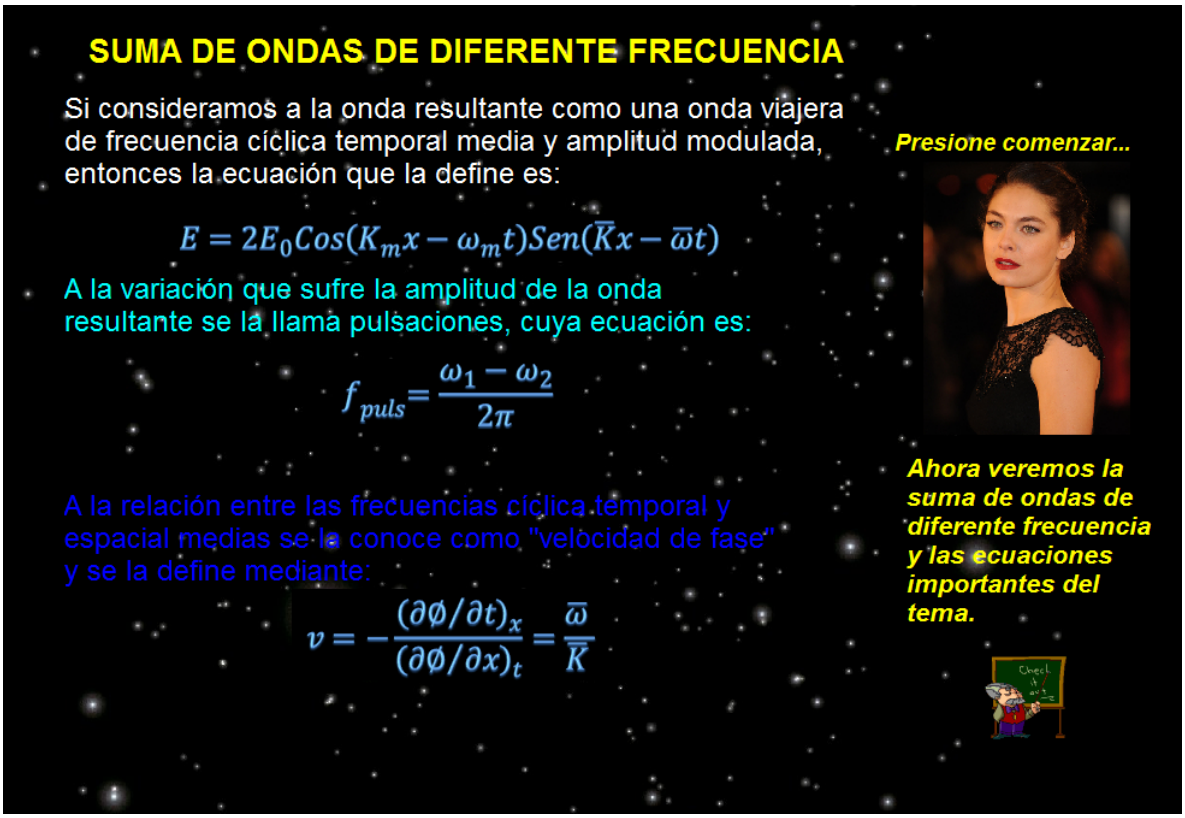
**b) Ejercitativas:** Este conjunto de animaciones muestran a los usuarios distintos ejercicios resueltos y contienen una animación interactiva que consiste en enlazar las expresiones matemáticas con los respectivos enunciados reforzando lo aprendido en las animaciones conceptuales.

OP312E1
OP312E2
OP312E3
OP312E4

**c) Lúdicas:** En estas animaciones se muestran dos juegos didácticos en los que el usuario pone de manifiesto sus habilidades. Cuando el estudiante logre la acción pedida por la maestra, visualizará su premio que está diseñado para reforzar sus conocimientos.

OP312L1
OP312L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

Esta animación es de tipo conceptual, en ella se evidencia la parte teórico-conceptual, acompañada de los respectivos modelos matemáticos correspondientes al tema. Con esta animación el usuario deberá prestar la suficiente atención.

# 3.1.3 POLARIZACIÓN PLANA

## 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

1- Conocer este tipo de polarización.
2- Aprender a diferenciar este tipo de polarización.
3- Resolver los problemas relacionados con el tema.

## 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Consideremos las perturbaciones ópticas ortogonales linealmente polarizadas:

$$\vec{E}_x(z;t) = E_{0x}\,Sen(Kz - \omega t)\,\vec{i} \quad \& \quad \vec{E}_y(z;t) = E_{0y}\,Sen(Kz - \omega t + \varepsilon)\,\vec{j}$$

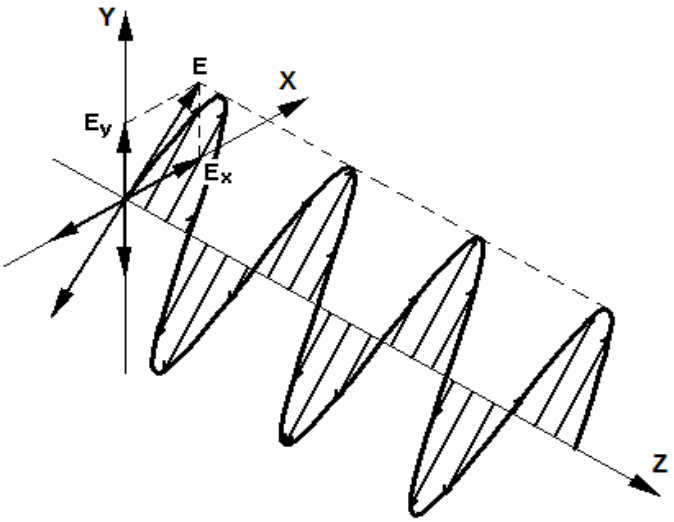
en donde $\varepsilon$ es la diferencia de fase relativa entre las ondas que viajan en la dirección Z, y cuyos planos de vibración son XZ y YZ, respectivamente. La resultante de estas dos perturbaciones ópticas es:

$$\boxed{\vec{E}(z;t) = \vec{E}_x(z;t) + \vec{E}_y(z;t)} \qquad (3.1.3.1)$$

Si la diferencia de fase, $\varepsilon$, es un múltiplo de $\pm 2m\pi$, siendo $m$ un entero, entonces, la ecuación (3.1.3.1) toma la forma:

$$\boxed{\vec{E}(z;t) = (E_{0x}\,\vec{i} + E_{0y}\,\vec{j})\,Sen(Kz - \omega t)} \qquad (3.1.3.2)$$

en donde la resultante tiene una amplitud fija igual a $E_{0x}\,\vec{i} + E_{0y}\,\vec{j}$ y la ecuación (3.1.3.2) en sí misma resulta ser también una perturbación óptica "linealmente polarizada", como se ilustra en la figura 3.1.3.1.

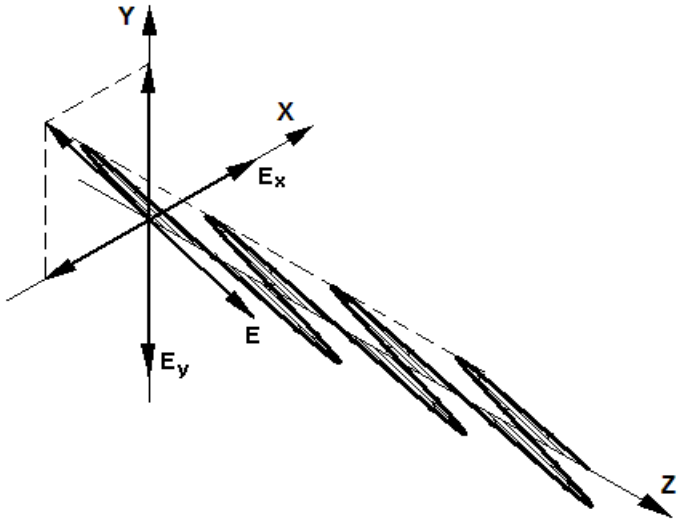



F i g u r a 3 . 1 . 3 . 1

Si la diferencia de fase, $\varepsilon$, es un múltiplo de $\pm(2m+1)\pi$, siendo $m$ un entero, entonces la ecuación (3.1.3.1) toma la forma:

$$\vec{E}(z;t) = (E_{0x}\vec{i} - E_{0y}\vec{j})Sen(Kz - \omega t) \qquad (3.1.3.3)$$

cuya amplitud es $(E_{0x}\vec{i} - E_{0y}\vec{j})$, linealmente polarizada y su plano de vibración está rotado un ángulo $\theta$ con respecto a la onda de la ecuación (3.1.3.2), como se ilustra en la figura 3.1.3.2.




F i g u r a 3 . 1 . 3 . 2

"Una onda luminosa polarizada en un plano se denomina luz en estado P" y corresponde a una de las formas más sencillas de polarización. Haciendo un recuento de lo analizado en el tema, vemos fácilmente que la polarización lineal o plana es la consecuencia natural de la superposición de dos ondas mutuamente perpendiculares, de igual frecuencia cíclica temporal y velocidad, y cuyo desfase $\varepsilon$ es nulo o $\pm\pi$.

## 3) PROBLEMA MODELO:

1.- Encuentre una ecuación que represente una onda polarizada linealmente armónica, que se propaga en la dirección del eje X, de amplitud 50 y que tiene un plano de vibración inclinado hacia arriba 40° con respecto al plano XY.

$E(x;t) = E_{0x}Sen(Kx - \omega t)$

$E_0 = 50Cos40J + 50Sen40k$

$\boldsymbol{E} = \ 38{,}3\jmath + 32{,}139k \ Sen(Kx - \omega t)$

2.- Describa las características principales del estado de polarización de la onda: $E\ y;t\ = -2E_0 k Sen\ Ky + \omega t\ -\ \overline{5}E_0 \imath Sen\ Ky + \omega t\ .$

$A = \sqrt{-2E_{0z}\ ^2 + \ -\ \overline{5}E_{0x}\ ^2}$

$A = \sqrt{4{E_{0z}}^2 + 5{E_{0x}}^2}$

$A = 3E_0$

$\alpha = Cos^{-1}\ \frac{-\ \overline{5}E_0}{3E_0}$ $\qquad$ $\beta = Cos^{-1}\ \frac{-2E_0}{3E_0}$

$\alpha = 138{,}19°$ $\qquad$ $\beta = 131{,}81°$

La onda se propaga en –Y sobre un plano que forma 90° con el plano YZ.

## 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

**a) Marque verdadero (V) o falso (F) para los siguientes enunciados:**

1.- Para producir la polarización plana, el desfase de dos ondas debe ser $\varepsilon = \pm 2\pi$. ( )

2.- Para producir la polarización plana, el desfase de dos ondas debe ser $\varepsilon = \pm(2m\pi + \pi)$. ( )

3.- Una onda luminosa polarizada en un plano se denomina luz en estado $\mathcal{P}$. ( )

4.- La polarización plana consiste en la selección de un plano para oscilar. ( )

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

1) Halle la expresión para una onda plana armónica linealmente polarizada, de amplitud 300, que se propaga sobre el plano XY sobre una recta bisectriz a los ejes X & Y, y que vibra en el plano XY.

Rpta. $E\ x;y;t\ = \ -150\ \ \overline{2}\imath + 150\ \ \overline{2}\jmath\ Sen\ \frac{2\pi}{\overline{2}\lambda}\ x + y\ - \omega t$

2) Halle la expresión de una onda linealmente polarizada de frecuencia angular $\omega$ que se propaga en dirección positiva de Z con su plano de vibración a 50° del plano ZX.

Rpta. $E\ z;t\ =\ 0{,}643E_0\imath + 0{,}766E_0J\ Cos(Kz - \omega t + \alpha)$

3) Halle una expresión para la perturbación polarizada en un plano, de frecuencia angular $\omega$, que se propaga en la dirección positiva de Z, de tal manera que el campo $E$ hace un ángulo de 140° con la dirección positiva de X para t = 0 y z = 0. Compruebe que esta onda es ortogonal a la del problema 2.

Rpta. $0{,}643E_0\imath + 0{,}766E_0J\ .\ -0{,}766E_0\imath + 0{,}643E_0J$

# 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Este grupo de animaciones presenta al usuario la parte conceptual relacionada con la polarización plana y sus expresiones matemáticas de forma atractiva y dinámica.

OP313C1

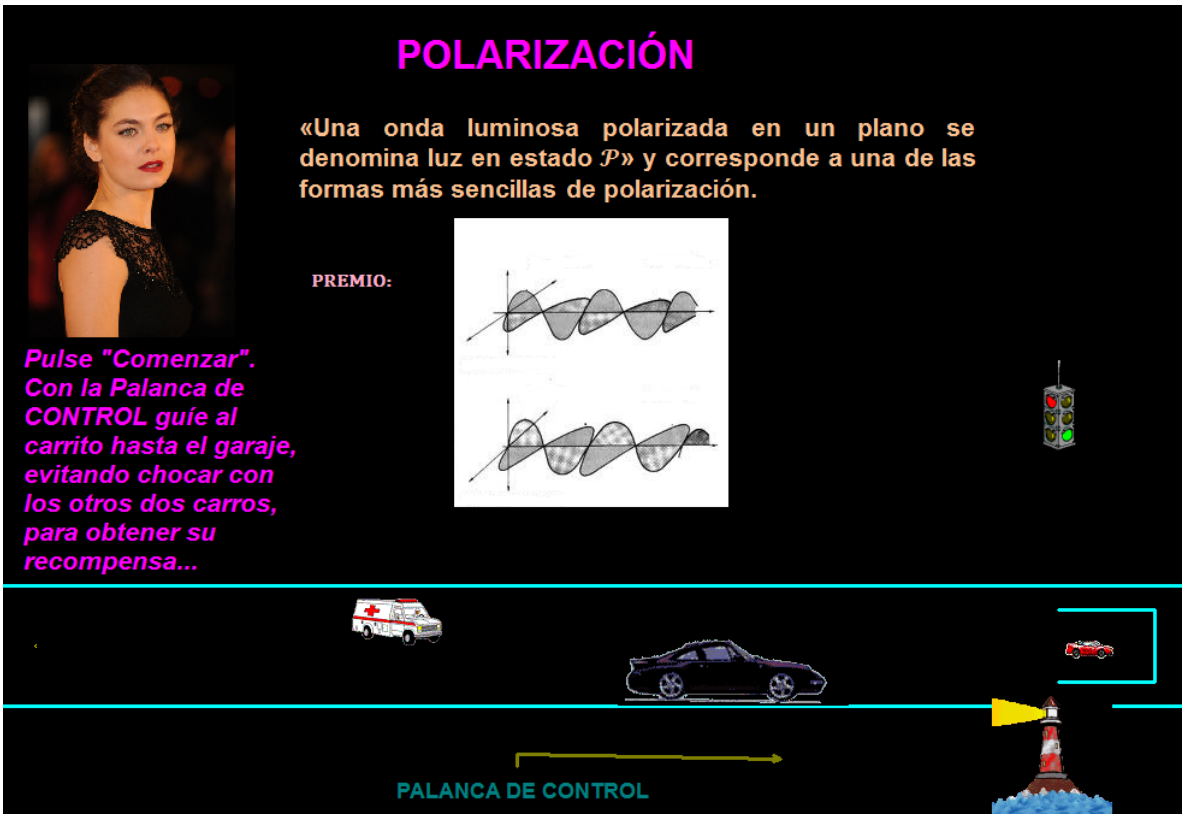
**b) Ejercitativas:** Muestran al estudiante tres ejercicios resueltos con respecto al tema y contiene una animación en la que puede interactuar con el computador ya que consiste en enlazar enunciados con ecuaciones y conceptos ya adquiridos.

OP313E1
OP313E2
OP313E3
OP313E4

**c) Lúdicas:** Estas animaciones son muy interactivas, consisten en el uso de sus destrezas psicomotoras de dificultad moderada; el usuario debe llevar a su vehículo hasta el garaje sin chocar con los obstáculos; si realiza con éxito la tarea encomendada aparecerá su premio; de la misma manera, en el segundo juego didáctico debe derribar a su enemigo para obtener su premio correspondiente al tema.

OP313L1
OP313L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

Es una animación del tipo lúdica en la cual el usuario deberá llevar al carro desde el punto de partida hasta llegar al garaje y obtener su recompensa; teniendo precaución con los autos y las paredes.

# 3.1.4 POLARIZACIÓN CIRCULAR Y ELÍPTICA

## 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

1-. Redescubrir las expresiones matemáticas para estos casos de polarización.
2-. Admirar la importancia del tema.
3-. Desarrollar correctamente las actividades planteadas.

## 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

***POLARIZACIÓN CIRCULAR:***

Cuando las perturbaciones ópticas tienen igual amplitud, es decir, $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y su diferencia de fase es $\varepsilon = \left(2m - \frac{1}{2}\right)\pi$, en donde $m$ es un entero, tenemos:

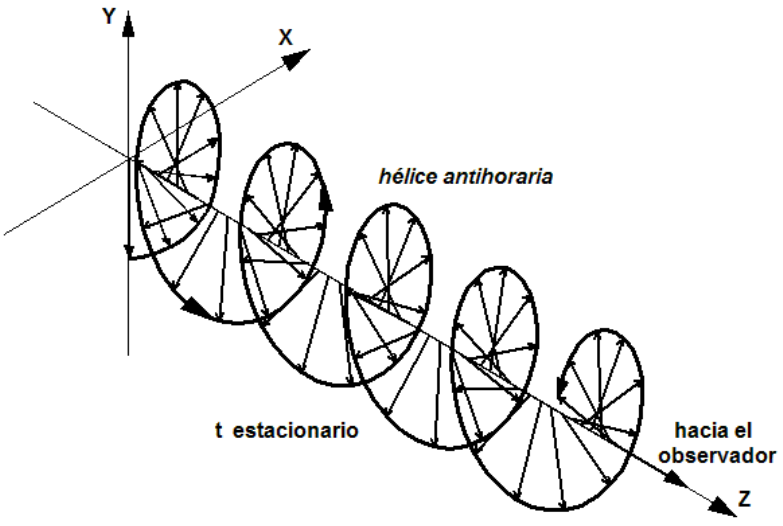
$$\vec{E}_x(z;t) = E_0\, Sen(Kz - \omega t)\,\vec{i} \quad \text{y}$$

$$\vec{E}_y(z;t) = E_0\, Sen\left(Kz - \omega t - \frac{\pi}{2}\right)\vec{j} = -E_0\, Cos(Kz - \omega t)\,\vec{j}$$

Por lo tanto, la resultante está dada por:

$$\vec{E}(z;t) = E_0\left[Sen(Kz - \omega t)\,\vec{i} - Cos(Kz - \omega t)\,\vec{j}\right] \qquad (3.1.4.1)$$

como se ilustra en la figura 3.1.4.1.




F i g u r a 3 . 1 . 4 . 1

Luego, se obtiene una onda resultante $\vec{E}$, de amplitud constante $E_0$, cuya dirección, para un $z = z_0$, varía con el tiempo; o, lo que es lo mismo, para un $t = t_0$, varía con la posición. Es decir $\vec{E}$ no está restringido a un solo plano; sino que, en la posición $z = z_0$, "barre" un círculo de radio $E_0$ y de sentido horario a medida que transcurre el tiempo, con respecto a un observador hacia quien viaja la luz. Equivalentemente, para un instante $t = t_0$, la "fotografía" de $\vec{E}$ es una hélice circular antihoraria para el mismo observador. Cuando esto ocurre se dice que "la luz está polarizada circularmente a la derecha y corresponde a un estado R".

Si la diferencia de fase es $\varepsilon = \left(\frac{1}{2} - 2m\right)\pi$, en donde $m$ es un entero, tenemos:

$$\vec{E}_x(z;t) = E_0\, Sen(Kz - \omega t)\,\vec{i} \quad \text{y} \quad \vec{E}_y(z;t) = E_0\, Sen\left(Kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\vec{j} = E_0\, Cos(Kz - \omega t)\,\vec{j}$$

Por lo tanto la resultante está dada por:

$$\vec{E}(z;t) = E_0\left[Sen(Kz - \omega t)\,\vec{i} + Cos(Kz - \omega t)\,\vec{j}\right] \qquad (3.1.4.2)$$

cuya magnitud nuevamente es constante, de valor $E_0$ y su dirección es también variable con el tiempo. Ahora el vector $\vec{E}(z;t)$ barre un círculo antihorario en la posición $z = z_0$, con respecto a un observador hacia quien viaja la luz. Equivalentemente, la "fotografía" de la onda para el instante $t = t_0$ será una hélice horaria con respecto al mismo observador. En estos casos se dice que "la luz está polarizada circularmente a la izquierda, y corresponde a un estado $\mathcal{L}$", como se ilustra en la figura 3.1.4.2.

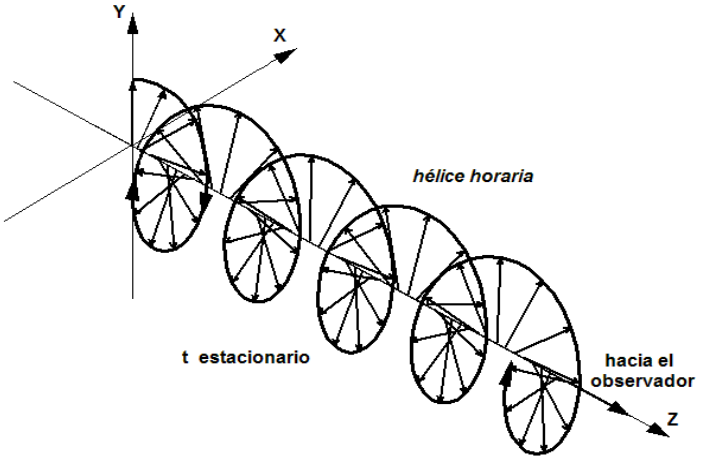



Figura 3.1.4.2

"Toda onda linealmente polarizada se puede sintetizar con dos ondas de polarización circular opuestas de igual amplitud".

### *POLARIZACIÓN ELÍPTICA*

"La superposición de dos ondas ortogonales polarizadas linealmente, cuyas magnitudes no son iguales, da por resultado luz elíptica o luz en estado $\mathcal{E}$". Consideremos dos ondas en estados P:

$$\vec{E}_x = E_{0x}\, Sen(Kz - \omega t)\,\vec{i} \quad \& \quad \vec{E}_y = E_{0y}\, Sen(Kz - \omega t + \varepsilon)\,\vec{j}$$

La forma general de la resultante es:

$$\vec{E}(z;t) = E_{0x}\, Sen(Kz - \omega t)\,\vec{i} + E_{0y}\, Sen(Kz - \omega t + \varepsilon)\,\vec{j} \qquad (3.1.4.3)$$

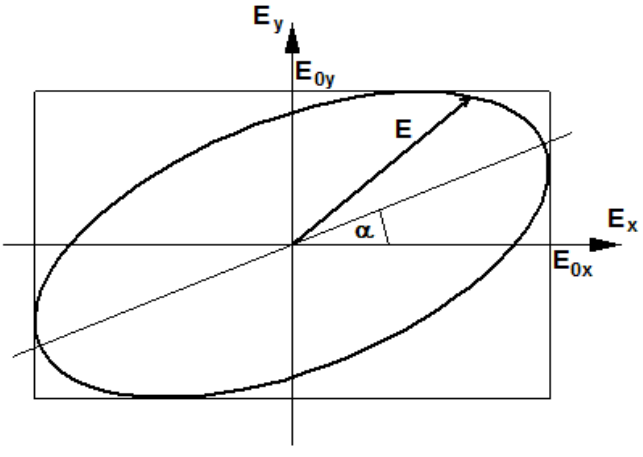
Para determinar una forma alterna y escalar de ésta, debemos desarrollarla en forma escalar de tal forma que desaparezca la dependencia explícita de ($Kz - \omega t$ ). Al hacerlo se obtiene:

$$\left[\frac{E_x}{E_{0x}}\right]^2 + \left[\frac{E_y}{E_{0y}}\right]^2 - 2\left[\frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}}\right]\mathrm{Cos}\,\varepsilon = Sen^2\,\varepsilon \qquad (3.1.4.4)$$

que es la ecuación de una elipse, cuyo eje mayor forma un ángulo $\alpha$ con el eje $E_x$ del sistema coordenado $(E_x; E_y)$, tal que:

$$\alpha = \frac{1}{2} Tan^{-1}\left(\frac{2E_{0x} E_{0y}}{E_{0x}^{\,2} - E_{0y}^{\,2}}\, Cos\,\varepsilon\right) \qquad (3.1.4.5)$$

como se ilustra en la figura 3.1.4.3.



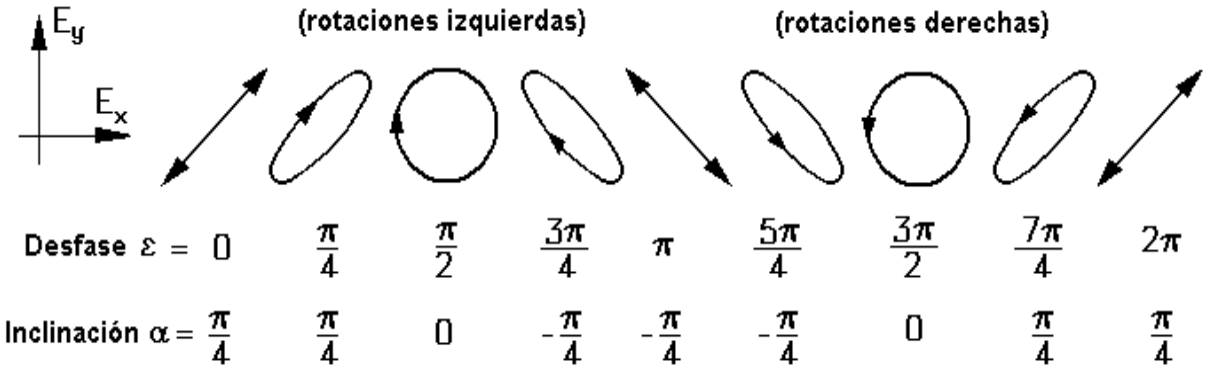

F i g u r a 3 . 1 . 4 . 3

Se pueden obtener infinitos valores de $\alpha$ dependiendo de los valores de las amplitudes $E_{0x}$ y $E_{0y}$ así como del ángulo de desfase $\varepsilon$. Para un par específico $(E_{0x}, E_{0y})$ se obtendrá un ángulo $\alpha$ máximo cuando $\varepsilon = 0$ o $\varepsilon = \pi$, es decir $Cos\ \varepsilon = \pm 1$, dado por:

$$\alpha_{máx} = \pm\frac{1}{2} Tan^{-1}\left(\frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^{\ 2} - E_{0y}^{\ 2}}\right) \qquad (3.1.4.6)$$

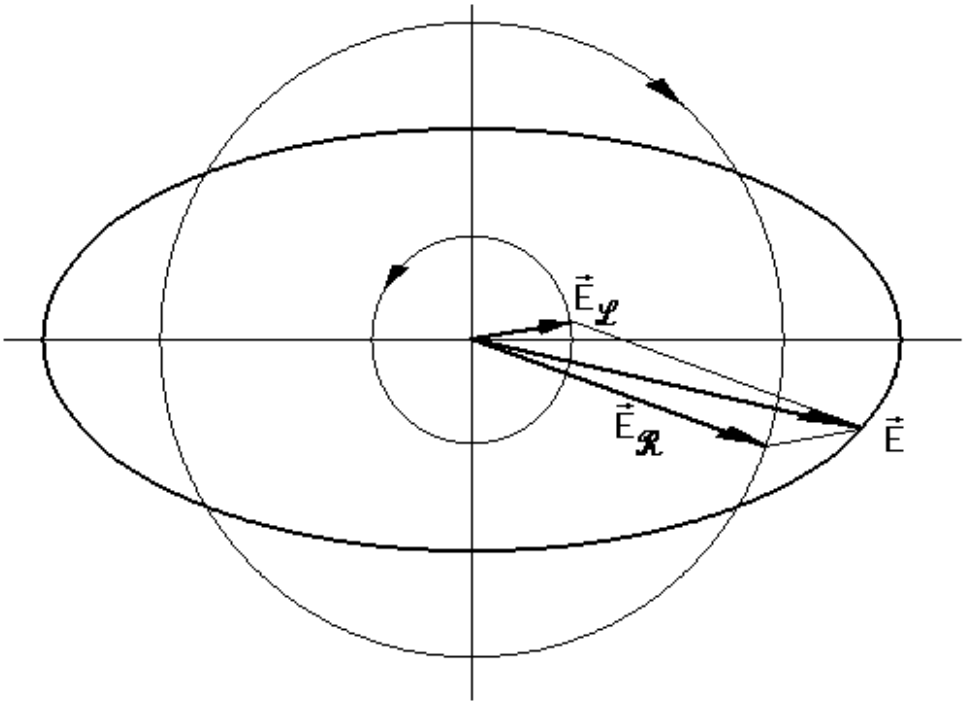
En general, para un par dado, $(E_{0x}, E_{0y})$, $0 < |\alpha| < |\alpha_{máx}|$, según sea el valor del ángulo de desfase $\varepsilon$.

Un caso especial ocurre cuando $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, pues $\alpha_{máx} = \pm\frac{\pi}{4}$. En la figura 3.1.4.4 se muestran, para este caso particular, algunas de las configuraciones de polarización elíptica que corresponden a diferentes valores de $\varepsilon$, y los correspondientes valores de inclinación $\alpha$. En general se trata de elipses horarias o antihorarias encerradas dentro de un cuadrado de lado $2E_0$ y de inclinaciones $-\frac{\pi}{4} \le \alpha \le \frac{\pi}{4}$.




F i g u r a 3 . 1 . 4 . 4

Así como la onda polarizada linealmente (estado P) se puede sintetizar con dos ondas en estados $\mathcal{R}$ y $\mathcal{L}$, también "la luz elíptica se puede sintetizar como la superposición de estados $\mathcal{R}$ y $\mathcal{L}$", como se muestra en la figura 3.1.4.5.




F i g u r a 3 . 1 . 4 . 5

## 3) PROBLEMA MODELO:

Se tiene una luz elíptica $E\ z,t\ = 250Sen\ kz - \omega t\ \imath + 400Sen(kz - \omega t + \frac{\pi}{2})\jmath$. Halle su inclinación.

$$\alpha = \frac{1}{2}Tan^{-1}\ \ \frac{2E_{0x}E_{0y}}{{E_{0x}}^2 - {E_{0y}}^2}Cos\varepsilon$$

$$\alpha = \frac{1}{2}Tan^{-1}\ \ \frac{2(250)(400)}{(250)^2 - (400)^2}Cos\,\pi\ \ 2$$

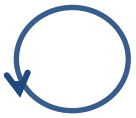
$$\alpha = \frac{1}{2}Tan^{-1}\ \ 0$$

$$\alpha = \frac{1}{2}(0)$$

$$\alpha = 0$$

## 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

### a) Empate correctamente:

(A) Rotación izquierda con $\varepsilon = {}^{3\pi}{}_{4}$ y $\alpha = -{}^{\pi}{}_{4}$ ( ) 

(B) Rotación izquierda con $\varepsilon = 0$ y $\alpha = {}^{\pi}{}_{4}$ ( ) 

(C) Rotación derecha con $\varepsilon = {}^{7\pi}{}_{4}$ y $\alpha = {}^{\pi}{}_{4}$ ( ) 

(D) Rotación derecha con $\varepsilon = {}^{3\pi}{}_{2}$ y $\alpha = 0$ ( ) 

### b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, el siguiente problema:

Halle la expresión del estado $\mathscr{E}$armónico, derecho, que se propaga en la dirección del eje Z con su mayor eje a 45° con el eje X.

Rpta. $E\ z,t\ = E_0 Sen\ Kz - \omega t\ \imath + E_0 Sen\ Kz - \omega t + {}^{7\pi}{}_{4}\ \jmath$

## 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual, los modelos matemáticos y gráficas correspondientes a polarización circular y elíptica.

OP314C1
OP314C2

**b) Ejercitativas:** Estas animaciones presentan ejercicios resueltos en los cuales el usuario observará y estudiará paso a paso su resolución y además tiene una animación que consiste en enlazar correctamente enunciados; de esta forma el estudiante podrá evidenciar lo aprendido a través de las animaciones conceptuales.

OP314E1
OP314E2
OP314E3
OP314E4

**c) Lúdicas:** Estas animaciones son puramente interactivas, pues presentan dos juegos interactivos con los cuales el usuario deberá poner a prueba sus habilidades manuales y mentales para obtener su recompensa.

OP314L1
OP314L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

Esta es una animación del tipo ejercitativa, en la cual el usuario deberá emparejar correctamente. Sirviendo esta animación como refuerzo de lo aprendido en las animaciones teóricas.

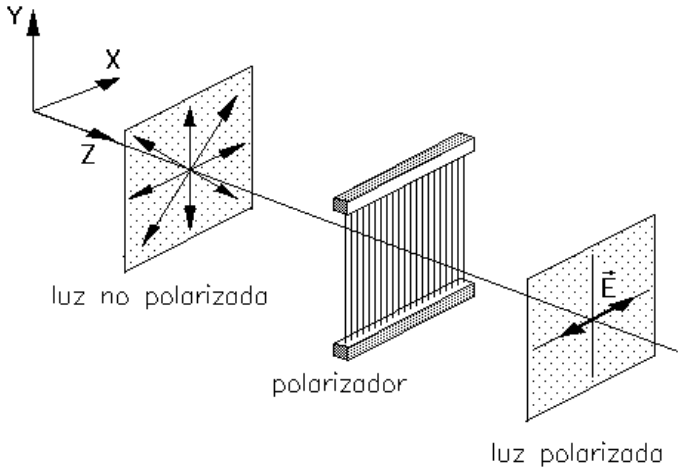
# 3.1.5 DICROÍSMO. POLARIZADORES DICROICOS

## 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

1- Aprender a definir correctamente el dicroísmo.
2- Transferir los conocimientos adquiridos a la resolución de los problemas planteados.
3-. Apoyar el compañerismo para un óptimo aprendizaje.

## 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

La luz natural puede sintetizarse mediante dos componentes ortogonales cuya diferencia de fase varía en forma muy rápida y al azar. El dicroísmo es la "absorción selectiva" de una de las dos componentes ortogonales constitutivas de la luz natural incidente. Este proceso se realiza mediante el polarizador dicroico, que en sí mismo es físicamente anisotrópico, produciendo una absorción preferencial de una componente del campo mientras que es esencialmente transparente para la otra. Uno de los polarizadores dicroicos creados y utilizados por el hombre es el polarizador de rejilla de alambre, el mismo que consiste de una rejilla de alambres conductores paralelos muy finos, como se ve en la figura 3.1.5.1.




F i g u r a 3 . 1 . 5 . 1

Para explicar el funcionamiento de este sistema, consideremos una onda electromagnética no polarizada que incide por la izquierda sobre la rejilla. El campo eléctrico de esta onda se puede resolver en dos componentes ortogonales, una paralela a los alambres y la otra perpendicular a ellos. La componente paralela impulsa a los electrones de conducción a lo largo de los alambres produciendo una corriente, estos electrones tienen colisiones con los átomos de la red impartiéndoles energía y

calentando así a los alambres. Además, los electrones que se aceleran a lo largo de la componente paralela radian tanto hacia adelante como hacia atrás y esta componente se anula. Sin embargo la componente perpendicular queda casi inalterada cuando pasa por la rejilla debido a que los electrones no son libres de moverse muy lejos en la dirección X, y por ende no reirradian una "contraonda" en esta dirección que tienda a eliminar a la componente incidente perpendicular a los alambres. Por consiguiente, el eje de transmisión de la rejilla es perpendicular a los conductores. Es un error suponer que la componente paralela a los alambres se desliza de alguna manera a través de los espacios entre ellos.

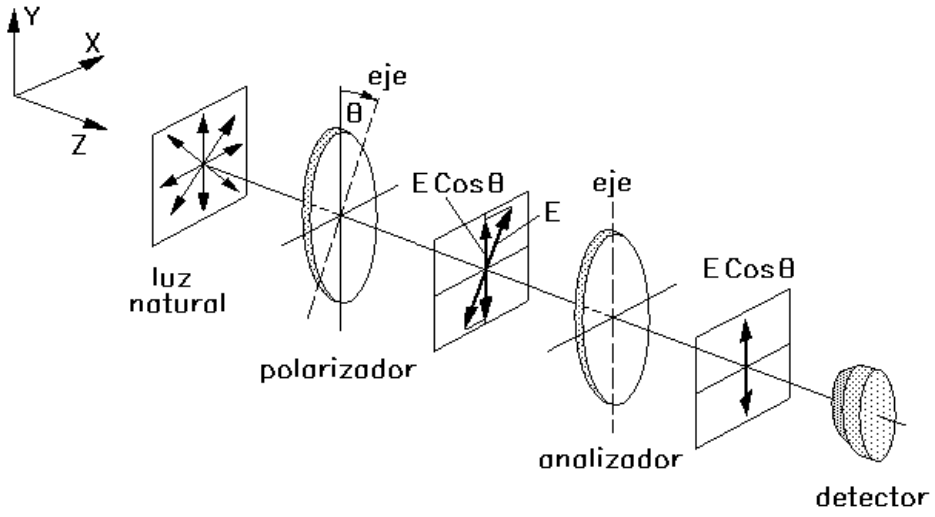
Hay ciertos materiales dicroicos por naturaleza, como la turmalina, debido a una anisotropía en su estructura cristalina. Esta sustancia tiene una dirección específica conocida como eje óptico. La componente del campo eléctrico incidente, que es perpendicular al eje óptico, es fuertemente absorbida por el cristal. Una placa de turmalina cortada paralelamente al eje óptico servirá como un polarizador lineal y, en este caso, el eje de transmisión del polarizador es el mismo eje óptico del cristal.

Se llaman "polaroides" los polarizadores artificiales de hoja dicroica. El primero de ellos, llamado "hoja polaroide J" e inventada en 1928 por Land, era un conjunto de millones de microcristales de herapatita convenientemente alineados mediante métodos magnéticos o mecánicos. Desgraciadamente esta hoja resultó ser muy nebulosa. El mismo Land, en 1938, inventó la "hoja H", que es un polarizador lineal muy efectivo. Éste no contiene cristales dicroicos, más bien es una "reproducción molecular de la rejilla de alambre". Consiste de una hoja de alcohol polivinílico claro que se calienta y estira en una dirección dada, y sus largas moléculas de hidrocarbón quedan alineadas en el proceso; esta hoja se sumerge en una solución colorante rica en yodo. Los electrones de conducción asociados con el yodo circulan a lo largo de las moléculas de hidrocarbón que están alineadas. El eje de transmisión de este polarizador es perpendicular a la dirección en la cual fue estirada la hoja. La hoja H ideal sería la HN-50, que desgraciadamente no existe. En el mercado se encuentran las hojas HN-22, HN-32, HN-38 y HN-46. Otros polarizadores que se han desarrollado en los últimos años son:

- La "hoja K", resistente a la humedad y al calor, y cuya dicromórfora (entidad dicroica molecular), es la cadena de hidrocarburo de polivinilo.

- La "hoja HR", que es un polarizador para el cercano infrarrojo; es una especie de combinación de las hojas H y K.

- El "polaroide vectograph", que es un material para ser incorporado en procesos para hacer fotografías tridimensionales (hologramas) y producir efectos sicodélicos. Es un laminado plástico formado por dos hojas de polivinilo estiradas y unidas de tal manera que sus direcciones de estiramiento sean perpendiculares.




F i g u r a 3 . 1 . 5 . 2

Si se tienen dos polarizadores lineales de polaroide orientados con un ángulo $\theta$ entre sus ejes de transmisión, como se indica en la figura 3.1.5.2, la expresión para la irradiancia del haz emergente es una función de $\theta$ y está dada por la ecuación:

$$I(\theta) = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2 \, Cos^2 \theta$$

Cuando $\theta = 0$ en la ecuación anterior, la irradiancia es máxima y está dada por:

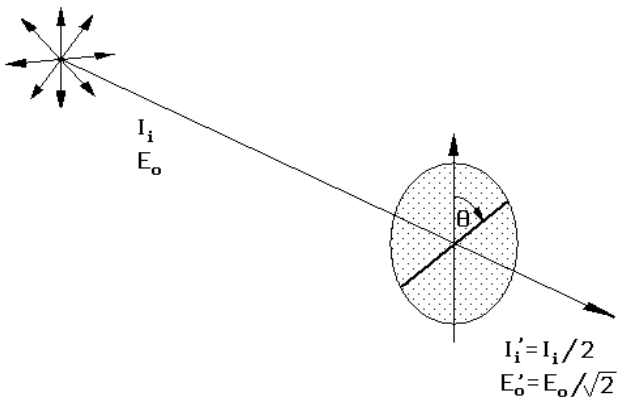
$$I(0) = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2$$

y dicha ecuación se transforma en:

$$\boxed{I(\theta) = I(0) \, Cos^2 \theta} \qquad (3.1.5.1)$$

expresión conocida como “ley de Malus”.

Si un haz de luz no polarizada, de irradiancia incidente $I_i$ y amplitud de campo eléctrico incidente $E_0$, pasa a través de un polarizador perfecto, la irradiancia emergente es $I_i' = \frac{I_i}{2}$ y la amplitud de campo eléctrico es $E_0' = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$, independientemente del ángulo de inclinación del eje de transmisión del polarizador lineal, como se indica en la figura 3.1.5.3.




F i g u r a 3 . 1 . 5 . 3

## 3) PROBLEMA MODELO:

1.- Tres polarizadores lineales perfectos se alinean, formando unos ángulos son la vertical de 0°, 60° y 90°, ¿Cuál es la irradiancia emergente en términos de $I_i$?

$$I\ 1° = \frac{1}{2} I_i Cos^2\theta = \frac{1}{2} I_i Cos^2 0 = \frac{1}{2} I_i$$

$$I\ 2° = I\ 1°\ Cos^2\ 60 - 0 = \frac{1}{2} I_i Cos^2 60 = \frac{1}{2} I_i \frac{1}{4} = \frac{1}{8} I_i$$

$$I\ 3° = I\ 2°\ Cos^2\ 90 - 60 = \frac{1}{8} I_i Cos^2 30 = \frac{1}{8} I_i \frac{3}{4} = \frac{3}{32} I_i$$

$$\boldsymbol{I_t = \frac{3}{32} I_i}$$

## 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

**a) Complete:**

1.- La expresión matemática de la ley de Malus es:…..…….

2.- Enumere 4 tipos de hojas polarizadoras: ……..,..……..……,
..……..y……

3.- La turmalina y el hiperesteno son..……
……..

4.- El dicroísmo es la…….
……..

5.- La luz natural puede sintetizarse mediante……..
…….....

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

1) Dos polarizadores lineales perfectos se fijan de tal manera que sus ejes de transmisión forman un ángulo de 60°. ¿Cuál es la irradiancia del haz emergente en términos de la irradiancia no polarizada incidente $\boldsymbol{I_i}$?

Rpta. $I_t = 0{,}0151 I_i$

2) ¿Cuál debe ser la orientación relativa de dos polarizadores lineales perfectos si bajo iluminación con luz natural el haz emergente se reduce a la mitad de su valor transmitido?.

Rpta. $\theta = 45°$

3) Imagínese dos polarizadores cruzados con sus ejes de transmisión vertical y horizontal. Ahora inserte un tercer polarizador entre ellos con su eje de transmisión a 45° con la vertical. Determine la irradiancia en función de $I_i$ luego de insertado el tercer polarizador.

Rpta. $I_t = \frac{1}{8} I_i$

# 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Esta animación presenta la parte teórico-conceptual relacionada con el tema desarrollado anteriormente de forma atractiva e interactiva.
OP315C1

**b) Ejercitativas:** Este grupo de animaciones muestra al usuario ejercicios resueltos, una animación que consiste en enlazar enunciados con expresiones matemáticas afianzando de esta manera sus conocimientos y brindando opciones para el correcto uso de las ecuaciones aprendidas.

OP315E1
OP315E2
OP315E3
OP315E4

**c) Lúdicas:** Estas animaciones presentan dos tipos de juegos que son de mucha destreza para cautivar la atención del alumno y despertar el interés por obtener su premio que es un debido conocimiento sobre el tema, el primero se trata de conducir al conocido correcaminos hasta su comida obteniendo un premio extra aparte de comer, y el segundo se trata de conducir una nave hasta el hangar sin chocar con los enemigos.

OP315L1
OP315L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

Esta animación de muestra es de tipo conceptual, contiene todo lo relacionado a la parte conceptual e ilustraciones necesarias para llamar la atención del usuario, es de cómodo uso, pues está compuesta por pantalladas, es decir, que el usuario no debe abrir otra conceptual más para obtener todo el conocimiento sobre el tema.

# 3.1.6 BIRREFRINGENCIA

## 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

1-. Admirar éste fenómeno.
2-. Observar sus distintas aplicaciones.
3-. Ejecutar las actividades propuestas.

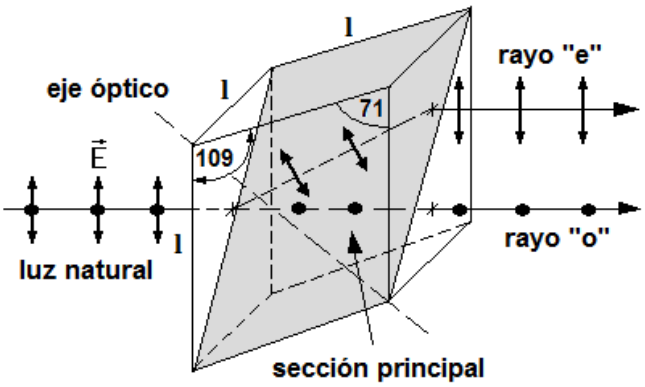
## 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Una sustancia cristalina es anisotrópica si sus propiedades ópticas, por ejemplo el índice de refracción, son diferentes en diferentes direcciones dentro de una muestra dada. Un electrón que se desplaza del equilibrio dentro de esta sustancia a lo largo de una dirección oscilará con una diferente frecuencia característica de aquella con la que lo haría si fuera desplazado en otra dirección. La luz al propagarse a través de esta sustancia excita los electrones dentro del medio, los cuales son impulsados por el campo eléctrico $\vec{E}$ y ellos reirradian, produciendo onditas secundarias, las cuales se recombinan y la onda refractada resultante sigue adelante. La velocidad de la onda y el índice de refracción estarán determinados por la diferencia entre la frecuencia del campo $\vec{E}$ y la frecuencia natural de los electrones dentro del medio.

"Un cristal que tiene dos índices de refracción es birrefringente"; además, si éste absorbe una de las componentes ortogonales de la luz natural y deja pasar la otra, es "dicroico". Un cristal birrefringente tiene un eje de simetría llamado "eje óptico", el cual no es sólo una línea, sino una dirección. Uno de los cristales birrefringentes más importantes es la calcita, $CaCO_3$, sustancia muy común que se encuentra en la naturaleza. La gran birrefringencia mostrada por ésta surge debido a que todos los grupos de carbono están en planos normales al eje óptico. Las muestras de calcita se pueden rajar fácilmente formando superficies lisas conocidas como "planos de rajadura". Así se obtienen muestras romboédricas, cuyas caras son paralelogramos de ángulos *102°* y *78°*. El cristal tiene entonces dos esquinas romas. Una recta que pasa por una de ellas formando ángulos iguales con los tres lados que forman dicha esquina es un eje de triple simetría: es el "eje óptico". Si los lados del rombo son iguales, el eje óptico es la diagonal ínter vértices romos. Una sección interna del rombo que contenga al eje óptico y además sea normal a un par de superficies opuestas se denomina *"sección principal"*; hay tres de ellas en el rombo y sus ángulos son de *109° & 71°*. Estos cristales de calcita presentan el fenómeno de la birrefringencia, por lo que si enviamos un haz de luz natural normalmente sobre uno de sus planos de rajadura, al recorrer sobre la correspondiente sección principal se dividirá y emergerá como dos haces separados y paralelos llamados "rayos

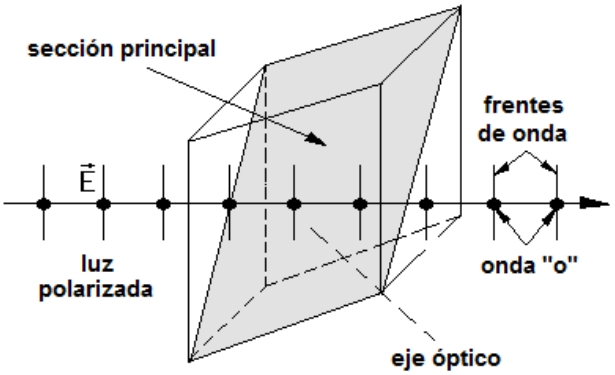
ordinario y extraordinario", "o" y "e", respectivamente, los cuales, si se examinan a través de un analizador, se descubrirá que están polarizados linealmente y que además dichos dos estados P son ortogonales.

La figura 3.1.6.1 muestra un cristal de calcita y cómo un haz incidente de luz natural, esto es no polarizada, al atravesarlo recorriendo sobre una de sus secciones principales, parte sombreada, la cual supondremos *reposa en el plano del papel y contiene al eje óptico*, se subdivide en los rayos "o" y "e" antes indicados, los cuales están polarizados de la siguiente forma: el campo del rayo "o" es siempre perpendicular a la sección principal y por lo mismo al eje óptico; el campo del rayo "e" es paralelo a dicha sección y por lo mismo al plano del papel.




F i g u r a 3 . 1 . 6 . 1

Para analizar el proceso del rayo "o", consideremos el campo eléctrico $\vec{E}$ como una onda plana linealmente polarizada perpendicularmente al plano del eje óptico, que es el plano del papel, como se ilustra en la figura 3.1.6.2. Se supone que cada punto del frente de onda actúa como una fuente de onditas esféricas, todas ellas en fase. Puesto que el campo de las onditas es perpendicular al plano del eje óptico en todas partes, éstas se expandirán en el cristal en todas direcciones con una velocidad perpendicular y única, sin presentar ningún comportamiento anómalo, como lo haría en un medio isotrópico, proceso que continuará y la onda se moverá a través del cristal sin cambiar su dirección de propagación; en el caso de la figura, horizontalmente.




F i g u r a 3 . 1 . 6 . 2

Así también, para analizar el proceso del rayo "e", consideremos el campo eléctrico $\vec{E}$ como una onda plana linealmente polarizada paralelamente al plano del eje óptico, figura 3.1.6.3. Vemos que el campo eléctrico $\vec{E}$ tiene una componente normal al eje óptico y una componente paralela a él. Ya que el medio es birrefringente, la componente paralela al eje óptico se pro-pagará con $v_{\|}$ y la componente perpendicular lo hará con $v_{\perp}$, en donde $v_{\|} \neq v_{\perp}$. Las onditas resultantes serán en-

tonces elipsoidales, alargadas o achatadas, cuya envolvente es una onda plana paralela a la onda incidente. Esta onda plana, sin embargo, sufrirá un desplazamiento lateral al atravesar el cristal, es decir, cambiará su dirección de propagación. La dirección en la que la energía se propaga se conoce como dirección del rayo, la misma que corresponde a la dirección del vector de Poynting, dado por $\vec{S} = \varepsilon_0 c^2 (\vec{E} \times \vec{B})$, que para el caso de la onda "e" es diferente a la dirección de propagación $\vec{K}$ del correspondiente frente de onda, como se ve en la figura 3.1.6.4.

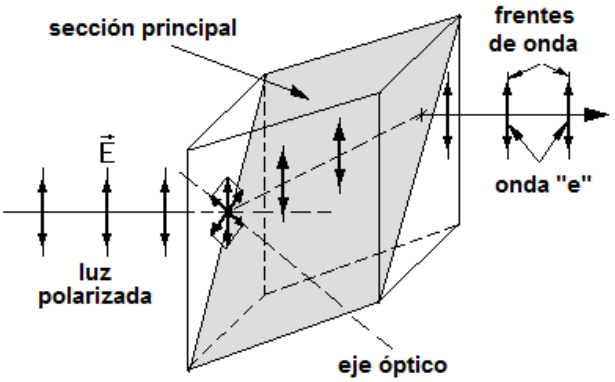



Figura 3.1.6.3

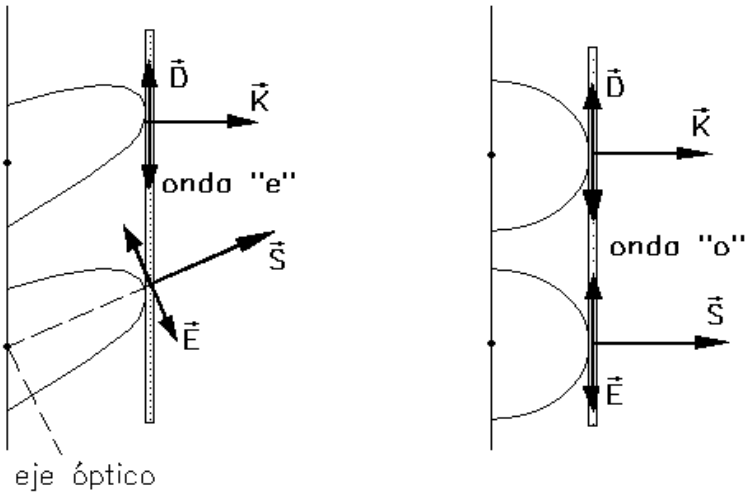



Figura 3.1.6.4

***CRISTALES BIRREFRINGENTES***

Algunos cristales birrefringentes tienen más de un eje de simetría (ejes ópticos), pero en nuestro análisis trataremos únicamente con aquellos que tienen un solo eje óptico, a los cuales se les llama "cristales birrefringentes uniaxiales". Una fuente puntual sumergida dentro de este cristal da lugar a onditas "o", esféricas y onditas "e", elipsoidales. La orientación del campo con respecto al eje óptico determina las veloci-

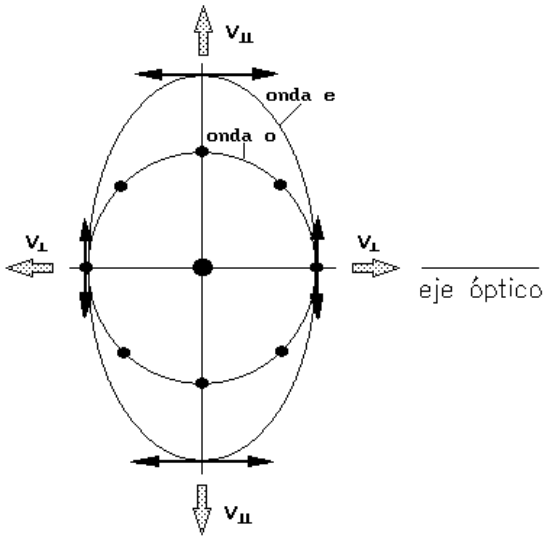



Figura 3.1.6.5

dades con las que estas onditas se expanden.

El campo $\vec{E}$ de la onda "o" es en todas partes perpendicular al plano del eje óptico, que es el plano del papel, moviéndose por lo tanto con una velocidad perpendicular, $v_{\perp}$, en todas direcciones. Contrariamente, la onda "e" tiene una velocidad $v_{\perp}$ únicamente en la dirección del eje óptico; en cambio, perpendicular a dicha dirección, $\vec{E}$ es paralelo al eje óptico y por lo tanto la ondita se expande con una velocidad paralela, $v_{||}$, como se indica en la figura 3.1.6.5, en donde $v_{||} > v_{\perp}$ y por lo tanto las onditas "e" encierran por completo a las onditas "o".

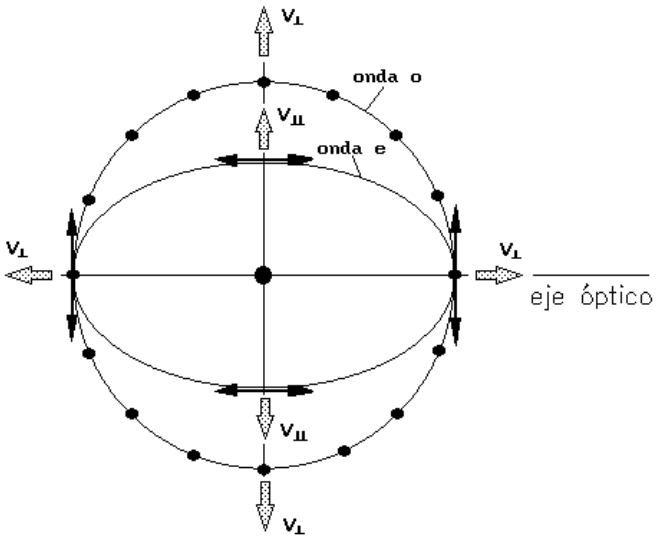
Evidentemente, cuando $v_{||} < v_{\perp}$, las onditas "e" están completamente encerradas dentro de las onditas "o", como se aprecia en la figura 3.1.6.6.

Los materiales birrefringentes uniaxiales tienen dos índices de refracción principales dados por:

$$n_o = \frac{c}{v_{\perp}} \qquad (3.1.6.1)$$

y:

$$n_e = \frac{c}{v_{||}} \qquad (3.1.6.2)$$




F i g u r a 3 . 1 . 6 . 6

La diferencia:

$$\Delta n = n_e - n_o \qquad (3.1.6.3)$$

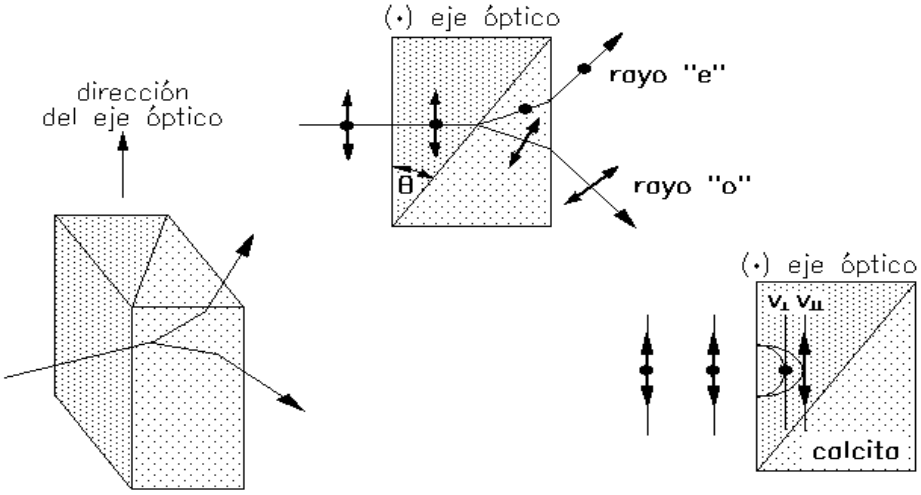
es la medida de la birrefringencia del cristal: si $\Delta n$ es menor que cero se dice que el cristal es negativo uniaxial.

La tabla 3.1.6.1 contiene los dos índices de refracción de algunos cristales birrefringentes uniaxiales para luz de longitud de onda $\lambda = 589{,}3\ nm$.

## POLARIZADORES BIRREFRINGENTES

Existen algunos tipos de polarizadores birrefringentes basados en que $n_e \neq n_o$. Uno de ellos es el "prisma Wollaston", construido de calcita o cuarzo, que en realidad es un divisor-polarizador del haz, ya que pasan ambas componentes ortogonalmente polarizadas, como se muestra en la figura 3.1.6.7. Observamos que los dos rayos componentes se separan en la interfase diagonal ocurriendo la transformación del rayo "e" en rayo "o", cambiando su índice de refracción. En calcita, $n_e < n_o$ y el rayo "o" emergente se desvía hacia la normal. Así también, el rayo "o", cuyo campo es inicialmente perpendicular al eje óptico, se transforma en un rayo "e" alejándose de la normal hacia la interfase. El ángulo de desviación entre los dos haces está determinado por el ángulo $\theta$ de la cuña del prisma.

Otros de los prismas birrefringentes son: El prisma de “Nicol”, el de “Glan-Foucault” (Glan-aire), el de “Glan-Thompson”, el de “Glan-Taylor”, el de “Nomarski”, el de “De Rochon” y el de “De Sénarmont”.




F i g u r a 3 . 1 . 6 . 7

| *C R I S T A L* | $n_o$ | $n_e$ |
|---|---|---|
| Turmalina | *1,6690* | *1,6380* |
| Calcita | *1,6584* | *1,4864* |
| Cuarzo | *1,5443* | *1,5534* |
| Nitrato de sodio | *1,5854* | *1,3369* |
| Hielo | *1,3090* | *1,3130* |
| Rutilo (*$TiO_2$*) | *2,6160* | *2,9030* |
| | | |

**T a b l a 3 . 1 . 6 . 1**

## 3) PROBLEMA MODELO:

Halle las longitudes y frecuencias de los rayos “o” y “e” cuando un haz luminoso de 680 nm incida normalmente sobre una lámina de hielo de caras paralelas cuyo eje óptico es paralelo al haz.

$$f = \frac{c}{\lambda_o} \qquad f = \frac{3\ E\ 8}{680\ E - 9} \qquad f = 4{,}14\ E\ 14$$

$$\lambda_o = \frac{\lambda_o}{n_o} \qquad \lambda_o = \frac{680\ E - 9}{1{,}3090} \qquad \lambda_o = 5{,}19\ E - 7$$

$$f_o = 4{,}14\ E\ 14$$

$$\lambda_e = \frac{\lambda_e}{n_e} \qquad \lambda_e = \frac{680\ E - 9}{1{,}3130} \qquad \lambda_e = 5{,}17\ E - 7$$

$$f_e = 4{,}14\ E\ 14$$

## 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

**a) Marque verdadero (V) o falso (F) a los siguientes enunciados:**

1.- Un cristal que tiene dos índices de refracción es birrefringente. ( )

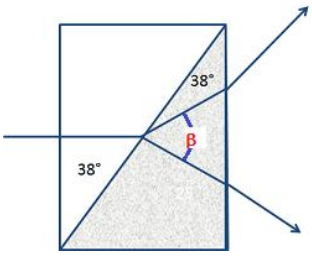
2.- Si $\Delta_n$ es mayor que cero se dice que le cristal es uniaxial negativo. ( )

3.- Un cristal tiene un eje de simetría llamado “eje óptico”. ( )

4.- En un medio birrefringente, la componente paralela al eje óptico se propaga con $v_\perp$ ( )

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

Halle el ángulo β entre el rayo “o” y “e” que salen del prisma de turmalina de la figura, y cuyo ángulo en el vértice es de 38°.




Rpta. β=1,678

# 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Este grupo de animaciones contiene la parte teórico-conceptual así como los modelos matemáticos y gráficas pertinentes con relación a birrefringencia.

OP316C1
OP316C2

**b) Ejercitativas:** Estas animaciones están constituidas de una serie de ejercicios resueltos, donde el usuario observará paso a paso la resolución de los problemas, y contienen una animación interactiva que consiste en enlazar los enunciados correspondientes sirviendo así como refuerzo teórico.

OP316E1
OP316E2
OP316E3
OP316E4

**c) Lúdicas:** Esta animación presenta dos juegos muy divertidos que consisten en poner en evidencia sus capacidades motrices para así obtener su recompensa; caso contrario el juego se detiene y el usuario deberá empezar nuevamente.

OP316L1
OP316L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

La animación de muestra es de clase ejercitativa, en ella se desarrolla un ejercicio paso a paso para mayor comprensión del usuario y de forma atractiva. En este ejercicio sobre la birrefringencia se debe hallar las frecuencias y longitudes de onda.

# 3.1.7 POLARIZACIÓN POR REFLEXIÓN

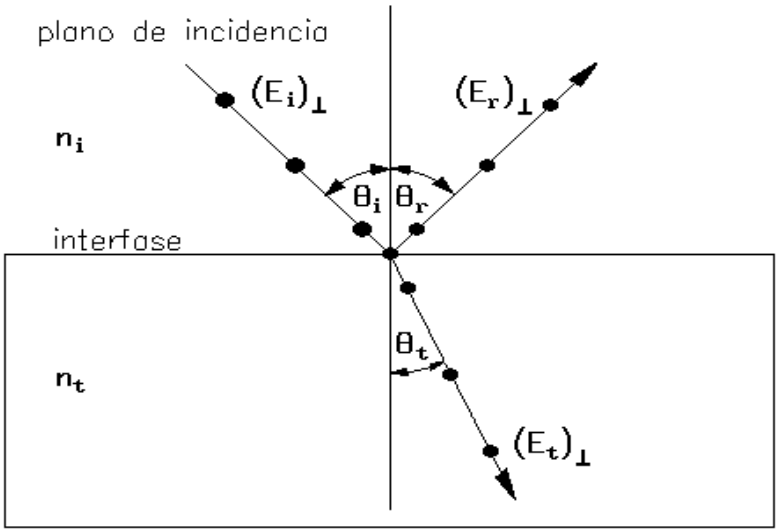
## 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

1- Conocer su debido concepto.

2- Aprender y valorar sus expresiones matemáticas.

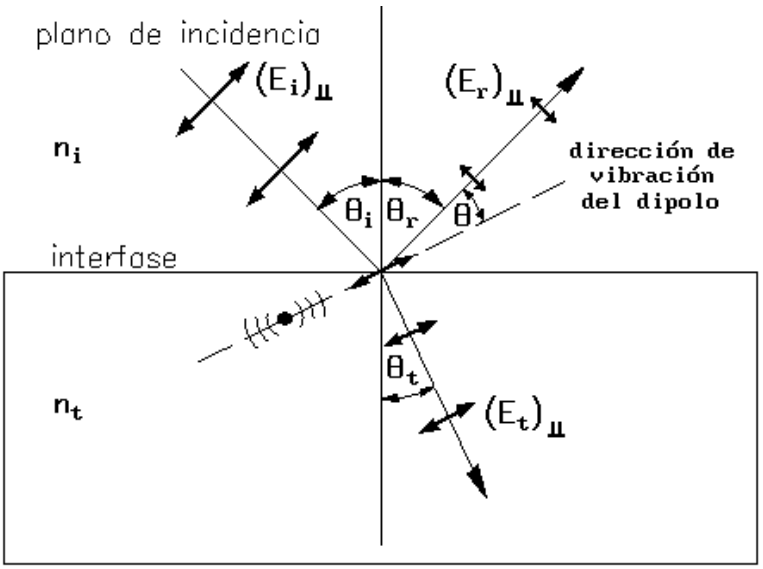
3- Desarrollar correctamente las actividades propuestas.

## 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:




F i g u r a 3 . 1 . 7 . 1

Consideremos la figura 3.1.7.1 en donde se muestra una onda plana linealmente polarizada tal que su campo eléctrico $\vec{E}$ es perpendicular al plano de incidencia. La onda se refracta en la interfase con un ángulo $\theta_t$. En la interfase, el campo eléctrico impulsa a los electrones, los cuales a su vez reirradian; una parte de esta energía reirradiada aparece en forma de onda reflejada. Por geometría y de acuerdo al patrón de radiación del dipolo, tanto las ondas reflejadas como las refractadas deben tener estados P normales al plano de incidencia.




F i g u r a 3 . 1 . 7 . 2

Ahora si consideramos al campo eléctrico $\vec{E}$ en el plano de incidencia, los electrones cercanos a la superficie vibrarán por la influencia de la onda refractada, figura 3.1.7.2. Allí se observa que la irradiancia reflejada ha disminuido debido a que el ángulo $\theta$ con respecto al eje del dipolo es pequeño; si $\theta = 0$, es decir si $\theta_r + \theta_t = 90°$, la onda reflejada desaparecerá completamente. Entonces para una onda incidente no polarizada, formada por dos estados P ortogonales incoherentes, únicamente la componente polarizada normalmente al plano de incidencia será reflejada. El ángulo de incidencia para el cual ocurre esta situación se llama "ángulo de polarización o ángulo de Brewster, $\theta_p$".

Con la aplicación de ley de Snell y con el hecho de que $\theta_p + \theta_t = 90°$ tenemos:

$$\boxed{\theta_p = Tan^{-1}\frac{n_t}{n_i}} \qquad (3.1.7.1)$$

conocida como "ley de Brewster".

En la primera unidad se estudiaron las ecuaciones de Fresnel (coeficiente de amplitud de reflexión perpendicular, ecuación (1.2.11.1) y paralela, ecuación

(1.2.11.3), como también las relaciones de irradiancia correspondientes que se llaman reflectancias. Una forma alterna de escribir esas ecuaciones es:

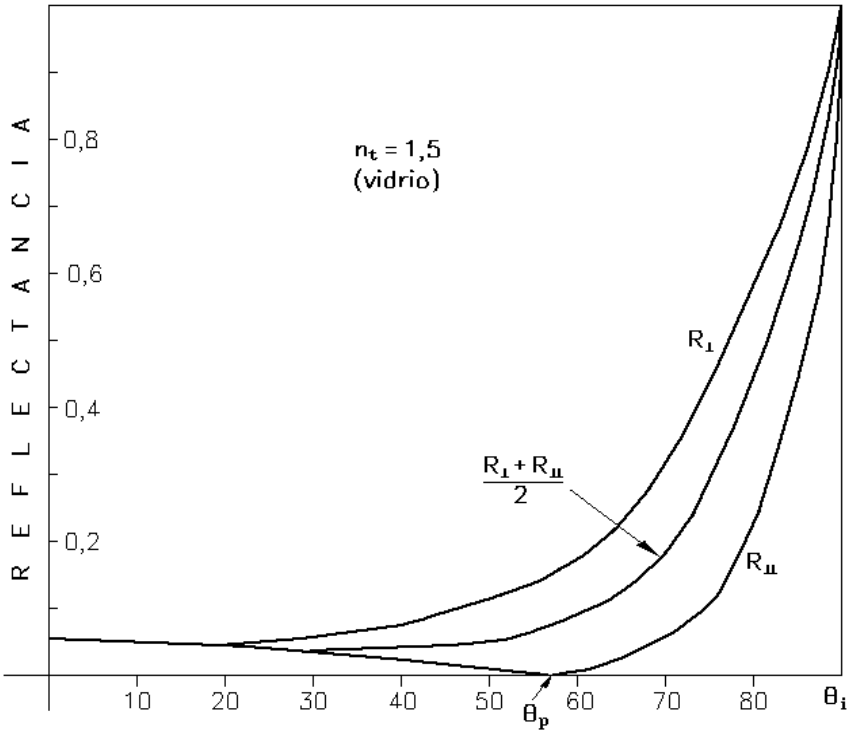
$$R_{\parallel} = \frac{I_{r\parallel}}{I_{i\parallel}} = \frac{Tan^2(\theta_i - \theta_t)}{Tan^2(\theta_i + \theta_t)} \qquad (3.1.7.2)$$

y:

$$R_{\perp} = \frac{I_{r\perp}}{I_{i\perp}} = \frac{Sen^2(\theta_i - \theta_t)}{Sen^2(\theta_i + \theta_t)} \qquad (3.1.7.3)$$

La figura 3.1.7.3 indica estas reflectancias de reflexión externa para diversos valores de $\theta_i$ en una superficie de separación aire-vidrio; además contiene una gráfica de la reflectancia correspondiente a la luz natural dada por:

$$R_n = \frac{1}{2}(R_{\parallel} + R_{\perp}) = \frac{I_{r\parallel} + I_{r\perp}}{I_i} \qquad (3.1.7.4)$$




F i g u r a 3 . 1 . 7 . 3

De acuerdo a la ecuación (3.1.7.3), $R_{\perp}$ nunca será cero; por el contrario, de acuerdo a la ecuación (3.1.7.2), $R_{\parallel}$ será cero cuando el denominador se vuelva infinito, lo

cual ocurre cuando $\theta_i + \theta_t = 90°$, es decir, cuando $\theta_i = \theta_p$ (ley de Brewster). Cuando se da esta situación, la componente paralela de un haz de luz natural o no polarizada desaparece y sólo subsiste la componente perpendicular obteniéndose así luz polarizada por reflexión.

Vemos, en consecuencia, que las ecuaciones de Fresnel constituyen un método alterno para demostrar la polarización por reflexión.

## 3) PROBLEMAS MODELO:

1.- Cuando el sol se levanta sobre una laguna alcanza un ángulo para el cual su imagen vista sobre la superficie del agua ($n_t = 1{,}33$), estará completamente polarizada linealmente en un plano paralelo a la superficie. ¿Para qué ángulo el haz transmitido se propagará a través del agua?.

$$Tan\,\theta_p = \frac{n_t}{n_i}$$

$$\theta_p = Tan^{-1}\ \frac{1{,}33}{1}$$

$$\theta_p = 53{,}1°$$

El sol con la vertical formarán entonces:

$$\theta_t = 90° - \theta_p = 90 - 53{,}1$$

$$\boldsymbol{\theta_t = 36{,}9°}$$

2.- Determine el ángulo de polarización para la reflexión externa en una superficie de separación aire-vidrio ($n_{ti} = 1{,}7$). Describa el estado de polarización del haz reflejado para luz no polarizada que incide en un ángulo $\theta_p$.

$$Tan\,\theta_p = \frac{n_t}{n_i}$$

$$Tan\,\theta_p = n_{ti}$$

$\theta_p = Tan^{-1}\ 1{,}7$

$\boldsymbol{\theta_p = 56{,}3°}$

Este haz de luz natural será parcialmente reflejado y de la misma forma transmitido. Estando así la onda reflejada en un estado $\mathcal{P}$ paralelo a la superficie de separación con $R_{\parallel} = 0$.

## 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

**a) Empate correctamente:**

(A) Ley de Brewster ( ) El ángulo de incidencia para el cual la luz reflejada se encuentra polarizada

(B) Reflectancia paralela ( ) $R_{\parallel} = \frac{Tan^2\ \theta_i - \theta_t}{Tan^2\ \theta_i + \theta_t}$

( ) $\theta_p = Tan^{-1}\ \frac{n_t}{n_i}$

(C) Reflectancia perpendicular ( ) $R_{\perp} = \frac{Sen^2\ \theta_i - \theta_t}{Sen^2\ \theta_i + \theta_t}$

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

1) Determine el ángulo de polarización por reflexión para las siguientes parejas: a) cuarzo fundido-hielo, b) fluorita-agua a 0°C, c) vidrio Flint de bario-vapor de agua.

Rpta. a) $\theta_p = 41{,}92°$ b) $\theta_p = 42{,}93°$ c) $\theta_p = 32{,}53°$

2) Determine el ángulo de polarización para la reflexión externa en la superficie de una lámina de vidrio Crown de bario sumergido en aire.¿ A qué ángulo el haz transmitido atravesará la lámina cuando la luz incide en el ángulo de polarización?

Rpta. $\theta_t = 32{,}43°$

3) Una luz natural incide sobre una superficie de separación aire-cuarzo fundido formando el ángulo de polarización. Se encuentra que la reflectancia de la componente perpendicular, $R_{\perp}$, es igual a 0,181. Calcule el grado de polarización de la luz reflejada y de la transmitida.

Rpta. $V_r = 100\%$ $V_t = 9{,}95\%$

## 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Esta animación presenta los conceptos correspondientes a la polarización por reflexión.
OP317C1

b) **Ejercitativas:** Contiene una animación de enlace para afianzar sus conocimientos y ejercicios resueltos para mayor habilidad en aplicar correctamente las ecuaciones.
OP317E1
OP317E2
OP317E3
OP317E4

**c) Lúdicas:** Estas animaciones presentan juegos en los que desarrollan sus destrezas y los cuales permiten que el estudiante se motive al conseguir su premio que es relacionado con el tema: en una debe conducir un hada hasta su tesoro y en otra necesita poner mucho más de su parte, pues debe llegar hasta los tesoros esquivando los obstáculos.

OP317L1
OP317L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

La presente animación de muestra es lúdica, en ella se presenta un juego que consiste en que el usuario conduzca un avión hacia los tesoros sin chocar con las paredes ni con la nave enemiga, al llegar a ellos se visualizará en la parte inferior derecha su tesoro que es un conocimiento sobre el tema.

# 3.1.8 RETARDADORES

## 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

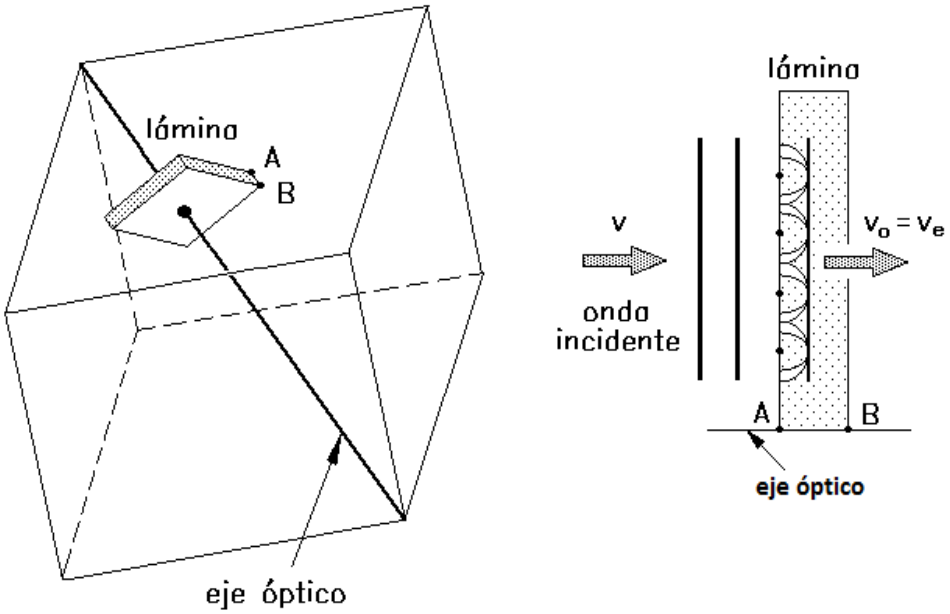
1-. Conocer las ecuaciones y aplicaciones del tema
2-. Reconocer sus distintos elementos
3-. Desarrollar correctamente los ejercicios planteados.

## 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Los retardadores son una clase de elementos ópticos que sirven para "alterar el estado de polarización de una onda incidente". La función de un retardador es retrasar en fase a uno de los estados $\wp$ coherentes constitutivos respecto al otro en una cantidad predeterminada. De ese modo, al salir del retardador, la fase relativa de las dos componentes es diferente de la que era inicialmente y, como consecuencia, el estado de polarización es también diferente.

### LÁMINAS DE ONDA

Si una onda plana monocromática incidente atraviesa un cristal uniaxial, tal como calcita, generalmente dicha onda se divide en dos, emergiendo como un haz ordinario y uno extraordinario. Pero si se corta y pule el cristal de tal forma que su eje óptico sea normal a las superficies frontal y posterior, figura 3.1.8.1, la onda plana que incide normalmente, tiene su campo eléctrico $\vec{E}$ perpendicular al eje óptico, con lo cual las onditas esféricas y elipsoidales serán tangentes unas a otras en la dirección del eje óptico, es decir las ondas "o" y "e", que son las envolventes de estas onditas, coincidirán y pasará sólo una onda plana a través del cristal sin deflectarse: "no hay corrimiento de fase ni doble imagen"; es decir, esta lámina no presenta utilidad aparente.




F i g u r a 3 . 1 . 8 . 1

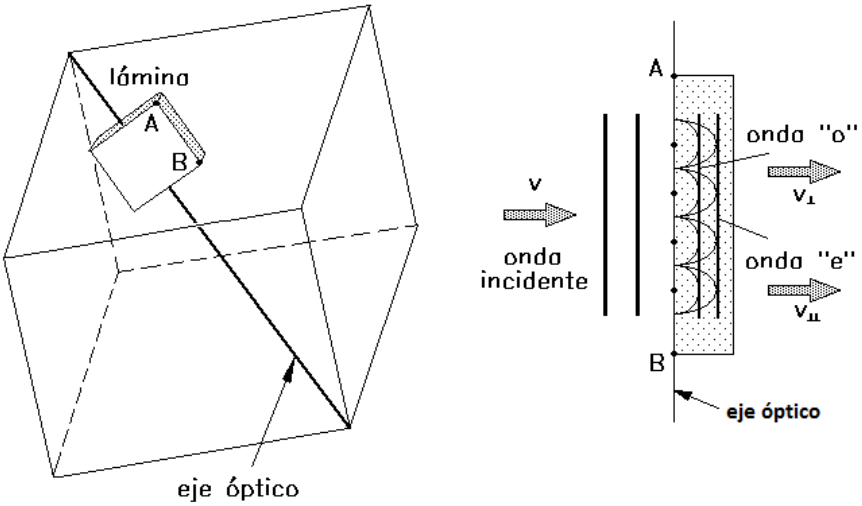
Por el contrario, si la dirección del eje óptico es paralela a las superficies frontal y posterior, como se muestra en la figura 3.1.8.2 y el campo $\vec{E}$ de la onda incidente tiene componentes paralela y perpendicular al eje óptico; entonces, dos ondas planas separadas se propagarán a través del cristal. Ya que $v_{\parallel} > v_{\perp}$, la onda "e" se moverá dentro del cristal más rápido que la onda "o". Después de atravesar una lámina de espesor *d*, la onda electromagnética resultante será la superposición de las ondas "o" y "e" que ahora tienen la diferencia de fase $\Delta\phi$. Entonces esta lámina es de gran utilidad para el propósito que ahora perseguimos. Recordando que la diferencia de trayectoria óptica *DTO* está dada por:

$$DTO = d\,|n_o - n_e|$$

tenemos que:

$$\Delta\phi = K_0\, DTO = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\,|n_o - n_e| \qquad (3.1.8.1)$$

en donde $\lambda_0$ es la longitud de onda en el vacío.




F i g u r a 3 . 1 . 8 . 2

## LÁMINAS DE ONDA COMPLETA

Si $\Delta\phi = 2\pi\, rad$, "el retraso relativo es una longitud de onda completa", es decir las ondas "o" y "e" están de nuevo en fase y no hay efecto observable en la polarización de un haz monocromático incidente. La expresión es:

$$K_0\, DTO = \frac{2\pi}{\lambda_0} d \left| n_o - n_e \right| = 2\pi \qquad (3.1.8.2)$$

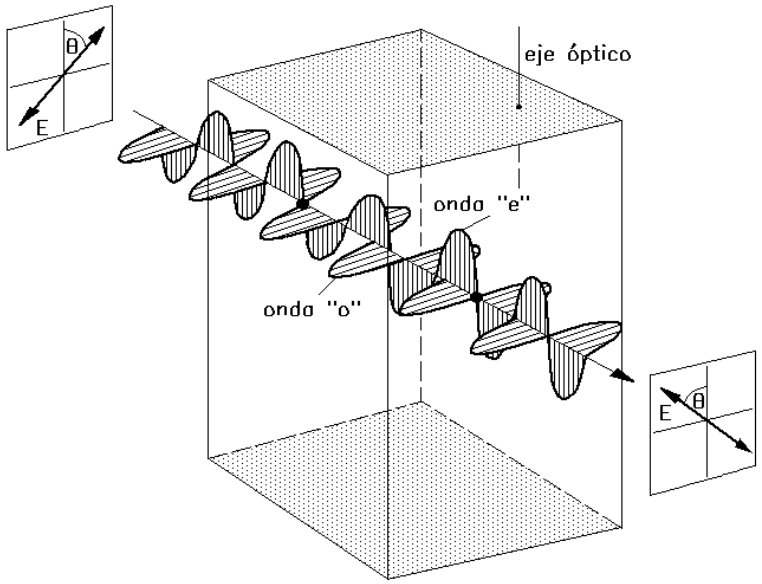
Cuando el retraso relativo $\Delta\phi = 2\pi\, rad$, el sistema se denomina lámina de onda completa lo cual no significa que $d = \lambda$. La lámina de onda completa sólo puede funcionar para una longitud de onda en particular por lo que estos retardadores se conocen como "cromáticos". Si la lámina se coloca entre dos polarizadores lineales cruzados, sobre la marcha de un haz de luz blanca, la luz que incide sobre la lámina será lineal y sólo la longitud de onda (monocolor) que satisface la ecuación (3.1.8.1) pasará a través del retardador sin ser afectada para luego ser absorbida por el analizador. Todas las otras longitudes de onda sufrirán alguna retardancia, emergiendo de la placa con varias formas de luz elíptica. Parte de esta luz cruzará el analizador emergiendo finalmente con el "color complementario" del que fue absorbido. Si el retardador es un cristal uniaxial negativo, el eje óptico de éste se conoce como el "eje rápido" mientras que la dirección perpendicular es el eje lento. Para cristales uniaxiales positivos, como el cuarzo, estos ejes están invertidos.

## LÁMINAS DE MEDIA ONDA

Una placa retardadora que introduce una diferencia relativa de fase $\Delta\phi = \pi\, rad$ entre las ondas "o" y "e" se conoce como lámina de media onda. La expresión es:

$$K_0\, DTO = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\,(n_o - n_e) = \pi \qquad (3.1.8.3)$$

Si el plano de vibración de un haz incidente de luz lineal forma un ángulo $\theta$ con el eje rápido, como se muestra en la figura 3.1.8.3, entonces este haz incidente al salir de la placa tendrá un corrimiento relativo de fase de $\frac{\lambda_0}{2}$ (es decir, $\pi\, rad$), con el efecto de que $\vec{E}$ habrá rotado un ángulo $2\theta$, es decir "invertirá el sentido de la luz elíptica o circular" cambiándola de derecha a izquierda o viceversa. Si se cumple que:




F i g u r a 3 . 1 . 8 . 3

$$d\,(n_o - n_e) = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \qquad m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,... \qquad (3.1.8.4)$$

el dispositivo funcionará como una lámina de media onda y: $\Delta\phi = \pi,\ 3\pi,\ 5\pi,\ \ldots$

## LÁMINAS DE CUARTO DE ONDA

Una lámina retardadora que introduce una diferencia relativa de fase $\Delta\phi = \pi/2\ rad$ entre las ondas "o" y "e" se conoce como lámina de cuarto de onda. La expresión es:

$$K_0\, DTO = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\,(n_o - n_e) = \frac{\pi}{2} \qquad (3.1.8.5)$$

De la figura 3.1.4.4 se deduce que para una diferencia relativa de fase de *90°*, "la luz lineal se convertirá en elíptica o viceversa", recordando que la luz lineal que incide

paralelamente a cualquiera de los ejes principales no será afectada por ningún tipo de lámina retardadora. Cuando la luz lineal a *45°* con cualquiera de sus ejes principales incide sobre una lámina de cuarto de onda y las componentes "o" y "e" tienen amplitudes iguales, "la luz lineal se convierte en luz circular". Así también, "un haz de luz circular incidente emergerá polarizado linealmente". Para que una lámina "funcione" como lámina de cuarto de onda, el espesor del material birrefringente debe satisfacer la expresión:

$$d(n_o + n_e) = (4m+1)\frac{\lambda_0}{4} \qquad (3.1.8.6)$$

**COMPENSADORES:**

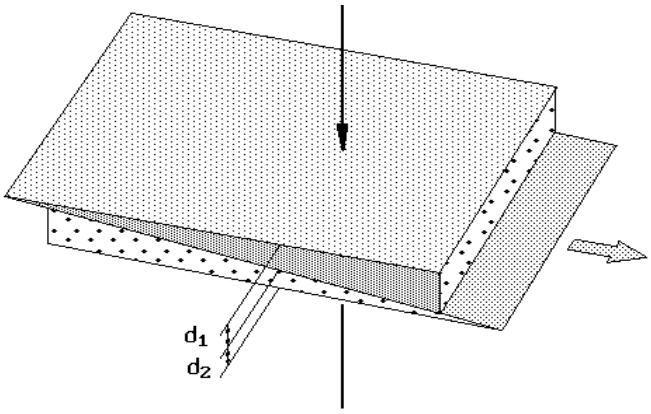
Son dispositivos ópticos que pueden imprimir una retardancia controlable en una onda, pues la diferencia de fase se puede variar continuamente. Uno de los compensadores más utilizados es el de Babinet, figura 3.1.8.4, que comprende dos cuñas independientes de calcita o de cuarzo, cuyos ejes ópticos están "cruzados". Un rayo que pasa verticalmente hacia abajo a través del dispositivo en algún punto arbitrario atravesará un espesor $d_1$ en la cuña superior y $d_2$ en la inferior. La diferencia relativa de fase imprimida en cada cuña es:

$$\frac{2\pi d_1(n_o - n_e)}{\lambda_0} \text{ y } \frac{-2\pi d_2(n_o - n_e)}{\lambda_0}$$

Este compensador es delgado y produce una diferencia total de fase de:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(d_1 - d_2)(n_o - n_e) \qquad (3.1.8.7)$$

El retraso varía de punto a punto sobre la superficie, siendo constante en regiones angostas que corren a lo ancho del compensador, a lo largo de las cuales los espesores de las cuñas son constantes. Si la luz entra a través de una rendija paralela a una de estas regiones, podemos hacer que emerja con cualquier valor $\Delta\phi$ variando horizontalmente




F i g u r a 3 . 1 . 8 . 4

la posición relativa horizontal de las cuñas mediante un micrómetro adecuado. Otro compensador bastante conocido es el de Soleil.

## 3) PROBLEMA MODELO:

Halle el espesor necesario para convertir una fuente de luz circular izquierda de $\lambda_0 = 500\ nm$ en circular derecha pasándola a través de un retardador de turmalina.

Se debe utilizar un retardador de media onda para que $\Delta_{ø} = -\pi$

$$\Delta_{ø} = \frac{2\pi d}{\lambda_0}\ n_o - n_e$$

$$d = \frac{\lambda_0 \Delta_{ø}}{2\pi(n_o - n_e)}$$

$$d = \frac{500\ E-9(-\pi)}{2\pi(1{,}6690 - 1{,}6380)}$$

$$d = -7{,}987\ E-6$$

Como se trata de espesor la respuesta es:

$$d = 7{,}987\ E-6\ m$$

## 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

**a) Complete:**

1.- Los retardadores son.…….
……..

2.- La función de una lámina de cuarto de onda es……....
……..

3.- La expresión de una lámina de media onda es: ……

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

1- Una placa de cuarzo ($n_e$ = 1,553; $n_o$ = 1,544) de un cuarto de onda se va a usar con luz de sodio ($\lambda$ = 589 nm). ¿Cuál debe ser su espesor mínimo?

Rpta. 16,4 $\mu$m

2- Dos haces linealmente polarizados en planos perpendiculares se propagan en la dirección z. La luz que se obtiene a partir de ellos es elípticamente polarizada en sentido antihorario, con los ejes de la elipse coincidentes con los ejes **x** e **y** del sistema. Si la amplitud del haz que vibra a lo largo del eje x es el doble de la del haz que vibra según el eje y, escribir las expresiones de las ondas correspondientes a dichos haces.

Rpta. $E_1 = E_0 \cos\ k_1 z - \omega_1 t\ \imath\ E_2 = E_0 \cos\ k_1 z - \omega_1 t\ \jmath$

3- Una lámina de celofán es una lámina media onda para luz cuya $\lambda$ es 400 nm. Suponiendo que pueden despreciarse las variaciones de los índices de refracción con la longitud de onda, cómo se comportaría respecto a una luz cuya longitud de onda es 800 nm.

Rpta. Como una lámina de $^1\ _4$ de onda.

## 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual, incluyendo los modelos matemáticos correspondientes a los diferentes casos.

OP318C1
OP318C2
OP318C3

**b) Ejercitativas:** Estas animaciones presentan algunos ejercicios resueltos para que el usuario observe y aprenda paso a paso sus resoluciones. También consta una animación de enlace como refuerzo para su parte conceptual.

OP318E1
OP318E2
OP318E3
OP318E4

**c) Lúdicas:** Estas animaciones presentan dos juegos interactivos con los cuales el usuario demuestra sus capacidades manuales y motrices con el objetivo de conseguir la recompensa.

OP318L1
OP318L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

La presente animación es la última conceptual; al ser un tema muy largo lo hemos dividido en tres partes: en esta animación se presenta de forma muy dinámica tanto su teoría como sus respectivas ecuaciones, para incitar el interés del estudiante por este tema que al ser muy extenso podría producir desinterés.

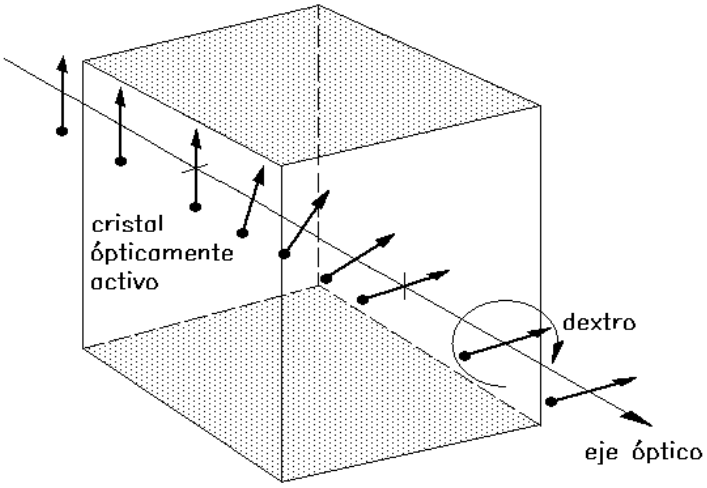
# 3.1.9 ACTIVIDAD ÓPTICA

## 1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

1- Aprender su concepto y sus respectivas ecuaciones.
2- Aplicar los conocimientos correctamente a los problemas propuestos.
3- Estimular el interés y valorar este tema.

## 2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Cuando una luz. La figura 3.1.9.1 muestra un cristal ópticamente activo que presenta actividad óptica dextrógira o "d".linealmente polarizada atraviesa por una sustancia y su plano de vibración rota gradual y continuamente, se dice que dicha sustancia es ópticamente activa y el fenómeno en sí se llama "actividad óptica". La actividad óptica aparece tanto en sólidos, como en líquidos y gases. Si la luz viene hacia el observador, el plano de vibración puede rotar en sentido horario o "dextró-giro" o antihorario o "levógiro", que se conocen también como rotaciones "d" y "l", respectivamente




F i g u r a 3 . 1 . 9 . 1

Sabemos que la luz lineal puede representarse como la suma de dos estados circulares $\mathcal{R}$ y $\mathcal{L}$. Para explicar el fenómeno de la actividad óptica podemos suponer que la sustancia tiene dos índices de refracción, $n_{der}$ y $n_{izq}$. Entonces, si el espesor del medio es *d*, el ángulo $\beta$ que gira el plano de vibración es:

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda_0}\left(n_{izq} - n_{der}\right) \qquad (3.1.9.1)$$

A la relación $\beta/d$ se le llama poder rotatorio específico y los datos se encuentran en tablas. Para los líquidos y gases es menor que para los sólidos; para disoluciones depende de la concentración, de modo que se utiliza el método de la actividad óptica para determinar concentraciones de sustancias, como azúcar en líquidos, (polarímetros). Algunas de las sustancias biológicas son ópticamente activas: el azúcar es rotatoria "d". De los veinte aminoácidos, diecinueve son rotatorios "l". Los antibióticos son generalmente rotatorios "d".

## 3) PROBLEMA MODELO:

1.- Un recipiente cuadrado de 30 cm de lado contiene una sustancia ópticamente activa. Al atravesar horizontalmente por ella un haz de luz polarizado, emerge sufriendo una rotación de 13°. Determine el poder rotatorio específico.

Del poder rotatorio específico $\beta/d$ hacemos

$$\frac{\beta}{d} = \frac{13°}{0{,}3\ m}$$

$$\boldsymbol{\frac{\beta}{d} = 43{,}33°/m}$$

## 4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

**a) Complete:**

1.- La rotación gradual y continua de un plano de vibración de una luz linealmente polarizada se la llama……..…….

2.- La relación $\beta/d$ se denomina……..……..…….

3.- La expresión $\beta = \frac{\pi d}{\lambda_0}\ n_{izq} - n_{der}$ corresponde a..……

……..

**b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:**

1) Una lámina transparente de 5 cm de espesor presenta actividad óptica. Considerando que sus índices de refracción izquierda y derecha son respectivamente 1,588 y 1,584, determine el ángulo de rotación que sufrirá una luz polarizada de longitud de onda en vacío de 500 nm que la atraviesa.

Rpta. $\beta = 1256{,}64\, rad/m$

2) Un tanque pequeño cuadrado de 10 cm de lado contiene una sustancia ópticamente activa. Al atravesar horizontalmente por ella un haz de luz polarizado,de longitud de onda en el vacío de $\lambda_0 = 450\, nm$, emerge sufriendo una rotación de 10,3°. Determine: a) el poder rotatorio específico, b) la diferencia $n_{izq} - n_{der}$.

Rpta. a) $\beta/d$ =103°/m b) $n_{izq} - n_{der} = 1{,}475E - 5$

# 5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

**a) Conceptuales:** Contiene una animación que abarca la parte teórico-conceptual relacionada con el tema, la cual destaca sus expresiones más importantes de una forma muy atractiva.
OP319C1

**b) Ejercitativas:** Muestran al usuario ejercicios resueltos que sirven de modelo para desarrollar las actividades propuestas y una animación en la que el estudiante debe enlazar con vectores los enunciados con las respectivas expresiones matemáticas.
OP319E1
OP319E2
OP319E3
OP319E4

**c) Lúdicas:** Estas animaciones muestran una manera muy divertida de reforzar lo aprendido, al lanzar un proyectil contra una nave que se mueve rápido, y conducir un vehículo por un camino estrecho buscando sus llaves con sus premios.
OP319L1
OP319L2

## 6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:




***Descripción:***

Esta animación es de tipo lúdica, contiene premios de conocimiento sobre el tema dentro de las llaves, los cuales se muestran si el vehículo se estaciona sobre ellas; este juego requiere de mucha astucia y habilidades motrices del usuario.

# CONCLUSIONES

- El programa Modellus es aplicable a la educación como una herramienta de apoyo tanto para la enseñanza como para el aprendizaje.

- No es el único programa destinado para el apoyo a la educación pero sí el más asequible.

- El uso del programa aumenta las habilidades psicomotrices en el usuario.

- La facilidad de uso del programa hace que el usuario encuentre gusto por aplicar más conocimientos en este.

- El programa, mediante una guía adecuada, hace más simple el estudio de cualquier rama del conocimiento, en este caso aplicada a la Polarización.

- Al crear animaciones atractivas e interactivas para la enseñanza-aprendizaje creamos no solo instrumentos para el estudio, sino además transportamos al usuario al mundo de la tecnología y la lógica.

- El continuo uso de las animaciones mediante el programa Modellus, convierte al salón de clases en un espacio interactivo y fomenta la cooperación entre los usuarios.

# RECOMENDACIONES

- Es preciso que el maestro guía de este proyecto conozca del software para poder asesorar a sus alumnos.

- El estudiante o usuario debe saber cómo manejar este programa mínimo de manera primaria.

- Se recomienda que el usuario ponga tanto atención como interés a cada indicación del educador y a cada animación que se desarrolla ante sus ojos.

- Es importante que el estudiante revise las animaciones de la siguiente manera: conceptuales, ejercitativas y lúdicas para que sus conocimientos tengan secuencia y pueda entender con mayor facilidad.

- Se recomienda que luego de cada presentación de las animaciones, el educador dialogue con sus educandos para satisfacer sus dudas y aportar más a sus conocimientos.

# BIBLIOGRAFÍA


- ÓPTICA, Avecillas Jara Alberto Santiago, Colección de obras científico – didácticas, Cuenca-Ecuador.

- JENKINS, F y WHITE, H. Fundamentos de Óptica, Aguilar S.A ediciones, Madrid, España (1964).

- RUCHLIS, H. Las maravillas de la luz, Plaza y Janes S.A, Buenos Aires, Argentina (1965).

- HECHT E, Serie de compendios Schaum Teoría y problemas de Óptica, Libros McGraw-Hill, México (1975).


# DIRECCIONES EN INTERNET


- http://centros5.pntic.mec.es/ies.victoria.kent/Rincon-C/Curiosid2/rc-114/rc-114.htm

- http://mural.uv.es/miyallon/fisicageneral2/Tema11_c.pdf

- http://www.bio-optic.com/introduccion/Polarizacion_de_la_luz.pdf

- http://fisica.usach.cl/~jammann/LabOpticaGuias/G5-PolarizacionAWEBa.pdf