

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Ingeniería

Carrera de Ingeniería Civil

Estudio del perfil de flujo a través de un vertedero lateral (en canal rectangular) mediante modelo numérico

Trabajo de titulación previo a la
obtención del título de Ingeniero
Civil

Autores:

John Paul Abad Ullauri

Lenin Rolando Pañi Panamá

Director:

Verónica Margarita Carrillo Serrano

ORCID:  0000-0003-3420-0855

Cuenca, Ecuador

2024-09-18

Resumen

El presente estudio plantea el análisis del perfil de flujo en un canal de sección rectangular con la presencia de un vertedero lateral mediante la aplicación de un modelo numérico. En primer lugar, se estimó el perfil de flujo de manera teórico convencional con la implementación del método de Runge-Kutta de cuarto orden para resolver la ecuación diferencial de perfil de flujo espacialmente variado con caudal decreciente y en segundo lugar se obtuvo el perfil de flujo con el modelo numérico, aplicando simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD) para el cual se utilizó el software OpenFOAM. Se modelaron 3 casos de estudio variando el caudal en la entrada del canal. Para la validación de resultados se utilizó el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Los resultados muestran una variación máxima de 4.89% respecto al método convencional, lo cuál puede ser considerado aceptable en simulaciones hidráulicas. Se realizó un análisis comparativo entre las metodologías de cálculo del perfil a través del vertedero, donde se concluye que las ecuaciones teóricas se ajustan mejor al flujo real en el canal en zonas sin turbulencias. Sin embargo, presentan mayores diferencias respecto a la simulación numérica debido a las simplificaciones para obtener la ecuación diferencial de flujo a través del vertedero.

Palabras clave del autor: simulación hidráulica, método de Runge-Kutta, validación numérica, perfil de flujo



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Abstract

The present study proposes the analysis of the flow profile in a rectangular section channel with the presence of a lateral weir through the application of a numerical model. Firstly, the flow profile was estimated in a conventional theoretical way with the implementation of the fourth order Runge-Kutta method to solve the differential equation of spatially varied flow profile with decreasing flow and secondly, the flow profile was obtained with the numerical model, applying computational fluid dynamics (CFD) simulations for which the OpenFOAM software was used. Three case studies were modeled by varying the flow rate at the channel inlet. The fourth order Runge-Kutta method was used to validate the results. The results show a maximum variation of 4.89% with respect to the conventional method, which can be considered acceptable in hydraulic simulations. A comparative analysis was made between the methodologies for calculating the profile through the weir, where it was concluded that the theoretical equations are better adjusted to the real flow in the channel in areas without turbulence. However, they present greater differences with respect to the numerical simulation due to the simplifications to obtain the differential equation of flow through the weir.

Autor keywords: hydraulic simulation, Runge-Kutta method, numerical validation, flow profile



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

Institutional Repository: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Índice de contenido

Resumen	2
Abstract.....	3
Índice de contenido	4
Índice de figuras.....	6
Índice de tablas.....	7
Agradecimientos	8
Dedicatoria.....	9
Simbología.....	10
1 Introducción	12
1.1 Antecedentes y justificación	12
1.2 Objetivos	12
1.2.1 Objetivo general	12
1.2.2 Objetivos específicos	13
2 Marco teórico	13
2.1 Vertederos.....	13
2.2 Flujo en canales abiertos.....	14
2.2.1 Perfiles de flujo espacialmente variado con caudal decreciente	15
2.2.2 Ecuación diferencial para FEV con carga decreciente.....	16
2.2.3 Ecuación del FEV para canales prismáticos con vertederos laterales	18
2.2.3.1 Coeficiente de descarga de De Marchi CM	20
2.2.4 Método de Runge-Kutta de cuarto orden.....	21
2.3 Modelación numérica	21
2.3.1 Las ecuaciones de Navier-Stokes	22
2.3.2 Modelado de turbulencia	23
2.4 Simulaciones numéricas.....	23
3 Materiales y métodos.....	24
3.1 Análisis del caso de estudio	24
3.2 Configuración del modelo	25
4 Análisis y Resultados.....	25
4.1 Resultados	25
4.2 Análisis de resultados.....	34
5 Conclusiones y recomendaciones.....	39
5.1 Conclusiones.....	39
5.2 Recomendaciones.....	40
Referencias.....	41

Anexos.....	42
Anexo A: Estructura del Modelo en OpenFOAM	42
Anexo B: Configuración de geometría y malla	42
Anexo C: Condiciones de borde.....	44
Anexo D: Visualización de resultados en Paraview	50
Anexo E: Tabla de cálculo de perfiles mediante análisis teórico según el método de Runge-Kutta de cuarto orden.....	52

Índice de figuras

Figura 1. Esquema de definición del flujo de un vertedero lateral.....	15
Figura 2. Clasificación de flujo sobre vertederos laterales.....	16
Figura 3. Perfil transversal de flujo para caudal de a) 1.5 m ³ /s b) 2.0 m ³ /s y c) 2.5 m ³ /s. ..	27
Figura 4. Perfil longitudinal de flujo en la mitad del canal para caudal de a) 1.5 m ³ /s b) 2.0 m ³ /s y c) 2.5 m ³ /s.....	28
Figura 5. Perfil de flujo longitudinal en el borde del vertedero para caudal de a) 1.5 m ³ /s b) 2.0 m ³ /s y c) 2.5 m ³ /s.....	29
Figura 6. Líneas de flujo de velocidades para caudal de 1.5 m ³ /s en a) centro del canal y b) borde del canal.	30
Figura 7. Líneas de flujo de velocidades para caudal de 2.0 m ³ /s en a) centro del canal y b) borde del canal.	32
Figura 8. Líneas de flujo de velocidades para caudal de 2.5 m ³ /s en a) centro del canal y b) borde del canal.	33
Figura 9. Perfil de flujo para un caudal de 1.5 m ³ /s.	35
Figura 10. Perfil de flujo para un caudal de 2.0 m ³ /s.	37
Figura 11. Perfil de flujo para un caudal de 2.5 m ³ /s.	38
Figura 12. Estructura de carpetas en OpenFOAM.	42
Figura 13. Dibujo de geometría del canal con vertedero lateral en AutoCAD.	43
Figura 14. Configuración de condiciones de frontera en SALOME.....	43
Figura 15. Mallado en SALOME. a) número de elementos creados b) malla generada.....	44
Figura 16. Configuración del archivo nut.	45
Figura 17. Configuración de archivo alpha.water.orig.....	46
Figura 18. Configuración de archivo k.....	47
Figura 19. Configuración de archivo *omega.	48
Figura 20. Configuración de archivo *p_rgh (presión).	49
Figura 21. Configuración de archivo U (velocidad).....	50
Figura 22. Resultados interacción agua-aire para caudal de 2.5 m ³ /s.	51
Figura 23. Resultados de velocidad para caudal de 2.5 m ³ /s.	51
Figura 24. Resultados de presiones para caudal de 2.5 m ³ /s.	52

Índice de tablas

Tabla 1. Rango de valores de variables para análisis de perfil de flujo en vertedero lateral en canal de sección rectangular.....	24
Tabla 2. Condiciones de frontera para modelado de canal de sección rectangular con vertedero lateral en OpenFOAM.	25
Tabla 3. Estudio del comportamiento del flujo para un caudal de 1.5 m ³ /s.	35
Tabla 4. Estudio del comportamiento del flujo para un caudal de 2 m ³ /s.	36
Tabla 5. Estudio del comportamiento del flujo para un caudal de 2.5 m ³ /s.	38
Tabla 6. Resultados de las variables calculadas en el método de Runge-Kutta para la prueba 1.....	52
Tabla 7. Resultados de las variables calculadas en el método de Runge-Kutta para la prueba 2.....	53
Tabla 8. Resultados de las variables calculadas en el método de Runge-Kutta para la prueba 3.....	54

Agradecimientos

A nuestra directora de tesis, Ing. Verónica Carrillo, por su invaluable apoyo y paciencia, nos acompañó durante el desarrollo de este trabajo de titulación.

De manera especial, al Ing. Esteban Pacheco, por su guía y orientación en cada etapa de este estudio.

Agradecemos a nuestros docentes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cuenca, cuyas enseñanzas serán fundamentales en nuestra vida profesional.

A nuestras familias, por inculcarnos valores para ser buenas personas, por su confianza, amor y constante respaldo a lo largo de nuestra formación educativa.

A nuestros amigos, que se convirtieron en una segunda familia dentro de las aulas, por su apoyo incondicional y por los momentos compartidos que siempre llevaremos en nuestros corazones.

John Paul Abad Ullauri

Lenin Rolando Pañi Panamá

Dedicatoria

A mis padres, quienes han sido pilares fundamentales en mi vida, brindándome su amor, paciencia y apoyo incondicional. Sus consejos me acompañarán siempre.

A mis hermanos, quienes han sido una fuente constante de inspiración para alcanzar mis objetivos, gracias por su apoyo durante todo este proceso académico.

A mis tías, Amelia y Berta, por estar presentes en cada etapa de mi vida, demostrando su amor y apoyo en los momentos difíciles y fructíferos.

A mis amigos: Kevin, Jack, Jahir, Evelyn, Pamela R., Pamela V., Kathya, Leonardo, Edison, y Fernando, por acompañarme a lo largo de mi vida universitaria, compartiendo grandes momentos y siendo un apoyo incondicional en tiempos difíciles. Siempre guardaré un gran cariño por ustedes.

A mi amigo Lenin, por convertirse en un gran amigo y apoyo durante mis últimos años de carrera, dedicando esfuerzo y apoyo a la culminación de este trabajo de titulación.

John Paul Abad Ullauri

A mi papá Rolando y mi mamá Alicia, quienes han sido mi apoyo constante durante toda mi carrera académica. Su inquebrantable respaldo y sacrificio han sido fundamentales para alcanzar este logro. Cada paso que he dado ha sido guiado por su amor y dedicación.

A mis hermanos, cuya presencia y aliento han sido una fuente constante de motivación. Su ayuda en los momentos difíciles y su celebración en los triunfos han sido inestimables. Este logro también es suyo. Gracias por el apoyo hermanos.

A Dayanna, por estar siempre presente, brindándome su apoyo incondicional y alentándome en los momentos más desafiantes. Tu presencia ha marcado una gran diferencia en mi camino hacia la culminación de este proyecto.

A mi tío Ruperto, quien con su motivación constante y apoyo inquebrantable me ha inspirado a superar obstáculos y a seguir adelante en momentos de duda. Tu guía ha sido fundamental para mi perseverancia y éxito académico.

A mi amigo John, por su gran amistad y esfuerzo compartido para llevar a cabo este trabajo de titulación. Tu apoyo y colaboración han sido fundamentales en cada etapa de este proceso académico.

Lenin Rolando Pañi Panamá

Simbología

A	Área de la sección transversal del canal
B	Ancho del canal
C_M	Coeficiente de descarga
E	Energía específica a lo largo del canal
E₂	Energía específica en la sección 2
Fr₁	Número de Froude en la sección 1
g	Aceleración de la gravedad
H	Altura de carga hidráulica total
h	Tamaño del paso de integración
i	Índice del paso actual
K₁	Primer coeficiente del método de Runge-Kutta
K₂	Segundo coeficiente del método de Runge-Kutta
K₃	Tercer coeficiente del método de Runge-Kutta
K₄	Cuarto coeficiente del método de Runge-Kutta
L_v	Longitud del vertedero
M₂	Curva M2 de la teoría de flujo gradualmente variado (FGV)
n	Coeficiente de rugosidad de Manning
ρ	Densidad del fluido
Q	Caudal del fluido
Q₀	Caudal en la entrada del canal
Q₁	Caudal en la sección 1 – Inicio del vertedero
Q₂	Caudal en la sección 2 – Final del vertedero
Q_v	Caudal que se descarga por el vertedero
q*	Diferencial de caudal respecto la distancia x
S_f	Pendiente de energía hidráulica del canal prismático
S₀	Pendiente geométrica del canal prismático
S₃	Curva S3 de la teoría de flujo gradualmente variado (FGV)
s	Altura del vertedero respecto al fondo del canal
T	Ancho superficial de la sección del canal
V	Velocidad de flujo de agua
V₁	Velocidad en la sección 1

x	Abscisa en el canal
x_1	Abscisa en la sección 1 – Inicio del vertedero
x_2	Abscisa en la sección 2 – Final del vertedero
y	Altura de presión o calado de agua
y_0	Calado en la entrada del canal
y_1	Calado en la sección 1 – Inicio del vertedero
y_2	Calado en la sección 2 – Final del vertedero
y_c	Calado crítico
y_i	Calado en el punto i
y_t	Calado aguas abajo del vertedero – Salida del canal
μ	Viscosidad dinámica de flujo
z	Altura geométrica o energía potencial
α	Coeficiente de corrección de la energía cinética
ϕM	Función de flujo variado De Marchi
$\frac{Du}{Dt}$	Derivada parcial de la velocidad
$\rho \vec{g}$	Fuerza gravitacional por unidad de volumen

1 Introducción

1.1 Antecedentes y justificación

Los vertederos laterales son estructuras hidráulicas utilizadas para desviar el exceso de agua en canales y ríos, previniendo así inundaciones y protegiendo las infraestructuras. Su diseño optimiza el flujo y la capacidad de descarga, garantizando eficiencia en varias condiciones hidráulicas (Chow, 1998).

Las simplificaciones aplicadas para la obtención de la ecuación de gobierno generalmente utilizada, hacen posible que la ecuación teórica diverja en determinados casos de los perfiles de flujo que ocurren en de aplicación práctica en campo, es por esto que, una verificación y validación del modelo teórico simplificado es deseable sobre todo en casos de diseño. Como alternativas de metodologías de validación se tiene la implementación de modelos físicos experimentales y modelos numéricos teniendo cada uno sus ventajas y desventajas haciéndolos más o menos aplicables dependiendo de las condiciones presentes en el caso de estudio (French, 1985).

Por ejemplo, los modelos físicos constituyen la opción que permite la representación más real de las condiciones en campo, ya que cumplen la similitud geométrica (representación de las dimensiones de las obras) y la similitud cinemática (representación de la cinemática del flujo), el problema de los modelos físicos es la complejidad de su construcción, y la imposibilidad de obtener mediciones detalladas de los parámetros de flujo. Por otro lado, los modelos numéricos, también incluye simplificaciones, sobre todo en términos de la turbulencia, que si bien han sido probadas para un amplio rango de condiciones, requieren de cierto nivel de validación y/o verificación del cual depende la confianza en los resultados de la modelación numérica, pero una vez validado el modelo numérico, permite obtener un nivel de detalle de la caracterización de los parámetros del flujo en todos los puntos del dominio importante, que permite analizar a detalle las condiciones de flujo. En el presente trabajo, se ha optado por la validación de la ecuación teórica simplificada del flujo en un canal rectangular con la intervención de un vertedero lateral, a través de los resultados de un modelo numérico, considerando varios escenarios de flujo (Streeter et al., 2004).

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

- Estimar el perfil de flujo en un canal de sección rectangular, con la presencia de un vertedero lateral mediante la aplicación de un modelo numérico.

1.2.2 Objetivos específicos

- Estimar el perfil de flujo de manera teórica en un canal de sección rectangular con vertedero lateral.
- Determinar el comportamiento del perfil de flujo en canal de sección rectangular con vertedero lateral mediante un modelo numérico con simulaciones de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD).
- Analizar las diferencias de los resultados obtenidos de las condiciones hidráulicas mediante las simulaciones de CFD y los cálculos teóricos.

2 Marco teórico

2.1 Vertederos

Un vertedero es una obstrucción que se interpone en el camino de un flujo de agua a superficie libre, forzándola a rebasarlo por encima (Juan H. Cadavid R., 2020).

Según (French, 1985) cuando se trata de distinguir a los vertederos, un factor clave es por la forma de su muesca o abertura por donde fluye el agua. Pueden ser muescas en V, rectangulares, parabólicas, trapezoidales, entre otras geometrías.

Sin embargo, los vertederos pueden estructurarse en base a varios criterios de clasificación (Finnemore & Franzini, 2002; Mays, 2011):

- Por la geometría de la cresta:
 - a) Vertedero de cresta delgada
 - b) Vertedero de cresta ancha
 - c) Vertedero de cresta inclinada
- Por la forma de la sección de control o vertedor:
 - a) Rectangular
 - b) Triangular o en V
 - c) Trapezoidal
 - d) Circular
 - e) Parabólico
- Por el tipo de descarga
 - a) Vertedero de descarga libre
 - b) Vertedero de descarga sumergida
- Por su ubicación
 - a) Vertederos laterales
 - b) Vertederos en el cauce

- c) Vertederos de salida
- Por su propósito
 - a) Vertederos de aforo (medición de caudales)
 - b) Vertederos de excedencias (control de crecidas)
 - c) Vertederos de derivación

Considerando la clasificación de los vertederos hidráulicos previamente expuesta, el presente caso de estudio se centra en un vertedero que se clasifica como: rectangular, lateral, de cresta delgada y de descarga libre, destinado al propósito de derivación de caudales.

2.2 Flujo en canales abiertos

La hidráulica de canales abiertos enfoca su estudio en el flujo de fluidos en canales donde el líquido tiene una superficie libre y se mueve por acción de la gravedad. Los canales abiertos pueden ser naturales o artificiales, ejemplos de canales naturales incluyen arroyos, ríos y estuarios mientras que canales artificiales comprenden sistemas de alcantarillado pluviales, sanitarias, canales de riego y canales de desviación para control de inundaciones, entre otros (Sturm, 2021).

El flujo en canales abiertos puede caracterizarse en función de ciertos criterios de análisis. En función del tiempo, el flujo puede dividirse en flujo permanente o estacionario cuando las magnitudes cambiantes de flujo permanecen constantes en el tiempo, y no permanente o no estacionario cuando las magnitudes cambiantes varían con respecto al tiempo. Adicionalmente, en función del espacio, el flujo puede ser uniforme cuando las magnitudes cambiantes permanecen constantes en el espacio, y no uniforme o variado cuando se observan variaciones de los parámetros de flujo con respecto al espacio. El flujo no uniforme o variado puede ser gradualmente variado cuando se tienen variaciones pequeñas en distancias grandes, y el flujo rápidamente variado ocurre cuando se producen variaciones de magnitud considerable en distancias relativamente cortas. Un caso de flujo variado es el flujo espacialmente variado en el cual, un canal pierde o gana caudal a medida que avanza en su recorrido, es decir se produce una variación espacial de caudal, esta variación puede ser en aumento, flujo espacialmente variado con caudal creciente, o en disminución, flujo espacialmente variado con caudal decreciente (Chow, 1998).

El flujo espacialmente variado con caudal decreciente tiene gran aplicación en el campo, siendo ejemplos típicos de este tipo de estructuras, los vertederos laterales, rejillas de fondo y los sistemas de riego con tubos de sifón. La desviación de agua de un canal se diseña para

que cause una mínima obstrucción y se obtengan pérdidas de energía menores en el canal principal (Subramanya, 2015).

2.2.1 Perfiles de flujo espacialmente variado con caudal decreciente

Los posibles perfiles de flujo se pueden clasificar, de manera general, en tres categorías que se explican a continuación y en la Figura 1 se muestra un esquema que ilustra la definición del flujo sobre un vertedero lateral.

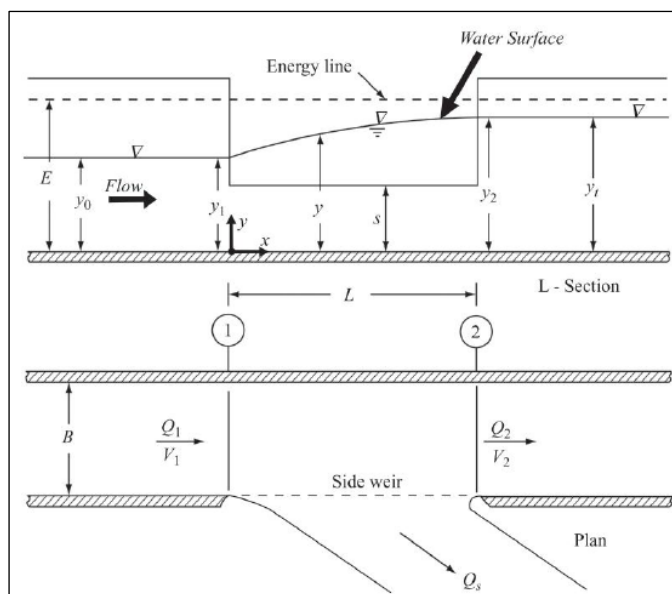


Figura 1. Esquema de definición del flujo de un vertedero lateral.

Reimpreso de *Flow in open channels* p (418), por Subramanya K., 2015, Mc Graw Hill Education (India).

a) Tipo 1

El canal tiene una pendiente suave y la altura del vertedero respecto al fondo del canal (s): $s > y_{c1}$, donde y_{c1} es el calado crítico correspondiente a la descarga de caudal de entrada Q_1 en la sección 1 (Figura 2a). En el extremo aguas abajo se tendrá el calado normal correspondiente al caudal Q_2 . Por lo tanto $y_2 = y_t$. En la sección 1, el calado y_1 será tal que $y_{c1} < y_1 < y_0$, donde y_0 es el calado normal para $Q_0 = Q_1$. A lo largo del vertedero el calado aumenta de y_1 a y_2 . Aguas arriba en la sección 1 habrá una curva M2 de y_0 a y_1 donde la sección de control para FEV será el calado aguas abajo $y_2 = y_t$.

b) Tipo 2

El canal con pendiente suave ($y_0 > y_{c1}$) y con $s < y_{c1}$ (Figura 2b). Si el vertedero es largo, posiblemente el flujo fluya por debajo del calado crítico. En el extremo de aguas arriba del vertedero, se considera que el calado y_1 es igual al calado crítico y_{c1} , $y_1 = y_{c1}$. En la

sección 2 aguas abajo el calado y_2 se eleva hasta el calado y_t por medio de un salto. Dependiendo del calado de aguas abajo y_t , el salto también puede avanzar hacia la parte de salida del vertedero. La sección de control para el perfil tipo 2 se encuentra en la sección 1 de la Figura 2b.

c) Tipo 3

El canal tiene una pendiente pronunciada ($y_0 < y_{c1}$) con $s < y_{c1}$ (Figura 2c). El calado aguas arriba es $y_1 = y_0$ y comenzará a decrecer desde la sección 1. En la sección 2 el calado alcanza un valor mínimo y en el canal aguas abajo, la superficie del agua se eleva a través de un perfil S_3 para alcanzar el calado de aguas abajo y_t . La sección de control para este perfil es $y_1 = y_0$ en la sección 1.

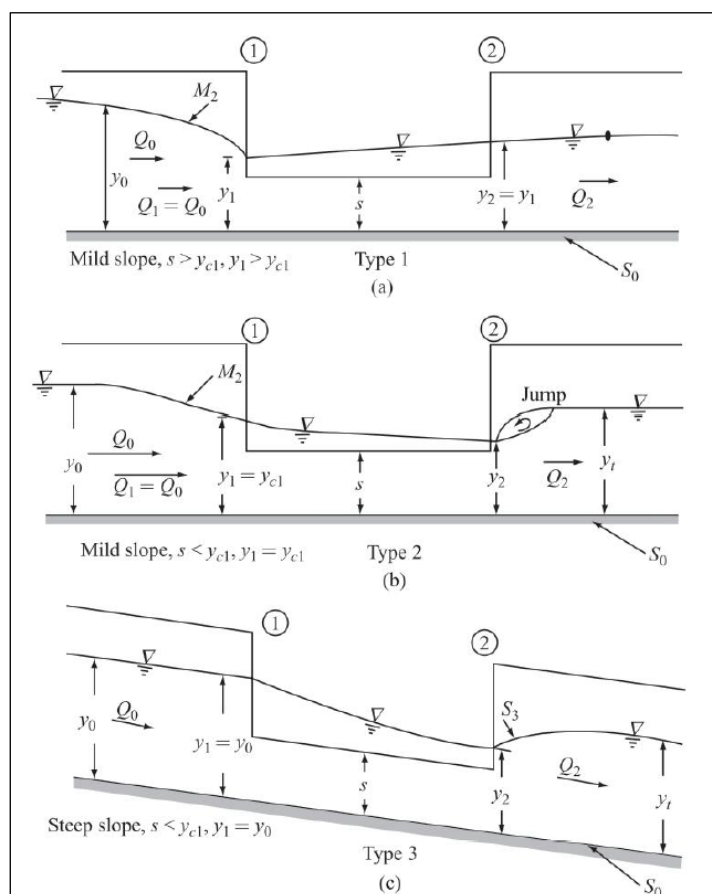


Figura 2. Clasificación de flujo sobre vertederos laterales.

Reimpreso de *Flow in open channels* p (419), por Subramanya K., 2015, Mc Graw Hill Education (India).

2.2.2 Ecuación diferencial para FEV con carga decreciente

La deducción de la ecuación diferencial de gobierno del FEV con caudal decreciente se plantea realizando los siguientes supuestos (Subramanya, 2015):

- La distribución de presión es hidrostática
- Se utiliza el método de análisis unidimensional, donde el factor de corrección de energía α se usa para representar la no uniformidad de la distribución de velocidades.
- Las pérdidas por fricción están representadas adecuadamente por la fórmula de Manning.
- La disminución de agua no afecta el contenido de energía por unidad de masa de agua en el canal.
- El flujo es constante.
- El canal es prismático y con pendiente pequeña.

Se considera la energía total en una sección x , representada por la (Ecuación 1) de a continuación.

$$H = z + y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 1})$$

Donde:

H Altura de carga hidráulica total o energía total [m].

z Altura geométrica o energía potencial [m].

y Altura de presión o calado de agua [m].

$\alpha \frac{V^2}{2g}$ Altura de velocidad o energía cinética [m].

Derivando la (Ecuación 1) con respecto a x ,

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{V^2}{2g} \right)$$

Se sabe que:

$$\frac{dH}{dx} = -S_f \quad y \quad \frac{dz}{dx} = -S_0$$

$$\frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \right) = \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{2Q}{A^2} \frac{dQ}{dx} - \frac{2Q^2}{A^3} \frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} \right)$$

$$\frac{dA}{dy} = T \quad y \quad \frac{dQ}{dx} = q_*$$

La (Ecuación 2) es la ecuación resultante para la dinámica de flujo espacialmente variado con caudal decreciente para canales prismáticos de cualquier sección con pendientes pequeñas, donde se destaca que q^* será negativo (Subramanya, 2015).

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - \alpha \frac{Q}{gA^2} q_*}{1 - \alpha \frac{Q^2 T}{gA^3}} \quad (\text{Ecuación 2})$$

Donde:

- S_0 Pendiente geométrica del canal prismático [m].
- S_f Pendiente de energía hidráulica del canal prismático [m].
- α Coeficiente de corrección de la energía cinética.
- Q Caudal del flujo [m^3/s].
- A Área de la sección transversal en la distancia x [m^2].
- q^* Diferencial de caudal respecto la distancia x
- g Aceleración de la gravedad [m^2/s].
- T Ancho superficial de la sección del canal [m].

2.2.3 Ecuación del FEV para canales prismáticos con vertederos laterales

Al desarrollar una ecuación para el flujo de agua en un vertedero lateral, se deben considerar varios aspectos, según (Subramanya, 2015), estas suposiciones se basan en la configuración mostrada en la Figura 1.

- El canal es prismático y tiene sección transversal rectangular.
- El vertedero lateral es de longitud corta. Se asume que la energía específica no varía entre las secciones 1 y 2. Esto equivale a considerar que $(S_0 - S_f) = 0$ o $(S_0 = 0$ y $S_f = 0)$. Los estudios experimentales han demostrado que esta es una suposición razonable.
- Se considera que el vertedero lateral es un vertedero de bordes afilados, con una aireación adecuada de la capa, y descarga libremente.
- El factor de corrección de energía cinética α se toma igual a 1.

Con todas estas suposiciones en consideración, la (Ecuación 2) se convierte en:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q(-\frac{dQ}{dx})/gB^2y^2}{1 - \frac{Q^2}{gy^3B^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Qy(-\frac{dQ}{dx})}{gB^2y^3 - Q^2} \quad (\text{Ecuación 3})$$

El caudal de salida = descarga sobre el vertedero lateral por unidad de longitud.

$$= \left(-\frac{dQ}{dx} \right) = \frac{2}{3} C_M \sqrt{2g} (y-s)^{3/2} \quad (\text{Ecuación 4})$$

En el cual el coeficiente de descarga C_M es un coeficiente de De Marchi (1934). Dado que se asume que la energía específica E permanece constante, la descarga en el canal en cualquier sección se puede expresar como:

$$Q = By\sqrt{2g(E-y)} \quad (\text{Ecuación 5})$$

De la (Ecuación 3), (Ecuación 4) y (Ecuación 5) se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{C_M}{B} \frac{\sqrt{(E-y)(y-s)^3}}{3y-2E} \quad (\text{Ecuación 6})$$

La (Ecuación 6) representa la *ecuación dinámica para flujo espacialmente variado con caudal decreciente a través de un vertedero lateral*, es aplicable para régimen subcrítico y supercrítico en un canal de sección rectangular.

En el presente caso de estudio, se toma como base el trabajo de (Swamee et al., 1994), donde presenta una solución numérica general para flujo subcrítico en canales de sección rectangular con vertedero lateral rectangular. Esta solución se obtiene partiendo de la (Ecuación 2) y (Ecuación 4), como se muestra a continuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - \frac{Q^2 n^2}{B^2 y^{10}} \left(1 + \frac{2y}{B}\right)^{\frac{4}{3}} + \frac{2\sqrt{2}}{3} C_M (y-s)^{1.5} * \frac{Q}{B^2 y^2 \sqrt{g}}}{1 - \frac{Q^2}{g B^2 y^3}} \quad (\text{Ecuación 7})$$

Al ser un estudio de flujo subcrítico, la condición inicial para la (Ecuación 7) es:

$$y(0) = y_2 = \text{calado al final del vertedero}$$

Asumiendo que C_M es independiente de x , en la integración,

$$x = \frac{3B}{2C_M} \phi_M(y, E, s) + Cte. \quad (\text{Ecuación 8})$$

Donde:

$$\phi_M(y, E, s) = \frac{2E-3s}{E-s} \sqrt{\frac{E-y}{y-s}} - 3 \sin^{-1} \sqrt{\frac{E-y}{E-s}} \quad (\text{Ecuación 9})$$

La (Ecuación 8) se conoce como ecuación de De Marchi y la (Ecuación 9) se conoce como función de flujo variado de De Marchi. Aplicando la (Ecuación 8) a las secciones 2 y 1 se tiene:

$$x_2 - x_1 = L_v = \frac{3}{2}(\phi_{M2} - \phi_{M1}) \quad (\text{Ecuación 10})$$

Donde:

L_v Longitud del vertedero [m].

s Altura del vertedero, respecto al fondo del canal [m].

x_i Posición en x, en el punto i del canal (inicio y fin del vertedero) [m].

Al conocer L_v , s , y (Q, y) en sección 2 y 1, la descarga sobre el vertedero lateral Q_v se puede calcular con la (Ecuación 11) y por la ecuación de la continuidad.

$$Q_v = Q_1 - Q_2 \quad (\text{Ecuación 11})$$

2.2.3.1 Coeficiente de descarga de De Marchi C_M

(Subramanya & Awasthy, 1972) han demostrado que, en flujos subcríticos, el número de Froude del flujo de aproximación es el principal factor que influye en el coeficiente de De Marchi. La relación entre C_M y el número de Froude inicial se describe de la siguiente manera:

$$C_M = 0.611 \sqrt{1 - \frac{3F_1^2}{(F_1^2 + 2)}} \quad (\text{Ecuación 12})$$

Donde:

$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}}$$

La (Ecuación 12) se puede reescribir como:

$$C_M = 0.864 \sqrt{\frac{1 - F_1^2}{2 + F_1^2}} \quad (\text{Ecuación 13})$$

Sin embargo, para flujos de aproximación supercríticos, el número de Froude de aproximación tiene un efecto mínimo, y la variación de C_M para $F_1 > 2$ se expresa como:

$$C_M = 0.36 - 0.008 F_1 \quad (\text{Ecuación 14})$$

2.2.4 Método de Runge-Kutta de cuarto orden

Los métodos de Runge-Kutta son técnicas numéricas para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias, destacando el de cuarto orden por su amplia aplicación y eficacia. Este método ofrece una mayor precisión en comparación con métodos de orden inferior, al usar cuatro evaluaciones distintas de la función en cada intervalo de integración (Chapra & Canale, 2015).

La (Ecuación 15) se denomina método clásico RK de cuarto orden (Chapra & Canale, 2015):

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (\text{Ecuación 15})$$

Donde:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h)$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h)$$

$$h = \text{Tamaño del paso de integración}$$

$$i = \text{Índice del paso actual}$$

Conociendo el valor del coeficiente C_M , los parámetros del canal rectangular, las condiciones iniciales y/o de contorno, se procede a determinar el perfil de flujo a través del vertedero. Para ello, se emplea la (Ecuación 7) mediante el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden, tal como se muestra en la (Ecuación 15) con un paso de integración de 0.1 m.

2.3 Modelación numérica

La dinámica de fluidos computacional (CFD) es una herramienta para el análisis detallado de las condiciones de flujo en sistemas hidráulicos. Se basa en simulaciones numéricas, que representan soluciones en un dominio discreto de las ecuaciones de gobierno para analizar y predecir el comportamiento de los fluidos y las características de procesos de flujo complejos, proporcionando una visión detallada del flujo y sus características (Versteeg & Malalasekera, 2007).

En la actualidad el uso de la CFD en la investigación y en aplicaciones industriales se ha ido incrementando por el desarrollo de algoritmos y programas eficientes de pre y post procesamiento, pero también por la implementación y desarrollo de capacidades computacionales, que permiten realizar análisis de procesos de flujo complejos. La CFD se

utiliza en diversas áreas como aerodinámica, flujos y transporte de aguas subterráneas, transferencia de calor por convección y mucho más (Sturm, 2021).

La CFD se aplica a estructuras hidráulicas como presas, aliviaderos y canales de riego, entre los principales, se han desarrollado diversas herramientas en términos de la CFD, entre las cuales se tienen aquellas enfocadas al análisis de flujos en canales abiertos, que representan problemas complejos debido a su comportamiento tridimensional y turbulento (Sturm, 2021).

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de un fluido, se conocen como las ecuaciones de Navier-Stokes. La CFD se encarga de la solución numérica en un dominio discretizado de las ecuaciones de gobierno (Blazek, 2015).

La formulación de las ecuaciones de la dinámica de fluidos se fundamenta en que el comportamiento dinámico de un fluido obedece a las siguientes leyes de conservación (Blazek, 2015):

- Conservación de la masa
- Conservación del momentum o cantidad de movimiento
- Conservación de la energía

2.3.1 Las ecuaciones de Navier-Stokes

Para la deducción de la ecuación de Navier-Stokes se plantea las siguientes hipótesis (Streeter et al., 2004).

- El fluido es incompresible, lo que significa que su densidad permanece constante con el tiempo y espacio durante el flujo.
- El fluido es aproximadamente isotérmico, es decir cambios locales de temperatura son mínimos o inexistentes, lo que supone que la viscosidad dinámica y viscosidad cinemática se mantienen constantes.

Al combinar las ecuaciones vectoriales de cantidad de movimiento, el resultado son las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible y viscosidad constante (Streeter et al., 2004).

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\rho g \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\rho g \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\rho g \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Donde:

ρ	Densidad del fluido
$\frac{Du}{Dt}$	Derivada parcial de la velocidad en u,v,w
$\rho \vec{g}$	Fuerza gravitacional por unidad de volumen
μ	Viscosidad dinámica del fluido

2.3.2 Modelado de turbulencia

La turbulencia es un estado de flujo caracterizado por movimientos caóticos y desordenados de un fluido, generalmente relacionados con velocidades de flujo elevadas, que pueden observarse en forma de remolinos y vórtices, este comportamiento ocurre en un amplio rango de escalas espaciales y temporales, en términos de las escalas espaciales se ha establecido que la turbulencia ocurre y se disipa desde escalas tan pequeñas como la moléculas hasta escalas de la magnitud del ancho del canal analizar. Esto hace que la simulación directa DNS (solución de las ecuaciones de gobierno) de flujos turbulentos sea solo factible en casos muy simplificados, para casos más complejos y más reales, la turbulencia se modela a través de modelos matemáticos simplificados (Blazek, 2015).

El primer nivel de aproximación es la simulación de grandes remolinos (LES), donde principalmente se basa en resolver solo las grandes escalas del movimiento turbulento y las pequeñas escalas resolverlas con métodos más simplificados. Pese a que LES requiere menos recursos que DNS, aun es exigente en recursos informáticos y no es una herramienta estándar de ingeniería (Blazek, 2015).

El siguiente nivel de aproximación es emplear las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds (RANS), que descomponen las variables de flujo en componentes medias y fluctuantes, luego realizan un promedio temporal o de conjunto (Blazek, 2015).

2.4 Simulaciones numéricas

OpenFOAM es un programa de código abierto que utiliza la dinámica de fluidos computacional (CFD) con el objetivo de realizar simulaciones numéricas de procesos de flujo. Posee un conjunto de herramientas para ejecutar las simulaciones numéricas en función del proceso de flujo que se desee simular (Greenshields, 2023).

3 Materiales y métodos

3.1 Análisis del caso de estudio

Para realizar un análisis representativo del proceso del flujo espacialmente variado con caudal decreciente como resultado de la colocación de un vertedero lateral, se definió un rango de valores para las variables que intervienen en el cálculo hidráulico como son: el caudal de entrada al canal y la altura de la cresta del vertedero con respecto al fondo del canal.

A continuación, se presentan los rangos de valores utilizados para el análisis del perfil de flujo en un canal rectangular con la intervención de un vertedero lateral. Para el *ancho del canal* (B), se consideró un solo valor para las simulaciones, el cual es 1.8 m. Para el *coeficiente de distribución de velocidad* (α), se establece el valor de 1 debido a que el flujo estudiado corresponde a un flujo turbulento bien desarrollado (Subramanya, 2015). La *pendiente del canal* (S_o), se considera un valor que permita que el flujo en el canal a lo largo del vertedero permanezca en régimen subcrítico. El valor utilizado es de 0.001 m/m. Para la *altura de la cresta del vertedero* (s), se consideraron diferentes valores de manera de garantizar la condición de flujo subcrítico en el canal a lo largo del vertedero cumpliendo la condición que $s > y_c$. Los valores de s utilizados son: 0.5, 0.6 y 0.7. El *coeficiente de rugosidad* (n), se escogió en función del material del canal, se asignó un valor de 0.014 para hormigón, material típico en la construcción de canales. Adicionalmente se consideraron 3 distintos valores de caudal (Q_1), los caudales se consideraron en un rango de variación entre 1.5 y 2.5 m³/s. En términos de mantener las condiciones de flujo seleccionadas (flujo subcrítico) no se utilizaron todas las alturas de la cresta del vertedero (s), con todos los caudales, si no que para cada valor de s las simulaciones se realizaron con un solo valor de caudal correspondiente. Finalmente, para la longitud del vertedero (L_v), se consideró un único valor de 1.5 m. Los valores considerados en las simulaciones se resumen a continuación en la Tabla 1.

Tabla 1. Rango de valores de variables para análisis de perfil de flujo en vertedero lateral en canal de sección rectangular.

Parámetro	Valor numérico
Ancho del canal [m]	1.8
Coeficiente de energía cinética	1
Pendiente del canal [m/m]	0.001
Coeficiente de rugosidad	0.014
Caudal [m ³ /s]	1.5, 2, 2.5
Altura de la cresta del vertedero [m]	0.5, 0.6, 0.7
Longitud del vertedero [m]	1.5

3.2 Configuración del modelo

Las condiciones de frontera en OpenFOAM determinan los valores obtenidos como resultado de las simulaciones, es por esto que su definición requiere especial atención y cuidado por lo que, para la simulación numérica de un canal de sección rectangular con vertedero lateral, se establecieron dos condiciones de frontera en la entrada: una para el agua (inletWater) donde se establece el caudal que entra al canal y otra para el aire (inletAir). Además, se definieron dos condiciones de frontera para las salidas de flujo: una ubicada al final del canal principal (outlet1) y otra en el canal que recoge el agua del vertedero (outlet2). Se aplicaron condiciones de frontera específicas a las paredes y al fondo tanto del canal como del vertedero, identificadas como walls y bottomWall, respectivamente. La condición de frontera para el contacto entre el agua y el aire se definió como atmosphere. A continuación, en la Tabla 2 se presenta un resumen del tipo y condiciones de frontera utilizadas en el modelado.

Tabla 2. Condiciones de frontera para modelado de canal de sección rectangular con vertedero lateral en OpenFOAM.

3	a	k	w	p	u
inletAir	fixedValue	fixedValue	fixedValue	fixedFluxPressure	flowRateInletVelocity
inletWater	fixedValue	fixedValue	fixedValue	fixedFluxPressure	fixedValue
outlet1	zeroGradient	inletOutlet	inletOutlet	zeroGradient	inletOutlet
outlet2	zeroGradient	inletOutlet	inletOutlet	zeroGradient	inletOutlet
bottomWall	zeroGradient	kqRWallFunction	omegaWallFunction	fixedFluxPressure	noSlip
walls	zeroGradient	kqRWallFunction	omegaWallFunction	fixedFluxPressure	noSlip
atmosphere	inletOutlet	inletOutlet	inletOutlet	totalPressure	pressureInletOutletVelocity

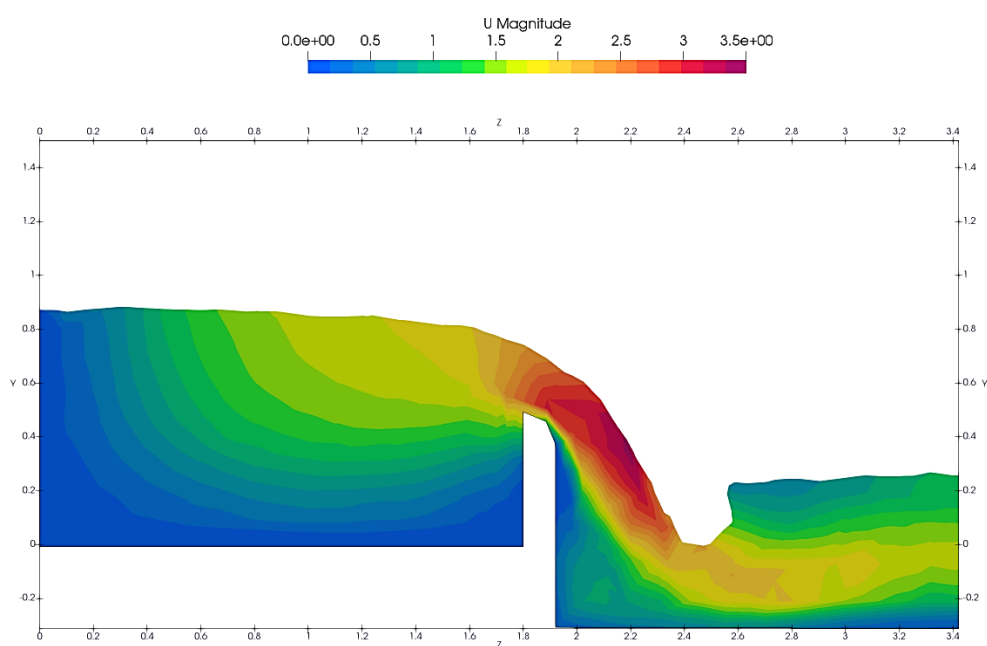
4 Análisis y Resultados

4.1 Resultados

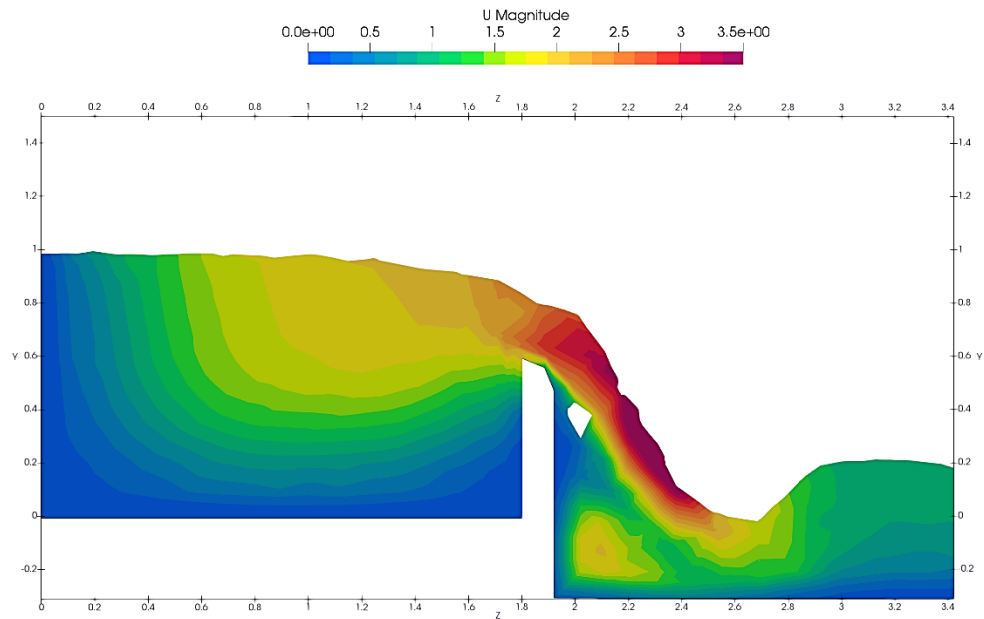
En esta sección, se presentan los resultados obtenidos en la simulación numérica para el estudio del perfil de flujo en un canal con la intervención de un vertedero lateral. Estos resultados se comparan con los valores obtenidos mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden para validar la precisión del modelo.

Se obtiene los perfiles de flujo para caudales de 1.5, 2.0 y 2.5 m³/s manteniendo constante la pendiente, ancho y longitud del canal. También se mantiene constante la longitud del vertedero, y para mantener la condición de flujo subcrítico se varía la altura de la cresta del vertedero (s), correspondiente a cada caudal, cumpliendo la condición $s > y_c$.

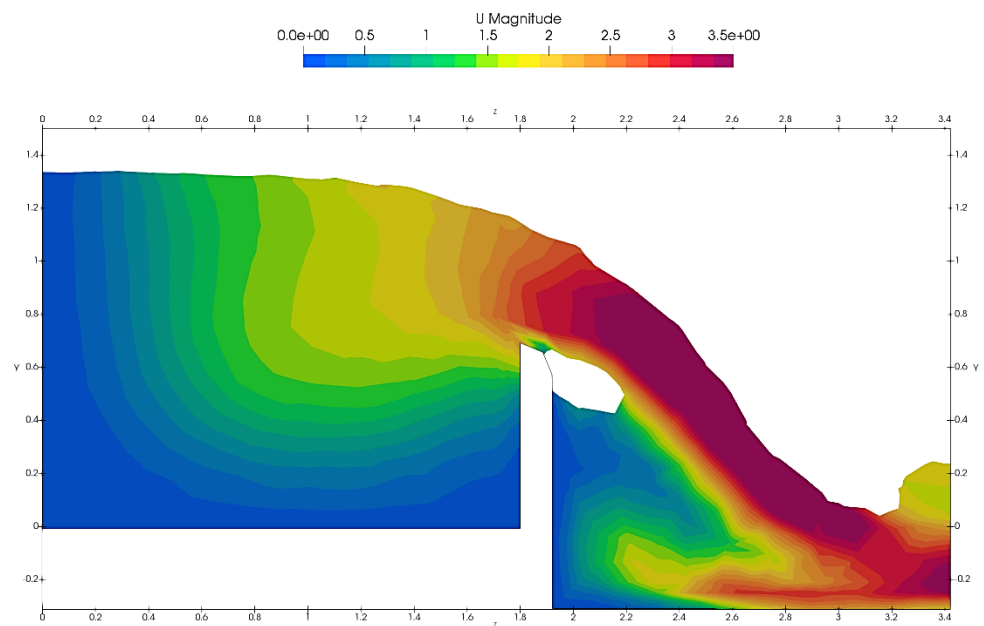
En la Figura 3, se muestran los perfiles de flujo en la sección transversal localizada a una distancia de la mitad de la longitud del vertedero, desde el inicio del mismo, donde se observa las variaciones que presenta la velocidad debido a la influencia del vertedero. De los resultados de las simulaciones se puede verificar que en términos generales la tendencia de flujo es semejante para los tres caudales simulados, con lo que se verifica que la selección de la altura de la cresta del vertedero para cada valor de caudal es adecuada. Las principales diferencias registradas corresponden a los valores de velocidad aguas abajo del vertedero lateral y la aparición de zonas aireadas que aumentan en área a medida que aumenta el caudal, sin embargo, dado que el principal objetivo del presente estudio es la determinación del perfil de flujo en el canal, se estima que estas diferencias no tendrían efecto en este perfil.



a)



b)

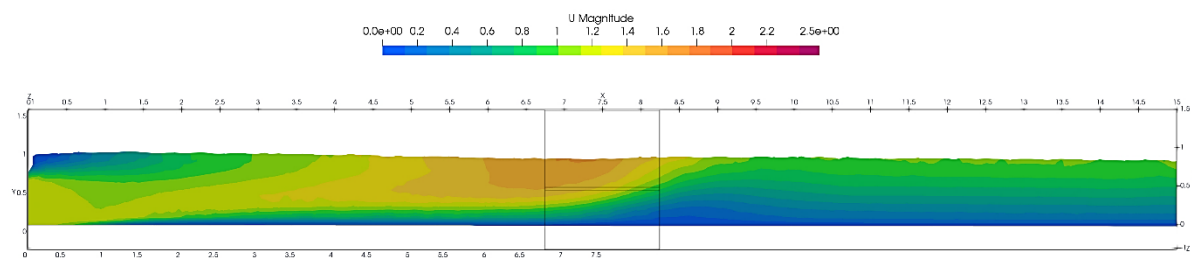


c)

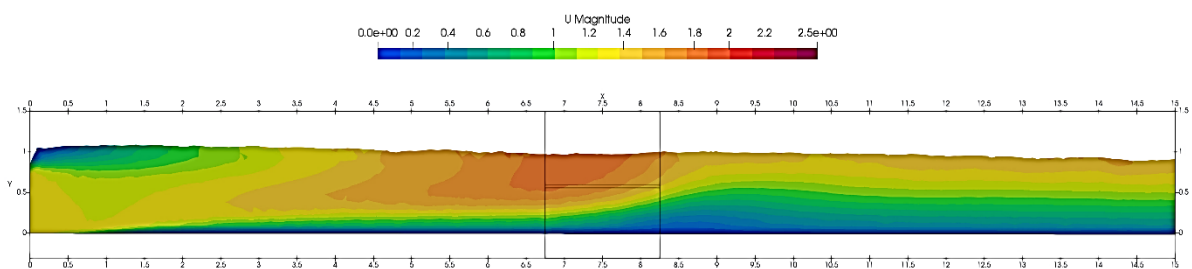
Figura 3. Perfil transversal de flujo para caudal de a) 1.5 m³/s b) 2.0 m³/s y c) 2.5 m³/s.

A continuación, en la Figura 4 muestra los perfiles longitudinales localizados en la mitad de la sección transversal del canal, se detalla también la ubicación del vertedero, así como también su cresta, en términos generales el perfil de flujo se presenta semejante para los tres caudales analizados, se observa un incremento de los valores de las velocidades desde el ingreso al canal hasta la zona en la que termina el vertedero lateral a partir de la cual se

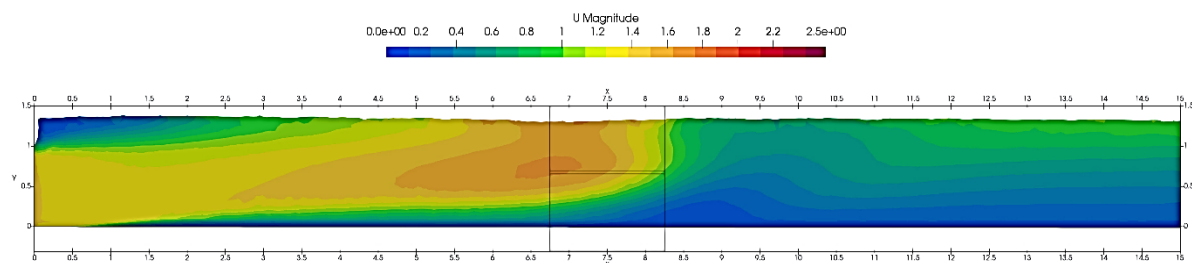
alcanza un estado de flujo uniforme, los valores máximos de velocidad se obtiene en la zona de inicio del vertedero lateral, adicionalmente, se observa que el efecto del vertedero lateral en estos perfiles es casi imperceptible para este perfil longitudinal.



a)



b)



c)

Figura 4. Perfil longitudinal de flujo en la mitad del canal para caudal de a) 1.5 m³/s b) 2.0 m³/s y c) 2.5 m³/s.

A continuación, en la Figura 5 muestra los perfiles longitudinales localizados en la pared del canal en donde se coloca el vertedero lateral, se detalla también la ubicación del vertedero, de la misma manera que para el perfil en la mitad de la sección transversal el patrón de flujo se replica para los tres caudales analizados, con la única diferencia de las magnitudes de las velocidades, especialmente para el tramo donde se ubica el vertedero lateral, ya que para los otros tramos simulados (antes y después del vertedero) las velocidades son bastante similares. En términos del perfil de flujo en la zona del vertedero en esta sección longitudinal

ya se evidencia el efecto que tiene el derrame de flujo a través del vertedero, se observa un aumento del calado de flujo a lo largo del vertedero.

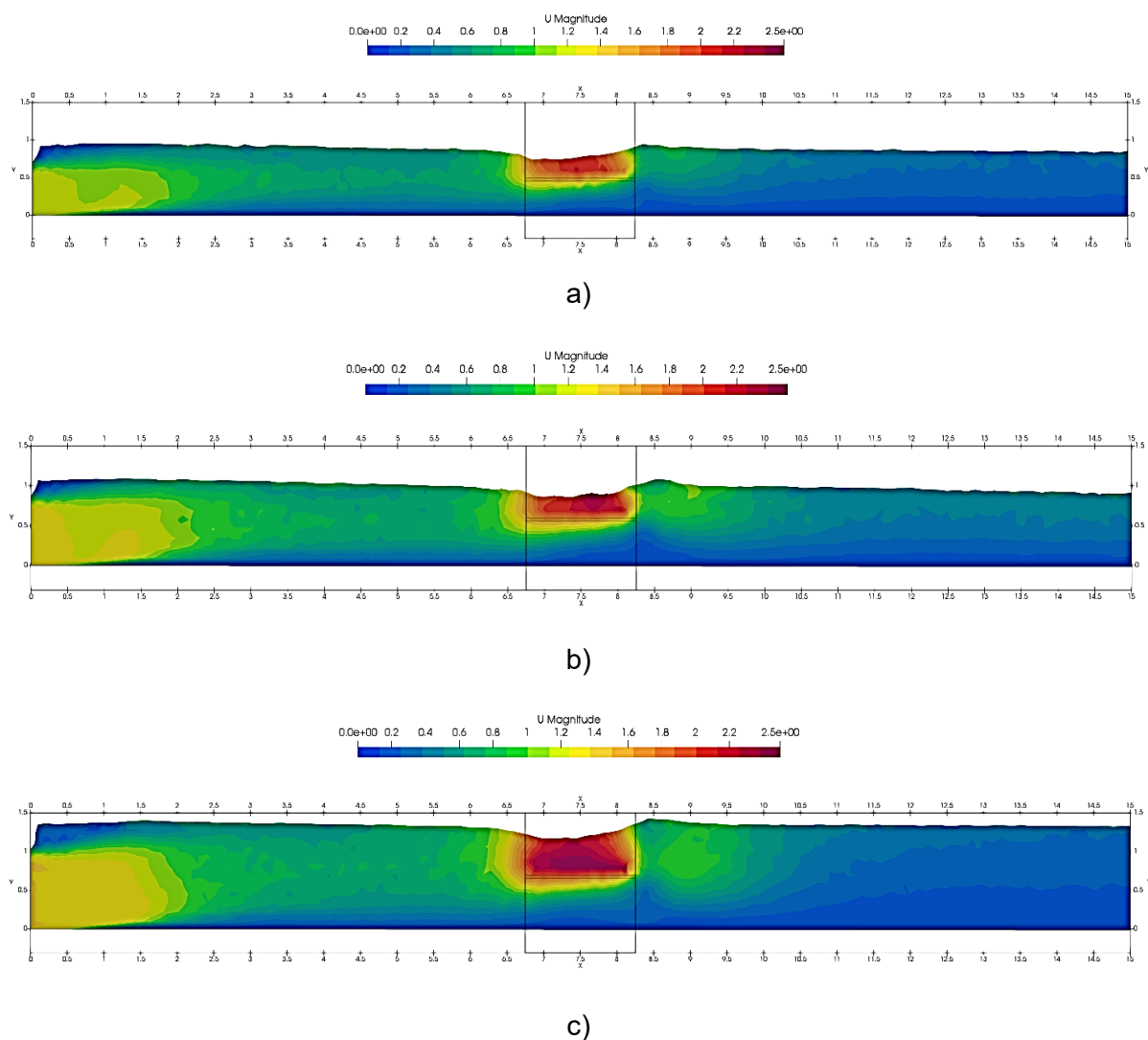
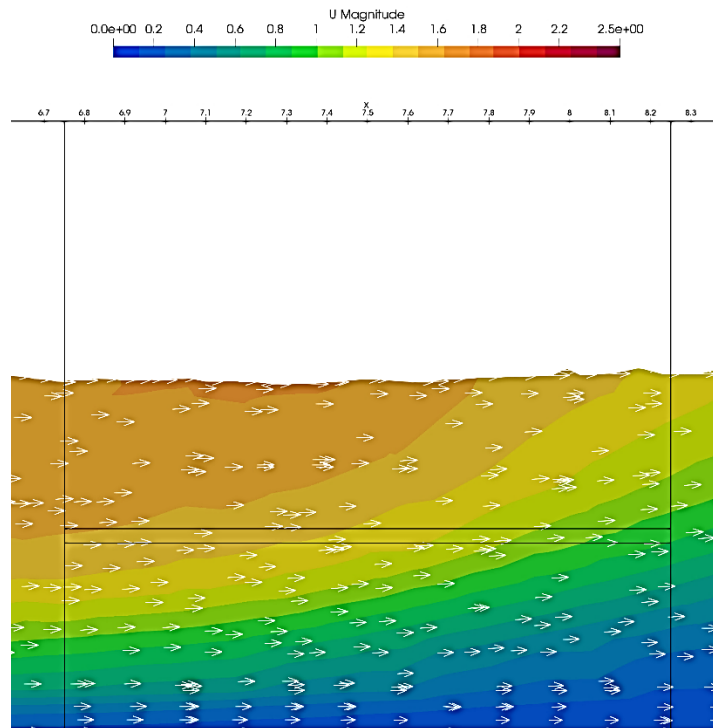
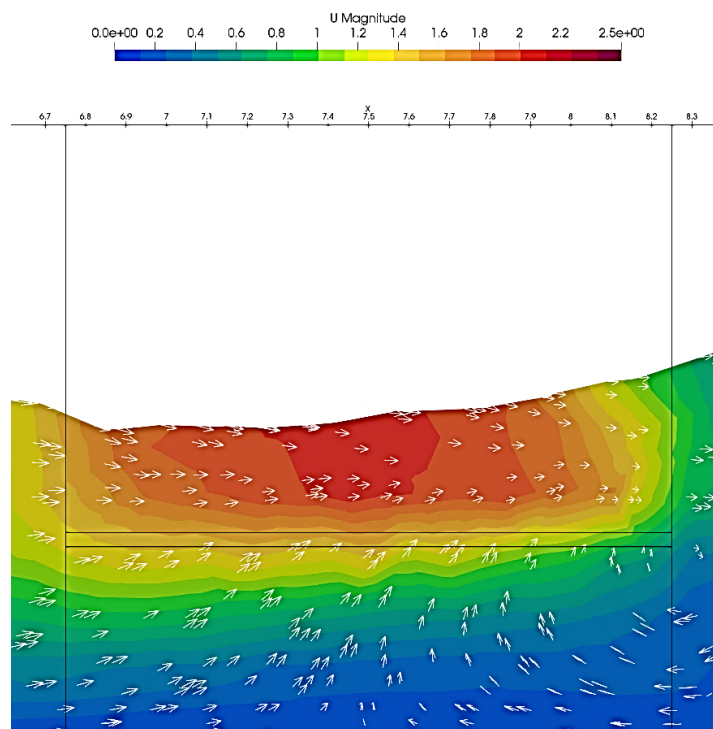


Figura 5. Perfil de flujo longitudinal en el borde del vertedero para caudal de a) 1.5 m³/s b) 2.0 m³/s y c) 2.5 m³/s.

En la Figura 6 que se presenta a continuación, se puede observar con mayor detalle el perfil de flujo, para el caudal de 1.5 m³/s, a lo largo de la longitud del, vertedero y sus correspondientes vectores de velocidad, para el perfil localizado en la mitad de la sección transversal del canal se observa el flujo preferente en dirección longitudinal del canal, en cambio para el perfil de flujo obtenido en la pared del canal donde se colocan el vertedero, se observa los flujo secundarios que se producen por el flujo a través del vertedero.



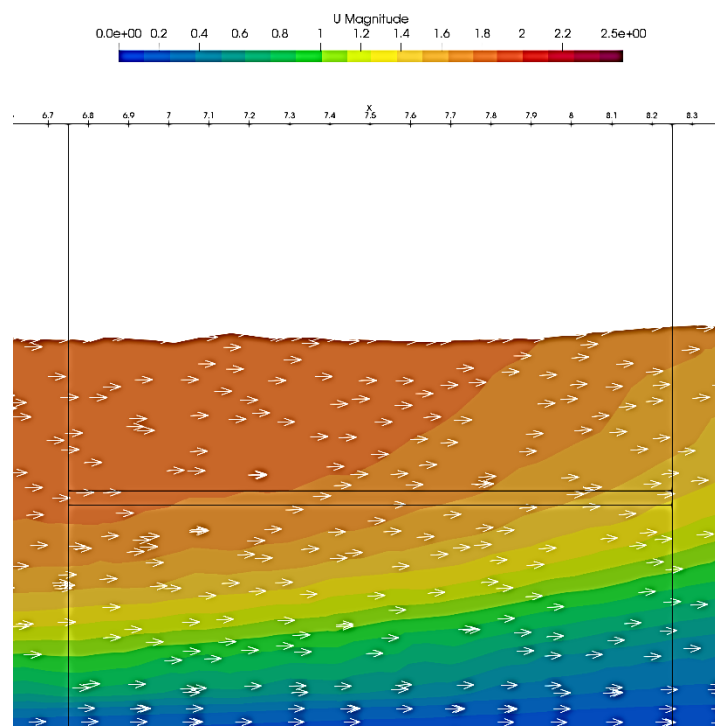
a)



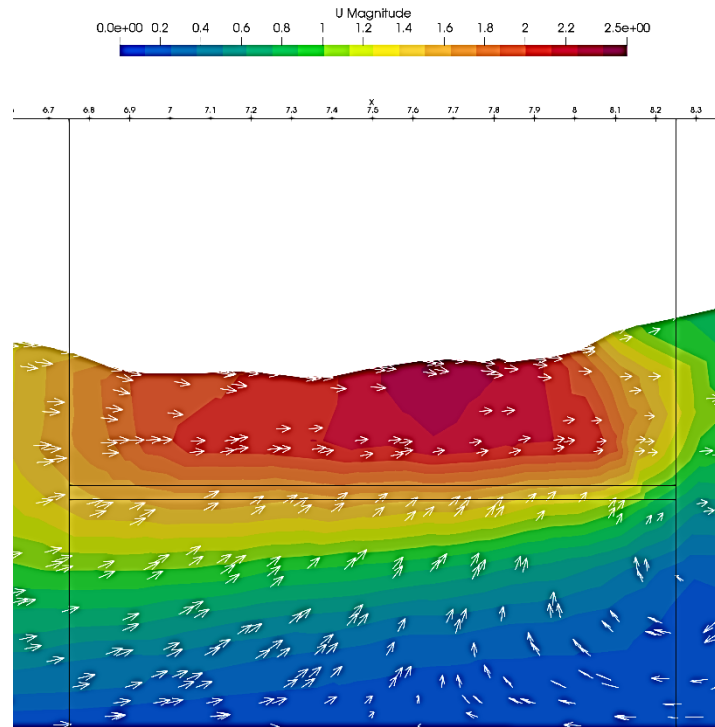
b)

Figura 6. Líneas de flujo de velocidades para caudal de 1.5 m³/s en a) centro del canal y b) borde del canal.

De la misma manera, la Figura 7 muestra con mayor detalle el perfil de flujo, para el caudal de 2.0 m³/s, a lo largo de la longitud del vertedero y sus correspondientes vectores de velocidad, para el perfil localizado en la mitad de la sección transversal del canal, con la diferencia marcada en la magnitud de las velocidades, que para el caudal de 2.0 m³/s con mayores que para el caudal de 1.5 m³/s se observa el mismo patrón de flujo, es decir el flujo preferente en dirección longitudinal del canal, en cambio para el perfil de flujo obtenido en la pared del canal donde se colocan el vertedero, se observa los flujo secundarios que se producen por el flujo a través del vertedero.



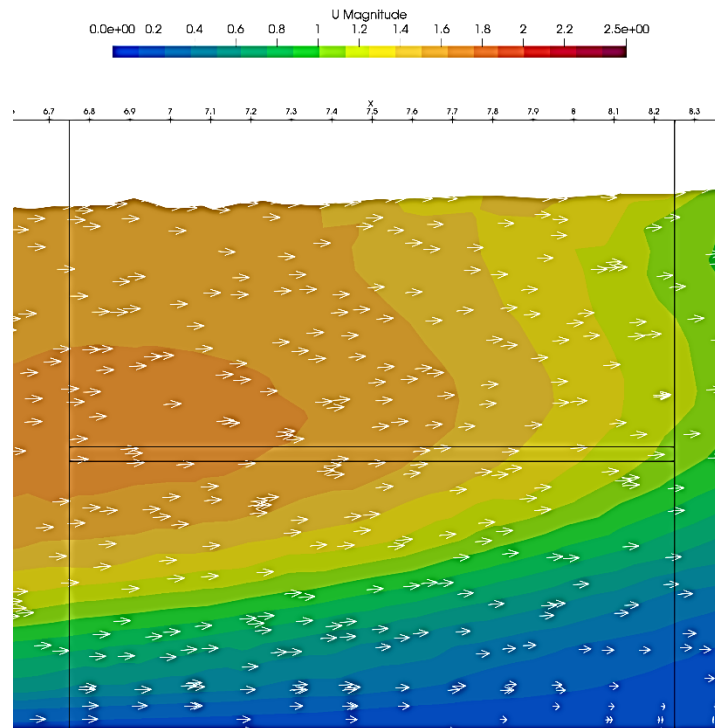
a)



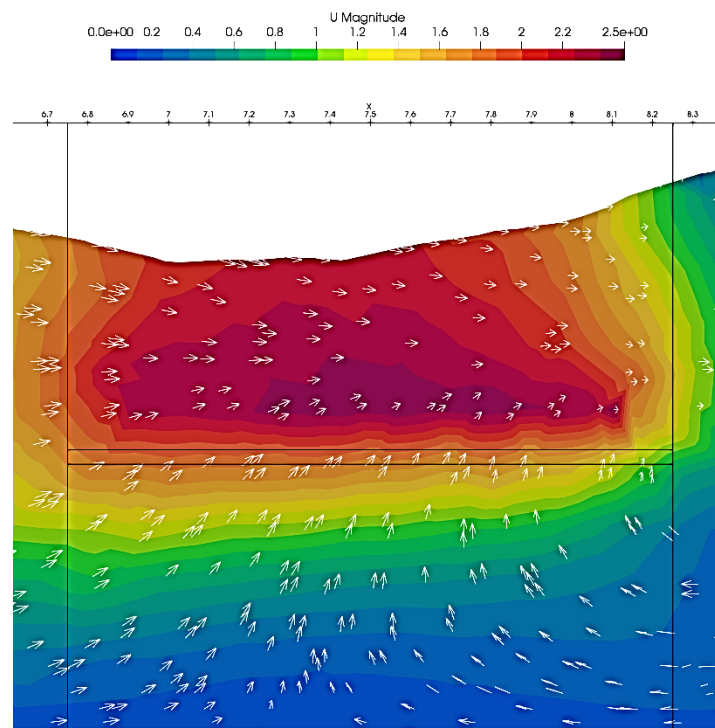
b)

Figura 7. Líneas de flujo de velocidades para caudal de 2.0 m³/s en a) centro del canal y b) borde del canal.

Finalmente, en la Figura 8 se muestra con mayor detalle el perfil de flujo, para el caudal de 2.5 m³/s, a lo largo de la longitud del vertedero y sus correspondientes vectores de velocidad, para el perfil localizado en la mitad de la sección transversal del canal, con la diferencia marcada en la magnitud de las velocidades, que para el caudal de 2.5 m³/s son mayores que para el caudal de 2.0 m³/s y el caudal de 1.5 m³/s, se observa el mismo patrón de flujo, es decir el flujo preferente en dirección longitudinal del canal, en cambio para el perfil de flujo obtenido en la pared del canal donde se colocan el vertedero, se observa los flujo secundarios que se producen por el flujo a través del vertedero.



a)



b)

Figura 8. Líneas de flujo de velocidades para caudal de 2.5 m³/s en a) centro del canal y b) borde del canal.

Para los diferentes caudales simulados, se observa un mismo patrón de flujo que se describe de la siguiente manera, se observa que el perfil longitudinal de flujo en la zona donde se ubica el vertedero aumenta desde el inicio hasta el final de la longitud de vertedero, comportamiento que de acuerdo a la ecuación de FEV con caudal decreciente es el adecuado.

4.2 Análisis de resultados

Para verificar los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas denominadas como Método 1, estos resultados se comparan con aquellos que fueron obtenidos para las mismas condiciones de las simulaciones, pero utilizando la ecuación diferencial de FEV con caudal decreciente resuelta a través del método de Runge-Kutta de cuarto orden denominados como Método 2.

A continuación, en la Tabla 3 se presentan los resultados de este análisis comparativo, correspondientes al caudal de 1.5 m³/s, denominada Prueba 1, la columna (1) de cada método corresponde al perfil de flujo en la mitad de la sección transversal, y la columna (2) corresponde a el perfil en la pared del canal en donde se coloca el vertedero lateral. Adicionalmente, para establecer el porcentaje de referencia se ha establecido los resultados de las simulaciones numéricas como el parámetro de comparación. De esta manera, se registran diferencias que varían desde 0.00 % hasta un máximo de 2.13 % para el perfil del centro de la sección transversal, y varían desde 0.00 % hasta un máximo de 4.02 % para el perfil en la pared del canal. Como se reporta, mayores valores de diferencias se obtiene para el perfil donde se tiene el efecto del vertedero lateral. En la Figura 9 se presentan los resultados de la Tabla 3 de manera gráfica, los porcentajes de diferencia obtenidos en la Tabla 3 se puede verificar de manera clara en la Figura 9, la principal deferencia entre los perfiles de las simulaciones numéricas (Método 1) y aquellos obtenidos mediante Runge-Kutta (Método 2), es la irregularidad del perfil del Método 1 y la regularidad del perfil obtenido con el Método 2, esto se puede explicar porque las simulaciones numéricas consideran el efecto de la turbulencia mientras que la ecuación diferencial de FEV resuelta por el método de Runge-Kutta no, de todas maneras, las diferencias obtenidas son menores a 5% en todos los casos, valor que se considera esperable en los procesos de modelación debido a las simplificaciones que se aplican en el proceso, por lo que en términos generales se puede establecer que no existe diferencias significativas entre los dos métodos considerados.

• Prueba 1

Tabla 3. Estudio del comportamiento del flujo para un caudal de 1.5 m³/s.

Abscisas	Método 1		Método 2		Diferencia	
	(1)	(2)	(1)	(2)		
x [m]	y [m]				(1)	(2)
0	0.867	0.762	0.864	0.774	0.31%	1.59%
0.1	0.871	0.769	0.867	0.781	0.50%	1.51%
0.2	0.87	0.774	0.869	0.787	0.12%	1.70%
0.3	0.874	0.775	0.871	0.794	0.31%	2.44%
0.4	0.867	0.773	0.874	0.801	0.77%	3.58%
0.5	0.862	0.781	0.876	0.808	1.62%	3.39%
0.6	0.861	0.783	0.878	0.814	2.02%	4.02%
0.7	0.868	0.791	0.881	0.822	1.47%	3.86%
0.8	0.869	0.809	0.883	0.829	1.62%	2.43%
0.9	0.867	0.818	0.886	0.836	2.13%	2.19%
1	0.872	0.824	0.888	0.843	1.82%	2.33%
1.1	0.878	0.837	0.890	0.851	1.40%	1.62%
1.2	0.881	0.854	0.893	0.858	1.33%	0.48%
1.3	0.885	0.862	0.895	0.866	1.15%	0.42%
1.4	0.894	0.876	0.898	0.873	0.40%	0.31%
1.5	0.900	0.881	0.900	0.881	0.00%	0.00%

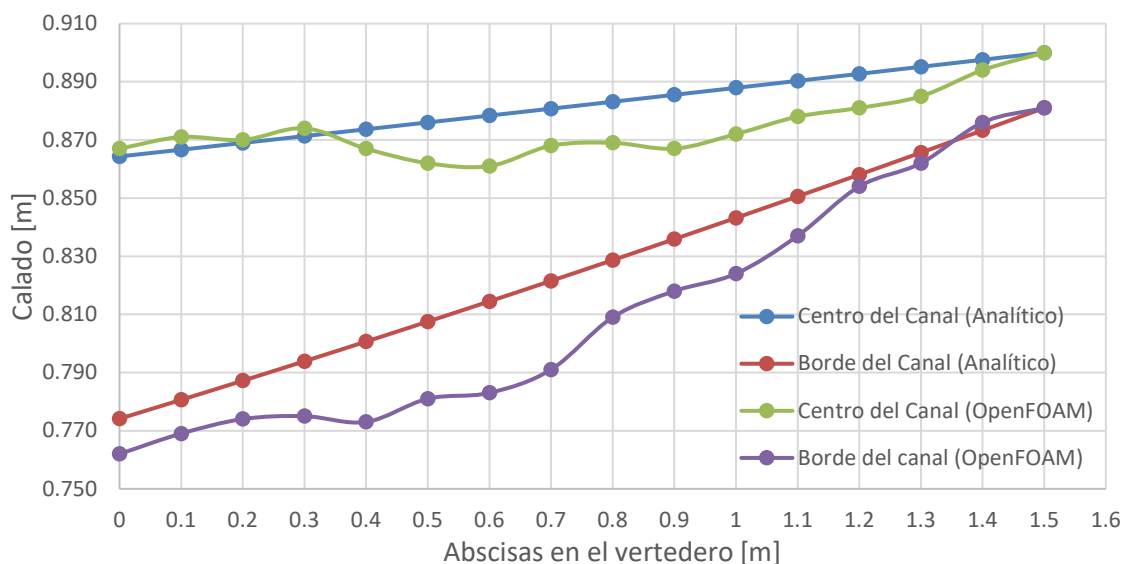


Figura 9. Perfil de flujo para un caudal de 1.5 m³/s.

A continuación, en la Tabla 4 se presentan los resultados de este análisis comparativo, correspondientes al caudal de 2.0 m³/s, denominada Prueba 2, la columna (1) de cada método corresponde al perfil de flujo en la mitad de la sección transversal, y la columna (2) corresponde a el perfil en la pared del canal en donde se coloca el vertedero lateral. Adicionalmente, para establecer el porcentaje de referencia se ha establecido los resultados

de las simulaciones numéricas como el parámetro de comparación. De esta manera, se registran diferencias que varían desde 0.00 % hasta un máximo de 0.97 % para el perfil del centro de la sección transversal, y varían desde 0.00 % hasta un máximo de 4.20 % para el perfil en la pared del canal. Comparando con los resultados para el caudal de 1.5 m³/s, se observa que con respecto al perfil de la mitad de la sección transversal se tiene menos diferencia, pero para el perfil en la pared donde se ubica el vertedero se tiene una diferencia algo mayor. En la Figura 10 se presentan los resultados de la Tabla 4 de manera gráfica, los porcentajes de diferencias obtenidas en la Tabla 4 se puede verificar de manera clara en la Figura 10, al igual que para el caudal de 1.5 m³/s, la principal diferencia entre los perfiles de las simulaciones numéricas (Método 1) y aquellos obtenidos mediante Runge-Kutta (Método 2), es la irregularidad del perfil del Método 1 y la regularidad del perfil obtenido con el Método 2, esto se puede explicar porque las simulaciones numéricas consideran el efecto de la turbulencia mientras que la ecuación diferencial de FEV resuelta por el método de Runge-Kutta no, sin embargo, las diferencias obtenidas siguen siendo menores a 5% en todos los casos, valor que se considera esperable en los procesos de modelación debido a las simplificaciones que se aplican en el proceso, por lo que en términos generales se puede establecer que no existe diferencias significativas entre los dos métodos considerados.

- **Prueba 2**

Tabla 4. Estudio del comportamiento del flujo para un caudal de 2 m³/s.

Abcisas	Método 1		Método 2		Diferencia	
	(1)	(2)	(1)	(2)		
x [m]	y [m]				(1)	(2)
0	0.953	0.889	0.955	0.876	0.16%	1.48%
0.1	0.959	0.882	0.957	0.883	0.20%	0.11%
0.2	0.953	0.888	0.960	0.890	0.70%	0.24%
0.3	0.953	0.879	0.962	0.898	0.97%	2.11%
0.4	0.969	0.884	0.965	0.905	0.43%	2.38%
0.5	0.968	0.8889	0.967	0.913	0.06%	2.67%
0.6	0.978	0.888	0.970	0.920	0.81%	3.64%
0.7	0.973	0.901	0.973	0.928	0.04%	3.01%
0.8	0.971	0.912	0.975	0.936	0.44%	2.64%
0.9	0.97	0.917	0.978	0.944	0.82%	2.96%
1	0.973	0.914	0.981	0.952	0.78%	4.20%
1.1	0.977	0.929	0.983	0.961	0.64%	3.41%
1.2	0.98	0.939	0.986	0.969	0.60%	3.20%
1.3	0.991	0.952	0.989	0.978	0.24%	2.69%
1.4	0.993	0.976	0.991	0.986	0.17%	1.05%
1.5	0.994	0.995	0.994	0.995	0.00%	0.00%

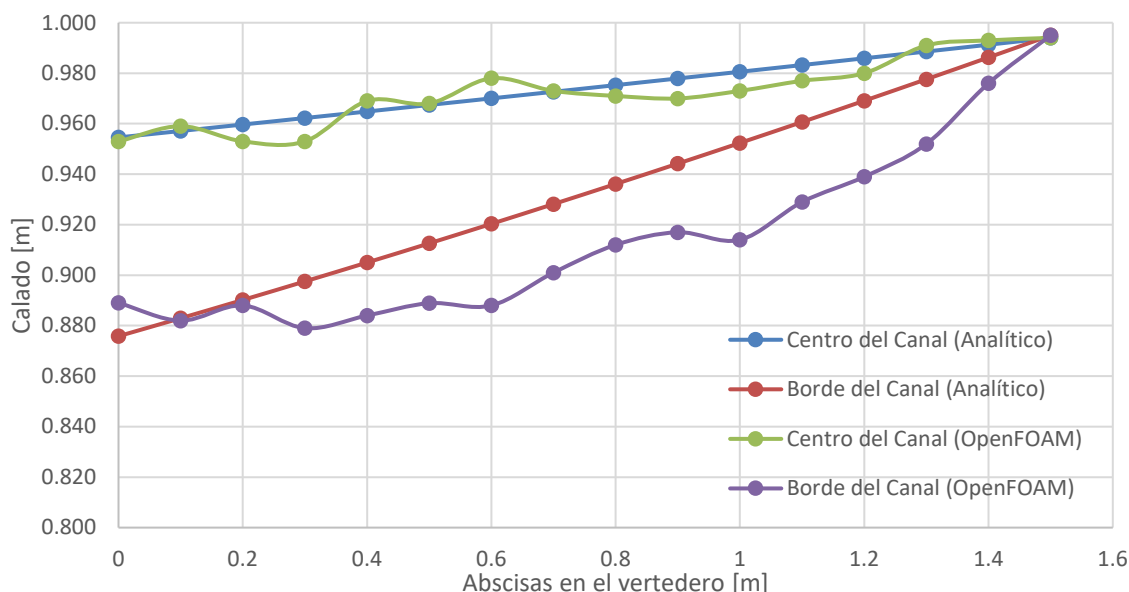


Figura 10. Perfil de flujo para un caudal de 2.0 m³/s.

A continuación, en la Tabla 5 se presentan los resultados de este análisis comparativo, correspondientes al caudal de 2.5 m³/s, denominada Prueba 3, la columna (1) de cada método corresponde al perfil de flujo en la mitad de la sección transversal, y la columna (2) corresponde a el perfil en la pared del canal en donde se coloca el vertedero lateral. Adicionalmente, para establecer el porcentaje de referencia se ha establecido los resultados de las simulaciones numéricas como el parámetro de comparación. De esta manera, se registran diferencias que varían desde 0.00 % hasta un máximo de 2.00 % para el perfil del centro de la sección transversal, y varían desde 0.00 % hasta un máximo de 4.89 % para el perfil en la pared del canal. Comparando con los resultados para el caudal de 2.0 m³/s, y 1.5 m³/s se observa que con respecto al perfil de la mitad de la sección transversal se tiene una mayor diferencia con respecto a los valores para 2.0 m³/s, pero valores muy similares que los obtenidos para 1.5 m³/s, pero para el perfil en la pared donde se ubica el vertedero se tiene una diferencia algo mayor en ambos casos. En la Figura 11 se presentan los resultados de la Tabla 5 de manera gráfica, los porcentajes de diferencia obtenidos en la Tabla 5 se puede verificar de manera clara en la Figura 11, al igual que para los das anteriores pruebas, la principal deferencia entre los perfiles de las simulaciones numéricas (Método 1) y aquellos obtenidos mediante Runge-Kutta (Método 2), es la irregularidad del perfil del Método 1 y la regularidad del perfil obtenido con el Método 2, esto se puede explicar porque las simulaciones numéricas consideran el efecto de la turbulencia mientras que la ecuación diferencial de FEV resuelta por el método de Runge-Kutta no, sin embargo, las diferencias obtenidas siguen siendo menores a 5% en todos los casos, valor que se considera esperable en los procesos de modelación debido a las simplificaciones que se aplican en el proceso,

por lo que en términos generales se puede establecer que no existe diferencias significativas entre los dos métodos considerados.

- **Prueba 3**

Tabla 5. Estudio del comportamiento del flujo para un caudal de 2.5 m³/s.

Abcisas	Método 1		Método 2		Diferencia	
	(1)	(2)	(1)	(2)		
x [m]	y [m]				(1)	Error
0	1.3	1.188	1.280	1.164	1.53%	1.99%
0.1	1.31	1.187	1.284	1.175	2.00%	1.06%
0.2	1.31	1.188	1.287	1.185	1.73%	0.26%
0.3	1.3	1.19	1.291	1.195	0.70%	0.45%
0.4	1.31	1.182	1.295	1.206	1.18%	1.99%
0.5	1.311	1.189	1.298	1.217	0.98%	2.28%
0.6	1.307	1.187	1.302	1.228	0.40%	3.31%
0.7	1.312	1.178	1.305	1.239	0.50%	4.89%
0.8	1.318	1.197	1.309	1.250	0.67%	4.21%
0.9	1.321	1.209	1.313	1.261	0.62%	4.11%
1	1.327	1.223	1.316	1.272	0.79%	3.86%
1.1	1.326	1.248	1.320	1.283	0.44%	2.76%
1.2	1.319	1.262	1.324	1.295	0.37%	2.54%
1.3	1.327	1.286	1.328	1.307	0.04%	1.57%
1.4	1.332	1.298	1.331	1.318	0.05%	1.53%
1.5	1.335	1.33	1.335	1.330	0.00%	0.00%

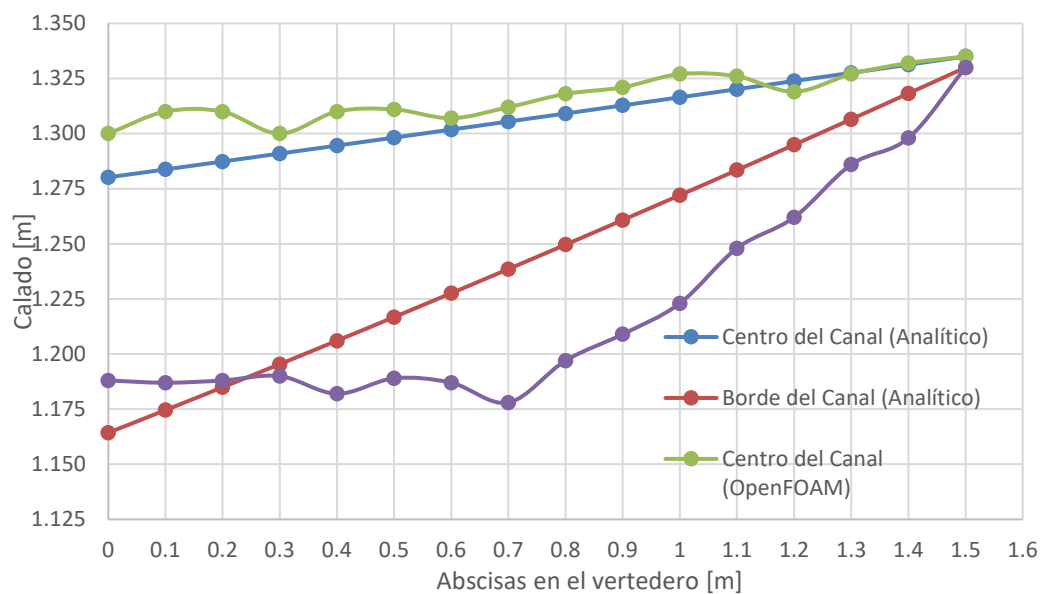


Figura 11. Perfil de flujo para un caudal de 2.5 m³/s.

5 Conclusiones y recomendaciones

Las simulaciones CFD con OpenFOAM han permitido estimar con un mayor nivel de detalle el comportamiento del flujo en un canal de sección rectangular bajo la influencia de un vertedero lateral, superando las limitaciones de los métodos simplificados sobre todo en términos de turbulencia. Así, los cálculos con el método de Runge-Kutta representan una estimación aceptable del perfil de FEV con caudal decreciente en un canal rectangular con vertedero lateral. Del presente análisis se establece la importancia de utilizar simulaciones numéricas para obtener una representación con un mayor nivel de detalle de las condiciones reales del flujo.

5.1 Conclusiones

En las tres pruebas realizadas con caudales de 1.5 m³/s, 2 m³/s y 2.5 m³/s, se observa que el perfil de flujo en el centro del canal presenta mayor estabilidad y menor variación de calados en comparación con el perfil de flujo obtenido para borde del canal donde se ubica el vertedero lateral.

A medida que el caudal aumenta en cada prueba, la diferencia entre los resultados de los calados obtenidos por ambos métodos se incrementa para el perfil con mayor influencia del vertedero (en la pared del canal), debido a que mayores caudales intensifican la turbulencia, parámetro que no es considerado de manera consistente en la ecuación de FEV con caudal decreciente.

Para un pre-dimensionamiento de obras hidráulicas, el método de la solución de la ecuación simplificada de FEV con caudal decreciente, puede ser aceptable debido a su simplicidad y rapidez. Sin embargo, si se desea obtener una mayor precisión en la construcción de dichas obras, es recomendable optar por una simulación numérica. Esta metodología ofrece una representación más detallada y precisa del comportamiento del flujo, especialmente en situaciones de alta turbulencia y complejidad. Sin embargo, es importante tener en consideración que la modelación numérica es una herramienta muy poderosa, siempre que el modelo numérico este calibrado y validado, ya que se debe tener en cuenta, que los modelos numéricos también aplican simplificaciones que debe ser comprobadas, sobre todo en términos de la modelación de la turbulencia.

Finalmente, los errores obtenidos en cada una de las pruebas desarrolladas se mantienen por debajo del 5%, valor que puede ser considerado aceptable debido el error inherente que se tiene al tratar de describir un proceso de tipo aleatorio como es la turbulencia. En términos

generales se puede establecer que las dos metodologías aplicadas no tienen diferencias significativas.

5.2 Recomendaciones

En base a los resultados obtenidos, se pueden establecer las siguientes recomendaciones: Se recomienda ampliar el alcance del estudio, modificando parámetros adicionales como: aumentar el ancho del canal y la longitud del vertedero, adicionalmente, se pueden considerar también un rango más amplio de caudales, diferentes valores de la altura de la cresta del vertedero, entre los principales.

Es recomendable realizar la calibración y validación de los resultados obtenidos mediante simulaciones numéricas con datos experimentales o de campo, este enfoque permite tener un mayor nivel de confianza en los resultados de la modelación numérica.

Para aumentar la precisión de los resultados de una simulación numérica, es fundamental realizar un estudio del tamaño de la malla utilizada en la simulación. En términos generales una malla más detallada permitirá obtener resultados más precisos, sin embargo, el costo computacional de trabajar con mallas finas podría hacer a una simulación no realizable, por lo que el establecimiento de mallas con tamaños adecuados para un nivel de precisión requerido representa un reto que debe analizarse con mayor detalle.

Referencias

- Blazek, J. (2015). *Computational fluid dynamics: Principles and applications* (Third edition). Butterworth-Heinemann.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros* (S. M. Sarmiento Ortega, Trad.; Séptima edición). McGraw-Hill.
- Chow, V. T. (1998). *Hidráulica de los canales abiertos*. McGraw-Hill.
- Finnemore, E. J., & Franzini, J. B. (2002). *Fluid mechanics with engineering applications* (10th ed). McGraw-Hill.
- French, R. H. (1985). *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill.
- Greenshields, C. (2023, julio 11). *OpenFOAM v11 User Guide*. CFD Direct. <https://doc.cfd.direct/openfoam/user-guide-v11>
- Juan H. Cadavid R. (2020). *HIDRAULICA DE CANALES fundamentos*. UNIVERSIDAD EAFIT.
- Mays, L. W. (2011). *Water resources engineering* (2. ed). Wiley.
- Streeter, V. L., Wylie, E. B., & Bedford, K. W. (2004). *Mecánica de fluidos* (9a. ed). McGraw-Hill.
- Sturm, T. W. (2021). *Open Channel Hydraulics* (Third edition). McGraw-Hill Education.
- Subramanya, K. (2015). *Flow in open channels* (4th ed). McGraw Hill Education (India).
- Subramanya, K., & Awasthy, S. C. (1972). Spatially Varied Flow over Side-Weirs. *Journal of the Hydraulics Division*, 98(1), 1-10. <https://doi.org/10.1061/JYCEAJ.0003188>
- Swamee, P. K., Pathak, S. K., Mohan, M., Agrawal, S. K., & Ali, M. S. (1994). Subcritical Flow over Rectangular Side Weir. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 120(1), 212-217. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1994\)120:1\(212\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1994)120:1(212))
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method* (2nd ed). Pearson Education Ltd.

Anexos

Anexo A: Estructura del Modelo en OpenFOAM

Para realizar una simulación en OpenFOAM se debe configurar tres carpetas bases: 0/, constant/ y system/. En la carpeta 0/, se configuran las condiciones iniciales y de contorno para los diferentes campos de flujo. Finalmente, la carpeta system/ contiene la configuración del esquema numérico y la información sobre el paso de tiempo.

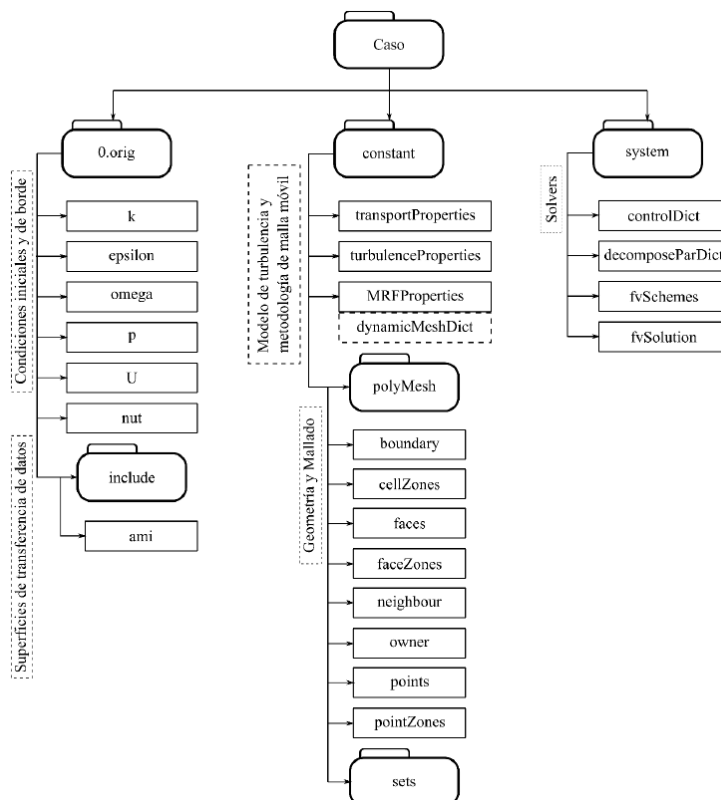


Figura 12. Estructura de carpetas en OpenFOAM.

Reimpreso de estudio de mallado estructurado 3D rotativo en OpenFOAM para aplicaciones en turbinas tipo Francis p (16), por Velasco Betancourt Martin Ricardo, 2020.

Anexo B: Configuración de geometría y malla

Se dibuja la geometría del canal con vertedero en AutoCAD (Figura 13) y se exporta el archivo en formato “iges”. Este archivo se utiliza para realizar el mallado en SALOME, donde se configuran las condiciones de borde (Figura 14) y se genera la malla (Figura 15). Una vez completado el mallado, el archivo se exporta en formato “unv” para ser utilizado en OpenFOAM.

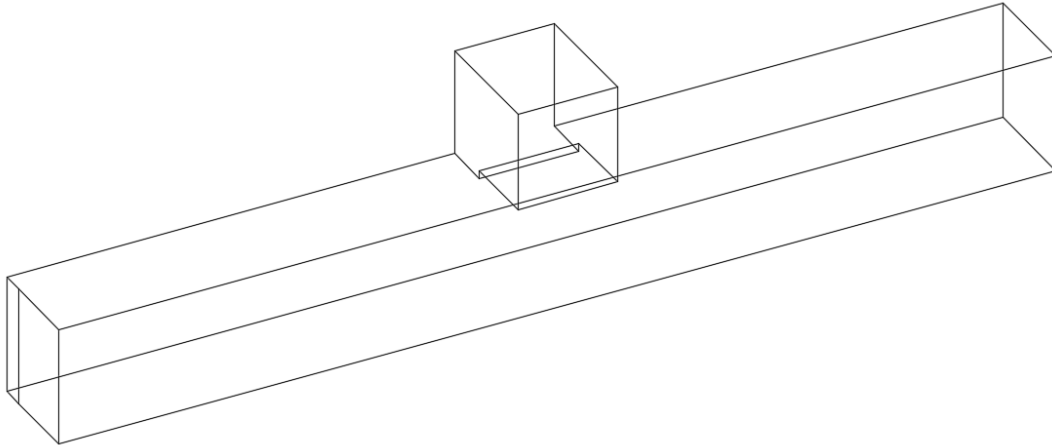


Figura 13. Dibujo de geometría del canal con vertedero lateral en AutoCAD.

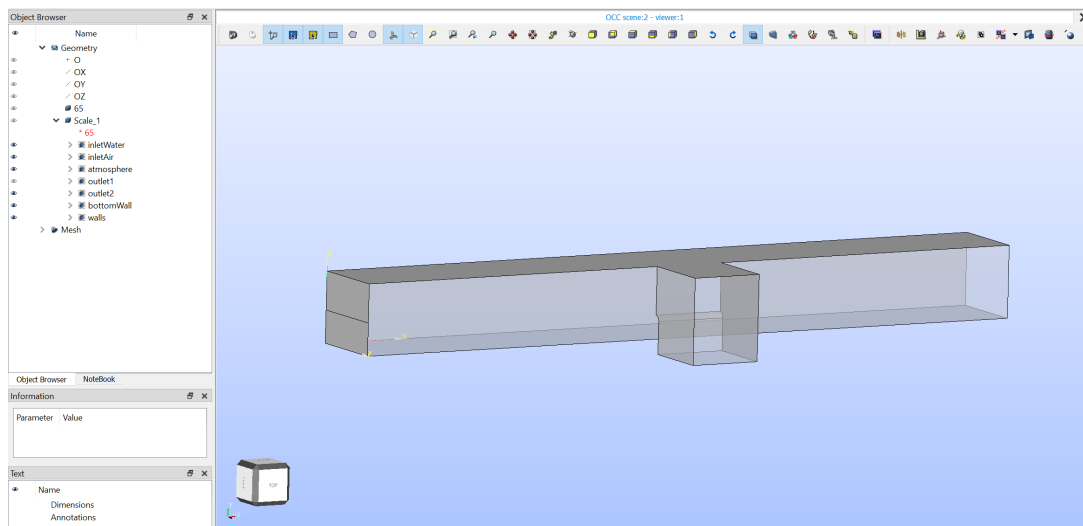


Figura 14. Configuración de condiciones de frontera en SALOME.

En la parte izquierda se observa las condiciones de borde que se utiliza en el modelo (inletWater, inletAir, atmosphere, outlet1, outlet2, bottomWall y walls).

Mesh computation succeed

Compute mesh

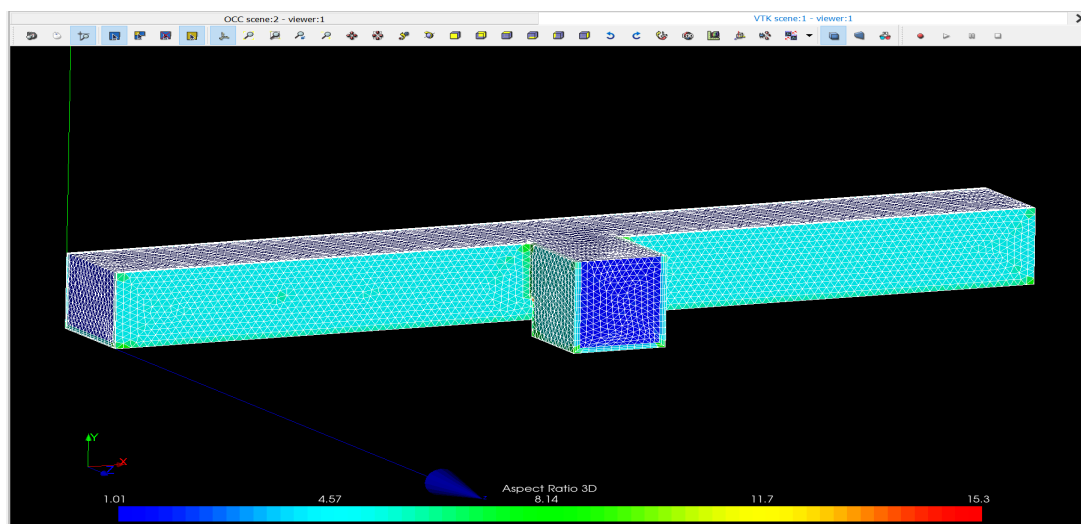
Name
Mesh_1

Mesh Infos

	Total	Linear	Quadratic	Bi-Quadratic
Nodes :	43684			
0D Elements :	0			
Balls :	0			
Edges :	761	761	0	
Faces :	16669	16669	0	0
Triangles :	15598	15598	0	0
Quadrangles :	1071	1071	0	0
Polygons :	0	0	0	
Volumes :	167801	167801	0	0
Tetrahedrons :	135554	135554	0	
Hexahedrons :	0	0	0	0
Pyramids :	0	0	0	
Prisms :	32247	32247	0	0
Hexagonal prisms :	0			
Polyhedrons :	0			

Close Help

a)



b)

Figura 15. Mallado en SALOME. a) número de elementos creados b) malla generada

Anexo C: Condiciones de borde

En el estudio, se utilizan diferentes condiciones de borde para simulación. En los inlets, se utiliza las condiciones de contorno "inletWater" y "inletAir". Los outlets se definen como "outlet1" y "outlet2", mientras que el fondo se trata con "bottomWall". La pared superior se denomina "atmosphere". Las velocidades en los inlets varían según el caso. En los outlets, se aplica "inletOutlet" para la velocidad. En las paredes, la velocidad se establece en "noSlip",

debido a la condición de no deslizamiento. Para la presión, se usa "fixedFluxPressure" en los inlets y "totalPressure" en la atmósfera. Los valores de k y ϵ para la turbulencia están especificados en las condiciones de contorno.



```

1/*----- C++ -----*\
2
3=====
4 \ \ / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
5  \ \ O p e r a t i o n | Website:  https://openfoam.org
6   \ \ A n d           | Version:   8
7   \ \ M a n i p u l a t i o n |
8 \*-----*\
9FoamFile
10{
11    version      2.0;
12    format       ascii;
13    class        volScalarField;
14    location     "0";
15    object       nut;
16}
17// *****
18dimensions      [0 2 -1 0 0 0 0];
19
20internalField   uniform 0;
21
22boundaryField
23{
24
25    "(bottomWall|spillway)"
26    {
27        type      nutkRoughwallFunction;
28        Ks        uniform 0.002;
29        Cs        uniform 0.5;
30        value     uniform 0;
31    }
32
33    walls
34    {
35        type      nutkRoughwallFunction;
36        Ks        uniform 0.002;
37        Cs        uniform 0.5;
38        value     uniform 0;
39    }
40
41    ".*"
42    {
43        type      calculated;
44        value     uniform 0;
45    }
46}

```

Figura 16. Configuración del archivo nut.

```

1  /*-----* C++ - *-----*/
2  =====
3  \  /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  \  /  O p e r a t i o n | Website:  https://openfoam.org
5  \  /  A n d             | Version:   8
6  \  /  M a n i p u l a t i o n |
7  \-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         volScalarField;
13     object        alpha.water;
14 }
15 // *****
16
17 dimensions      [0 0 0 0 0 0];
18
19 internalField    uniform 0;
20
21 boundaryField
22 {
23
24     inletWater
25     {
26         type      fixedValue;
27         value      uniform 1;
28     }
29
30     inletAir
31     {
32         type      fixedValue;
33         value      uniform 0;
34     }
35
36     outlet1
37     {
38         type      zeroGradient;
39         value      uniform 0;
40     }
41
42     outlet2
43     {
44         type      zeroGradient;
45         value      uniform 0;
46     }
47
48     atmosphere
49     {
50         type      inletOutlet;
51         inletValue  uniform 0;
52         value      uniform 0;
53     }
54
55     "(bottomWall|spillway)"
56     {
57         type      zeroGradient;
58     }
59
60     walls
61     {
62         type      zeroGradient;
63     }

```

Figura 17. Configuración de archivo *alpha.water.orig*.

```

1 /*-----* C++ -----*/
2
3 //==== F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 //==== O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
5 //==== A n d | Version: 8
6 //==== M a n i p u l a t i o n |
7 /*-----*/
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volScalarField;
13     object       k;
14 }
15 // *****
16
17 dimensions      [0 2 -2 0 0 0];
18
19 internalField    uniform 0.0001;
20
21 boundaryField
22 {
23
24     inletWater
25     {
26         type      fixedValue;
27         intensity  0.05;
28         value      $internalField;
29     }
30
31     inletAir
32     {
33         type      fixedValue;
34         intensity  0.05;
35         value      $internalField;
36     }
37
38     outlet1
39     {
40         type      inletOutlet;
41         inletValue $internalField;
42         value      $internalField;
43     }
44
45     outlet2
46     {
47         type      inletOutlet;
48         inletValue $internalField;
49         value      $internalField;
50     }
51
52     atmosphere
53     {
54         type      inletOutlet;
55         inletValue $internalField;
56         value      $internalField;
57     }
58
59     "(bottomWall|spillway)"
60     {
61         type      kqRWallFunction;
62         value      $internalField;
63     }
64
65     walls
66     {
67         type      kqRWallFunction;
68         value      $internalField;
69     }
70 }

```

Figura 18. Configuración de archivo k.

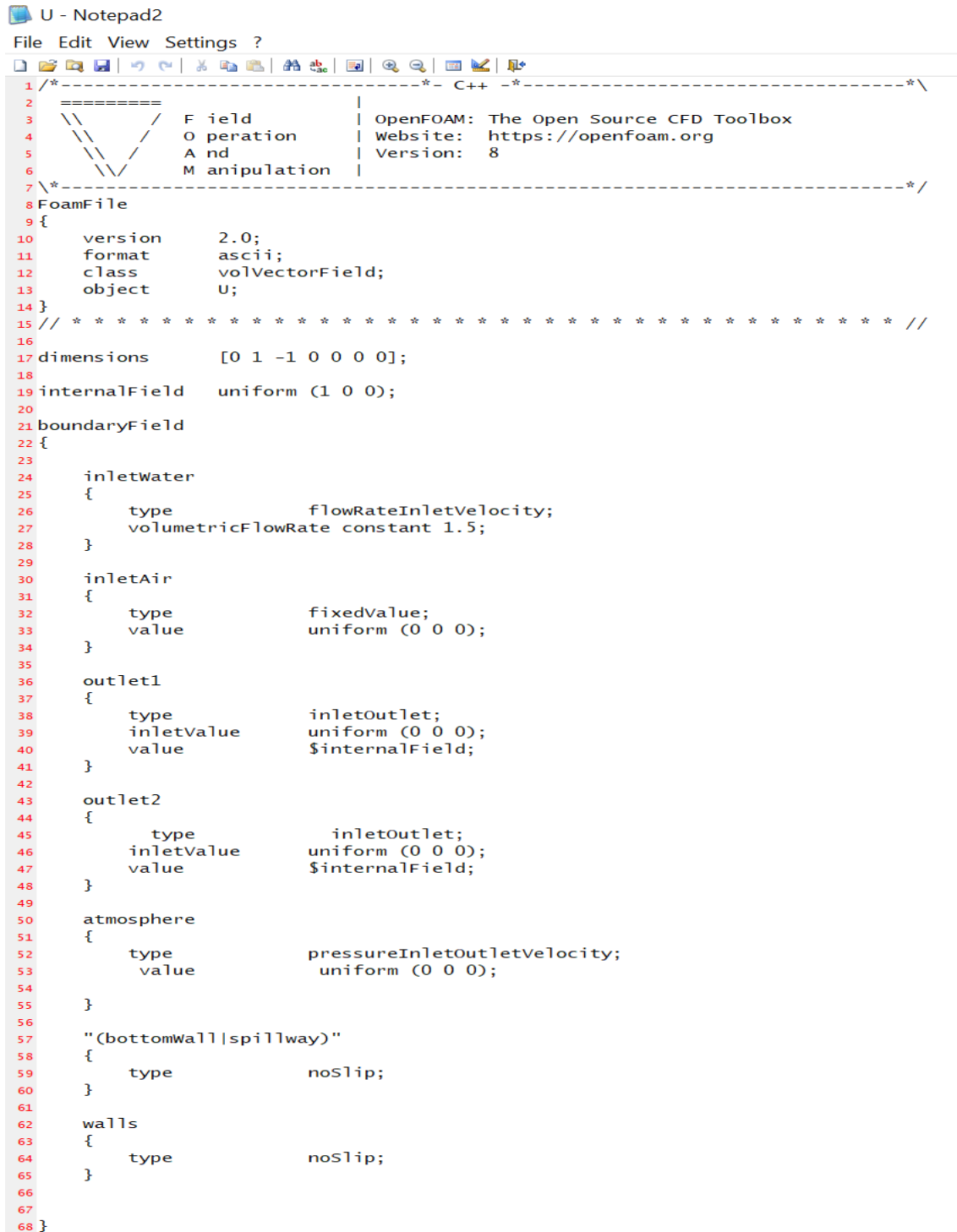


```

1 S/*-----* C++ -*-----*\
2
3 ===== F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 \ \ \ \ \ O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
5 \ \ \ \ \ A n d | Version: 8
6 \ \ \ \ \ M a n i p u l a t i o n |
7 \*-----*/
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         volScalarField;
13     object        p_rgh;
14 }
15 // * * * * *
16
17 dimensions      [1 -1 -2 0 0 0 0];
18
19 internalField    uniform 0;
20
21 boundaryField
22 {
23
24     inletWater
25     {
26         type      fixedFluxPressure;
27         value      uniform 0;
28     }
29
30     inletAir
31     {
32         type      fixedFluxPressure;
33         value      uniform 0;
34     }
35
36     outlet1
37     {
38         type      zeroGradient;
39         value      uniform 0;
40     }
41
42     outlet2
43     {
44         type      zeroGradient;
45         value      uniform 0;
46     }
47
48     atmosphere
49     {
50         type      totalPressure;
51         p0         uniform 0;
52     }
53
54     "(bottomWall|spillway)"
55     {
56         type      fixedFluxPressure;
57         value      uniform 0;
58     }
59
60     walls
61     {
62         type      fixedFluxPressure;
63         value      uniform 0;
64     }
65
66 }

```

Figura 20. Configuración de archivo *p_rgh (presión).



```

1 /*-----* C++ */
2 =====
3 F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4 O p e r a t i o n | Website: https://openfoam.org
5 A n d          | Version: 8
6 M a n i p u l a t i o n |
7 -----*/
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volVectorField;
13     object       U;
14 }
15 // *****
16
17 dimensions      [0 1 -1 0 0 0 0];
18
19 internalField    uniform (1 0 0);
20
21 boundaryField
22 {
23     inletWater
24     {
25         type          flowRateInletVelocity;
26         volumetricFlowRate constant 1.5;
27     }
28
29     inletAir
30     {
31         type          fixedValue;
32         value          uniform (0 0 0);
33     }
34
35     outlet1
36     {
37         type          inletOutlet;
38         inletValue     uniform (0 0 0);
39         value          $internalField;
40     }
41
42     outlet2
43     {
44         type          inletOutlet;
45         inletValue     uniform (0 0 0);
46         value          $internalField;
47     }
48
49     atmosphere
50     {
51         type          pressureInletOutletVelocity;
52         value          uniform (0 0 0);
53     }
54
55     "(bottomWall|spillway)"
56     {
57         type          noSlip;
58     }
59
60     walls
61     {
62         type          noSlip;
63     }
64 }
65
66
67
68 }

```

Figura 21. Configuración de archivo U (velocidad).

Anexo D: Visualización de resultados en Paraview

Para visualizar los resultados de las simulaciones se utiliza Paraview. Esta herramienta permite ajustar y analizar el comportamiento del flujo, por ejemplo, se puede configurar para

que muestre las velocidades y presiones. También se puede realizar cortes longitudinales y transversales para una mejor visualización del comportamiento del flujo.

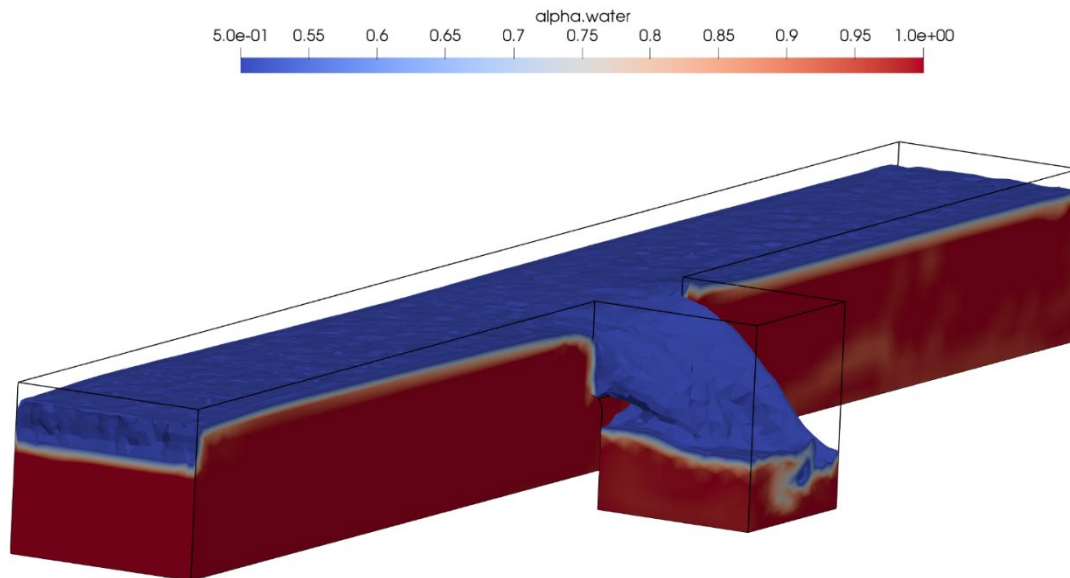


Figura 22. Resultados interacción agua-aire para caudal de 2.5 m³/s.

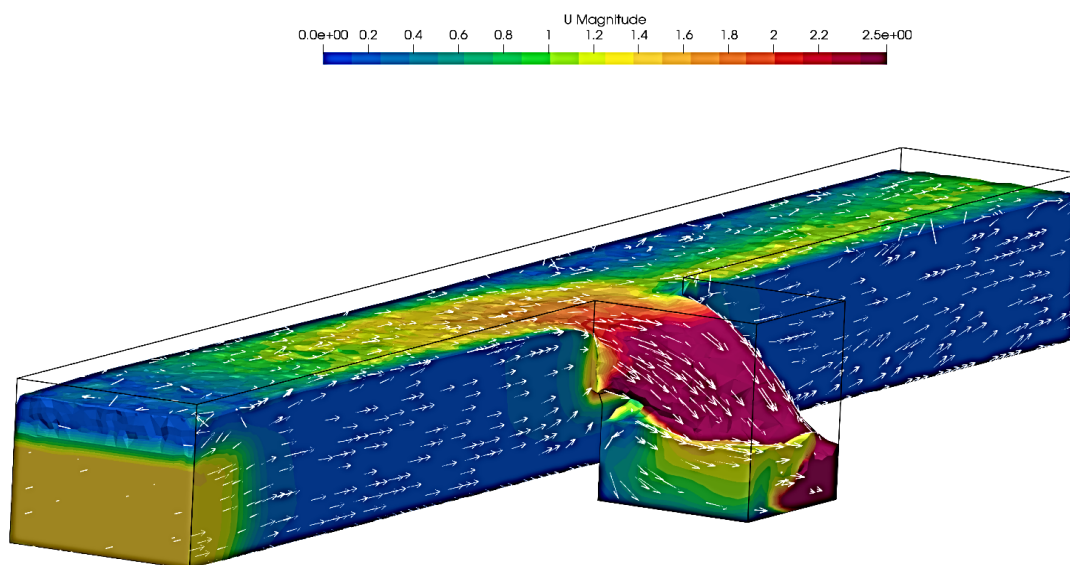


Figura 23. Resultados de velocidad para caudal de 2.5 m³/s.

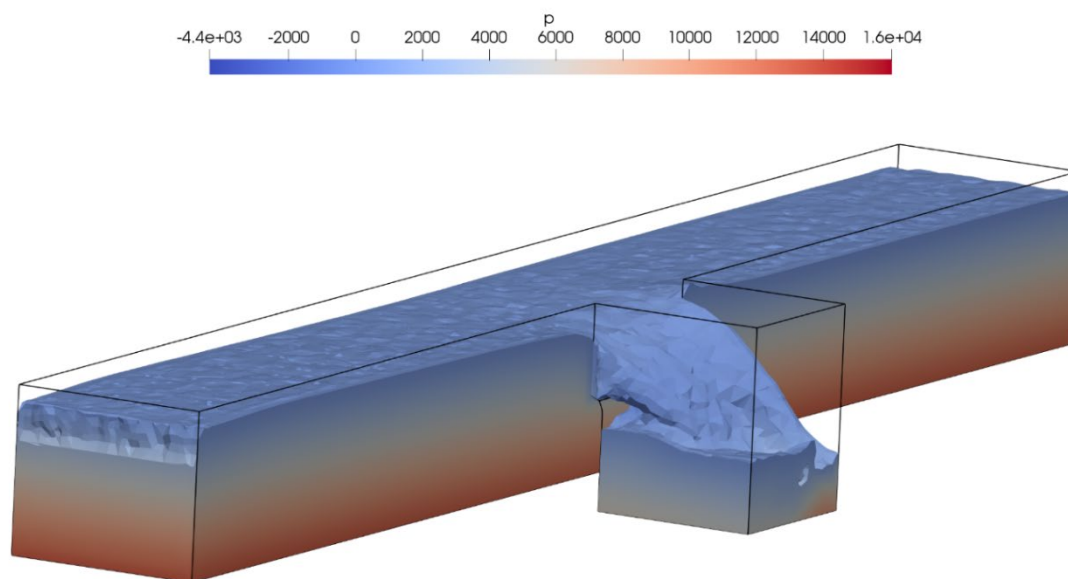


Figura 24. Resultados de presiones para caudal de 2.5 m³/s.

Anexo E: Tabla de cálculo de perfiles mediante análisis teórico según el método de Runge-Kutta de cuarto orden

- Prueba 1

Tabla 6. Resultados de las variables calculadas en el método de Runge-Kutta para la prueba 1.

Caudal de entrada al canal de 1.5 m³/s . Note que el caudal que se vierte es de 0.72 m³/s

x	y	A	k1	k2	k3	k4	Ym	ΔQ	Qv	Q	V
[m]	[m]	[m ²]					[m]				
0	0.774	1.393	0.079	0.078	0.078	0.078		0.000	0.000	1.500	1.077
0.1	0.781	1.405	0.078	0.077	0.077	0.077	0.777	0.067	0.067	1.433	1.020
0.2	0.787	1.417	0.077	0.077	0.077	0.077	0.784	0.031	0.098	1.402	0.989
0.3	0.794	1.429	0.076	0.076	0.076	0.076	0.791	0.037	0.135	1.365	0.955
0.4	0.801	1.441	0.075	0.075	0.075	0.075	0.797	0.036	0.171	1.329	0.922
0.5	0.808	1.454	0.074	0.074	0.074	0.074	0.804	0.040	0.211	1.289	0.887
0.6	0.814	1.466	0.074	0.073	0.073	0.073	0.811	0.063	0.274	1.226	0.836
0.7	0.822	1.479	0.073	0.072	0.072	0.072	0.818	0.064	0.338	1.162	0.786
0.8	0.829	1.492	0.072	0.071	0.071	0.071	0.825	0.043	0.381	1.119	0.750
0.9	0.836	1.505	0.071	0.070	0.071	0.071	0.832	0.025	0.406	1.094	0.727
1	0.843	1.518	0.070	0.070	0.070	0.070	0.840	0.051	0.457	1.043	0.687
1.1	0.851	1.531	0.069	0.069	0.069	0.069	0.847	0.045	0.502	0.998	0.652
1.2	0.858	1.545	0.068	0.068	0.068	0.068	0.854	0.028	0.530	0.970	0.628
1.3	0.866	1.558	0.067	0.067	0.067	0.067	0.862	0.072	0.602	0.898	0.576
1.4	0.873	1.572	0.066	0.066	0.066	0.066	0.869	0.053	0.655	0.845	0.538
1.5	0.881	1.586	0.065	0.065	0.065	0.065	0.877	0.065	0.720	0.780	0.492

• Prueba 2

Tabla 7. Resultados de las variables calculadas en el método de Runge-Kutta para la prueba 2.

Caudal de entrada al canal de 2 m³/s . Note que el caudal que se vierte es de 0.873 m³/s

x	y	A	k1	k2	k3	k4	Ym	ΔQ	Qv	Q	V
[m]	[m]	[m ²]					[m]		[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m/s]
0	0.876	1.576	0.089	0.088	0.088	0.088		0.000	0.000	2.000	1.269
0.1	0.883	1.589	0.088	0.087	0.087	0.087	0.879	0.067	0.067	1.933	1.216
0.2	0.890	1.602	0.087	0.086	0.086	0.086	0.887	0.036	0.103	1.897	1.184
0.3	0.898	1.616	0.086	0.085	0.085	0.085	0.894	0.087	0.190	1.810	1.120
0.4	0.905	1.629	0.084	0.084	0.084	0.084	0.901	0.089	0.279	1.721	1.056
0.5	0.913	1.643	0.083	0.083	0.083	0.083	0.909	0.071	0.350	1.650	1.004
0.6	0.920	1.657	0.082	0.082	0.082	0.082	0.916	0.066	0.416	1.584	0.956
0.7	0.928	1.671	0.081	0.080	0.080	0.080	0.924	0.059	0.475	1.525	0.913
0.8	0.936	1.685	0.080	0.079	0.079	0.079	0.932	0.033	0.508	1.492	0.885
0.9	0.944	1.700	0.079	0.078	0.078	0.078	0.940	0.079	0.587	1.413	0.831
1	0.952	1.714	0.077	0.077	0.077	0.077	0.948	0.056	0.643	1.357	0.792
1.1	0.961	1.729	0.076	0.076	0.076	0.076	0.957	0.031	0.674	1.326	0.767
1.2	0.969	1.744	0.075	0.074	0.074	0.074	0.965	0.042	0.716	1.284	0.736
1.3	0.978	1.760	0.074	0.073	0.073	0.073	0.973	0.075	0.791	1.209	0.687
1.4	0.986	1.775	0.073	0.072	0.072	0.072	0.982	0.037	0.828	1.172	0.660
1.5	0.995	1.791	0.071	0.071	0.071	0.071	0.991	0.045	0.873	1.127	0.629

• Prueba 3

Tabla 8. Resultados de las variables calculadas en el método de Runge-Kutta para la prueba 3.

Caudal de entrada al canal de 2.5 m³/s . Note que el caudal que se vierte es de 1.64 m³/s

x	y	A	k1	k2	k3	k4	Ym	ΔQ	Qv	Q	V
[m]	[m]	[m ²]					[m]		m ³ /s	m ³ /s	m/s
0	1.164	2.096	0.119	0.119	0.119	0.119		0.000	0.000	2.500	1.193
0.1	1.175	2.114	0.118	0.118	0.118	0.118	1.169	0.109	0.109	2.391	1.131
0.2	1.185	2.133	0.117	0.117	0.117	0.117	1.180	0.124	0.233	2.267	1.063
0.3	1.195	2.152	0.116	0.116	0.116	0.116	1.190	0.176	0.409	2.091	0.972
0.4	1.206	2.171	0.115	0.115	0.115	0.115	1.201	0.095	0.504	1.996	0.919
0.5	1.217	2.190	0.114	0.114	0.114	0.114	1.211	0.098	0.602	1.898	0.867
0.6	1.228	2.210	0.113	0.113	0.113	0.113	1.222	0.060	0.662	1.838	0.832
0.7	1.239	2.229	0.112	0.112	0.112	0.112	1.233	0.152	0.814	1.686	0.756
0.8	1.250	2.249	0.111	0.110	0.110	0.110	1.244	0.108	0.922	1.578	0.702
0.9	1.261	2.269	0.110	0.109	0.109	0.109	1.255	0.098	1.020	1.480	0.652
1	1.272	2.290	0.109	0.108	0.108	0.108	1.266	0.088	1.108	1.392	0.608
1.1	1.283	2.310	0.108	0.107	0.107	0.107	1.278	0.072	1.180	1.320	0.571
1.2	1.295	2.331	0.106	0.106	0.106	0.106	1.289	0.106	1.286	1.214	0.521
1.3	1.307	2.352	0.105	0.105	0.105	0.105	1.301	0.082	1.368	1.132	0.481
1.4	1.318	2.373	0.104	0.103	0.103	0.103	1.312	0.133	1.501	0.999	0.421
1.5	1.330	2.394	0.103	0.102	0.102	0.102	1.324	0.139	1.640	0.860	0.359