

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales

Propuesta educativa para el aprendizaje de sumas algebraicas, utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física

Autor:

Steward David Paz Barba

Edith Angélica Quille Villa

Director:

Carmen Eulalia Calle Palomeque

ORCID:  0000-0001-9526-8832

Cuenca, Ecuador

2024-09-12

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo diseñar una propuesta educativa que facilite el aprendizaje de la suma algebraica de números enteros, basado en un enfoque etnomatemático con el uso de la Yupana, esta propuesta está programada para ser implementada con estudiantes del octavo año de EGB. Para la elaboración de la propuesta se ha llevado a cabo una metodología mixta, recopilando datos cuantitativos de las notas obtenidas en un diagnóstico de los estudiantes y de un taller aplicado, a la vez, se ha analizado variables cualitativas acerca de las percepciones de los estudiantes, para establecer problemáticas y herramientas de ayuda; además, se han considerado ideas manifestadas por futuros docentes de matemáticas. En los resultados obtenidos se ha logrado recopilar información valiosa acerca de los problemas que se tiene en el aprendizaje de sumas algebraicas, así como percepciones y primeras impresiones de los estudiantes ante el trabajo con la Yupana complementadas con reflexiones de los futuros docentes para una mejor aplicación en el aula. La conclusión de este estudio da cuenta de que la propuesta tiene gran aceptación, tanto en estudiantes como en futuros docentes, considerando al trabajo etnomatemático con la Yupana una opción valiosa para mejorar procesos de aprendizaje.

Palabras clave del autor: suma algebraica, yupana, tawa pukllay, etnomatemática, aprendizaje



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Abstract

The present study has the objective of designing an educational proposal that facilitates the learning of algebraic addition of integers, based on an ethnomathematical approach with the use of the Yupana, this proposal is programmed to be implemented with students of the eighth grade of BGE. For the elaboration of the proposal, a mixed methodology has been carried out, collecting quantitative data from the grades obtained in a diagnostic test of the students and from an applied activity, at the same time, qualitative variables about the students' perceptions have been analyzed, in order to establish problems and help tools; in addition, ideas expressed by future mathematics teachers have been considered. In the results obtained, valuable information has been gathered about the problems encountered in learning algebraic sums, as well as students' perceptions and first impressions about the use of the Yupana, complemented with reflections of future teachers for a better application in the classroom. The conclusion of this study shows that the proposal has great acceptance, both among students and future teachers, considering ethnomathematical work with the Yupana a valuable option to improve learning processes.

Author Keywords: algebraic sum, yupana, tawa pukllay, etnomathematics, learning



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

Institutional Repository: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Índice contenido

Resumen	2
Abstract	3
Agradecimiento	7
Dedicatoria	8
Generalidades	10
Introducción	10
Problemática	10
Justificación	12
Objetivos	14
Objetivo General	14
Objetivos Específicos	15
1. Capítulo I: Marco Teórico	17
1.1. La Etnomatemática	17
1.1.1. Concepciones y Definiciones	17
1.1.2. Origen y significado etimológico	18
1.1.3. Etnomatemática y educación	19
1.1.4. Etnomatemática en Ecuador	20
1.2. El método Tawa Pukllay y la Yupana como recurso didáctico	21
1.2.1. Yupana	21
1.2.2. Utilidades y concepciones de la Yupana	22
1.2.3. Método Tawa Pukllay	23
1.2.4. Beneficios de la Yupana y el método Tawa Pukllay	24
1.3. Dificultades en el aprendizaje de sumas algebraicas	25
1.3.1. Aprendizaje	25
1.3.2. Suma Algebraica	26
1.3.3. Dificultades	30
1.4. Estrategias didácticas adecuadas para el aprendizaje de Sumas Algebraicas	31
1.4.1. Estrategias didácticas	31
1.4.2. Aprendizaje activo como estrategia didáctica	32
1.4.3. Aprendizaje significativo como estrategia	33
1.4.4. Etnomatemática como estrategia didáctica	34
1.5. La valoración de la práctica docente utilizando Criterios de Idoneidad Didáctica	35
1.5.1. Criterios de idoneidad didáctica	35
2. Capítulo II: Marco Metodológico	39
2.1. Metodología: Enfoque investigativo. Técnicas e instrumentos de recolección de información	39
2.2. Tabulación y análisis de resultados	40
2.2.1. Prueba diagnóstica	40
2.2.2. Actividad realizada en la institución	45
2.2.3. Análisis final	56

2.3. Grupos focales: Análisis de resultados	57
3. Capítulo III: Propuesta Educativa	68
Conclusiones	69
Referencias	70
Anexos	76

Índice de figuras

Figura 1: Perfil Profesional	12
Figura 2: Destrezas con criterios de desempeño	14
Figura 3: Yupana de Guamán Poma.....	22
Figura 4: Representación de los números enteros en la recta numérica.....	28
Figura 5: Adición de varios números enteros.....	30
Figura 6: Resultados de la pregunta 1 del diagnóstico.....	40
Figura 7: Resultados de la pregunta 2 del diagnóstico.....	41
Figura 8: Resultados de la pregunta 3 del diagnóstico.....	42
Figura 9: Resultados de la pregunta 4 (I) del diagnóstico	42
Figura 10: Resultados de la pregunta 4 (II) del diagnóstico	43
Figura 11: Resultados de la pregunta 5 (I) del diagnóstico	43
Figura 12: Opciones de la pregunta 5 (II) del diagnóstico	44
Figura 13: Resultados de la pregunta 5 (II) del diagnóstico	44
Figura 14: Presentación de la Yupana.....	46
Figura 15: Explicación de los movimientos del juego (Tawa Pukllay).....	46
Figura 16: Estudiantes realizando una suma de enteros del mismo signo	47
Figura 17: Estudiantes realizando una suma de enteros de signo distinto	47
Figura 18: Pregunta 1	48
Figura 19: Resultados de la pregunta 1	48
Figura 20: Pregunta 2	49
Figura 21: Resultados de la pregunta 2	49
Figura 22: Pregunta 3	50
Figura 23: Resultados de la pregunta 3	50
Figura 24: Resultados de la pregunta 1 de la segunda parte de la actividad	51
Figura 25: Respuestas al porqué de la elección anterior	51
Figura 26: Resultados de la pregunta 2 de la segunda parte de la actividad	52
Figura 27: Resultados de la pregunta 3 de la segunda parte de la actividad	52
Figura 28: Resultados de la pregunta 4 de la segunda parte de la actividad	53
Figura 29: Resultados de la pregunta 1 de la tercera parte de la actividad	54
Figura 30: Resultados de la pregunta 2 de la tercera parte de la actividad	55
Figura 31: Resultados de la pregunta 3 de la tercera parte de la actividad	55
Figura 32: Grupo focal	57

Agradecimiento

A la Universidad de Cuenca, en especial a la Dra. Eulalia Calle por su constante apoyo y disposición para atender todas nuestras dudas a lo largo del desarrollo de este trabajo; queremos agradecerle, además, por motivarnos a adentrarnos en el campo de la investigación en la Etnomatemática, brindándonos la oportunidad de adquirir experiencia, dando los primeros pasos en esta senda académica.

Dedicatoria

A mis padres Tito y Mercedes, por todo el apoyo y el amor incondicional que me han brindado a lo largo de toda mi vida. Hoy soy la persona que soy gracias a ustedes y todos los logros que consiga en mi vida será gracias a que tuve un padre y una madre maravillosos que me han sabido guiar por el camino correcto, son mi adoración y mi ejemplo a seguir.

A mis hermanos Mishel y Kevin, por saberme apoyar en las decisiones que he tomado en mi vida, por ser grandes personas en quienes puedo confiar y encontrar un buen consejo cuando lo necesito. No podría tener mejor ejemplo que el de ustedes para ser una gran persona y un excelente profesional.

Steward Paz

Dedicatoria

Este trabajo lo dedico primeramente a Dios, quien ha sido mi soporte en cada paso de este camino. Sin su amor y apoyo, nada de lo que he logrado habría sido posible. ya que me ha dado varias pruebas en el camino, pero a la vez ha sido mi guía para poder superarlas. A mis padres, Ángel y Flavia, quienes han sido mi apoyo incondicional, su amor, sacrificio y dedicación me han dado la fuerza para alcanzar mis metas. No hay mejor ejemplo que el que ustedes me han dado, y espero retribuirles todo su amor con orgullo y felicidad.

A mis hermanos y a mi sobrino, que han sido una luz constante en mi vida, recordándome lo capaz que puedo ser y motivándome a seguir adelante. Su amor y paciencia han sido una fuente de inspiración y fuerza en mi trabajo diario. A mi pareja, por su amor incondicional y su apoyo constante, gracias por creer en mí y ser un gran ejemplo para el alcance de mis metas.

Finalmente, a mis amigos y compañeros de clase, Majó y Pablo, que estuvieron ahí desde el primer instante, y al “grupo de los matones”, que se fueron incluyendo con el tiempo, sin ustedes esta experiencia habría sido solitaria y más difícil.

Edith Quille

Generalidades

Introducción

El trabajo de titulación a presentar se trata de una propuesta educativa para que los estudiantes aprendan la suma algebraica de números enteros utilizando una herramienta ancestral llamada Yupana y desarrollando un método para su uso llamado “Tawa Pukllay”. A partir de este material se busca desarrollar un proceso de aprendizaje significativo, didáctico y que sobre todo ayude a que los estudiantes vayan generando conceptos y significados propios de la temática y de esta manera, se logre mejorar su rendimiento académico y motivación para el aprendizaje de la asignatura y del tema tratado.

Esta propuesta surge a partir de la grave problemática existente en el aula de clases para el aprendizaje de esta temática, la cual se ha establecido a raíz de experiencias personales, estudios importantes y un diagnóstico aplicado en una institución educativa local para finalidades del estudio. Además, se justifica en documentos legales del país, en el apoyo que se brindará a las personas involucradas y en el aporte que representa para el estudio de la temática trabajaba. Con todo lo mencionado anteriormente, se ha planteado como objetivo diseñar una propuesta educativa que contemple a la Yupana y el método Tawa Pukllay como recursos didácticos; para su logro se ha planteado tres objetivos específicos que tratan de: búsquedas bibliográficas, técnicas y herramientas para determinar factores que contribuyan con el estudio y finalmente, la selección de actividades para la elaboración de la propuesta.

Es importante mencionar que la propuesta elaborada se basa en el trabajo etnomatemático en el aula, pues se sugiere a los estudiantes el desarrollo de una manera diferente de aprender matemáticas a partir de su contexto y cultura. Para que su implementación mejore los resultados académicos, su proceso de elaboración se ha ligado estrechamente con las variables cuantitativas que se puedan adquirir del rendimiento académico de los estudiantes, y también, se han considerado las variables cualitativas presentes en estudiantes y futuros docentes, pues es importante la captación de las percepciones de las personas que estarán involucradas en el proceso.

Problemática

Este trabajo de titulación pretende abordar una problemática visiblemente común: confusión en la suma algebraica de números enteros. Este problema ha sido corroborado mediante una revisión bibliográfica, donde se ha visibilizado que los estudiantes no pueden realizar de manera adecuada operaciones sencillas como la suma y resta de números enteros; siendo un problema histórico la comprensión que tienen sobre: propiedades, definiciones y

características de los números enteros positivos, y más aún, de los negativos, demostrando muchas limitaciones en las evaluaciones que se han dado, tanto a nivel local como nacional e internacional. Además, los resultados nada favorables obtenidos al aplicar una evaluación diagnóstica a estudiantes de octavo año de una institución educativa de la ciudad de Cuenca, también corroboran que el problema sigue presente y requiere de una mayor intervención que debe iniciarse desde los primeros años de la Educación General Básica Superior.

La confusión en la suma algebraica de números enteros es causada por la ausencia de un aprendizaje significativo y contextualizado por parte de los estudiantes, lo cual implica que no razonen lógicamente sobre los procesos que deben realizar para resolver una operación. Además, la falta de comprensión sobre los números negativos genera que los estudiantes no logren resolver correctamente los ejercicios que se les plantea. Finalmente, la carencia de estrategias didácticas para el aprendizaje del tema hace que los estudiantes realmente no estén interesados en aprender.

De acuerdo con una investigación realizada por Castillo (2014) sobre la resta de números enteros, se encontró que menos de la mitad de los estudiantes de una institución en Inglaterra resolvieron de manera adecuada operaciones como $-2-(-5)$ o $-6-(+3)$. Además, Meneses (2020) menciona los obstáculos que han existido desde la evolución histórica de la noción del número negativo, en los cuales se encuentran: la falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas, la dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas, la dificultad para unificar la recta real y la ambigüedad de los “dos ceros”. Finalmente, en su investigación Hernández et al. (2018) argumentan que los estudiantes mantienen dificultades neuropsicológicas de tipo aritmético, por lo que no pueden llevar a cabo este tipo de procesos matemáticos; además, presentan dificultades relacionadas con su desarrollo cognitivo y estructuración de su experiencia matemática.

A partir de un diagnóstico realizado en el octavo año de EGB de una institución educativa del área rural de la ciudad de Cuenca, se pudo comprobar que la gran mayoría de los estudiantes tienen dificultades para: realizar sumas algebraicas simples (adición y sustracción), ordenar números positivos y negativos en la recta numérica, y razonar lógicamente para resolver problemas que impliquen números negativos, lo cual genera confusión a la hora de solucionarlos. De igual manera, la mayoría de estudiantes mencionaron que en pocas o algunas veces la docente utiliza diferentes recursos y herramientas diferentes al libro o pizarrón durante las clases para hacerlas fáciles de entender, esto provoca que un 25% de los estudiantes mencionen que generalmente sienten emociones negativas en la clase de matemáticas como: aburrimiento, tristeza y enojo. En base a lo expuesto, se puede concluir

que los estudiantes no han tenido un buen aprendizaje sobre suma algebraica, por lo cual se ha planteado la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué estrategias didácticas utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana, aportarán al aprendizaje de la suma algebraica de números enteros?

Justificación

Esta propuesta educativa ha sido desarrollada de tal manera que aporte al perfil profesional de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca. Por lo que se ha basado en los aspectos que se detallan en la Figura 1:

Figura 1

Perfil Profesional



Nota: Adaptado de *Perfil Profesional Carrera de Ciencias Experimentales*, por Universidad de Cuenca, 2023 (<https://www.ucuenca.edu.ec/carreras/pedagogia-de-las-ciencias-experimentales-matematicas-y-fisica/#>).

La implementación de esta propuesta pedagógica representa un apoyo para el aprendizaje de la suma algebraica de números enteros para los estudiantes del octavo año de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero. Con el diseño de estrategias didácticas que utilicen el método Tawa Pukllay y la Yupana, se pretende facilitar el proceso de aprendizaje de esta temática que ha resultado difícil de comprender para los estudiantes. Su aplicación busca optimizar el tiempo en el que los estudiantes aprenden, pero sobre todo lograr su

comprensión. Al mejorar su aprendizaje, sus representantes también se verán beneficiados, puesto que se busca que sus representados mejoren su rendimiento académico, así no tendrán que destinar recursos para que el estudiante tenga que estudiarlo particularmente. Es importante destacar la factibilidad para este trabajo en la institución educativa, puesto que es receptiva ante la propuesta y, además, resulta de gran representatividad para el estudio, puesto que pertenece al área rural de la ciudad.

El estudio de sumas algebraicas se verá beneficiado porque se proporcionará una alternativa no tradicional para su resolución, utilizando material concreto “Yupana inka” y un método “Tawa Pukllay”, el cual implica desarrollar estas operaciones realizando movimientos de fichas de la Yupana con las manos y sin hacer absolutamente ningún cálculo mental, obteniendo el resultado de la operación de una manera distinta e incluso lúdica. Por esta razón, con este trabajo se aspira sentar una base teórica para el aprendizaje de esta temática.

Durante la práctica docente se ha visualizado de manera significativa la confusión en la resolución de sumas algebraicas de números enteros en los estudiantes de básica superior, así como el uso de calculadora para operaciones que deberían ser sencillas para todo estudiante de este nivel académico. Por esta razón, se ha determinado la necesidad de implementar estrategias de aprendizaje para mejorar el estudio de esta temática, puesto que constituye una base fundamental para el aprendizaje de todos los contenidos posteriores del transcurso escolar y para aplicaciones en la vida cotidiana. A partir de esto, nace el empleo de la Yupana y el método Tawa Pukllay como recursos didácticos para el aprendizaje de nuestro objeto de estudio, lo cual lograría que los estudiantes consigan un aprendizaje significativo y que solventen sus inquietudes.

Por lo expuesto, los futuros profesores de matemáticas, tendrán la opción de desarrollar sus competencias en las temáticas que corresponden al Bloque Curricular 1 de Álgebra y funciones del área de Matemática para el subnivel Superior de Educación General Básica, con las siguientes destrezas que se muestran en la Figura 2:

Figura 2

Destrezas con criterio de desempeño

Destrezas con criterio de desempeño



M.4.1.1. Reconocer los elementos del conjunto de números enteros $\mathbb{Z}$, ejemplificando situaciones reales en las que se utilizan los números enteros negativos



Operar en $\mathbb{Z}$ (adición y sustracción) de forma numérica (Ref. M.4.1.3)



Deducir y aplicar las propiedades algebraicas de adición y sustracción de los números enteros en operaciones numéricas (Ref. M.4.1.4).

Nota: Adaptado de *Currículo de EGB y BGU: Matemática*, Ministerio de Educación, 2016.

Finalmente, este trabajo se basa en los principios de interculturalidad y plurinacionalidad de la actividad educativa, que en el literal (b) del Artículo 2.2 de la Ley Orgánica de Educación Intercultural (2021) establece:

La interculturalidad y plurinacionalidad garantizan el reconocimiento, respeto y recreación de las expresiones culturales de las diferentes nacionalidades, culturas y pueblos que conforman el Ecuador; así como sus saberes ancestrales, promoviendo la unidad en la diversidad, el diálogo intercultural y reconoce el derecho de todas las personas, comunas, comunidades, pueblos y nacionalidades a acceder a los servicios presenciales o virtuales y obras de la biblioteca escolar que se encuentre en su propia lengua y en los idiomas oficiales de relación intercultural (p.11).

Asimismo, es una obligación de los docentes promover la interculturalidad y pluralidad en los procesos educativos, como en el Artículo 11, literal (q) lo establece.

Objetivos

Objetivo General

Diseñar una propuesta educativa para el aprendizaje de la suma algebraica utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana, dirigido a estudiantes del 8vo año de EGB de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero.

Objetivos Específicos

- Fundamentar bibliográficamente el uso del método Tawa Pukllay y la Yupana como recursos didácticos para el aprendizaje de la suma algebraica.
- Determinar factores que afecten y/o contribuyan al aprendizaje de la suma algebraica de números enteros.
- Seleccionar actividades que contemplen el método Tawa Pukllay y la Yupana como recursos didácticos para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Antecedentes

En un estudio realizado por Paragua et al. (2021) llamado “La Yupana: Un instrumento histórico como alternativa didáctica para el desarrollo de competencias matemáticas en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas”, se propuso una alternativa para la realización de operaciones, de esta manera los estudiantes tendrían mejores capacidades matemáticas. Con base a su estudio, implementó la Yupana y logró evidenciar notablemente que los estudiantes podían realizar procedimientos matemáticos, con lo que concluyó que la Yupana sí logró mejorar la capacidad y competencia matemática de los alumnos.

A partir de la necesidad del profesorado para mejorar y optimizar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, Plata (2022) efectuó una investigación sobre la Yupana como herramienta educativa en el aula con niños de origen indígena y rural. La autora en su investigación pretendía evidenciar que la estrategia utilizada con la Yupana mejoraría las habilidades matemáticas de los estudiantes a la vez que incrementarían su motivación, puesto que el uso de la etnomatemática en el aula permite que los estudiantes obtengan un aprendizaje adaptado a su entorno. Al finalizar el estudio, concluyó que esta herramienta es de gran utilidad en el aula, ya que representa una amplia integración de saberes, además, la Yupana se visibilizó como la solución ante una educación vacía y sin fundamento, pues se basa en un aprendizaje significativo, por lo que los conocimientos adquiridos son más eficaces y permanentes.

Otro estudio interesante acerca de la implementación de la Yupana y el método Tawa Pukllay lo encontramos en Guzmán et al. (2023), el cual fue realizado en una escuela primaria de educación bilingüe (español-quechua), la cual pertenecía a un área rural del Perú. La investigación fue destinada para doce niños de primero a cuarto grado de primaria, tenía como finalidad mejorar el proceso de aprendizaje de operaciones aritméticas básicas, dado que se encuentra perjudicada a partir de la pandemia del Covid-19, dicha mejora se daría por

el uso de la Yupana con ayuda de tecnologías para el aprendizaje de los estudiantes. Al finalizar el estudio se llegó a grandes hallazgos sobre su implementación, y así los autores afirmaron que: los estudiantes tardaron muy poco tiempo para aprender, no fue difícil utilizar el recurso didáctico y llegaron a comprender todos los números reales.

1. Capítulo I: Marco Teórico

1.1. La Etnomatemática

1.1.1. Concepciones y Definiciones

La etnomatemática es un campo de estudio interdisciplinario que ha ido tomando importancia en las últimas décadas, aunque todavía no con tanta fuerza en Ecuador, esto se evidencia en las pocas investigaciones en el área en comparación con otros países de la región. Desde sus orígenes, su definición ha tenido varios enfoques, pero todos igual de enriquecedores, Fuentes (2014) en su trabajo recoge varias concepciones que ha tenido la etnomatemática y afirma que “está circunscrita en el enfoque sociocultural en la educación matemática, ha tenido múltiples interpretaciones y definiciones, las cuales varían de acuerdo al autor o al momento histórico en el cual fueron presentadas” (p. 156). Entonces, no sería correcto ni adecuado presentar una sola definición de etnomatemática por lo que se podrían omitir aspectos importantes.

En su estudio, Fuentes (2014) expone varias definiciones de etnomatemática, con autores importantes como Ascher, quien en 1986 la define como la matemática de comunidades iletradas, también presenta la definición dada por Blanco y Parra en 2009 quienes en su visión la determinan como el vínculo entre las matemáticas y la riqueza de las culturas. Aunque las definiciones presentadas anteriormente fueron dadas en épocas y contextos distintos, ambas tienen puntos en común como son las matemáticas y la cultura de ciertos pueblos o comunidades, aspectos que en conjunto ya dan una idea bastante clara sobre la etnomatemática. Entonces, si se concibe a la etnomatemática como las matemáticas de cada grupo cultural y si en el mundo existen muchas culturas, en consecuencia ¿existen varias matemáticas?

Ese cuestionamiento se puede responder gracias a la concepción sobre la etnomatemática que presenta Nunes da Cunha en 2010 quien menciona que el conocimiento se ve influenciado por diversas realidades que cambian según la cultura. Esto significa que, si vemos a las matemáticas como una herramienta abstracta que utiliza el ser humano para resolver problemas en su entorno, y dado que existen diversas realidades culturales, entonces las personas emplearán distintos métodos para abordar esos problemas, lo cual resulta en la existencia de múltiples enfoques matemáticos. Este hecho es esencial para definir el campo de investigación de la etnomatemática. (Nunez da Cunha, citado por Fuentes, 2014).

De manera similar Knijnik (2014) apoyada en los estudios de Miguel y Vilela, y de Ludwig Wittgenstein, se refiere a “la existencia de diferentes matemáticas, concebidas como redes de juegos de lenguaje asociados a diferentes formas de vida” (p. 124). Pero, también resalta que aunque esas distintas expresiones matemáticas se relacionan con modos de vida particulares que involucran sistemas de comunicación con reglas específicas, entonces cada uno de estos sistemas tendría sus propias particularidades, aunque también compartiría ciertas similitudes con otros sistemas, ya sea aquellos vinculados a la forma de vida específica o a otras formas de vida. Y es ahí donde la perspectiva etnomatemática permite analizar esas similitudes y diferencias de las formas de vida particulares y compararlas con las matemáticas eurocéntricas.

1.1.2. Origen y significado etimológico

Hasta este punto se han presentado varias definiciones y concepciones sobre la etnomatemática dadas por varios autores, pero no se debe dejar de lado a uno de los personajes más importantes, el maestro Ubiratan D’ Ambrosio, quien es considerado como el padre de la etnomatemática por ser su precursor, de hecho, fue él quien por primera vez acuñó el término “Etnomatemática”. En este punto es importante hacer un paréntesis necesario para conocer un poco de la historia y el origen de la creación de la palabra etnomatemática, ya que hasta ahora se han presentado varias interpretaciones, pero no su significado etimológico.

El investigador Armando Aroca (2016) en su trabajo menciona que cuando el profesor Ubiratan D’ Ambrosio en una conferencia en 2014 expuso cómo creó la palabra etnomatemática, muchas personas interpretaron erróneamente que él partió de la palabra matemática para formar la palabra etnomatemática, pero no fue así. “Él, ayudándose con diccionarios de diferentes lenguas, buscaba algunas raíces etimológicas que le permitieran construir una palabra para representar su modelo de cómo los grupos culturales desarrollan su propia matemática” (p. 177). Además, aclara que en sus inicios la palabra etnomatemática tenía origen finlandés “alustapasivistykselitys”, pero para el propio Ubiratan D’ Ambrosio, ese juego de palabras era chocante o aterrador y eso se evitaría si se expresara en raíces griegas.

Es entonces cuando D’ Ambrosio (2014) en la propuesta de su Programa Etnomatemática, da el significado etimológico de la palabra donde menciona: “Es el conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (technés o ticas) para explicar, aprender, conocer, lidiar en/con (matemá) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (ethnos) de una cultura” (p. 103). Por lo que una definición de etnomatemática más cercana a su propuesta es que se entiende como las técnicas o maneras de conocer y explicar el ambiente sociocultural propio de un

determinado grupo social. En su misma obra destaca que las etnomatemáticas pueden ser contextualizadas y adaptadas a diferentes entornos naturales y culturales, por lo que podemos hablar de la etnomatemática contextualizada en Ecuador como Etnomatemática Ecuatoriana o si se quiere ser más específicos como Etnomatemática Cuencana, entre otros, todo depende del grupo cultural en el cual sea enfocada.

1.1.3. Etnomatemática y educación

Como se ha expuesto anteriormente, la etnomatemática relaciona las prácticas matemáticas de distintas culturas, entonces se la puede utilizar como un recurso para poder rescatar esas prácticas y enseñarlas a las nuevas generaciones, para de esta manera continuar con el legado cultural de los pueblos. Pero también esas prácticas culturales tienen un papel muy importante en la educación, ya que para Paulus Gerdes la etnomatemática “é o campo de investigação matemática que relaciona as ideias matemáticas com os conhecimentos e recursos culturais, como, por exemplo: o artesanato e a língua, analisando assim como esses fatores culturais podem influenciar no ensino e aprendizagem de matemática.” (Paulus Gerdes, citado por Bezerra, 2023, cap. 2.1, párr. 4). Es decir, a partir de las prácticas de cierta cultura y de las matemáticas que ahí están inmersas, se puede determinar cómo esas prácticas culturales pueden influir en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Es ahí entonces donde radica la importancia de la etnomatemática para el desarrollo del presente trabajo, porque brinda las herramientas necesarias para elaborar propuestas educativas innovadoras para facilitar el aprendizaje de las matemáticas, además, es un programa que se opone a los modelos tradicionales de enseñanza, ya que da mucho valor a los diferentes conocimientos y prácticas de distintos entornos socioculturales, considerando así a la matemática como un producto cultural y social (Breda et al., 2023). La Etnomatemática no se centra únicamente en el contenido puramente matemático, sino que va más allá, Rosa y Orey (2018) afirman que “las etnomatemáticas ofrecen una visión más amplia de las matemáticas, pues abarcan las ideas, nociones, procedimientos, procesos, métodos y prácticas arraigadas en entornos culturales distintos.” (p. 25).

Por lo tanto, la importancia de la etnomatemática en la educación es que promueve que los estudiantes obtengan un aprendizaje contextualizado. “Es necesario comenzar con el contexto social, la realidad y los intereses de los estudiantes” (D’Ambrosio, citado por Rosa y Orey, 2018, p. 25). De esta manera, el estudiante sentirá que lo que está aprendiendo es realmente útil para su vida y que además las matemáticas están inmersas en su contexto, pudiendo aplicarlas en sus actividades cotidianas, como lo mencionan Breda et al. (2023) “it is a program that aims to consider the culture and more specifically, interculturality, as a space

for the learning of mathematics, looking for ways to understand the meaning of mathematical objects, immersed in the context” (p. 541).

Por tales razones, D’ Ambrosio (2014) hace énfasis en la importancia del aspecto pedagógico de la etnomatemática, la cual tiene una relación natural con la enseñanza de las matemáticas y declara: “La Etnomatemática es por lo tanto no una nueva disciplina, sino una nueva práctica pedagógica ... propone una pedagogía viva, dinámica, para dar respuesta a nuevos estímulos ambientales, sociales, culturales y a nuevas necesidades” (p. 106-107). Adicionalmente, menciona que de esta manera afronta a la práctica pedagógica tradicional, ya que esta parte de los contenidos y teorías de los libros de texto y espera que el estudiante replique lo que otras personas han hecho en épocas, contextos y realidades totalmente diferentes.

1.1.4. Etnomatemática en Ecuador

Contextualizando a la etnomatemática dentro del Ecuador, Viteri (2015) analiza la etnomatemática en el currículo de Educación General Básica, donde manifiesta que a pesar de que el Ecuador es un país pluricultural en el cual existen saberes ancestrales de varios pueblos y nacionalidades indígenas, existe de manera general una ausencia de la etnomatemática dentro del currículo, por lo que recomienda incluir elementos de ella. Es aquí en donde está el mayor desafío de la etnomatemática en Ecuador, donde se debe “rediseñar los currículos considerando la realidad y los intereses de quienes aprenden, pero ello no sólo implica incorporar aquellos conocimientos que han sido omitidos sino considerar las diversas formas de producir y entender dichos conocimientos” (Peña et al., 2015, p. 143).

Es importante que los distintos grupos culturales conozcan sus propias matemáticas, pero Rosa y Orey (2018) manifiestan que deben existir “acciones pedagógicas curriculares que fomenten la conexión de las prácticas matemáticas presentes en la comunidad con las prácticas matemáticas enseñadas en las escuelas” (p. 33). Y aquí se presenta otro desafío de la etnomatemática, porque quizá no todas las prácticas de un grupo cultural se puedan relacionar con el contenido matemático presente en el currículo, o quizá no todas las culturas tengan las mismas posibilidades de contribuir al campo de la etnomatemática, de la misma manera, en un aula de clases hay estudiantes con costumbres, prácticas y realidades diferentes, por lo que diseñar actividades que sean para el interés de todos puede ser una tarea complicada.

Finalmente, es primordial que haya un cambio en la formación de los futuros docentes de matemáticas para que estén inmersos y conozcan sobre la etnomatemática. “Hay que hacer un llamamiento a los programas de los diferentes grados académicos para que incorporen en sus programas la reflexión sobre la etnomatemática” (Rosa y Orey, 2018, p. 33). La

etnomatemática en Ecuador es un concepto que podría llamarse nuevo, entonces los docentes y futuros docentes deben estar al día con estos nuevos conceptos y tendencias educativas, “this trend in mathematics education influences the transformation of the teacher and the future teacher and their knowledge” (Breda; Do Rosário Lima; Guimarães, citados por Breda et al, 2023, p. 541).

1.2. El método Tawa Pukllay y la Yupana como recurso didáctico

1.2.1. Yupana

Para el desarrollo del tema es importante conocer la definición de Yupana. Se hace un primer acercamiento con Luque y Cerezo (2016), quienes señalan que: “el término Yupana procede del vocablo quechua Yupay, que significa contar, al que se agregó la terminación nominal quechua-na. La Yupana, es un tablero de cuentas ancestral utilizado por los habitantes de la zona Tawantinsuyu” (p. 84). Así pues, la Yupana tiene un origen incaico donde se utilizaba como lengua nativa al quechua, aquí la denominaron Yupay puesto que es una herramienta matemática utilizada por toda la zona del Tawantinsuyo, este instrumento servía para realizar varios cálculos importantes relacionados a las actividades locales, por lo tanto, tuvo una gran expansión por toda la zona Sudamericana.

Asimismo, Rojas y Stepanova (2015) definen a la Yupana como un tablero que contiene escaques o casilleros, el cual fue encontrado en el Tawantinsuyo y cuenta con una funcionalidad centrada en la realización de cálculos aritméticos, son el desarrollo de un proceso diferente. Por lo que se describe a esta herramienta incaica como una tabla rectangular tallada en piedra o madera conteniendo en su interior varias divisiones, las cuales representan cantidades numéricas. Por su utilidad representó gran importancia en la economía del Imperio Inca, puesto que los contadores incas (quipucamayoc) hacían uso de esta herramienta para realizar cálculos y llevar un registro de los recursos económicos.

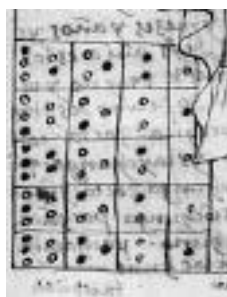
Es importante entender y adquirir información de la Yupana desde dos importantes fuentes. “La primera fuente es la Crónica de Guamán Poma, que la presenta como una especie de tablero con escaques” (Radicati di Primeglio, citado por Morales et al., 2021, p. 85); de manera similar mencionan que: “La segunda fuente es la Historia del Reino de Quito [...], que sostiene que eran ciertos archivos o depósitos hechos de madera, de piedra o de barro, con diversas separaciones, en las cuales se colocaban piedrecillas de distintos tamaños, colores y figuras angulares” (Velasco, citado por Morales et al., 2021, p. 85). A partir de estas concepciones, se coincide en que la Yupana es un tablero matemático ancestral de madera, piedra o barro, con una estructura basada en separaciones en su interior para el desarrollo de cálculos matemáticos.

El modelo más aceptado y utilizado de la Yupana es el modelo dado por Felipe Guamán Poma de Ayala, quién en su obra “Nueva Crónica y buen Gobierno” escrito en 1615 presenta por primera vez su esquema, el cual se presenta en la Figura 3. Mora y Valero (2019) la describen cómo:

Una tabla de forma rectangular donde se encuentran cinco filas y cuatro columnas cuya base es uno de los lados más cortos, se observa círculos negros y blancos distribuidos por columnas, en la primera se encuentran por casilla cinco círculos, en la segunda tres, en la tercera dos y en la ultima un círculo (p. 2).

Figura 3

Yupana de Guamán Poma



Nota. Adaptado de *Yupana [Fotografía]*, Guamán Poma, Wikipedia. [ISBN 978-0872208414](https://doi.org/10.1007/978-0872208414).

1.2.2. Utilidades y concepciones de la Yupana

A partir de este esquema, varios autores han intentado explicar el funcionamiento y la lectura de la Yupana. En el trabajo de Apaza et al. (2023) se hace un recolección de varias interpretaciones, entre ellas se destaca a la de: Wassén y Murillo, quienes hacen el primer acercamiento a la Yupana de Guamán Poma, en el cual se respetó la posición vertical de la Yupana, se dibujó círculos blancos que representaban las divisiones del tablero, y círculos negros que representaban las fichas de cálculo; y también tenemos a Carlos Radicati Di Primeglio, quien de igual manera hace uso el esquema de Guamán Poma, mantiene la representación numérica del 5, 3, 2 y 1 y su posición vertical, pero consideraba que las divisiones de la Yupana no tienen grabados círculos que simbolice cantidades, sino que el cálculo de operaciones era mental.

Como se puede constatar, a lo largo del tiempo han existido diferentes concepciones e interpretaciones de la Yupana, por lo cual las características que se destacan y se adoptan para este trabajo son: es un tablero dividido en casilleros con circunferencias de distintos valores (5, 3, 2, 1), se usa en posición vertical manteniendo el sentido en el que se encuentra el dibujo original de Guamán Poma de Ayala, y sirve para realizar las cuatro operaciones

aritméticas básicas usando semillas o fichas (Saldívar et al., 2019). De igual manera las propuestas sobre cómo representar las cantidades en la Yupana desde su descubrimiento son muy variadas, en este caso se acoge la propuesta que mencionan Rojas y Stepanova donde “a cada semilla [o ficha] que se ponga a cada casillero, se le debe multiplicar por el valor que se indica dicho casillero” (Rojas y Stepanova, 2015, p. 54).

Actualmente, se dispone de varias investigaciones acerca de esta herramienta, pues han intentado darle distintos usos e innovarla con la tecnología existente hoy en día. Apaza et al. (2023), realizaron una recopilación de 46 estudios sobre la Yupana que datan desde 1982 hasta 2021, en dicho análisis se evidencia un gran trabajo investigativo en Perú, donde el 68% de los trabajos son originarios de este país. Se visualizan trabajos acerca el funcionamiento de la Yupana para operaciones de adición, reducción, multiplicación, división, potenciación y radicación, además operaciones con fracciones, matrices, vectores y logaritmos. Asimismo, se destacan estudios creativos e innovadores, Walter Gonzales en 2015 desarrolló un software y hardware que utiliza el sistema de cálculo de la Yupana para enseñar matemáticas; Rojas y Stepanova en 2015 desarrollaron un juego digital educativo para dispositivos móviles y computadoras basado en matrices y vectores con la Yupana; y Jorge Montalvo en 2017 desarrolló un prototipo de video juego para que niños aprendan a sumar y restar.

1.2.3. Método Tawa Pukllay

Para la comprensión de cómo se manejaba este instrumento incaico se ha basado en los relatos del cronista José de Acosta, pues narra el procedimiento de una operación desconocida y a partir de esta se han desarrollado varias teorías e hipótesis para su manejo:

Tomarán estos indios sus granos y pondrán uno aquí, tres acullá, ocho no sé dónde; pasarán un grano de aquí trocarán tres de acullá y en efecto, ellos salen con su cuenta hecha puntualísimamente y sin errar un tilde y mucho mejor se saben ellos poner en cuenta y razón de lo que cabe a cada uno de pagar o dar que sabremos nosotros dárselo por pluma y tinta averiguado (Acosta, citado por Saldívar et al., 2019, p. 355).

En base a los estudios realizados durante años, los hermanos Saldívar proponen un método aritmético llamado “Tawa Pukllay”, el cual se presenta como una alternativa sencilla para el manejo de la Yupana. Saldívar (2020) definió en su estudio a este método como los cuatro juegos sagrados de los incas, un juego por cada operación matemática básica. “El método Tawa Pukllay consiste en la resolución de operaciones aritméticas mediante el reconocimiento de patrones en movimientos y en paralelo, sin necesidad de cálculos mentales numéricos” (Saldívar, 2020, párr. 4). Por lo cual, este método se fundamenta en la

adaptación de procesos de pensamiento para cálculos matemáticos de una manera fácil y lúdica.

En el perfeccionamiento de este método se realizó una nueva publicación de Saldívar et al. (2019) en el cual se presenta a esta metodología como un desarrollo de esquemas lúdicos, quienes relacionan a cada operación matemática con terminología quechua: a la suma lo relacionan con “yapay”, pues se basa en una operación que va contando mientras se agrupa; a la resta lo mencionan con “t’aqay” lo cual se basa en el conteo de cantidades con separación de uno o varios grupos, por lo cual se puede realizar restas de varios minuendos y sustraendos al mismo tiempo; a la multiplicación lo asocian con “miray”, ya que define el contar por grupos sin tener que conocer tablas de multiplicación; y por último, a la división lo relacionan con “rakiy”, puesto que se basa en un conteo por grupos de forma equitativa, lo cual de igual manera que la multiplicación no tiene la necesidad de conocer tablas factores.

Los hermanos Saldívar en el artículo “*Runa Yupana Tawa Pukllay, Educación matemática corporal*” afirman que la Yupana en conjunto con el método Tawa Pukllay constituyen una alternativa semiótica, puesto que utiliza signos aritméticos distintos a los tradicionales que se ocupan frecuentemente, de esta manera representan una herramienta que aclara los procesos de cálculo; por lo que se los puede utilizar de manera continua en el aula de clase, pues facilita la generalización de conceptos complejos, lo cuales comúnmente no son fáciles de comprender (Saldívar C., Saldívar Á., 2023).

Para el desarrollo de sumas con este método se debe colocar fichas en las divisiones correspondientes de la Yupana según los números que deseamos operar; al colocar varias cantidades en el mismo tablero existe la posibilidad de que las semillas correspondientes a dichos números coincidan en uno o más casilleros, pero solo se permite una semilla por casillero, por lo que normalmente se realiza la suma de los valores de las semillas que coinciden y se representa con una única semilla en cada casillero. Al llevar a cabo estas simplificaciones, se logra observar que los movimientos se vuelven repetitivos, mostrando patrones fácilmente identificables, y si se reemplaza mentalmente estos movimientos con frases mnemotécnicas, ya no se realizarán conscientemente operaciones numéricas, por lo tanto, se acelerará el proceso de simplificación (Saldívar et al., 2019).

1.2.4. Beneficios de la Yupana y el método Tawa Pukllay

Es evidente el beneficio que representa el uso de la Yupana y el método Tawa Pukllay como recurso didáctico, puesto que se presenta como un modelo creativo y diferente de hacer matemáticas en el aula de clases. Los hermanos Saldívar y Goycochea en el desarrollo y estudio de dicho método han argumentado que el utilizar un proceso mental diferente a lo

tradicional, basado en la intuición sin la necesidad de memorizar o realizar cálculos numéricos, se torna en una herramienta que desarrolla un aprendizaje lúdico y concreto de la aritmética, lo cual capta el interés de todas las personas y desarrolla motivación en las personas que se les dificulta esta temática. Además, se debe tomar en cuenta que al ser esta una herramienta didáctica ancestral, resulta muy atractiva para estudiantes de zonas rurales, quienes por lo general presentan un bajo nivel académico (Saldívar y otros, 2019).

Asimismo, Plata (2022) manifiesta la significatividad que tiene la Yupana para el contexto escolar, puesto que es una herramienta que permite involucrar y aportar de manera cultural y práctica los espacios de aprendizaje. Además, considera importante que los estudiantes pertenecientes a zonas rurales y pueblos indígenas conozcan y utilicen una herramienta con gran valor cultural, debido a que “ellos se sentirán más identificados e incluidos en este proceso matemático, ya que siendo desde el método tradicional se ven muy aislados de las realidades de estas poblaciones” (p. 2); por lo tanto, con el uso de dichas herramientas se puede potenciar el proceso de aprendizaje, desarrollando un proceso diferente, interesante y con significado, acabando con los procesos habituales que conocen los estudiantes y que no están brindando buenos resultados a nivel académico.

1.3. Dificultades en el aprendizaje de sumas algebraicas

1.3.1. Aprendizaje

Al aprendizaje se lo puede definir como el conjunto de actividades, estrategias y prácticas que se han realizado desde un ámbito educativo para lograr un cambio de acción sobre los alumnos. La razón de ser o meta que persiguen estas actividades es que las personas involucradas en este proceso logren hacer cosas que antes no hacían, muchas de las veces por la incapacidad de realizarlas. Si este proceso no cumple con las expectativas o necesidades del plan escolar, se debe por un conjunto de acciones inefectivas; cuando esto sucede se debe considerar un replanteamiento de acciones para lograr concluir de manera eficaz la aprehensión de conocimientos (Echeverría, 2017).

Para comprender el proceso de aprendizaje Phillips hace un acercamiento desde la teoría constructivista, en la cual considera que el conocimiento no se lo adquiere de manera superficial, a esto se refiere que el estudiante solo escuche y no participe en su proceso de aprendizaje, tampoco se lo considera como un proceso mecánico forzado, sino que este proceso debe ser activo, es decir, el estudiante debe tener participación constante en su proceso de aprendizaje fomentando la reflexión, discusión y aplicación práctica del conocimiento adquirido. (Phillips, citado por Moreno, 2016).

A pesar de centrarse en el aprendizaje antes que en la enseñanza se debe tomar en cuenta la relevancia del papel del docente en este proceso. Para Vygotsky la participación de una persona que guíe el aprendizaje de los estudiantes es de gran importancia, estos guías generalmente son los docentes, quienes deben ser creativos y audaces para elaborar y proporcionar las condiciones necesarias para que los alumnos sean capaces de experimentar diferentes situaciones; y de este modo, ellos logren adquirir nuevos constructos que les ayuden a formar conceptos frescos en sus estructuras mentales, por esta razón el uso de material didáctico en el aula de clase resulta fundamental en el proceso de aprendizaje, pues es de gran ayuda para que los estudiantes construyan su conocimiento (Olaya, 2022).

1.3.2. Suma Algebraica

1.3.2.1. Definiciones generales

Desde los inicios del álgebra, la suma algebraica ha sido el pilar fundamental que sostiene la estructura conceptual de esta rama de la matemática, a pesar de su aparente simplicidad constituye el punto de partida para el posterior estudio, resolución de ecuaciones y análisis de relaciones numéricas más complejas. Una definición general sobre la Suma Algebraica que ha sido adoptada desde hace varios años atrás es aquella donde se menciona que “la suma o la adición es una operación que tiene por objeto reunir dos o más expresiones Algebraicas (sumandos) en una sola expresión Algebraica (suma)” (Baldor, 2008, citado por Pérez, 2014, p. 1). Las expresiones algebraicas son aquellas que están compuestas por números, letras, o ambas y que están ligadas a un signo de operación. Para propósitos de este trabajo, dichas expresiones están formadas por números enteros y ligadas a los signos de adición y/o sustracción. “Así la suma de a y b es $a + b$, mientras que la suma de a y $-b$ es $a - b$, porque esa última expresión es la reunión de las dos expresiones dadas: a y $-b$ ” (Pérez, 2014, p. 2).

De manera similar, Meneses (2020) describe tres casos en los que puede presentarse la adición de números enteros o suma algebraica: El primer caso es la suma de dos enteros positivos en el cual el resultado será positivo, el segundo caso es la suma de dos enteros negativos en el cual el resultado será negativo y el último caso es la suma de un entero negativo y uno positivo o viceversa ($a - b$), en este caso se pueden presentar tres situaciones: el resultado será positivo si $a > b$, el resultado será negativo si $b > a$ y finalmente el resultado será nulo si a y b son iguales.

Es fundamental contextualizar las definiciones de suma algebraica en el ámbito educativo ecuatoriano, debido a que la propuesta educativa que se elaborará al final será enfocada para estudiantes de 8° grado de Educación General Básica Superior, por lo que las definiciones

que se han presentado, la terminología y propiedades que se presentarán serán apegadas a las proporcionadas por el Ministerio de Educación del Ecuador (MINEDUC) en el Texto del Estudiante del nivel educativo antes mencionado. Dentro de dicho texto, se encuentra a la suma algebraica de números enteros como la adición o suma con dos casos particulares: Adición de números enteros del mismo signo y Adición de números enteros de diferente signo. (MINEDUC, 2016). Ambos casos de suma algebraica se analizarán posteriormente de manera más detallada, ya que antes se deben tener claros ciertos conceptos que son importantes para su estudio, los cuales se presentarán a continuación.

1.3.2.2. Conjunto de los números enteros

En ciertos casos, el uso exclusivo del conjunto de números naturales resulta insuficiente para expresar de manera matemática situaciones que surgen en la vida cotidiana. Es por esta razón que los matemáticos de épocas antiguas vieron la necesidad de expandir dicho conjunto e incorporar el uso de números negativos. Lo cual dio origen al conjunto de los números enteros $\mathbb{Z}$, el cual incluye: enteros positivos $\mathbb{Z}^+ = \{+1, +2, +3, \dots\}$, enteros negativos $\mathbb{Z}^- = \{\dots -3, -2, -1\}$ y el cero. (MINEDUC, 2016). En el mismo texto de matemáticas del estudiante proporcionado por el MINEDUC, se hace una importante aclaración: el conjunto de los números enteros positivos $\mathbb{Z}^+$ coincide con el conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$, por tal motivo se suele omitir el signo más (+) al escribir un número entero positivo.

Similarmente, Meneses (2020) menciona que el conjunto de los números enteros $\mathbb{Z}$, es un conjunto de números “dotado de una operación interna (+) en el que sus elementos tienen un simétrico respecto de (+), y este contiene los naturales $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}^-$ (números negativos) y el cero, manteniendo un isomorfismo entre sus componentes” (p. 18), por isomorfismo se refiere a que el conjunto de los enteros positivos y negativos poseen la misma o similar estructura, propiedades, operaciones y relaciones (de orden); y por simetría se entiende a que todos los números enteros positivos tienen su equivalente entero negativo y viceversa, llamado opuesto, este concepto de opuesto permite tener una representación del cero, el cual se obtiene a partir de sumar un número y su correspondiente opuesto, sea a un número entero positivo y su opuesto negativo $-a$, que se representa precedido con el signo menos (-), se cumple: $a + (-a) = 0$.

Al trabajar con un conjunto más amplio como lo es el de los números enteros, se abren muchas posibilidades sobre todo a la hora de interpretar y representar matemáticamente algunas situaciones de la vida cotidiana como deudas y ahorros, temperaturas sobre y bajo cero, profundidades y altitudes sobre el nivel del mar, en transacciones bancarias se usa la convención de representar ahorros o ingresos con el signo más y los retiros con el signo

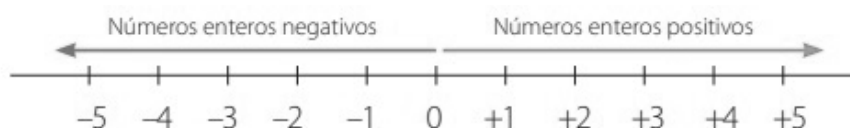
menos. (MINEDUC, 2016). Por lo que es importante que el estudiante aprenda a interpretar el concepto de un número negativo.

1.3.2.3. Números enteros en la recta numérica y Relación de Orden

La recta numérica, esa línea continua que se extiende infinitamente en ambas direcciones, es de gran ayuda para visualizar y comprender la disposición de los números enteros. Al examinar esta representación gráfica se puede apreciar la estructura ordenada de los números enteros, asignando a cada punto de la recta un valor entero único. Esta herramienta visual es muy intuitiva para establecer relaciones de orden y conocer la ubicación y dirección de cada número en el conjunto de los números enteros. Para representar los números enteros en la recta numérica se debe trazar una recta horizontal y marcar en el centro un punto de referencia (el cero), luego se ubican en orden los números enteros positivos a la derecha del cero y los números enteros negativos a la izquierda del cero (MINEDUC, 2016), como se muestra en la Figura 4:

Figura 4:

Representación de los números enteros en la recta numérica



Nota: Adaptado de *Conjunto de números enteros*, por Mineduc, 2016.

En base a la figura se puede establecer de manera más sencilla las relaciones de orden, Meneses (2020) plantea que al ordenar los números enteros se presentan tres situaciones:

- 1) Si ambos enteros son positivos, el número mayor será aquel que se encuentra más distante del cero o más hacia la derecha. Por ejemplo, si comparamos los números 2 y 7, vemos en la Figura 4 que el número 7 es el que está más hacia la derecha, por lo tanto, es el mayor.
- 2) Cuando ambos enteros son negativos, el número mayor será aquel que en la recta numérica se encuentra más próximo al cero. Por ejemplo, al comparar los números -3 y -6, en la Figura 4 se observa que el número -3 está más próximo al cero, por lo tanto, es el mayor.
- 3) Si uno de los enteros es positivo y el otro es negativo, el número positivo será siempre el mayor.

1.3.2.4. Valor absoluto de un número entero

El último concepto que el estudiante debe tener claro para un correcto aprendizaje de suma algebraica es el de valor absoluto de un número entero, el cual se define como la distancia entre el número y el cero en la recta numérica, y esta medida es siempre un valor positivo. El valor absoluto de un número entero a se representa simbólicamente como $|a|$ (MINEDUC, 2016), por ejemplo, si se quiere obtener el valor absoluto de 7, esto es $|7|$, al observar la figura 2 se tiene que la distancia del 7 al cero son 7 unidades, por lo tanto $|7| = 7$. En el caso del valor absoluto de enteros positivos no se presenta mayor novedad, pero al calcular el valor absoluto de un número negativo, por ejemplo -3, esto es $|-3|$, al observar la figura 2 se tiene que la distancia desde el -3 hasta el cero es de 3 unidades, por lo tanto $|-3| = 3$. En otras palabras, el valor absoluto de un número negativo es el mismo número, pero omitiendo el signo menos, es decir, es su equivalente en positivo.

Una vez que se han detallado ciertos conceptos que a priori son necesarios para el aprendizaje de sumas algebraicas, se detallarán los casos de este tipo de sumas presentes en el texto del estudiante de 8° grado de Educación General Básica Superior que proporciona el MINEDUC (2016).

1.3.2.5. Adición de números enteros del mismo signo

En la suma de números enteros con el mismo signo, se realiza la adición de los valores absolutos de los sumandos, y al resultado se le asigna el signo que tiene en común dichos números (MINEDUC, 2016). Si los números enteros son positivos, el resultado será positivo, si los números enteros son negativos, el resultado será negativo (Rodríguez, citado por Meneses, 2020).

Por ejemplo, al sumar dos números enteros como $21+14$, al ser positivos se procede directamente con la suma $21+14 = 35$. Pero para sumar números enteros negativos como, por ejemplo $-17 + (-4)$, se procede de la siguiente manera:

- 1) Se suman los valores absolutos de los sumandos: $|-17| + |-4| = (17 + 4)$
- 2) Al resultado se le asigna el signo que tienen en común dichos números, en este caso ambos números tienen el signo menos, entonces $-17 + (-4) = - (17 + 4) = -21$

1.3.2.6. Adición de números enteros de distinto signo

Para este caso se procederá directamente con un ejemplo similar al planteado en el texto del estudiante de 8° grado de Educación General Básica Superior que proporciona el MINEDUC

(2016). Para la adición de números de distinto signo, como, por ejemplo $-10 + 4$, se procede de la siguiente manera:

- 1) Calcular los valores absolutos de los sumandos: $|-10| = 10$ y $|4| = 4$
- 2) Al número de mayor valor absoluto se le resta el de menor valor absoluto: $10 - 4 = 6$
- 3) Al resultado obtenido se le antepone el signo del número que tiene el mayor valor absoluto, en este caso el que tiene el mayor valor absoluto es -10 el cual tiene el signo menos, entonces: $-10 + 4 = -6$

La adición de números enteros, no se restringe únicamente entre dos números, sino que se puede efectuar entre varios sumandos y de dos maneras como se muestra en la Figura 5:

Figura 5:

Adición de varios números enteros

• Se suman los números de dos en dos, de forma consecutiva. $ \begin{aligned} &25 + (-32) + (-12) + 23 \\ &= \overbrace{-7 + (-12)} + 23 \\ &= \overbrace{-19 + 23} \\ &= 4 \end{aligned} $	• Se suman por separado los números positivos y los negativos, y luego se resuelven las operaciones resultantes. $ \begin{aligned} &25 + (-32) + (-12) + 23 \\ &= \overbrace{25 + 23} + \overbrace{(-32) + (-12)} \\ &= 48 + (-44) \\ &= 4 \end{aligned} $
---	--

Nota: Adaptado de *Suma algebraica*, por Mineduc, 2016.

1.3.3. Dificultades

La primera dificultad que presenta el estudiante al pasar de la suma aritmética a la suma algebraica es no reconocer cuál es la diferencia entre ellas, por lo que es importante diferenciar la suma algebraica de la suma aritmética, aunque pueden parecer conceptos iguales, no lo son “en Aritmética, la suma siempre significa aumento, pero en álgebra la suma es un concepto más general, pues puede significarse aumento a disminución, ya que hay sumas Algebraicas ... que equivale a una resta en Aritmética.” (Pérez, 2014, p. 2). Entonces, puede entenderse a la Suma Algebraica como la etapa siguiente de la Suma Aritmética en donde se introducen conceptos como: número negativo y opuesto aditivo.

Otro error bastante frecuente que cometen los estudiantes, según Rodríguez y Torrealba (2016) es la omisión de signos, los educandos realizan correctamente los cálculos, pero al

final no colocan el signo que corresponde a la operación, es decir, ignoran por completo el signo sobre todo al tratarse de una diferencia donde muchas veces no toman en cuenta que el resultado debe ser negativo, lo cual provoca que vayan generando una cadena de errores. “Aunque los estudiantes eligieron un algoritmo correcto, presentaron errores en el proceso de resolución, donde la mayoría de los errores se debieron a la prioridad que los educandos dan a las operaciones de sumandos” (p. 423).

Algunas dificultades que tienen los estudiantes al aprender por primera vez las sumas algebraicas son: dificultades para identificar en su vida cotidiana situaciones que representen números negativos, concepción sobre que la suma es siempre aumentar o añadir, sostienen la idea de que en el conjunto de los números negativos se aplica la misma regla que en el conjunto de los números naturales (en relaciones de orden), ignoran el signo: desconocen el significado del signo en situaciones cotidianas, imposición de lo formal: se refiere al conocimiento que ya poseen los estudiantes, el cual muchas veces no los deja avanzar en la adquisición de nuevos conocimientos, es decir, se resisten a cambiar lo que ya saben (Mena, 2021).

1.4. Estrategias didácticas adecuadas para el aprendizaje de Sumas Algebraicas

1.4.1. Estrategias didácticas

Es necesario que los docentes diseñen y apliquen estrategias didácticas que abarquen todo lo necesario para un buen proceso de aprendizaje, basándose en la motivación e interés del estudiante por aprender. La Subdirección de Currículum y Evaluación de la Universidad Tecnológica de Chile (2017) afirma que las estrategias didácticas: “son procedimientos organizados que tienen una clara formalización/definición de sus etapas y se orientan al logro de los aprendizajes esperados. A partir de la estrategia didáctica, el docente orienta el recorrido pedagógico que deben seguir los estudiantes para construir su aprendizaje” (p. 2).

Además, Hernández y Delgado (2022) definen a las estrategias didácticas como procesos y acciones planteadas mediante un conjunto de métodos y técnicas, con el objetivo de culminar un proceso educativo de manera acertada y efectiva, de este modo los estudiantes alcanzan a desarrollar las capacidades y competencias esperadas en su formación. Por lo cual, la aplicación y planificación de estrategias didácticas no se puede pasar por alto en el diseño de una clase, puesto que tiene gran importancia y relevancia para el logro de objetivos trazados.

Las estrategias didácticas se encuentran conformadas por estrategias de enseñanza y de aprendizaje, siendo esta última el objeto de estudio para la presente propuesta educativa.

Celi et al. (2021) argumentan que las estrategias de aprendizaje son un conjunto de pasos o habilidades que el estudiante adquiere y lo moldea para utilizarlas intencionalmente como instrumentos en su proceso de adquisición de conocimientos, de manera que lo ayuda a aprender y dar soluciones a los problemas que interfieren en su formación.

Asimismo, la Subdirección de Currículum y Evaluación de la Universidad Tecnológica de Chile (2017) menciona que la selección de estrategias didácticas deben propiciar que los estudiantes asuman la responsabilidad de su propio aprendizaje al ser más autónomos; desempeñen un papel activo y colaborativo en el proceso de aprendizaje compartiendo ideas, opiniones y experiencias con sus compañeros, se involucren con su entorno para resolver problemas, desarrollen actividades metacognitivas para analizar críticamente su propio desempeño y proponer acciones para mejorar; y desarrollen su pensamiento crítico. Todas estas características son anheladas en un estudiante y son competencias genéricas que deben desarrollar.

Sánchez (2019) menciona que para el desarrollo de las estrategias didácticas es necesario el uso de procesos didácticos, los cuales se encuentran compuestos por tres indispensables elementos: método, técnica y procedimiento; el primer factor hace referencia a la guía o “camino” lógico que orienta al proceso para el logro de un objetivo, de esta manera el método determina una serie de pasos que pueden contener una o varias técnicas, conservando siempre una secuencia lógica y manteniendo una finalidad; a las técnicas las define como el conjunto de procesos que componen una estrategia, los cuales son aplicados en un momento específico de la clase, el cual ya se encuentra determinado por el método planteado; finalmente, el procedimiento es conceptualizado como la manera de proceder o actuar en el proceso educativo para alcanzar la meta propuesta por la estrategia, se lo puede definir mediante fases, etapas, proceso, pasos o métodos.

1.4.2. Aprendizaje activo como estrategia didáctica

El aprendizaje activo nace desde la concepción del constructivismo, pues pretende conseguir un aprendizaje centrado en el estudiante, desarrollando habilidades humanas y trayendo consigo grandes beneficios en la capacidad intelectual de los estudiantes. Tal como lo mencionan Hartikainen et al. (2019): “active learning as an instructional approach can include different forms of activation, such as increased physical activity, interaction, social collaboration, deeper processing, elaboration, exploration of the material, or metacognitive monitoring” (p. 3).

Las estrategias didácticas basadas en el aprendizaje activo resultan innovadoras y atractivas frente al uso de estrategias tradicionales, puesto que lleva el papel del docente a segundo

plano para darle protagonismo al estudiante en su propio proceso de adquisición de conocimientos. Por lo tanto, resulta de gran utilidad la aplicación del aprendizaje activo en el aula de clases, al brindar la posibilidad a los estudiantes de aprender mediante la manipulación, reflexión y crítica de contenidos educativos, a la vez de desarrollar habilidades sociales con sus compañeros (Lozano et al., 2020).

Para lograr el desarrollo de un aprendizaje activo dentro de la intervención pedagógica, Kolb plantea ciertos requisitos que tiene que desarrollarse: experiencia concreta, observación reflexiva, tiempo para reflexionar, observar, pensar sobre la experiencia que ha pasado y conceptualización abstracta (Kolb citado por Molano et al., 2019). Es notable la importancia de la observación y reflexión para la conceptualización de nuevos conocimientos, puesto que es la base del aprendizaje activo el lograr que el estudiante se involucre totalmente en su proceso de formación, de esta manera los conocimientos, habilidades y aptitudes que adquiere tiene mayor efectividad y duración en ellos.

La aplicación del aprendizaje activo en el aula de clase representa un gran apoyo en la práctica educativa, pero su mala aplicación e instrucción por parte de docentes puede generar confusiones en los estudiantes y no lograr el alcance de las destrezas propuestas. Zumba et al. (2023) determinan que el desarrollo de esta estrategia puede fallar por errores cometidos en su aplicación, los seis principales errores definidos por los autores son: utilizar al aprendizaje activo sin ninguna explicación en la clase; esperar que los alumnos trabajen en grupos de manera entusiasta desde la primera sesión; proponer actividades que resultan triviales; pretender resolver actividades que resultan demasiado largas en una clase, pedir voluntarios después de toda actividad, y desarrollar planificaciones que caen en una rutina predecible para los alumnos.

1.4.3. Aprendizaje significativo como estrategia

El aprendizaje se visualiza como un conjunto de acciones complejas para la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes. Pero no todo aprendizaje es efectivo, de esta manera se concibe al aprendizaje significativo como una herramienta fundamental para el desarrollo del conocimiento de los estudiantes. Según Moreira (2017) el “aprendizaje significativo es la adquisición de nuevos conocimientos con significado, comprensión, criticidad y posibilidades de usar esos conocimientos en explicaciones, argumentaciones y solución de situaciones-problema, incluso nuevas situaciones” (p. 2).

En base a las consideraciones que debe tener una estrategia didáctica, Baque y Portilla (2021) afirman que el aprendizaje significativo puede emplearse como una estrategia de aprendizaje: “el aprendizaje significativo es una estrategia de aprendizaje que promueve

aprendizajes con sentido, relacionados con el contexto socioeducativo de quien aprende, de tal modo que los aprendizajes se convierten en conocimiento, que puede ser usado en diferentes situaciones” (p. 78). Se caracteriza por la participación activa de los estudiantes, quienes aportan sus propios criterios para formular nuevas ideas, ya sea en colaboración con el profesor o entre compañeros, y luego son revisadas. Este proceso interactivo e integrador implica que los estudiantes se involucren con los diferentes temas tratados en clase. Además, la comprensión de los contenidos de estudio se facilita, ya que los estudiantes deducen el significado de cada tema relacionándolo con su vida cotidiana, como resultado se logra un aprendizaje que difícilmente se olvida (Baque y Portilla, 2021).

Ausubel argumenta que el proceso para la adquisición de un aprendizaje significativo se da a partir de la relación subjetiva, creativa y no literal entre ideas presentes y expresadas en el entorno del aprendiz y el conocimiento previo o estructuras ya presentes en su mente, es decir, se relaciona la estructura cognitiva de la persona que está aprendiendo con el campo en el cual interactúa; a partir de esta interrelación activa e integradora nace como resultado un nuevo conocimiento que será significativo para el estudiantes, pues representará la naturaleza simbólica y significativa del proceso (Ausubel citado por Cañaveral et al., 2020).

Del mismo modo, desde una concepción social: “Meaningful Learning is when the interaction of a new material occurs with what already exists in the student’s cognitive structure” (Kinchin y Hay, citados por Agra et al., 2019, p. 251). Por lo cual, se puede argumentar que el aprendizaje significativo se desarrolla a partir de la interacción de nueva información, la cual el estudiante la relaciona con los conocimientos que ya posee.

1.4.4. Etnomatemática como estrategia didáctica

Se ha presentado evidencia suficiente para argumentar que la etnomatemática es un instrumento valioso para la enseñanza de las matemáticas, pues representa la adquisición de aprendizaje eficaz y útil para los estudiantes. Ubiratan D’ Ambrosio argumenta que el uso de la etnomatemática en la práctica escolar trae varios beneficios como: reforzar la creatividad, desarrollar el respeto cultural y dar a conocer tanto el multiculturalismo como el pluriculturalismo a los estudiantes (Ubiratan D’ Ambrosio, citado por Cabrera y Banegas, 2021). Por lo mismo, el uso de la etnomatemática como estrategia didáctica en el aula de clase representa de manera significativa un gran avance en el proceso de enseñanza y aprendizaje, potenciando las habilidades y conocimientos adquiridos.

La aplicación de la etnomatemática como una estrategia para facilitar el aprendizaje de contenidos matemáticos ha llevado a tener buenos resultados innovando la manera de aprender, así lo afirman Fernández et al. (2022) en su estudio sobre la aplicación de la

etnomatemática para la enseñanza-aprendizaje de medidas no convencionales, donde concluyeron que la propuesta cumple con los estándares de competencias en matemáticas para primaria del currículo colombiano y se dio una innovación didáctica porque se incluyeron saberes tradicionales planteados desde la etnomatemática y no realizaron únicamente las actividades que planteaba el libro de texto, además, presentaron el tema en cuestión como algo que se usa en la comunidad, así los estudiantes mediante dinámicas y trabajo en equipo descubrieron qué patrones podían usar para hacer mediciones y debían preguntar si en casa algún familiar los usaba.

Otro aporte importante en la aplicación de la etnomatemática en educación lo encontramos en el trabajo realizado por Campos et al. (2023) sobre la etnomatemática como estrategia de aprendizaje en los niños, donde realizan importantes conclusiones acerca de los logros de su propuesta como: generación de motivación para el aprendizaje al estudiar la matemática de manera contextualizada siempre y cuando el docente diseñe actividades considerando el conocimiento previo del estudiante en base a su contexto, desarrollo cognitivo del estudiante al opinar e intercambiar ideas, desarrollo de habilidades de empatía, trabajo en equipo y tolerancia, desarrollo del pensamiento crítico porque el estudiante interpreta y analiza por su cuenta lo que se presenta en su contexto, de esta manera es libre de opinar y validar la opinión de sus compañeros.

1.5. La valoración de la práctica docente utilizando Criterios de Idoneidad Didáctica

Es importante para la investigación determinar cómo evaluar un proceso educativo; razón por la cual, se ha buscado recursos que ayuden a este fin, encontrándose que el Enfoque Onto Semiótico (Godino et al., 2007), presenta la herramienta Criterios de Idoneidad Didáctica que sirven para orientar la práctica docente y que ha generado interés en la comunidad internacional. Breda et al. (2018) resumen brevemente acerca de lo que significa que un proceso de enseñanza y/o aprendizaje tengan “idoneidad didáctica”, pues mencionan que dicho término hace referencia al grado en el que un proceso posee varios aspectos o características que lo valoren como óptimo para el logro de adaptación entre significados o conocimientos personales con los significados que la institución pretende llegar o implementar.

1.5.1. Criterios de idoneidad didáctica

Es importante para la investigación definir el cómo evaluar el proceso educativo, por lo que se hace un acercamiento a los “criterios de idoneidad didáctica”. Breda et al. (2018) resumen brevemente acerca de lo que significa que un proceso de enseñanza y/o aprendizaje tengan “idoneidad didáctica”, pues mencionan que dicho término hace referencia al grado en el que

un proceso posee varios aspectos o características que lo valoren como óptimo para el logro de adaptación entre significados o conocimientos personales con los significados que la institución pretende llegar o implementar.

Para esta evaluación parcial o total de un proceso educativo se hace uso de facetas o criterios, las cuales “intervienen en el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje, y las relaciones que se establecen entre las mismas” (Malet et al., 2021, p.3). A partir de aquello, varios investigadores hacen uso de seis facetas, conocidas como: “criterios de idoneidad didáctica”. Este conjunto contiene el análisis en dimensiones a nivel: epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, emocional y ecológico. En el caso del Ecuador, varios estudios dan cuenta del trabajo realizado en la valoración de la práctica docente, tanto en la formación inicial como en la formación continua del profesorado (Calle, Breda, 2019; Calle et al., 2021; Font et al., 2023).

1.5.1.1. Criterio de idoneidad didáctica epistémica

El criterio de idoneidad epistémica consta del análisis docente acerca si el contenido matemático a presentar es adecuado para los estudiantes y si es de utilidad para ellos. Breda et al. (2017) presentan este criterio como la herramienta para evaluar si el conocimiento matemático que se presente es “buena matemática”, lo cual claramente es muy ambiguo y subjetivo, por lo que destacan varios componentes a valorar: no tener errores (procesos matemáticos incorrectos), no tener ambigüedades (tener significados y procedimientos claros que no confundan a los estudiantes), contenido con diversidad de procesos relevantes (modelización, resolución de problemas, argumentación, etc.) y representación (contenidos con potencial interpretación verbal, gráfico, simbólico, etc.).

Debido a que se representa como el análisis de contenidos matemáticos que se pretende desarrollar, se han realizado varias investigaciones que han resultado favorables acerca de la validez de este criterio. Una de ellas argumenta que es un criterio bastante efectivo para mejorar un proceso, puesto que para la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos es importante el rediseño de actividades a partir de la reflexión sobre la importancia y la significatividad que tiene una temática (Humes et al., 2020).

1.5.1.2. Criterio de idoneidad didáctica cognitiva

El criterio de idoneidad cognitiva reflexiona acerca de la preparación de los estudiantes previo a un nuevo proceso de aprendizaje. Los investigadores Breda et al. (2017) conceptualizan este criterio como la evaluación del grado en que el contenido deseado sea adecuado para el nivel de desarrollo potencial de los estudiantes. Para esta evaluación presentan varios

componentes a analizar: conocimientos previos (si los estudiantes conocen lo necesario para comenzar con la temática que se pretende enseñar), adaptación del currículo para las diferentes necesidades (actividades de desarrollo y soporte), aprendizaje (aplicaciones de lo que se aprende) y demanda cognitiva (inclusión de procesos metacognitivos).

A partir del análisis de este criterio de idoneidad didáctica desarrollado por Hummes et al. (2020) han concluido que este criterio ayuda en gran medida a los estudiantes, pero para que su análisis resulte solvente se debe procurar que exista una evaluación formativa permanente del proceso educativo, ya que de esta manera los docentes o encargados lograrán conocer el aprendizaje de cada estudiante y podrán ir reformando los contenidos pretendidos.

1.5.1.3. Criterio de idoneidad didáctica interaccional

Al criterio de idoneidad interaccional se lo considera como la base de la reflexión acerca del ambiente dentro del proceso educativo. Así pues, Esque de los Sojos y Breda (2021) en su estudio definen a este criterio como el encargado de analizar todo lo que es influyente en el desarrollo de una clase, evaluando las respuestas de los estudiantes, el ambiente, comportamiento y todo lo que interfiera en el proceso educativo, para que de esta manera se pueda conocer si el proceso de aprendizaje y enseñanza se da de manera correcta o está resultando problemático y no solventa inquietudes. Por ende, se comporta como una evaluación constante sobre si la interacción del docente en el aula es la apropiada y si logra resolver las problemáticas que surgen entre los estudiantes.

1.5.1.4. Criterio de idoneidad didáctica mediacional

Este criterio de idoneidad didáctica hace la evaluación directamente de las herramientas necesarias para el proceso educativo pretendido. Breda et al. (2017) definen a este criterio como el análisis del grado en el que los recursos materiales y temporales que se necesitan para el desarrollo de un proceso de enseñanza-aprendizaje son adecuados y se encuentran disponibles para los estudiantes, para dicho análisis mencionan la necesidad de atender los siguientes componentes: los recursos materiales (herramientas manipulativas y de tecnología necesarias para la contextualización y trabajo en clase); el número de estudiantes, los horarios y las condiciones del aula (si son los adecuados para llevar el proceso); y finalmente, el tiempo (adecuación de los contenidos para el tiempo disponible del proceso).

1.5.1.5. Criterio de idoneidad didáctica emocional

El criterio de idoneidad didáctica emocional hace referencia al nivel de implicación de los estudiantes en el proceso educativo. Para Burgos y Castillo (2021) este criterio evalúa el grado en el que los estudiantes se encuentran motivados para el comienzo de un proceso de

aprendizaje-enseñanza. Mencionan que existen factores relacionadas con la institución y otros con el alumno que afectan al grado de interés en el aula, por lo que para lograr que exista una buena evaluación de lo afectivo, es necesario que para el proceso educativo se seleccione situaciones que sean cercanas al interés de los estudiantes y a la vez debe escogerse situaciones que sean útiles para su contexto.

1.5.1.6. Criterio de idoneidad didáctica ecológica

En cuanto al criterio del nivel ecológico, se hace mención a la evaluación en el que el proceso implementado es adecuado para el lugar de estudio. De esta manera, Breda et al. (2017) lo definen como el grado en el que un proceso de enseñanza-aprendizaje se llega a adaptar al proyecto educativo, a las leyes del currículo, al entorno social, entre otros. Para lo cual determinan que los componentes necesarios a ser analizados son: las adaptaciones al currículo (la implementación y evaluación del contenido se encuentra en el currículo); la interdisciplinariedad e interdisciplinariedad (conexión con otros contenidos matemáticos y con otras disciplinas); practicidad socio profesional (utilidad para el futuro profesional); e innovación didáctica (implementación de nuevos contenidos, recursos tecnológicos, metodología, etc., a partir de la investigación y reflexión docente).

2. Capítulo II: Marco Metodológico

2.1. Metodología: Enfoque investigativo. Técnicas e instrumentos de recolección de información

La metodología utilizada en el presente trabajo de titulación, implicó un enfoque mixto que combinó técnicas cuantitativas y cualitativas para abordar el objetivo del estudio propuesto. Se considera que en el desarrollo de una metodología mixta el investigador converge o fusiona tanto datos cuantitativos como cualitativos buscando adquirir un análisis integral y específico del problema que se está tratando; de esta manera se obtiene un análisis que aborda procesos desde una perspectiva cualitativa y resultados desde un enfoque cuantitativo (Creswell, 2017). En la investigación se pretende analizar factores que dificultan el aprendizaje en los estudiantes, por lo que se considera que el uso de una metodología mixta hará que se aproveche al máximo las fortalezas de los enfoques cuantitativos y cualitativos, obteniendo mayor información sobre la problemática que se está estudiando y se dará el análisis pertinente que necesita.

Para responder al primer objetivo específico se realizaron búsquedas en los diferentes repositorios digitales con la finalidad de fundamentar la propuesta educativa, posteriormente se recopilaron libros, artículos o distintos trabajos de investigación que sirvan para dicha finalidad y se analizaron cada uno de estos documentos para finalmente redactar los conceptos más importantes del Marco Teórico.

En cuanto al segundo objetivo específico, se realizó un diagnóstico a estudiantes de octavo de EGB de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero, que evaluó su conocimiento sobre la suma algebraica de números enteros; se tabularon los datos obtenidos y se realizó el correspondiente análisis para la identificación de los errores comunes cometidos por los alumnos.

Adicionalmente, previo a la elaboración completa de la propuesta educativa, se realizó una pequeña actividad con los estudiantes del octavo de EGB de la institución en cuestión, esta actividad estaba relacionada con la resolución de sumas algebraicas utilizando la Yupana y el método Tawa Pukllay con la idea de captar sus percepciones. Finalmente, se utilizó la técnica de grupos focales con estudiantes universitarios que se encuentran próximos a ser docentes con el propósito de validar la actividad realizada, tomando en cuenta sus opiniones acerca de la utilidad y viabilidad de la implementación de la Yupana y el método Tawa Pukllay en el aula de clases. La validación se realizó con criterio de expertos, para esto se plantearon preguntas basadas en la herramienta Criterio de Idoneidad Didáctica del Enfoque Onto Semiótico (Godino, Batanero y Font, 2008; Breda, Font y Pino-Fan, 2018).

Para el último objetivo específico se partió tanto de la información que se obtuvo de la fundamentación bibliográfica, así como de los resultados adquiridos del segundo objetivo específico y se seleccionaron las actividades para la propuesta educativa, las cuales fueron elaboradas en base a objetivos, contenido, metodología (actividades de inicio, desarrollo y cierre), y recursos (Yupana y el método Tawa Pukllay).

2.2. Tabulación y análisis de resultados

2.2.1. Prueba diagnóstica

Para determinar conocimientos adquiridos e identificar las dificultades que se presentan en la suma algebraica de números enteros se aplicó una prueba diagnóstica a una muestra de 35 estudiantes del octavo año de EGB paralelo “A” de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero de la parroquia El Valle de la ciudad de Cuenca.

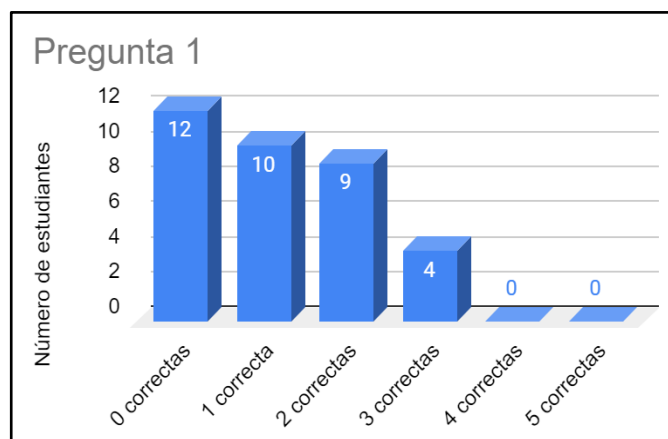
Las preguntas que se evaluaron en el diagnóstico y los resultados se detallan a continuación:

Pregunta 1: Completa los espacios con el número entero que falta en cada caso, los resultados se muestran en la Figura 6:

$$\begin{array}{rcl} 5 - \boxed{} & = & -6 \\ -367 + 452 & = & \boxed{} \\ -246 + 124 & = & \boxed{} \\ -144 + 97 & = & \boxed{} \\ 56 - 84 - \boxed{} & = & -62 \end{array}$$

Figura 6

Resultados de la pregunta 1 del diagnóstico



Los resultados evidencian que los estudiantes presentan confusión en sumas algebraicas sencillas, la gran mayoría ni siquiera pudo realizar las operaciones o los resultados obtenidos difieren considerablemente de los correctos, por lo que se evidencia que existe un serio problema de aprendizaje.

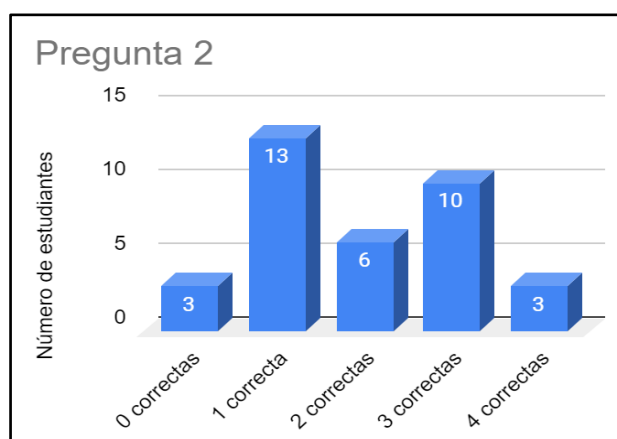
La pregunta 2 se muestra c continuación junto con los resultados en la Figura 7:

Pregunta 2: Coloque V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

- a) El siguiente de -20 es -21 _____
- b) -1 y +1 son número consecutivos _____
- c) -10 es 7 unidades menor que -3 _____
- d) El anterior de -15 es -16 _____

Figura 7

Resultados de la pregunta 2 del diagnóstico



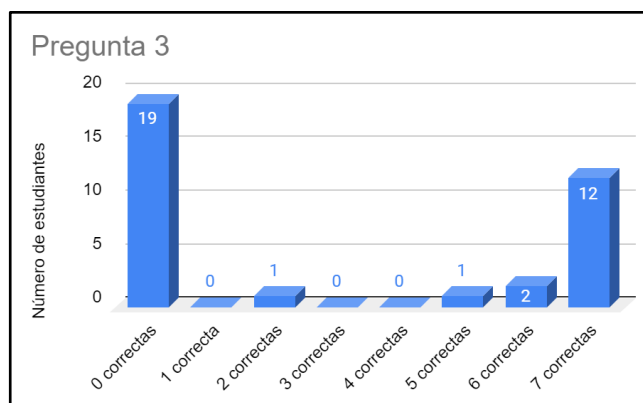
En esta pregunta se pueden apreciar mejores resultados, un buen número de estudiantes obtuvo al menos 3 respuestas correctas, sin embargo, los resultados también evidencian que

existen estudiantes con dificultades para entender el significado de los términos consecutivo, anterior o siguiente.

Pregunta 3: Ordenar en sentido creciente los siguientes números enteros: 7, -12 , 0, -11 , 10, 12, -1 . Los resultados se muestran en la Figura 8:

Figura 8

Resultados de la pregunta 3 del diagnóstico

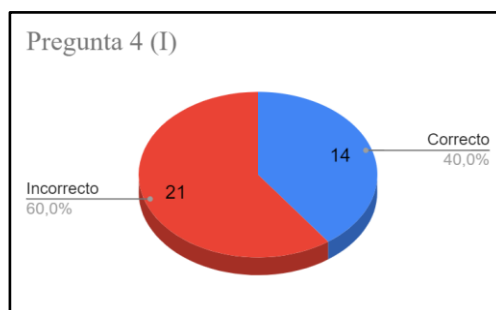


Estos resultados son bastante preocupantes, la mayoría de estudiantes no pudo ordenar ningún número correctamente en la recta numérica, aquí se evidencia la dificultad que tienen los estudiantes para ordenar números positivos y negativos, donde muchas veces ignoran el signo del número en el proceso.

Pregunta 4 (I): La temperatura en El Cajas por la mañana es de -2°C . Si por la tarde ha subido 7°C . ¿Qué temperatura tendrá por la tarde?. Los resultados de los estudiantes se observan en la Figura 9:

Figura 9

Resultados de la pregunta 4 (I) del diagnóstico

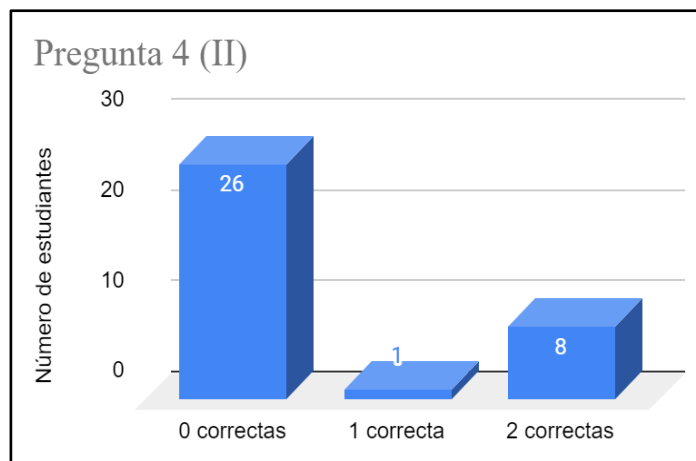


Los resultados demuestran que la mayoría de estudiantes presentan dificultades en entender el significado de cantidades negativas en problemas contextualizados.

Pregunta 4 (II): David se encuentra en la planta -2 de un edificio. Luisa está en la +4, Raúl, en la -3, y Angie, en la +11. ¿Cuántos pisos separan a Raúl de Luisa? ¿Y a Angie de David?. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 10:

Figura 10

Resultados de la pregunta 4 (II) del diagnóstico



Similar a los resultados de la pregunta anterior, los estudiantes interpretan de manera incorrecta los datos de los problemas propuestos, no entienden qué operaciones deben hacer, lo que causa que la resolución sea incorrecta.

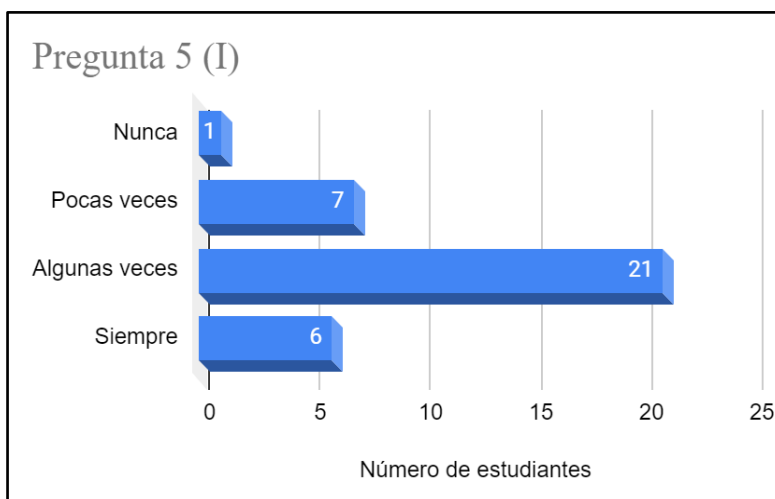
Pregunta 5 (I): ¿Con qué frecuencia el/la docente utiliza distintos recursos y herramientas diferentes al libro o pizarrón durante las clases para hacerlas interesantes y fáciles de entender? Por ejemplo: vídeos explicativos, juegos, material para manipular/jugar, etc. Las respuestas de los estudiantes se detallan en la Figura 11.

(Marque con una X una sola respuesta)

Nunca	Pocas veces	Algunas veces	Siempre

Figura 11

Resultados de la pregunta 5 (I) del diagnóstico



En este caso se tienen resultados favorables en cuanto a la frecuencia con que el docente utiliza diferentes recursos, los estudiantes manifestaron que su docente sí utiliza distintos recursos, lo cual es óptimo ya que los estudiantes están en la disposición de trabajar con nuevas estrategias.

Pregunta 5 (II): ¿Cómo se siente generalmente en la clase de matemáticas? (Encierre la opción). Las opciones de la pregunta se muestran en la Figura 12 y las opciones marcadas por los estudiantes se muestran en la Figura 13:

Figura 12

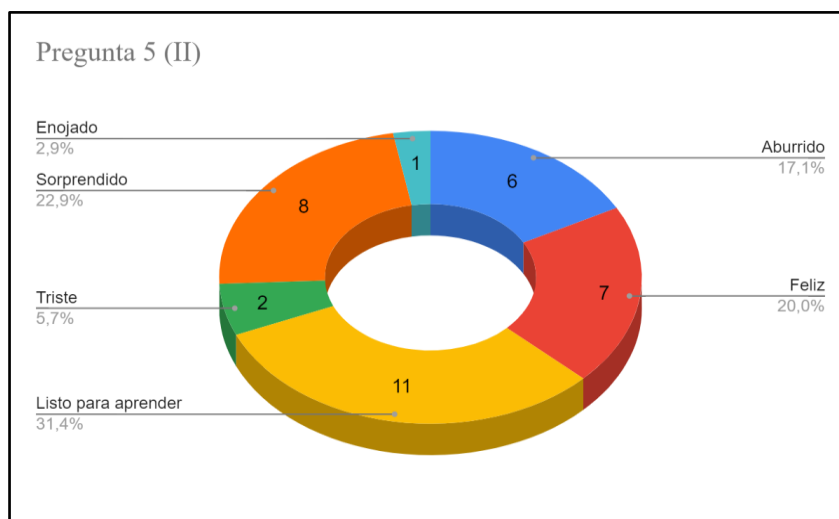
Opciones de la pregunta 5 (II) del diagnóstico



Nota. Adaptado de ¿Cómo te sientes hoy? [Fotografía], por Profe social, 2021, [preview-10141-1.jpg](#)

Figura 13

Resultados de la pregunta 5 (II) del diagnóstico



Los resultados obtenidos en esta pregunta dan cuenta de que la mayoría de estudiantes sienten emociones positivas en la clase de matemáticas, lo cual hace que estén dispuestos a aprender; sin embargo, no se puede dejar de lado a estudiantes que sienten emociones negativas como aburrimiento, enojo o tristeza, por lo que se torna necesario trabajar como docentes para reducir este tipo de emociones.

Reflexión final

De manera general, los resultados de la prueba diagnóstica, indican que muy pocos estudiantes obtuvieron respuestas correctas en operaciones con suma algebraica de números enteros; además, hay errores bastante comunes al aplicar propiedades de los números reales (propiedad distributiva o ley de signos de la multiplicación), que conducen a resultados incorrectos. Es necesario recalcar que varias preguntas no fueron respondidas, por lo que podemos asumir que los estudiantes no tienen los conocimientos para responder a esta temática. Situación que alerta al docente a intervenir oportunamente con propuestas y alternativas innovadoras para los estudiantes con el fin de mejorar los aprendizajes de cada nivel académico, evitando que los estudiantes arrastren vacíos de conocimientos, que limiten sus avances en temas más complejos de la matemática.

2.2.2. Actividad realizada en la institución

Además del diagnóstico realizado con los estudiantes de la institución educativa, se desarrolló una actividad utilizando la Yupana como recurso didáctico y el método Tawa Pukllay para realizar sumas algebraicas de números enteros, entregándose a los estudiantes una hoja de trabajo junto con la Yupana y fichas de colores azul y rojo para representar los números enteros y realizar las operaciones. La actividad fue realizada en 3 horas de clase distribuidas en dos sesiones, contando con la participación de 22 estudiantes del octavo año de EGB

paralelo “A” de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero de la parroquia El Valle de la ciudad de Cuenca.

La actividad fue ejecutada de la siguiente manera: En primera instancia se les presentó a los estudiantes la Yupana y se les proporcionó el contexto de dónde provenía y para qué servía *Figura 14*, después se les dio la idea de poder desarrollar sumas algebraicas de números enteros mediante un “juego”, comparando así a la Yupana como un tablero de ajedrez y el método Tawa Pukllay como los movimientos que se deben aplicar en dicho juego, captando así el interés de los estudiantes *Figura 15*.

Figura 14

Presentación de la Yupana



Luego se les explicó a los estudiantes la manera de representar los números en la Yupana (positivos con las fichas azules y negativos con fichas rojas) y los movimientos del método Tawa Pukllay, esta actividad fue desarrollada a la par con los estudiantes para que todos entiendan cómo realizar los movimientos, lo cual es el aspecto fundamental y más importante, por lo que se tomó el tiempo necesario.

Figura 15

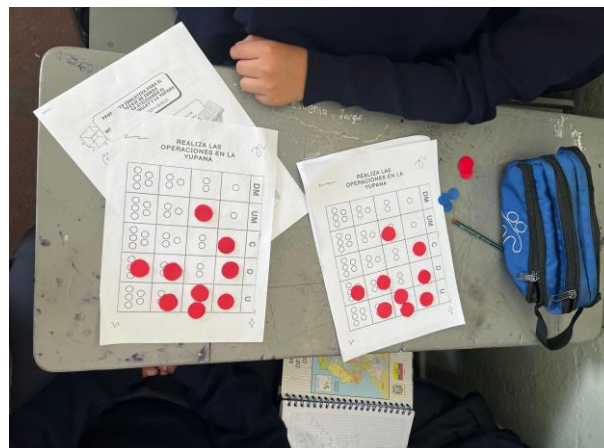
Explicación de los movimientos del juego (Tawa Pukllay)



Una vez que se explicaron los movimientos del juego, con la intención de practicar lo aprendido se planteó a los estudiantes, sumas algebraicas desde las más sencillas hasta algunas con números grandes que ya implican cierta dificultad, partiendo con sumas algebraicas con números enteros del mismo signo, hasta llegar a la suma algebraica de enteros de signo distinto. En la Figura 16 y Figura 17 se muestran algunos ejemplos del desarrollo de ejercicio con la Yupana.

Figura 16

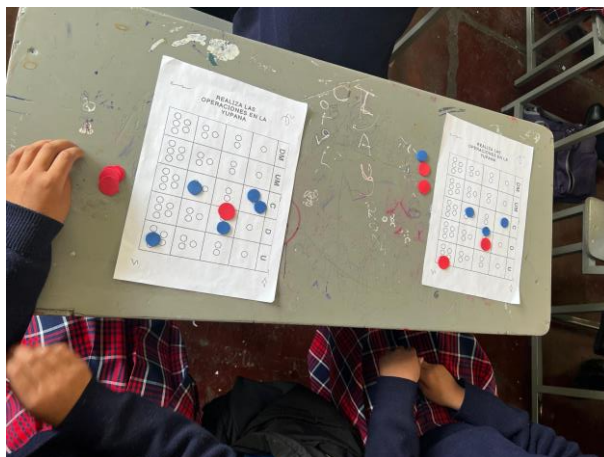
Estudiantes realizando una suma de enteros del mismo signo



Nota. En la imagen se puede observar que en la Yupana hay únicamente fichas de color rojo, por lo que se trata de una suma de enteros negativos.

Figura 17

Estudiantes realizando una suma de enteros de signo distinto



Nota. En este caso se aprecia que existen fichas tanto azules (positivas) como rojas (negativas) por lo que se trata de una suma de enteros de signo distinto, la intención era que los estudiantes aplicando el Tawa Pukllay busquen la manera de que exista solo un color de fichas, y este color dará el signo al resultado de la operación.

Finalmente, una vez que los estudiantes practicaron con sumas algebraicas de varios tipos, se procedió con la explicación de la actividad, proporcionando las instrucciones necesarias para cada pregunta y se les dio el tiempo y espacio adecuados para que ellos realicen el trabajo solos. En todo momento se tuvo control, con el fin de que los estudiantes estuvieran haciendo la actividad; además, fue necesaria una explicación personal a ciertos estudiantes que tenían dudas o dificultades.

Preguntas y resultados

La Figura 18 muestra la pregunta primera realizada en el taller y en la Figura 19 muestran los resultados obtenidos.

Figura 18

Pregunta 1

¿Cuánto es ...?

$$5 + 7 - 2 =$$

$$-9 + 2 - 14 =$$

$$-85 + 15 + 72 =$$

$$126 - 354 + 222 =$$

Figura 19

Resultados de la pregunta 1



En esta pregunta que se evalúa ejercicios de sumas algebraicas sin contexto se evidencia de que los estudiantes mantienen muy pocas fallas al trabajar; en ciertos casos, obtuvieron la magnitud de la respuesta correcta, pero se olvidaron de identificar los signos que correspondían a las respuestas; aun así, se resalta que más del 50% de los estudiantes logran resolver las sumas sin cometer errores, apoyados en la Yupana.

La Figura 20 muestra la segunda pregunta realizada en el taller y en la Figura 21 muestran los resultados obtenidos.

Figura 20

Pregunta 2

Resolver

Don Lucho tiene dos vacas: Panchita y Pepita. Panchita da 6 litros de leche en la mañana y 5 litros de leche en la tarde; Pepita da 8 litros de leche en la mañana y 10 litros de leche en la tarde. Con la leche obtenida del día realiza varios productos: para hacer yogurt utiliza 12 litros de leche, para hacer queso utiliza 7 litros de leche, y con lo que sobra hace manjar. ¿Cuántos litros de leche queda para el manjar?

RESPUESTA:

Figura 21

Resultados de la pregunta 2



En este ejercicio que tiene un mayor contexto y que va de la mano con la reflexión de los estudiantes, se obtuvo un gran acierto en los resultados, presentándose pocas fallas en los movimientos del Tawa Pukllay.

La Figura 22 muestra la tercera pregunta realizada en el taller y en la Figura 23 muestran los resultados obtenidos.

Figura 22

Pregunta 3

Sigamos

Se realiza un convenio de vender maíz de El Valle en la alcaldía, para lo cual recolectan 212 quintales de Santa Ana, 335 quintales de la Victoria y 156 quintales de Gualacay. El municipio reparte el maíz en dos mercados: en el mercado 12 de Abril piden 247 quintales y en el mercado 10 de Agosto piden 406 quintales. ¿Cuántos quintales de maíz sobró o faltó para la venta en la alcaldía?

RESPUESTA:

Figura 23

Resultados de la pregunta 3



En este ejercicio se presenta un nivel de complejidad mayor en su desarrollo y en correspondencia, se observaron las dificultades que tuvieron algunos estudiantes para

realizar los movimientos inversos del Tawa Pukllay para poder eliminar fichas de distintos colores; sin embargo y a pesar de aquello, más de la mitad de los estudiantes, pudieron resolver el ejercicio propuesto.

Segunda parte: Preguntas de opción múltiple.

1. ¿Te sientes cómodo haciendo preguntas al profesor durante la clase?
 - a. Siempre
 - b. A veces
 - c. Pocas veces
 - d. Nunca

¿Por qué? _____

Las respuestas dadas por los estudiantes se muestran en la Figura 24 y la razón de su respuesta es mostrada en la Figura 25.

Figura 24

Resultados de la pregunta 1 de la segunda parte de la actividad



Figura 25

Respuestas al porqué de la elección anterior



Un aspecto positivo es que el 54,55% de estudiantes manifestaron que siempre o a veces se sienten cómodos/as haciendo preguntas al profesor durante la clase, lo cual demuestra que

tienen confianza con su docente, aspecto clave para una correcta armonía en el aula. Pero también se debe prestar atención al 40,91% de estudiantes quienes mencionaron que pocas veces o nunca realizan preguntas al profesor, la mayoría de ellos debido al temor a burlas y porque no se sentían interesados en la clase.

2. ¿Utiliza el profesor diferentes maneras de dar sus clases? ¿Cuáles?
 - a. Mediante material didáctico (maquetas)
 - b. Con ayuda de videos
 - c. Solo con el pizarrón
 - d. Otro: _____

Las respuestas dadas por los estudiantes se muestran en la Figura 26.

Figura 26

Resultados de la pregunta 2 de la segunda parte de la actividad

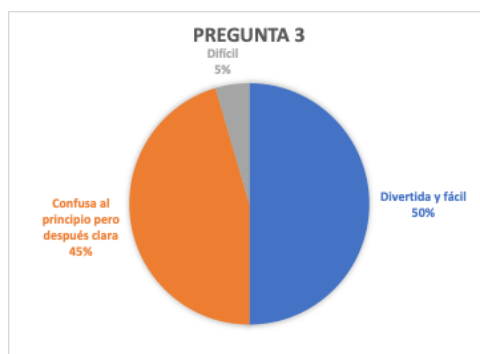


Un aspecto que llama a la reflexión es el hecho de que un poco más de la mitad de estudiantes mencionaron que su docente únicamente utiliza el pizarrón para dar sus clases utilizando muy pocas las veces material didáctico o audiovisual para la enseñanza de la matemática; evidenciando limitaciones en el uso de material didáctico para motivar los aprendizajes de los estudiantes.

3. ¿Cómo describirías la experiencia de aprender sumas algebraicas usando la Yupana?
 - a. Divertida y fácil de entender
 - b. Confusa al principio, pero después clara
 - c. Difícil de entender

Las respuestas dadas por los estudiantes se muestran en la Figura 27.

Figura 27

Resultados de la pregunta 3 de la segunda parte de la actividad

Resulta satisfactorio el hecho de que la mitad de los estudiantes afirmaron que la manera de aprender sumas algebraicas con la Yupana fue divertida y fácil de entender; una parte restante mencionaron que al principio si les pareció algo confusa, pero con la práctica lograron aprender y tener claro el método enseñado en la Yupana. Lo expuesto por los estudiantes permite plantear la hipótesis de que, en futuras ocasiones, los demás alumnos van a prestar más atención para entender cómo es el uso de la Yupana y ponerlo en práctica.

4. ¿Cómo te sentiste al usar la Yupana para resolver sumas algebraicas?
- a. Confidente y seguro/a de mis respuestas
 - b. Un poco confundido/a al principio, pero más cómodo/a con la práctica
 - c. Frustrado/a porque no entiendo cómo usarla

Las respuestas dadas por los estudiantes se muestran en la Figura 28.

Figura 28*Resultados de la pregunta 4 de la segunda parte de la actividad*

Se destaca que más de la mitad de los estudiantes mencionan haberse sentido confundidos al principio, pero luego de entender el proceso, les resultó muy cómodo el uso de este recurso. Del reducido grupo de estudiantes que mencionan haberse sentido frustrados por no entender

su funcionamiento, se infiere la necesidad de emplear un mayor tiempo a la enseñanza profunda del método.

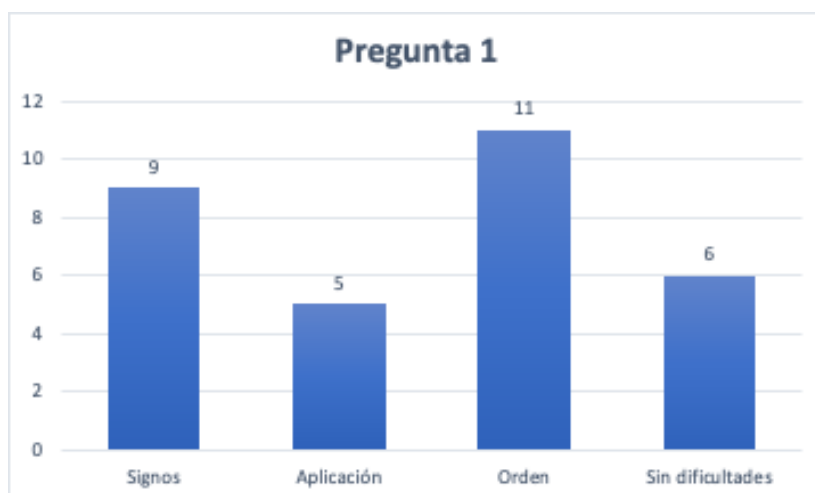
Tercera parte: Preguntas con cuadros de verificación.

1. ¿Te confundes al realizar sumas algebraicas? ¿En qué?
 - ☐ En el manejo de los signos
 - ☐ En aplicarlas a problemas de la vida real
 - ☐ Para ordenar números cuando son positivos y negativos
 - ☐ No tengo dificultades

Las respuestas dadas por los estudiantes se muestran en la Figura 29.

Figura 29

Resultados de la pregunta 1 de la tercera parte de la actividad



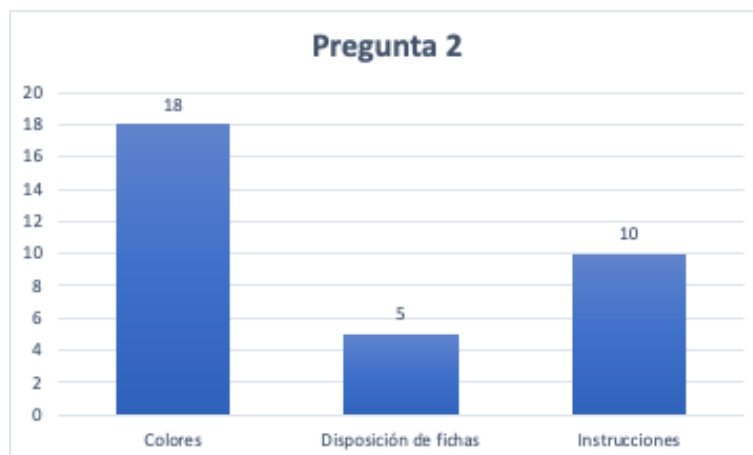
En el análisis de las dificultades que tienen los estudiantes para el aprendizaje de sumas algebraicas resalta como un mayor problema el ordenar los números cuando son positivos y negativos, llevándolos también a una segunda problemática que es el manejo de los signos. Pero se considera que el uso de este recurso logra orientarlos para solucionar los problemas.

2. ¿Qué aspecto de la Yupana te resultó más útil para resolver sumas algebraicas?
 - ☐ Los colores para diferenciar entre números positivos y negativos
 - ☐ La disposición de las fichas para realizar cálculos
 - ☐ Las instrucciones proporcionadas por el profesor

Las respuestas dadas por los estudiantes se muestran en la Figura 30.

Figura 30

Resultados de la pregunta 2 de la tercera parte de la actividad



En la parte de resaltar las variables que ayudan a que se obtenga buenos resultados en el uso de la Yupana aparecen el uso de colores en las fichas y las buenas instrucciones de los movimientos, por lo que se puede deducir que el uso de colores para diferenciar entre positivos y negativos es de gran acierto en la aplicación de este método; además, con instrucciones claras y la ayuda del docente, resulta bastante viable el uso de este recurso.

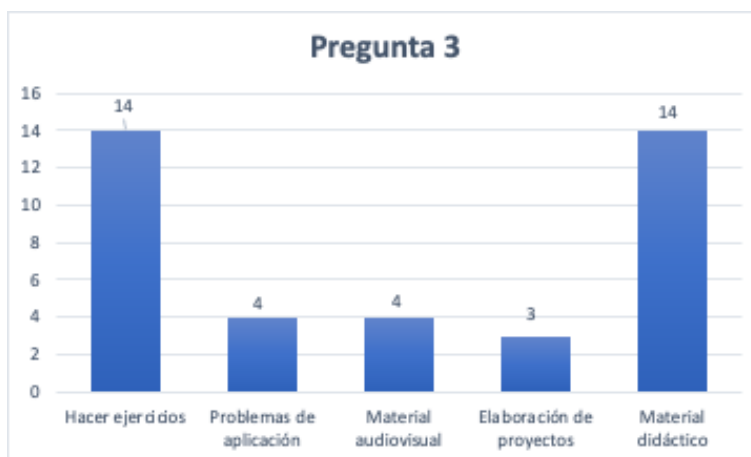
3. ¿Hay alguna actividad o método que encuentres especialmente útil al aprender sobre sumas algebraicas?

- ☐ Hacer ejercicios
- ☐ Resolver problemas de la vida real relacionados
- ☐ Ver videos o imágenes sobre la temática
- ☐ Elaboración de proyectos
- ☐ Uso de material didáctico

Las respuestas dadas por los estudiantes se muestran en la Figura 31.

Figura 31

Resultados de la pregunta 3 de la tercera parte de la actividad



La mayoría de los de los estudiantes mencionan que el material didáctico y resolución de ejercicios les son de gran ayuda para lograr comprender sumas algebraicas, lo cual también queda solucionado con el uso de la Yupana y la realización de la propuesta.

2.2.3. Análisis final

En cuanto a los resultados de la actividad que se les propuso a los estudiantes de la institución educativa (realizar sumas algebraicas de números enteros, utilizando la Yupana y aplicando el método Tawa Pukllay), se puede afirmar que, en comparación de los resultados del diagnóstico aplicado, en esta ocasión el grupo de estudiantes con el que se trabajó tuvo excelentes resultados y casi la totalidad, obtuvieron las respuestas correctas a las preguntas de la actividad.

Se debe considerar que en el desarrollo de ejercicios ha sido de gran ayuda el uso de la Yupana; sin embargo, a los estudiantes les puede tomar más tiempo en dominar el uso de esta herramienta por lo que se requiere ser paciente para enseñar el método Tawa Pukllay y para corregir los pequeños errores que se van presentando. Brindar un mayor acompañamiento a los estudiantes cuando adapten los movimientos inversos del método para el logro de simplificación de valores y recordarles que el color de las fichas significa el signo que acompañe a la magnitud encontrada, son aspectos importantes para tener éxito en las actividades.

El trabajo del docente en el aula requiere de una constante evaluación por parte de los estudiantes para procurar la mejora en los procesos de instrucción, esto debido a que éstos han manifestado que muchas veces no preguntan a los docentes por miedo a burlas o por no sentirse motivados y quisieran que el docente, en la mayoría de las veces, utilice recursos didácticos y no solo la pizarra, situación que es contraria al sentir de los estudiantes quienes mencionan que aprenden mejor con el uso de material didáctico y con la resolución de un

mayor número de ejercicios. De no haber cambio, van a continuar los problemas relacionado con el manejo de signos y el ordenar los números positivos y negativos.

Finalmente, en cuanto al trabajo con la Yupana la mayoría de estudiantes mencionan que ha sido divertido y que a pesar de ser algo nuevo y al inicio confuso, con la práctica se han sentido cómodos utilizando este recurso, sugiriendo brindar el tiempo necesario para familiarizarse con el método, dando las instrucciones claras, el acompañamiento docente y la confianza en el proceso de aprendizaje, de esta manera, será de gran ayuda para el trabajo en el aula.

2.3. Grupos focales: Análisis de resultados

En el grupo focal participaron 6 estudiantes de octavo ciclo de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca. Se tuvo como objetivo el identificar sus percepciones acerca el uso de la Yupana y el método Tawa Pukllay. Para lograr el objetivo, se estructuraron preguntas basadas en los Criterios de Idoneidad Didáctica del Enfoque Onto Semiótico: Epistémico, Cognitivo, Interaccional, Mediacional, Emocional y Ecológico. Previo al desarrollo del grupo focal se socializó una actividad utilizando la Yupana, y una demostración del Método Tawa Pukllay para la suma algebraica de números enteros. En la Figura 32 se muestran los participantes del grupo focal:

Figura 32

Grupo focal



Las preguntas plantadas al grupo focal, las respuestas correspondientes y una reflexión de los autores de este trabajo, se exponen a continuación:

Pregunta 1: ¿Consideran indispensable para la vida cotidiana y académica de los estudiantes su conocimiento en sumas algebraicas?

Persona 2: “Sí, básicamente saber sumar, saber restar, es la base de las matemáticas, la base de la vida también, en todo momento necesitamos sumar y restar en nuestra vida diaria en muchas ocasiones es necesario que los estudiantes tengan unas buenas bases de saber sumar y restar para que les vaya bien en su vida diaria, para que sepan que están haciendo y tengan idea de a dónde quieren llegar”.

Persona 5: “Creo que todos coincidimos que sí porque en todos los aspectos de la vida se utilizan estas operaciones, por ejemplo, aunque en personas mayores sobre todo han ido a la escuela solo los primeros años han aprendido un poquito [...], pero saben la suma, la resta y ellos saben cómo utilizarlo, por ejemplo, mi mami estudió solo la básica, pero si le dices a ella suma y resta, o va al mercado y hace las compras ella sabe cómo aplicar, como hacer las operaciones incluso en su mente, o sea es algo muy útil que deben saber”.

Reflexión

El aprendizaje de la suma algebraica es considerada por todos como una temática muy importante para el proceso educativo de todo estudiante dentro y fuera de una institución educativa, puesto que se encuentra inmerso en la vida cotidiana y representa una base en la educación matemática.

Pregunta 2: ¿De qué manera consideran que afectaría a los estudiantes si no aprenden correctamente sumas algebraicas?

Persona 1: “Primero hay que entender que [...] para una persona que digamos que siempre vivió sola, nació y se quedó sola porque es de algún lugar lejos, de alguna civilización, él no sabe lo que es la suma algebraica, lo que es la resta, sin embargo tarde o temprano va a descubrirlo porque él va a darse cuenta de cosas [...], entonces el hecho de que aprenda mal o aprenda bien va a depender del contexto en el que esté, pues si es un contexto muy sofisticado donde va a hacer muchas cuentas [...], pero digamos en un contexto que no necesitas matemáticas para cualquier otra cosa, sino simplemente estás viviendo, pasando tus días, vas a contar a tus animales en tu granja o vas a contar el maíz que tienes tú, eso simplemente sirve para ti”.

Persona 4: “Creo que el hecho de que una persona que no logra aprender este aspecto de las matemáticas llega a depender mucho de otras personas porque al no saber, si se llega a comprar algo y no sabe si le están pagando lo que es, tiene que recurrir a alguien más para preguntar [...], por lo que deja de ser un adulto independiente”.

Reflexión

Se llega a considerar que existe una gran problemática al no aprender correctamente esta temática, ya que en cualquier contexto en el que se desenvuelve una persona va a necesitar tener conocimientos básicos de sumas algebraicas, por lo tanto, si no comprenden bien va a generar varios problemas en su vida cotidiana, llegando hasta un nivel personal en el que se hable de dependencia con otras personas solo por la falta de dominio en este tema.

Pregunta 3: ¿Consideran relevante la búsqueda de resolver la problemática existente en esta temática en las instituciones educativas?

Persona 5: “Creo que es muy necesario saber sobrellevar eso porque los chicos de octavo, noveno, incluso décimo tienen problemas con las sumas algebraicas y si tienen problemas con eso no pueden avanzar con temas superiores, ya no pueden avanzar en nada más si es que no se trabaja en eso y si se soluciona ese problema, solo ahí se podría avanzar más”.

Persona 3: “Yo agregaría ahí a los chicos de tercero de bachillerato.”

Reflexión

Los participantes del grupo focal, exponen la preocupación y la necesidad de la búsqueda de una solución al problema de que los estudiantes no aprendan las sumas algebraicas de manera correcta, ya que va a impedir continuar con los aprendizajes de los siguientes niveles educativos.

Pregunta 4: ¿Qué conocimientos previos consideran que deben tener los estudiantes para desarrollar sumas algebraicas utilizando la Yupana?

Persona 3: “Más que todo las operaciones básicas; sumas y restas, el manejo de unidades; unidades, decenas, centenas, unidades de mil; también algo que deben tener es facilidad como que en los movimientos y tienes que combinar la parte abstracta con la parte numérica, [...] relacionar eso para poder realizar operaciones.

... rescato que los colores son chéveres, son atractivos y despiertan el interés”.

Persona 2. “También lo que necesitan saber son las reglas, que es lo que pueden hacer, que es lo que no pueden hacer, que es lo que deben hacer para que las fichas se vayan simplificando y se eliminan, todo eso deberían ellos conocer para saber cómo deben jugar y cómo hacer que al final les quede las fichas de un solo color”.

Reflexión

Los conocimientos previos de los estudiantes necesarios para el uso de la Yupana según los futuros docentes son básicos, pues se menciona como indispensable conocer sobre sumas,

restas, unidades, hasta trabajo de motricidad fina y gruesa, los cuales son ámbitos que por lo general los estudiantes ya lo adquieren y tienen al menos una noción de ellas durante toda su vida académica.

Pregunta 5: ¿Creen que el uso de la Yupana y el método Tawa Pukllay ayude a los estudiantes a aprender sumas algebraicas?

Persona 6: “Yo pienso que si les ayuda porque es como salirse del marco de que tienes que escribir en el cuadernos un número menos tal número, [...], yo pienso que esta forma dinámica se queda impresa en nuestra parte cognitiva y se hace como quien dice más significativo el aprender a sumar y restar y aplicarlo sobre todo en ejemplos prácticos; como por ejemplo, [...] alguien quiere saber la edad de alguien solo le pregunta la fecha en qué nació entonces puede aplicarlo esto de una solo poner las fichitas donde corresponde y hacer sus movimientos respectivos, es más práctica lo que es motricidad gruesa y fina, entonces ahí ya practica agilidad de las manos más que agilidad mental y dice tú tienes esta edad [...]. Entonces yo creo que es un método que puede hacer que sumar y restar se vuelva más didáctico”.

Persona 3: “... esto se puede enseñar y explicar a los chicos: digamos a los estudiantes ¿qué está pasando? ¿si te diste cuenta que se cancelaron las decenas? ¿qué se cancelaron las unidades?, y esto es lo que es la resta; esas cancelaciones me parecieron interesantes, si van bajo una guía de un docente. O sea, analizando lo que está pasando entonces creo que el estudiante abstractamente ya puede ir desarrollando: de qué se trata la suma, de qué se trata la resta, [...] y en una clase poner de en vez usar la calculadora utilizar la Yupana entonces vamos a trabajar con esto. En un contexto de donde no hay calculadoras, [...] donde estaba en prácticas no tenían calculadoras solo tres chicos de treinta, entonces darles esto, decir: comprueben, hagan ahí la suma, resta, con números positivos, con números negativos, es genial”.

Reflexión

Se tiene la expectativa que el trabajo con la Yupana y su método va a ayudar de gran manera a los estudiantes por representar un recurso innovador que aleja al docente del uso de metodologías tradicionales y hace que las clases sean más interactivas y con mayor significado para los estudiantes. Además, se menciona que este recurso va a permitir que el alumnado construya su propio conocimiento a partir del trabajo y desarrollo de este juego.

Pregunta 6: ¿Consideran que la implementación de la Yupana en el aula sea manejable para el docente?

Persona 6: “Claro, ya perfeccionándose uno mismo sí serviría bastante, yo le veo más como empezando el principio del año, ya en octavo o incluso más antes, eso porque se le puede aplicar en las primeras semanas de clases y ya eso se queda en la primera semana, pero tampoco se va a quedar ahí olvidado, sino que van a seguir usando en todos los temas que vayan a ir escalando a lo largo del año y como digo eso enseñando en una etapa temprana sí es bastante funcional y factible.

... Yo le veo la importancia de que después de que ya sepan usar a la perfección, uno le sabe a ese famoso desequilibrio cognitivo y les pregunte: a ver ustedes ¿cómo creen que funciona todo? ¿por qué se elimina esta ficha con la otra? y a la final se termine desglosando que a la larga son sumas y restas de términos semejantes”.

Persona 3: “Sí, creo que para grupos pequeños de unos 20 estudiantes máximo “funca full bien”, bueno en mi perspectiva creo que para grupos grandes va a ser poco difícil [...], tú tienes que estar en todos los treinta y tantos puestos ahí, viendo que no hayan botado en el suelo pura ficha, entonces hay que saberlo manejar, o sea yo pienso que dependería del docente, pero yo le veo en ese contexto de aulas chiquitas donde están amontonados unos sobre otros, hay que manejarlo bien. Pero en sí, es una buena propuesta, yo si le veo mucho futuro a esto”.

Reflexión

En este punto llega a ser cuestionable el manejo de la Yupana en el aula de clase, pues depende de diversas variables tales como la cantidad de estudiantes, el nivel de motivación y la preparación docente. Por lo que, es recomendable tener una buena planificación de clase y a la vez un trabajo previo para preparar a los estudiantes.

Pregunta 7: ¿Creen que el uso de este material en el aula mejore la relación y confianza entre los estudiantes y el docente, provocando que exista más interacción y participación en clase?

Persona 3: “Esto es de dos caras, [...] creo que hay que trabajar previamente el estado afectivo para poder cambiar la actitud de ellos, podemos darles el mejor juguete del mundo, pero si aún sigues siendo un mal padre y haces que te odien no les va a caer bien. Lo que he visto es que hay que trabajar la parte afectiva con ellos, las dinámicas funcionan full para eso, para la interrelación de los docentes y los estudiantes, luego de trabajar esto podemos trabajar muy a gusto y tendremos mayor disposición, por ejemplo, si al inicio tuviéramos del sesenta por ciento ahora tendríamos una del noventa por ciento [...], este es un juego y esto si ayuda a mejorar las relaciones de docentes y estudiantes”.

Persona 2: “Depende también de la actitud que ponga el profe, por ejemplo, supongamos que el profe siempre ha sido que utiliza la pizarra y siempre está enojado, un día llega y presenta esto a los estudiantes y dice así se hace, cualquier consulta me dicen, pero los estudiantes como ya le conocen al profe ya van a decir no, no confío, no quiero preguntarle, entonces el profe también debe estar en la disponibilidad de brindar la confianza para que los estudiantes también puedan aprender, hacer preguntas, inclusive fallar, porque no es como que vamos a aprender de una las sumas algebraicas con la Yupana, todo eso va a depender del profe y del estudiante también”.

Reflexión

En cuanto a lo afectivo también llega a depender mucho de las circunstancias que se presentan en el aula de clase; por una parte, se habla de la motivación de los estudiantes y su predisposición al trabajo, y a la vez, se habla de la actitud del docente. De esta manera, no es posible trabajar en un aula de clase que no colabora y con un docente que no genera la confianza necesaria para un buen ambiente de aprendizaje.

Pregunta 8: ¿Consideran que usar material didáctico realmente mejore el aprendizaje de sumas algebraicas?

Persona 5: “Así como en la física se ve que el material didáctico aporta bastante al aprendizaje de los chicos... les mantiene entretenidos...entonces se puede pensar lo mismo de la matemática... el hecho de ya utilizar algo concreto para comprobar que se hace así y que ya no sea algo tan abstracto nos ayuda a comprender mejor las matemáticas...llevarlo de la parte abstracta a lo tangible sí aporta bastante”

Reflexión

La manera de ver al material didáctico como un recurso que sirve para que las matemáticas dejen de ser tan abstractas y ayude a que los estudiantes comprendan mejor los procesos que realizan, es motivador puesto que el trabajo con la Yupana trata de que se genere otra percepción para el desarrollo de la asignatura desde la Etnomatemática.

Pregunta 9: ¿Son accesibles todos los recursos necesarios para el uso de la Yupana en la clase?

Persona 4: “Al ser simplemente fichas de fomix y una hoja de papel...el mismo docente puede hacer varios para los estudiantes para que cada uno tenga su Yupana y pueda hacer sus propias operaciones y su propio aprendizaje a su ritmo ya que no todos aprenden de la misma forma, entonces sí puede ser bastante accesible”

Persona 3: “son materiales sencillos de conseguir hasta divertidos, se le puede decir al propio estudiante que fabrique su propia Yupana a su gusto: tableros de colores, fichas triangulares, cuadradas, de estrellitas, con rostros de famosos, ya depende del gusto de cada estudiante, con esto se motiva al estudiante porque está trabajando con cosas que les gusta”

Reflexión

Un aspecto importante y favorecedor es que los futuros docentes consideren a este recurso como algo fácil de generar y construir, con materiales accesibles para todas las personas. De esta manera, es mayor la probabilidad del uso de la Yupana para todo contexto escolar.

Pregunta 10: ¿Creen que demande mucho tiempo el empleo de la Yupana para enseñar sumas algebraicas?

Persona 1: “Yo creo que no, pero hay unos temas que influyen mucho, primero, antes de dar paso al tema (sumas algebraicas), presentarles a los estudiantes la Yupana como un juego, después que ya saben usar la Yupana, se les presenta en forma de problemas...pero el docente debe recalcar que no van a tener que depender de la Yupana... va a ser fácil presentarles y enseñarles a usar la Yupana, lo difícil va a ser que no dependan de eso, si no que después puedan por su cuenta hacer las operaciones”

Persona 3: “Yo creo que sí sería necesario emplear tiempo ahí...no estaría preocupado en dar en el menor tiempo, creo que debería tomarse bastante el tiempo porque las sumas algebraicas son una base muy grande para todo lo que viene después.”

Persona 6: “Yo creo que esto del tiempo además de con los estudiantes también va a ser con uno mismo (como docente) para aprender los movimientos de las fichas para perfeccionarse uno mismo.”

Reflexión

El manejo del tiempo para el uso de la Yupana puede generar controversia pues al ser algo nuevo, tener reglas específicas y no tener una sola manera de resolver un ejercicio puede tomar bastante tiempo para lo que los estudiantes dominen su manejo, aun así, llegan a considerar que el beneficio es alto por lo que vale la pena el tiempo empleado para su aprendizaje. Cabe recalcar la opinión de que a pesar de que sea un apoyo en el aula se debe controlar que los estudiantes no lleguen a ser dependientes de este material.

Pregunta 11: ¿Creen que el aprender sumas algebraicas con la Yupana y el método Tawa Pukllay les guste a los estudiantes?

Persona 1: “si para nosotros fue una idea novedosa, aunque no fue tan sencillo de comprender, pero se aprendió enseguida, pienso que a los estudiantes realmente sí les va a gustar aprender por este método...no es lo mismo que tu profesor te haga hacer operaciones en la pizarra o en tu cuaderno con números a que te enseñe de esta manera, que tengas que razonar sobre qué movimientos tienes que hacer, va a ser muy interesante para los estudiantes”

Persona 5: “Sí porque parece más un juego”

Reflexión

Se considera que los estudiantes van a encontrarse muy motivados con el uso de esta herramienta, debido a que se sale de lo clásico y del desarrollo mecánico para la resolución de operaciones, por lo que al presentarlo como un juego ayuda a que los estudiantes se interesen y aprendan mejor la temática abordada.

Pregunta 12: ¿De qué manera ustedes motivarían a los estudiantes para que se interesen en aprender a usar la Yupana?

Persona 3: “Exonerar me parece algo interesante, lo aprendí de un docente...utilizar calificaciones como la del examen como recompensa, pero hay que darle un buen enfoque, utilizar la nota para motivarlos, pero esta nota es ganada de manera individual, pero tampoco vamos a ponerlos a competir...promover la competencia sana con uno mismo...y como recompensa una nota en el examen...así los estudiantes se ponen pilas, por ejemplo darles una operación, el estudiante se toma su tiempo, después se le da otra operación e igual que tome su tiempo, si mejora su tiempo va a quedar exonerado del examen...premiar el esfuerzo del estudiante...también se les puede premiar con comida o alguna golosina”

Reflexión

No se puede dejar de lado las ideas de cómo motivar el trabajo en el aula y algo que resalta es la exoneración de evaluaciones y no a partir de la competencia con los compañeros sino basado en la reflexión de que ellos mejoren a su propio ritmo, así, se puede lograr varios objetivos en menor tiempo y con mejores resultados.

2.3.1. Análisis final

Las preguntas planteadas en el grupo focal a los futuros profesores y sus respuestas correspondiente, han servido para valorar la propuesta educativa en este trabajo de titulación. Para este fin, se han relacionados las preguntas y sus respuestas con los Criterios de

Idoneidad Didáctica, como herramienta didáctica para valorar el uso de la Yupana en un proceso de instrucción, obteniendo los siguientes resultados:

Con respecto al criterio de idoneidad epistémica los participantes afirmaron que la suma algebraica es fundamental tanto en la vida cotidiana como en la académica de los estudiantes, destacando que sumar y restar es la base de las matemáticas utilizadas en contenidos posteriores y en la vida diaria. Muchos aprenden a usar estas operaciones sin educación formal, simplemente por necesidad. Señalaron que la falta de dominio de estas habilidades genera problemas tanto en la educación básica y bachillerato como en la vida cotidiana, llevando a una dependencia de otras personas. Por ello, consideran crucial buscar soluciones para mejorar la enseñanza y aprendizaje de este tema, ya que su deficiencia puede llevar al fracaso educativo. Además, enfatizan que los docentes deben planificar adecuadamente para enseñar de buena manera y apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

Referente a la idoneidad cognitiva los participantes del grupo focal indicaron que los estudiantes deben dominar las operaciones básicas (sumas y restas), el manejo de unidades y las reglas de la Yupana (método Tawa Pukllay). Destacaron que la Yupana, como recurso didáctico, no solo facilita el aprendizaje de sumas algebraicas, sino que también desarrolla la motricidad y el razonamiento. La implementación de la Yupana en el aula es vista como una estrategia novedosa y confiable para aprender sumas algebraicas, ya que es didáctica y divertida, lo que promueve un aprendizaje más dinámico y significativo. Proponen presentarla a los estudiantes como un juego para captar su interés, y luego explicarles la teoría detrás de las operaciones matemáticas, fomentando así la motivación y el interés por aprender.

En cuanto a la idoneidad interaccional los participantes consideraron que, es recomendable trabajar con grupos pequeños para evitar la indisciplina y poder atender mejor las dudas de los estudiantes. Además, el docente debe establecer una relación de confianza con los estudiantes para que se sientan cómodos participando en la actividad sin miedo a equivocarse. La actitud de los estudiantes es crucial para el ambiente del aula, por lo que es importante trabajar en su motivación y predisposición. A pesar de ser una herramienta útil y divertida, la preparación, la confianza y la relación profesor-estudiante son esenciales para el éxito de la actividad.

En relación al criterio mediacional, los participantes consideraron que el uso de material didáctico, como la Yupana, puede mejorar significativamente el aprendizaje de las sumas algebraicas, similar a lo que se logra con el uso de material didáctico en asignaturas como Física. Este recurso hace tangible un concepto abstracto, facilitando la comprensión. Sin embargo, mencionaron que la falta de recursos económicos y la dificultad para conseguir o

elaborar materiales son obstáculos en las clases de matemáticas. Pero, esto no sucede en este caso, la Yupana es un recurso accesible ya que solo se requiere de papel y fichas que pueden ser hechas de fomix. Permitir que cada estudiante personalice su Yupana con colores y diseños de su elección también aumenta su motivación y disposición a aprender y evita la dependencia del trabajo en grupo donde solo unos pocos estudiantes participan. Respecto al tiempo necesario para emplear la Yupana, los participantes indicaron que depende del enfoque del docente. Si se la presenta como un juego, los estudiantes se interesarán rápidamente. Es importante dedicar el tiempo necesario para asegurar que los estudiantes aprendan correctamente, pero también se debe evitar que se vuelvan dependientes del material.

En cuanto a la parte emocional del estudiante, los participantes coincidieron en que aprender sumas algebraicas con la Yupana y el método Tawa Pukllay será atractivo para ellos. Consideran que es algo novedoso y el aspecto lúdico de los movimientos necesarios, lo cual implica un cierto razonamiento para resolver las operaciones, harán que les guste aprender jugando. Para motivar a los estudiantes, los participantes sugirieron incentivar con calificaciones adicionales, como puntos extra en exámenes, ya que esto aumenta su disposición a esforzarse. Destacan que es importante evitar la competencia entre estudiantes y enfocarse en que cada uno mejore su propio rendimiento y compita consigo mismo. Por ejemplo, se puede medir el tiempo que tardan en resolver operaciones en la Yupana y premiar, si logran mejorar su tiempo, con notas extras. También mencionaron que permitir a los estudiantes personalizar sus Yupanas y usar incentivos como golosinas puede incrementar su motivación y gusto por el aprendizaje.

Finalmente, con respecto al criterio de idoneidad ecológico que considera si los contenidos están relacionados con el currículo y con el entorno social y profesional, se tenían planteadas dos preguntas:

- ¿La destreza contenida en la suma algebraica se relaciona con contenidos posteriores del currículo?
- ¿Esta temática sirve a los estudiantes para aplicarla posteriormente, ya sea para el ingreso a la universidad o para la vida profesional?

Pero, estas preguntas no fueron formuladas en el grupo focal, ya que en las respuestas dadas a las otras preguntas y debido a que el grupo focal tenía una estructura semiabierta, se consideró que esas preguntas ya fueron respondidas anteriormente. Por ejemplo, en algunos casos los participantes mencionaron que la suma algebraica es la base para temas que vienen después y es uno de los puntos de partida para el álgebra, además de que

independientemente de la carrera que el estudiante escoja en la universidad, siempre va a necesitar este concepto de suma algebraica tan básico pero a la vez tan importante, ya sea para alguien que se dedique a una carrera relacionada con números, como para alguien que se desenvuelva trabajando en el campo.

3. Capítulo III: Propuesta Educativa

A continuación, se presenta la propuesta educativa realizada a partir de información recopilada de los distintos repositorios y fuentes de información, a la vez se ha tomado en consideración los resultados obtenidos en el diagnóstico aplicado, el taller realizado y las opiniones dadas por los futuros profesores que participaron en el grupo focal. Todo lo descrito anteriormente ha dado como resultado una propuesta enfocada en la etnomatemática como estrategia didáctica, de tal manera que se ha abarcado el aprendizaje de sumas algebraicas utilizando la Yupana como recurso didáctico y el método Tawa Pukllay como una manera de resolver estas sumas.

La propuesta educativa se encuentra distribuida en cinco clases que van desde una introducción de la historia de la Yupana y explica detalladamente su utilización en sumas con números enteros positivos, negativos y combinados, todo esto en base a ejercicios modelo, problemas de aplicación y problemas propuestos para los estudiantes. Además, su diseño se ha estructurado de la siguiente manera: Objetivo, Contenido, Recursos y Actividades de Inicio, Desarrollo y Cierre; procurando que cada etapa de la clase sea didáctica y de fácil entendimiento para los estudiantes y cualquier persona que desee hacer uso de la propuesta.

Toda la propuesta elaborada se encuentra en el *Anexo G* de este documento.

Conclusiones

La propuesta educativa realizada utiliza aspectos de la etnomatemática como estrategias para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes, sin dejar de lado los contenidos curriculares, sino más bien fortaleciéndolos a través de una alternativa cultural como lo es la Yupana y el método Tawa Pukllay, adaptando los contenidos al contexto real en el que se encuentran inmersos los estudiantes. Al proporcionarles herramientas que usaban nuestros ancestros y situaciones reales, se logra despertar su interés y comprensión de la importancia de aprender la suma algebraica.

La implementación de la Yupana y el hecho de presentar el método Tawa Pukllay como los movimientos de un juego, dejaron en evidencia una actitud positiva y una predisposición a trabajar por parte de los estudiantes, quienes entendieron los movimientos principales sin mayores complicaciones y se divertían realizando sumas algebraicas, además de que se constató un claro ejemplo de compañerismo, ya que los estudiantes que captaron rápidamente los movimientos ayudaban a sus compañeros que tenían dificultades.

Los estudiantes que participaron en la implementación de la propuesta presentaron una gran mejoría en la resolución de sumas algebraicas utilizando la Yupana y los movimientos del Tawa Pukllay, pudieron realizar las operaciones que se les planteó y se solventó la dificultad que tenían ciertos estudiantes con los signos, al utilizar fichas de colores para poder diferenciar entre cantidades positivas y negativas.

Los futuros profesores que participaron en el grupo focal coincidieron en que la actividad realizada en la institución educativa cumple satisfactoriamente con los Criterios de Idoneidad Didáctica, por lo que se puede afirmar que la actividad y, por lo tanto, la propuesta educativa resulta idónea y puede ser aplicada en beneficio de los estudiantes que se encuentren en contextos rurales, donde el destinar dinero para recursos educativos puede resultar una gran carga.

Referencias

- Agra G, Formiga NS, Oliveira PS, Costa MML, Fernandes MGM, y Nóbrega MML. (2019). Analysis of the concept of Meaningful Learning in light of the Ausubel's Theory. *Rev Bras Enferm*, 72(1):248-55.
- Apaza, H., Apaza, W., Vilcanqui, B., y Flores, W. (2023). Yupana o ábaco inca, a 100 años (1912-2022): experiencias y posibilidades de educación matemática en América Latina. *Comuni@cción*, 14(1), 86-102.
- Aroca, Armando. (2016). La definición etimológica de Etnomatemática e implicaciones en Educación Matemática. *Educación Matemática*, 28(2), 175-195.
- Baque, G., y Portilla, G. (2021). El aprendizaje significativo como estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje. *Polo del Conocimiento*, 6(5), 75-86.
- Bezerra, C. (2023). *Contribuições dos saberes matemáticos formais e informais na construção civil: algumas aproximações com a etnomatemática*. Universidade Federal Da Paraíba.
- Breda, A., Calle, E., Farsani, D., Ali, S., Tesfamicael, S., y Bose, A. (2023). Didactic mathematical knowledge of future mathematics teachers of Ecuador when developing a task based on ethnomathematical practices. *Revista Paradigma*, XLIV, 539-567.
- Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema: boletim de educação matemática*, 32, 255-278.
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918.
- Burgos Navarro, M., y Castillo Céspedes, M. J. (2021). Criterios de idoneidad emitidos por futuros maestros de primaria en la valoración de vídeos educativos de matemáticas. *Uniciencia*, 35(2), 291-307.
- Cabrera Quito, J. V., y Banegas Vázquez, E. J. (2021). *La Etnomatemática como estrategia didáctica para el refuerzo académico de las operaciones básicas multiplicación y división en un estudiante con Necesidades Educativas Especiales de décimo año de*

la Unidad Educativa Luis Cordero (Bachelor's thesis, Universidad Nacional de Educación).

Calle, E., Breda, A. (2019). Reflexión sobre la complejidad de los objetos matemáticos en la formación inicial de profesores. En Daniel Aguilar, Martha Cobos, Luis Claudio Cortés, Enma Campozano (Eds), *La Investigación Educativa en un Mundo en Constante Transformación* (pp. 29-50). Cuenca: ASEFIE.

Calle, E., Breda, A., y Font, V. (2021). Reflection on the Complexity of Mathematical Objects in the Initial Training of Teachers. *Journal of Higher Education Theory and Practice*, 21(13).

Calle, E., Breda, A., Sánchez, A., Font, V. (2023). El programa Etnomatemática en la formación inicial de docentes. Valoración de propuestas educativas a partir de los Criterios de Idoneidad Didáctica. In Ana Lucia Manrique; Claudia Lisete Oliveira Groenwald. *Anais do IX Congresso Iberoamericano de Educação Matemática* (pp. 852-862). São Paulo: Editora Akadem.
<https://drive.google.com/file/d/14bezDGvVDU2cCQMDPbl8V1CZLx65l83C/view>

Campos, B., Gastello, W., y Díaz, C. (2023). Etnomatemática como estrategia de aprendizaje en los niños. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 7(29), 1289-1300.

Cañaveral Bermúdez, L. J., Nieto Dionicio, Á. S., y Vaca Ocampo, J. H. (2020). *El aprendizaje significativo en las principales obras de David Ausubel: lectura desde la pedagogía* [Tesis de grado, Universidad Pedagógica Nacional]. [Repositorio Institucional UPN](#).

Castillo Angulo, C. (2014). *Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UNAL.

Celi Rojas, S. Z., Sánchez, V. C., Quilca Terán, M. S., y Paladines Benítez, M. D. C. (2021). Estrategias didácticas para el desarrollo del pensamiento lógico matemático en niños de educación inicial. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 5(19), 826-842.

Creswell, J. (2017). *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approachers*. SAGE Publications.

- D'Ambrosio, U., (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 100-107.
- Delgado, C. (2022). Estrategias didácticas para fortalecer el pensamiento creativo en el aula. Un estudio meta-analítico. *Revista innova educación*, 4(1), 51-64.
- Echeverría, R. (2017). Escritos sobre aprendizaje. Ediciones Granica SA.
- Esqué de lo sojos, Daniel, y Breda, Adriana. (2021). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad, utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*, 35(1), 38-54. <https://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.3>
- Fernández-Oliveras, A., Blanco-Álvarez, H., y Oliveras, M. L. (2022). Aplicación de un Instrumento para Valorar la Idoneidad Didáctica Etnomatemática a una Propuesta de Enseñanza-Aprendizaje sobre Patrones de Medida No Convencionales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35, 1845-1875.
- Font, V., Calle, E., y Breda, A. (2023). Uso de Los Criterios de idoneidad Didáctica y la metodología Lesson Study en la formación del profesorado de matemáticas en España y Ecuador. *PARADIGMA*, 44(2), 376-397.
- Font, V., Planas, N., y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Journal for the Study of Education and Development*, 33(1), 89-105.
- Fuentes Leal, C. C., (2014). Algunos enfoques de investigación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 155-170.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10(2), 7-37.
- Guzman Jimenez, Prem Dhavit, Saldivar Alvaro y Escotto Alejandro. (2023). Semiotic Alternations with the Yupana Inca Tawa Pukllay in the Gamified Learning of Numbers at a Rural Peruvian School. *Educational Technology y Society*. 26. 79-94.

- Hartikainen, S., Rintala, H., Pylväs, L., y Nokelainen, P. (2019). The concept of active learning and the measurement of learning outcomes: A review of research in engineering higher education. *Education Sciences*, 9(4), 276.
- Hernández, G. L., Parada, S. E., y Pineda, S. J. (2018). El concepto de los números enteros y la operación de adición en estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemáticas. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(1), 49-51.
- Hummes, V. B., Breda, A., Seckel, M. J., y Font, V. (2020). Criterios de idoneidad didáctica en una clase basada en el Lesson Study. *Praxis y Saber*, 11(26).
- Knijnik, G., (2014). Etnomatemáticas en movimiento: Perspectiva etnomatemática, sus formulaciones teóricas y ejemplificaciones. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 119-131.
- Lozano, S. I., Suescún, E., Vallejo, P., Mazo, R., y Correa, D. (2020). Comparando dos estrategias de aprendizaje activo para enseñar Scrum en un curso introductorio de ingeniería de software. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 28(1), 83-94.
- Luque, H. J. A., y Cerezo, S. A. (2016). Las cantidades en la Yupana desde una perspectiva cultural andina: una experiencia en aulas de primer y segundo grado de primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(2), 36-49.
- Malet, O., Giacomone, B., y Repetto, A. M. (2021). A Idoneidade didática como ferramenta metodológica: desenvolvimento e contextos de uso. *Revemop*, 3, e202110.
- Mena Ayala, J. A. (2021). Obstáculos epistemológicos que poseen los estudiantes del grado séptimo en la adición de números enteros negativos: un estudio de casos.
- Meneses Pérez, J. A. (2020). Diseño y aplicación de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de los números enteros y operaciones básicas: suma y multiplicación en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Juan Pablo I. *Paideia Surcolombiana*, 1(25), 15–30.
- MINEDUC. (2016). Currículo de EGB y BGU:Matemáticas. Quito, Ecuador.
- MINEDUC, (2016). Texto de estudiante 8vo. Quito, Ecuador: Maya ediciones CÍA. LTDA.
- Molano, L. N., Mendoza, R. E., y Mendoza, H. H. (2019). Didáctica de la Competencia Gramatical mediada por Aprendizaje Activo en Estudiantes de una Licenciatura. *Formación universitaria*, 12(6), 167-182.1.4.3.

- Mora, L. C., y Valero, N. (2019). La yupana como herramienta pedagógica en la primaria. *Universidad Pedagógica Nacional*, 05-05.
- Morales, M. P., Macuri, M. G. P., y Macuri, C. A. P. (2021). Relación entre la Yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. *Revista Meta: Avaliação*, 13(38), 81-100.
- Moreira, M. A. (2017). Aprendizaje significativo como un referente para la organización de la enseñanza. *Archivos de Ciencias de la Educación*, 11(12).
- Moreno Olivos, T. (2016). *Evaluación del aprendizaje y para el aprendizaje: reinventar la evaluación en el aula*. Universidad Autónoma Metropolitana.
- Olaya Acosta, G. M. (2022). El uso de material concreto en actividades de aprendizaje en un contexto de emergencia para la construcción de conocimiento desde la teoría constructivista en infantes del nivel inicial.
- Paragua Molaes M., Paragua Macuri M., Paragua Macuri C. (2021). Relación entre la Yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. *Revista Meta: Avalicao*, 2(2).
- Plata Díaz, M. A. (2022). *La Yupana, calculadora para niños. Un camino para aprender cálculo mental*. Pregrado Licenciatura en Matematicas. <http://hdl.handle.net/11634/47337>
- Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C., y Parra, A. (2015). Una visión latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(2), 137-150.
- Pérez, A. (2014). De la suma aritmética a la suma algebraica en alumnos de 1° de secundaria.
- Plata Díaz, M. A. (2022). *La Yupana, calculadora para niños. Un camino para aprender cálculo mental* (Doctoral dissertation, Pregrado Licenciatura en Matemáticas).
- Profe Social. (2021). ¿Cómo te sientes hoy? [Fotografía]. [preview-10141-1.jpg](#)
- Rodríguez, I., y Torrealba, A. (2016). Dificultades que conducen a errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de tercer año de educación media general. *Revista Arjé*, 11(20), 416-438.
- Rojas-Gamarra, M., y Stepanova, M. (2015). Sistema de numeración Inka en la Yupana y el Khipu. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 8(3), 46-68.

- Rosa, M., Orey, D. (2018). Un enfoque etnomatemático de la modelación a través de la Etnomodelación. *Anales de la Universidad Central del Ecuador*. 1(376), 19-34.
- Saldívar, C. (2020). P'awaq Yupana – Neoábaco de lógica híbrida. *Actas Del Congreso Internacional De Ingeniería De Sistemas*, 278-279.
- Saldivar C. y Saldivar A. (2023). RUNA YUPANA Tawa Pukllay–Educación matemática corporal. In *XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática*.
- Saldívar, C., Saldívar, A., y Goycochea, D. (2019). Tawa Pukllay-la aritmética inca de reconocimiento de formas y movimientos operable en paralelo y que no requiere cálculos numéricos mentales.
- Sánchez, P. (2019). Componentes de la estrategia didáctica en el marco de las tendencias actuales de la enseñanza y el aprendizaje. *Revista Docencia Universitaria*, 2(1), 4-6.
- Subdirección de Currículum y Evaluación, Dirección de Desarrollo Académico, Vicerrectoría Académica de Pregrado, Universidad Tecnológica de Chile INACAP. (2017). *Manual de Estrategias Didácticas: Orientaciones para su selección*. Santiago, Chile: Ediciones INACAP.
- Universidad de Cuenca. (2023). *Perfil Profesional Carrera de Ciencias Experimentales*. <https://www.ucuenca.edu.ec/carreras/pedagogia-de-las-ciencias-experimentales-matematicas-y-fisica/#>
- Viteri, M. (2015). La Etnomatemática en el sistema educativo ecuatoriano. *Revista Publicando*, 2(2), 24-34.
- Zumba, G. R., Aristega, A. M. M., Soto, M. A. S., Suárez, S. K. D., y García, D. I. Z. (2023). Estrategias y metodologías de enseñanza para el aprendizaje activo en la Educación Superior: ISBN: 978-0-3110-0020-3, EAN: 9780311000203, UPC: 978031100020, BIC: JNM. *Editorial Tecnocientífica Americana*, 1-142.

Anexos

Anexo A

Oficio y autorización para realizar el diagnóstico

Cuenca, 8 de mayo del 2023

Leda. Patricia Fajardo
DIRECTORA DE LA ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA "MANUEL GUERRERO"
Presente.

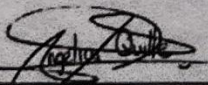
De nuestras consideraciones.

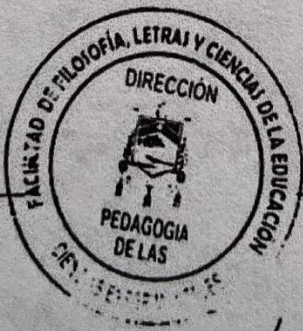
Reciba un cordial saludo al tiempo que le deseamos éxitos en frente a sus funciones en favor de la niñez y la juventud.

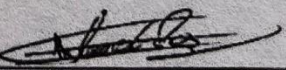
Por medio del presente, solicitamos a usted de manera más encarecida nos brinde la autorización correspondiente para realizar un diagnóstico dentro del proceso de ejecución de la tesis denominada "*Suma algebraica: Guía didáctica para el uso de la Yupana y el método Tawa Pukllay para el aprendizaje de estudiantes de 8vo EGB*" a cargo de los estudiantes Edith Angélica Quille Villa con CI. 0107528135 y Steward David Paz Barba con CI. 0106669740, de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca. Se coordinará con usted el horario y las actividades específicas a ser realizadas y adjunto a la presente se les entregará una copia del diagnóstico que será aplicado para su conocimiento.

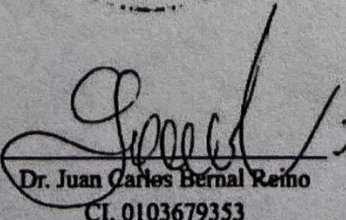
Esperando su pronta respuesta, suscribimos de usted.

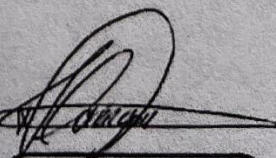
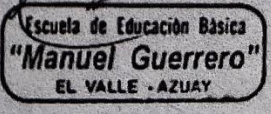
Atentamente:


Edith Angélica Quille Villa
CI. 0107528135




Steward David Paz Barba
CI. 0106669740


Dr. Juan Carlos Bernal Reino
CI. 0103679353
Tutor.

Anexo B

Solicitud hacia el distrito de educación para aplicar un taller de etnomatemática

00 602-DASRE-24

08 FEB 2024



Cuenca, 08 de febrero de 2024

Magíster
María Lorena Carpio Vintimilla
DIRECTORA DISTRITAL DE EDUCACIÓN 01D01- CUENCA NORTE
En su despacho.-

De mi consideración:

Con un cordial saludo, me dirijo respetuosamente para solicitar autorice la aplicación de un taller de Etnomatemática a los alumnos del octavo año de EGB de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero, con la finalidad de recopilar información para el trabajo de titulación: "Propuesta educativa para el aprendizaje de Sumas Algebraicas utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana", que se encuentran realizando los estudiantes Steward Paz CI. 0106669740 y Edith Quille CI. 0107528135, previo a la obtención del título de Licenciado/a en Pedagogía de las Ciencias Experimentales en la Universidad de Cuenca.

El desarrollo del taller está planificado aproximadamente, para dos horas clase y tiene por objetivo: "Diseñar una propuesta educativa para el aprendizaje de la suma algebraica utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana, dirigido a estudiantes del 8vo año de EGB de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero".

Por la favorable atención que brinde a la presente, anticipo mi agradecimiento y reitero sentimientos de especial consideración y estima.

Atentamente,


CARMEN EULALIA
CALLE PALOMEQUE

Lic. Eulalia Calle Palomeque, PhD
Tutora de Trabajos de Titulación Universidad de Cuenca

CI: 0301166708
Correo electrónico: eulalia.calle@ucuenca.edu.ec
Teléfono: 0992852792

Anexo C

Autorización por parte del distrito para la aplicación de un taller de etnomatemática

 **REPÚBLICA
DEL ECUADOR**

Ministerio de Educación

Oficio Nro. MINEDUC-CZ6-01D02-2024-00727-OF

Cuenca, 08 de febrero de 2024

Asunto: Autorización para aplicar taller en la Escuela de Educación de Básica Manuel Guerrero

Licenciada
Carmen Eulalia Calle Palomeque
Docente
U.E. BENIGNO MALO
En su Despacho

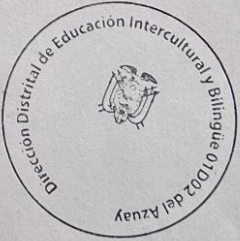
De mi consideración:

En respuesta al trámite 00602-DASRE, en el que, se solicita autorización para la aplicación de un taller de Etnomatemática titulado “Diseñar una propuesta educativa para el aprendizaje de la suma algebraica utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana, dirigido a estudiantes del octavo año de EGB de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero, al respecto la Unidad de Apoyo, Seguimiento y Regulación, solicita que especifique el tiempo de duración del taller, para que no interfiera en el normal desarrollo de las clases, lo cual afectaría a los estudiantes.

Particular que se comunica para los fines consiguientes.

Con sentimientos de distinguida consideración.

Atentamente,



Documento firmado electrónicamente

Psic. Maria Lorena Carpio Vintimilla
DIRECTORA DISTRITAL DELEGADA DE LA DIRECCIÓN DISTRITAL 01D02
- PARROQUIAS URBANAS: (SAN SEBASTIÁN A MONAY) Y PARROQUIAS RURALES: (BAÑOS A SANTA ANA)-EDUCACIÓN

Referencias:
- MINEDUC-CZ6-01D02-UDAC-2024-0866-E

Anexos:
- 00602-dasre-24.pdf

Dirección: Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa
Código Postal: 170507 / Quito – Ecuador
Telf.: (+593 2) 02-396-1300
www.educacion.gob.ec

* Documento firmado electrónicamente por Quiquix

**EL NUEVO
ECUADOR**  1/2

Anexo D

Oficio y autorización para aplicar el taller de etnomatemática, por parte de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero

Cuenca, 21 de febrero del 2024

Lcda. Patricia Fajardo
DIRECTORA DE LA ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA "MANUEL GUERRERO"
Presente.

De nuestra consideración.

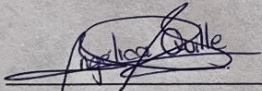
Reciba un cordial saludo al tiempo de desearle éxitos en sus funciones en favor de la niñez y la juventud.

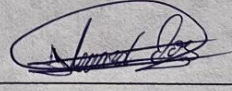
Por medio del presente, solicitamos de la manera más encarecida autorice la aplicación del taller de Etnomatemática en el octavo año de EGB, como parte del proceso de recolección de datos para el desarrollo del Trabajo de Titulación "*Propuesta educativa para el aprendizaje de Sumas Algebraicas utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana*" de los estudiantes Edith Angélica Quille Villa con CI. 0107528135 y Steward David Paz Barba con CI. 0106669740, de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Cuenca.

De tener la autorización correspondiente, se coordinará el horario y las actividades específicas a ser realizadas, junto con una copia del taller que será aplicado y la autorización emitida por el Distrito de Educación.

Esperando su respuesta favorable, suscribimos de usted.

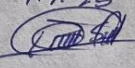
Atentamente:

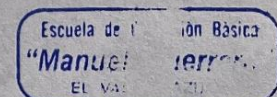

Edith Angélica Quille Villa
CI. 0107528135


Steward David Paz Barba
CI. 0106669740



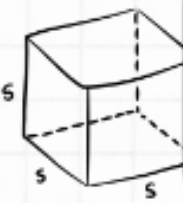
Lic. Eulalia Calle Palomeque, PhD
CI: 0301166708
Tutora de Trabajos de Titulación Universidad de Cuenca

Recibido
21/02/2024
14h 25




Anexo E

Taller de etnomatemática



PROPUESTA EDUCATIVA PARA EL APRENDIZAJE DE SUMAS ALGEBRAICAS UTILIZANDO EL MÉTODO TAWA PUKLLAY Y LA YUPANA

STEWARD PAZ & EDITH QUILLE

$V = s^3$

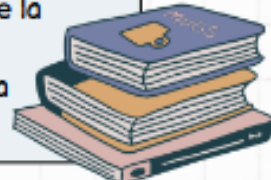
INTRODUCCIÓN

La presente actividad es acerca de la suma algebraica de números enteros utilizando un instrumento llamado Yupana y un método llamado Tawa Pukllay el cual consiste en realizar sumas algebraicas como si fuera un juego.



OBJETIVO

Diseñar una propuesta educativa para el aprendizaje de la suma algebraica utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana, dirigido a estudiantes del 8vo año de EGB de la Escuela de Educación Básica Manuel Guerrero.



¿SABÍAS QUÉ?

El término Yupana procede del vocablo quechua Yupay, que significa contar. Es una especie de ábaco andino ancestral utilizado por los Incas para realizar varios cálculos importantes relacionados a las actividades locales de toda la zona del Tawantinsuyu.



MOVIMIENTOS DEL JUEGO

Si coinciden dos semillas en el casillero de valor 2: « Reemplazamos la frase "2 más 2 es igual a 4" por la frase "abrir corto" que implica abrir las semillas a los casilleros inmediatos de derecha e izquierda, tomando las semillas una con la mano derecha y otra con la izquierda y ejecutando el movimiento al mismo tiempo:



Dos semillas de valor 3: Se usa la frase "Abrir largo", se abren las semillas a los casilleros de los extremos

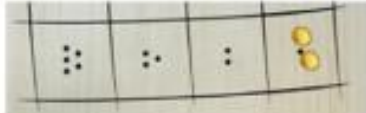


Dos semillas de valor 5: « "Una semilla nace en la siguiente fila y la otra sale" ó "Paqarina"



MOVIMIENTOS DEL JUEGO

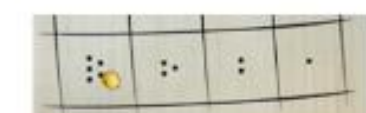
Kikin o "equivalentes": cuando coinciden múltiples semillas en la casilla de valor 1, las tres opciones posibles dependen de la cantidad de semillas que se encuentren en esta casilla (Saldívar y otros, 2019). Se usan las frases: « "2 en 1 = 1 en 2"; "3 en 1 = 1 en 3"; "5 en 1 = 1 en 5" »


→



→



→


Pichana (que significa "barrido" o "escoba" en quechua). Este movimiento tiene como finalidad verificar que no haya simultáneamente una semilla en el casillero 1 y otra en el casillero 2, ni una semilla en el casillero 2 y otra en el casillero 3. En caso se encuentren dichas posiciones "la semilla de la derecha salta por encima de la otra y se retira la semilla sobre la que se saltó", así:

Pichana (1 y 2):


→


Pichana (2 y 3):


→


EMPECEMOS

RECUERDA: Utiliza las fichas azules para las sumas o números positivos y las fichas rojas para las restas o números negativos

¿Cuánto es ...?

$$\begin{aligned}5 + 7 - 2 &= \\-9 + 2 - 14 &= \\-85 + 15 + 72 &= \\126 - 354 + 222 &= \end{aligned}$$

Resolver

Don Lucho tiene dos vacas: Panchita y Pepita. Panchita da 6 litros de leche en la mañana y 5 litros de leche en la tarde; Pepita da 8 litros de leche en la mañana y 10 litros de leche en la tarde. Con la leche obtenida del día realiza varios productos: para hacer yogurt utiliza 12 litros de leche, para hacer queso utiliza 7 litros de leche, y con lo que sobra hace manjar. ¿Cuántos litros de leche queda para el manjar?

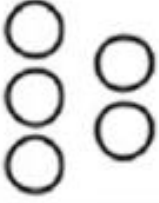
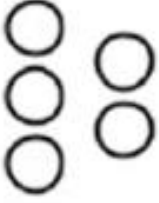
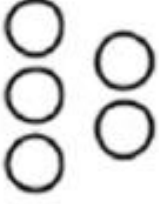
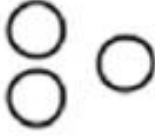
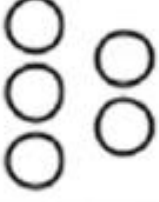
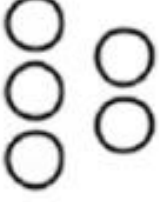
RESPUESTA:

Sigamos

Se realiza un convenio de vender maíz de El Valle en la alcaldía, para lo cual recolectan 212 quintales de Santa Ana, 335 quintales de la Victoria y 156 quintales de Gualacay. El municipio reparte el maíz en dos mercados: en el mercado 12 de Abril piden 247 quintales y en el mercado 10 de Agosto piden 406 quintales. ¿Cuántos quintales de maíz sobró o faltó para la venta en la alcaldía?

RESPUESTA:

REALIZA LAS OPERACIONES EN LA YUPANA

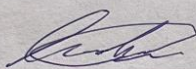
				DM
				UM
				C
				D
				U

Anexo F

Consentimientos de los participantes del grupo focal

Cuenca, 24 de abril de 2024

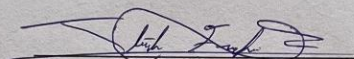
Yo, Andrés Montalvo Echeverría con CI: 010594662-8
estudiante de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de
Cuenca, doy mi consentimiento para formar parte del grupo focal con fines investigativos
para el trabajo de titulación: ***Propuesta educativa para el aprendizaje de Sumas Algebraicas
utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana***, de los estudiantes Edith Angélica Quille
Villa y Steward David Paz Barba. Además, por medio del presente documento autorizo a que
mis opiniones emitidas durante el grupo focal sean utilizadas con fines investigativos y
académicos para el trabajo de titulación antes mencionado.



Firma del/la participante

Cuenca, ____ de abril de 2024

Yo, Jennyfer Andrea Farfán Fajardo con CI: 010749365-6
estudiante de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de
Cuenca, doy mi consentimiento para formar parte del grupo focal con fines investigativos
para el trabajo de titulación: ***Propuesta educativa para el aprendizaje de Sumas Algebraicas
utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana***, de los estudiantes Edith Angélica Quille
Villa y Steward David Paz Barba. Además, por medio del presente documento autorizo a que
mis opiniones emitidas durante el grupo focal sean utilizadas con fines investigativos y
académicos para el trabajo de titulación antes mencionado.



Firma del/la participante

Cuenca, 24 de abril de 2024

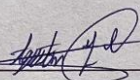
Yo, Ana Cristina Huertado Caguc con CI: 0150005650
estudiante de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de
Cuenca, doy mi consentimiento para formar parte del grupo focal con fines investigativos
para el trabajo de titulación: *Propuesta educativa para el aprendizaje de Sumas Algebraicas
utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana*, de los estudiantes Edith Angélica Quille
Villa y Steward David Paz Barba. Además, por medio del presente documento autorizo a que
mis opiniones emitidas durante el grupo focal sean utilizadas con fines investigativos y
académicos para el trabajo de titulación antes mencionado.



Firma del/la participante

Cuenca, 24 de abril de 2024

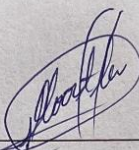
Yo, Raúl Agustín Juela Zumba con CI: 0161222486
estudiante de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de
Cuenca, doy mi consentimiento para formar parte del grupo focal con fines investigativos
para el trabajo de titulación: *Propuesta educativa para el aprendizaje de Sumas Algebraicas
utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana*, de los estudiantes Edith Angélica Quille
Villa y Steward David Paz Barba. Además, por medio del presente documento autorizo a que
mis opiniones emitidas durante el grupo focal sean utilizadas con fines investigativos y
académicos para el trabajo de titulación antes mencionado.



Firma del/la participante

Cuenca, 24 de abril de 2024

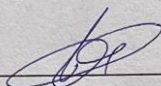
Yo, Martha Cecilia Farfán Farfán con CI: 0151122272
estudiante de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de
Cuenca, doy mi consentimiento para formar parte del grupo focal con fines investigativos
para el trabajo de titulación: ***Propuesta educativa para el aprendizaje de Sumas Algebraicas
utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana***, de los estudiantes Edith Angélica Quille
Villa y Steward David Paz Barba. Además, por medio del presente documento autorizo a que
mis opiniones emitidas durante el grupo focal sean utilizadas con fines investigativos y
académicos para el trabajo de titulación antes mencionado.



Firma del/la participante

Cuenca, 24 de abril de 2024

Yo, Joel Alejandro Romero Gonzalez con CI: 1105033805
estudiante de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales de la Universidad de
Cuenca, doy mi consentimiento para formar parte del grupo focal con fines investigativos
para el trabajo de titulación: ***Propuesta educativa para el aprendizaje de Sumas Algebraicas
utilizando el método Tawa Pukllay y la Yupana***, de los estudiantes Edith Angélica Quille
Villa y Steward David Paz Barba. Además, por medio del presente documento autorizo a que
mis opiniones emitidas durante el grupo focal sean utilizadas con fines investigativos y
académicos para el trabajo de titulación antes mencionado.



Firma del/la participante

Anexo G

Propuesta Educativa