



<https://tinyurl.com/2mm2ewtv>

Aplicación de las derivadas

Guía de
enseñanza

Autores: Kevin Siauvichay
William Sigua

Índice

Introducción.....	3
Uso de material concreto.....	5
Aplicaciones de la derivada. Clase 1.....	7
Aplicaciones de la derivada. Clase 2.....	16
Aplicaciones de la derivada. Clase 3.....	25
Aplicaciones de la derivada. Clase 4.....	34
Proyecto Final.....	43
Rúbrica de evaluación del proyecto.....	44



Introducción

Esta guía didáctica está orientada en la enseñanza de las aplicaciones de derivadas mediante el ABP, tomando como punto de partida un problema o situación de la vida diaria que permita hacer un análisis del mismo usando el concepto de derivada.

La presente esta dirigida a los docentes, para que en base a teoría de las metodologías activas (ABP) y del constructivismo, tengan normas y directrices donde se apoyen para la enseñanza de la derivada y sus aplicaciones en la vida cotidiana.

Las planificaciones que se presentan a continuación, contienen diferentes actividades que transforman al estudiante en un agente activo y responsable de su construcción de conocimiento. Estas actividades desafían a los estudiantes en base a diversos problemas que se pueden relacionar a situaciones de la vida real, así mismo, el docente se convierte en un supervisor y guía en el desarrollo de un aprendizaje significativo.





Esta guía, esta conformada por 5 clases, cada una esta estructurada en base a las 7 fases de clase con ABP:

Planteamiento del problemas

1

Clarificación de términos

2

Análisis del problema

3

Explicaciones tentativas

4

Objetivos de aprendizaje adicionales

5

Autoestudio individual

6

Discusión final

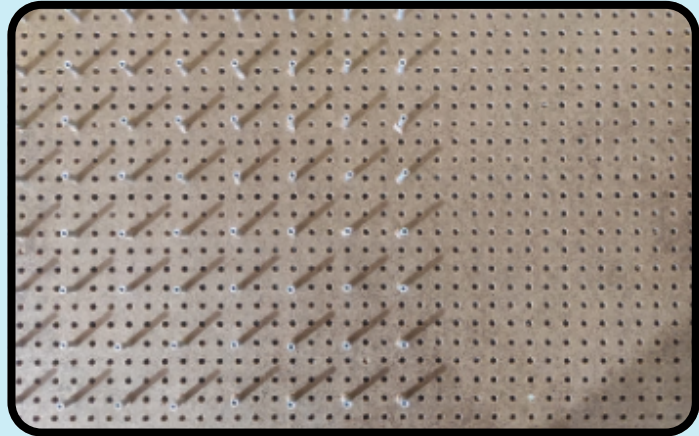
7



Uso de material concreto

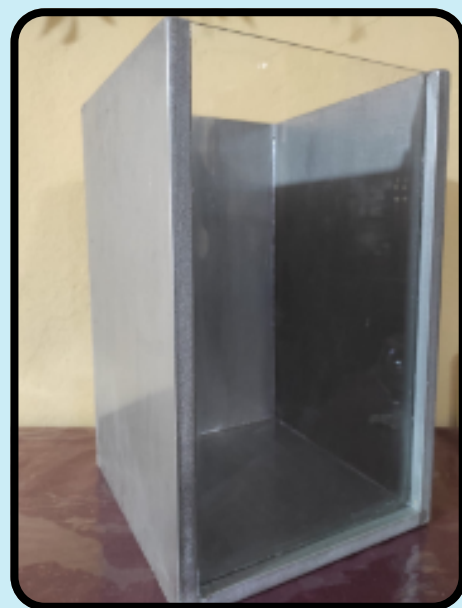
Maqueta 1

Esta maqueta se utilizará como material concreto que ayuda a la representación del problema propuesto, consiste en un tablero perforado de 50 cm x 30 cm, en donde se colocaron algunos remaches en las perforaciones que contiene. Su objetivo es permitir que los estudiantes observen las diferentes formas que permiten obtener el área máxima.



Maqueta 2

El material creado para el apoyo en este problema consiste en un tanque en forma de un paralelepípedo rectangular con las siguientes medidas 21,8 cm x 23,4 cm x 38,7 cm, el cual está hecho de madera y con uno de sus lados tapados con vidrio para que facilite la visualización de cómo se va llenando el tanque y permita que los estudiantes tengan una idea de lo que se pide en el problema planteado.



Uso de material concreto

Maqueta 3

El material concreto creado permite recrear la situación que el problema nos presenta, en este caso el de una escalera que se está deslizando. La maqueta está hecha completamente de madera y su manipulación no representa ningún tipo de riesgo ni para el docente ni para el estudiante o la persona que vaya a manejarlo.



Maqueta 4

El material concreto creado busca recrear la situación en donde una cinta transportadora lleva arena y esta cae sobre el piso formando un cono, para ello se hizo con madera una especie de resbaladera en donde sucederá algo parecido y de esta forma ayudar al estudiante a tener una idea más clara de la situación planteada.



APLICACIONES DE LA DERIVADA

CLASE 1:

INTRODUCCIÓN Y RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 1: OPTIMIZACIÓN DE TERRENOS

Duración:

Dos sesiones de una hora pedagógica (80 minutos).

Objetivo:

Determinar el área máxima que se puede cercar en un terreno con un lado fijo.

Contenidos:

- Actividad inicial (juego de pares)
- Fases a trabajar dentro del ABP
- Uso de material concreto
- Resolución de ejercicios
- Recomendaciones
- Reflexión final
- Tarea en casa

<https://tinyurl.com/25larffr>



PREPAREMOS LA ANTICIPACIÓN!

Actividad grupal: Pares!

(DURACIÓN: 10 MINUTOS)

1.- Formar grupos de 4 estudiantes de forma aleatoria y entregar a cada grupo las siguientes tarjetas con diferentes funciones y derivadas.

2.- Explicar las reglas del juego:

- Cada integrante del grupo deberá levantar dos tarjetas.
- Si las dos tarjetas que levanto son pares entre sí, se quitarán del montón; de lo contrario deberán voltear las cartas y el siguiente integrante tomará su turno.
- Si el docente revisa las cartas emparejadas que están fuera del montón y estas están emparejadas de forma incorrecta las dos cartas volverán al montón.



$y = 3\cos(x^2 + \ln x)$	$\frac{dy}{dx} = -3 \sin(x^2 + \ln x) \left(2x + \frac{1}{x}\right)$	Concepto de derivada
$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	Aplicaciones de la derivada	Cinemática, Dinámica, Economía, Farmacología, Ingeniería.
Es el cambio de una cantidad con respecto de a otra. Por ejemplo la velocidad.	Razón de Cambio	Primera derivada
Máximos y mínimos de una función	Segunda derivada	Puntos de inflexión. Ocurren cambios de concavidad de las curvas

RECOMENDACIONES PARA LA ANTICIPACIÓN

- El docente debe estar atento durante la actividad para evitar que los estudiantes hagan trampa.
- Luego de finalizar el juego de los pares, es necesario realizar una pequeña retroalimentación en especial sobre aquellos pares que fueron formados de forma incorrecta, para que al momento de avanzar en el tema todas esas inquietudes hayan sido superadas.

VAMOS A LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO!

En esta parte del proceso de enseñanza-aprendizaje se trabajará con el ABP, se debe presentar el problema a los estudiantes y explicar con claridad lo que se debe realizar.

Se debe trabajar en los grupos de 4 conformados anteriormente.

PROBLEMA 1

- **Fase 1:** Planteamiento del problema

El Municipio de Paute tiene planificado construir un parque ecológico para la ciudadanía, para lo cual, el diseño de dicho parque es de forma rectangular. Mientras se construyen las atracciones del parque el municipio decide cercar el mismo para evitar accidentes, para lo cual se dispone de 500 metros de malla para cercar tres lados del parque, mientras que el cuarto lado del parque está limitado por los edificios ya existentes en la zona. Si el municipio desea maximizar el área del parque, ¿cuáles deberían ser las dimensiones de esta obra?

- **Fase 2:** Clarificación de términos.

En esta fase el docente debe aclarar los términos que los estudiantes desconozcan, de ser posible debe dar una definición de los términos usando ejemplos.

- Cercar: Rodear un sitio o terreno para que quede cerrado y separado de otros.
- Malla: Tejido parecido a un red que se forma por el cruce de alambres.
- Maximizar: Intentar que algo alcance el máximo rendimiento, en este caso hacer que la malla cubra la mayor parte del terreno.



<https://acortar.link/ynm7WY>

- **Fase 3: Análisis del problema**

El docente pedirá a un estudiante de cada grupo, que lea el problema nuevamente para el resto de integrantes, luego deberán responder verbalmente sus conclusiones como equipo ante el problema presentado:

¿Cuáles son los datos proporcionados por el problema?

¿Qué conceptos matemáticos necesito para resolver el problema?

- 500 metros de malla (perímetro del parque)

- Derivada de una función.
- Área y perímetro de un rectángulo.
- Que implica que un lado del parque este ya limitado.



<https://acortar.link/XRUgDR>

- **Fase 4: Explicaciones tentativas**

En esta fase los estudiantes, en sus respectivos grupos deben dar ideas de como se puede resolver el problema, luego deben compartirlas con los otros grupos y en conjunto armar un corto debate que permita plantear una solución factible para el problema.

El docente:



En esta fase entra en juego el material concreto, el docente debe dar una breve explicación sobre la situación desarrollada en el problema.



<https://acortar.link/Kmish7>



¿Cómo se usa el material?

Para el uso del material concreto, el docente debe colocar ligas en algunos de los remaches que fueron usados con fines didácticos, e ir cubriendo diversos espacios del mismo y así mostrar que dependiendo de las medias que tenga cada lado, se va cubriendo un área diferente. Todo esto se realiza con el propósito de que el estudiante comprenda que el cerco puede tener diferentes medidas, pero solo una de ellas nos permite tener un área máxima.



Recuerda que ninguna de las hipótesis de los estudiantes es errónea, todas ayudarán a construir su conocimiento. De los errores se aprende.

<https://tinyurl.com/23t6c47r>

• Fase 5: Objetivos de aprendizaje adicionales

El docente debe consultar a los estudiantes sobre qué conocimientos deben tener para llegar a una solución del problema, en este caso los estudiantes deben:

- ✦ Identificar las áreas de conocimiento involucradas en el problema y que son relevantes para la resolución del mismo.
- ✦ Informar al docente si requieren de alguna información adicional.
- ✦ Y, por último deben planificar como obtener dicha información, ya sea mediante una investigación en línea, en el texto o directamente consultar al docente.

• Fase 6: Autoestudio individual

En esta fase los estudiantes, en sus respectivos grupos, buscarán la información que crean necesaria para resolver el problema.

La búsqueda de información se puede realizar en línea, en textos o con expertos (el docente).



<https://tinyurl.com/29c5n9hd>



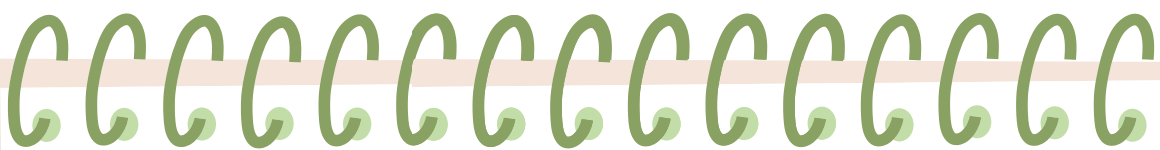
<https://tinyurl.com/29gch8l5>



<https://tinyurl.com/27qylngq>

- **Fase 7: Discusión final**

Como punto final, llega el momento en que los estudiantes deben reunir todas las hipótesis e información obtenida hasta ahora, misma que ahora será procesada para resolver problema como tal, supervisado por el docente, el cuál debe estar atento a dudas o preguntas que puedan surgir.



Longitud(cerca): $2x + y = 500$ (a)

Área: $A = xy$ (b)

de (a): $y = 500 - 2x$

Sustituimos en (b): $A = x(500 - 2x)$

$$A = 500x - 2x^2 \quad (c)$$

Derivamos en (c): $A' = 500 - 4x$ (d)

Igualemos (d) a 0: $A' = 500 - 4x = 0$

$$x = \frac{500}{4} = 125 \quad (e)$$

Sustituimos (e) a (c): $A = 500(125) - 2(125)^2 = 62\,500 \text{ m}^2$

POR ULTIMO SUSTITUIMOS EL VALOR DE AREA Y DE X(125 M) EN (B),
Y HALLAMOS EL VALOR DE Y. Y POR CONSIGUIENTE, LOS VALORES
DE LOS LADOS RESTANTES DEL PARQUE:

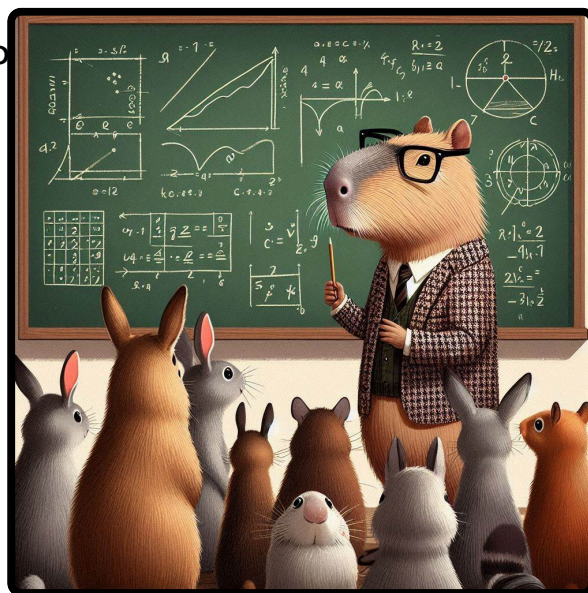
$x=125 \text{ metros} ; y=150 \text{ metros}$

FINALICEMOS CON LA CONSOLIDACIÓN!

Reflexión final:

Luego de resolver el problema, el docente pedirá a los estudiantes que vuelvan a sus puestos, y hará una reflexión general y recuento de todos puntos abordados , para esto, puede ayudarse de preguntas como:

- 👉 ¿Cómo se relaciona lo que aprendiste con lo que ya sabías?
- 👉 ¿Cómo puedes aplicar lo que aprendiste en tu vida diaria?
- 👉 ¿Qué dudas o inquietudes te gustaría explorar sobre la derivada o la optimización?



<https://acortar.link/IRakQx>

Es momento de poner sus conocimientos a prueba, en la consolidación los estudiantes resolverán los siguientes ejercicios como tarea.



<https://acortar.link/Avi4iP>

Tarea en casa

Resolver los siguientes problemas sobre optimización:

1. La familia Zambrano quiere cercar el terreno de su casa en las afueras de Paute, el mismo que tiene 36 metros cuadrados de área y tiene forma rectangular. Para lo cual, necesita saber las dimensiones del mismo para usar la menor cantidad de cerca posible.
2. Pepe es un granjero pauteño, que desea crear una pequeña granja de cerdos, vacas y caballos, Pepe tiene un terreno rectangular y posee 150 metros de cerca.



<https://tinyurl.com/2xovmrjt>

La tarea deberá ser entregada en la siguiente clase.

APLICACIONES DE LA DERIVADA

CLASE 2:

INTRODUCCIÓN Y RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 2: LLENADO DE UN TANQUE

Duración:

Dos sesiones de una hora pedagógica (80 minutos).

Objetivo:

Encontrar la rapidez con la que sube el nivel del agua en un tanque que tiene la forma de un paralelepípedo rectangular.

Contenidos:

- Actividad inicial (brainstorming)
- Fases a trabajar dentro del ABP
- Uso de material concreto
- Resolución de ejercicios
- Recomendaciones
- Reflexión final
- Tarea en casa



<https://tinyurl.com/25larffr>

PREPAREMOS LA ANTICIPACIÓN!

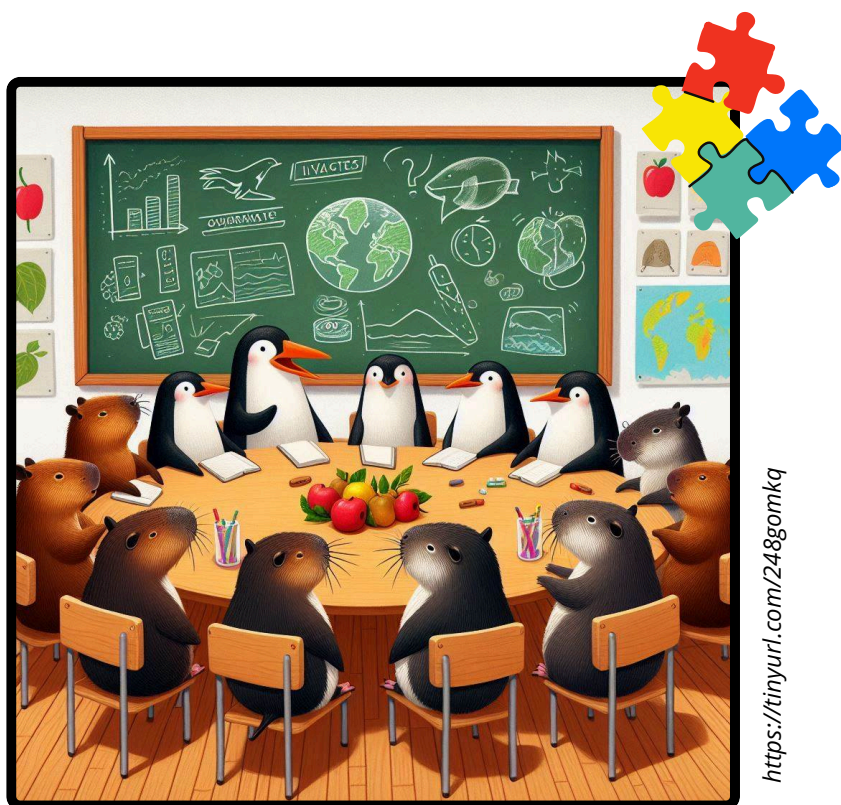
Actividad grupal: Brainstorming!

(DURACIÓN: 10 MINUTOS)

1.- El brainstorming es una técnica creativa de pensamiento, que motiva a los estudiantes a generar nuevas ideas para resolver un problema. Los estudiantes formarán grupos de 4 personas a su preferencia.

2.- Explicar las indicaciones de la actividad:

- Entre todos los integrantes de cada grupo, generarán una lista de 5 posibles aplicaciones de la derivada en la vida cotidiana.
- Cada posible aplicación debe adaptarse a una situación o problema que puedan encontrar en su vida cotidiana,
- Por último, compartirán sus ideas y generarán un conversatorio de las situaciones mas probables y su forma de solucionar la misma.



<https://tinyurl.com/248gomkq>

RECOMENDACIONES PARA LA ANTICIPACIÓN:

- El docente debe estar atento durante la actividad, a cualquier duda que puedan tener los grupos.
- Las situaciones y aplicaciones no deben repetirse de preferencia, para provocar un debate más original y que motive a los estudiantes a desarrollar su creatividad e ingenio.

VAMOS A LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO!

En esta parte del proceso de enseñanza-aprendizaje se trabajará con el ABP, se debe presentar el problema a los estudiantes y explicar con claridad lo que se debe realizar.

Se debe trabajar en los grupos de 4 conformados anteriormente.

PROBLEMA 2

- **Fase 1:** Planteamiento del problema

Un tanque que es usado para almacenar agua para riego tiene la forma de paralelepípedo rectangular con una base cuadrada que tiene una altura de 1,5 m y una base de 0.50 m. Se llena de agua a una tasa de 0.02 m³/min ¿Qué tan rápido sube el nivel del agua cuando el depósito está a la mitad de su capacidad?

- **Fase 2:** Clarificación de términos.

En esta fase el docente debe aclarar los términos que los estudiantes desconozcan, de ser posible debe dar una definición de los términos usando ejemplos.

➤ Riego: Mantener hidratado a un cultivo lo suficiente, sobre todo cuando no existen precipitaciones constantes para el desarrollo del mismo.

➤ Tasa: En este contexto, el concepto de tasa hace alusión a como cambia una magnitud con respecto a otra, en este caso es similar a la rapidez, el cambio del volumen con respecto al tiempo que transcurre.



• Fase 3: Análisis del problema

El docente pedirá a un estudiante de cada grupo, que lea el problema nuevamente para el resto de integrantes, luego deberán responder verbalmente sus conclusiones como equipo ante el problema presentado:

¿Cuáles son los datos proporcionados por el problema?

- Dimensiones del tanque: 1.5m(altura); 0.5m(base)
- Tasa de 0.02 m³/s

¿Qué conceptos matemáticos necesito para resolver el problema?

- Derivada de una función.
- Volumen de un paralelepípedo rectangular.
- Razón de cambio.

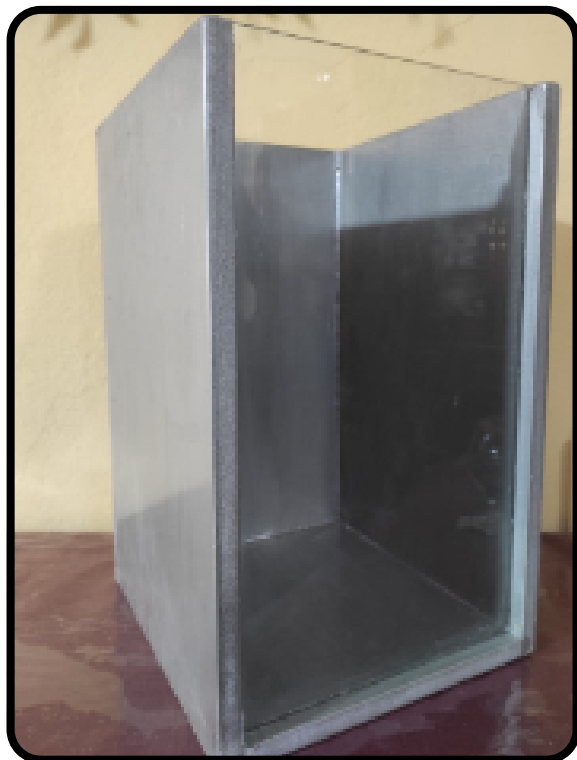


- **Fase 4: Explicaciones tentativas**

En esta fase los estudiantes, en sus respectivos grupos deben dar ideas de como se puede resolver el problema, luego deben compartirlas con los otros grupos y en conjunto armar un corto debate que permita plantear una solución factible para el problema.

El docente:

En esta fase entra en juego el material concreto, el docente debe dar una breve explicación sobre la situación desarrollada en el problema.



<https://acortar.link/K2watP>

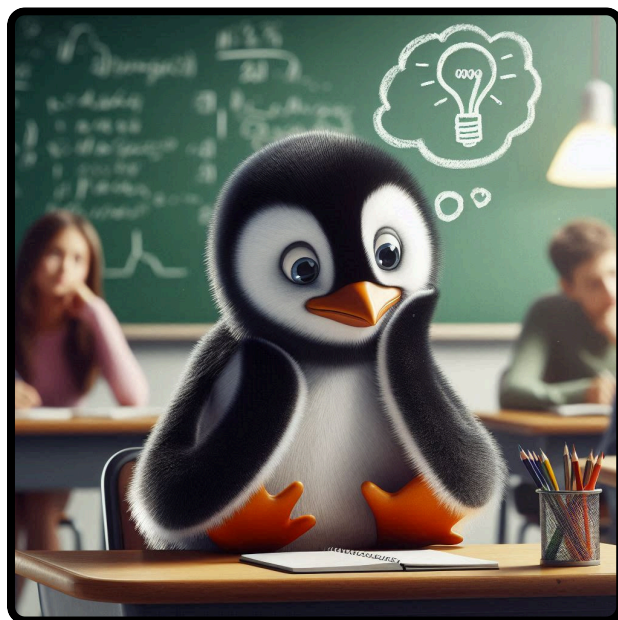
¿Cómo se usa el material?

Para usar el material, el docente debe añadir agua a través de un recipiente, de forma que se vea como se vierte el agua de forma constante. Así los estudiantes pueden ver como varía el volumen de agua en el tanque, al mismo tiempo que cambia la altura y observar su relación para tener una interpretación clara del problema.

- **Fase 5: Objetivos de aprendizaje adicionales**

El docente debe consultar a los estudiantes sobre que conocimientos deben tener para llegar a una solución del problema, en este caso los estudiantes deben:

- ✦ Identificar las áreas de conocimiento involucradas en el problema y que son relevantes para la resolución del mismo.
- ✦ Informar al docente si requieren de alguna información adicional.
- ✦ Y, por último deben planificar como obtener dicha información, ya sea mediante una investigación en línea, en el texto o directamente consultar al docente.



<https://tinyurl.com/27ajceh9>

- **Fase 6: Autoestudio individual**

En esta fase los estudiantes, en sus respectivos grupos, buscarán la información que crean necesaria para resolver el problema. La búsqueda de información se puede realizar en línea, en textos o con expertos (el docente).



<https://acortar.link/7ZlVgP>

- **Fase 7: Discusión final**

Como punto final, llega el momento en que los estudiantes deben reunir todas las hipótesis e información obtenida hasta ahora, misma que ahora será procesada para resolver problema como tal, supervisado por el docente, el cuál debe estar atento a dudas o preguntas que puedan surgir.

Datos:

$$y = 1.5 \text{ m}$$

$$x = 0.50 \text{ m}$$

$$\frac{dV}{dt} = 0.02 \text{ m}^3/\text{min}$$

Volumen del tanque: $V = x^2 \cdot y$ (a)

Área: $A = x^2 = (0.50)^2 = 0.25 \text{ m}^2$

Sustituimos el área en (a): $V = 0.25 \cdot y$ (b)

Derivamos (b) con respecto al tiempo: $\frac{dV}{dt} = 0.25 \cdot \frac{dy}{dt}$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{0.25}$$

Despejamos la variación de la altura con

respecto al tiempo y sustituimos $\frac{dV}{dt}$

$$\frac{dy}{dt} = 0.02 \cdot \frac{1}{0.25} = 0.08$$

$$\frac{dy}{dt} = 0.08 \text{ m}/\text{min}$$

La rapidez a la que sube el

nivel del agua es de $0.08 \text{ m}/\text{min}$

FINALICEMOS CON LA CONSOLIDACIÓN!

Reflexión final:

Luego de resolver el problema, el docente pedirá a los estudiantes que vuelvan a sus puestos, y hará una reflexión general y recuento de todos puntos abordados , para esto, puede ayudarse de preguntas como:

-  ¿Cómo se relaciona lo que aprendiste con lo que ya sabías?
-  ¿Cómo puedes aplicar lo que aprendiste en tu vida diaria?
-  ¿Qué dudas o inquietudes te gustaría explorar sobre la derivada o la optimización?

Es momento de poner sus conocimientos a prueba, en la consolidación los estudiantes resolverán los siguientes ejercicios como tarea.



<https://acortar.link/5Tsxvc>

Tarea en casa

Resolver los siguientes problemas sobre aplicaciones de la derivada:

1. Juan usa un tanque cilíndrico de agua para regar las plantas de su casa, el mismo que tiene 1.02 metros de diámetro, de modo que al regar las plantas el nivel del agua disminuye a razón de 2.5 m/min. ¿Con qué rapidez decrece el volumen del agua del cilindro?
2. La familia Mora organiza una reunión con motivo de jugar carnaval, para lo cual aprovechan las lluvias y desean llenar 3 tanques de agua de lluvia, los mismos que tienen forma de cilindro esférico, con un radio de 45 pulg. Si cuando llueve, los tanques se llenan a razón de $\frac{2}{3}$ pulg/min, ¿cuán rápido se llenan los 3 tanques?



<https://acortar.link/jlgIRQ>

La tarea deberá ser entregada en la siguiente clase.

APLICACIONES DE LA DERIVADA

CLASE 3:

INTRODUCCIÓN Y RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 3: ESCALERA DESLIZÁNDOSE

Duración:

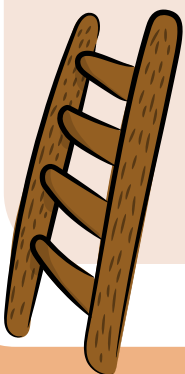
Dos sesiones de una hora pedagógica (80 minutos).

Objetivo:

Analizar la rapidez con la que varía la parte superior de una escalera, cuando su parte inferior está deslizándose a una determinada razón.

Contenidos:

- Actividad inicial (rompecabezas)
- Fases a trabajar dentro del ABP
- Uso de material concreto
- Resolución de ejercicios
- Recomendaciones
- Reflexión final
- Tarea en casa



<https://tinyurl.com/2dgts9g9>



PREPAREMOS LA ANTICIPACIÓN!

Actividad grupal: Rompecabezas!

(DURACIÓN: 10 MINUTOS)

- 1.- Formar grupos de 4 estudiantes de forma aleatoria y entregar un sobre con las piezas recortadas de los rompecabezas a cada grupo.
- 2.- Explicar las reglas del juego:
 - Abrir los sobres al mismo tiempo cuando el docente lo decida.
 - Armar el rompecabezas lo más rápido posible y resolver el ejercicio que se forme al armar el juego. Donde deben encontrar la primera derivada de la función.
 - Luego de resolver el ejercicio, un representante del grupo deberá llamar al docente para verificar su respuesta.



$$f(t) = \ln(477) + \sqrt[3]{\left(\frac{8t}{\sin(t)}\right)^2}$$

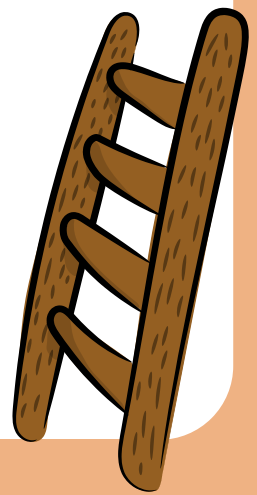


$$f(t) = \sqrt{\left(\frac{1}{t}\right) * (0.5t + \cos(t))}$$



RECOMENDACIONES PARA LA ANTICIPACIÓN:

- El docente debe estar atento durante la actividad, a cualquier duda que puedan tener los grupos.
- Las piezas deben ser bien recortadas para que los estudiantes no se confundan al momento de armar el rompecabezas.



VAMOS A LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO!

En esta parte del proceso de enseñanza-aprendizaje se trabajará con el ABP, se debe presentar el problema a los estudiantes y explicar con claridad lo que se debe realizar.

Se debe trabajar en los grupos de 4 conformados anteriormente.

PROBLEMA 3

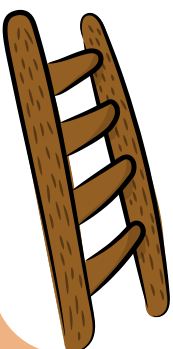
- **Fase 1: Planteamiento del problema**

En el centro de Paute se encuentran remodelando la fachada de un edificio, por lo que una escalera de 15 metros está apoyada contra una de las paredes del edificio. Debido a que no se tomaron las medidas de seguridad suficientes. La parte inferior de la escalera se aleja de la base de la pared a razón constante de 2 m/min. ¿A qué razón descende la parte superior de la escalera en el instante en que la parte inferior de la escalera está a 5 metros de la pared?

- **Fase 2: Clarificación de términos.**

En esta fase el docente debe aclarar los términos que los estudiantes desconozcan, de ser posible debe dar una definición de los términos usando ejemplos.

- Fachada: En un edificio, la fachada esta formada por los elementos exteriores del mismo, tales como pintura, letreros, forma, entre otros.
- Constante: Se dice de un elemento que no cambia, su valor, magnitud, es decir es permanente.



<https://acortar.link/lqBezq>

- **Fase 3: Análisis del problema**

El docente pedirá a un estudiante de cada grupo, que lea el problema nuevamente para el resto de integrantes, luego deberán responder verbalmente sus conclusiones como equipo ante el problema presentado:

¿Cuáles son los datos proporcionados por el problema?

- Largo de la escalera: 15 metros
- Razón (parte inferior): 2 m/min.
- Distancia (pared-parte inferior): 5 metros

¿Qué conceptos matemáticos necesito para resolver el problema?

- Derivada de una función.
- Razonamiento lógico.
- Razón de cambio.



<https://acortar.link/xtQLr>

- **Fase 4: Explicaciones tentativas**

En esta fase los estudiantes, en sus respectivos grupos deben dar ideas de como se puede resolver el problema, luego deben compartirlas con los otros grupos y en conjunto armar un corto debate que permita plantear una solución factible para el problema.



El docente:

En esta fase entra en juego el material concreto, el docente debe dar una breve explicación sobre la situación desarrollada en el problema.



<https://acortar.link/uJZB58>

¿Cómo se usa el material?

Para su uso, el docente moverá la escalera simulando el deslizamiento de ésta, tal como se indica en el problema planteado, de igual forma se dejará la escalera en una posición similar a la que plantea la situación de forma que los estudiantes la comprendan.

- **Fase 5: Objetivos de aprendizaje adicionales**

El docente debe consultar a los estudiantes sobre que conocimientos deben tener para llegar a una solución del problema, en este caso los estudiantes deben:

- ✦ Identificar las áreas de conocimiento involucradas en el problema y que son relevantes para la resolución del mismo.
- ✦ Informar al docente si requieren de alguna información adicional.
- ✦ Y, por último deben planificar como obtener dicha información, ya sea mediante una investigación en línea, en el texto o directamente consultar al docente.



<https://acortar.link/o26cLW>

- **Fase 6: Autoestudio individual**

En esta fase los estudiantes, en sus respectivos grupos, buscarán la información que crean necesaria para resolver el problema.

La búsqueda de información se puede realizar en línea, en textos o con expertos (el docente).



<https://acortar.link/jzcUhN>

- **Fase 7: Discusión final**

Como punto final, llega el momento en que los estudiantes deben reunir todas las hipótesis e información obtenida hasta ahora, misma que ahora será procesada para resolver problema como tal, supervisado por el docente, el cuál debe estar atento a dudas o preguntas que puedan surgir.

Datos:

$$L = 15 \text{ m}$$

$$\frac{dx}{dt} = 2 \text{ m/min}$$

Teorema de pitágoras: $x^2 + y^2 = L^2 \quad (a)$

Derivamos (a) con respecto al tiempo: $2x \cdot \frac{dx}{dt} + 2y \cdot \frac{dy}{dt} = 0$

Dividimos para 2: $x \cdot \frac{dx}{dt} + y \cdot \frac{dy}{dt} = 0$

$$y \cdot \frac{dy}{dt} = -x \cdot \frac{dx}{dt}$$

Despejamos la variación de la altura con respecto a t: $\frac{dy}{dt} = -\frac{x}{y} \cdot \frac{dx}{dt}$

$$x = 5 \text{ m}$$

Con el teorema de pitágoras encontramos y: $5^2 + y^2 = 15^2$

$$y = \sqrt{15^2 - 5^2}$$

$$y = 10\sqrt{2} \text{ m}$$

Sustituimos el valor de y: $\frac{dy}{dt} = -\frac{5}{10\sqrt{2}} \cdot 2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ m/min}$$

La razón de la parte superior de la escalera es de $-\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ m/min}$

FINALICEMOS CON LA CONSOLIDACIÓN!

Reflexión final:

Luego de resolver el problema, el docente pedirá a los estudiantes que vuelvan a sus puestos, y hará una reflexión general y recuento de todos puntos abordados , para esto, puede ayudarse de preguntas como:

- 👉 ¿Cómo se relaciona lo que aprendiste con lo que ya sabías?
- 👉 ¿Cómo puedes aplicar lo que aprendiste en tu vida diaria?
- 👉 ¿Qué dudas o inquietudes te gustaría explorar sobre la derivada o la optimización?

Es momento de poner sus conocimientos a prueba, en la consolidación los estudiantes resolverán los siguientes ejercicios como tarea.



<https://acortar.link/rVIQ7F>

Tarea en casa

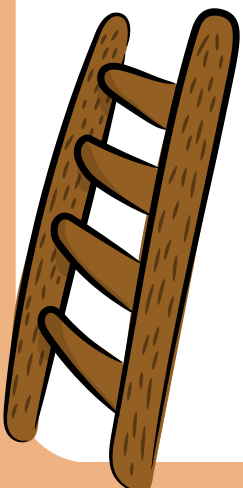
Resolver los siguientes problemas sobre razón de cambio:

1. Del problema planteado en clase halle la razón a la cual crece y decrece los ángulos formados por pared-escalera y piso-escalera.



<https://acortar.link/rxVJ5k>

La tarea deberá ser entregada en la siguiente clase.



APLICACIONES DE LA DERIVADA

CLASE 4:

INTRODUCCIÓN Y RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 4: PILO DE ARENA

Duración:

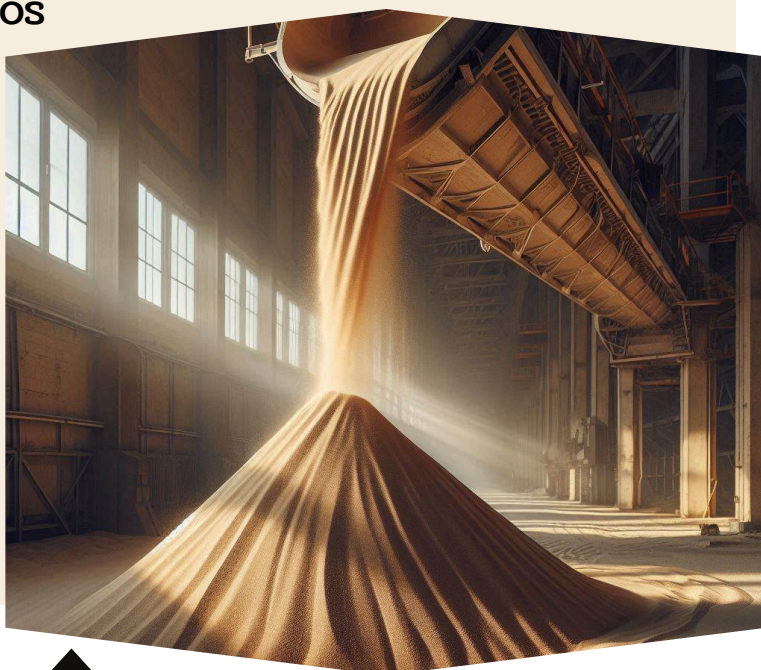
Dos sesiones de una hora pedagógica (80 minutos).

Objetivo:

El objetivo de este problema es encontrar la tasa en la que varía la altura de un montículo de arena que se forma cuando esta cae desde una cinta transportadora.

Contenidos:

- Actividad inicial (juego de pares)
- Fases a trabajar dentro del ABP
- Uso de material concreto
- Resolución de ejercicios
- Recomendaciones
- Reflexión final
- Tarea en casa

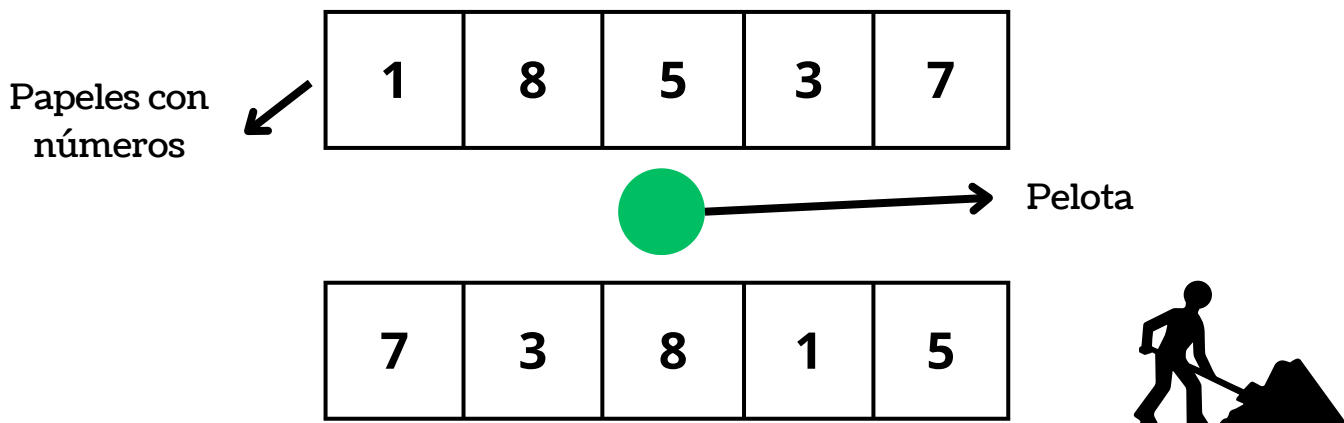


<https://tinyurl.com/24tunx2w>

PREPAREMOS LA ANTICIPACIÓN!

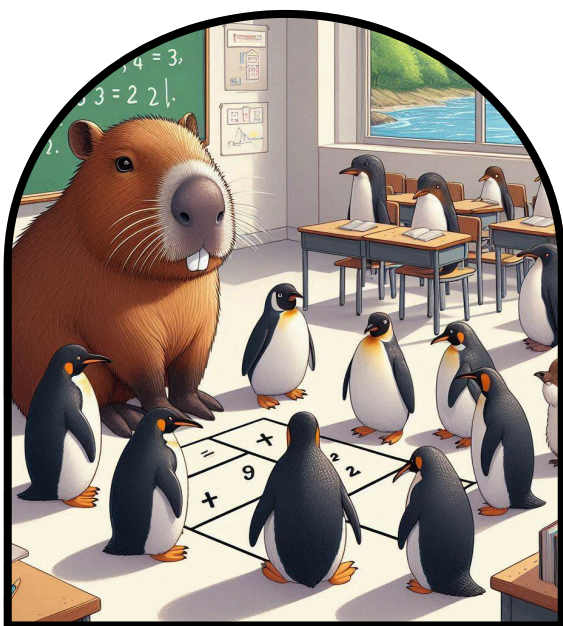
Actividad grupal: Encierra la pelota (DURACIÓN: 10 MINUTOS)

1.- Para realizar la actividad se debe solicitar a los estudiantes que en papel coloquen alguna pregunta o ejercicio con respecto al tema y se debe armar el siguiente escenario en alguna mesa:



2.- Explicar las indicaciones de la actividad:

- Se debe formar equipos de 5 estudiantes, los cuales deben colocarse justo atrás de cada fila de papelititos con los números y deben tomar un vaso.



<https://tinyurl.com/25xon22w>

- Los estudiantes deben colocar el vaso boca abajo conforme el docente vaya diciendo los números.
- Cuando el docente diga la palabra pelota, el estudiante que ponga el vaso sobre la pelota primero sacará un papelito de la funda con preguntas y deberá leerla en voz alta para que el estudiante que perdió responda a la misma.

- Los estudiantes de ambos grupos deben cambiarse luego de que se halla dado respuesta a la pregunta.
- La actividad finaliza cuando todos los estudiantes hayan participado.

VAMOS A LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO!

En esta parte del proceso de enseñanza-aprendizaje se trabajará con el ABP, se debe presentar el problema a los estudiantes y explicar con claridad lo que se debe realizar.

Se debe trabajar en los grupos de 4 conformados anteriormente.

PROBLEMA 4

- **Fase 1: Planteamiento del problema**

En una cantera ubicada a las afueras de la ciudad de Paute utilizan una cinta transportadora suspendida en el aire para llevar la arena de un punto a otro, al momento de caer la arena crea un montículo en forma de cono a razón de $0.28 \text{ m}^3/\text{min}$, el diámetro de la base del montículo es de aproximadamente 4 veces la altura. ¿A qué razón cambia la altura del montón cuando su altura es de 5 m?

- **Fase 2: Clarificación de términos.**

En esta fase el docente debe aclarar los términos que los estudiantes desconozcan, de ser posible debe dar una definición de los términos usando ejemplos.

- Montículo: en este contexto el montículo es un pequeño monte o colina formado por la acumulación de arena.
- Cono: sólido de revolución formado al girar un triángulo rectángulo sobre un eje.
- Diámetro: segmento de recta que pasa por el centro de una circunferencia y une dos puntos de la misma. El diámetro es igual a 2 veces el radio.
- Razón: en este contexto la razón hace referencia a la rapidez a la que aumenta el volumen del cono.



• Fase 3: Análisis del problema

El docente pedirá a un estudiante de cada grupo, que lea el problema nuevamente para el resto de integrantes, luego deberán responder verbalmente sus conclusiones como equipo ante el problema presentado:

¿Cuáles son los datos proporcionados por el problema?

¿Qué conceptos matemáticos necesito para resolver el problema?

1. Razón a la que cambia el volumen del cono $0.28 \text{ m}^3/\text{min}$
2. Diámetro de la base 4 veces la altura

- Derivada de una función.
- Volumen de un cono
- Razón de cambio.
- Interpretación de datos.



- **Fase 4: Explicaciones tentativas**

En esta fase los estudiantes, en sus respectivos grupos deben dar ideas de como se puede resolver el problema, luego deben compartirlas con los otros grupos y en conjunto armar un corto debate que permita plantear una solución factible para el problema.

El docente:

En esta fase entra en juego el material concreto, el docente debe dar una breve explicación sobre la situación desarrollada en el problema.



<https://n9.cl/3s5se>

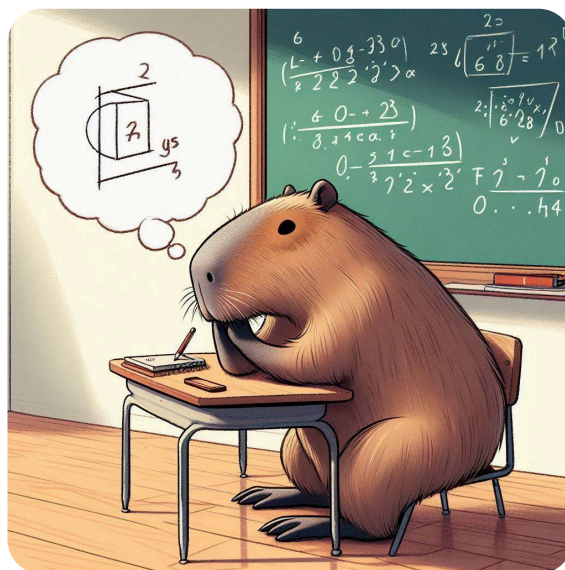
¿Cómo se usa el material?

Para usar el material, el docente debe tener a disposición una pequeña cantidad de arena para que pueda colocar en la parte superior de la maqueta y de esta forma hacer que la arena se deslice hacia la parte inferior y se vaya formando el montículo de arena. Los estudiantes podrán observar la formación del montículo y a la vez observarán cómo va aumentando su altura conforme va aumentando el volumen.

- **Fase 5: Objetivos de aprendizaje adicionales**

El docente debe consultar a los estudiantes sobre que conocimientos deben tener para llegar a una solución del problema, en este caso los estudiantes deben:

- ♦ Identificar las áreas de conocimiento involucradas en el problema y que son relevantes para la resolución del mismo.
- ♦ Informar al docente si requieren de alguna información adicional.
- ♦ Y, por último deben planificar como obtener dicha información, ya sea mediante una investigación en línea, en el texto o directamente consultar al docente.



<https://tinyurl.com/24at2h3n>



<https://tinyurl.com/27lkspul>

- **Fase 6: Autoestudio individual**

En esta fase los estudiantes, en sus respectivos grupos, buscarán la información que crean necesaria para resolver el problema.

La búsqueda de información se puede realizar en línea, en textos o con expertos (el docente).



- **Fase 7: Discusión final**

Como punto final, llega el momento en que los estudiantes deben reunir todas las hipótesis e información obtenida hasta ahora, misma que ahora será procesada para resolver problema como tal, supervisado por el docente, el cuál debe estar atento a dudas o preguntas que puedan surgir.



Datos:

$$\frac{dV}{dt} = 0.28 \text{ m}^3/\text{min}$$

$$D = 4h$$

Diámetro: $D = 2r$

Radio con respecto a la altura: $r = \frac{4h}{2} = 2h$

Volumen del cono formado con arena: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (a)

Sustituimos el radio en (a): $V = \frac{1}{3}\pi(2h)^2 h$

$$V = \frac{1}{3}\pi 4h^2 h$$

$$V = \frac{4}{3}\pi h^3$$

Derivamos (a) con respecto al tiempo: $\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi 3h^2 \cdot \frac{dh}{dt}$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi h^2 \cdot \frac{dh}{dt}$$

Despejamos la variación de la altura con respecto a t: $\frac{dh}{dt} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{4\pi h^2}$ (b)

Sustituimos los datos del problema: $\frac{dh}{dt} = 0.28 \cdot \frac{1}{4\pi(5)^2} = \frac{7}{2500\pi}$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{7}{2500\pi} \text{ m/min}$$

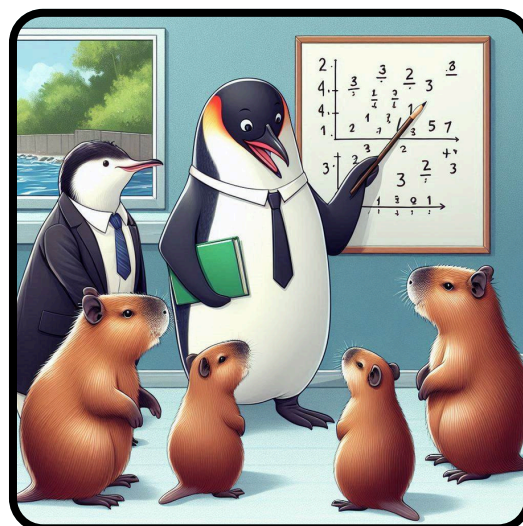
La razón a la que cambia la altura del montón de arena es de $\frac{7}{2500\pi} \text{ m/min}$

FINALICEMOS CON LA CONSOLIDACIÓN!

Reflexión final:

Luego de resolver el problema, el docente pedirá a los estudiantes que vuelvan a sus puestos, y hará una reflexión general y recuento de todos puntos abordados , para esto, puede ayudarse de preguntas como:

- 👉 ¿Cómo se relaciona lo que aprendiste con lo que ya sabías?
- 👉 ¿Cómo puedes aplicar lo que aprendiste en tu vida diaria?
- 👉 ¿Qué dudas o inquietudes te gustaría explorar sobre la derivada o la optimización?



<https://acortar.link/IRakQx>



Es momento de poner sus conocimientos a prueba, en la consolidación los estudiantes resolverán los siguientes ejercicios como tarea.

<https://acortar.link/JWTzK>

Tarea en casa

Resolver los siguientes problemas:

1. Del ejercicio planteado en clase hallar la rapidez con la que crece el radio del montículo de arena.
2. En la fabrica de Nutri usan un embudo de 3 m de alto para llevar la leche a su lugar de almacenamiento, un inspector curioso realiza algunas mediciones y encuentra que el diámetro del embudo es de aproximadamente 1.82 m y que la leche sale a una razón de $0.03 \text{ m}^3/\text{min}$. Con esos datos el inspector quiere conocer la razón a la que cambia el nivel y el radio de la leche cuando la leche tiene 2 m de profundidad



<https://acortar.link/zjAcK7>

La tarea deberá ser entregada
en la siguiente clase.

PROYECTO FINAL

EVALUEMOS LO APRENDIDO!

INTRODUCCIÓN E INDICACIONES DEL PROYECTO

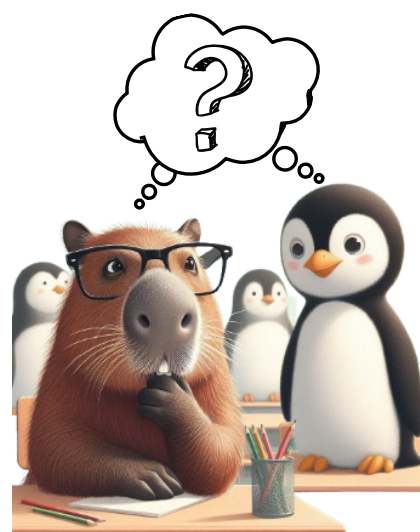
Objetivo:

Aplicar los conceptos de derivadas y su aplicación en situaciones de la vida cotidiana.

Pasos o fases del proyecto:

1. Determinación del problema:

Cada grupo de trabajo deberá identificar y definir claramente un problema, ligado con una situación donde se apliquen los conceptos de la derivada revisados en esta guía.



<https://acortar.link/rNjbDp>

2. Aplicación de técnicas de derivadas:

Los estudiantes deben emplear correctamente los métodos de derivación para analizar y resolver el problema de forma eficaz.



<https://acortar.link/b2FkK9>

3. Exposición de resultados:

Por último, cada grupo debe realizar una pequeña presentación de 5 minutos en clase, donde muestren el problema identificado y como lo resolvieron con sus conocimientos de derivadas. Puede ser en cualquier herramienta tecnológica como Power Point, Canva, etc.



<https://acortar.link/MT1NYn>

Nombres:

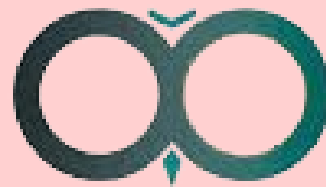
Fecha:

Indicaciones: Todos los grupos deberán seguir las indicaciones planteadas anteriormente, la presentación final será expuesta por un miembro del grupo delimitado por el docente. Así mismo, la presentación será evaluada en conjunto con el documento que usen para la misma, donde debe estar reflejado, la base del problema y su resolución matemática. en base a los aspectos de esta rúbrica.

ASPECTOS	4 p	3 p	2 p	1 p
CREATIVIDAD: El problema propuesto es original y esta muy bien justificado con una situación de la vida cotidiana.				
PRESENTACIÓN Y CLARIDAD: El estudiante demuestra basto conocimiento sobre el proyecto y su explicación es clara y concisa.				
APLICACIÓN DE LAS DERIVADAS: El problema esta resuelto de forma correcta y hay una excelente aplicación de las derivadas al encontrar una solución.				
REFLEXIÓN Y CONCLUSIÓN: Al final de la presentación, se exponen los resultados, conclusiones y recomendaciones sobre el proyecto, así como sus dificultades y beneficios.				
Puntuación Total	16-14	13-10	9-6	5-1



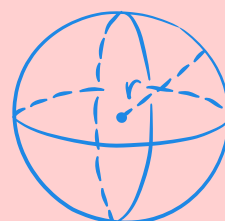
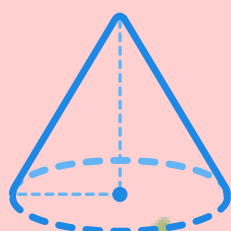
UNIVERSIDAD
DE CUENCA



FACULTAD DE FILOSOFÍA
LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

"EN LA DERIVADA ENCONTRAMOS LA INFINITESIMAL QUE REVELA EL SECRETO DEL CAMBIO CONSTANTE DEL UNIVERSO"

Gottfried Leibniz



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

