

# UCUENCA

## Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Maestría en Educación con Mención Enseñanza de la Matemática

**El software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores  
y sus operaciones: Una propuesta didáctica**

Trabajo de titulación previo a la  
obtención del título de Magíster en  
Educación mención Enseñanza de  
la Matemática

**Autor:**

Luis Alberto León Morales

**Director:**

Marco Alejandro Rojas Rojas

ORCID:  0000-0002-2644-1344

**Cuenca, Ecuador**

2024-07-30

## Resumen

En este trabajo de investigación se analiza el efecto del uso de secuencias didácticas con apoyo del software GeoGebra para la enseñanza del tema “Vectores y sus operaciones” a los estudiantes de Primero BGU de la Unidad Educativa Particular Pasos en el periodo escolar 2022-2023. Se realizaron cinco secuencias didácticas, aplicando una metodología cuasiexperimental con un enfoque cuantitativo de alcance descriptivo. Los estudiantes del Primero “A” fueron el grupo experimental y los del Primero “B” fueron el grupo de control. Se trabajó con el rendimiento académico y la motivación como variables de investigación. Para recolectar la información se utilizó una prueba de conocimientos que constó de diez preguntas y una encuesta de percepción, que fueron validadas mediante juicio de expertos. Para interpretar las calificaciones de prueba de conocimientos de los estudiantes de los grupos control y experimental se realizó un análisis estadístico completo en el software JAMOVI, se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk para evaluar la normalidad de los datos, la prueba de Levene para evaluar la homogeneidad de varianzas y la prueba t de Student para comparar los resultados. Se concluyó que las secuencias didácticas apoyadas en el software GeoGebra mejoraron significativamente el rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental. Para analizar la motivación, los resultados fueron tabulados y analizados estadísticamente. Se evidenció que los estudiantes se sintieron motivados para aprender.

*Palabras clave del autor: enseñanza constructivista, rendimiento escolar, motivación educativa, tics, secuencias didácticas*



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

**Repositorio Institucional:** <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

### Abstract

In this research project, we looked at how using teaching sequences with the support of GeoGebra software affects teaching "Vectors and their Operations" to First year of high school BGU students at the "Unidad Educativa Particular Pasos" during the 2022-2023 school year. We conducted five teaching sequences, applying a quasi-experimental methodology with a descriptive quantitative approach. Students from the First "A" were the experimental group, and those from the First "B" were the control group. We worked with academic performance and motivation as research variables.

To gather information, we used a knowledge test consisting of ten questions and a perception survey, which were validated through the judgment of experts. To interpret the test scores of students in the control and experimental groups, we carried out a complete statistical analysis in JAMOVI software. We conducted the Shapiro-Wilk test to evaluate data normality, the Levene test to evaluate variance homogeneity, and the Student's t-test to compare results.

We concluded that the teaching sequences supported by GeoGebra software significantly improved the academic performance of students in the experimental group. To analyze motivation, the results were tabulated and statistically analyzed. It was evident that students felt motivated to learn.

*Author keywords: constructivist teaching, school performance, educational motivation, tics, teaching sequences*



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

**Institutional Repository:** <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

**Índice de contenido**

<b>Introducción .....</b>	<b>13</b>
<b>Objetivos.....</b>	<b>15</b>
Objetivo General .....	15
Objetivos específicos .....	15
<b>Capítulo 1. Marco teórico .....</b>	<b>16</b>
1.1. Estado del arte .....	16
1.2. El constructivismo .....	18
1.2.1. Teoría del aprendizaje significativo.....	18
1.2.2. La teoría de la zona de desarrollo próxima .....	19
1.3. Propuestas didácticas .....	21
1.4. Las Tics como recurso de enseñanza .....	22
1.5. El software GeoGebra en el aprendizaje de la matemática.....	23
<b>Capítulo 2. Metodología.....</b>	<b>24</b>
2.1. Tipo de investigación .....	24
2.2. Contexto .....	24
2.3. Población y muestra.....	24
2.4. Técnicas e instrumentos .....	25
<b>Capítulo 3: Propuesta.....</b>	<b>26</b>
3.1. Introducción a la propuesta .....	26
Secuencia didáctica 1 .....	27
Secuencia didáctica 2 .....	36
Secuencia didáctica 3 .....	44
Secuencia didáctica 4 .....	51
Secuencia didáctica 5 .....	61
<b>Capítulo 4: Análisis y Resultados .....</b>	<b>72</b>

4.1. Tabulación de los datos .....	72
4.2. Resultados.....	73
4.3. Motivación .....	75
4.4. Discusión .....	83
<b>Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones .....</b>	<b>84</b>
5.1. Conclusiones.....	84
5.2. Recomendaciones .....	85
<b>Referencias.....</b>	<b>86</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>90</b>

## Índice de figuras

<b>Figura 1</b> .....	<b>28</b>
Niños tirando de la cuerda .....	28
<b>Figura 2</b> .....	<b>29</b>
Mapa de la ciudad de Cuenca .....	29
<b>Figura 3</b> .....	<b>30</b>
Navegador Google buscando GeoGebra clásico.....	30
<b>Figura 4</b> .....	<b>30</b>
Menú para insertar imagen de GeoGebra clásico.....	30
<b>Figura 5</b> .....	<b>31</b>
Imagen insertada en la plataforma de GeoGebra clásico.....	31
<b>Figura 6</b> .....	<b>31</b>
Menú de recta donde se elige la opción vector.....	31
<b>Figura 7</b> .....	<b>32</b>
Vectores $u, v$ y $w$ trazados.....	32
<b>Figura 8</b> .....	<b>32</b>
Vectores $u, v$ y $w$ con sus distancias .....	32
<b>Figura 9</b> .....	<b>34</b>
Ángulo medido desde el eje $x$ del vector $w$ .....	34
<b>Figura 10</b> .....	<b>35</b>
Mapa del Ecuador con sus provincias y capitales.....	35
<b>Figura 11</b> .....	<b>37</b>
Barco siendo remolcado por dos barcos .....	37
<b>Figura 12</b> .....	<b>38</b>

Mapa de la provincia del Azuay y sus cantones .....	38
<b>Figura 13</b> .....	<b>39</b>
Vectores de las trayectorias de Juan y Andrés con sus distancias .....	39
<b>Figura 14</b> .....	<b>40</b>
Paralelogramo trazado con los vectores equipolentes de GeoGebra .....	40
<b>Figura 15</b> .....	<b>42</b>
Viaje de Rafaela trazado con Google Maps .....	42
<b>Figura 16</b> .....	<b>42</b>
Viaje de Rebeca trazado con Google Maps .....	42
<b>Figura 17</b> .....	<b>45</b>
Dos personas empujando una caja en sentido contrario .....	45
<b>Figura 18</b> .....	<b>46</b>
Trayectoria de vuelo Martin .....	46
<b>Figura 19</b> .....	<b>47</b>
Vectores trayectoria del avión y del viento .....	47
<b>Figura 20</b> .....	<b>48</b>
Triangulo trazado con los vectores equipolentes de GeoGebra .....	48
<b>Figura 21</b> .....	<b>49</b>
Ruta del crucero trazado con Google Maps .....	49
<b>Figura 22</b> .....	<b>52</b>
Tanque de guerra con objetivos de ataque .....	52
<b>Figura 23</b> .....	<b>54</b>
Posición de los estudiantes en el juego de quemados .....	54
<b>Figura 24</b> .....	<b>54</b>
Vectores trayectoria de la posición de los estudiantes .....	54

<b>Figura 25</b> .....	<b>55</b>
Ángulo de los vectores trazado desde el punto de referencia .....	55
<b>Figura 26</b> .....	<b>56</b>
Módulos de los Vectores $u$ , $v$ , $w$ y $a$ .....	56
<b>Figura 27</b> .....	<b>57</b>
Puntos de cobertura de un portero en un penal .....	57
<b>Figura 28</b> .....	<b>62</b>
Puntos de nodales para reconocimiento facial.....	62
<b>Figura 29</b> .....	<b>63</b>
Terreno en forma de paralelogramo .....	63
<b>Figura 30</b> .....	<b>64</b>
Vector perpendicular $b$ a $u$ .....	64
<b>Figura 31</b> .....	<b>65</b>
Módulos del vector $u$ y $b$ .....	65
<b>Figura 32</b> .....	<b>66</b>
Comando ProductoEscalar .....	66
<b>Figura 33</b> .....	<b>66</b>
Ángulo entre los vectores .....	66
<b>Figura 34</b> .....	<b>67</b>
Módulo y Producto escalar .....	67
<b>Figura 35</b> .....	<b>69</b>
Vectores del terreno triangular.....	69
<b>Figura 36</b> .....	<b>76</b>
Pregunta 1 de la encuesta de percepción .....	76
<b>Figura 37</b> .....	<b>76</b>

Pregunta 2 de la encuesta de percepción .....	76
<b>Figura 38</b> .....	<b>77</b>
Pregunta 3 de la encuesta de percepción .....	77
<b>Figura 39</b> .....	<b>78</b>
Pregunta 4 de la encuesta de percepción .....	78
<b>Figura 40</b> .....	<b>78</b>
Pregunta 5 de la encuesta de percepción .....	78
<b>Figura 41</b> .....	<b>79</b>
Pregunta 6 de la encuesta de percepción .....	79
<b>Figura 42</b> .....	<b>80</b>
Pregunta 7 de la encuesta de percepción .....	80
<b>Figura 43</b> .....	<b>81</b>
Pregunta 8 de la encuesta de percepción .....	81
<b>Figura 44</b> .....	<b>81</b>
Pregunta 9 de la encuesta de percepción .....	81
<b>Figura 45</b> .....	<b>82</b>
Pregunta 10 de la encuesta de percepción .....	82

**Índice de tablas**

<b>Tabla 1</b> .....	<b>73</b>
Resultados del test del grupo experimental y de control .....	73
<b>Tabla 2</b> .....	<b>74</b>
Análisis descriptivo de las calificaciones de GE y GC .....	74
<b>Tabla 3</b> .....	<b>74</b>
Prueba de Normalidad (Shapiro-Wilk) del test de los dos grupos .....	74
<b>Tabla 4</b> .....	<b>74</b>
Prueba de Levene para homogeneidad de varianzas de los GC y GE .....	74
<b>Tabla 5</b> .....	<b>75</b>
Prueba T para Muestras Independientes de los test del GC y GE, con el intervalo de confianza del 95% .....	75

## **Dedicatoria**

Dedico este trabajo primero a Dios, pues sé que eres la luz que guía cada paso de mi vida y me ayudado a afrontar este reto y superarlo.

A mi querida esposa, Gabriela Urgiles tu amor incondicional es mi mayor fortaleza. En cada amanecer y cada atardecer, tu presencia llena mi corazón de alegría y esperanza. Gracias por ser mi compañera de vida, mi confidente y mi inspiración.

A mi madre, Susana Morales tu amor maternal es el cimiento sobre el cual construí mi ser. Tu sacrificio, tu comprensión y tu ternura han sido mi guía en cada momento.

A mi querida tía, María De Lourdes León con tu amor y sabiduría, has sido como una segunda madre para mí. Tus consejos, tu cariño y tu apoyo incondicional han sido un regalo invaluable.

A mi abuela, María Luisa Cobos tu amor ha sido el faro que ilumina mi camino en los momentos más oscuros. Tus historias, tu bondad y tu ejemplo de fortaleza han dejado una marca imborrable en mi corazón.

A mi hermano, Daniel León En ti encuentro un amigo, un cómplice y un confidente. Tu apoyo inquebrantable y tu compañía han sido un regalo preciado en mi vida.

A mi padre, Guillermo León, aunque ya no puedo abrazarte, tu amor y tus enseñanzas siguen viviendo en mí. Tu legado de honestidad, valentía y amor hacia la familia sigue siendo mi inspiración cada día.

## **Agradecimientos**

Agradezco a todo el equipo de docentes que me enseñaron y me brindaron su conocimiento en este proceso de maestría, gracias por transmitir sus conocimientos y para poder ser un mejor profesional.

A mi director de trabajo de maestría Mgst. Marco Rojas, por su constante apoyo y dedicación durante cada sesión de tutoría. Su guía y aliento me han inspirado a asumir la responsabilidad en mis labores y a mantener un espíritu optimista a lo largo de este proceso. Su acompañamiento ha sido fundamental para culminar este trabajo con éxito.

## Introducción

En el ámbito educativo contemporáneo, la integración de tecnologías digitales ha transformado la forma en que los educadores abordan la enseñanza de conceptos matemáticos. En este contexto, el software GeoGebra ha emergido como una herramienta poderosa y versátil, permitiendo la representación visual y dinámica de conceptos matemáticos complejos. Este estudio se enfoca en explorar la eficacia del uso de GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje de vectores y sus operaciones en entornos educativos.

En la Unidad Educativa Integral “Pasos” la cual, pertenece al Distrito de Educación 01D01, está ubicada en la provincia del Azuay, cantón Cuenca en una zona rural en la autopista medio Ejido San Joaquín km 2 y medio, la institución cuenta con los niveles de inicial, básica elemental, media, superior y bachillerato, donde tienen un grado para inicial y dos paralelos desde básica elemental hasta bachillerato, para los estudiantes de primero de Bachillerato el estudio de los vectores es de suma importancia ya que son fundamentales en campos como la física, ingeniería y matemáticas avanzadas, pero a menudo presentan desafíos debido a su naturaleza abstracta y espacial. La visualización y manipulación interactiva de vectores con GeoGebra pueden ofrecer una perspectiva única y facilitar la comprensión profunda de estos conceptos. Esta investigación busca examinar cómo la implementación de GeoGebra como herramienta educativa influye en la adquisición de conocimientos sobre vectores y mejora la habilidad de los estudiantes para realizar operaciones vectoriales de manera significativa.

El estudiante al ser un nativo digital, interactúa mejor con herramientas tecnológicas, por esta razón, el docente debe innovar su proceso de enseñanza- aprendizaje del tema vectores integrando herramientas digitales como el software GeoGebra. Para Barahona et al. (2015) los procesos de aprendizaje son más eficientes cuando se integra herramientas informáticas ya que al visualizar procesos abstractos y vincularlos al aprendizaje adquirido, se puede aportar soluciones a problemas reales, de esta manera la tecnología es el mejor aliado para el docente, haciendo que sus clases sean innovadoras y vinculando el tema de vectores a problemas reales. Por lo que se plantea el siguiente problema ¿De qué manera influirá el software GeoGebra en el rendimiento académico y la motivación en los estudiantes de primero de BGU de la Unidad educativa integral “Pasos” en la temática de vectores durante el año lectivo 2022-2023?

El estudio se basa en la premisa de que GeoGebra, al proporcionar representaciones visuales dinámicas y la capacidad de interactuar directamente con objetos matemáticos, puede actuar como un facilitador efectivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de vectores y sus operaciones. Por lo tanto, se evaluó el desempeño de los estudiantes y profesores con la implementación de GeoGebra realizando una comparativa con métodos de enseñanza más tradicionales.

En última instancia, se espera que los hallazgos de este estudio contribuyan a la creciente literatura sobre la integración de tecnología educativa en la enseñanza de las matemáticas y brinden insights prácticos para educadores, diseñadores de currículos y desarrolladores de recursos educativos.

El primer capítulo presenta una revisión exhaustiva de la literatura relacionada con los fundamentos conceptuales que son relevantes para la investigación, incluyendo temas como el constructivismo, el aprendizaje significativo, los desafíos en la enseñanza de los vectores, el rendimiento académico, las tecnologías de la información y la comunicación (TICs), las secuencias didácticas y el uso de GeoGebra. El segundo capítulo detalla los métodos empleados, la población y muestra seleccionada para la recolección de datos, así como el contexto en el que se llevó a cabo la propuesta de investigación. En el tercer capítulo, se realiza todo el esquema de las secuencias didácticas con sus tres tiempos de anticipación, construcción y consolidación además de las actividades a desarrollarse. En el Cuarto Capítulo se lleva a cabo una discusión de los resultados, basada en un análisis estadístico realizado con el paquete JAMOVI, con el fin de obtener datos confiables para la discusión. Finalmente, el quinto capítulo presenta las conclusiones y recomendaciones derivadas de la investigación realizada.

## Objetivos

### Objetivo General

Analizar el impacto de aplicar una propuesta didáctica con el software GeoGebra a los estudiantes de primero de BGU de la unidad educativa Integral “Pasos” durante el año lectivo 2023-2024

### Objetivos específicos

- Establecer la fundamentación teórica que justifique la implementación de una propuesta didáctica para la enseñanza de vectores y sus operaciones con el uso del software GeoGebra.
- Diseñar una propuesta didáctica para la enseñanza de vectores mediante el software GeoGebra.
- Aplicar la propuesta didáctica en aproximadamente 5 sesiones de clases para comparar el rendimiento académico de los estudiantes de primero de BGU sometidos a dicha propuesta (GE) con el de los estudiantes de primero de BGU tratados con la estrategia tradicional (GC).
- Evaluar los cambios producidos en el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes de primero BGU de la unidad educativa integral “Pasos” mediante un test y una encuesta de percepción

## Capítulo 1. Marco teórico

En la era digital, la enseñanza de las matemáticas ha experimentado una transformación significativa, impulsada por el surgimiento de herramientas tecnológicas que promueven la interactividad y la visualización de conceptos abstractos. En este contexto, el software GeoGebra se ha destacado como una poderosa plataforma que fusiona la geometría, el álgebra y el cálculo en un entorno dinámico (García e Izquierdo, 2017). Este marco teórico se sumerge en la convergencia de la educación matemática y la tecnología, centrándose específicamente en la utilización de GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje de vectores y sus operaciones.

La incorporación de GeoGebra en la enseñanza de los vectores se presenta como una oportunidad única para superar las barreras tradicionales asociadas con la abstracción espacial, brindando a los estudiantes la capacidad de explorar, visualizar y manipular estos conceptos de manera interactiva (Hohenwarter et al., 2019). Este marco teórico se propone examinar las bases pedagógicas y cognitivas que respaldan el uso de GeoGebra en este contexto específico, explorando cómo esta herramienta puede potenciar la comprensión profunda de los vectores, al tiempo que se identifican posibles desafíos y áreas de mejora en la implementación educativa.

### 1.1. Estado del arte

La aplicación de tecnologías educativas en la enseñanza de las matemáticas ha experimentado un crecimiento exponencial en las últimas décadas. En particular, el software GeoGebra ha emergido como una herramienta prometedora para la enseñanza de conceptos matemáticos, destacándose por su capacidad para combinar visualización dinámica, interactividad y aplicaciones prácticas en el aula. En el ámbito específico del aprendizaje de vectores y sus operaciones, diversos estudios han explorado la eficacia de GeoGebra como recurso didáctico (Cenas et al., 2021).

Investigaciones previas han demostrado que GeoGebra facilita la visualización tridimensional de vectores, permitiendo a los estudiantes comprender intuitivamente conceptos abstractos relacionados con magnitud, dirección y operaciones vectoriales. Por ejemplo, Gutiérrez et al. (2017) realizaron un estudio experimental donde compararon el rendimiento de dos grupos de estudiantes en la comprensión de operaciones vectoriales, encontrando que aquellos que utilizaron GeoGebra mostraron un mayor grado de comprensión y retención de los conceptos.

Además, la literatura existente resalta la capacidad de GeoGebra para personalizar el aprendizaje y adaptarse a diferentes estilos de aprendizaje. Investigaciones de García et al. (2019) sugieren que la flexibilidad de GeoGebra permite a los educadores diseñar actividades que se ajusten a las necesidades individuales de los estudiantes, facilitando así un aprendizaje más personalizado y significativo.

A pesar de estos avances positivos, algunos estudios también han señalado desafíos potenciales en la implementación de GeoGebra, como la necesidad de una formación adecuada para los docentes y la gestión del tiempo en el aula (Pérez, 2018). Estos desafíos destacan la importancia de no solo examinar los beneficios de GeoGebra, sino también comprender los factores que pueden influir en su implementación efectiva.

Según Guachún y Faicán (2021) el software GeoGebra es un recurso beneficioso para la enseñanza de vectores y que, ayuda a los estudiantes a potenciar sus habilidades y a sentirse motivados por aprender. El uso de la herramienta por sí sola no provoca estos efectos, sino depende del de como el docente trabaje con esta herramienta, diseñando actividades de enseñanza que llamen la atención a los estudiantes para que ellos sean los encargados de su proceso educativo (p. 58). En el mismo sentido, Jiménez y Jiménez (2017) señalan que la tecnología es la herramienta fundamental del docente para hacer la clase más dinámica y práctica, dejar de lado técnicas memorísticas y la enseñanza mecánica, sino tratar de que el estudiante desarrolle la habilidad de un pensamiento crítico y reflexivo, de este modo, quitar la etiqueta de que la matemática es el ogro de las ciencias (p. 14).

Según Navarro y Prieto (2016) en su trabajo titulado La Matemática Del Juego De Pool. Vectores, Realidad y GeoGebra concluyen que es importante el uso de la tecnología, puesto que ayuda a mejorar el involucramiento en la materia al estudiante, pero no garantiza una mejora en su proceso de enseñanza aprendizaje, ya que es necesario que este recurso se acompañe de una secuencia instruccional, dirigida al logro de determinados propósitos de aprendizaje y guiadas por el docente, garantizando así su buena aplicación. Por tal motivo, la secuencia diseñada es una herramienta potente para la comprensión de vectores ya que, aprovecha el dinamismo y la animación de situaciones reales, lo cual le permite al estudiante establecer conexiones entre la Matemática y su entorno para resolver problemas (p. 271-272).

En resumen, el estado del arte revela un creciente interés en la integración de GeoGebra en la enseñanza de vectores y operaciones matemáticas afines, mostrando resultados prometedores en términos de mejora del rendimiento estudiantil y facilitación de la

comprensión conceptual. Sin embargo, persisten desafíos que requieren atención para maximizar el potencial de GeoGebra como recurso didáctico en este contexto específico.

## 1.2. El constructivismo

El constructivismo es una teoría educativa que sostiene que el conocimiento se construye activamente en la mente del estudiante a medida que interactúa con la información y experiencias (Carrero, 2021). Aplicado a la enseñanza de las matemáticas, el constructivismo implica un enfoque centrado en el estudiante, donde se fomenta la participación activa, la resolución de problemas y la construcción de significado.

En el constructivismo, el maestro juega un papel fundamental como facilitador del aprendizaje. En lugar de transmitir conocimientos de manera pasiva, el maestro crea un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes pueden explorar, experimentar y descubrir por sí mismos (García, 2020). Se fomenta el trabajo en grupo, la discusión y la colaboración, ya que se considera que el aprendizaje es un proceso social en el que los estudiantes pueden construir significados compartidos. En el caso de las matemáticas, el constructivismo defiende que los estudiantes comprendan no sólo los procedimientos y reglas de la materia, sino también los conceptos y relaciones que subyacen a ellas (López y Coria, 2017). Para permitir que los estudiantes desarrollen su propia comprensión matemática, se pone énfasis en el uso de materiales concretos y manipulables, así como la solución de problemas del mundo real.

### 1.2.1. Teoría del aprendizaje significativo

El aprendizaje significativo propuesto por el psicólogo educativo David Ausubel, es un enfoque que destaca la importancia de conectar nuevos conocimientos con la estructura cognitiva existente del estudiante. Esta teoría sostiene que para que el aprendizaje sea significativo, el nuevo aprendizaje debe relacionarse de manera no arbitraria y sustantiva con los conceptos ya existentes en la mente del aprendiz (Palmero, 2011). Para comprensión de esta propuesta teórica es necesario profundizar en las siguientes premisas sugeridas por Matienzo (2020):

- **Subordinación de los nuevo a lo familiar:** se refiere a que el material de aprendizaje debe presentarse de manera que se relacione con conceptos ya familiares o conceptos previos del estudiante. De esta forma, el nuevo conocimiento se subordina a los que ya conoce.

- **Organización del material:** la organización y estructura del contenido facilita el aprendizaje permitiendo que se generen relaciones entre conceptos.
- **Diferenciación entre aprendizaje significativo y mecánico:** el primero implica la integración de nuevos conocimientos con estructuras cognitivas preexistentes; mientras que el segundo se refiere a la memorización sin comprensión profunda.
- **Aprendizaje por recepción y por descubrimiento:** Ausubel ... señala dos formas principales de aprendizaje; la primera por recepción que implica recibir información directa, mientras que el aprendizaje por descubrimiento implica que los estudiantes descubran por sí mismos los conceptos.
- **Organizadores previos:** son conceptos o ideas clave que sirven como anclas para nuevos aprendizajes; para lo cual se necesitan organizadores que faciliten la asimilación de un nuevo material.
- **Contextualización del aprendizaje:** el contenido debe presentarse en un contexto relevante y significativo, ayudando a la conexión con sus experiencias y conceptos previos.
- **Transferencia de aprendizaje:** se indica que el aprendizaje significativo facilita la transferencia de conocimiento a nuevas situaciones.

En la misma línea, el aprendizaje significativo surge cuando el estudiante construye su conocimiento, relacionando los conceptos a aprender y les da un sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee. De este modo, construye conocimientos nuevos a partir de los que ya adquirió. Es así que, el aprendizaje del estudiante depende de cómo los conocimientos adquiridos previamente se enlazan con la nueva información, para ello, hay que conocer su estructura cognitiva del estudiante con el fin de saber que conceptos y proposiciones maneja, así como su grado de estabilidad (Ausubel, 1983).

### 1.2.2. La teoría de la zona de desarrollo próxima

La Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) es un concepto clave desarrollado por el psicólogo ruso Lev Vygotsky, que forma parte de su teoría sociocultural del desarrollo cognitivo. La ZDP destaca la importancia de la interacción social y la colaboración en el proceso de aprendizaje y desarrollo de habilidades. La ZDP se refiere a la distancia entre lo que un estudiante puede hacer de manera independiente y lo que puede lograr con la ayuda de un tutor, maestro o compañero más competente (Graus, 2019). Vygotsky citado por Cañedo et al. (2019) argumentan que esta zona representa el espacio donde el aprendizaje efectivo y el desarrollo de habilidades son más probables.

### **1. Niveles de Desarrollo**

Vygotsky identifica dos niveles de desarrollo: el nivel de desarrollo real y el nivel de desarrollo potencial. El nivel de desarrollo real es lo que un estudiante puede hacer por sí mismo, mientras que el nivel de desarrollo potencial es lo que puede lograr con ayuda (Graus, 2019).

### **2. Rol de la Interacción Social**

La ZDP destaca la importancia de la interacción social en el aprendizaje. Vygotsky argumenta que los estudiantes pueden lograr más cuando se les proporciona el apoyo adecuado de otros que poseen un mayor conocimiento o experiencia en el tema.

### **3. Andamiaje**

Vygotsky introdujo el concepto de andamiaje para describir el apoyo temporal que se brinda a los estudiantes mientras desarrollan nuevas habilidades. Los tutores o maestros proporcionan andamiaje al ofrecer orientación, preguntas estimulantes y apoyo estructurado (Ruso, 2001).

### **4. Desarrollo Cultural e Histórico**

La teoría de Vygotsky destaca que el desarrollo cognitivo está influido por el contexto cultural e histórico. Las herramientas culturales, como el lenguaje y las prácticas sociales, desempeñan un papel crucial en la formación de la cognición y la ZDP (Ruso, 2001).

### **5. Aplicación a la Educación**

En el contexto educativo, la ZDP sugiere que los maestros deben identificar y trabajar en la Zona de Desarrollo Próximo de cada estudiante, proporcionando desafíos y apoyo adecuados para fomentar el aprendizaje y el desarrollo (González et al., 2011).

### **6. Individualidad de la ZDP**

Cada estudiante tiene su propia ZDP, y esta puede variar según el dominio o área de habilidad. La ZDP es un concepto dinámico que cambia a medida que el estudiante adquiere nuevas habilidades y conocimientos (González et al., 2011).

Lo antes expuesto, se complementa con los fundamentos sobre el aprendizaje sociocultural propuesto por el mismo autor, el cual indica que el ser humano vive en comunidad por lo tanto aprende individualmente (intrapsicológico) y de un grupo de personas (interpsicológico) su atención, memoria y conceptos (Requena, 2008). Las explicaciones de los fenómenos psicológicos ya no apuntan al individuo, sino en las condiciones en que se desarrolla la interacción social, de manera que el sujeto individual queda “disuelto” en estructuras lingüísticas y en sistemas de relaciones sociales (Serrano González y Pons Parra, 2011).

Según Olivo y Corrales (2019), el constructivismo social expone que el ambiente de aprendizaje óptimo es aquel donde existe una interacción dinámica entre los docentes, estudiantes y las actividades que proveen oportunidades para los aprendices de crear su propia verdad, gracias a la interacción con los otros. Esta perspectiva subraya la importancia de la cultura y el contexto para comprender los acontecimientos que ocurren en la sociedad y construir conocimientos basados en esta comprensión. Por tanto, merece la pena establecer una comunicación abierta en el entorno educativo, que permita a todos los participantes contribuir al proceso de aprendizaje.

### **1.3. Propuestas didácticas**

Hoy en día la educación cuenta con nuevas formas de enseñar y aprender, integrando a la praxis docente nuevos recursos didácticos interactivos innovando así sus clases y fortaleciendo el interés y desempeño de los estudiantes en cualquier asignatura en especial la matemática. Innovar la forma de dar clases es una de los retos más actuales del docente ya que los estudiantes al estar más familiarizados con la tecnología se pierden en este tipo de instrumentos y no toman atención de cualquier materia, es por esta razón que se debe diseñar una propuesta que permita a los estudiantes desarrollar su potencial y vincular su aprendizaje a situaciones cotidianas.

Los recursos didácticos interactivos son el conjunto de elementos auditivos, visuales, gráficos, que ayudan a los estudiantes a despertar el interés, logrando de esta manera un aprendizaje significativo, de esta manera, los educandos desarrollarían sus capacidades a través de actividades motivadoras, potenciando así la retención de información, desarrollo y estimulación de habilidades y capacidades (Chisag et al., 2017). Con la integración de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en el ámbito educativo ha surgido una gran variedad de recursos didácticos, ya que permite interactuar con el estudiante y simular situaciones reales que pongan en práctica lo aprendido en clases.

Según Blanco (2012) existen diferentes ejemplos de recursos educativos didácticos que podrían ayudar al estudiante a aprender nuevas cosas, entre los más comunes este material impreso, audiovisual, objetos tridimensionales, software educativo. Los softwares educativos son aplicaciones o programas computacionales enfocados en la enseñanza y que sirven de apoyo tanto a profesores como a estudiantes, al poseer un sin número de software para escoger, el docente puede reforzar temas de diferentes maneras, con el afán de despertar el interés de los estudiantes vinculando los contenidos teóricos de la materia con clases

dinámicas y prácticas ya que permite trabajar con varios métodos gráficos como imágenes o construcciones geométricas de una forma moderna y significativa (Rovira, 2017).

#### **1.4. Las Tics como recurso de enseñanza**

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) han transformado la educación al proporcionar herramientas poderosas y recursos interactivos que pueden mejorar significativamente los procesos de enseñanza y aprendizaje (Contreras et al., 2017). En primera instancia, las TIC permiten el acceso rápido y fácil a una amplia variedad de información. Los educadores pueden utilizar recursos en línea, bases de datos y sitios web educativos para enriquecer el contenido de sus lecciones y proporcionar a los estudiantes información actualizada y relevante (Grisales-Aguirre, 2018). En segundo plano, ofrecen elementos multimedia, como imágenes, videos y simulaciones, que pueden hacer que los conceptos sean más accesibles y comprensibles. Esto ayuda a los estudiantes a visualizar y comprender mejor los temas, haciéndolos más atractivos e interactivos.

Desde otra perspectiva, las plataformas de aprendizaje en línea permiten a los educadores crear cursos virtuales, compartir materiales educativos y asignar tareas en un entorno digital; esto brinda flexibilidad en el aprendizaje y facilita el acceso a recursos educativos desde cualquier lugar (Vidal y Del Pozo, 2008). Asimismo, las TIC facilitan la colaboración entre estudiantes a través de herramientas en línea como plataformas de trabajo colaborativo, foros y wikis. Estas herramientas promueven el aprendizaje entre pares y la construcción conjunta de conocimiento.

Las TIC nos proporcionan múltiples formas de representar situaciones problemáticas que les permite a los estudiantes desarrollar estrategias de resolución de problemas y mejor comprensión de los conceptos matemáticos que están trabajando (Pichardo & Puente, 2012). Si bien es cierto que los tics son un recurso necesario en el aula de clases, es importante que el docente este capacitado para utilizarlas. Pérez (2013) afirma que:

Las TIC en esta parte del proceso, van a requerir que el/la profesor/a tenga adquiridas una serie de competencias profesionales, no solamente en el uso de la herramienta que corresponda a cada momento, sino más importante aún, en la metodología que va a utilizar y que será la que haga que el proceso alcance el o los objetivos que se haya planteado inicialmente (p. 5).

### 1.5. El software GeoGebra en el aprendizaje de la matemática

GeoGebra es un software dinámico de matemáticas que combina geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficos, estadísticas y cálculo. El objetivo de este sistema es proporcionar una herramienta interactiva y dinámica que integre diferentes áreas numéricas, puesto que busca facilitar la comprensión de conceptos matemáticos mediante la visualización y la interactividad, permitiendo a los usuarios crear construcciones matemáticas, explorar relaciones y descubrir patrones (García e Izquierdo, 2017). Los elementos que hacen de este software una herramienta útil en la enseñanza son los siguientes: interfaz con vista de álgebra, de gráficos y barra de herramientas; elementos matemáticos como vectores, funciones, etc.; construcciones dinámicas con modificación de parámetros; herramientas matemáticas; hojas de cálculo; visualización en 3D; posee un sistema algebraico computacional; compatibilidad con varias plataformas y sistemas; y finalmente, un programa gratuito de libre accesibilidad (Avecilla et al., 2015).

La facilidad que proporciona en el aprendizaje activo se basa en que los estudiantes pueden explorar y descubrir por sí mismos, lo que promueve un enfoque más participativo y autodirigido; mediante la visualización de conceptos matemáticos de manera práctica y aplicada (Arteaga et al., 2019). Desde la perspectiva docente, es una herramienta valiosa para crear materiales educativos interactivos y personalizados, que se ajusten a las necesidades de los educandos de forma efectiva (Gaona y Guerrero, 2022).

## Capítulo 2. Metodología

### 2.1. Tipo de investigación

La naturaleza de la investigación que se propuso es de tipo cuantitativo con un alcance descriptivo, para ello se utilizó un diseño cuasiexperimental ya que se tiene dos cursos de primero de bachillerato, donde se trabajó con un grupo de control y un grupo experimental

Se planteó como hipótesis que las secuencias didácticas para la enseñanza de vectores y sus operaciones con el apoyo del software GeoGebra aumenta la motivación del estudiante y mejora las calificaciones en el tema. Tomando en consideración lo expuesto en la hipótesis la investigación comprende las variables dependientes: rendimiento académico, motivación del estudiante y también la variable independiente: propuesta didáctica con el uso del software GeoGebra

### 2.2. Contexto

La Unidad Educativa Integral “Pasos” pertenece al Distrito de Educación 01D01, está ubicada en la Provincia del Azuay cantón Cuenca en una zona rural en la autopista medio Ejido San Joaquín km 2 y medio. La institución cuenta con los niveles de inicial, básica elemental, media, superior y bachillerato, donde tienen un grado para inicial y dos paralelos desde básica elemental hasta bachillerato. Los estudiantes matriculados en la institución provienen de familias de un estatus social medio alto. Al ser una institución de modalidad presencial el desarrollo de las clases es en aulas provista con Proyector y pizarra para el desarrollo de la materia

### 2.3. Población y muestra

La población y muestra son los estudiantes de los dos paralelos de primero BGU, los mismos que forman un total de 50 estudiantes. Se utilizó un tipo de muestreo no probabilístico por conveniencia ya que se eligió a este grupo de estudiantes puesto que dentro de los contenidos de la asignatura en la segunda unidad se aborda el tema de vectores como fundamentación matemática. Para la implementación de la propuesta didáctica tenemos dos cursos de primero BGU donde el grupo de control serán los del paralelo B y el grupo experimental serán los del paralelo A.

#### 2.4. Técnicas e instrumentos

La técnica que se utilizó fue el análisis de datos cuantitativos ya que como instrumento de recolección se utilizara un test de conocimientos de acuerdo a los logros de aprendizaje del tema de Vectores. El test estuvo estructurado de 9 preguntas de opción múltiple y se aplicó a los estudiantes (Anexo A), el mismo que se calificó sobre 10 puntos, una vez terminada la enseñanza de vectores con el software GeoGebra, por otro lado, se aplicó una encuesta de percepción (Anexo B), para medir el nivel de motivación de los estudiantes al utilizar la propuesta didáctica.

Además, con el fin de dar un impacto más profesional a la investigación y ponerla en valor, se han desarrollado las herramientas de recogida de datos, cuestionarios y encuestas, lo cual permitió la validación de estas herramientas en base a un grupo de expertos en la materia.

Los dispositivos y equipos que se tomó en consideración para obtener toda la información mencionada fueron la computadora, los teléfonos celulares, plataformas virtuales y calculadoras.

## Capítulo 3: Propuesta

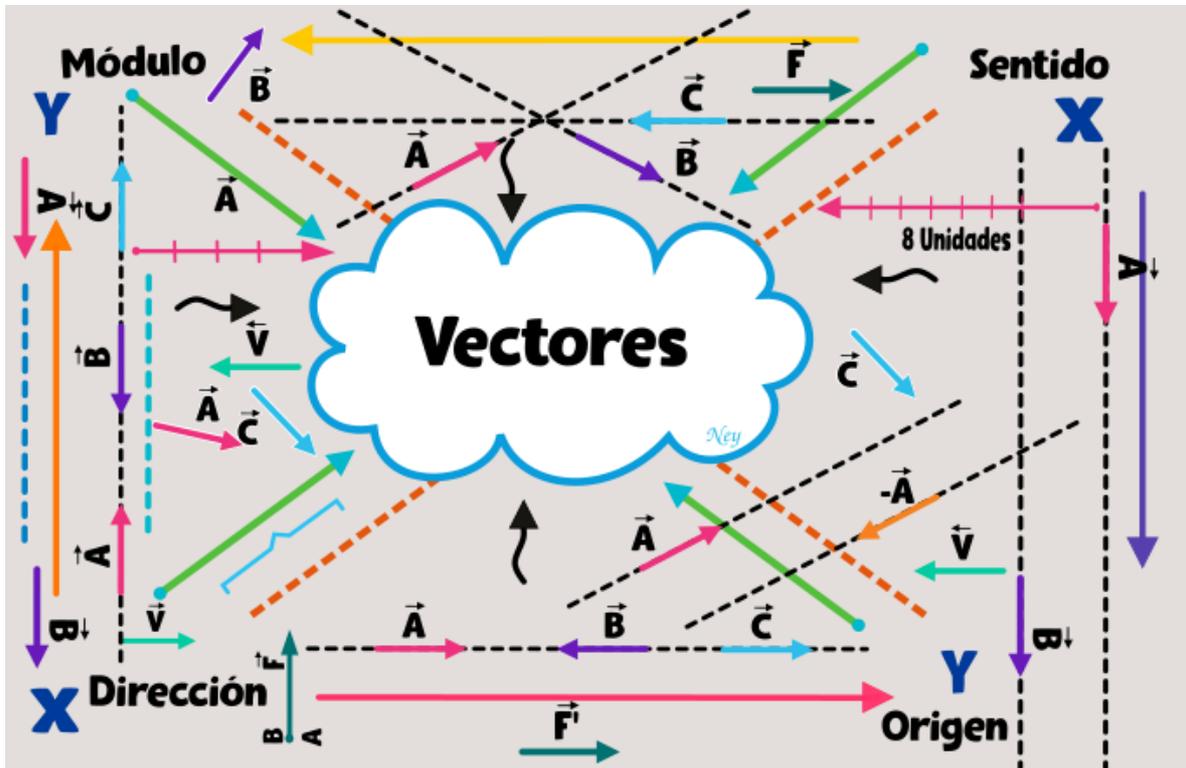
### 3.1. Introducción a la propuesta

Esta guía es un material de apoyo al estudiante, desarrollado a partir de investigaciones bibliográficas y cualitativas reflejadas en cinco clases que cubre contenidos y actividades diseñadas para desarrollar el dominio significativo del estudiante de Primero BGU en temas relevantes a la unidad 2 correspondiente a la temática de vectores y sus operaciones.

Dichas clases se estructuran según tres puntos de aprendizaje propuestos: anticipación, construcción y consolidación, y además se llevan a cabo mediante una metodología activa. La propuesta se divide de la siguiente manera: conceptos, y características generales de los vectores, suma, resta, producto escalar, ángulo entre dos vectores.

Su objetivo principal es brindar a los estudiantes un papel activo en el proceso de aprendizaje, por lo que se incluyen actividades lúdicas que garanticen un aprendizaje significativo y que puedan modificarse según las necesidades encontradas en el aula.

# Secuencia didáctica 1



Fuente: <https://ney.one/fisica-concepto-de-vector-y-tipos-de-vectores/>

**Autor:** Ing. Luis Alberto León Morales

**Área:** Matemática

**Temática:** Vectores

**Curso:** Primero de Bachillerato General Unificado

Cuenca - 2023

## Objetivos educativos

Identificar los vectores mediante sus elementos y a través de sus propiedades

## Destrezas con criterio de desempeño

**M.5.2.1. Graficar vectores en el plano (coordenadas) identificando sus características: dirección, sentido y longitud o norma.**

## Introducción al tema

En esta secuencia se trabajará el concepto de vector, mediante su representación gráfica y algebraica, a partir de diferentes situaciones y ejercicios propuestos en cada actividad con ayuda del software GeoGebra.

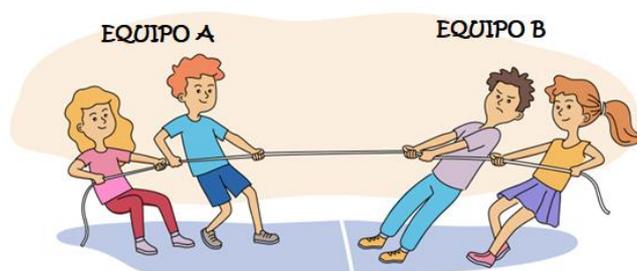
## Anticipación

### Analice las siguientes situaciones de aprendizaje:

En la imagen se representa un juego de tirar la cuerda donde se representa la fuerza que realizan los dos equipos para poder tener un ganador

### Figura 1

Niños tirando de la cuerda



**Nota.** Niños jugando al tirar la cuerda. Tomado de (freepik, 2014).

Responder las siguientes preguntas:

- ¿Para qué dirección está jalando el equipo A?
- ¿Para qué dirección está jalando el equipo B?
- ¿Según la gráfica que equipo está por ganar y porque crees que lo haga?

## Construcción

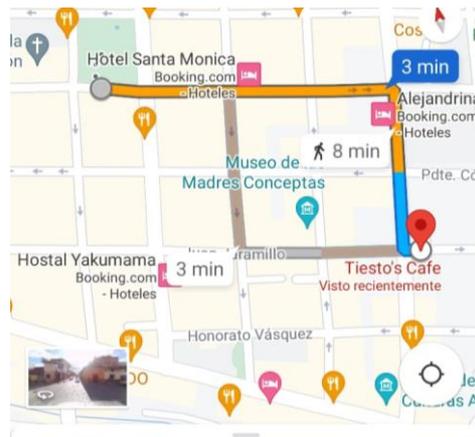
Ahora usaremos datos de situaciones cotidianas para realizar gráficos e identificar sus características, esto con ayuda del Software GeoGebra.

## Problemática

Estamos situados en el parque calderón y debemos llegar a tiestos café restaurant pues con ayuda del GPS de Google nos dice que estamos a 8 min caminando y tenemos dos alternativas como muestra la gráfica.

## Figura 2

Mapa de la ciudad de Cuenca



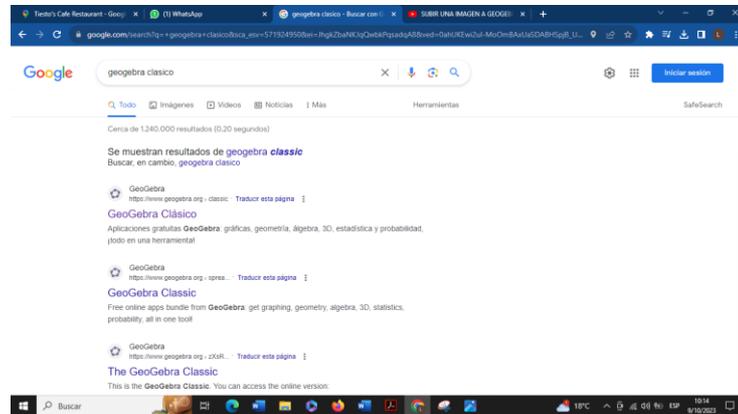
**Nota.** Mapa de la ciudad de Cuenca. Elaboración propia (2024).

Con ayuda del GeoGebra recreemos la trayectoria a seguir con ayuda de vectores:

1. Abrimos GeoGebra Clásico en el navegador.

**Figura 3**

Navegador Google buscando GeoGebra clásico

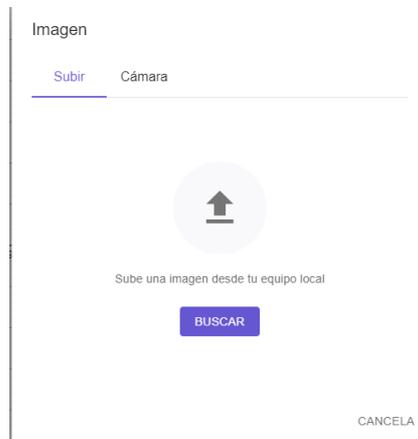


**Nota.** Navegador Google buscando GeoGebra clásico. Elaboración propia (2024).

- Insertamos la imagen que tomamos captura del teléfono móvil, para abrimos el GeoGebra en la parte superior izquierda tenemos el siguiente símbolo  al darle clic se nos despliega un menú el cual elegimos Imagen, a continuación, damos clic en Subir y vamos a Buscar la imagen en nuestro ordenador.

**Figura 4**

Menú para insertar imagen de GeoGebra clásico



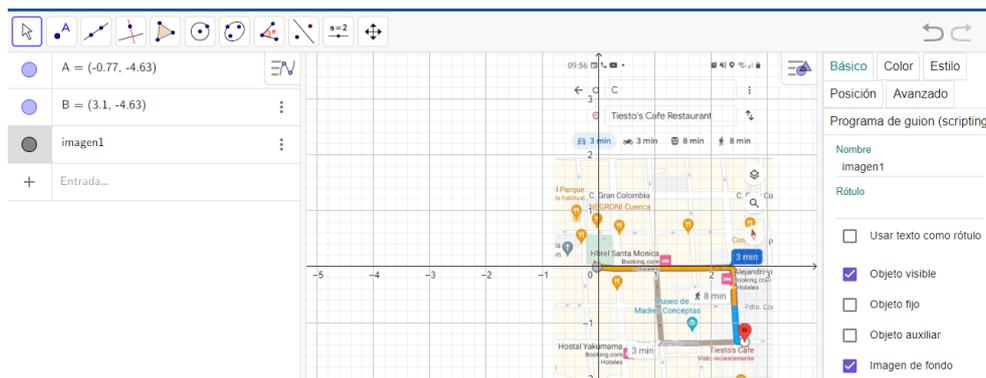
**Nota.** Menú cuando hago clic en al comando imagen de GeoGebra clásico. Elaboración propia (2024).

- Una vez que tengamos la imagen del GPS que capturamos en el teléfono ya insertada en el espacio de trabajo de GeoGebra vamos hacer coincidir el Parque Calderón con el centro de nuestro plano cartesiano, una vez tengamos lista la imagen hacemos clic

derecho, vamos al menú de propiedades, luego a básico y activamos la opción que dice imagen de fondo

**Figura 5**

Imagen insertada en la plataforma de GeoGebra clásico

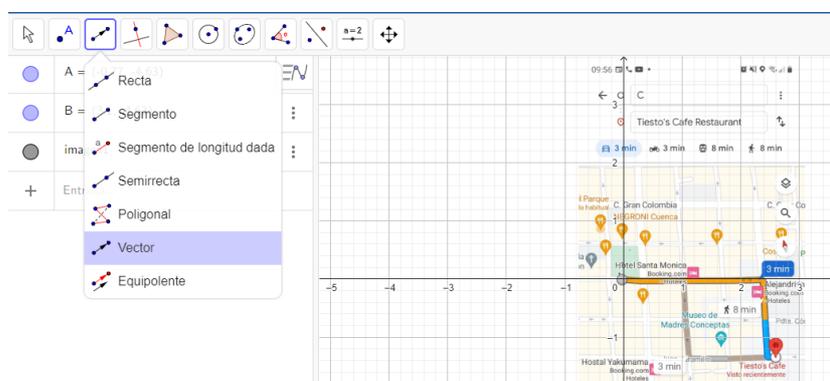


**Nota.** Imagen de GeoGebra clásico. Elaboración propia (2024).

- Una vez ya insertada la imagen y puesta como fondo de trabajo vamos a graficar la trayectoria con ayuda de los vectores para ellos vamos al símbolo  del cual se despliega un menú y elegimos la opción de vector  Vector

**Figura 6**

Menú de recta donde se elige la opción vector



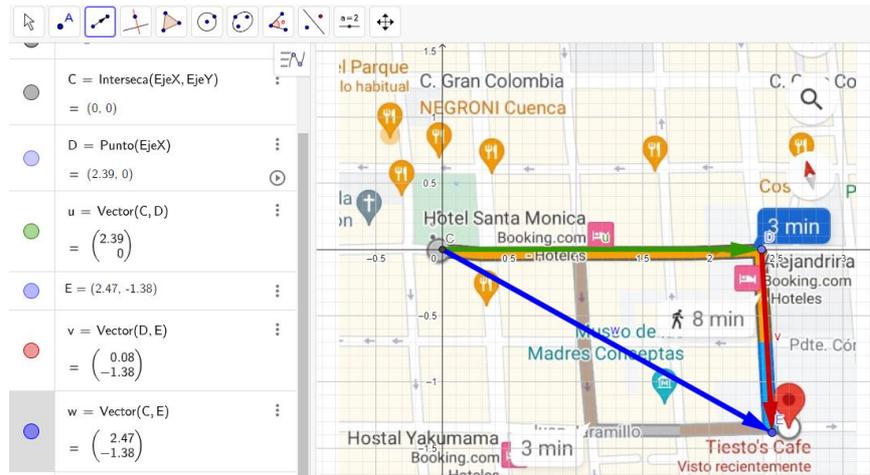
**Nota.** Menú recto. Elaboración propia (2024).

- Para poder dibujar los vectores damos clic en el origen del plano cartesiano y vamos hasta el final de la trayectoria horizontal, para el vector  $v$  damos clic en el punto final del vector  $u$  y vamos hasta el final de la trayectoria vertical, podemos modificar el color y estilo del vector dando clic derecho sobre el mismo en propiedades. Por último

trazamos el desplazamiento desde el Parque Calderon hasta el local de tiestos con el vector w.

**Figura 7**

Vectores u, v y w trazados

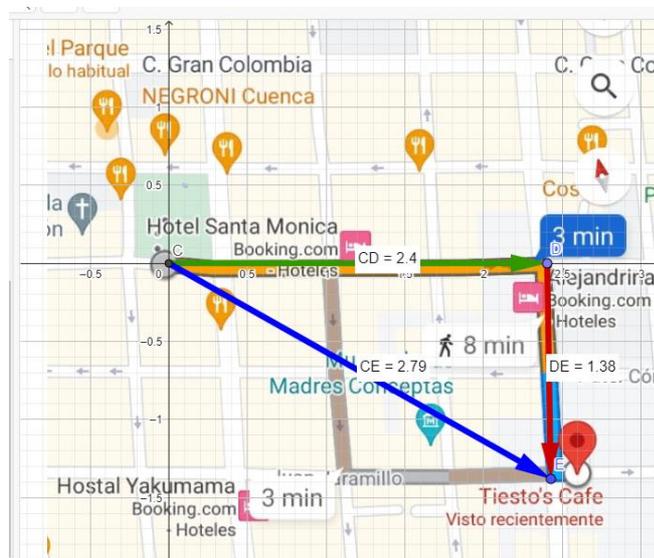


**Nota.** Vectores u, v y w trazados. Elaboración propia (2024)

- Para saber las distancias de los vectores u, v y w entramos al símbolo  donde se despliega un menú del cual debemos elegir la opción y  Distancia o Longitud seleccionar 2 puntos que en este caso sería el punto inicial y final del vector.

**Figura 8**

Vectores u, v y w con sus distancias



**Nota.** Vectores u, v y w con sus distancias. Elaboración propia (2024).

Responde las siguientes preguntas:

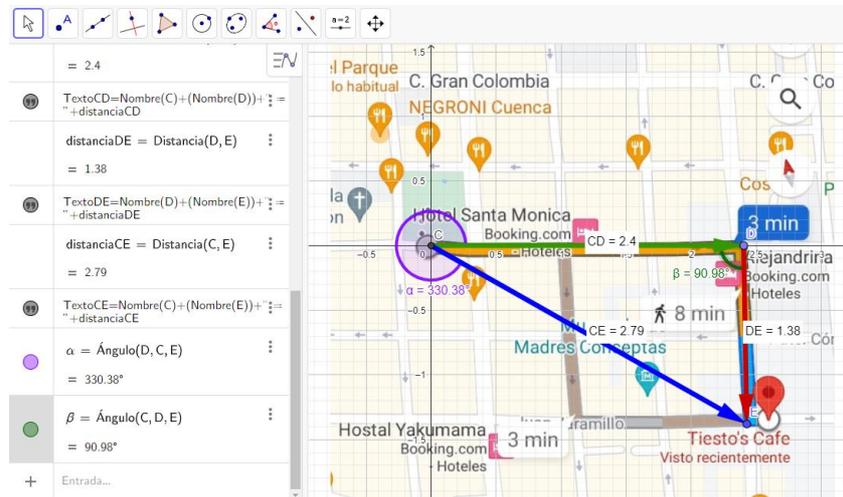
1. ¿Cuál es la diferencia entre trayectoria y desplazamiento?
2. Según la gráfica propuesta, llenar la tabla de los componentes de los vectores  $u$ ,  $v$  y  $w$ , (las puedes encontrar al lado izquierdo de la Figura 6).

<b>Vectores</b>	<b>Coordenada <math>x</math></b>	<b>Coordenada <math>y</math></b>
<b><math>u</math></b>		
<b><math>v</math></b>		
<b><math>w</math></b>		

3. Responde las siguientes preguntas
  1. ¿Cuál es el sentido del vector  $u$ ? \_\_\_\_\_
  2. ¿Cuál es el sentido del vector  $w$ ? \_\_\_\_\_
  3. ¿Cuál son los modulo del vector  $u$ ,  $v$  y  $w$ ? \_\_\_\_\_
  4. Si desearía hallar el ángulo de inclinación que forma el vector  $w$ . ¿Qué fórmula crees que me ayudaría?
    - La fórmula general
    - Teorema de Pitágoras
    - Función trigonométrica
  5. Si desearía hallar el Módulo del vector  $w$ . ¿Qué fórmula crees que me ayudaría?
    - La fórmula general
    - Teorema de Pitágoras
    - Función trigonométrica
  7. Para saber el ángulo que tiene el vector  $w$  con respecto a la horizontal usamos la opción  que nos pide 3 puntos.

**Figura 9**

Ángulo medido desde el eje x del vector w



**Nota.** Angulo medido desde el eje x del vector w. Elaboración propia (2024).

## Consolidación

### Actividades de cierre

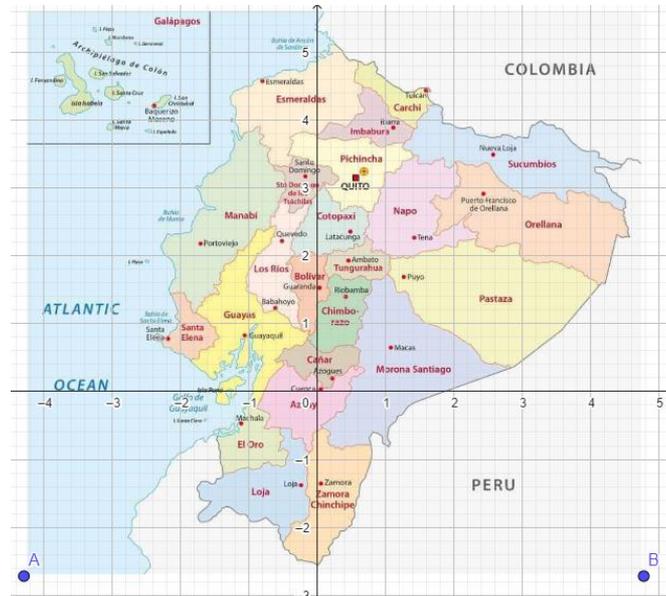
Lee la siguiente situación problema, analice y realice las actividades propuestas

**En el feriado de carnaval un grupo de amigos organiza un viaje desde Cuenca hasta Esmeraldas pasando por Guayaquil, Santa Elena y Portoviejo.**

1. Con ayuda del GeoGebra traza la trayectoria que realiza el grupo de amigos con ayuda de los vectores tal como lo hicimos en las actividades de construcción.

**Figura 10**

Mapa del Ecuador con sus provincias y capitales



**Nota.** Mapa del Ecuador con sus provincias y capitales. Tomado de (puzzlefactory, 2011)

2. Identifica las coordenadas que tiene cada vector en el trayecto.

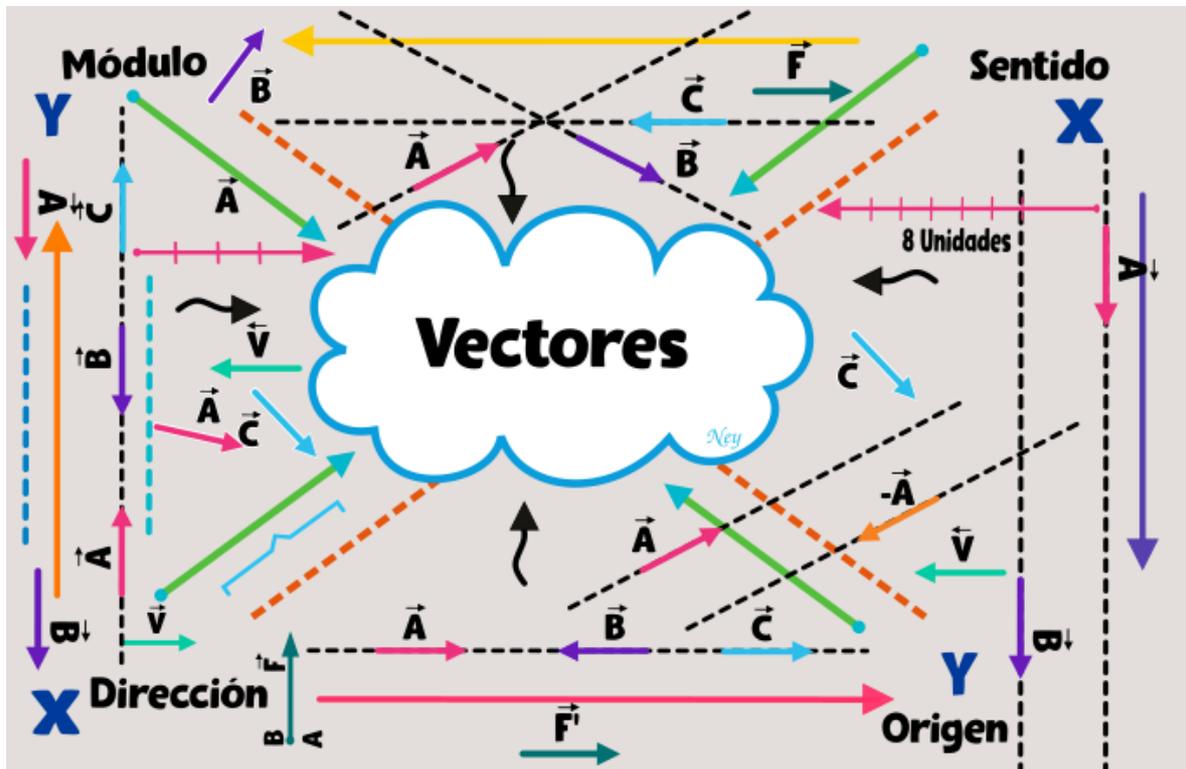
<b>Vectores</b>	<b>Coordenada x</b>	<b>Coordenada y</b>

3. Traza un vector que va desde Cuenca hasta Esmeraldas que indique el desplazamiento realizado en el viaje
4. Identifica la modulos de cada vector que se hizo la trayectoria
5. Encuentra el módulo del desplazamiento desde Cuenca hasta Esmeraldas

### Conclusiones

1. ¿A qué llamamos vector?
2. ¿Cuáles son los elementos que definen un vector, descríbalos?
3. ¿Qué fórmula uso para encontrar el módulo de un vector?
4. ¿Qué fórmula uso para encontrar la dirección de un vector?

# Secuencia didáctica 2



Fuente: <https://ney.one/fisica-concepto-de-vector-y-tipos-de-vectores/>

**Autor:** Ing. Luis Alberto León Morales

**Área:** Matemática

**Temática:** Suma de vectores

**Curso:** Primero de Bachillerato General Unificado

Cuenca - 2023

**Objetivos educativos.**

Calcular la suma, resta y multiplicación de vectores mediante problemas de la vida cotidiana y representarlos con el software GeoGebra

**Destrezas con criterio de desempeño.**

**M.5.2.3. Sumar, restar vectores y multiplicar un escalar por un vector de forma geométrica y de forma analítica, aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano.**

**Introducción al tema.**

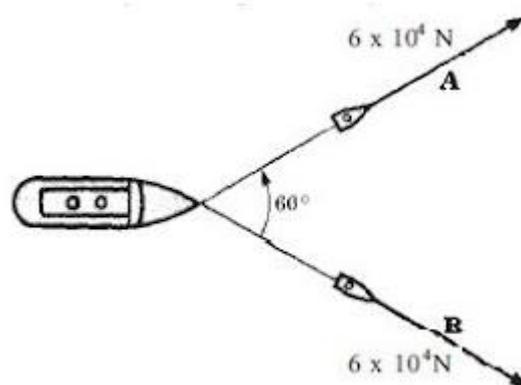
Teniendo los vectores módulo, dirección y sentido, la suma de vectores no sigue las reglas de una suma tradicional, como en el caso de los escalares, por lo que a continuación, descubriremos dos sencillas formas de hacerlo.

**Anticipación.****Analice las siguientes situaciones de aprendizaje:**

En la imagen se representa un barco dañado en el mar siendo remolcado por dos barcos pequeños.

**Figura 11**

Barco siendo remolcado por dos barcos



**Nota.** Barco siendo remolcado por dos barcos con fuerzas distintas. Tomado de (El blog de Neox\_UDAL, 2017).

Responder las siguientes preguntas:

¿Qué operación crees que te ayudaría a encontrar la fuerza total con la que se mueve el Barco?

¿Si la corriente marina está en contra cuál crees que sea la operación que se deba realizar para encontrar la fuerza total ahora?

¿Crees que el ángulo que este puesto en la figura de los botes influye en algo para calcular la fuerza total?

Palabras clave:

De las actividades anteriores, con la ayuda de su tutor, extraer las palabras clave que servirán para formar la definición de suma de vectores.

1. ....
2. ....
3. ....

### Construcción.

Con ayuda de GeoGebra, graficaremos algunos casos que vivimos en nuestro día:

### Problemática.

Dos estudiantes Juan y Andrés viajan a distintos cantones de la provincia del Azuay para hacer la rural en su carrera de medicina, Juan viaja a Paute y Andrés a Oña.

### Figura 12

Mapa de la provincia del Azuay y sus cantones

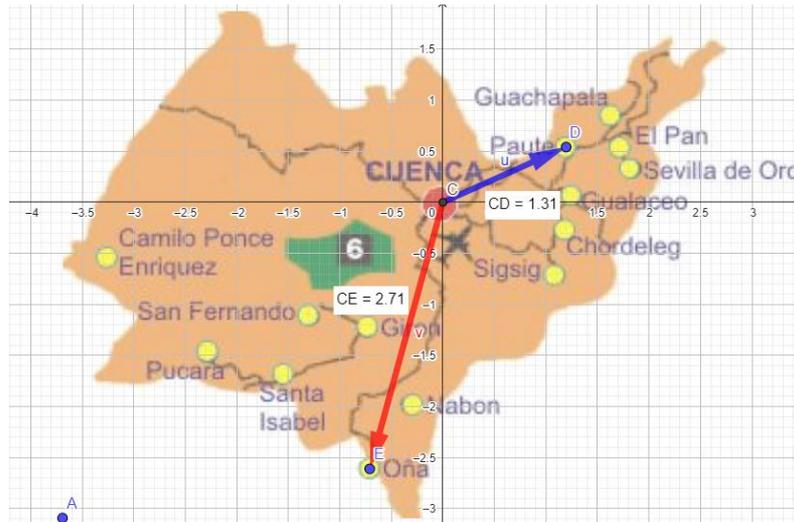


**Nota.** Mapa de la provincia del Azuay con sus cantones. Tomado de (EduRed, 2022).

1. Con ayuda del GeoGebra se recrea la trayectoria de cada uno de los estudiantes y las distancias de los mismos

**Figura 13**

Vectores de las trayectorias de Juan y Andrés con sus distancias



**Nota.** Vectores  $u$  y  $v$  son la trayectoria de Juan y Andrés. Elaboración propia (2024).

2. Responde las siguientes preguntas:

¿Cuál estudiante está más alejado de Cuenca?

¿Si quisieras saber la distancia total recorrida por los dos estudiantes que fórmula matemática aplicarías?

¿Crees que al sumar los módulos de los vectores tendremos la distancia total recorrida por los dos estudiantes? Justifica tu respuesta

3. Según la gráfica propuesta llenar la tabla de los componentes de los vectores  $u$ ,  $v$

<b>Vectores</b>	<b>Componente <math>x</math></b>	<b>Componente <math>y</math></b>
<b><math>u</math></b>		
<b><math>v</math></b>		

4. Suma los componentes de los vectores  $u$  y  $v$  con ayuda de la siguiente tabla y grafica el vector resultante en GeoGebra y encuentra su modulo

<b>Vectores</b>	<b>Componente <math>x</math></b>	<b>Componente <math>y</math></b>
<b><math>u</math></b>		

	+	+
<b>v</b>		
<b>Resultante</b>		

5. Suma los módulos de los vectores u y v con ayuda de la siguiente tabla

<b>Vectores</b>	<b>Modulo</b>
<b>u</b>	
	+
<b>v</b>	
<b>Resultante</b>	

- Explica porque el módulo del vector resultante con la suma de su componente no es igual a la suma de los módulos de los vectores
- Comprueba que el vector resultante que obtuviste con la suma del componente es el mismo aplicando el método del paralelogramo usando la herramienta



**Figura 14**

Paralelogramo trazado con los vectores equipolentes de GeoGebra



**Nota.** Paralelogramo trazado con vectores equipolentes. Elaboración propia (2024).

8. ¿Si donde tiene que ir Andrés la distancia es el doble de la que tiene ahora como representarías ese vector en GeoGebra?
9. ¿Si donde tiene que ir Juan la distancia es la mitad de la que tiene ahora como representarías ese vector en GeoGebra?
10. Si desearía hallar el ángulo de inclinación que forma el vector  $u$  ¿Qué fórmula crees que te ayudaría?
  - La fórmula general
  - Teorema de Pitágoras
  - Función trigonométrica

Palabras clave:

De las actividades anteriores, con la ayuda de su tutor, extraer las palabras clave que servirán para formar el concepto de suma de vectores.

1. ....
2. ....
3. ....

### **Consolidación.**

#### **Actividades de cierre**

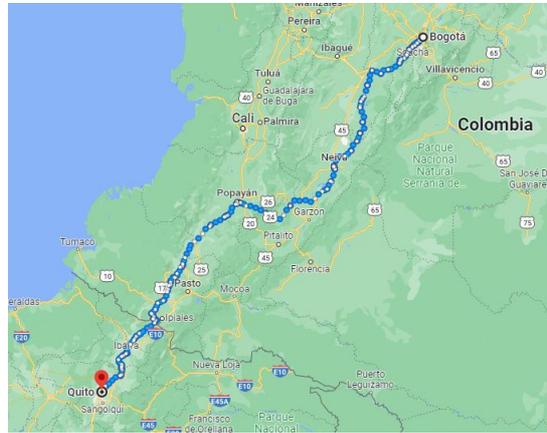
**Lee la siguiente situación problema, analice y realice las actividades propuestas.**

Para realizar un viaje de negocios Rafaela y Rebeca toman un avión a Bogotá, Rafaela pudo conseguir uno que va directo desde Quito Hasta Bogotá, pero Rebeca tuvo que comprar uno con escala en Cali y luego a Bogotá

1. Con la ayuda de GeoGebra traza la trayectoria que realiza Rebeca y Rafaela por separado

**Figura 15**

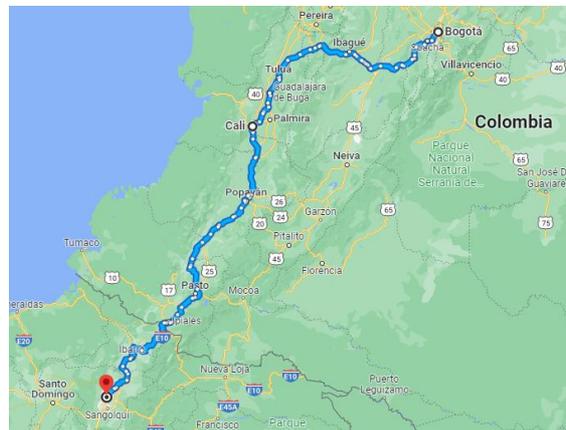
Viaje de Rafaela trazado con Google Maps



**Nota.** Viaje de Rafaela trazado con Google Maps. Elaboración propia (2024).

**Figura 16**

Viaje de Rebeca trazado con Google Maps



**Nota.** Viaje de Rebeca trazado con Google Maps. Elaboración propia (2024).

2. Identifica las coordenadas que tiene cada vector en el trayecto de Rebeca y Rafaela

<b><i>Viaje de Rebeca</i></b>		
<b><i>Vectores</i></b>	<b><i>Coordenada x</i></b>	<b><i>Coordenada y</i></b>
<b><i>Viaje de Rafaela</i></b>		
<b><i>Vector</i></b>	<b><i>Coordenada x</i></b>	<b><i>Coordenada y</i></b>

--	--	--

3. Encuentra el módulo de las trayectorias de Rebeca y Rafaela y compáralo con GeoGebra

<b>Viaje de Rebeca</b>		
<b>Vectores</b>	<b>Modulo</b>	<b>Modulo GeoGebra</b>
<b>Viaje de Rafaela</b>		
<b>Vector</b>	<b>Modulo</b>	<b>Modulo GeoGebra</b>

4. Realiza la suma de vectores del viaje de Rebeca y compáralo con el viaje de Rafaela

<b>Vectores</b>	<b>Componente x</b>	<b>Componente y</b>
	+	+
<b>Resultante</b>		

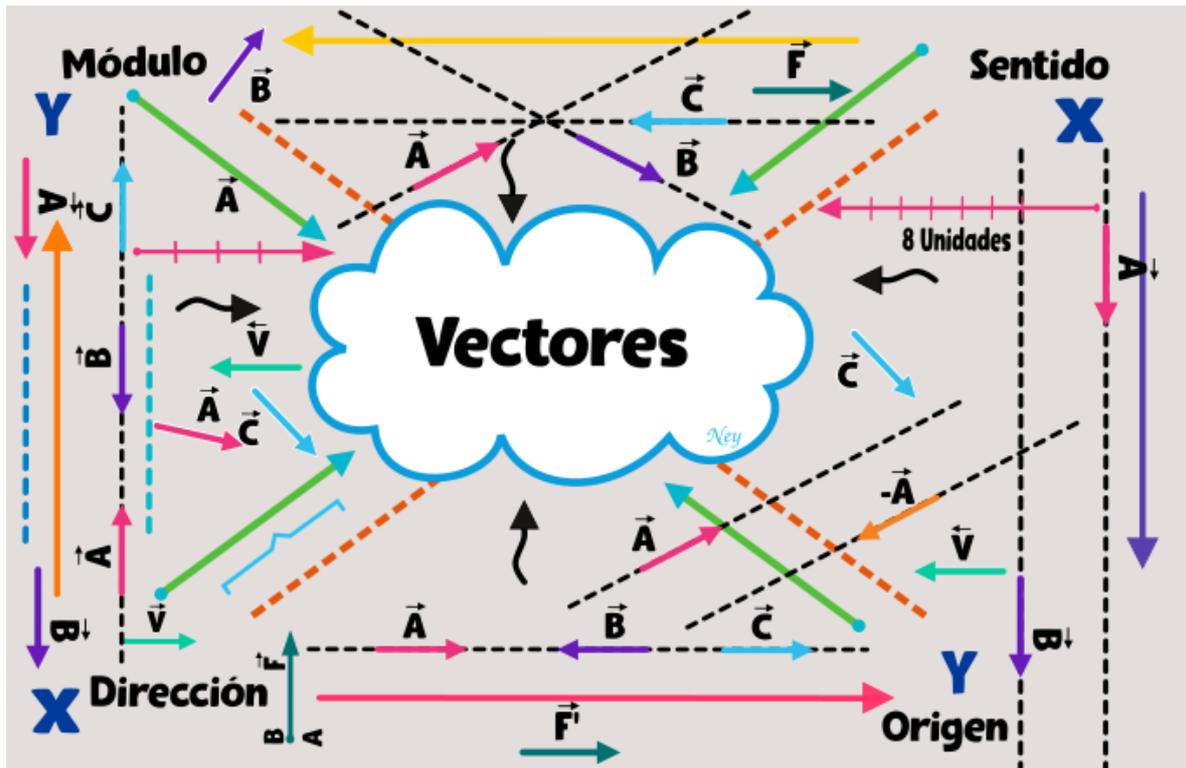
5. Escribe las conclusiones de su comparación

Si el vector resultante de rebeca y el vector de Rafaela se le duplica. ¿Siguen en terreno colombiano o ya no? Justifica tu respuesta con ayuda de GeoGebra

### Conclusiones

5. Al sumar dos vectores se obtiene ..... llamado .....
6. ¿En qué consiste el método algebraico en suma de vectores?
7. ¿En qué consiste el método gráfico en suma de vectores?
8. ¿Cuál es el orden de la suma de vectores y como se representa simbólicamente?

# Secuencia didáctica 3



Fuente: <https://ney.one/fisica-concepto-de-vector-y-tipos-de-vectores/>

**Autor:** Ing. Luis Alberto León Morales

**Área:** Matemática

**Temática:** Resta de vectores

**Curso:** Primero de Bachillerato General Unificado

Cuenca - 2023

### Objetivos educativos

Calcular la suma, resta y multiplicación de vectores mediante problemas de la vida cotidiana y representarlos con el software GeoGebra

### Destrezas con criterio de desempeño

**M.5.2.3. Sumar, restar vectores y multiplicar un escalar por un vector de forma geométrica y de forma analítica, aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano.**

### Introducción al tema

Ahora que hemos completado el tema de la suma de vectores, la resta se realiza de la misma forma, siempre teniendo en cuenta las propiedades básicas de cada vector y su orden. Hay dos formas sencillas de hacer esto mediante métodos matemáticos y gráficos.

### Anticipación

#### Analice la siguiente situación de aprendizaje:

En la imagen se representa un barco dañado en el mar siendo remolcado por dos barcos pequeños.

#### Figura 17

Dos personas empujando una caja en sentido contrario



**Nota.** Dos personas empujando una caja en sentido contrario. Tomado de (123RF, 2005)

Responder las siguientes preguntas:

¿Si las dos personas tienen la misma fuerza que pasaría con la caja?

¿Si la persona de la derecha es más fuerte que la de la izquierda que operación matemática me ayudara a saber la fuerza resultante que tengo en la caja?

¿Si la persona de la izquierda empuja la caja con un ángulo de  $30^\circ$  crees que afecte en algo la fuerza resultante?

Palabras clave:

De las actividades anteriores, con la ayuda de su tutor, extraer las palabras clave que servirán para formar la definición de resta de vectores.

1. ....
2. ....
3. ....

## Construcción

Con ayuda de GeoGebra, graficaremos algunos casos que vivimos en nuestro día:

## Problemática

Martin toma un vuelo de Santiago de Chile hasta New York de la Aerolínea latan 532, tal como se muestra en la figura 15 el avión va a una velocidad 874 Km/h en sentido Noroeste, pero el viento está soplando a 100 km/h sentido Norte. ¿Qué velocidad resultante tiene el avión si estaría el viento en sentido contrario?

## Figura 18

Trayectoria de vuelo Martin

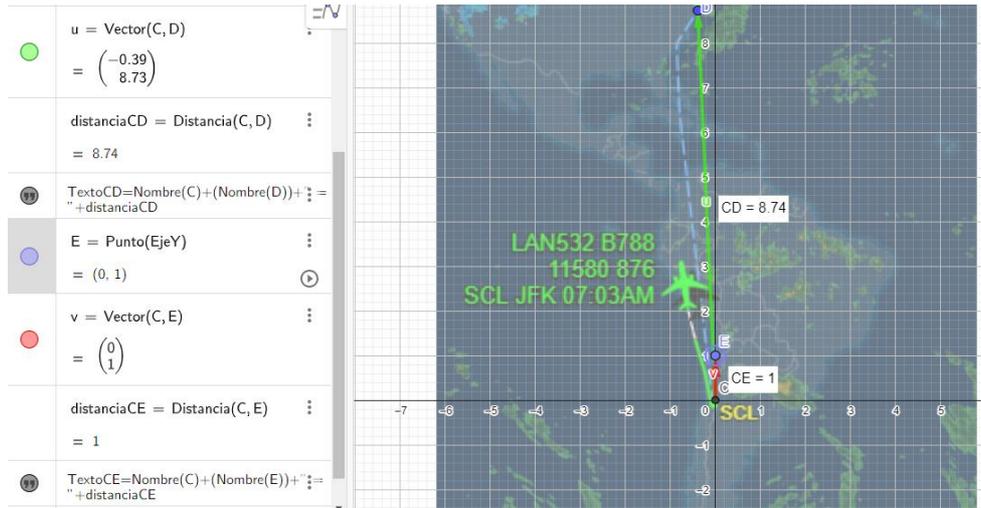


**Nota.** Trayectoria del vuelo de Martin. Tomado de (flightaware, 2005)

1. Con ayuda del GeoGebra se recrea la trayectoria de del avión y del viento con módulos de 8,74 y de 1 reduciendo la escala.

**Figura 19**

Vectores trayectoria del avión y del viento



**Nota.** Vectores u y v del viento y del avión. Elaboración propia (2024).

2. Responde las siguientes preguntas:

- ¿El viento en sentido contrario me genera que el avión vaya más lento o más rápido?
  - ¿Si quisieras saber la velocidad resultante del avión que tendría que hacer con el viento?
  - ¿Crees que al restar los módulos de los vectores tendremos la velocidad total del avión?
- Justifica tu respuesta

3. Según la gráfica propuesta llenar la tabla de los componentes de los vectores u, v

Vectores	Componente x	Componente y
<b>u</b>		
<b>v</b>		

4. Resta los componentes de los vectores u y v con ayuda de la siguiente tabla y grafica el vector resultante en GeoGebra y encuentra su modulo

Vectores	Componente x	Componente y
<b>u</b>		
	-	-

<b>v</b>		
<b>Resultante</b>		

5. Resta los módulos de los vectores  $u$  y  $v$  con ayuda de la siguiente tabla

<b>Vectores</b>	<b>Modulo</b>
<b>u</b>	
	-
<b>v</b>	
<b>Resultante</b>	

- Explica porque el módulo del vector resultante con la resta de su componente es igual a la resta de los módulos de los vectores
- Comprueba que el vector resultante que obtuviste con la suma del componente es el mismo aplicando el método del triángulo usando la herramienta  Equipolente

©CE=Nombre(CI)+f(Nom)

**Figura 20**

Triangulo trazado con los vectores equipolentes de GeoGebra



**Nota.** Triangulo trazado con vectores equipolentes y el viento en sentido contrario. Elaboración propia (2024).

- ¿Si el viento su velocidad sería el doble de la que tiene ahora como representarías ese vector en GeoGebra?
- ¿Si la velocidad del avión sería la mitad como representarías ese vector en GeoGebra?

10. Si desearía hallar el ángulo de inclinación que forma el vector  $a$  ¿Qué fórmula crees que te ayudaría?

- La fórmula general
- Teorema de Pitágoras
- Función trigonométrica.

Palabras clave:

De las actividades anteriores, con la ayuda de su tutor, extraer las palabras clave que servirán para formar el concepto de resta de vectores.

1. ....
2. ....
3. ....

**Consolidación.**

**Actividades de cierre**

**Lee la siguiente situación problema, analice y realice las actividades propuestas.**

Una pareja de esposos se gana un viaje por crucero desde Panamá hasta Cancún en la empresa Sol Caribe, y va a una velocidad de 50.59 Km/h si la corriente marina esta al norte a una velocidad de 10Km/h ¿Cuál será la velocidad del crucero si va contra corriente?

1. Con la ayuda de GeoGebra traza las velocidades del crucero y de la corriente de mar.

**Figura 21**

Ruta del crucero trazado con Google Maps



**Nota.** Viaje del crucero trazado con Google Maps. Elaboración propia (2024).

2. Identifica las coordenadas que tiene cada vector velocidad del crucero y de la corriente marina

<b>Velocidad del crucero</b>		
<b>Vector</b>	<b>Coordenada x</b>	<b>Coordenada y</b>
<b>Velocidad de la corriente marina</b>		
<b>Vector</b>	<b>Coordenada x</b>	<b>Coordenada y</b>

- Encuentra el módulo de las velocidades tanto del crucero como de la corriente y compáralo con GeoGebra

<b>Velocidad del crucero</b>		
<b>Vectores</b>	<b>Modulo</b>	<b>Modulo GeoGebra</b>
<b>Velocidad de la corriente marina</b>		
<b>Vector</b>	<b>Modulo</b>	<b>Modulo GeoGebra</b>

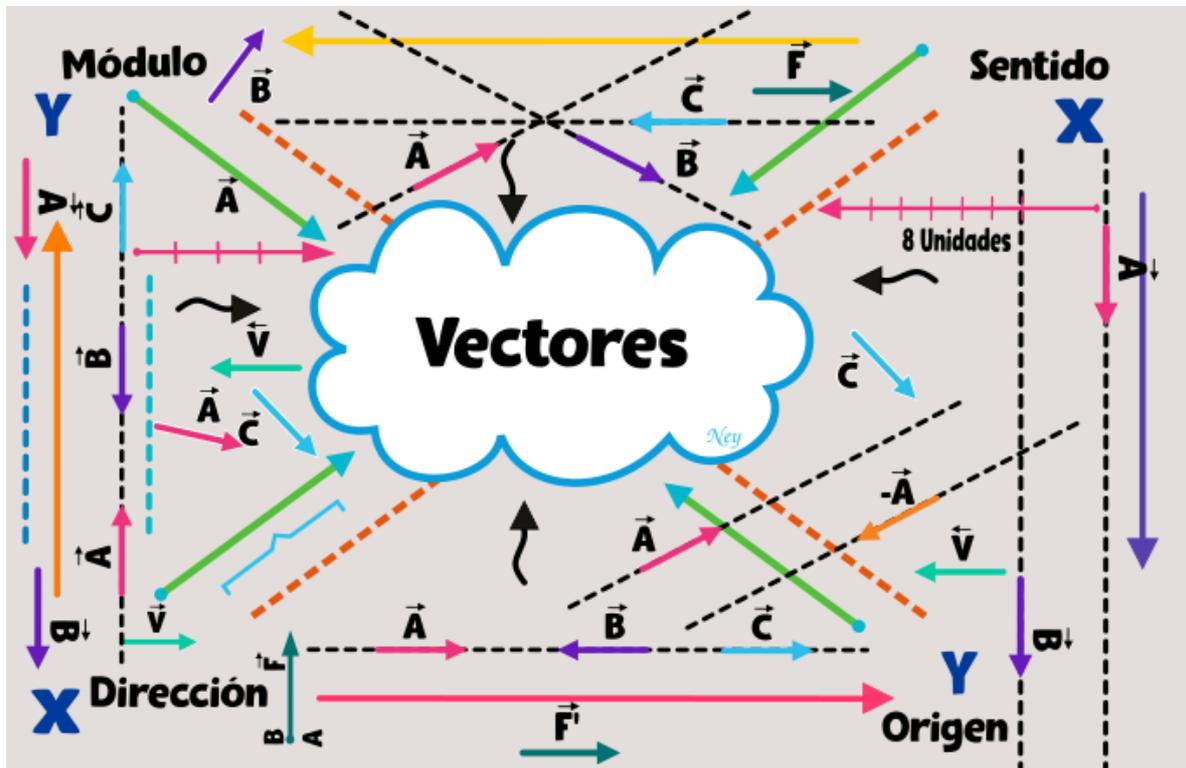
- Realiza la resta de vectores de la velocidad del crucero con la velocidad de la corriente de mar para averiguar el vector resultante de la velocidad del crucero

<b>Vectores</b>	<b>Componente x</b>	<b>Componente y</b>
	-	-
<b>Resultante</b>		

### Conclusiones

- Al restar dos vectores se obtiene ..... llamado .....
- ¿En qué consiste el método algebraico en resta de vectores?
- ¿En qué consiste el método gráfico en resta de vectores?
- ¿Cuál es el orden de la resta de vectores y como se representa simbólicamente?

# Secuencia didáctica 4



Fuente: <https://ney.one/fisica-concepto-de-vector-y-tipos-de-vectores/>

**Autor:** Ing. Luis Alberto León Morales

**Área:** Matemática

**Temática:** Angulo director y Componentes

**Curso:** Primero de Bachillerato General Unificado

Cuenca – 2023

## Objetivos educativos

Determinar el ángulo director y las componentes de vectores mediante problemas de la vida cotidiana y representarlos con el software GeoGebra

## Destrezas con criterio de desempeño

**Reconocer que dos vectores son ortogonales cuando su producto escalar es cero, y aplicar el teorema de Pitágoras para resolver ejercicios geométricos con operaciones y elementos de  $R^2$ , de forma manual M.5.2.8.**

## Introducción al tema

En esta secuencia se abordó el concepto de ángulo director y componentes de un vector mediante su representación gráfica y algebraica, a partir de diferentes situaciones y ejercicios propuestos en cada actividad con ayuda del software GeoGebra.

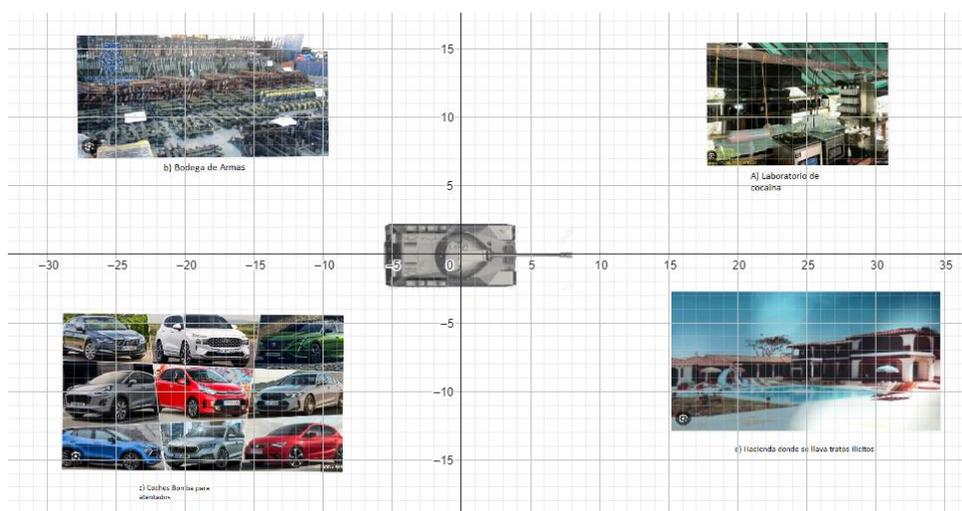
## Anticipación

### Analice las siguientes situaciones de aprendizaje:

Imagina que eres un fabricante de cañones para tanques de guerra donde tiene que destruir objetivos en el orden propuesto en la siguiente imagen sin moverse todo solo su arma de combate.

## Figura 22

Tanque de guerra con objetivos de ataque



**Nota.** Tanque de guerra con objetivos de ataque. Elaboración Propia (2024).

Responder las siguientes preguntas:

¿Si la distancia al laboratorio de cocaína está a una distancia de 25km al este y 10 km al norte desde donde está el tanque, Como calculas el ángulo que debe girar el cañón del tanque?

¿Si la distancia a la bodega de armas está a una distancia de 20km al este y 10 km al norte desde donde está el tanque, Como calculas el ángulo que debe girar el cañón del tanque?

¿Si la bodega de coches bomba está a un ángulo de  $206,7^\circ$  medido desde el eje este, y a una distancia del tanque de 22,36 km, Como encuentras su posición en ejes cardinales?

Palabras clave:

De las actividades anteriores, con la ayuda de su tutor, extraer las palabras clave que servirán para formar la definición de ángulo director y componentes de vectores.

1. ....
2. ....
3. ....

### **Construcción.**

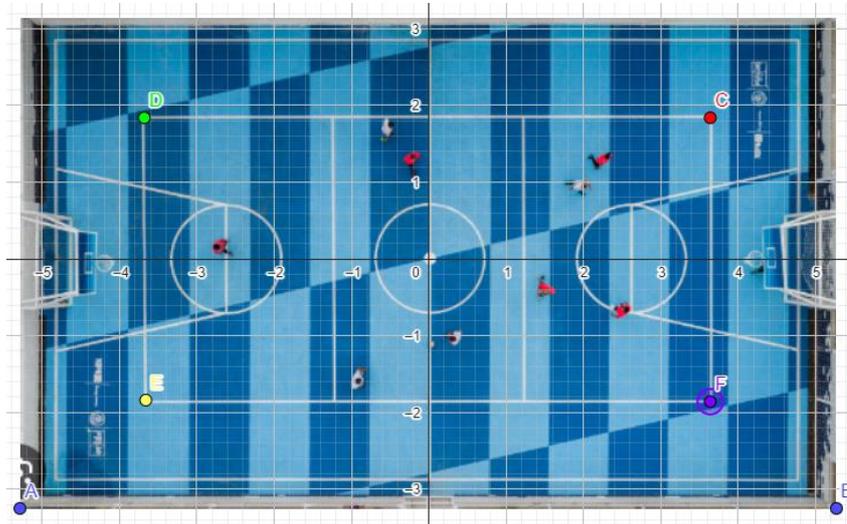
Con ayuda de GeoGebra, graficaremos algunos casos que vivimos en nuestro día:

### **Problemática.**

En un juego de quemados 5 estudiantes están en el centro de la cancha de básquet de la institución donde se lanza un balón y el encargado de quemar se queda en centro y los demás corren hasta ponerse a resguardo en las esquinas de la cancha de vóley ¿Que ángulo debe girar en sentido contrario a las manecillas del reloj para quemar a sus compañeros sin moverse del centro de la cancha?

**Figura 23**

Posición de los estudiantes en el juego de quemados

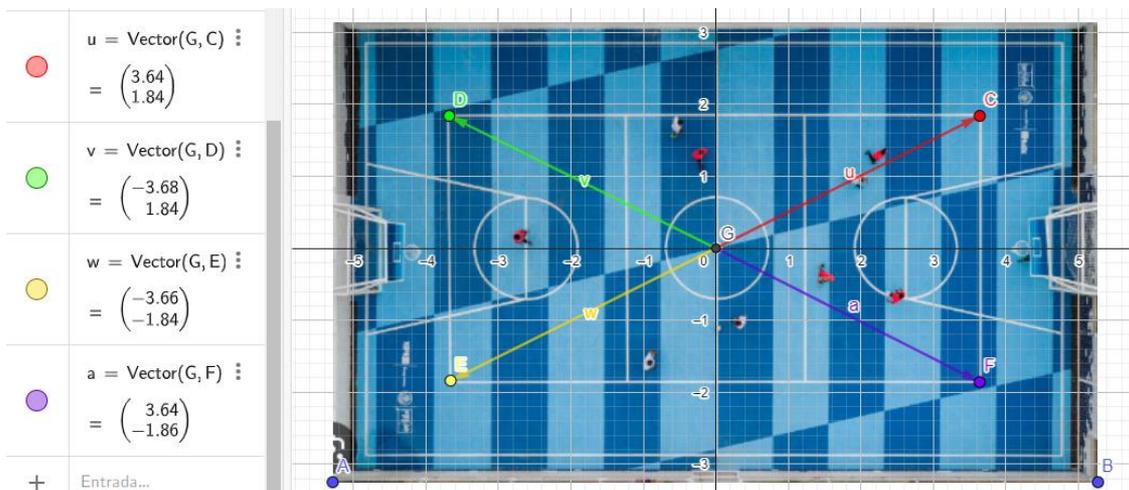


**Nota.** Posición de los estudiantes en el juego de quemado. Elaboración Propia (2024).

1. Con ayuda del GeoGebra traza los vectores de posición de los estudiantes a los que el jugador del medio va a quemar

**Figura 24**

Vectores trayectoria de la posición de los estudiantes



**Nota.** Vectores u, v, w y a son las posiciones de cada estudiante. Elaboración propia (2024).

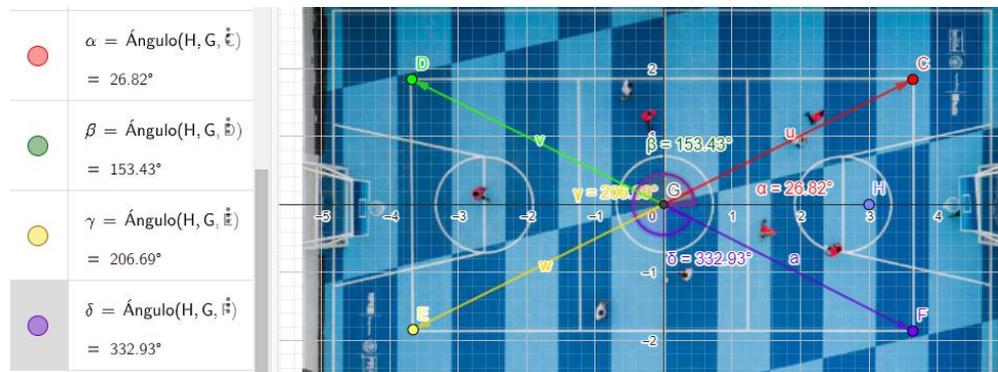
2. Según la figura 24 llenar la tabla de los componentes de los vectores  $u$ ,  $v$ ,  $w$  y  $a$

Vectores	Componente $x$	Componente $y$
$u$		
$v$		
$w$		
$a$		

3. Se encuentra el ángulo de giro con ayuda del GeoGebra eligiendo la opción  Ángulo que permite trazar el ángulo de cada vector tomando como referencia tres puntos. En este caso, se pone un punto de referencia en el eje  $x$  que es el punto  $H$  (3,0)

**Figura 25**

Ángulo de los vectores trazado desde el punto de referencia



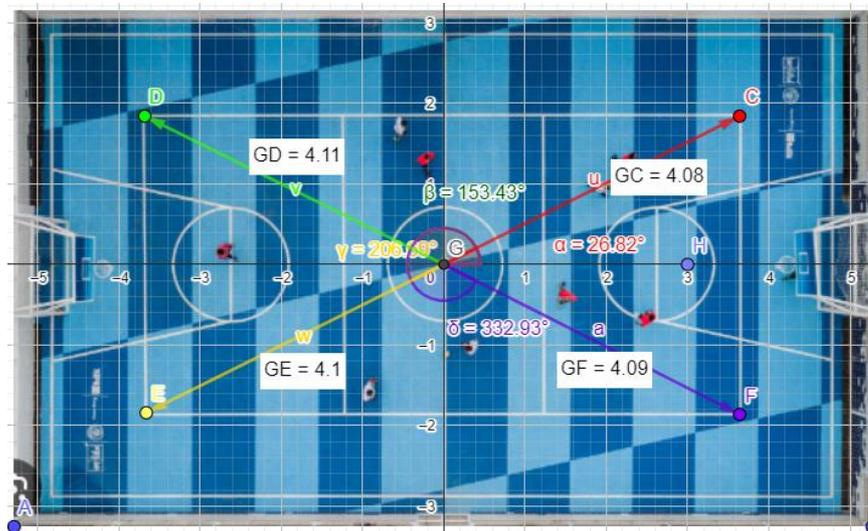
**Nota.** Angulo de los vectores  $u$ ,  $v$ ,  $w$  y  $a$ . Elaboración propia (2024).

4. Según la figura 25, llenar la tabla con los ángulos de los vectores  $u$ ,  $v$ ,  $w$  y  $a$

Vectores	Legra griega	ángulo
$u$	$\alpha$	
$v$	$\beta$	
$w$	$\gamma$	
$a$	$\delta$	

**Figura 26**

Módulos de los Vectores u, v, w y a



**Nota.** Módulos de los vectores u, v, w y a. Elaboración propia (2024).

5. Según figura 26, llenar la tabla con los módulos de los vectores u, v, w y a

<b>Vectores</b>	<b>Modulo</b>
<b>u</b>	
<b>v</b>	
<b>w</b>	
<b>a</b>	

6. Si deseara hallar el ángulo  $\alpha$  que me da GeoGebra con sus componentes x y y de manera analítica. ¿Qué fórmula crees que ayudaría?

- $\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{modulo de } u}{\text{componente } x}\right)$
- $\alpha = \text{cos}^{-1}\left(\frac{\text{modulo de } u}{\text{componente } y}\right)$
- $\alpha = \text{Tg}^{-1}\left(\frac{\text{componente } y}{\text{componente } x}\right)$

7. Para calcular el valor de la componente x que da GeoGebra del vector u de manera analítica ¿Qué fórmula crees que ayudaría?

- $x = \text{Modulo } u * \text{sen}(\alpha)$
- $x = \text{Modulo } u * \text{cos}(\alpha)$
- $x = \text{Modulo } u * \text{tg}(\alpha)$

8. Para calcular el valor de la componente y que da GeoGebra del vector  $u$  de manera analítica ¿Qué fórmula crees que ayudaría?

- $y = \text{Modulo } u * \text{sen}(\alpha)$
- $y = \text{Modulo } u * \text{cos}(\alpha)$
- $y = \text{Modulo } u * \text{tg}(\alpha)$

Palabras clave:

De las actividades anteriores, con la ayuda de su tutor, extraer las palabras clave que servirán para formar el concepto ángulo director y componentes de vectores.

1. ....
2. ....
3. ....

### Consolidación

#### Actividades de cierre

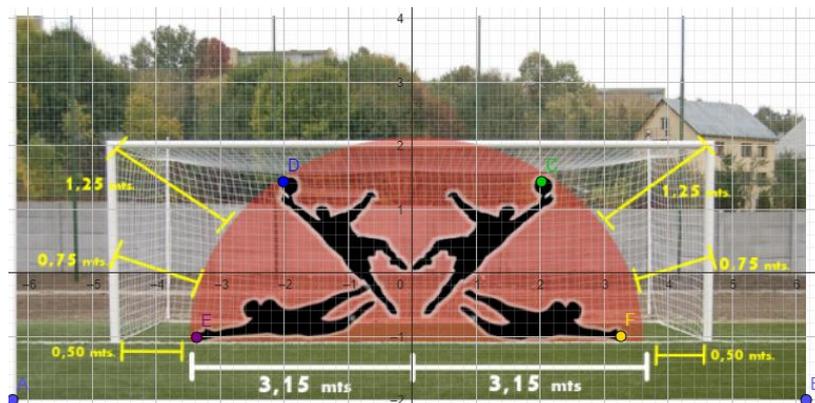
Lee la siguiente situación problema, analice y realice las actividades propuestas.

Un portero de futbol se prepara para tapar un penalti con la condición de que le jugador que va a cobrar que solo puede tirar a las esquinas superiores e inferiores del arco ¿Cuál será los ángulos directores medidos desde el centro de gravedad del portero con respecto al eje x?

1. Con la ayuda de GeoGebra traza los vectores a donde tiene acceso el portero desde su centro de gravedad como se muestra en la figura 24.

**Figura 27**

Puntos de cobertura de un portero en un penal



**Nota.** Puntos de cobertura. Elaboración propia (2024).

2. Identifica las coordenadas que tiene cada vector de la imagen propuesta con ayuda del GeoGebra

<b>Puntos de cobertura de un portero</b>		
<b>Vectores</b>	<b>Coordenada x</b>	<b>Coordenada y</b>

3. Encuentra el módulo de los puntos de cobertura con ayuda del GeoGebra

<b>Vector</b>	<b>Modulo</b>

4. Encuentra el ángulo director de los vectores tomando como punto de referencia un punto cualquiera en el eje x positivo del GeoGebra

<b>Vectores</b>	<b>Letra Griega</b>	<b>Angulo</b>

5. Calcula el módulo, componentes de cada vector y el ángulo director con ayuda de las fórmulas que interpretamos en la actividad de construcción y llena las tablas

<b>Vectores</b>	<b>Componente x calculada</b>	<b>Componente x de GeoGebra</b>


<b>Vectores</b>	<b>Componente y calculada</b>	<b>Componente y de GeoGebra</b>

<b>Vectores</b>	<b>Angulo director calculado</b>	<b>Angulo director de GeoGebra</b>

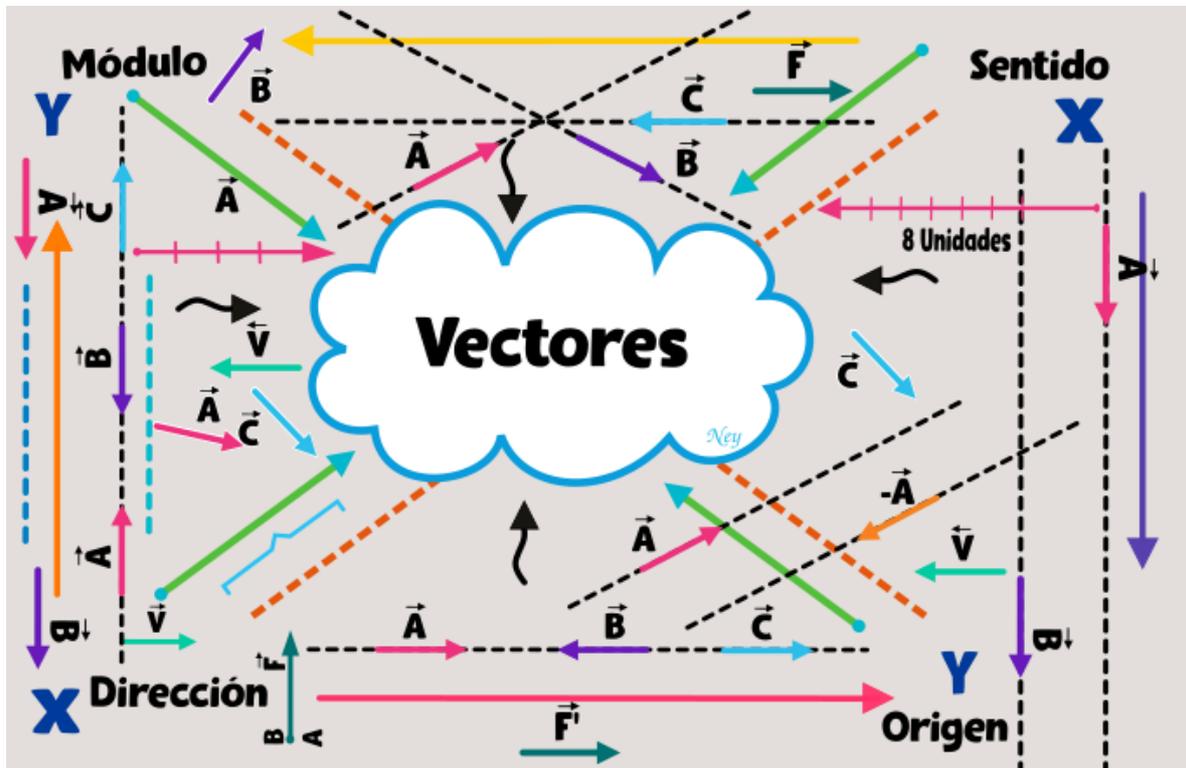
<b>Vectores</b>	<b>Componente y calculada</b>	<b>Componente y de GeoGebra</b>

## Conclusiones

1. Para obtener el ángulo director de los vectores se mide desde el .....  
Hasta el vector .....
2. ¿Qué fórmula aplica para obtener los componentes x de un vector?
3. ¿Qué fórmula aplica para obtener los componentes y de un vector?
4. ¿Qué fórmula aplica para obtener el ángulo director de un vector?
5. ¿Cuándo un vector se encuentra en el cuadrante III de un plano cartesiano la fórmula para hallar sus componentes afecta los signos?

6. ¿Cuándo un vector se encuentra en el cuadrante III de un plano cartesiano la fórmula para hallar su ángulo director es afectada por los signos?

# Secuencia didáctica 5



Fuente: <https://ney.one/fisica-concepto-de-vector-y-tipos-de-vectores/>

**Autor:** Ing. Luis Alberto León Morales

**Área:** Matemática

**Temática:** Producto Escalar y ángulo entre vectores

**Curso:** Primero de Bachillerato General Unificado

Cuenca - 2023

### Objetivos educativos

Determinar el ángulo director y las componentes de vectores mediante problemas de la vida cotidiana y representarlos con el software GeoGebra

### Destrezas con criterio de desempeño

**Reconocer que dos vectores son ortogonales cuando su producto escalar es cero, y aplicar el teorema de Pitágoras para resolver ejercicios geométricos con operaciones y elementos de  $R^2$ , de forma manual M.5.2.8.**

### Introducción al tema

En esta secuencia se abordará en concepto el producto escalar de dos vectores planos reales, sus propiedades y resolveremos varios ejemplos paso a paso. A modo de aplicación, también definimos y calculamos el ángulo formado por dos vectores.

### Anticipación

#### Analice las siguientes situaciones de aprendizaje:

Hoy en día los programas de reconocimiento facial son los más comunes en dispositivos móviles y para poder desbloquear sea su celular o alguna aplicación de texto, el funcionamiento se basa en, analizar los puntos nodales como la distancia entre tus ojos o la forma de tus pómulos.

### Figura 28

Puntos de nodales para reconocimiento facial



**Nota.** Puntos de referencia para reconocer rostros. Tomado de: (Gestion, 2005).

Responder las siguientes preguntas:

¿Si se toma como punto de referencia la nariz, se podrá medir la distancia que existe hacia los ojos?

¿Si se toma como referencia la nariz se podrá medir el ángulo de apertura que hay en los ojos, como sería este proceso aplicando vectores?

¿Si se toma como referencia la nariz se podrá medir el ángulo de apertura que hay en la boca, como sería este proceso aplicando vectores?

Palabras clave:

De las actividades anteriores, con la ayuda de su tutor, extraer las palabras clave que servirán para formar la definición de ángulo entre dos vectores y producto escalar

1. ....
2. ....
3. ....

## Construcción

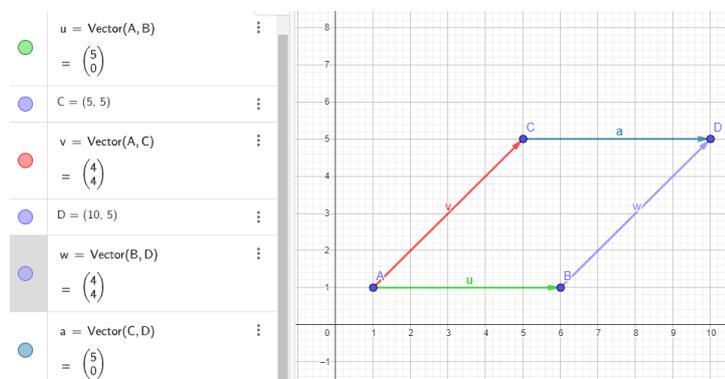
Con ayuda de GeoGebra, graficaremos algunos casos que vivimos en nuestro día:

## Problemática

Un terreno de forma de un paralelogramo se le representa con vectores como se muestra en la siguiente figura, Calcular el área y los ángulos que forma sus lados con ayuda del GeoGebra.

**Figura 29**

Terreno en forma de paralelogramo



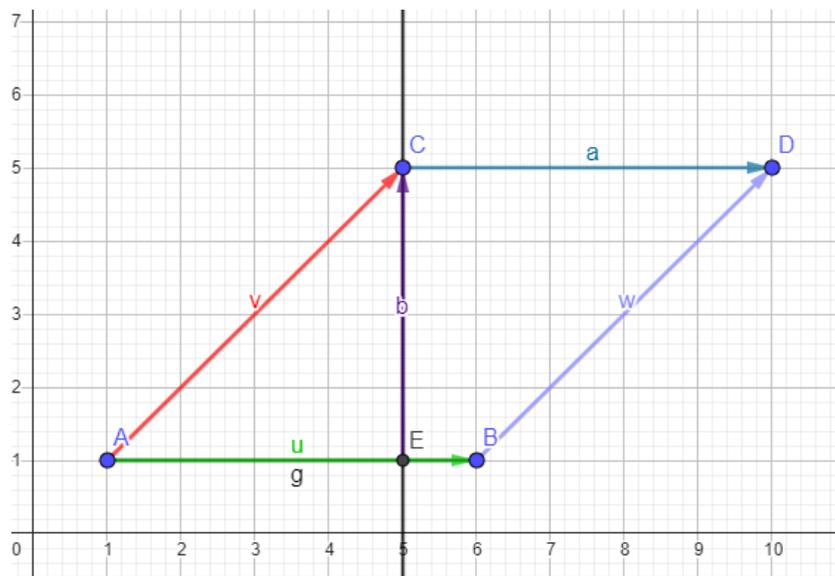
**Nota.** Terreno en forma de paralelogramo. Elaboración Propia (2024).

9. Con ayuda del GeoGebra traza los vectores de forma similar a la figura propuesta con tus dimensiones propuestas
10. Para encontrar el área de un paralelogramo es necesario su base y su altura, en este caso la base está representada por el vector  $u$ , con ayuda de la herramienta traza un vector del punto C hasta el vector  $u$  y graficamos un vector desde el punto de intersección hasta el vector C como se muestra en la siguiente figura.



**Figura 30**

Vector perpendicular  $b$  a  $u$



**Nota.** Vector perpendicular  $b$  a  $u$ . Elaboración Propia (2024).

11. Según la figura 29 y 30 llenar la tabla de los componentes de los vectores  $u$  y  $b$

<b>Vectores</b>	<b>Componente <math>x</math></b>	<b>Componente <math>y</math></b>
<b><math>u</math></b>		
<b><math>b</math></b>		

12. Para hallar el área del paralelogramo multiplicar la base por la altura en este caso los vectores  $u$  y  $b$ , multiplicar los componentes de cada vector y sumarlos

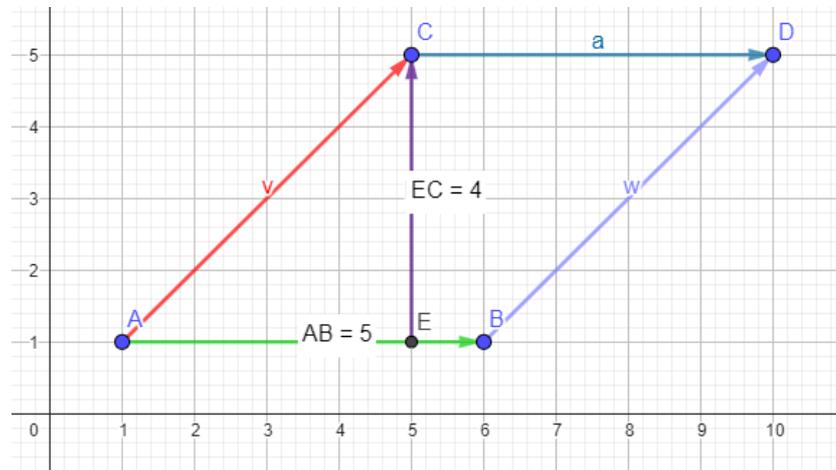
<b>Vectores</b>	<b>Componente <math>x</math></b>		<b>Componente <math>y</math></b>		<b>Resultado</b>

$u \cdot b$		+		=	
-------------	--	---	--	---	--

13. Encuentra el módulo del vector  $u$  y  $b$  con ayuda del geogebra como se muestra en la siguiente figura.

**Figura 31**

Módulos del vector  $u$  y  $b$



**Nota.** Módulos del vector  $u$  y  $b$ . Elaboración propia (2024).

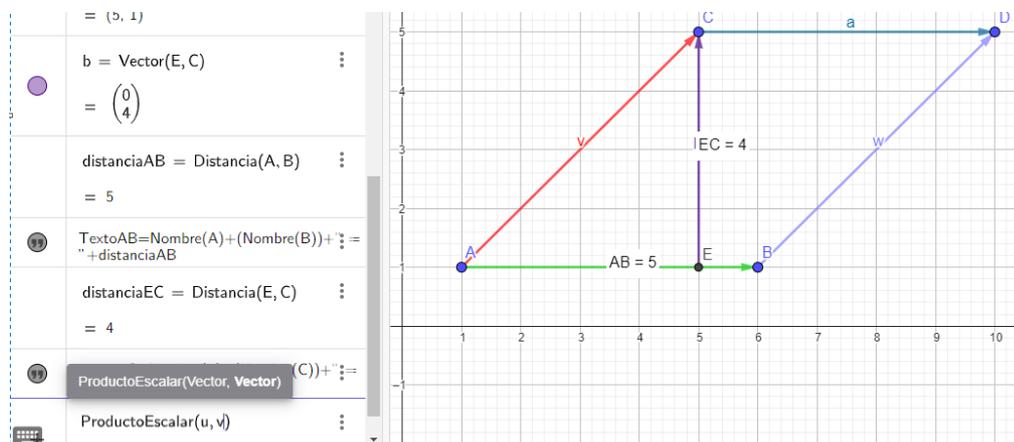
14. Según la figura 31, multiplica las distancias de los módulos de  $u$  y  $b$  y compara con la multiplicación de vectores

<b>Vectores</b>	<b>Módulos</b>
$u$	
	*
$b$	
<b>Resultado</b>	

15. En GeoGebra hay un comando que realiza toda la operación de multiplicar vectores, escribe en la barra de entrada Producto Escalar, y selecciona los vectores  $u$  y  $v$  como se muestra en la siguiente figura.

**Figura 32**

Comando Producto Escalar



**Nota.** Comando *Producto Escalar*. Elaboración propia (2024).

16. De la misma forma podemos hallar el ángulo entre los vectores con ayuda de la

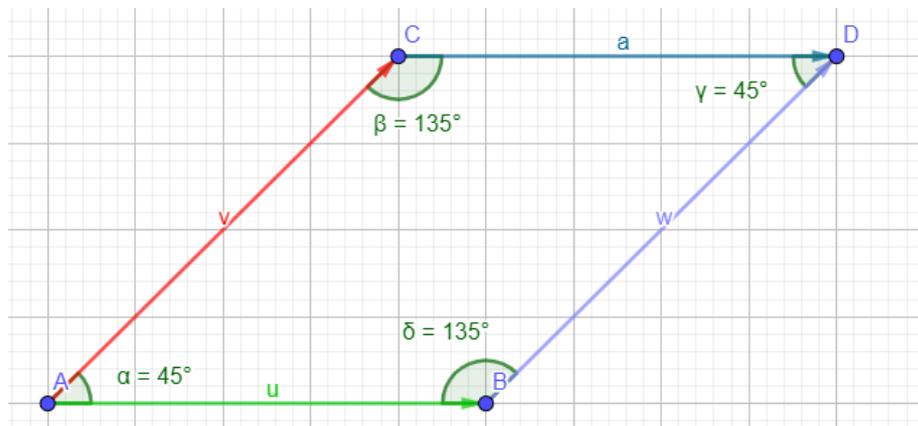


herramienta, en este caso encontrar el ángulo entre los

vectores  $u-v$ ,  $v-a$ ,  $a-w$  y  $u-w$ .

**Figura 33**

Ángulo entre los vectores



**Nota.** Angulo entre los vectores. Elaboración propia (2024).

17. Según la figura 33 completa los ángulos entre los vectores propuestos

Vectores	Angulo
$u-v$	
$v-a$	

<b>a-w</b>	
<b>u-w</b>	

18. El Comando en GeoGebra de producto escalar se basa en una fórmula que se describe a continuación:

$$u * v = |\vec{u}| * |\vec{v}| * \cos(\alpha)$$

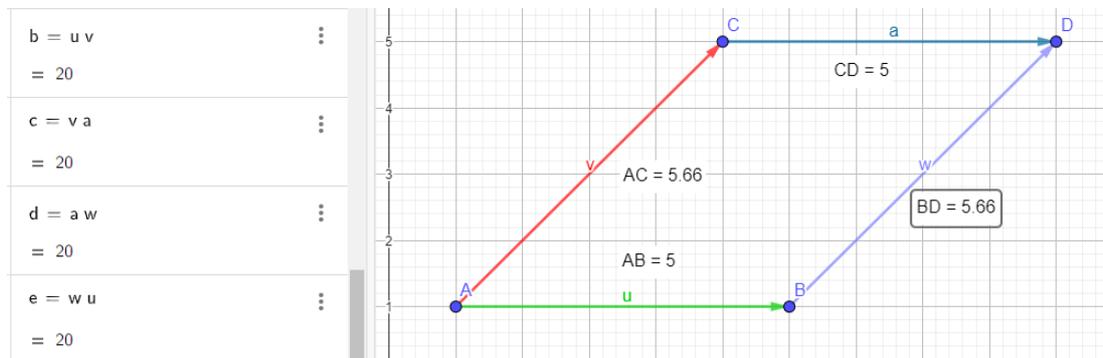
19. Si se desea encontrar el ángulo entre los dos vectores esta fórmula podría ayudar se despeja de la siguiente manera

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{u * v}{|\vec{u}| * |\vec{v}|}\right)$$

20. Para comprobar esta fórmula, con ayuda del GeoGebra encuentra la distancia de cada vector y su producto escalar.

**Figura 34**

Módulo y Producto escalar



**Nota.** Módulo y Producto escalar. Elaboración propia (2024).

21. Según la figura 34 completa los ángulos entre los vectores propuestos

<b>Vectores</b>	<b>Módulo</b>	<b>Producto escalar</b>	<b>Resultado</b>
<b>u</b>		<b>u * v</b>	
<b>v</b>		<b>v * a</b>	

<b>w</b>		<b>a * w</b>	
<b>a</b>		<b>u * w</b>	

22. Aplicando la fórmula propuesta, comprueba si se obtiene los ángulos de la figura 29 de manera analítica

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{u * v}{|\vec{u}| * |\vec{v}|}\right)$$

<b>Angulo</b>	<b>Resultado</b>
<b><math>\alpha</math></b>	
<b><math>\beta</math></b>	
<b><math>\gamma</math></b>	
<b><math>\delta</math></b>	

Palabras clave:

De las actividades anteriores, con la ayuda de su tutor, extraer las palabras clave que servirán para formar el concepto producto escalar y ángulo entre dos vectores

1. ....
2. ....
3. ....

**Consolidación.**

**Actividades de cierre**

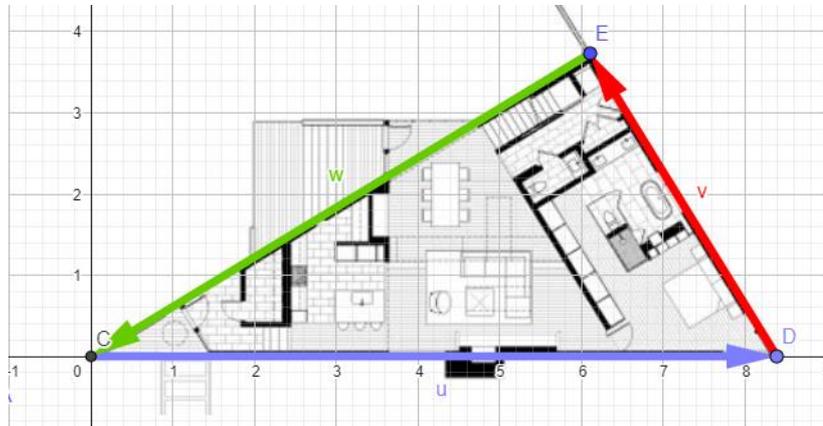
**Lee la siguiente situación problema, analice y realice las actividades propuestas.**

Andrés tiene un terreno de forma triangular donde quiere saber sus dimensiones y el área del mismo, además de los ángulos que lo forman con ayuda de GeoGebra

1. Con la ayuda de GeoGebra traza los vectores que forman el terreno triangular.

**Figura 35**

Vectores del terreno triangular



**Nota.** Vectores del terreno triangular. Elaboración propia (2024).

- Identifica las coordenadas que tiene cada vector de la imagen propuesta con ayuda del GeoGebra

<i>Puntos de cobertura de un portero</i>		
<i>Vectores</i>	<i>Coordenada x</i>	<i>Coordenada y</i>

- Encuentra el módulo de cada vector con ayuda del GeoGebra

<i>Vector</i>	<i>Modulo</i>

- Encuentra producto escalar de los vectores propuestos con la ayuda de GeoGebra

<b>Vectores</b>	<b>Producto Escalar</b>
$u * w$	
$w * v$	
$u * v$	

9. Encuentra el ángulo de los vectores propuestos con la ayuda de GeoGebra

<b>Vectores</b>	<b>Letra Griega</b>	<b>Angulo</b>
$u-w$		
$w-v$		
$u-v$		

10. Calcula el producto escalar de dos vectores de manera analítica y comparar con la obtenida en GeoGebra

<b>Vectores</b>	<b>Producto escalar calculado</b>	<b>Producto escalar de GeoGebra</b>
$u * w$		
$w * v$		
$u * v$		

11. Calcula el producto ángulo entre de dos vectores de manera analítica y comparar con la obtenida en GeoGebra

<b>Vectores</b>	<b>Angulo Calculado</b>	<b>Angulo de GeoGebra</b>
$u-w$		
$w-v$		
$u-v$		

$u \cdot w$		
-------------	--	--

## Conclusiones

1. Para obtener el producto escalar de los vectores se debe multiplicar .....  
y luego .....
2. ¿Qué fórmula aplicar para hallar el ángulo entre dos vectores?
3. ¿Qué fórmula aplicar para obtener el módulo de un vector?
4. ¿Qué pasa si el producto escalar es cero?

## Capítulo 4: Análisis y Resultados

### 4.1. Tabulación de los datos

Para tabular los resultados se utilizó la herramienta JAMOV, plataforma estadística que permite analizar de manera confiable y precisa los datos de los grupos control y experimental correspondientes al Primer BGU "A" y al Primero "B", respectivamente. JAMOV se puede utilizar para realizar la prueba de Shapiro-Wilk para evaluar la normalidad de los datos, la prueba de Levene para evaluar la homogeneidad de las varianzas y la prueba T.

La prueba de Shapiro-Wilk, como lo menciona Quintas (2020), se basa en la idea de comparar la distribución de los datos con una distribución normal teórica y determinar si existen diferencias significativas. La hipótesis nula de la prueba establece que los datos de una población se distribuyen normalmente. La hipótesis alternativa establece que los datos no siguen una distribución normal. La interpretación de los resultados de la prueba se basa en el valor p del estadístico de prueba. Si el valor p es menor que 0,05, rechazamos la hipótesis nula y concluimos que los datos no siguen una distribución normal. Por otro lado, si el valor p excede el valor de significancia, no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.

Además, antes de utilizar la prueba T de Student, es imprescindible llevar a cabo la prueba de Levene, la cual examina si las varianzas son uniformes. Desarrollada por Howard Levene en 1960, esta prueba se emplea para determinar si las varianzas entre dos o más grupos son estadísticamente equivalentes. La hipótesis nula asume que las varianzas son iguales en todos los grupos, mientras que la hipótesis alternativa sugiere que al menos un par de grupos presenta varianzas distintas. La interpretación de los resultados de la prueba se fundamenta en el valor p asociado con la estadística de prueba; si dicho valor es menor que un nivel de significancia predeterminado de 0.05, se rechaza la hipótesis nula, concluyendo que al menos un par de grupos posee varianzas diferentes. En caso contrario, si el valor p supera el nivel de significancia, no se dispone de suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula.

Por último, se utilizó la prueba T de Student, que es una herramienta estadística importante para comparar medias entre dos grupos. Esta prueba, introducida por William Sealy Gosset en 1908 bajo el seudónimo de "Student", es muy importante a la hora de tomar decisiones en diversos campos de la investigación. Según Lugo y Pino (2022), la prueba T de Student se utiliza para determinar si existe una diferencia significativa entre las medias de dos grupos independientes, para responder si las diferencias observadas en las medias son lo suficientemente grandes como para ser consideradas estadísticamente relevantes.

Antes de llevar a cabo la prueba t, es fundamental definir dos hipótesis: la hipótesis nula ( $H_0$ ), que postula que no hay una diferencia significativa entre las medias, y la hipótesis alternativa ( $H_1$ ), que indica que sí existe una diferencia significativa entre ellas.

## 4.2. Resultados

La tabla 1 presenta los resultados del examen de consolidación de habilidades de la Unidad 2, administrado a los grupos del Primero BGU "A" (grupo Experimental) y Primero BGU "B" (grupo de control) de la Unidad Educativa Particular Integral Pasos. Este examen incluyó preguntas sobre el tema Vectores y sus operaciones, las cuales fueron validadas por el grupo de expertos mencionado en la sección de metodología.

**Tabla 1**

Resultados del test del grupo experimental y de control

Lista	Calificación sobre 10	Grupo	Lista	Calificación sobre 10	Grupo
1	8.35	Experimental	1	9.85	control
2	10	Experimental	2	4.7	control
3	9.85	Experimental	3	10	control
4	10	Experimental	4	5.1	control
5	8	Experimental	5	8.97	control
6	8.5	Experimental	6	9	control
7	8.52	Experimental	7	9	control
8	9.55	Experimental	8	8.52	control
9	8.2	Experimental	9	5.44	control
10	10	Experimental	10	10	control
11	9.41	Experimental	11	4.12	control
12	8.78	Experimental	12	6.17	control
13	8.23	Experimental	13	10	control
14	8.26	Experimental	14	5	control
15	9.41	Experimental	15	6.47	control
16	9.85	Experimental	16	10	control
17	8.76	Experimental	17	10	control
18	8.2	Experimental	18	8.52	control
19	9.85	Experimental	19	5.88	control
20	10	Experimental	20	7.08	control
21	10	Experimental	21	6.8	control
22	8.52	Experimental	22	8.87	control
23	9.11	Experimental	23	4.82	control
24	10	Experimental	24	7.03	control
25	8.97	Experimental	25	3.04	control

En la tabla 2 se presenta un resumen descriptivo de las calificaciones obtenidas en el test sobre Vectores y sus operaciones por parte de los 25 estudiantes del grupo de control y los datos de los 25 estudiantes del grupo experimental. Este análisis abarca medidas de tendencia central.

**Tabla 2**

Análisis descriptivo de las calificaciones de GE y GC

		Descriptivas						
Calificaciones	Estudiantes	N	Media	Mediana	DE	Varianza	Mínimo	Máximo
	Experimental	25	9.13	9.11	0.737	0.543	8.00	10.0
	Control	25	7.38	7.08	2.198	4.831	3.04	10.0

Considerando los resultados de la prueba de Shapiro-Wilk, se puede observar en la tabla 3 que los datos muestran una distribución normal, indicada por un valor W de 0.969 y un valor p de 0.216. Estos hallazgos, detallados en la sección de "Tabulación de los datos", sugieren que la distribución de los datos es normal, ya que el valor de p es mayor que el nivel de significancia establecido de  $p = 0,05$ .

**Tabla 3**

Prueba de Normalidad (Shapiro-Wilk) del test de los dos grupos

Prueba de normalidad (Shapiro-Wilk)		
Calificaciones	W	P
	0.969	0.216

**Nota.** Un valor p bajo sugiere una violación del supuesto de normalidad.

En relación con la tabla 4, al evaluar los resultados de la prueba de Levene, se observa que los valores de F son 40.5 y el valor de p es 0.001. Según la interpretación del valor de p en términos de los supuestos de homogeneidad de las varianzas, se concluye que no existe homogeneidad en las varianzas de los dos grupos, son distintas.

**Tabla 4**

Prueba de Levene para homogeneidad de varianzas de los GC y GE

Prueba de Levene para la homogeneidad de varianzas				
Calificaciones	F	gl	GI2	p
	40.5	1	48	<.001

**Nota.** Un valor p bajo sugiere una violación del supuesto de varianzas iguales.

En conclusión, al utilizar la prueba de T de Student para evaluar las calificaciones de los grupos de control y experimental, se evidencia en la tabla 5 que el valor de p es inferior a

0.001, lo que sugiere la presencia de una diferencia significativa entre las calificaciones de ambos grupos. Además, al complementar el análisis con el estadístico T, se confirma esta diferencia significativa.

**Tabla 5**

Prueba T para Muestras Independientes de los test del GC y GE, con el intervalo de confianza del 95%

Prueba T para Muestras Independientes						Intervalo de confianza	
		Estadístico	gl	p	Tamaño del efecto	Inferior	Superior
Calificaciones	T de Student	3.79	48.0	< .001	La d de cohen	1.07	0.437 1.66

Nota.  $H_a \mu_{Experimental} > \mu_{control}$ . <sup>a</sup> La prueba de Levene significativa ( $p < 0.05$ ) sugiere que las varianzas no son iguales.

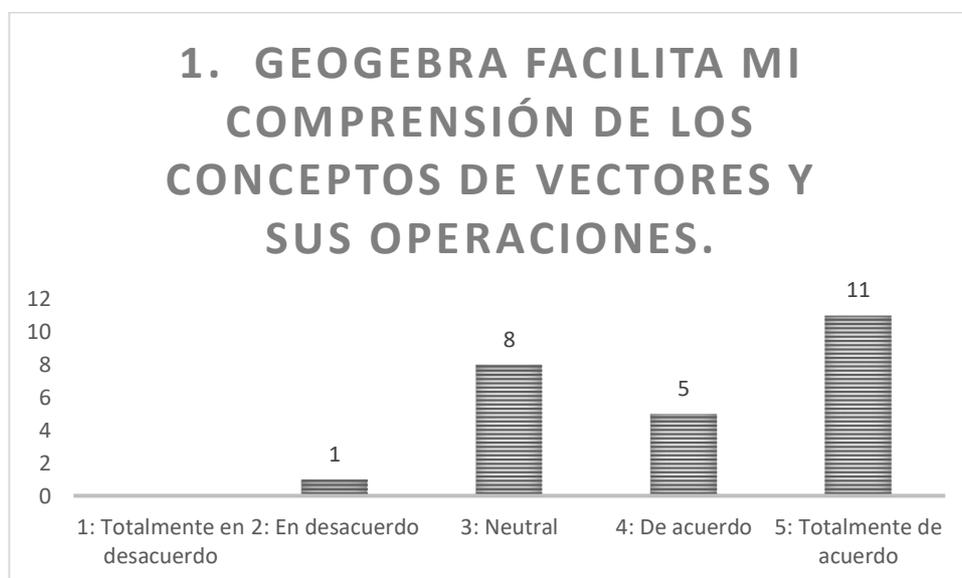
### 4.3. Motivación

Para los resultados de motivación se contó con una encuesta de precepción la cual está conformada por diez preguntas de las cuales fueron valoradas por un grupo de expertos (Anexo 2), el criterio de cada uno determino que las preguntas 1, 2, 9 y 10 valoran la actitud de los estudiantes frente al uso de GeoGebra en la implementación de clases, por otro lado, las preguntas restantes valoraron la motivación por el uso de GeoGebra a la hora de realizar las actividades propuestas en cada secuencia.

La encuesta de percepción está estructurada por niveles de acuerdo con cada afirmación utilizando una escala del 1 al 5, donde 1 representa "Totalmente en desacuerdo" 2 representa "En desacuerdo", 3 representa "Neutral", 4 Representa "De acuerdo" y 5 representa "Totalmente de acuerdo".

**Figura 36**

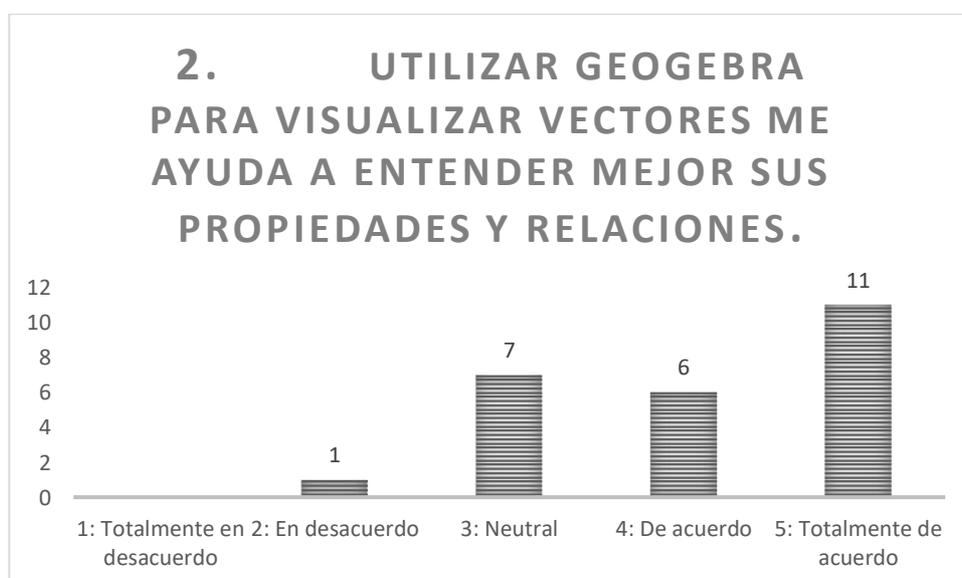
Pregunta 1 de la encuesta de percepción



En la tabla 6 se puede observar que con respecto a la pregunta y, con base en el número más grande, existen 11 estudiantes que se sintieron que GeoGebra facilita la comprensión de los conceptos de vectores y sus operaciones, un total del 44% del total de estudiantes, por lo que se concluye que la herramienta GeoGebra es una aliada del docente para el estudio de vectores.

**Figura 37**

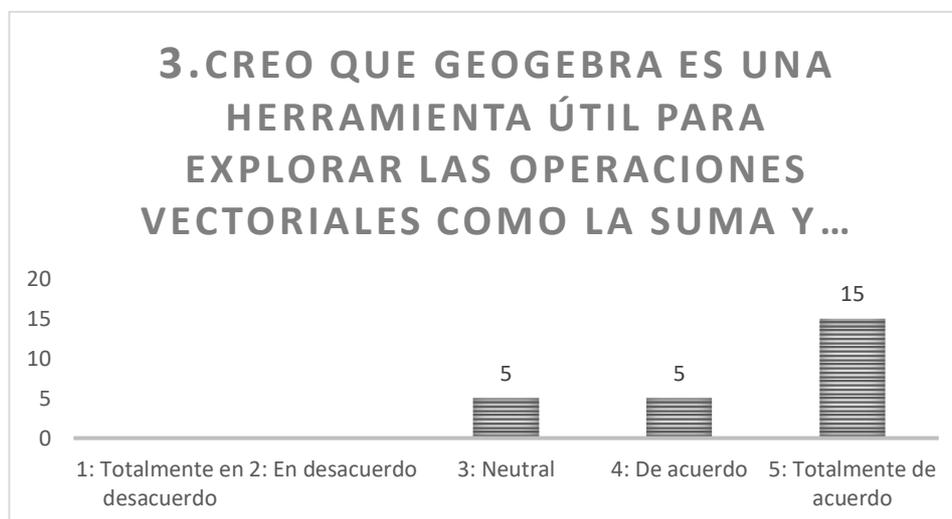
Pregunta 2 de la encuesta de percepción



En la tabla 7 se evidencia que en relación con la pregunta y, tomando como referencia el valor más alto, se percibe que 11 estudiantes expresaron que el uso de GeoGebra para la visualización de vectores en un plano contribuye a una mejor comprensión de sus características, lo que representa el 42.3% del total de estudiantes. Por tanto, se infiere que GeoGebra, como herramienta, facilita la comprensión visual de las propiedades de los vectores.

**Figura 38**

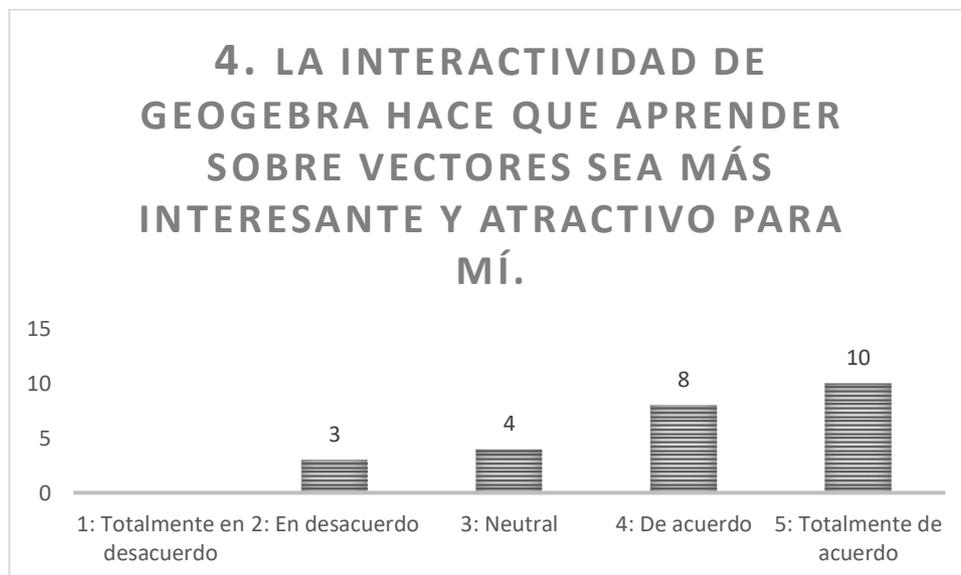
Pregunta 3 de la encuesta de percepción



En la tabla 8 se puede observar que con respecto a la pregunta si GeoGebra es una herramienta útil para realizar operaciones con vectores, se percibe que 15 estudiantes es decir el 60% está de acuerdo que el GeoGebra ayuda de manera significativa a realizar las operaciones con vectores.

**Figura 39**

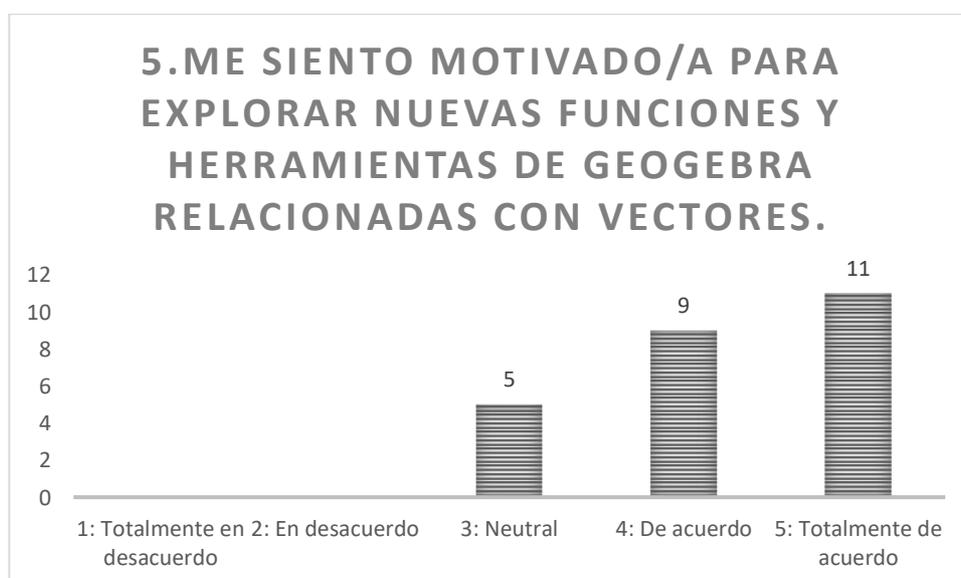
Pregunta 4 de la encuesta de percepción



En la tabla 9 se evidencia que en relación con la pregunta y, tomando como referencia el valor más alto, se percibe que 10 estudiantes expresaron la interactividad con GeoGebra y sus herramientas genera un interés en aprender vectores, lo que representa el 42.3% del total de estudiantes. Por tanto, se infiere que GeoGebra, aumenta la motivación y el interés en aprender sobre la temática de vectores.

**Figura 40**

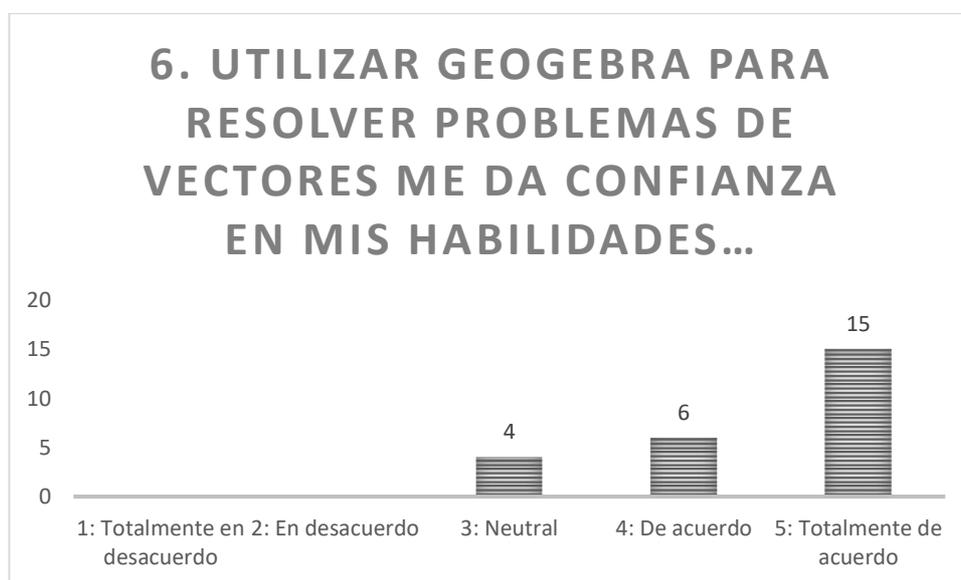
Pregunta 5 de la encuesta de percepción



En la tabla 10 se observa que en relación con la pregunta y, tomando como referencia los dos valores más altos, se percibe que 20 estudiantes se sienten motivados a explorar nuevas funciones y herramientas para aprender vectores, lo que representa el 80% del total de estudiantes. Por tanto, se infiere que GeoGebra, aumenta la motivación por explorar nuevas herramientas y funciones que permite la comprensión de vectores.

#### Figura 41

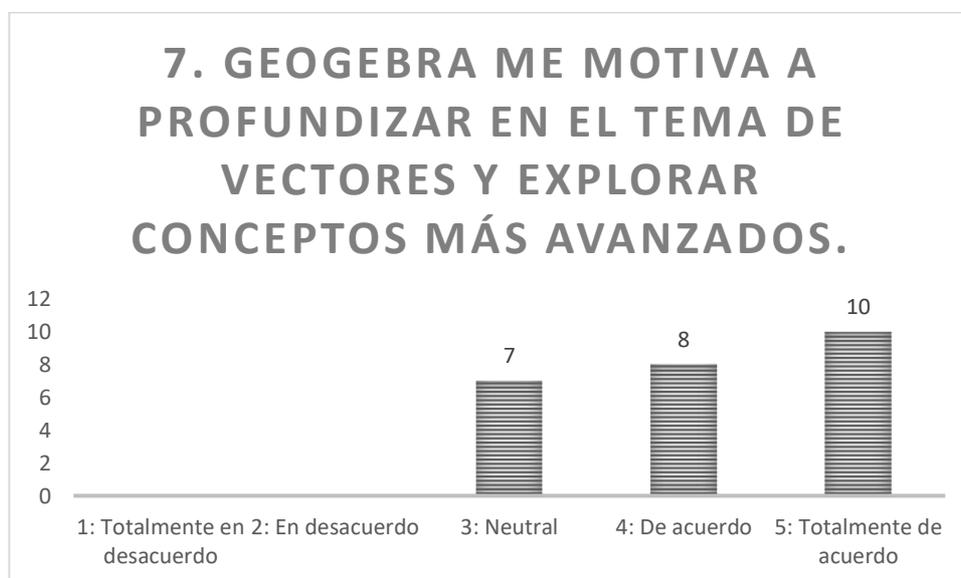
Pregunta 6 de la encuesta de precepción



La Tabla 11 muestra que usar GeoGebra para resolver problemas vectoriales genera un alto grado de confianza en sus habilidades matemáticas. De los 25 estudiantes encuestados, 15 expresaron total acuerdo con esta afirmación. Esto sugiere que GeoGebra no sólo es una herramienta útil para visualizar y comprender conceptos matemáticos, sino que también infunde confianza en la capacidad de resolver problemas vectoriales.

Figura 42

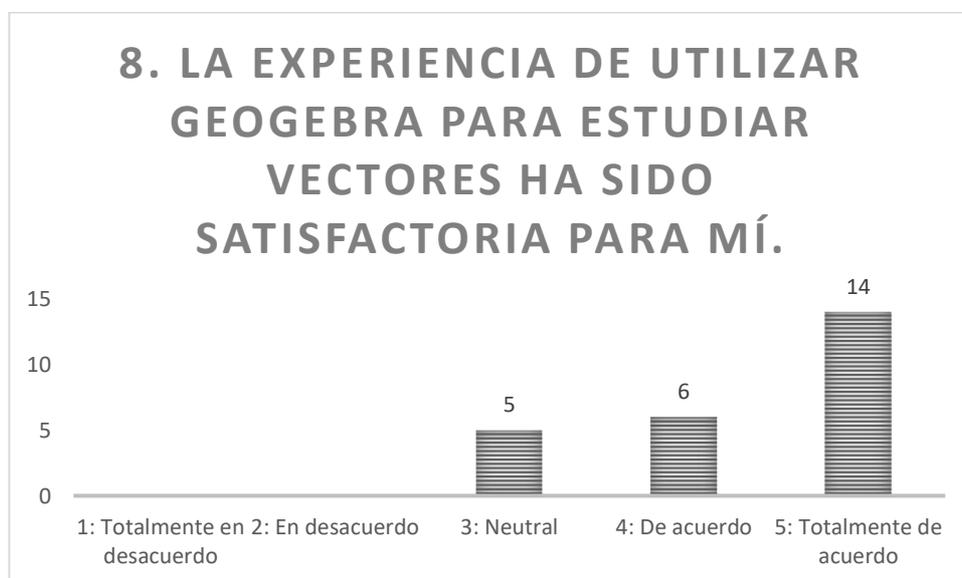
Pregunta 7 de la encuesta de percepción



La tabla 12 expresa que GeoGebra es una herramienta motivadora que impulsa el interés por profundizar en el tema de vectores y explorar conceptos más avanzados. De los 25 estudiantes, 10 expresaron estar totalmente de acuerdo con esta afirmación un total del 40%. Esto sugiere que GeoGebra no solo facilita la comprensión de los conceptos básicos de vectores, sino que también despierta un interés genuino en explorar aspectos más complejos y avanzados del tema.

**Figura 43**

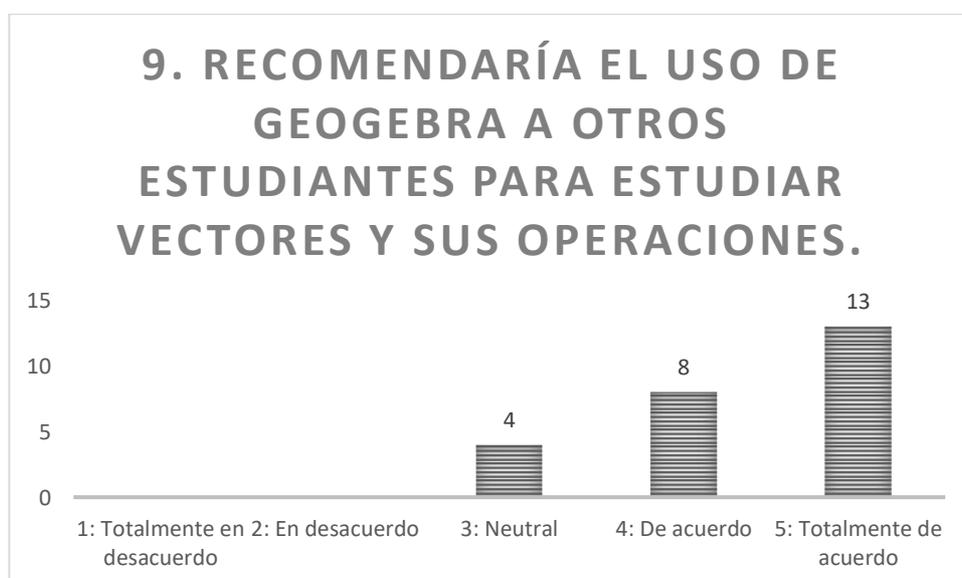
Pregunta 8 de la encuesta de percepción



La Tabla 13 claramente muestra que ha sido favorable la experiencia de usar GeoGebra para estudiar vectores entre la mayoría de los estudiantes. Este se refleja con un 56%, es decir, 14 estudiantes de los 25. Este número estaba totalmente de acuerdo a lo arriba mencionado. Esto implica que ha habido una mayor satisfacción, el alto nivel de satisfacción implica que GeoGebra ha sido la base de una mejor experiencia de aprendizaje entre los estudiantes.

**Figura 44**

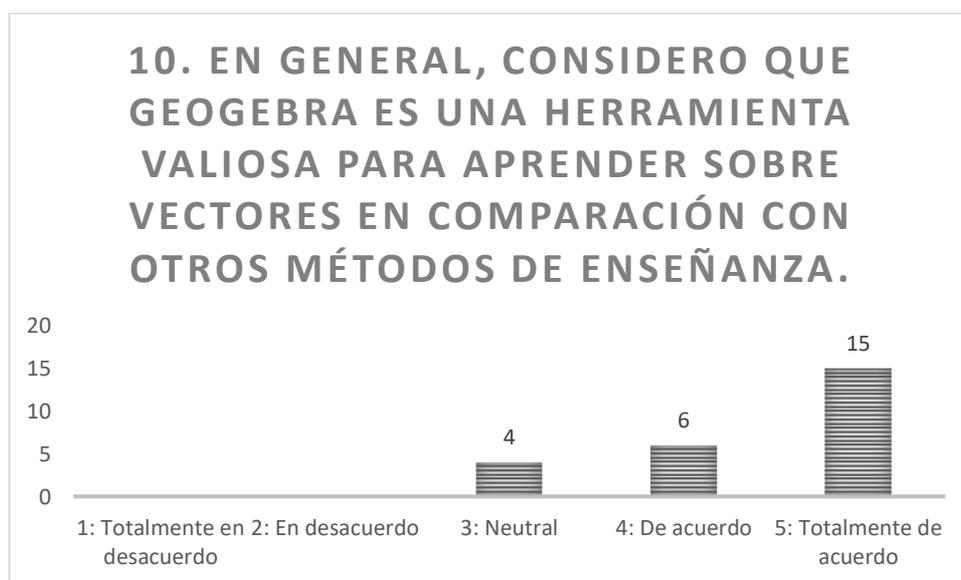
Pregunta 9 de la encuesta de percepción



Basándose en la información de la tabla 14, es evidente que GeoGebra es una herramienta altamente recomendada para estudiar vectores y sus operaciones. Con un 52% del total, es decir, 13 estudiantes de los 25 encuestados, quienes expresaron estar totalmente de acuerdo con esta afirmación, se destaca la clara inclinación hacia la recomendación del uso de GeoGebra. Esta alta proporción de estudiantes que están dispuestos a recomendar la herramienta sugiere que GeoGebra ha demostrado ser efectivo y útil en el aprendizaje de los vectores.

#### Figura 45

Pregunta 10 de la encuesta de percepción



Finalmente, como se puede observar en la tabla 15, es claro que GeoGebra es percibido como una herramienta altamente valiosa para el aprendizaje sobre vectores en comparación con otros métodos de enseñanza. Con un 60% del total, es decir, 15 de los 25 estudiantes encuestados, expresando estar totalmente de acuerdo con esta afirmación. Los estudiantes perciben que GeoGebra facilita la comprensión de los conceptos de vectores, ofrece una experiencia de aprendizaje más dinámica y atractiva, y fomenta un mayor compromiso y participación en el proceso de aprendizaje.

#### 4.4. Discusión

El diseño y aplicación de secuencias didácticas para abordar el tema de vectores y sus operaciones en la Unidad Educativa Particular Pasos a los estudiantes de primer de bachillerato ha sido un retundo éxito según los resultados obtenidos.

Después de revisar los resultados obtenidos mediante el uso de las secuencias didácticas con la asistencia de GeoGebra, y considerando la experiencia de los estudiantes del Grupo Experimental (GE) en el aula, se puede concluir que alcanzaron el aprendizaje mínimo requerido. El 100% de los estudiantes obtuvieron una calificación superior a 7, lo que indica una mejora significativa en su rendimiento académico. Además, en comparación con el Grupo de Control (GC), se observaron resultados más favorables en el GE. Tal como lo propone López y García (2018) y (Tenesaca, 2020), destacando la importancia del diseño cuidadoso de secuencias didácticas para enseñar vectores en educación secundaria. Su estudio proporciona una guía detallada sobre cómo estructurar estas secuencias para optimizar el aprendizaje de los estudiantes.

Como se pudo observar al evaluar todos los resultados generados, la propuesta bajo la cual se rige el uso de las secuencias didácticas con ayuda del software GeoGebra es adecuada y beneficioso para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto es así porque estas secuencias meten al estudiante como eje protagónico del proceso educativo dentro y fuera del aula, poniendo a relucir sus destrezas metacognitivas, y lo vuelven un constructor activo de su proceso de aprendizaje, dotándolo de las herramientas para adquirir el conocimiento perdurable y significativo. Estos resultados son todos congruentes con los principios del enfoque constructor de la educación. Resultados a los que Según Guachún y Faicán (2021); Matute et. al (2020); Menéndez y Trejo (2022); Jiménez y Jiménez (2017) y Navarro y Prieto (2016). Señalan que GeoGebra puede potenciar la autonomía del estudiante al ofrecer un entorno dinámico y visualmente atractivo donde pueden experimentar con los vectores y sus operaciones.

Además, teniendo en cuenta el enfoque deductivo con el que los estudiantes construyeron su comprensión, su participación activa en el proceso y su capacidad para relacionar conocimientos previos con los adquiridos mediante el uso de las secuencias didácticas sustentadas en GeoGebra, se puede concluir, que su el aprendizaje será exitoso y duradero en el tiempo. Esto se debe a que experimentaron situaciones de aprendizaje significativas que permitieron la integración efectiva de nuevos conocimientos en su estructura cognitiva. Ausubel (1983).

## Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones

### 5.1. Conclusiones

Hoy en día, gracias al avance tecnológico en todos los campos, especialmente en el educativo, se ha hecho posible resolver los problemas de la enseñanza de las matemáticas en las aulas mediante el uso de software que facilita la conexión entre los conceptos teóricos y su aplicación práctica. Esto permite a los estudiantes aprender el material de una manera más estimulante y significativa.

En este estudio nos hemos enfocado en el software de geometría dinámica GeoGebra, ya que representa una herramienta efectiva para explorar conceptos matemáticos, especialmente aquellos relacionados con los vectores, ya que requieren habilidades de percepción espacial, las cuales no siempre están completamente desarrolladas en los estudiantes. Como resultado, se puede afirmar con certeza que la utilización de GeoGebra no solo incrementa el desempeño académico de los estudiantes, sino que también fomenta su motivación para investigar y asimilar temas futuros con idéntico fervor.

Además, las secuencias didácticas proporcionan una estructura coherente y progresiva para el aprendizaje, lo que ayuda a los estudiantes a construir su comprensión de manera gradual. Al mismo tiempo, fomentan la autonomía al permitir que los estudiantes avancen a su propio ritmo y exploren diferentes aspectos de los vectores según sus intereses y necesidades individuales. Como resultado, los estudiantes que participan en este enfoque pedagógico desarrollan un aprendizaje significativo, donde los conceptos matemáticos se vuelven relevantes y aplicables a su vida cotidiana. Además, se fortalece su capacidad para resolver problemas de manera independiente y para aplicar los conocimientos adquiridos en contextos diversos.

## 5.2. Recomendaciones

Se recomienda la implementación de proyectos interdisciplinarios con la utilización de software ya que el impacto en los estudiantes es significativo y por ende se involucran más en la materia que no solo sea la asignatura de matemática la única que utilice programas sino las demás asignaturas.

Se sugiere la integración de otros programas de gamificación, realidad aumentada o programación de bloques con el uso de GeoGebra en la instrucción de Vectores, dado que este software proporciona una variedad de ventajas educativas que pueden mejorar de manera notable la experiencia de aprendizaje de los estudiantes. Esto se debe a que fomenta la participación activa de los alumnos, contribuye a mejorar su desempeño académico y aumenta su motivación para adquirir un mayor conocimiento en la materia.

Por último, se sugiere la capacitación docente en el ámbito tecnológico, para que de esta manera se pueda integrar la cátedra que está impartiendo con el uso de inteligencia artificial y software matemáticos

Finalmente, se recomienda llevar a cabo la formación continua del cuerpo docente en el ámbito de la tecnología, con el objetivo de facilitar la integración de la enseñanza que imparten con el uso de herramientas de inteligencia artificial y software matemáticos.

### Referencias

- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1(1-10).
- Avecilla, F. B., Cárdenas, O. B., Barahona, B. V. y Ponce, B. H. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica-ESPOL*, 28(5).
- Barahona Avecilla, F., Barrera Cárdenas, O., Vaca Barahona, B., y Hidalgo Ponce, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL –RTE*, 1(2), 122-132.
- Blanco, M. (2012). Recursos didácticos para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la economía. Aplicación a la Unidad de Trabajo “Participación de los trabajadores en la empresa”.
- Cañedo, R. G., Zanelato, E. y De la Peña, C. D. (2019). La didáctica como posibilitadora del desarrollo del pensamiento teórico. *Educere*, 23(75), 249-257.
- Carretero, M. (2021). Constructivismo y educación. *Tilde editora*.
- Cenas Chacón, F. Y., Gamboa Ferrer, L. R., Blaz Fernández, F. E. y Castro Mendocilla, W. E. (2021). Geogebra: herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las matemáticas en universitarios. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 5(18), 382-390.
- Chisag, J., Lagla, G., Alvarez, G., Moreano, J., Pico, O. y Chicaiza, E. (2017). Utilización de recursos didácticos interactivos a través de las TIC´ S en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática. *Boletín Redipe*, 6(4), 112-134.
- Contreras, J., Pabón, J. y Ríos, G. (2017). Importancia de las TIC en enseñanza de las matemáticas. *Revista MATUA ISSN: 2389-7422*, 4(2).
- Gaona Jiménez, S. M. y Guerrero Ramírez, S. L. (2022). GeoGebra para el aprendizaje de modelación matemática en ingeniería: estudio de caso (modalidad en línea). RIDE. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 12(24).

- García, J. e Izquierdo, S. J. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista electrónica sobre tecnología, educación y sociedad*, 4(7).
- García, J. G. (2020). El constructivismo en la educación y el aporte de la teoría sociocultural de Vygotsky para comprender la construcción del conocimiento en el ser humano. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*.
- García, M. (2019). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula (Doctoral dissertation, Universidad de Almería).
- González López, A. D., de los Ángeles Rodríguez Matos, A., y Hernández García, D. (2011). El concepto zona de desarrollo próximo y su manifestación en la educación médica superior cubana. *Educación Médica Superior*, 25(4), 531-539.
- Graus, M. E. (2019). La zona de desarrollo próximo como base de la pedagogía desarrolladora. *Didasc@lia: didáctica y educación*, 10(4), 33-50.
- Grisales-Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214.
- Guachún, P., y Faicán, G. (2021). El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de vectores: Una experiencia didáctica. *REMATEC*, 16(37), 46-60.
- Gutiérrez, R. E., Prieto, J. L. y Ortiz Buitrago, J. (2017). Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Educación matemática*, 29(2), 37-68.
- Hohenwarter, M., Kovács, Z. y Recio, T. (2019). Determinando propiedades geométricas simbólicamente con GeoGebra. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 79-84.
- Jiménez García, J. G., y Jiménez, I. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 1(2), 4-17.
- López, H. M. y Coria, A. I. (2017). El Paradigma conductista y constructivista de la educación a través del decálogo del estudiante. *Archivos en Medicina Familiar*, 18(2), 27-30.

- López, M., y García, J. (2024). Impacto de las secuencias didácticas con GeoGebra en el aprendizaje de vectores: Un estudio en estudiantes de Primer Año de Educación General Básica. *Revista de Investigación Educativa*, 12(3), 45-62.
- Lugo, G., y Pino, R. (2022). Razonamiento inferencial de docentes de matemáticas de enseñanza media sobre el estadístico t-Student. *Uniciencia*. 36(1),1-29. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475974057025>
- Matienzo, R. (2020). Evolución de la teoría del aprendizaje significativo y su aplicación en la educación superior. *Dialektika: Revista De Investigación Filosófica Y Teoría Social*, 2(3), 17-26.
- Matute, J. F. A., Herrera, D. G. G., Álvarez, C. A. E., y Álvarez, J. C. E. (2020). GeoGebra como estrategia de enseñanza de la Matemática. *EPISTEME KOINONIA: Revista Electrónica de Ciencias de la Educación, Humanidades, Artes y Bellas Artes*, 3(6), 211-230.
- Menéndez, R. R. C., y Trejo, V. V. (2022). El uso de la GeoGebra como herramienta para el mejoramiento del rendimiento académico en estudiantes de Bachillerato. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, 7(2), 1.
- Navarro, V., y Prieto, J. L. (2016). La matemática del juego de pool. *Vectores, realidad y GeoGebra*.
- Olivo-Franco, J. L. y Corrales, J. (2019). De los entornos virtuales de aprendizaje: hacia una nueva praxis en la enseñanza de la matemática. *Revista Andina de Educación*, 3(1), 8-19.
- Palmero, M. L. R. (2011). La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual. *Investigación e Innovación Educativa y Socioeducativa*, 3(1), 29-50.
- Pérez Narváez, M. M. (2018). Reconociendo la Innovación Educativa. *Memorias CIMTED*,1(3), 8-14.
- Pérez Narváez, M. M. (2018). Reconociendo la Innovación Educativa. *Memorias CIMTED*,1(3), 8-14.
- Pérez, M. (2013). Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Materiales para el desarrollo curricular de matemáticas de tercero de ESO por competencias*, 8.

- Pichardo, I. M. C., y Puente, Á. P. (2012). Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica. *Edmetric*, 1(2), 127-144.
- Quintas, I. (2020). La estadística computacional: una propuesta didáctica. *Política y Cultura*, (53), 183-204. ISSN: 0188-7742. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=26763954009>
- Requena, S. H. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 5(2), 26-35.
- Rovira, I. (2017). Software educativo: tipos, características y usos. *Psicología y mente*.
- Ruso, R. C. (2001). El concepto de zona de desarrollo próximo: una interpretación. *Revista cubana de psicología*, 18(1), 72-76.
- Serrano González, J. M., y Pons Parra, R. M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista electrónica de investigación educativa*, 13(1), 1-27.
- Tenesaca, C. (2020). Uso del GeoGebra en el proceso de aprendizaje de vectores en r2 en el segundo año de bachillerato en la unidad educativa "Eloy Alfaro". Período octubre 2019 – febrero 2020. (Tesis de Licenciatura). Universidad Nacional de Chimborazo, Riobamba.
- Vidal Ledo, M. y del Pozo Cruz, C. R. (2008). Tecnología educativa, medios y recursos de enseñanza-aprendizaje. *Educación Médica Superior*, 22(4), 0-0.

## Anexos

### Anexo A.

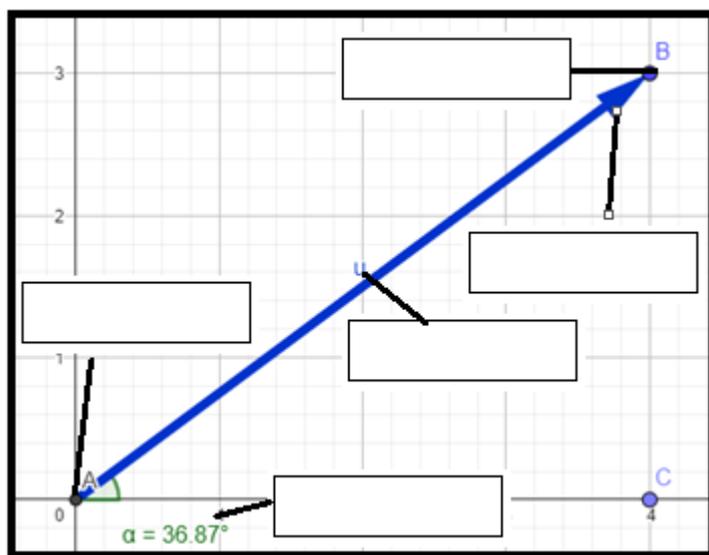
Nombre:			
Curso:		Fecha:	

**Objetivo:** Evaluar el nivel de comprensión y aplicación de conceptos relacionados con vectores y sus operaciones en estudiantes, a través de la aplicación de un test de conocimientos.

#### Destrezas con criterio de desempeño:

M.5.2.1. Graficar vectores en el plano (coordenadas) identificando sus características: dirección, sentido y longitud o norma.

1. Escriba los elementos de un vector en la gráfica propuesta.



2. Escriba verdadero o falso en cada afirmación según corresponda.

La magnitud de un vector está dada por la inclinación que tiene el mismo con respecto a la horizontal \_\_\_\_\_

La dirección de un vector es la longitud del segmento y se simboliza  $\|u\|$  \_\_\_\_\_

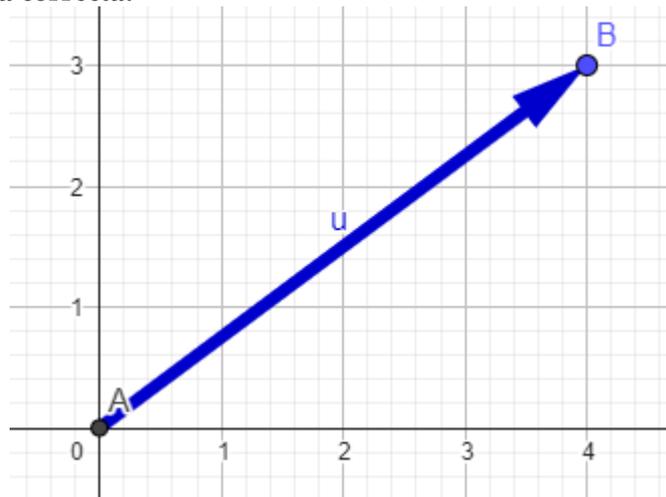
El sentido de un vector es la orientación dada desde el origen al extremo del vector \_\_\_\_\_

El Vector es un segmento orientado con un punto inicial u origen y uno final o extremo \_\_\_\_\_

**Destrezas con criterio de desempeño:**

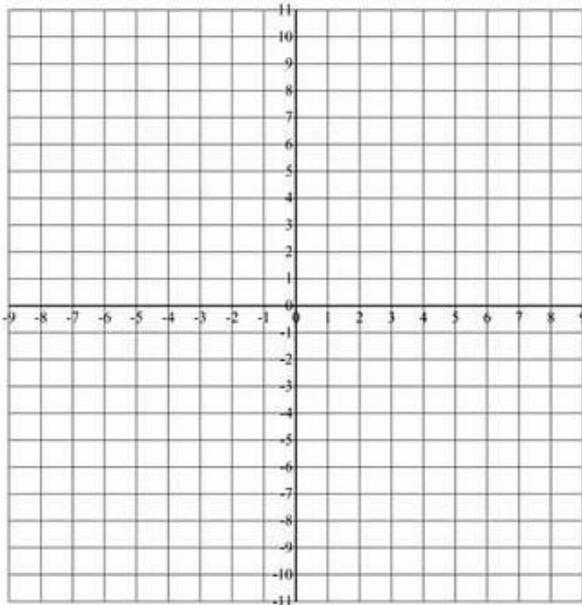
**M.5.2.2. Calcular la longitud o norma (aplicando el teorema de Pitágoras) para establecer la igualdad entre dos vectores.**

3. Calcular el módulo del siguiente vector  $u$  propuesto en la siguiente imagen y encierre la respuesta correcta.



- a)  $\|u\| = 5$       b)  $\|u\| = -5$       c)  $\|u\| = 2,64$       d)  $\|u\| = 7$

4. Calcular el módulo del vector que tiene como origen A (3,4), extremo B (5, 3) y encierre la respuesta correcta.

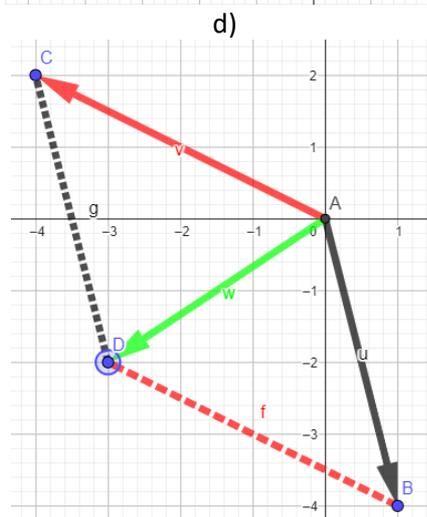
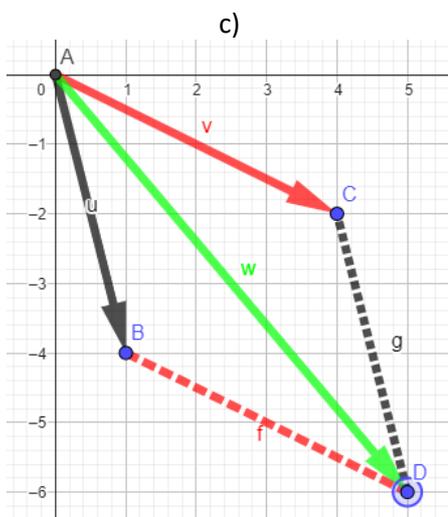
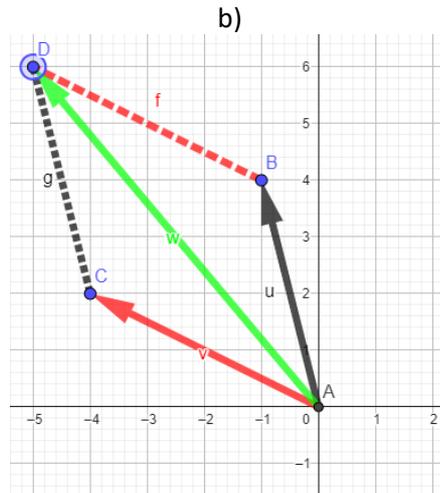
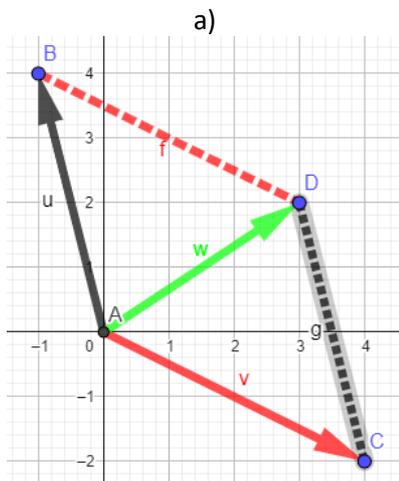
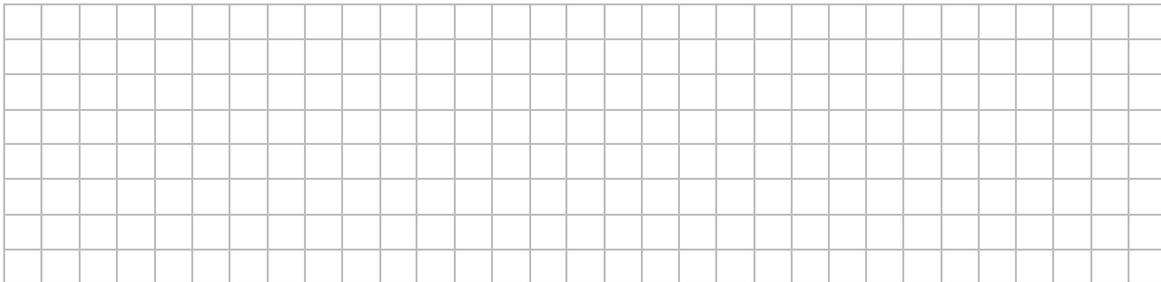


- a)  $\|AB\| = 2$       b)  $\|AB\| = -5$       c)  $\|AB\| = 2,23$       d)  $\|AB\| = 7$

**Destrezas con criterio de desempeño:**

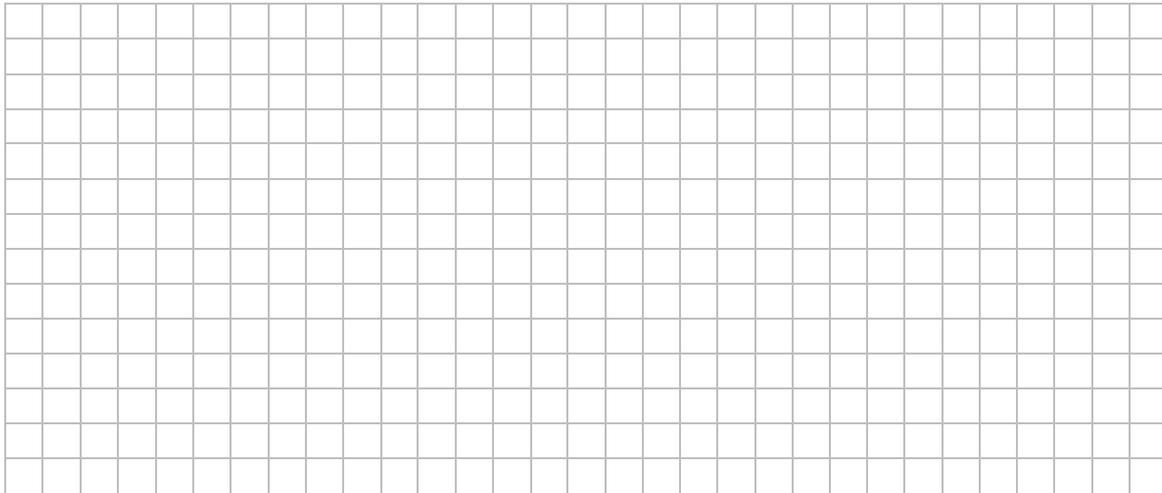
**M.5.2.3. Sumar, restar vectores y multiplicar un escalar por un vector de forma geométrica y de forma analítica, aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano**

5. Calcular la suma de los vectores  $\vec{u} = (-1, 4)$ ,  $\vec{v} = (4, -2)$  y encierra el grafico que corresponde a la respuesta correcta.



6. Realizar las siguientes operaciones sabiendo que las coordenadas de los puntos  $A(-5, 8)$ ,  $B(9, -4)$ ,  $C(7, 6)$  y encierre la respuesta correcta

- 1)  $2\vec{CA} + \vec{CB}$
- 2)  $\vec{AB} - \vec{BC}$

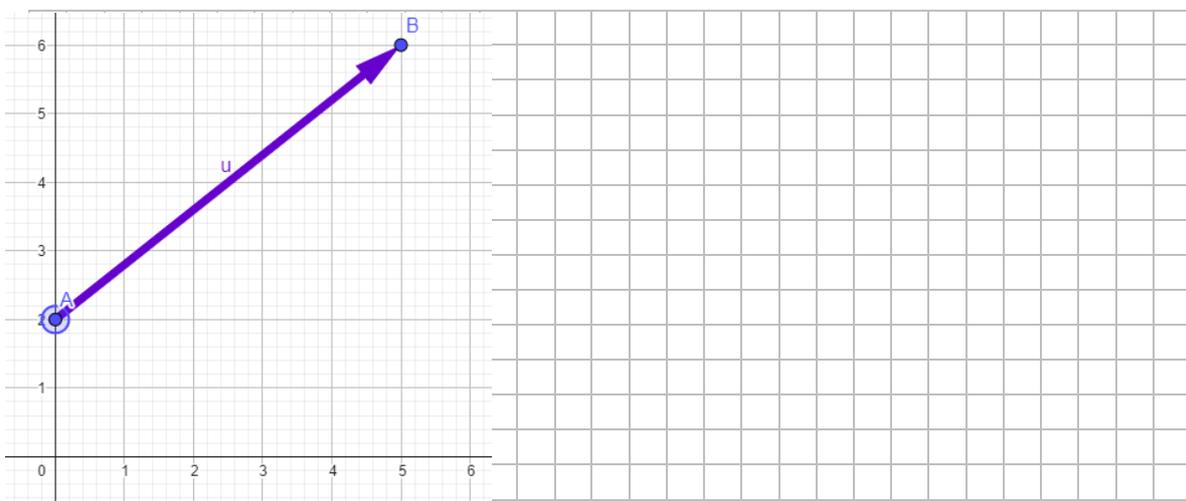


a) $2\vec{CA} + \vec{CB}$ $= (-22, -6)$ $\vec{AB} - \vec{BC} = (16, -22)$	b) $2\vec{CA} + \vec{CB} = (22, -6)$ $\vec{AB} - \vec{BC} = (-16, 22)$	c) $2\vec{CA} + \vec{CB}$ $= (-26, 14)$ $\vec{AB} - \vec{BC} = (12, -2)$	d) $2\vec{CA} + \vec{CB}$ $= (26, -14)$ $\vec{AB} - \vec{BC} = (-12, 2)$
--	--	---	---

**Destrezas con criterio de desempeño:**

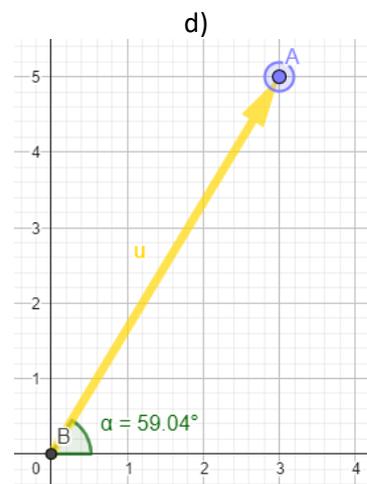
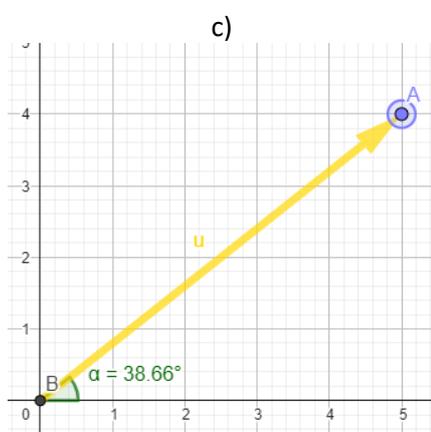
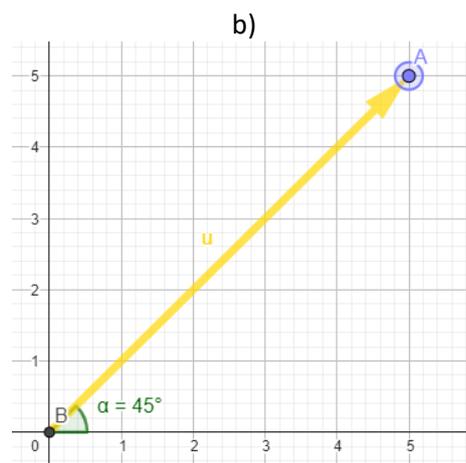
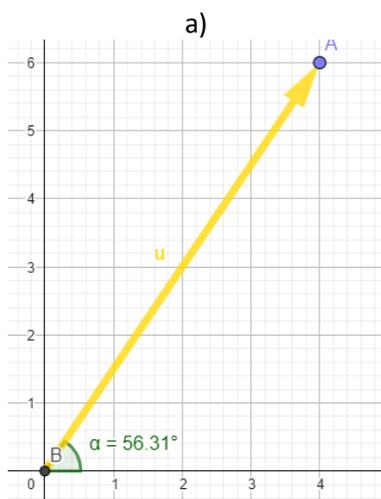
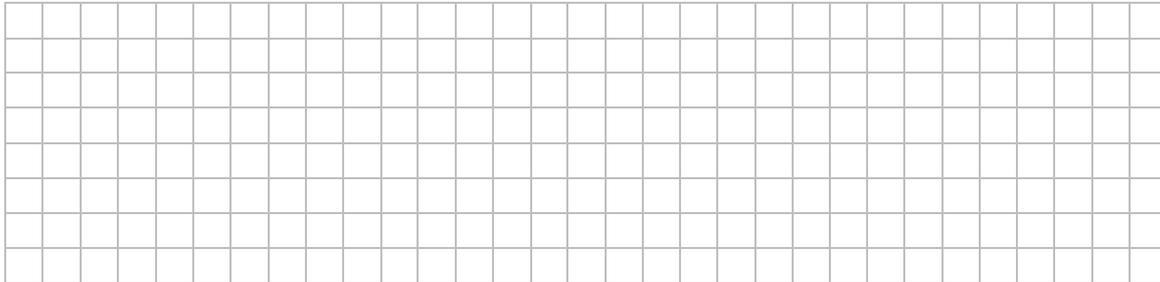
Calcular el producto escalar entre dos vectores y la norma de un vector en  $R^2$  M.5.2.7.

7. Calcular el ángulo de dirección del vector propuesto en la siguiente imagen y encierre la respuesta correcta.



- a)  $\theta = 40,65^\circ$       b)  $\theta = 38,65^\circ$       c)  $\theta = 51,34^\circ$       d)  $\theta = 60^\circ$

8. Calcular el ángulo de dirección del vector  $v = (4, 6)$  y encierra el grafico que corresponde a la respuesta correcta.





**Valoración de la evaluación:** cada pregunta tiene una valoración de 1 puntos, sumando 9 puntos. Luego se realizará una regla de 3 para presentar su calificación sobre 10 puntos.

Para cada pregunta del TEST, marque con una “x” siguiendo la escala:

“**Sí**” = considero **adecuada** la pregunta.

“**No**” = considero **inadecuada** la pregunta.

“**?**” = no tengo claro si la pregunta es **adecuada o inadecuada**

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO “PRE TEST”					
Destreza:	Pregunta	Sí	No	?	Observaciones
1. M.5.2.1. Graficar vectores en el plano (coordenadas) identificando sus características: dirección, sentido y longitud o norma.	1	X			
	2	X			
2. M.5.2.2. Calcular la longitud o norma (aplicando el teorema de Pitágoras) para establecer la igualdad entre dos vectores.	3	X			
	4	X			
3. M.5.2.3. Sumar, restar vectores y multiplicar un escalar por un vector de forma geométrica y de forma analítica, aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano.	5	X			
	6	X			
4. Calcular el producto escalar entre dos vectores y la norma de un vector en $R^2$ M.5.2.7.	7	X			
	8	X			

5. Reconocer que dos vectores son ortogonales cuando su producto escalar es cero, y aplicar el teorema de Pitágoras para resolver ejercicios geométricos con operaciones y elementos de $\mathbb{R}^2$ , de forma manual M.5.2.8	9	X				
	10	X				
<b>Consideraciones generales</b>					<b>Sí</b>	<b>No</b>
Las instrucciones orientan claramente a los estudiantes para responder el test de conocimientos.					X	
La cantidad de preguntas es adecuada.					X	
<b>Consideraciones finales</b> (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)						
1.						
2.						
<b>Instrumento validado por: MSc. Juan Diego Coello Apolo</b>					<b>Firma:</b> 	
Celular: 0998602044						
Correo electrónico: <a href="mailto:jdiego.coelloa@ucuenca.edu.ec">jdiego.coelloa@ucuenca.edu.ec</a>						

Para cada pregunta del TEST, marque con una “x” siguiendo la escala: “**Sí**” = considero **adecuada** la pregunta.

“**No**” = considero **inadecuada** la pregunta.

“?” = no tengo claro si la pregunta es **adecuada o inadecuada**

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO “PRE TEST”					
Destreza:	Pregunta	Sí	No	?	Observaciones
1. M.5.2.1. Graficar vectores en el plano (coordenadas)	1	x			

identificando sus características: dirección, sentido y longitud o norma.	2	x			
2. M.5.2.2. Calcular la longitud o norma (aplicando el teorema de Pitágoras) para establecer la igualdad entre dos vectores.	3	x			
	4	x			
3. M.5.2.3. Sumar, restar vectores y multiplicar un escalar por un vector de forma geométrica y de forma analítica, aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano.	5	x			
	6	x			
4. Calcular el producto escalar entre dos vectores y la norma de un vector en $R^2$ M.5.2.7.	7	x			
	8	x			
5. Reconocer que dos vectores son ortogonales cuando su producto escalar es cero, y aplicar el teorema de Pitágoras para resolver ejercicios geométricos con operaciones y elementos de $R^2$ , de forma manual M.5.2.8	9	x			
	10	x			

Consideraciones generales	Sí	No
Las instrucciones orientan claramente a los estudiantes para responder el test de conocimientos.	x	

La cantidad de preguntas es adecuada.	<b>x</b>	
<b>Consideraciones finales</b> (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)		
1. Agregar la ponderación de cada pregunta o las dificultades		
2.		
<b>Instrumento validado por: Edwin Riofrio</b>	<b>Firma:</b>	
Celular: 0984104127	 <p>EDWIN SANTIAGO RIOFRIO SARMIENTO</p> <p>Firmado digitalmente por EDWIN SANTIAGO RIOFRIO SARMIENTO                  DN: cn=EDWIN SANTIAGO RIOFRIO SARMIENTO o=EC o=SECURITY DATA S.A. 2 ou=ENTIDAD DE CERTIFICACION DE INFORMACION                  Motivo: Estoy aprobando este documento                  Ubicación:                  Fecha: 2024-03-11 16:12+19:00</p>	
Correo electrónico: santosryo@gmail.com		

Para cada pregunta del TEST, marque con una

“x” siguiendo la escala: “**Sí**” = considero

**adecuada** la pregunta.

“**No**” = considero **inadecuada** la pregunta.

“?” = no tengo claro si la pregunta es **adecuada o inadecuada**

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO “PRE TEST”					
Destreza:	Pregunta	Sí	No	?	Observaciones
1. M.5.2.1. Graficar vectores en el plano (coordenadas) identificando sus características: dirección, sentido y longitud o norma.	<b>1</b>	<b>X</b>			
	<b>2</b>	<b>X</b>			
2. M.5.2.2. Calcular la longitud o norma (aplicando el teorema de	<b>3</b>	<b>X</b>			

Pitágoras) para establecer la igualdad entre dos vectores.	4	X			
3. M.5.2.3. Sumar, restar vectores y multiplicar un escalar por un vector de forma geométrica y de forma analítica, aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano.	5	X			
	6	X			
4. Calcular el producto escalar entre dos vectores y la norma de un vector en $\mathbb{R}^2$ M.5.2.7.	7	X			
	8	X			
5. Reconocer que dos vectores son ortogonales cuando su producto escalar es cero, y aplicar el teorema de Pitágoras para resolver ejercicios geométricos con operaciones y elementos de $\mathbb{R}^2$ , de forma manual M.5.2.8	9	X			
	10	X			

Consideraciones generales	Sí	No
Las instrucciones orientan claramente a los estudiantes para responder el test de conocimientos.	X	

La cantidad de preguntas es adecuada.	X	
<b>Consideraciones finales</b> (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)		
1.		
2.		
<b>Instrumento validado por: Msc. Irma Rojas</b>	<b>Firma:</b>	
Celular: 0984570808		
Correo electrónico: irmalice26@gmail.com		

## Anexo B

### ENCUESTA DE PERCEPCIÓN DE LA MOTIVACIÓN

Fecha: .....

Curso: .....

Ítems	¿Qué se quiere averiguar?
<p>1. GeoGebra facilita mi comprensión de los conceptos de vectores y sus operaciones.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo 2: En desacuerdo 3: Neutral 4: De acuerdo 5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>ACTITUDINAL</b></p> <p>Busca averiguar la percepción de los estudiantes sobre la utilidad y efectividad de GeoGebra como herramienta para mejorar su comprensión de los conceptos relacionados con vectores y sus operaciones matemáticas. La respuesta proporcionada ayudará a evaluar la eficacia de GeoGebra en el proceso de aprendizaje de los estudiantes en este contexto específico.</p>
<p>2. Utilizar GeoGebra para visualizar vectores me ayuda a entender mejor sus propiedades y relaciones.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo 2: En desacuerdo 3: Neutral 4: De acuerdo 5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>ACTITUDINAL</b></p> <p>Busca averiguar si la utilización de GeoGebra como herramienta visual contribuye de manera positiva al entendimiento de las propiedades y relaciones asociadas con los vectores, según la percepción de los encuestados. La pregunta indaga sobre la eficacia de GeoGebra en la mejora de la comprensión de conceptos relacionados con vectores.</p>
<p>3. Creo que GeoGebra es una herramienta útil para explorar las operaciones vectoriales como la suma y resta de vectores.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo 2: En desacuerdo 3: Neutral 4: De acuerdo 5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>MOTIVACIONAL</b></p> <p>Busca averiguar la percepción del encuestado sobre la utilidad de GeoGebra en operaciones vectoriales, específicamente la suma y resta de vectores. La respuesta proporcionará información sobre la efectividad percibida de GeoGebra como herramienta para explorar y visualizar conceptos relacionados con vectores.</p>

<p>4. La interactividad de GeoGebra hace que aprender sobre vectores sea más interesante y atractivo para mí.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo                  2: En desacuerdo                  3: Neutral                  4: De acuerdo                  5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>MOTIVACIONAL</b>                  Busca averiguar la percepción del estudiante sobre cómo la funcionalidad interactiva de GeoGebra impacta en su nivel de interés y atracción al estudiar vectores. La respuesta proporcionará información sobre la efectividad de GeoGebra como herramienta para hacer el aprendizaje de vectores más atractivo desde la perspectiva del estudiante.</p>
<p>5. Me siento motivado/a para explorar nuevas funciones y herramientas de GeoGebra relacionadas con vectores.</p>	<p><b>MOTIVACIONAL</b>                  Busca averiguar el nivel de motivación que experimenta la persona para explorar y utilizar las funcionalidades y herramientas</p>

<p>1: Totalmente en desacuerdo                  2: En desacuerdo                  3: Neutral                  4: De acuerdo                  5: Totalmente de acuerdo</p>	<p>específicas de GeoGebra relacionadas con el tema de vectores. Esta pregunta indaga sobre la disposición del encuestado para adentrarse y aprovechar las capacidades de GeoGebra en el contexto de vectores.</p>
<p>6. Utilizar GeoGebra para resolver problemas de vectores me da confianza en mis habilidades matemáticas.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo                  2: En desacuerdo                  3: Neutral                  4: De acuerdo                  5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>MOTIVACIONAL</b>                  Busca averiguar la percepción del encuestado sobre cómo el uso de GeoGebra influye en su confianza en la aplicación de habilidades matemáticas, específicamente en el contexto de resolver problemas relacionados con vectores.</p>
<p>7. GeoGebra me motiva a profundizar en el tema de vectores y explorar conceptos más avanzados.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo                  2: En desacuerdo                  3: Neutral                  4: De acuerdo                  5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>MOTIVACIONAL</b>                  Busca averiguar en qué medida el uso de GeoGebra como herramienta influye en la motivación de los estudiantes para profundizar en el tema de vectores y explorar aspectos más avanzados del mismo. La pregunta pretende evaluar la conexión entre la experiencia con GeoGebra y la disposición de los estudiantes para adentrarse en conceptos más complejos relacionados con vectores.</p>
<p>8. La experiencia de utilizar GeoGebra para estudiar vectores ha sido satisfactoria para mí.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo                  2: En desacuerdo                  3: Neutral                  4: De acuerdo                  5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>MOTIVACIONAL</b>                  Busca averiguar el nivel de satisfacción y la percepción positiva o negativa de los estudiantes en relación con la utilización de GeoGebra como herramienta para el estudio de vectores. Se indaga sobre la efectividad y la experiencia general que han tenido al incorporar esta plataforma en su proceso de aprendizaje, permitiendo así obtener información valiosa sobre la aceptación y utilidad percibida de GeoGebra.</p>

<p>9. Recomendaría el uso de GeoGebra a otros estudiantes para estudiar vectores y sus operaciones.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo                  2: En desacuerdo                  3: Neutral                  4: De acuerdo                  5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>ACTITUDINAL</b></p> <p>Busca averiguar la opinión y percepción del estudiante sobre la utilidad de GeoGebra como herramienta de estudio para el tema de vectores. La respuesta proporcionada permitirá conocer si el estudiante considera que GeoGebra es beneficioso y efectivo para comprender y trabajar con conceptos</p>
---	---

	relacionados con vectores, y si estaría dispuesto a recomendarlo a sus compañeros como una herramienta útil en el proceso de aprendizaje.
<p>10. En general, considero que GeoGebra es una herramienta valiosa para aprender sobre vectores en comparación con otros métodos de enseñanza.</p> <p>1: Totalmente en desacuerdo                  2: En desacuerdo                  3: Neutral                  4: De acuerdo                  5: Totalmente de acuerdo</p>	<p><b>ACTITUDINAL</b></p> <p>Busca averiguar la percepción de los encuestados sobre la utilidad y eficacia de GeoGebra como recurso de aprendizaje en el tema de vectores en comparación con otros enfoques o métodos de enseñanza.</p>

### DISTRIBUCIÓN DE LAS PREGUNTAS POR CATEGORÍAS

PREGUNTA	ACTITUDINAL	MOTIVACIONAL
1	X	
2	X	
3		X
4		X
5		X
6		X
7		X
8		X
9	X	
10	X	

## Encuesta de Percepción sobre el Uso de GeoGebra para Estudiar Vectores

**Objetivo:** Obtener información detallada sobre la percepción de los estudiantes respecto al uso de GeoGebra como herramienta de estudio para el tema de vectores, mediante la aplicación de una encuesta diseñada específicamente para evaluar sus experiencias y opiniones.

Por favor, indica tu nivel de acuerdo con cada afirmación utilizando una escala del 1 al 5, donde 1 representa "Totalmente en desacuerdo" y 5 representa "Totalmente de acuerdo".

**1. GeoGebra facilita mi comprensión de los conceptos de vectores y sus operaciones.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**2. Utilizar GeoGebra para visualizar vectores me ayuda a entender mejor sus propiedades y relaciones.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**3. Creo que GeoGebra es una herramienta útil para explorar las operaciones vectoriales como la suma y resta de vectores.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**4. La interactividad de GeoGebra hace que aprender sobre vectores sea más interesante y atractivo para mí.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**5. Me siento motivado/a para explorar nuevas funciones y herramientas de GeoGebra relacionadas con vectores.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**6. Utilizar GeoGebra para resolver problemas de vectores me da confianza en mis habilidades matemáticas.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**7. GeoGebra me motiva a profundizar en el tema de vectores y explorar conceptos más avanzados.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**8. La experiencia de utilizar GeoGebra para estudiar vectores ha sido satisfactoria para mí.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**9. Recomendaría el uso de GeoGebra a otros estudiantes para estudiar vectores y sus operaciones.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

**10. En general, considero que GeoGebra es una herramienta valiosa para aprender sobre vectores en comparación con otros métodos de enseñanza.**

1: Totalmente en desacuerdo

2: En desacuerdo

3: Neutral

4: De acuerdo

5: Totalmente de acuerdo

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE “ENCUESTA”																			
Objetivos	Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para medir el impacto generado en los estudiantes de la asignatura de Matemáticas al momento de aplicar una nueva metodología para el desarrollo de las clases de vectores.																		
Objetivos de la investigación	<ul style="list-style-type: none"> <li>Indagar la actitud de los estudiantes al cambio en la metodología para el desarrollo de las clases de vectores.</li> <li>Analizar el rendimiento actitudinal y motivacional de los estudiantes.</li> </ul>																		
Criterios a evaluar	Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9		
	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Coherencia interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Sesgo (inducción a la respuesta)	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Respuesta puede estar orientada a la deseabilidad social	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Contribuye a los objetivos de la investigación	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M		M		M		M		M		M		M		M		M		

Criterios a evaluar	Ítem No.10		Ítem No.11		Ítem No.12		Ítem No.13		Ítem No.14		Ítem No.15		Ítem No.16		Ítem No.17		Ítem No.18	
	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	No										
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Coherencia interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Sesgo (inducción a la respuesta)	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Respuesta puede estar orientada a la deseabilidad social	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a los objetivos de la investigación	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	

Observacion es a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M	M	M	M	M	M	M	M	M	
	<b>Consideraciones generales</b>				S í			N o		
	Las instrucciones orientan claramente para responder la encuesta				X					
	La secuencia de los ítems es lógica				X					
	La cantidad de ítems es adecuada				X					
	<b>Consideraciones finales</b> (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)									
	1.									
	2.									
	<b>Instrumento validado por:</b> MSc. Juan Diego Coello Apolo				Firma: 					
	Celular: 0998602044									
Correo electrónico: <a href="mailto:jdiego.coelloa@ucuenca.edu.ec">jdiego.coelloa@ucuenca.edu.ec</a>										

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE “ENCUESTA”																		
Objetivos	Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para medir el impacto generado en los estudiantes de la asignatura de Matemáticas al momento de aplicar una nueva metodología para el desarrollo de las clases de vectores.																	
Objetivos de la investigación	<ul style="list-style-type: none"> <li>Indagar la actitud de los estudiantes al cambio en la metodología para el desarrollo de las clases de vectores.</li> <li>Analizar el rendimiento actitudinal y motivacional de los estudiantes.</li> </ul>																	
Criterios a evaluar	Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9	
	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o
Claridad en la redacción	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Coherencia interna	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Sesgo (inducción a la respuesta)	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Redacción adecuada a la población de estudio	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Respuesta puede estar orientada a la deshabilidad social	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Contribuye a los objetivos de la investigación	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Contribuye a medir el constructo en estudio	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.																		

Criterios a evaluar	Ítem No.10		Ítem No.11		Ítem No.12		Ítem No.13		Ítem No.14		Ítem No.15		Ítem No.16		Ítem No.17		Ítem No.18	
	S í	No	S í	No	S í	No	Sí	No	S í	No	Sí	No	S í	No	Sí	No	S í	No
Claridad en la redacción	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Coherencia interna	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Sesgo (inducción a la respuesta)	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Redacción adecuada a la población de estudio	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Respuesta puede estar orientada a la deshabilitación social	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Contribuye a los objetivos de la investigación	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Contribuye a medir el constructo en estudio	x		x		x		x		x		x		x		x		x	
Observaciones a cada ítem, considere si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.																		
<b>Consideraciones generales</b>									<b>S í</b>				<b>No</b>					
Las instrucciones orientan claramente para responder la encuesta									x									
La secuencia de los ítems es lógica									x									
La cantidad de ítems es adecuada									x									
<b>Consideraciones finales</b> (favor agregar observaciones que han sido consideradas)																		

en este tamaño)		
1.		
2.		
<b>Instrumento validado por: Edwin Riofrio</b>	<b>Firma:</b> EDWIN SANTIAGO RIOFRIO SARMIENTO <small>Firma: [Edwin Riofrio Sarmento] SANTIAGO RIOFRIO SARMIENTO                  DE: [Edwin Riofrio Sarmento] SANTIAGO RIOFRIO SARMIENTO                  OFICINA: [Edwin Riofrio Sarmento] SANTIAGO RIOFRIO SARMIENTO                  Fecha: 2024/03/11 17:15:18 (B)</small>	
Celular:0984104127		
Correo electrónico: santosryo@gmail.com		

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE “ENCUESTA”																		
Objetivos	Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para medir el impacto generado en los estudiantes de la asignatura de Matemáticas al momento de aplicar una nueva metodología para el desarrollo de las clases de vectores.																	
Objetivos de la investigación	<ul style="list-style-type: none"> <li>Indagar la actitud de los estudiantes al cambio en la metodología para el desarrollo de las clases de vectores.</li> <li>Analizar el rendimiento actitudinal y motivacional de los estudiantes.</li> </ul>																	
Criterios a evaluar	Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9	
	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o	S í	N o
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Coherencia interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Sesgo (inducción a la respuesta)		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Respuesta puede estar orientada a la deseabilidad social		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Contribuye a los objetivos de la investigación	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	

Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M	M	M	M	M	M	M	M	M
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Consideraciones generales	Sí	No
Las instrucciones orientan claramente para responder la encuesta	X	
La secuencia de los ítems es lógica	X	
La cantidad de ítems es adecuada	X	
<b>Consideraciones finales</b> (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)		
1.		
2.		
<b>Instrumento validado por: Msc. Irma Rojas</b>		
Celular: 0984570808		
Correo electrónico: <a href="mailto:irmalice26@gmail.com">irmalice26@gmail.com</a>		

Firm