Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Maestría en Educación mención en Enseñanza de la Matemática

Método singapur en la enseñanza de las cónicas en segundo año de bachillerato

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Magíster en Educación mención en Enseñanza de la Matemática

Autor:

Nelson Romeo Pastuizaca Guamán

Director:

César Augusto Trelles Zambrano

ORCID: 0000-0002-4096-8353

Cuenca, Ecuador

2024-07-11

Resumen

En los últimos años, se ha evidenciado una falencia en el alumnado de bachillerato del centro educativo Víctor León Vivar ubicado en la ciudad de Nabón, Ecuador, principalmente en la asignatura de matemáticas y, de manera específica, en la temática de secciones cónicas. Es por ello que, en la búsqueda de mejorar la calidad de educación y el proceso de enseñanza-aprendizaje en esta investigación se encontró como modelo referente el sistema educativo de Singapur. En esta investigación se pretende diseñar una guía didáctica basada en el modelo de Singapur, donde se busca una mejoría en el rendimiento académico de los alumnos, así como fomentar las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes y dotar a los docentes de una herramienta para una mejor planificación. Se trabajará con los estudiantes del segundo año de bachillerato, que, al estar separados en dos paralelos diferentes, se los tratará por separado, el primero se considerará el grupo de control y el segundo el grupo experimental. En primera instancia, se le aplicara a cada uno de los grupos un pretest como diagnóstico para tomar como punto de partida; seguido por la etapa de docencia donde el grupo de control mantiene el proceso con los textos educativos del Ministerio de Educación, mientras que, con el grupo experimental se emplea la guía didáctica propuesta. Finalmente, se realiza una evaluación académica a cada uno de los grupos con el fin de determinar su entendimiento de los conceptos impartidos por el docente. Se determina que, el grupo experimental obtuvo un mejor aprovechamiento académico demostrado con un mejor entendimiento de los conceptos, una mejor comunicación y satisfacción de los estudiantes comparados con el grupo de control que mantuvo el rendimiento de los últimos tiempos.

Palabras clave del autor: bachillerato, circunferencia, elipse, hipérbola, método de singapur, parábola

Abstract

In recent years, a deficiency has been evidenced in the high school students of the Víctor León Vivar educational center located in the city of Nabón, Ecuador, mainly in the subject of mathematics and, specifically, in the topic of conic sections. For this reason, in the search for improving the quality of education and the teaching-learning process, the Singaporean educational system was found as a reference model in this research. In this research we intend to design a didactic guide based on the Singapore model, which seeks to improve the academic performance of students, as well as to promote problem-solving skills of students and provide teachers with a tool for better planning. We will work with students in the second year of high school, who, being separated into two different parallels, will be treated separately, the first will be considered the control group and the second the experimental group. In the first instance, a pretest is applied to each of the groups as a diagnosis to be taken as a starting point; followed by the teaching stage where the control group maintains the process with the educational texts of the Ministry of Education, while the experimental group uses the proposed didactic guide. Finally, an academic evaluation is made to each of the groups in order to determine their understanding of the concepts taught by the teacher. It is determined that the experimental group obtained a better academic achievement demonstrated with a better understanding of the concepts, better communication and satisfaction of the students compared to the control group that maintained the performance of the last times.

Author Keywords: baccalaureate, circumference, ellipse, hyperbola, parabola, singapore method

Índice de contenido

Índice de figuras

Índice de tablas

Capítulo I. Introducción

Planteamiento del problema

El alumnado del 2° de Bachillerato del centro educativo Víctor León Vivar, al recibir la asignatura de Matemática, y estudiar secciones cónicas, presentan inconvenientes en el proceso de aprendizaje de fundamentos de la parábola, circunferencia, elipse e hipérbola cuando relacionan los conceptos aprendidos y la práctica.

El informe técnico final de Matemática de la Unidad Educativa Víctor León Vivar, evidencia que en el periodo escolar 2019 – 2020 los estudiantes de segundo de bachillerato presentaron dificultades en el aprendizaje alcanzando un promedio final de 8.26. Así mismo el año lectivo 2020 – 2021 los estudiantes de segundo de bachillerato alcanzaron un promedio final de 8.87. Con base en los resultados del informe técnico expuesto, presenta la pregunta: ¿Cómo aportar para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de secciones cónicas en el segundo año de Bachillerato del centro educativo Víctor León Vivar? Para esta investigación se han identificado las variables dependientes: rendimiento académico como variable cuantitativa, motivación del estudiante como variable cualitativa; y también la variable independiente: Método de Singapur como metodología mediante la guía didáctica propuesta.

Antecedentes

La Unidad Educativa Víctor León Vivar pertenece al Distrito de Educación 01D05, su cuerpo docente está conformado por 17 miembros y está ubicada en la zona rural, en la parroquia Cochapata, cantón Nabón. El número de estudiantes matriculados en 2021 – 2022 es de 248, en el segundo de bachillerato ciencias existen 28 estudiantes y, en el bachillerato técnico y construcciones metálicas son 19 estudiantes. Debido a que el Ecuador y el mundo atravesaron una condición emergente sanitaria, el alumnado recibió sus clases en forma online. Dentro de lo que contempla el espacio físico de la institución se encuentran 2 bloques: bloque1; 9 aulas, 1 taller, 9 baterías sanitarias y una cancha, bloque 2; 4 aulas, 6 baterías sanitarias y 2 canchas.

Los estudiantes matriculados en la institución provienen de familias de escasos recursos cuya principal actividad económica es la agricultura, seguido de la producción artesanal de ladrillo y la ganadería. Por la grave crisis de economía que acechó el país, agravada por la emergencia sanitaria, algunos estudiantes no recibían las clases online todos los días; el rector manifiesta que se debe a la mala cobertura del internet debido a la situación geográfica, además expresa que los estudiantes se encargan en sus hogares del quehacer doméstico y cuidado de animales mientras sus padres salen a los campos a trabajar.

Justificación

El Currículo ecuatoriano propone flexibilidad y apertura, adaptándose óptimamente al alumnado. Además, impulsa un método que se centra en la actividad con los alumnos como partícipes activos fomentando el pensamiento racional y crítico, y, también impulsando el trabajo en equipo. Al incorporar el Método de Singapur para optimizar el aprendizaje de las cónicas se pretende contribuir al aprendizaje de manera positiva. Además, el currículo plantea que el perfil de salida del alumnado basado en tres importantes valores: justicia, innovación y solidaridad, por lo tanto, estos valores se deben tomar como referentes en el trabajo cotidiano en el aula. Así también, incentiva a la innovación de nuevas formas de enseñanza-aprendizaje, nuevos métodos, nuevas técnicas e implementación de diversos recursos didácticos para que el estudiante puede aprender de manera significativa.

La investigación de Ku Peñaranda et al. (2019), relaciona la incorporación del Método de Singapur y manipulación de un recurso educativo con su respectiva secuencia didáctica, concluye que ayuda a fortalecer el aprendizaje del alumnado. Además, le considera a la creatividad para diseño e implementación de recursos manipulativos como un beneficio en la superación de las dificultades y problemáticas que subyacen en tutela de geometría, así como motivar a los alumnos, trabajar en equipo, y la participación activa, haciéndolos participes del proceso de aprender conceptos nuevos.

Las innovaciones en el campo de educación y la transformación que ha tenido la enseñanza han generado cambios en la forma de dirigir la clase. La incorporación de recursos físicos y digitales para el estudio de las cónicas será muy importante tanto para el docente como para el estudiante porque sirven:

> “Como nuevos medios para optimizar el aprendizaje, suponen la adquisición de competencias necesarias entre los estudiantes en la construcción de su aprendizaje. En este camino, los profesores de matemática deben ser los propulsores y creadores de la forma óptima de usar estos recursos de tal manera que los estudiantes se mantengan siempre motivados y sus aprendizajes sean cada vez más significativos” (Ramón y Vilchez, 2019).

En efecto, el docente debe coordinar actividades mediante una guía didáctica donde el estudiante tenga la posibilidad de aprender por sí mismo. Se pretende mejorar la enseñanza mediante el uso de recursos didácticos como el geoplano optimizando el estudio de las cónicas en los temas de la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola.

"Los recursos didácticos, son herramientas inherentes al proceso de enseñanza aprendizaje, por lo tanto, no deben faltar en las actividades académicas para lograr una mejor interacción" (Ordóñez Pardo et al., 2020). La implementación de actividades orientadas a la innovación mediante los recursos didácticos propuestos será un aporte significativo para la Unidad Educativa Víctor León Vivar. La implementación del material didáctico tendrá un valor importante para llevar a cabo las actividades de docencia, ya que ayudará y complementará la enseñanza de secciones cónicas. El trabajo está elaborado para la enseñanza de las cónicas específicamente de la parábola, circunferencia, elipse e hipérbola, es por eso que, se considera que de esta manera el conocimiento se construirá a través del método de Singapur aplicando una guía didáctica con un enfoque socio crítico.

"La indagación empírica revela la necesidad de brindar mayor protagonismo a los estudiantes y actualizar didácticamente los medios que se emplean" (Cruz González y Gamboa Graus, 2020). Actualmente, el estudiante es el principal actor de la educación, por lo que este trabajo se puede efectuar para que, mediante el método de Singapur y el uso de materiales didácticos, el estudiante pueda desarrollar conocimientos creativos y críticos.

Esta investigación es desarrollada con la finalidad de aportar al aprendizaje, orientado a la innovación mediante el método Singapur para el estudio de las cónicas, a través de un enfoque socio crítico, para que pueda ser implementado de forma adecuada y eficaz, para optimizar el rendimiento académico y la motivación de los alumnos.

La implementación del método de Singapur, material didáctico y las actividades orientadas a la innovación mediante los recursos didácticos propuestos para fortalecer el estudio de secciones cónicas en el 2° de Bachillerato del centro educativo Víctor León Vivar será una herramienta útil para los profesores y alumnado, para contribuir a una educación de calidad.

Objetivo general

Diseñar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el 2° de Bachillerato del centro educativo Víctor León Vivar durante el año escolar 2022-2023.

Objetivos específicos

- Fundamentar teóricamente los conceptos Cónicas, Método de Singapur y guía didáctica, enfatizando metodologías activas.
- Diagnosticar los conocimientos del alumnado del 2° de Bachillerato del centro educativo Víctor León Vivar, en relación a las cónicas durante el año escolar 2022-2023.
- Diseñar una guía didáctica basada en el Método Singapur que contribuya al desarrollo de destrezas en cónicas en el alumnado.
- Evaluar el rendimiento académico de los estudiantes posterior a la implementación de la guía didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de secciones cónicas.

La investigación está estructurada por 5 capítulos, cada uno se enlaza para poder alcanzar los objetivos planteados previamente. En el Capítulo II, se realiza una revisión bibliográfica exhaustiva de diferentes fuentes, tales como: revistas, artículos científicos, libros, secciones de libros, sitios web y más, abordando los temas más relevantes para la investigación en curso. En el Capítulo III, se hace un repaso de todas las técnicas, métodos, y herramientas que se implementarán y usarán en la investigación; de igual forma se detallará la población y muestra, así como, la manera en la que se interpretarán los datos obtenidos. En el Capítulo IV se plasman los resultados obtenidos a partir de las diferentes pruebas realizadas y se analizará el impacto que ha tenido la implementación de la guía didáctica en los alumnos del grupo experimental, así como el rendimiento académico del alumnado de los dos grupos, tanto el de control como el experimental, comparando el aprovechamiento de los dos. Finalizando con una serie de conclusiones que el autor posterior al análisis de los resultados obtenidos.

Capitulo II. Marco teórico

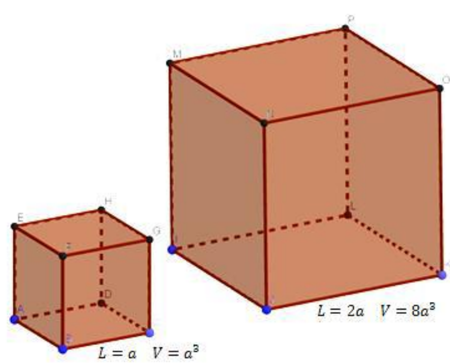
En primera instancia se procede a la recopilación bibliográfica de conceptos y definiciones de los diferentes fundamentos teóricos de las secciones cónicas, así como su historia y aplicaciones.
Posterior a ello, se detallarán las diferentes estrategias que emplean los docentes para enseñar secciones cónicas, con diferentes resultados, subrayando los limitantes y requisitos para cada uno, así como, se hace un recuento de las principales herramientas tecnológicas empleadas.
Se definirá el método Singapur, desde su historia y cómo el proceso de enseñanza de este país marcó una innovación en el aprendizaje matemático a nivel mundial. Se detallarán diferentes casos en países, cómo se ha aplicado y los resultados obtenidos.
Por último, se debe analizar el contexto educativo en Ecuador, y cómo es el sistema educativo en este país, e igual, el proceso educativo de matemáticas, incluyendo las prácticas pedagógicas comunes y los desafíos enfrentados por los docentes.

Fundamentos de las cónicas

La historia de las cónicas comienza en la antigua Grecia, donde se encuentra una relación con uno de los tres clásicos inconvenientes de la antigüedad, la duplicación del cubo. Este inconveniente se suscita debido a una peste en Atenas, donde el Oráculo solicitó a los expertos en la rama de la matemática que se duplique el volumen del cubo previamente montado honorando a Apolo. Los científicos, en primera instancia duplican la arista del cubo resultando en un volumen ocho veces mayor que el anterior, como se puede ver en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** 1 (Moreno Prieto, 2018).

Figura 1

Intento de duplicación del cubo



Nota. *Tomado de* Historia de las cónicas y su aporte al conocimiento del profesor de matemáticas*, por Á Moreno, 2018,* Universidad Pedagógica Nacional.

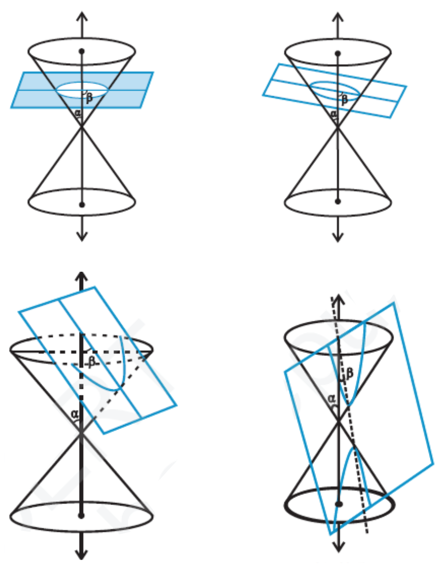
Es aquí cuando Menecmo, un matemático de la época encontró que la solución para este inconveniente se encuentra mediante una relación entre dos medias proporcionales entre los dos sólidos, mediante el uso de un sistema de dos ecuaciones, que resulta en la intersección de dos parábolas, estas secciones se encuentran luego de realizar cortes a conos mediante

planos. Toda sección cónica se describe como la "intersección de un cono circular recto de doble hoja con un plano que no pase por el vértice del cono" (Có, 2018).
Esta investigación fue profundizada por Apolonio de Perge, experto en matemáticas de origen turco, quien procedió a la clasificación de las secciones según el corte que se le haga al cono, descubriendo las propiedades reflectivas que tiene cada sección (Có, 2018). Las secciones cónicas que se encuentran al aplicar "una intersección de un plano y un cono circular recto son la parábola, circunferencia, elipse e hipérbola" (Mathcentre, 2009).

Mediante el ángulo que forma el eje del cono y su generatriz β, y el ángulo que forma el plano con la altura α se pueden encontrar las diferentes secciones cónicas, dando como resultado por ejemplo que, si α=90°, el plano es horizontal y se obtiene una circunferencia; si β <90°<α se obtiene una elipse; si β =α se obtiene una parábola; y, por último, si 0< α< β, se obtienen las dos ramas de una hipérbola (Mejías, 2017), esto se puede visualizar de mejor manera en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. 2**.

Figura 2

Intersecciones del cono circular recto con un plano



Nota. Tomado de Conic Sections por J, Redden, 2012, Advanced Algebra

Las cónicas tienen como ecuación general la siguiente

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$$

siendo $A^2+B^2+C^2 \neq 0$

a partir de esta ecuación y mediante trasformaciones se pueden obtener las ecuaciones simplificadas de cada una de las cónicas (Carrillo de Albornoz Torres y Rodríguez, 2020).

Parábola

Una parábola es definida como "la serie de puntos en un plano equidistante de una directriz (d), y un punto no perteneciente a dicha línea llamado foco (f)" (Schmitz, 2012), como se observa en Figura 3.

La forma general y estándar de la ecuación de la parábola viene dada por:

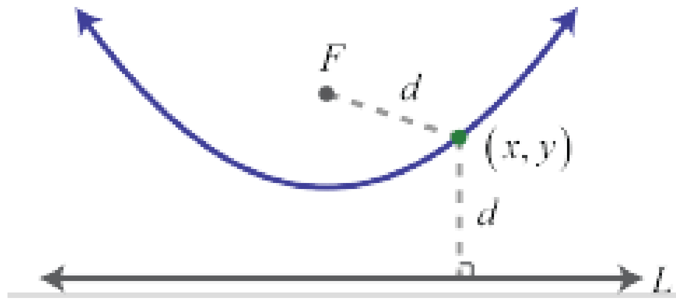
$y = ax^2 + bx + c$ Forma general

$y = a(x-h)^2 + k$ Forma estándar

Donde, los vértices de la parábola son los (h,k)

Figura 3

Elementos de la parábola



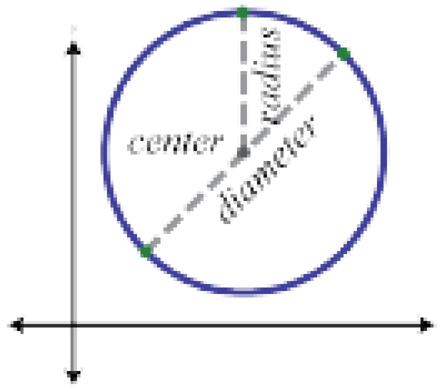
Nota. Tomada de Conic Sections, por A. Schmitz, 2012, Advanced Algebra

Circunferencia

La circunferencia se denomina “a una serie de puntos en un plano que se encuentra a una distancia determinada llamada radio desde otro punto que se llama centro” (Schmitz, 2012). El diámetro es la longitud de línea, que pasa a través del centro cuyos puntos finales están en la circunferencia, como se aprecia en la Figura 4.

Figura 4

Elementos de una circunferencia



Nota. Tomada de Conic Sections, por A. Schmitz, 2012, Advanced Algebra

Suponiendo que el origen se encuentra en los puntos (h,k) y el radio r; la ecuación de la circunferencia viene dada por:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

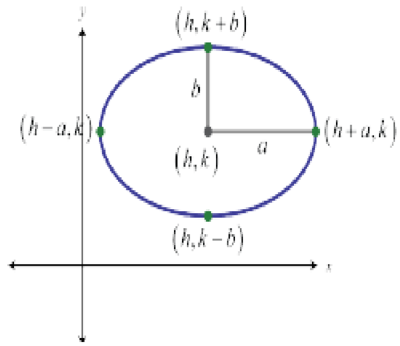
Elipse

“Una elipse es la serie de punto en un plano donde las distancias desde dos puntos fijos, llamados focos, tienen que sumar una constante positiva; la distancia entre los focos se llama distancia focal” (Có, 2018), como se puede ver en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. 5**.

Existe una elipse horizontal y vertical, dependiendo de la orientación que tienen sus focos y por ende, qué foco es el mayor y menor, de acuerdo a su distancia al centro.

Figura 5

Elementos de la elipse



Nota. Tomada de Conic Sections, por A. Schmitz, 2012, Advanced Algebra

Esta sección cónica está definida por la ecuación estándar:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

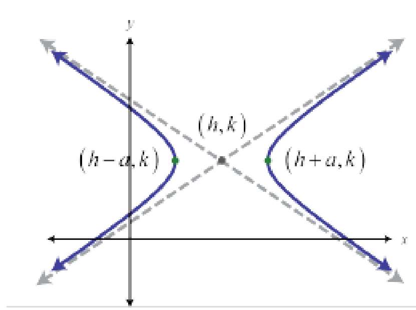
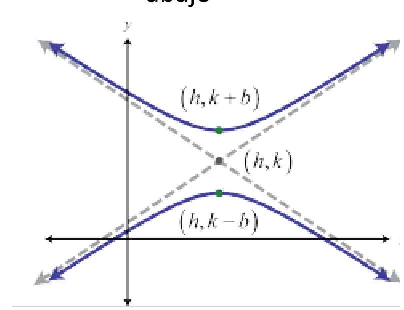
En el caso que a>b, la elipse es horizontal como en **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. 5**, mientras que, si b>a, la elipse es vertical y b se convertiría en el foco mayor.

Hipérbola

La hipérbola se define como “la secuencia de puntos en un plano donde las diferencias de las distancias de dos puntos fijos llamados focos, tiene un valor absoluto que es constante; esta distancia se llama distancia focal” (Schmitz, 2012). Además, se puede detallar que se encuentra compuesta por dos curvas separadas llamadas ramas que son reflejadas de acuerdo a un eje de simetría; de esta manera se pueden definir dos tipos de hipérbolas, las que tienen sus ramas abiertas de izquierda-derecha y las que se abren de arriba-abajo. En la Figura 6, se pueden observar los elementos de la hipérbola de los dos tipos, junto con la ecuación general correspondiente.

Figura 6

Elementos y ecuación de la hipérbola a) Izquierda-derecha; b) Arriba-abajo

Hipérbola con apertura de izquierda-derecha	Hipérbola con apertura de arriba-abajo
 $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	 $\frac{(y-k)^2}{b^2}-\frac{(x-h)^2}{a^2}=1$
(a)	(b)

Nota. Adaptada de Conic Sections, por A. Schmitz, 2012, Advanced Algebra

Aplicaciones de las secciones cónicas

Una de las más destacables aplicaciones que se tiene de las secciones cónicas es la de las elipses en la astronomía. En un principio, se creía que los planetas orbitaban de manera circular alrededor del sol, sin embargo, fue Johannes Kepler quien probó que los satélites seguían una órbita elíptica y posteriormente se usaron las propiedades de esta sección cónica para establecer leyes del universo (Shah, 2015; Thomson, 2007). Mediante estas propiedades, los astrónomos pueden predecir el arribo de cometas, órbitas planetarias y otras leyes físicas.

Otra aplicación importante de las elipses es el litotriptor, un dispositivo médico no invasivo utilizado para romper cálculos renales mediante vibraciones mecánicas. El litotriptor tiene forma de elipsoide y el cálculo renal se coloca en uno de sus focos. Las vibraciones mecánicas se emiten en todas direcciones desde el foco exterior del elipsoide, lo que garantiza que las vibraciones de baja energía no dañen los tejidos circundantes (Fazekas, 2023).

La propiedad reflectiva de las parábolas se emplea en antenas parabólicas, donde se refleja la información captada por la antena hacia un foco, que se encuentra a una distancia focal, empleando las propiedades de esta sección cónica. Esta tecnología se utiliza para minimizar el uso de amplificadores y reduce el área de captación necesaria. De igual manera, esta propiedad esta propiedad se utiliza en los micrófonos parabólicos de vigilancia sonora a distancia, en los que las ondas sonoras se concentran en el punto de captación del micrófono tras la reflexión (Fazekas, 2023). En (Qudosi, 2021), el autor detalla las principales aplicaciones que se tienen de las secciones cónicas mismas que se exponen la Tabla 1.

Tabla 1

Aplicación de secciones cónicas

Sección cónica	Aplicaciones
Circunferencia	-Llantas -Reloj
Parábola	-Espejo Parabólico -Disco satelital -Captadores térmicos cilíndricos -Discos satelitales
Elipse	-Lilotriptor -Ley de Kepler -Galería de los susurros
Hipérbola	-Torres de enfriamiento de reactores nucleares -Relojes de sol

Enseñanzas de las secciones cónicas

Los docentes de matemáticas tienen que preparar a sus alumnos en los diferentes espacios de esta ciencia, donde la geometría analítica tiene un rol importante. Tratar esta información le facilita al estudiante el conocimiento de conceptos propios de la matemática, mediante técnicas de enseñanza y aprendizaje (Cruz González y Gamboa Graus, 2020).

La geometría espacial, y específicamente las cónicas sirven como fuente de visualización para el entendimiento de muchos conceptos de álgebra, cálculo, y estadística, además sirve como un prerrequisito para el estudio de áreas como la astronomía, arte, dibujo mecánico, física y geología (Sudihartinih y Purniati, 2020), ampliando además la competencia sintética de los estudiantes que cursen cualquier clase de ingeniería donde los conceptos matemáticos deben estar claros (Lazarov y Dimitrov, 2020).

Para un correcto entendimiento de las secciones cónicas, se dice que el alumnado debe identificar visual y gráficamente las diferentes características de las curvas, observando los cortes longitudinales, diagonales y transversales en el cono, esto en vinculado con el pensamiento espacial (Quintero Pérez, 2017).

En Sudihartinih y Purniati (2020), los autores determinan que los errores en concepto y equivocaciones más frecuentes cometidos por los estudiantes en un instituto educativo de Indonesia, ordenados de manera descendente desde el más común al menos común son:

1. Inhabilidad por determinar dos posibles ecuaciones simples.
2. Incapacidad para determinar la descripción de la ecuación simple de la parábola.
3. Incapacidad para determinar una ecuación cónica.
4. Inhabilidad por probar la longitud del lado recto de una elipse.
5. Error en la determinación de una ecuación simple donde se conocen los vértices de una hipérbola.
6. Incapacidad de identificar la ecuación de la hipérbola conociendo las distancias focales.

Esto demuestra una carencia de conocimiento conceptual de las secciones cónicas, donde no se comprenden de manera adecuada las propiedades de las curvas y, por ende, no pueden desarrollar de manera adecuada lo solicitado. Además, estos errores pueden ser de malos conceptos algebraicos previos, como en la resolución de ecuaciones.

En muchos casos, los centros educativos utilizan textos escolares predeterminados que los alumnos siguen con el acompañamiento del docente, donde se encuentran todos los conceptos de secciones cónicas. En estos libros igual encontramos ejemplos, y ejercicios que se pueden realizar para evaluar el aprendizaje de dichas definiciones. En el caso de Ecuador, utilizan un texto para la asignatura de matemáticas, que aborda conceptos de álgebra y funciones; derivadas, vectores, cónicas, y estadística (Ministerio de Educación del Ecuador, 2020).

Además de los diferentes textos educativos digitales y físicos que existen en la actualidad, tenemos herramientas tecnológicas que nos permiten un mejor entendimiento de secciones cónicas y comprender la distinción entre ellas, así como sus partes y propiedades (Daza Guerrero, 2023).

Aunque la tecnología puede aplicarse en los cursos para hacer más atractivo el aprendizaje y añadir a la educación, los profesores suelen tener conflictos sobre qué hacer pedagógicamente con la tecnología. Al final, los profesores acaban utilizando herramientas y artilugios "por el mero hecho de usarlos" o "para declarar la novedad en sus trabajos" (Buentello et al., 2021).

Existen numerosas herramientas tecnológicas que le ayudan a los estudiantes a adquirir los diferentes conceptos de cónicas, facilitan el entendimiento de sus propiedades debido a las bondades visuales que brindan. En Buentello-Montoya et al. (2021), se evidencia cómo la realidad aumentada (AR) y realidad virtual (VR) resultan útiles en la enseñanza y aprendizaje de matemáticas. Estas tecnologías permiten, por ejemplo, la visualización de figuras geométricas en VR mediante GeoGebra, crear y manipular objetos geométricos 3D y superficies con VR y un equipo electrónico mediante AVRAM, crear y manipular objetos geométricos usando gestos en VR con la plataforma HandWaver, entre otros.

Un ejemplo puntual del uso de AR para mejorar la enseñanza de secciones cónicas es (Rodríguez Alemán y Rodríguez Antonio, 2020), donde los autores crean una aplicación móvil de AR que pretende ayudar en la docencia de geometría tridimensional, específicamente en secciones cónicas; el resultado de la investigación fue una aplicación con un interfaz simple e intuitiva. Permite a los alumnos que cuentan deficiencia en inteligencia espacial, potenciar el conocimiento de figuras cónicas, visualizando cómo la formación de las figuras.

En la investigación de (Solares y Blanco, 2022), se evidencia como estudiantes iniciales de ingeniería utilizan Matlab y sus videos para poder entender de mejor manera los conceptos de cónicas. El profesor aquí revisa los conceptos y propiedades de las diferentes cónicas y los alumnos a su vez codifican para calcular los diferentes elementos cónicos. Después del experimento se ve como el 86% de los participantes consideran más interesante el tema y la metodología, obteniendo igual calificaciones más altas de previo a utilizar esta herramienta.

Una de las herramientas más empleadas para el desarrollo de ejercicios, simulación y representaciones de figuras geométricas es el software GeoGebra (Martinez y Gallardo, 2023; Sudihartinih et al., 2020). GeoGebra provee la oportunidad de visualizar y la interacción de conceptos matemáticos. Bhattarai (2021) determina que después de la evaluación realizada, GeoGebra ha permitido la motivación positiva por aprender secciones cónicas de un grupo de estudiantes, incrementando sus notas comparado con el método convencional de estudio. Mediante el uso del software se promueven cambios en la enseñanza de cónicas, colaborando en su rendimiento (Duardo Monte, 2014).

En el contexto nacional, en Ecuador se han desarrollado diversas investigaciones relacionadas al uso de GeoGebra como herramienta de enseñanza de secciones cónicas. Entre ellas podemos encontrar Brito Mancero (2022), García Pacheco (2023), Jiménez Álvarez et al. (2022) y Lucas Ávila y Aray Andrade (2023), donde utilizan el software para mejorar en todos los casos el rendimiento, comprensión e interés de los estudiantes por la geometría analítica y específicamente por las cónicas.

Método Singapur

Se lo define como un “método desarrollado en el sistema educativo singapurense para la enseñanza de la matemática” (Bes Garau, 2020). Es una secuencia de actividades por descubrimiento e investigativas donde el alumnado pretende encontrar soluciones a problemas con base en sus experiencias o conocimientos previamente adquiridos.

El sistema de educación matemático de Singapur recibió mucha atención de todo el mundo después de que este país fue ranqueado entre las principales posiciones en los estudios competitivos internaciones “Trends in International Mathematics and Science Study” y en “Programme for International Student Assessment” (Toh, 2021).

La importancia que tiene el estudio de la matemática en Singapur se evidencia en la estructura educativa existente para que el alumnado se incentive marcando positivamente el aprendizaje, buscando resultados, que se validen mundialmente (Turizo Martínez et al., 2019).

En este país se cree que, si la enseñanza de matemáticas es eficiente, se generarán grandes cambios en las futuras generaciones.

A pesar de que Singapur es ahora uno del líder en logros matemáticos, no siempre fue así. En los 1980, esta nación decidió intervenir en investigación y recomendaciones, incluyendo el reporte de 1982 Cockcroft desarrollado en Reino Unido, que definía que "la resolución de problemas está en el corazón de las matemáticas" (Lawn, 2017) y debería ser enfatizado en las escuelas y que, las habilidades básicas en matemáticas deben incluir más que solo computar respuestas mediante un método aprendido (Lawn, 2017).

En 1992, la nación singapurense evaluó y cambió su sistema de enseñanza de matemáticas, facilitando el aprendizaje de estudiantes en establecimientos públicos, mostrando de los mejores desempeños a nivel mundial desde 1995 (Angarita B. et al., 2016). El sistema educativo de matemáticas singapurense adquiere mucha atención a nivel mundial después de ranquearse entre las posiciones más altas en los estudios comparativos internaciones de TIMSS y el PISSA (Toh, 2021), debido a esto, investigadores llevaron a cabo estudios comparativos revisando los libros de Singapur y analizando el desempeño de alumnos a la hora de solucionar problemas planteados (Baysal y Sevinc, 2022). En el reporte de la evaluación de TIMSS 2019 se revela que Singapur sigue ocupando el primer lugar en desempeño de matemáticas en cuarto y octavo grado, por delante de países como Hong Kong, Corea del Sur, China y Japón (Mullis et al., 2020).

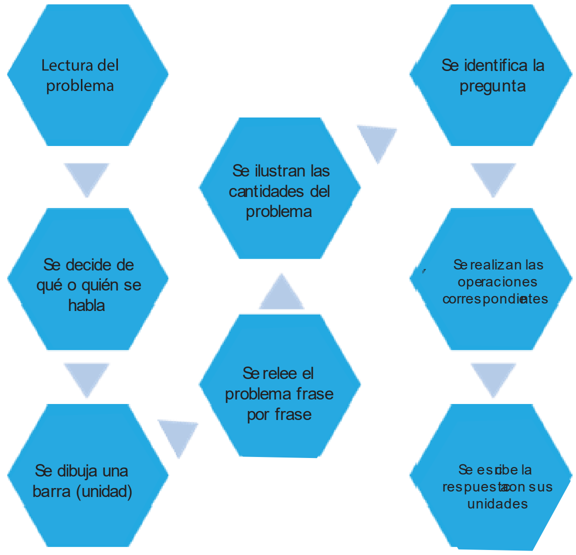
El Ministerio de Educación de ese país incitaba a los educadores a crear ciudadanos modelos futuros integrantes productivos del estado. El sistema educativo de este país es diferente al americano. En Singapur, se tiene un currículum centralizado que prepara estudiantes para que se adapten a el mundo cambiante en el que vivimos (Taliaferro Blalock, 2011).

Este método fue desarrollado en el sistema de educación de Singapur para optimizar la enseñanza-aprendizaje de matemáticas. Consiste de conjunto de actividades, donde alumno busca resolver problemas en función de previos conocimientos y experiencias (Alba Cobos y García Cárdenas, 2019).

El método Singapur, se define como "el conjunto de procedimientos, habilidades y actitudes que mejoran el pensamiento matemático; caracterizada por focalizarse en la resolución de problemas" (Juárez Eugenio y Aguilar Zaldivar, 2018; Wu et al., 2020); el procedimiento está descrito en la Figura 7.

Figura 7

Procedimiento del método de Singapur



Nota. Adaptada de El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria, por M Juárez Eugenio y M. Aguilar Zaldivar, 2018, Números Revista de Didáctica de Las Matemáticas

El método singapur reconoce que la confianza del niño en aprender influirá en su rendimiento. Hay que enseñar a los niños utilizando estrategias que les permitan asimilar plenamente los conocimientos y, por tanto, "dominarlos". Una vez dominado, es más fácil construir sobre el conocimiento actual y sólo una vez que un niño entiende algo será capaz de utilizarlo de una manera significativa (Lawn, 2017).

En Singapur, se ha desarrollado este método enfatizando en el desarrollo de habilidades matemáticas empleando tecnología informática aplicada. En el sistema educativo de este país se enfocan en la interconexión de contenidos y globalización de aprendizajes (Naranjo et al., 2020).

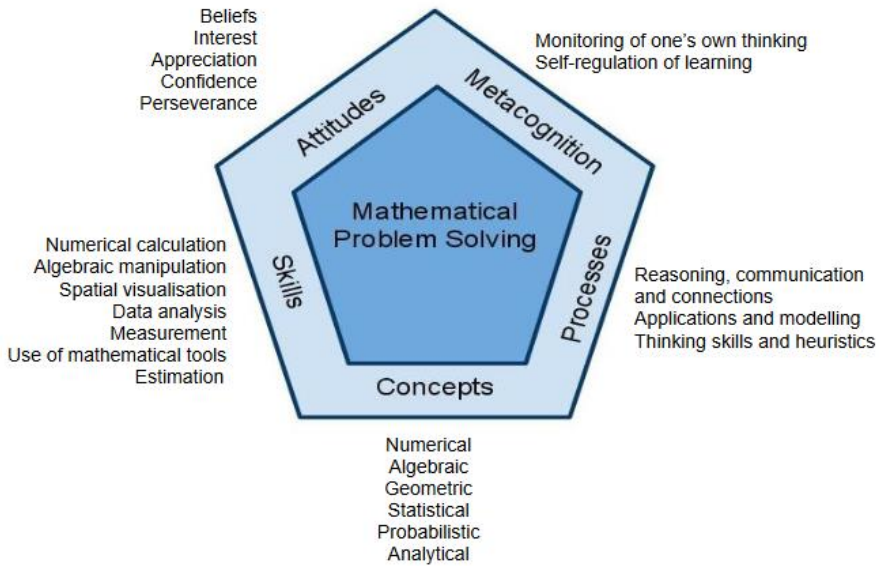
En este método se persigue siempre la posibilidad de resolver diferentes problemas, basándose en el aprendizaje de las matemáticas. La manera de resolver los problemas planteados va más allá de tan solo una ecuación, fórmula o algoritmo; involucra el uso de procedimientos cognitivos (Ramírez Saldaño, 2022).

El enforque metodológico propuesto en este método de Singapur está conformada por una primera fase de observación; seguida por una de representación gráfica y resolución con herramientas visuales de los problemas; y, finalmente, lo abstracto, donde el alumno mediante artilugios matemáticos resuelve el problema con su razonamiento (Cuasapud Morocho y Maiguashca Quintana, 2023).

En el currículo de matemáticas singapurense establece cinco componentes: “conceptos, habilidades, actitudes, metacognición y procesos, todos interrelacionados para obtener un aprendizaje mejor en el alumnado” (Alba Cobos y García Cárdenas, 2019), como se puede ver en la Figura 8. Este enfoque ha sido característico del sílabo matemático desde el 1990 y sigue relevante hasta la fecha. Donde el objetivo es resolver problemas matemáticos. El enfoque establece direccionamiento y matrices para la enseñanza, aprendizaje y evaluaciones en todos los niveles desde la primaria a la etapa preuniversitaria (Ministry of Education Singapore, 2012).

Figura 8

Componentes del currículo de matemáticas de Singapur



Nota. Tomada de Mathematics Syllabus Primary One to Six, por Ministry of Eduaction Singapore, 2012

Además, este currículo establece que las clases de matemáticas deben estar estructuradas por tres etapas: preparación, transferencia y dominio. Donde, la primera etapa se considera la principal, donde a los profesores les corresponde promover el internes en el alumnado por adquirir conocimiento, basándose en conocimientos previos y motivándoles. La transferencia es la etapa central del proceso, donde, los docentes mediante técnicas pedagógicas que faciliten a los alumnos a que se involucren en la adquisición de nuevos conocimientos, basado en actividades, investigación e instrucción directa. Por último, el dominio es la fase final, aquí, los docentes asesoran a los alumnos en la consolidación del aprendizaje (Gil Sáez, 2022). Las grandes ideas del currículo de matemáticas de Singapur son el sentido numérico, las conexiones, la visualización y la comunicación. Los libros y planes de estudio que siguen el método de Matemáticas de Singapur se utilizan ya en varios países, como Estados Unidos e Israel, donde los estudiantes ya comienzan a obtener resultados significativos en evaluaciones de matemáticas (Thiyagu, 2013).

Existen numerosos estudios donde se hace una comparación entre los currículums de la asignatura de matemáticas del sistema educativo de diferentes países con el singapurense. Por ejemplo, en Nurlaili et al. (2022), los autores comparan los currículums y aprendizaje de matemáticas en Singapur, Japón, Malasia e Indonesia; luego de la investigación concluyen que Singapur y Japón implementan métodos de enseñanza de esta asignatura mediante la resolución de ejercicios de razonamiento, donde los docentes brindan material instructivo significativo y preguntas prácticas durante el proceso, reforzando la capacidad de resolución de los alumnos, haciendo del aprendizaje más que solo encontrar la respuesta; mientras que en los otros dos países en estudio, se basan más en algoritmos, memorización y ejercicios repetitivos.

Figura 9

Componentes del método Singapur

Componente	Descripción
Conceptos	Durante la enseñanza de matemáticas, los alumnos crean exploran y enfatizan ideas matemáticas en profundidad. Es necesario facilitar a los estudiantes un abanico de experiencias que permitan una comprensión de los conceptos matemáticos. Esto se alcanza con un entendimiento y análisis, mas no memorizando. De esta manera se estimula el interés del alumno mientras desarrolla las competencias.
Habilidades	El proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas incluye el desarrollo de conceptos, teoremas y sus representaciones, procesos y resolución de los ejercicios. Estas habilidades incluyen las de procedimiento para cálculo numérico, manipulación algebraica, visualización espacial, análisis de datos, medición, uso de herramientas matemáticas y de estimación
Procesos	Hacen referencia a las habilidades de conocimiento implicados en la adquisición e implementación de conocimiento. Aquí encontramos al razonamiento, comunicación, conexiones, habilidades de pensamiento, heurística, la aplicación y el modelado.
Actitudes	La actitud del estudiante hacia la matemática depende de las experiencias del aprendizaje; sus actitudes positivas provienen de un aprendizaje de la matemática divertido, significativo y relevante. Se requiere atención especial al diseño de actividades, promoviendo confianza y cariño al aprendizaje de la asignatura.
Meta-cognición	La enseñanza singapurense de esta asignatura se da a partir de experiencias permitiendo el desarrollo metacognitivo. Se intenta adquirir capacidad de controlar los pensamientos, específicamente en la elección de técnicas para la solución de problemas.

Nota. Tomada de Mathematics Syllabus Primary One to Six, por Ministry of Eduaction Singapore, 2012

En la investigación de Serçe y Acar (2021), se hace un estudio similar donde se comparan los sílabos de la asignatura de matemática en secundaria en los países de Turquía, Estonia, Canadá y Singapur. Se reveló que como resultados del aprendizaje en los currículos de Turquía y Estonia tenían un dominio cognitivo del conocimiento, mientras que en Canadá la aplicación es dominante, y por último en Singapur el razonamiento. Además, el curricular de Singapur proporcionó la información más detallada sobre la evaluación, siendo también, el que reflejaba de forma más exhaustiva las obligaciones y responsabilidades del profesor en relación con el currículo y la evaluación.

En Trang Hoang y Catharines (2020) , se compara el currículum de Singapur con el de Ontario, determinando que Canadá siendo uno de los mejores sistemas de educación occidental, podría aprender del país asiático y mejorar su desempeño en las matemáticas; los autores en este estudio recomiendan una reevaluación del curricular de Ontario, y que existan cambiar

el énfasis que se tiene actualmente en el número de ejercicios y cambiarlo por un mejor entendimiento de los mismos.
Similar resultado se tiene al comparar los currículos matemáticos de Singapur e Irán en educación primaria. La principal diferencia que se tiene es que el currículo singapurense se apoya en un método de resolución de problemas, creando coherencia entre el contenido y las habilidades enseñadas por los docentes. Además, opuesto a Irán, en las escuelas de Singapur se han abordado las diferencias individuales de los alumnos en el proceso de aprendizaje de contenidos y metacognición. Para mejorar la calidad educativa en Irán, se aconseja a los planificadores de planes de estudios que estudien nuevos métodos de preparación de contenidos y de enseñanza de las matemáticas (Mehrjoo et al., 2022).
Aparte de sólo comparar los contenidos y formas de enseñanza del sistema educativo singapurense, existen numerosos ejemplos de países o regiones que han procedido a la instauración e imitación de este método en sus currículos. En (Badger, 2013), se evalúa el rendimiento de este método aplicado al currículo de 21 escuelas en Estados Unidos en 2008. Se pretende entender cómo se implementó por parte de docentes y cuál fue la influencia en la enseñanza en el alumnado. Se encontró que la implementación del método de Singapur en el currículo influyó positivamente después del primer y segundo año según evaluaciones.
En Colombia, en 2012, el distrito de Barranquilla ha impulsado la incorporación del método de Singapur en centros educativos distritales, implementando en todos los centros educativos, resultando en una mejora significativa en evaluaciones matemáticas (Angarita B. et al., 2016). Para el año 2014, se obtuvieron resultados sobresalientes en las evaluaciones, el 80%, 77% y 62% de los alumnos de 1°, 2° y 3° grado respectivamente (Turizo Martínez et al., 2019).
En Angarita B. et al. (2016), se explica como la implementación de este método en el Colegio Santo Tomás de Aquino permitió que alumnos de primero y segundo grado adquieran conocimientos de manera más rápida, con mayor facilidad e igual un nivel de interacción entre los estudiantes más alto. Esta comunicación entre el alumnado y con el profesor evidenció un aporte en el aprendizaje y vida personal de los alumnos, afianzando la confianza en sí mismos.
En Tapia Reyes y Murillo Antón (2020), se explica cómo se introdujo el sistema educativo matemático de Singapur en Chile, intentando simular óptimamente lo alcanzado previamente por el país asiático. Sin embargo, en primera instancia se encontró la primera diferencia, mientras que en Singapur los alumnos comienzan a aprender la multiplicación en los primeros años, en Chile se lo hace en el tercer año de educación. Mientras en el sistema chile se emplean más gráficos para la enseñanza, en Singapur, los niños trabajan con objetos de estudio, aprenden a establecerlos y emplearlos, destacando la cantidad y complejidad de problemas que pueden resolver desde temprana edad.
Debido al impacto significativo que ha tenido el método de Singapur en sistemas educativos a nivel mundial, en Ecuador se han llevado a cabo estudios donde se ha implementado el método de Singapur como propuesta de enseñanza-aprendizaje de diferentes componentes de las matemáticas. Se lo ha implementado en el aprendizaje de operaciones matemáticas básicas en una escuela en Guayaquil (Freire Quimiz y Gutierrez Rodríguez, 2022), tablas de multiplicar en una escuela de educación básica en el cantón El Chambo (Sanaguano Recalce, 2022), resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios en una escuela de Azogues (Alba Cobos y García Cárdenas, 2019), resolución de problemas sobre cuerpos redondos en un curso en la Unidad Educativa “Luis Cordero” igual de la ciudad de Azogues

(Flores Durán, 2020), en general en la asignatura de matemáticas en el sexto año de una escuela en Chunchi (Sisa Quinzo, 2023), y, en general en alumnos de educación media (Castillo Paredes, 2022) y básica elemental (Malusín Carabajo y Uvidia López, 2022). En Sánchez (2022), se evidencia el impacto positivo que tiene la aplicación del método en una escuela en la ciudad de Latacunga.

Guía didáctica

Según el Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación (IIPE), las guías didácticas deben: apoyar a docentes y el aprendizaje de estudiantes mediante los siguientes componentes esenciales: 1) comunicar explícitamente los objetivos conceptuales con vínculos directos a las actividades propuestas; 2) proporcionar conocimientos y apoyo para ayudar a comprender y aplicar los planes de enseñanza; 3) reforzar los conocimientos pedagógicos de los contenidos; 4) ofrecer prácticas y comprensiones de las actividades pedagógicas pertinentes; 5) presentar alternativas y libertad de elección; y 6) implicar a los profesores en una reflexión continua (UNESCO-IIEP, 2022).

Según Pino Torrens y Urías Arbolaez (2020), a una guía didáctica se la define como una herramienta útil para guiar y ayudar en el proceso de docencia, permitiendo un mejor vínculo entre las personas (docentes y alumnado) y los componentes personalizados (objetivos, contenidos, recursos, y evaluación). Se le define a una guía didáctica como “el material educativo que deja de ser auxiliar, para convertirse en una herramienta de motivación y apoyo; pieza clave para el desarrollo del proceso de enseñanza” (Aguilar Feijoo, 2004). Actualmente, las guías didácticas se han convertido en herramientas útiles para el profesorado y alumnado; permiten la optimización del aprendizaje habilitando una independencia cognitiva en los alumnos mejorando la labor de los docentes (Cuarán-Casa et al., 2022).

Este material didáctico permite a los estudiantes trabajar de manera autónoma, aunque orientados y guiados por un docente. Así mismo, potencian el aprendizaje por las pautas contenidas que permiten al alumno empaparse más de los contenidos de la materia en estudio (García Hernández y De la Cruz Blanco, 2014). La contribución de esta herramienta se ve directamente reflejada en el rendimiento de los alumnos, desarrollando el nivel cognitivo de los mismos, adquiriendo dominio en las asignaturas que estén en estudio (Mejía, 2013).

Una guía didáctica elaborada correctamente, enfocándose en el estudiante, debería incentivarle al alumno, que adquiera interés en la asignatura correspondiente. Debería facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje, favorecer la comprensión e integrar diferentes materiales y medios que tiene el alumnado como soporte para el aprendizaje (García Aretio, 2014). De igual forma, debe contribuir para potenciar la reflexión de los estudiantes en el aprendizaje, contribuyendo a la praxis, alcanzando el fortalecimiento de destrezas y capacidades en el alumno (Barrios Perea y Reales Fontalvo, 2021).

Las guías didácticas no son únicamente de utilidad para los alumnos; esta herramienta es de suma importancia para los profesores ya que, entre otras cosas, incluyen planes de lecciones que permiten a los profesores preparar la enseñanza, medir el aprendizaje de los estudiantes y asignarles tareas para casa; les permite desarrollar nuevas actividades y tareas para el alumnado reflejando cómo han funcionado en las aulas las actividades sugeridas por las

guías; y, ofrecen actividades centradas en el alumno que los profesores pueden utilizar para implicar a los estudiantes (Ranjha et al., 2019).
En la investigación de García Hernández y De la Cruz Blanco (2014), define las siguientes funciones de una guía didáctica:

- Función de orientación: Brinda al alumno una Base Orientadora de la Acción (BOA), para el cumplimiento de los diversos ejercicios contenidos en el material didáctico. Esta base resulta en niveles más altos de conocimiento, asimilando el contenido sobre la premisa de orientaciones y esquemas.
- Especificación de las tareas: Planifica las actividades que se desarrollarán por parte del alumno, así como todos los ejercicios que deben solucionar, estas actividades las llevará a cabo de manera autónoma el alumno.
- Función de autoevaluación: Permite al alumno retroalimentar y evaluar su progreso.
- Función motivadora: Genera interés en el alumno por el contenido de la asignatura, asegurando su atención en el proceso de aprendizaje y estudio.
- Función facilitadora: Establece objetivos claramente planteados para guiar el estudio del estudiante. Esto se logra mediante la vinculación del texto base con materiales establecidos para desarrollar la materia, y la teoría con la práctica como una de las categorías didácticas.
- Función de orientación y diálogo: Fortalece la organización y el estudio sistemático en el alumno, promoviendo el trabajo colaborativo, comunicación con el docente y contiene recomendaciones para el aprendizaje autónomo.

Para un mejor desempeño en las clases y optimizar la enseñanza-aprendizaje de fundamentos teórico de las asignaturas, Arteaga Estévez y Figueroa Sierra (2004) propone que, una guía didáctica debe tener la estructura que se visualiza en la Figura 10. Cada elemento de esta estructura cumple un papel estratégico y, además están interrelacionados entre sí.

Figura 10

Estructura de una guía didáctica

Estructura	Explicación
Presentación de la asignatura	Este aspecto va dirigido a proporcionarle al estudiante una visión general de la asignatura, que incluye nombre de la misma e información referente a los contenidos y su razón de ser.
Caracterización del colectivo de autores	En este aspecto es importante hacer una breve reseña donde aparezca el nombre (s) de los autores de la guía, categorías científica, académica y docente, años de experiencia en la asignatura, y debe señalar el autor principal de la guía didáctica.
Objetivos	En este aspecto se presentan los objetivos de la disciplina y de la asignatura de forma general, con el fin de que el estudiante tenga una información precisa respecto a las metas que de él se esperan.
Materiales necesarios	(¿Qué hace falta para el desarrollo de la asignatura o tema? ¿Qué aporta cada uno de ellos al proceso de aprendizaje?). La importancia de este aspecto está en que permite: Precisar todos aquellos materiales, proporcionar una información completa y precisa al estudiante de los medios disponibles y fundamentar las diferencias existentes entre ellos y sus respectivas funciones
Contenidos	En este apartado se incluyen los temas y subtemas que son parte del silabo de la asignatura
Evaluación	Este aspecto va dirigido a proporcionarle al estudiante una información exhaustiva sobre las diferentes técnicas e instrumentos que se emplearán y los grados de exigencias en cada caso, permitirá además puntualizar: quiénes serán los agentes evaluadores, proponer los indicadores del contenido y proponer cómo evaluar y autoevaluación.
Orientaciones	Este aspecto debe ser considerado el más relevante dentro de la guía didáctica, pues tiene como función, acompañar y conducir al estudiante en su auto preparación, ayudándole a superar las dificultades que surjan en el desarrollo de la asignatura.
Actividades	Hay que señalar que se trata de un concepto muy amplio que abarca cualquier oportunidad para el aprendizaje. Tal amplitud permite que desde todos los modelos de enseñanza se defienda su lugar central, ya se trate de la enseñanza tradicional con su énfasis en la producción memorística, de los modelos conductistas con la práctica sistemática y sin error, o del modelo constructivista, que propugna la creación de oportunidades en las que los alumnos doten de significado a los conocimientos de aprendizaje relacionándolos con sus conocimientos previos. (Malagón, 2002).
Bibliografía	Corresponde a la literatura teórica o de investigación ya existente, en la que se apoya el profesor para que el estudiante profundice sobre la asignatura o el tema en cuestión. La bibliografía puede incluirse como un aspecto de la asignatura o al final de cada tema (según el criterio del autor (s). Toda la bibliografía que se oriente a los estudiantes debe estar brevemente comentada, con la finalidad de orientar y facilitar al estudiante su búsqueda y selección.
Glosario	Es una relación de conceptos de una determinada rama del conocimiento (asignatura.)

Nota. Tomada de La guía didáctica: Sugerencias para su elaboración y utilización, por R. Arteaga Estévez y M. Figueroa Sierra, 2004, Mendive

Contexto educativo de Ecuador

A pesar de que se ha avanzado en cuanto al acceso que tienen la sociedad a la educación, brindando educación gratuita a todo el país, existen muchos retos a abordarse para ofrecer una educación cálida y equitativa. Se debe continuar con la promoción de políticas sólidas, optimizar la infraestructura y formación de los profesores permitiendo tener un sistema educativo impulsando un desarrollo sostenible y oportunidades iguales para la sociedad en Ecuador (González Santana, 2023; Jaramillo, 2014).

Entre los retos que se tiene en el sistema educativo ecuatoriano se pueden destacar: mayor acceso a educación a los menores de 5 años; aprovechar el desarrollo en educación prenatal en tradiciones indígenas; profundizar la pedagogía intercultural; y, formar de mejor manera al docente, desde primaria hasta la universidad (De la Herrán Gascón et al., 2018).

Actualmente, el Ministerio de Educación es la entidad encargada de regular el sistema educativo del Ecuador. En 2016, esta institución estableció un currículo actualizado que será seguido por el sistema de educación ecuatoriano. Esta herramienta es sólida, fundamentada, técnica, coherente y ajustada a la necesidad de aprendizaje existente en la educación ecuatoriana. Este modelo plante optimizar la calidez en la educación, así como, fortalecerla en todos los niveles (Arroyo-Preciado, 2021).

En el laboratorio de investigación e innovación en educación para América latina y el caribe, (SUMMA, 2022) plantea acciones emergentes en el sistema de educación ecuatoriano: efectivizar promesas de financiamientos para incrementar los recursos del sistema; mejoramiento pedagógico en las instituciones, mediante una alineación de la gestión central y local; fortalecer las estrategias de soporte al labor llevado a cabo por dirigentes y profesores; y, por último, equilibrar los niveles de aprendizaje deseado indicado en el currículo, basasdo en la necesidad de contextualizar los procesos de enseñanza.

En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. 11**, se puede apreciar la actual estructura del sistema educativo nacional, desde inicial 1, que es el nivel educativo para los niños desde los primeros meses, hasta el nivel de posgrado que corresponde después de haber culminado los estudios universitarios.

En Ordóñez Pardo et al. (2020), un estudio es aplicado a 28 estudiantes y un docente en Ecuador, donde se refleja la carencia de implementar recursos didácticos en la docencia de las diferentes asignaturas, especialmente matemáticas en una escuela en la ciudad de Machala. De igual manera, se puede diagnosticar deficiencias en el dominio de habilidades requeridas para solucionar los diferentes ejercicios propuestos en los libros básicos que entrega el Ministerio de Educación, evidenciándose una dificultad en análisis, comparación y generación de figuras cognitivas.

En Ecuador se evidencia qué mientras transcurren los años las deficiencias cognitivas el alumnado de educación básica y media se acentúan; donde, aunque mejora el promedio de logros de aprendizaje, los resultados obtenidos en evaluaciones todavía le ubican al país por debajo de los niveles medios de la región (Madrid Tamayo, 2019).

En Ecuador, en 2017, después de evaluar a 6100 alumnos de 178 centros educativos del país, en Matemáticas, ciencias y lectura, se obtuvo como resultado que: el 49% de alumnos aprobaron lectura, 43% ciencias y tan sólo el 29 % Matemáticas (INEVAL, 2018b, 2018a).

Posterior a esta evaluación destacaron el nivel de memorización del alumnado en Ecuador, sin embargo, recordando que esta habilidad es útil para aprender tareas sencillas; pero a medida que se incrementa la dificultad de los problemas se requieren más estrategias de resolución de problemas, donde la memoria ya no juega un papel influyente (Madrid Tamayo, 2019).

Figura 11

Estructura del sistema educativo ecuatoriano

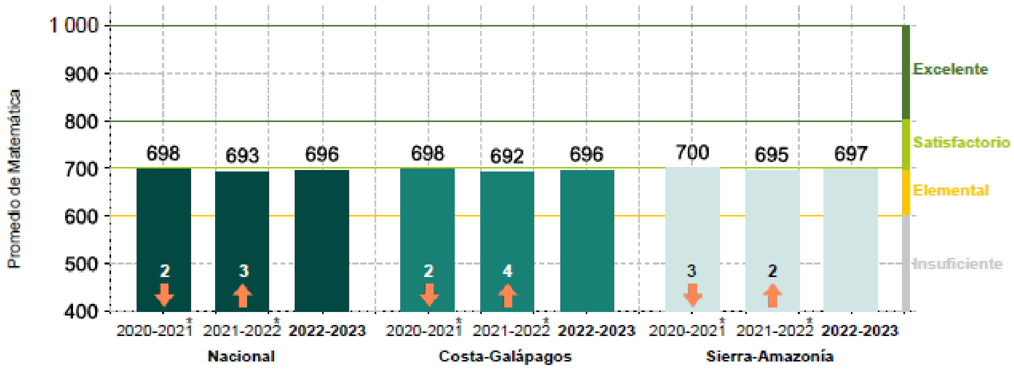
Sistema educativo nacional			
Educación inicial	Inicial 1	0 a 2 años	CINE 0 10
	Inicial 2	3 a 4 años	CINE 0 10
Educación general básica	Preparatoria	5 años	CINE 0 20
	Elemental	6 a 8 años	CINE 1
	Media	9 a 11 años	CINE 1
	Básica superior	12 a 14 años	CINE 2
Bachillerato general unificado		15 a 17 años	CINE 3
Posbachillerato / Bachillerato complementario		18 años y más	CINE 4
Superior	Terciario	18 años y más	CINE 5
	Universitario	18 años y más	CINE 6
	Posgrado	22 años y más	CINE 7 y 8

Nota. Tomada de Perfil del país: Ecuador, 2019, por UNESCO

En la Figura 12 podemos ver el resultado de la evaluación Ser Estudiante de los últimos 3 años 2020-2021, 2021-2022 y 2022-2023 en el área de matemáticas por región: Costa-Galápagos, Sierra-Amazonía y a nivel Nacional. La evaluación se realiza en una escala entre 0-1000 donde de 0-600 se considera un resultado insuficiente, 601-700 como elemental, 701-800 como satisfactorio y de 801 a 1000 como excelente. En los últimos 3 años, en promedio general los alumnos de bachillerato obtuvieron 698 para el 2020-2021, 693 para 2021-2022 y 696 para el 2022-2023; en ninguno de los casos los alumnos tienen un promedio superior a elemental.

Figura 12

Promedio de matemáticas de Ser Estudiante Bachillerato



Nota. **Tomada de Informe Nacional Ser Estudiante- Nivel de Bachillerato Año Lectivo 2022-2023, 2023, por INEVAL**

Para analizar estos resultados, en INEVAL (2023) se explica que los niveles de logro en matemáticas para los estudiantes que cursan el nivel elemental están conceptos como medidas de tendencia, progresiones, correlaciones y operaciones con matrices. Mientras que, aplicación de la circunferencia y parábola se encuentran en nivel satisfactorio y, en excelente se encuentran alumnos que aplican de manera exitosa la hipérbola y elipse.

Existe una exigencia constante en Ecuador por una educación que inculque el pensamiento, interrogación, cuestionamiento e indagación; donde los profesores tienen que potenciar el crecimiento de pensamiento lógico y creativo, impulsando en alumnos las destrezas y competencias interpretativas, argumentativas y propositivas (Barrera Erreyes et al., 2017).

Alcanzar la calidad de educación requerida por los ciudadanos se ve limitado por factores como: la carencia de estadísticas que analicen los verdaderos de las diversas directrices, escasa evaluación de los Estándares de Calidad Educativa pactados en 2012, y, falta de compromiso de los profesores para con los estudiantes (Suasnabas-Pacheco y Juárez, 2020).

La docencia de matemáticas viene acompañada de un conocimiento profesional que en ningún caso podría ser monolítico, sino más bien sistemático y volátil, acoplándose a los contenidos que se pretenden impartir. La personalidad de un profesor de matemáticas debería ser, según Martínez-Padrón y Tapia-Aguilar (2022): Flexible para abordar la enseñanza de resoluciones de problemas; abierto a solucionar nuevos problemas matemáticos; resiliente para poder apoyar al alumnado en la implementación de resiliencia matemática; creyente en que sus alumnos pueden resolver los problemas satisfactoriamente.

> "El rendimiento académico se entiende como una medida de la capacidad de responder o indicar, expresando de forma estimada lo que una persona ha aprendido como resultado de un proceso de enseñanza o formación. De manera similar, desde el propio punto de vista del estudiante, el rendimiento se define como la capacidad de responder satisfactoriamente a los estímulos educativos, lo que puede explicarse en función de metas u objetivos educativos predeterminados. Este tipo de rendimiento académico puede entenderse como un grupo social que establece un nivel mínimo de aprobación para un determinado grupo de conocimientos o habilidades" (Muñoz, 2020).

Barreto Trujillo y Álvarez Bermúdez (2020) en su estudio de la motivación de logro y su influencia en el rendimiento académico de estudiantes de preparatoria, señalan que la motivación se puede definir como el estado interno que activa, dirige y mantiene la conducta, y que la motivación por el logro es el estímulo para realizar con éxito tareas desafiantes. Además, Rosales Servellón (2020), argumenta que la motivación académica relaciona el deseo de aprender con la actitud que el estudiante va adoptando en los diferentes años de educación, generando una conducta y un resultado que está relacionado con el aprendizaje.

Capítulo III. Metodología

En este capítulo se detallan las diferentes herramientas, métodos y técnicas que se emplearán durante la investigación para poder alcanzar los objetivos planteados, analizando el tipo de investigación que se necesitará emplear, identificando la población y la correspondiente muestra, así como la técnica de diagnóstico y de evaluación que se aplicará a los alumnos.

Contextualización

La Unidad Educativa Víctor León Vivar es una entidad de educación pública que ofrece Bachillerato general unificado y Bachillerato técnico mecanizado y construcciones metálicas, ubicado en la parroquia Cochapata del cantón Nabón, Azuay, cuenta con 40 años de experiencia educativa. La formación que brinda esta institución es la Educación General Básica (E.G.B), Bachillerato General Unificado (B.G.U) y Bachillerato Técnico Mecanizado y Construcciones Metálicas (B.T).

La presente investigación se orienta en los segundos años de bachillerato del periodo lectivo 2022-2023, debido a la problemática de que los estudiantes al recibir la materia de Geometría Analítica, presentan dificultades en la comprensión de los contenidos de la parábola, la circunferencia, la elipse y la hipérbola cuando relacionan la parte teórica con la parte práctica. Los dos cursos a los que se analizarán son de Bachillerato Técnico y General Unificado, constando de 20 y 16 alumnos, respectivamente.

Para conseguir los objetivos planteados en este estudio se debe primero analizar las circunstancias que atraviesan los estudiantes de los cursos, partiendo de la premisa de sus problemas en el aprendizaje, estableciendo el nivel de conocimiento con el que comienzan los alumnos previos a la aplicación del método singapur propuesto.

Tipo de investigación

La investigación es causi-experimental, donde, según establece Ramos-Galarza (2021) este tipo de investigación constan dos grupos en los que se trabajan, uno de control que no se interviene y uno experimental donde se aplican las técnicas; “la característica de este tipo de investigación es la asignación no aleatoria en los grupos de intervención”. En este estudio el grupo experimental será el de bachillerato técnico, mientras que el grupo de control será el bachillerato de ciencias; ambos grupos no son puestos al azar, ni emparejados, son grupos intactos previamente existentes.

La naturaleza del estudio que se propone es analítica, debido a que se va a ejecutar una intervención con el método Singapur en un grupo experimental; a su vez también será una investigación transversal pues se comparará los resultados obtenidos de la investigación del grupo experimental con los del grupo de control en el periodo escolar 2022-2023.

Esta investigación permite establecer el impacto de aplicar el Método de Singapur, mediante la implementación de una guía didáctica, como variable independiente sobre el rendimiento académico de secciones cónicas como variable dependiente y cuantitativa.

Técnicas y materiales

Para esta investigación, en primera instancia para recaudar bibliografía del estado del arte y obtener los fundamentos teóricos de ciertos términos y conceptos requeridos se utilizaron fuentes bibliográficas como libros, artículos científicos, tesis de grado y posgrado desarrolladas en universidades de Ecuador y a nivel mundial usando repositorios científicos.

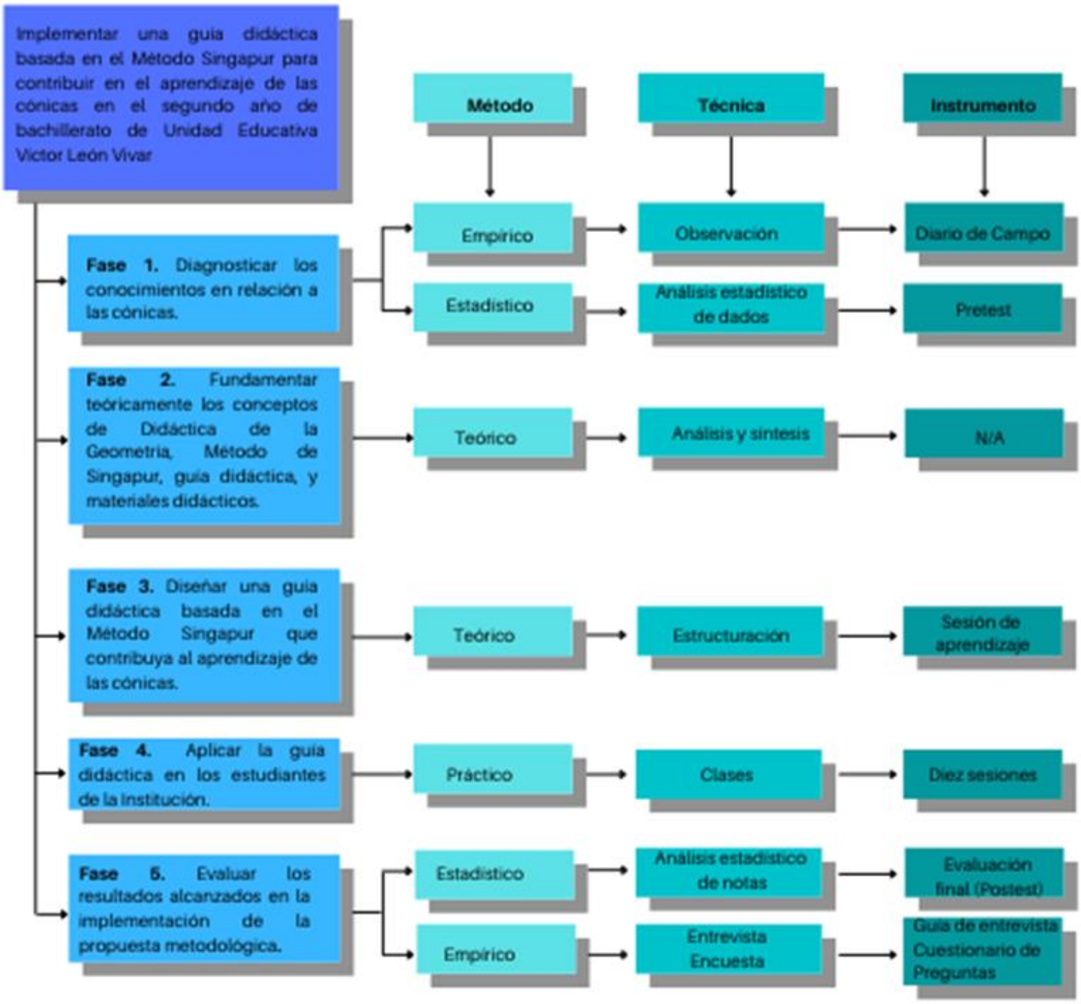
Como se dijo previamente se trabajará con dos grupos de alumnos, el grupo de control y el experimental. Primeramente, a ambos grupos se les aplicará una prueba de diagnóstico (pretest) donde se evaluarán los conocimientos que tienen de las secciones cónicas. Para el desarrollo del diagnóstico se desarrolló un cuestionario de 12 preguntas donde se evalúan los conocimientos del alumno en referente a diferentes fundamentos teóricos y ejercicios de secciones cónicas, se utilizaron como referencia para extraer las preguntas diversos exámenes de institutos educativos, las preguntas se las puede encontrar en el ANEXO A, junto con una rúbrica de calificación, para poder categorizar las respuestas en una escala de 0-4, de acuerdo a la respuesta que da el estudiante a cada una de las preguntas.

Posteriormente, de acuerdo a las pruebas de diagnóstico se diseñará una guía didáctica basada en el Método de Singapur que nos sirve para optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos correspondientes; mientras que, al grupo de control se le emplea el método de enseñanza habitual.

Finalmente, a los dos grupos se les aplica las evaluaciones parciales correspondientes al pensum de estudio del Ministerio de Educación, donde los parciales 3 y 4 corresponden a los conceptos de secciones cónicas, tratados en esta investigación, para encontrar el nivel de aprendizaje de los alumnos de los dos grupos y determinar la eficiencia de aplicar la guía didáctica implementada en el grupo experimental. En la Figura 13, se visualiza gráficamente la metodología propuesta en esta investigación, divida en 5 fases, con el método, técnica e instrumentos aplicados en cada una de ellas. Adicional a las evaluaciones que se les realiza a los estudiantes de los dos grupos, a los estudiantes del grupo experimental se les emplea un test de motivación, esto para identificar la influencia de la implementación de la guía didáctica en el alumnado. Además, a los estudiantes del grupo experimental se les aplicará un test de motivación para determinar su satisfacción con la guía didáctica implementada y con los métodos utilizados en la enseñanza.

Figura 13

Metodología propuesta



Población y muestra

La Unidad Educativa Víctor León Vivar es una escuela ubicada en la parroquia Cochapata del cantón Nabón de la provincia del Azuay, perteneciente al régimen Sierra; esta institución se encuentra en el sector rural, comparado a otras instituciones educativas esta por su ubicación consta de un número limitado de alumnos, en total el alumnado de este centro de educación es de 274 alumnos para el año lectivo 2022-2023. Sin embargo, la población en estudio serían únicamente los estudiantes de segundo de bachillerato de ciencias y técnico.

De esta población, la muestra sería exactamente la misma, esto permitirá una visión completa y precisa del impacto que tiene la implementación de la guía en los dos cursos en general, debido al tamaño manejable de estudiantes. El 2° de bachillerato ciencias será en nuestra investigación el grupo de control, constando de 16 alumnos, de los cuales 4 son hombres y 12 son mujeres; mientras que, nuestro grupo experimental lo conforma el paralelo del 2° de bachillerato técnico y construcciones metálicas, conformado por 20 alumnos, 15 hombres y 5 mujeres.

Capítulo IV. Resultados

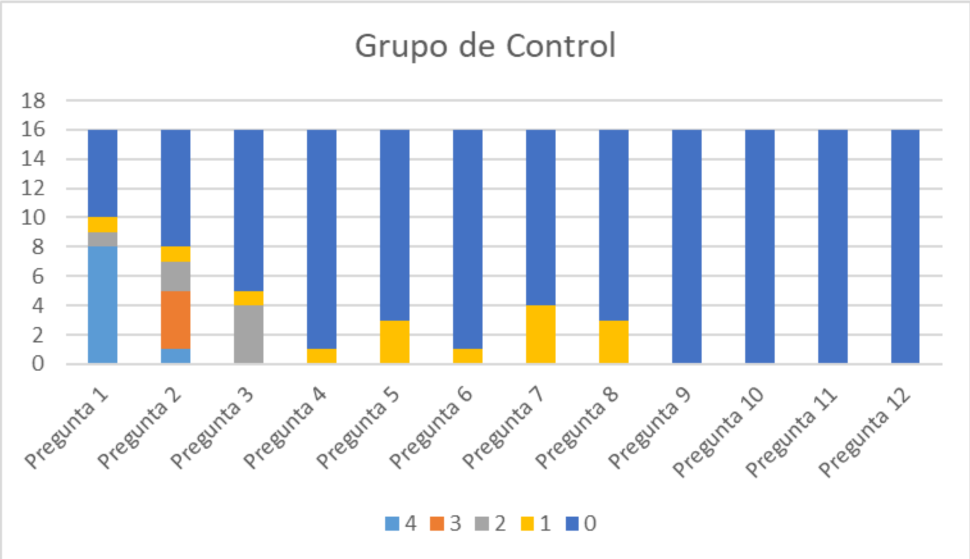
Pretest

Se aplicó el pretest a los 31 alumnos de segundo año de bachillerato de la Unidad Educativa Víctor León Vivar. La prueba se realizó al inicio del bloque de secciones cónicas correspondiente al currículo matemático del sistema educativo.

En la Figura 14 se puede apreciar los resultados de la prueba de diagnóstico aplicada al grupo de control. En esta gráfica se observa que los alumnos tienen vagos conocimientos de sección cónicas es por ello que, en las primeras dos preguntas se tiene respuestas de calificación 4 y 3 donde únicamente se enumeran las secciones existentes y cómo se crean, mientras que, en el resto de preguntas donde se requiere conceptos fundamentales, tienen un rendimiento bastante bajo. Además, si se considera un promedio de las calificaciones de los alumnos de este grupo tendríamos una calificación promedio del 11% en las preguntas.

Figura 14

Pretest aplicado a grupo de control



En Tabla 2, podemos observar los datos estadísticos del pretest, se puede apreciar que entre la primera y octava pregunta tenemos respuestas diferentes a cero, desde la 9 a la 12 no se tiene ningún acierto en las respuestas de los alumnos. De igual forma, se puede apreciar que la pregunta que mejor promedio tiene es la pregunta 1, que tiene una media de 2,1875 sobre 4, con una desviación estándar de 1,940.

Para el grupo experimental tenemos un resultado bastante similar que en el grupo de control en el pretest. Esto se debe a que los alumnos carecen, o tienen poco conocimiento de los temas a tratarse en el bloque nuevo. En la Tabla 2, podemos apreciar los resultados obtenidos por los alumnos del grupo experimental. Este grupo a diferencia del anterior tiene un poco de respuestas más positivas desde la segunda a la séptima pregunta, mientras que en la primera tiene menos respuestas de calificación 4; los alumnos tienen igual poca noción de secciones cónicas. Los alumnos de este grupo tienen un promedio general de calificación del 14%.

Tabla 2

Resultados estadísticos Pretest del grupo de control

Pregunta	Media	Mediana	Moda	DE	Mínimo	Máximo
Pregunta 1	2.1875	3.000	4.00	1.940	0	4

Pregunta 2	1.3125	0.500	0.00	1.493	0	4
Pregunta 3	0.5625	0.000	0.00	0.892	0	2
Pregunta 4	0.0625	0.000	0.00	0.250	0	1
Pregunta 5	0.1875	0.000	0.00	0.403	0	1
Pregunta 6	0.0625	0.000	0.00	0.250	0	1
Pregunta 7	0.2500	0.000	0.00	0.447	0	1
Pregunta 8	0.1875	0.000	0.00	0.403	0	1
Pregunta 9	0.0000	0.000	0.00	0.000	0	0
Pregunta 10	0.0000	0.000	0.00	0.000	0	0
Pregunta 11	0.0000	0.000	0.00	0.000	0	0
Pregunta 12	0.0000	0.000	0.00	0.000	0	0

En la Tabla 3, se pueden evidenciar los resultados de las diferentes preguntas del cuestionario aplicado de diagnóstico, donde se puede destacar que de ninguna pregunta supera 1.33 de un máximo de 4. Además, al igual que en el otro grupo en las últimas preguntas, ningún alumno tiene una nota superior a 0. Teniendo este resultado se puede decir que, los alumnos carecen o tienen muy poco conocimiento de cónicas, y sus fundamentos teóricos. Por las pocas respuestas acertadas en la primera y segunda pregunta se puede aducir que los estudiantes únicamente conocen por nombre las secciones que se tienen que estudiar.

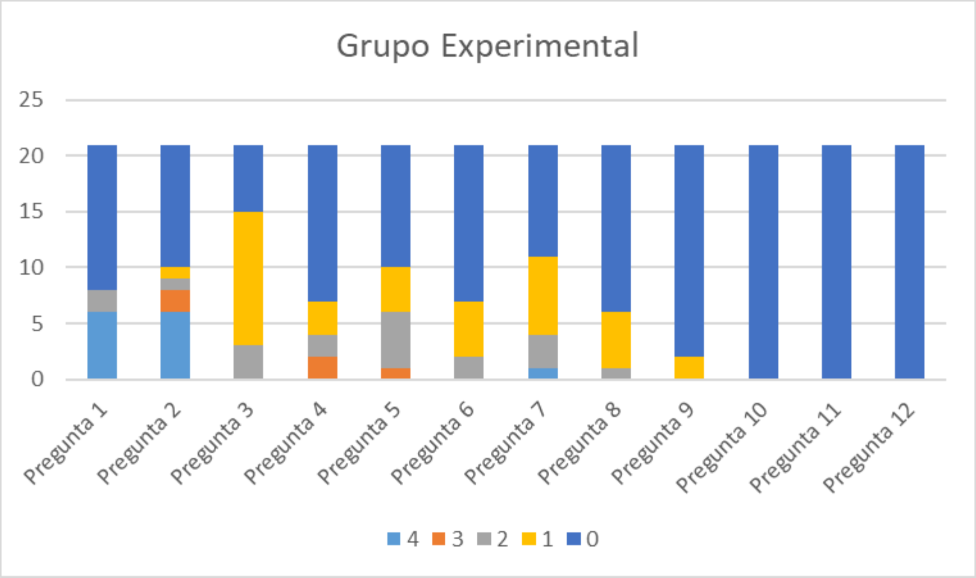
Tabla 3

Resultado estadístico de Pretest en grupo experimental

Pregunta	Media	Mediana	Moda	DE	Mínimo	Máximo
Pregunta 1	1.3333	0	0.00	1.826	0	4
Pregunta 2	1.3333	0	0.00	1.770	0	4
Pregunta 3	0.8571	1	1.00	0.655	0	2
Pregunta 4	0.6190	0	0.00	1.024	0	3
Pregunta 5	0.8095	0	0.00	0.981	0	3
Pregunta 6	0.4286	0	0.00	0.676	0	2
Pregunta 7	0.8095	1	0.00	1.030	0	4
Pregunta 8	0.3333	0	0.00	0.577	0	2
Pregunta 9	0.0952	0	0.00	0.301	0	1
Pregunta 10	0.0000	0	0.00	0.000	0	0
Pregunta 11	0.0000	0	0.00	0.000	0	0
Pregunta 12	0.0000	0	0.00	0.000	0	0

Figura 15

Pretest aplicado a grupo experimental



Guía Didáctica

La siguiente guía didáctica se desarrolló para aplicar los conceptos adquiridos de Método Singapur y apoyándose en el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto) que se aplica en este método, donde mediante objetos, fotos, dibujos, diagramas, símbolos sirven de herramientas en las clases a los alumnos para optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, y apoyando a los alumnos en el análisis y resolución de problemas planteados (Freire Quimiz y Gutierrez Rodríguez, 2022).

Las destrezas y objetivos de cada una de las prácticas que se encuentran en la guía didáctica se pueden ver la Tabla 4. Para determinar estas y para el diseño de la guía didáctica en general, incluyendo conceptos y elementos, se tomó de base (Lehmann, 1989), libro de geometría analítica que se usa de base para desarrollar las clases de este tema, así como basándose en el currículo nacional.

La guía didáctica propuesta en esta investigación consta de 11 partes. En la primera se estudia la generalidad de las cónicas, después se analiza la circunferencia y sus ecuaciones, lo mismo para la elipse, parábola y finalmente la hipérbola. Todas las actividades que se incluyen en la guía utilizan materiales como hilos, remaches, plastilina, bisturí para permitir una mejor dinámica. E igual, cada actividad presentada en la guía consta de las tres fases requeridas en el Método de Singapur, la fase concreta, visual y abstracta.

En la Tabla 5, se detallan todos los materiales que se requieren para desarrollar las actividades contenidas en la guía didáctica. El conjunto de materiales viene empacado en una caja de madera denominado set, dentro de esta se encuentran fundas que contienen a su vez diferentes elementos para cada actividad, por ejemplo, el elemento 7 contiene los elementos requeridos para entender los componentes de la hipérbola, estos son los 29, 30; mientras que en el elemento 8 se encuentran los componentes requeridos para armar la circunferencia que son el 15 y 16; y así del elemento 9 al 14. En el ANEXO B se puede observar a detalle las actividades contenidas en la guía didáctica que utilizan los estudiantes del grupo experimental.

Tabla 4

Destrezas y objetivos de la guía didáctica propuesta

Práctica	Destreza	Objetivo
1.Cónicas	Determinar la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola a partir de la intersección de una superficie cónica de revolución con un plano (Ref. M.5.2.16.).	Determinar la familia de curvas mediante la intersección de una superficie cónica de revolución con un plano.
2.Elementos de la circunferencia	Determinar los elementos de la circunferencia a partir de sus peculiaridades (Ref. M.5.2.16.).	Determinar los elementos de una circunferencia a través de sus características.
3.Ecuación de la circunferencia centro en el origen	Describir la circunferencia como lugar geométrico en el plano (Ref. M.5.2.16.).	Determinar la circunferencia como lugar geométrico en el plano a través de sus características.
4. Ecuación de la circunferencia con centro en (h; k)	Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos (ref. M.5.2.17.).	Determinar la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro c (h; k).
5. Elementos de la elipse	Determinar los elementos de la elipse a partir de sus peculiaridades (ref. M.5.2.16.).	Determinar los elementos de una elipse a través de sus características.
6. Definición de la elipse	Conocer la definición de la elipse como el lugar geométrico considerando sus características a través de su condición geométrica (ref. M.5.2.17.).	Demostrar la definición de la elipse como el lugar geométrico considerando sus características a través de su condición geométrica.
7. Ecuación de la elipse con centro en el origen y ejes de coordenadas los ejes de la elipse	Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la elipse con centro en el origen para resolver y plantear problemas identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos (ref. M.5.2.17.).	Determinar la ecuación canónica de la elipse con centro c (0; 0) y eje focal x.
8. Elementos de la parábola	Determinar los elementos de la parábola a partir de sus peculiaridades (ref. M.5.2.16.).	Determinar los elementos de una parábola a través de sus características.
9. Ecuación de la parábola con vértice en el origen	Escribir y reconocer las ecuaciones de la parábola con vértice en el origen para resolver y plantear problemas identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos (ref. M.5.2.17.).	Determinar la ecuación de la parábola con vértice v (0; 0) y eje focal x.
10. Elementos de la hipérbola	Determinar los elementos de la hipérbola a partir de sus peculiaridades (ref. M.5.2.16.).	Determinar los elementos de una hipérbola a través de sus características.
11. Ecuación de la hipérbola con centro en el origen y cuyo eje focal coincide con el eje x	Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la hipérbola con centro en el origen para resolver y plantear problemas identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos (ref. M.5.2.17.).	Determinar la ecuación de la hipérbola con centro c (0; 0) y eje focal x.

Tabla 5

Lista de materiales guía didáctica

UBICACIÓN	MATERIAL	CANTIDAD
1	Set (caja de madera)	1
2	Geo plano p	1
3	Rompecabezas de la elipse	1
4	Pieza de plastilina	1
5	Bisturí escolar	1
6	Pins (remaches)	28
7	La hipérbola	1
8	Rompecabezas de la circunferencia	1
9	Elipse	1
10	Regla flexible	1
11	Rompecabezas de la hipérbola	1
12	Circunferencia	1
13	Rompecabezas de la parábola	1
14	Parábola	1
	Dentro del elemento Rompecabezas de la circunferencia	
15	Circunferencia	1
16	Segmentos de colores	5
	Dentro del elemento Circunferencia	
17	Circunferencia	1
18	Segmentos de colores	4
	Dentro del elemento Rompecabezas de la elipse	
19	Elipse	1
20	Segmentos de colores	7
	Dentro del elemento Elipse	
21	Elipse	1
22	Segmentos de colores	8
	Dentro del elemento Rompecabezas de la parábola	
23	Parábola	1
24	Segmentos de colores	7
	Dentro del elemento Parábola	
25	Parábola	1
26	Segmentos de colores	8
	Dentro del elemento Rompecabezas de la hipérbola	
27	Hipérbola	1
28	Segmentos de colores	10
	Dentro del elemento Hipérbola	
29	Hipérbola	1
30	Segmentos de colores	8

Figura 16

Conjunto de materiales para actividades en guía didáctica

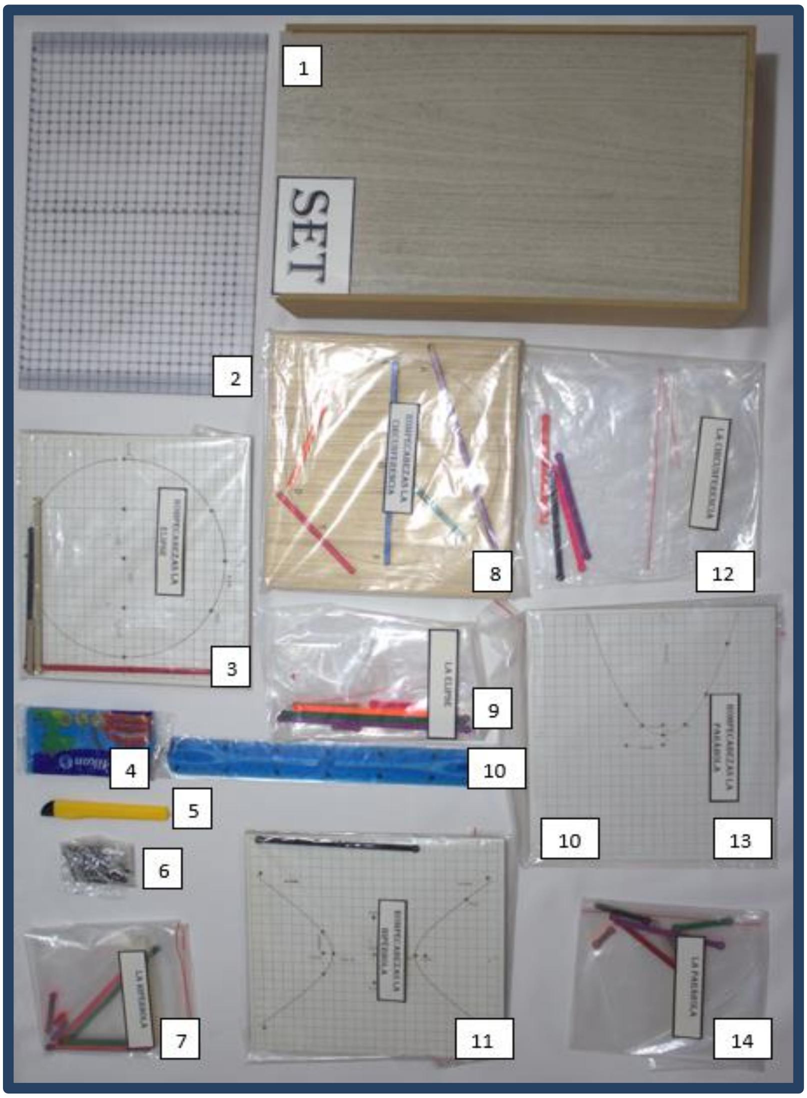


Figura 17

Rompecabezas de la circunferencia

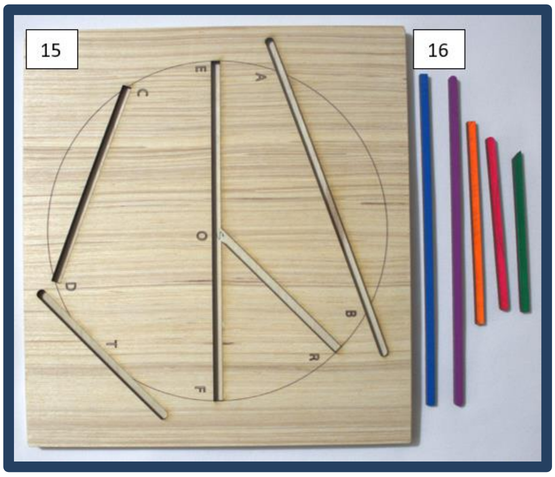


Figura 18

Circunferencia

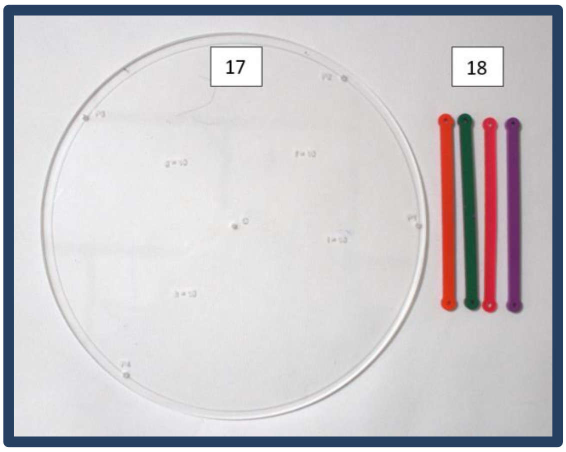


Figura 19

Rompecabezas de la elipse

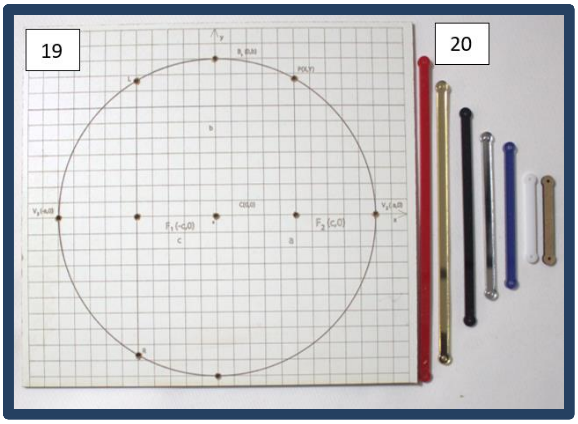


Figura 20

La elipse

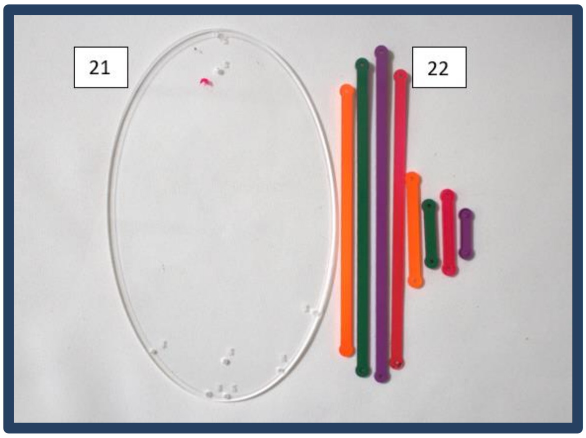


Figura 21

Rompecabezas de la parábola

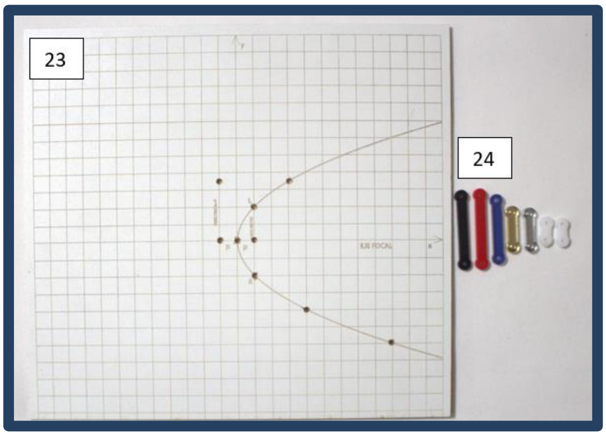


Figura 22

Parábola

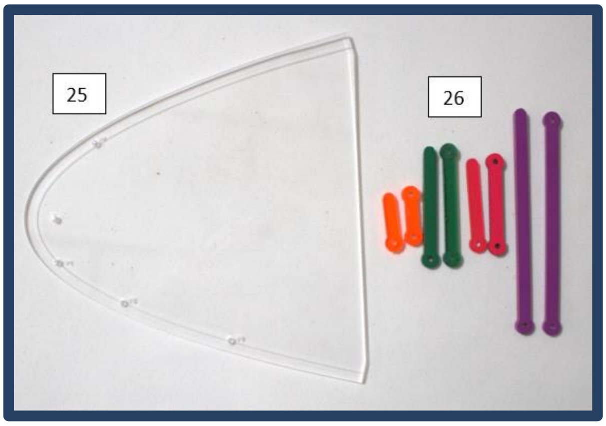


Figura 23

Rompecabezas de la hipérbola

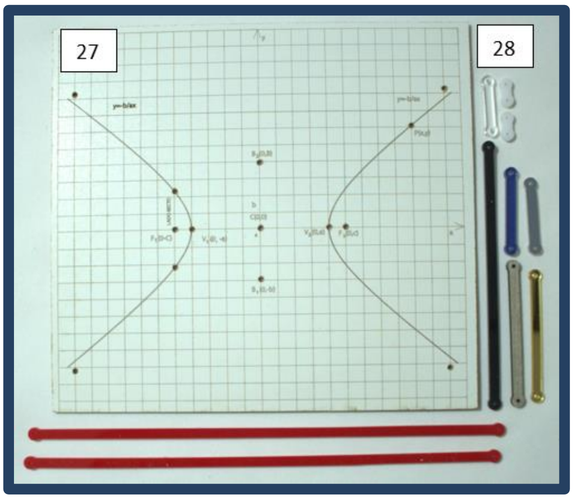
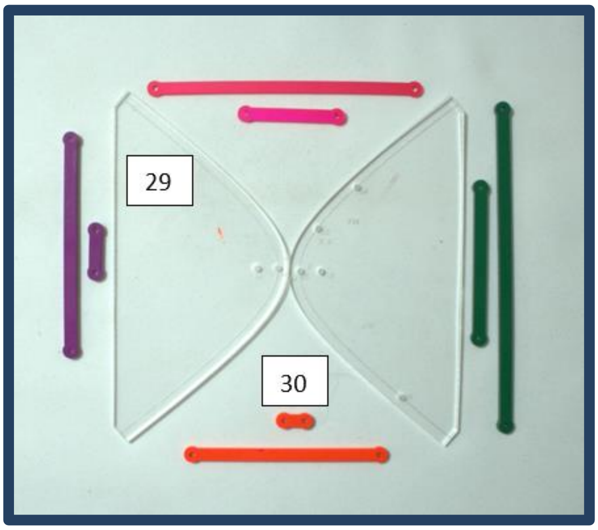


Figura 24

La hipérbola



Mientras los alumnos pertenecientes al grupo experimental empleaban la mencionada, los estudiantes del grupo de control ocupan el tradicional libro de matemáticas proveído por el Ministerio de Educación del Ecuador. En la Figura 25 se puede observar varias tomas de los alumnos del grupo de control siguiendo el texto del sistema educativo ecuatoriano convencional; mientras que, en la Figura 26 se puede ver cómo los alumnos del grupo experimental emplean los materiales contenidos en el set con la guía didáctica para desarrollar las diferentes prácticas. Se puede evidenciar además que, a diferencia del grupo de control, en el experimental existe un mayor nivel de compañerismo, trabajo en equipo y colaboración al momento de cumplir con las tareas impuestas en la guía.

En la Figura 26, podemos ver diferentes evidencias de los alumnos del grupo experimental utilizando los materiales de la guía didáctica en sus diferentes actividades. En Figura 26a se puede observar la entrega de los materiales a los alumnos, quienes con mucho interés abrieron la caja para recibir las instrucciones de manejo de los materiales y actividades. En Figura 26b se puede apreciar que se trabajó en equipos para potenciar la colaboración, comunicación e interacción de los estudiantes, combinando la creatividad de los alumnos para resolver los ejercicios propuestos. En las Figuras 26c-26j se observa a los estudiantes avanzando en las actividades de la guía didáctica, en la (c) la actividad del rompecabezas de la circunferencia, en (d) la circunferencia, (e) la parábola, (f) rompecabezas de la parábola, (g) la elipse, (h) actividad 7, (i) componentes de la hipérbola y, finalmente, en (j) componentes de la parábola.

Cabe destacar que durante la implementación de la guía didáctica se evidenció un estímulo en los alumnos del grupo experimental, los alumnos se sintieron más motivados por realizar las actividades impuestas en el material comparados a los estudiantes del grupo de control, qué, siguiendo el texto habitual no se tenían una atracción hacia la materia destacable.

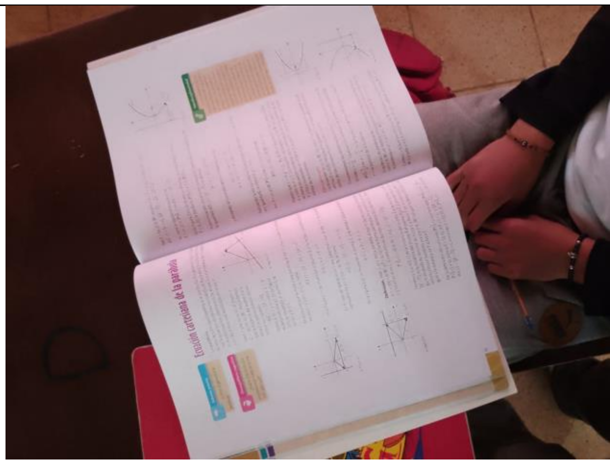
Figura 25

Evidencia del trabajo en el grupo de control. (a) Foto 1 del grupo; (b) Foto 2 del grupo de control; (c) Foto 3 del grupo de control; (d) texto educativo entregado por el Ministerio de Educación del Ecuador

(a)

(b)

(c)



(d)

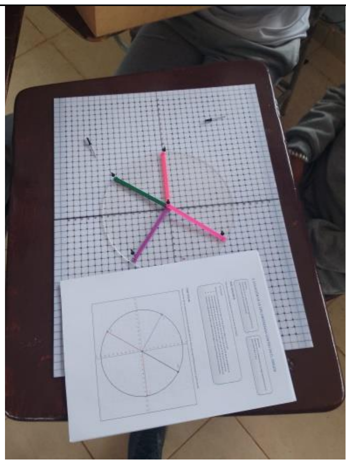
Figura 26

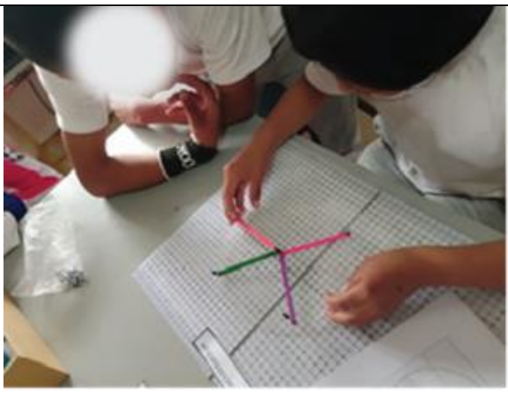
Implementación de la guía didáctica en grupo experimental

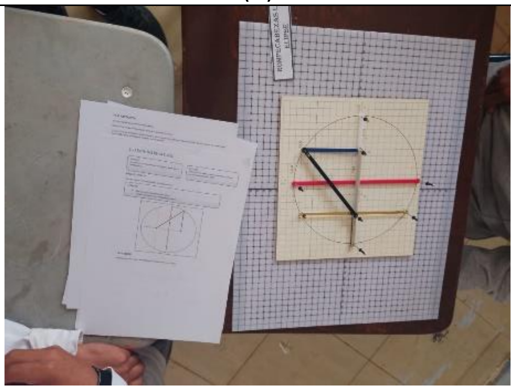
(a)

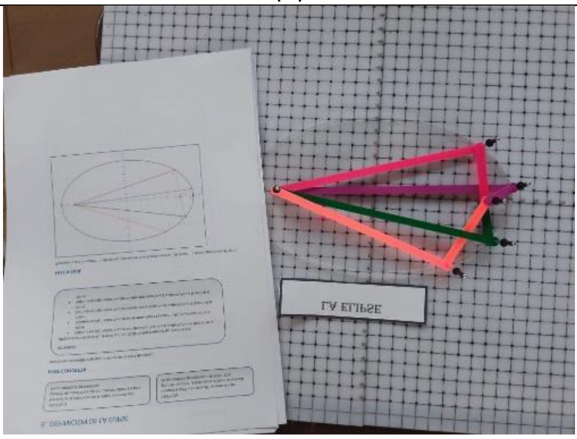
(b)


(c)


(d)

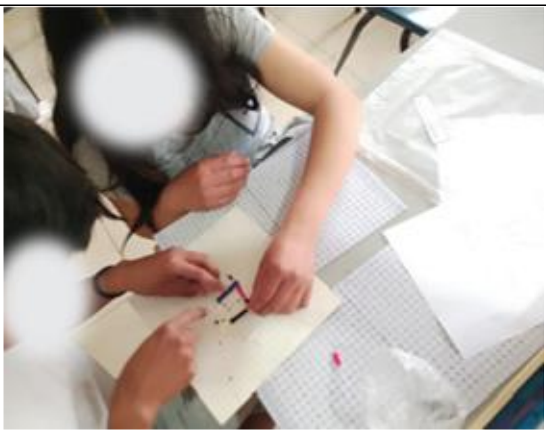

(e)

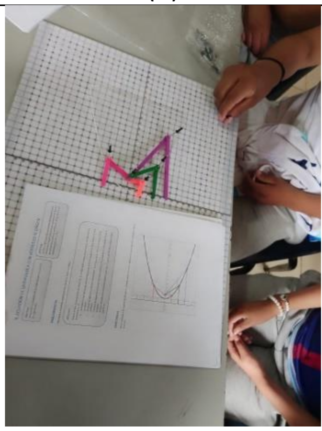

(f)



(g)

(h)


(i)


(j)

Evaluación final

Al finalizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de secciones cónicas en los alumnos de los dos grupos, de control y experimentación; se procede a realizar una evaluación, en este caso, como docente de los estudiantes, en el ANEXO C se encuentran los reportes de rendimiento académico de los dos paralelos, de donde se puede extraer la Figura 27, donde se encuentra resaltado el rendimiento de los alumnos de segundo de bachillerato en los parciales 3 y 4 que es donde se implementó la guía didáctica en los alumnos del grupo experimental con un rendimiento de 94,80% y 93,40%, respectivamente y, para el grupo de control tenemos un rendimiento de 75,10% y 80,20%. Con esta información queda en evidencia la influencia que ha tenido la guía didáctica en los estudiantes en cuanto al rendimiento académico.

Figura 27

Evaluación académica periodo lectivo 2022-2023

Área/Asignatura	Logros	Evaluación Académica						
		Bloques Desarrollados						
		P1	P2	Pr Q1	P3	P4	Pr. Q2	Pr. Anual
1° Ciencias	Promedio	8,86	8,31	7,65	8,99	8,94	8,58	8,12
	Porcentaje	88,60%	83,10%	76,50%	89,90%	89,40%	85,80%	81,15%
1° Técnico	Promedio	9,5	8,47	7,94	9,53	8,98	8,22	8,08
	Porcentaje	95,00%	84,70%	79,40%	95,30%	89,80%	82,20%	80,80%
2° Ciencias	Promedio	9,33	8	7,69	7,51	8,02	8,2	7,92
	Porcentaje	93,30%	80,00%	76,90%	75,10%	80,20%	82,00%	79,20%
2° Técnico	Promedio	8,66	8,47	7,7	9,48	9,34	9,31	8,21
	Porcentaje	86,60%	84,70%	77,00%	94,80%	93,40%	93,10%	82,10%
3° Ciencias	Promedio	9,16	8,92	8,55	7,51	9,38	8,6	8,58
	Porcentaje	91,60%	89,20%	85,50%	75,10%	93,80%	86,00%	85,80%
3° Técnico	Promedio	8,47	8,88	8,01	9,39	8,22	8,2	8,11
	Porcentaje	84,70%	88,80%	80,10%	93,90%	82,20%	82,00%	81,10%

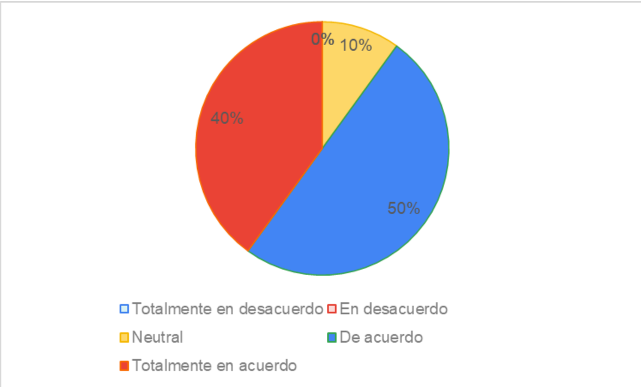
Como se había explicado en la metodología, a los alumnos se les aplica una evaluación adicional posterior a culminar la guía didáctica para poder medir el nivel de motivación. Para ello, un test de motivación fue desarrollado, mismo que se encuentra en el ANEXO D. El cuestionario, basado en una escala de Likert, consta de 12 preguntas que pretenden determinar la satisfacción de los estudiantes con la guía didáctica aplicada. Estas preguntas tienen un rango de respuestas entre 0 y 4, donde 0 significa que el alumno se encuentra en completo desacuerdo con lo planteado y 4 determina que está en total acuerdo con la pregunta.

El test se desarrolló utilizando la plataforma Google Forms, para una extracción de datos más sencilla, así como un respaldo en la nube de los datos. La misma evaluación fue validada por dos expertos, el rector de la de la Unidad Educativa Víctor León Vivar y por la Coordinadora del Departamento de Consejería Estudiantil Distrital, como se adjunta en el ANEXO E y ANEXO F. Las respuestas de este cuestionario fueron analizadas en el software JAMOVI, mismo que es de uso libre y permite la interpretación estadística de información.

Pregunta 1. Me siento interesado/a en aprender sobre el estudio de las cónicas

Figura 28

Resultados pregunta 1 del test de motivación



Análisis e interpretación

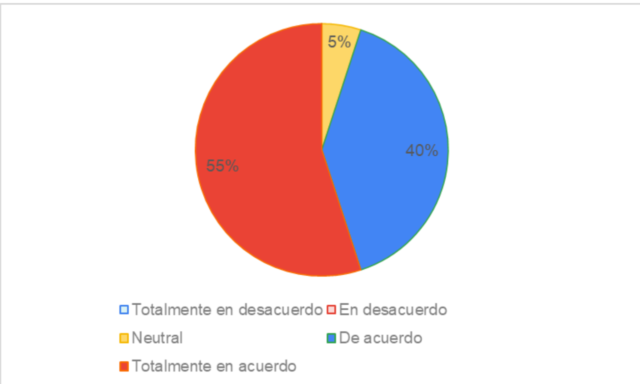
Se puede ver que el 90% de todos los alumnos encuestados se encuentran interesados en el estudio de secciones cónicas; estando de este grupo el 40% completamente en acuerdo, y el 50% en acuerdo. Mientras que, solo un 10% se sienten en estado neutral entre aprender este tema.

Esto demuestra que en los alumnos del grupo experimental se ha creado un interés por aprender este tema, impulsado por la implementación de la guía didáctica.

Pregunta 2. Disfruto de las actividades que involucran el uso de material didáctico (Geo plano, plastilina, rompecabezas de madera y acrílico, segmentos de colores) para aprender secciones de las cónicas.

Figura 29

Resultados pregunta 2 del test de motivación



Análisis e interpretación

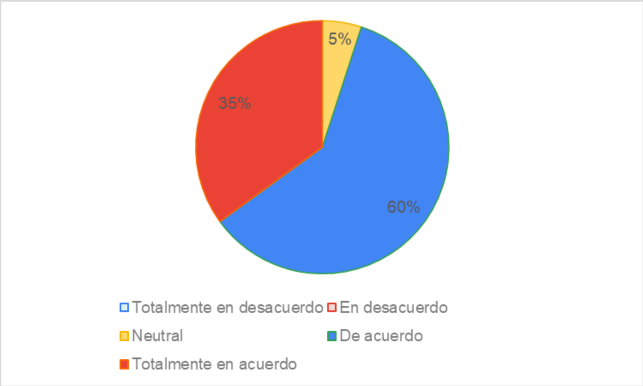
En esta pregunta se obtiene que más de la mitad de estudiantes están completamente de acuerdo con que las actividades donde se emplea el material didáctico son divertidas, siendo este grupo un 55% del total, el 40% están de acuerdo y, sólo un 5% se sienten neutral.

Este resultado indica que la mayoría de estudiantes sienten que utilizar el material didáctico para aprender secciones cónicas hacen de las actividades más divertidas, y los alumnos disfrutan más del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Pregunta 3. Considero que el tema de las cónicas es relevante para mi vida.

Figura 30

Resultados pregunta 3 del test de motivación



Análisis e interpretación

Los resultados que encontramos en **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** nos p ermite determinar que los alumnos se encuentran en acuerdo en un 60%, y completamente de acuerdo en un 35% que el contenido aprendido de secciones cónicas les servirá durante su vida, mientras que, únicamente un 5% se encuentran en estado neutral sobre la relevancia de los temas en su vida.

Esto lleva a deducir que se ha creado una adecuada concientización de los temas tratados, indicando adecuadamente cómo influyen y las aplicaciones que pueden tener las secciones cónicas en la vida.

Pregunta 4. La implementación de material didáctico (Set) ha aumentado mi interés en aprender sobre las cónicas.

Figura 31

Resultados pregunta 4 del test de motivación

Análisis e interpretación

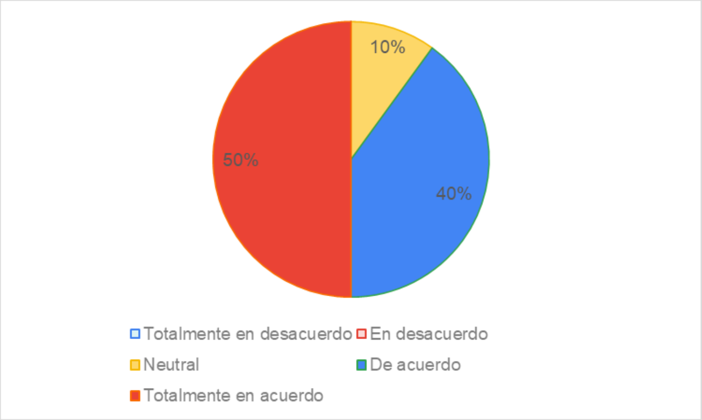
Muy similar a los valores encontrados en la pregunta 1, el 90% de los alumnos se encuentran de acuerdo con que en que el material implementado ha creado un interés en los alumnos en aprender secciones cónicas y, un 10% sienten neutralidad al ser consultados.

Estos resultados indican que sí, efectivamente la implementación del set propuesto en la guía didáctica influyó de manera positiva para crear un interés en aprender el contenido.

Pregunta 5. La guía didáctica ha contribuido positivamente a mi comprensión del estudio de las cónicas.

Figura 32

Resultados pregunta 5 del test de motivación



Análisis e interpretación

El 50% de todos los alumnos encuestados califican con la máxima puntuación a la guía didáctica como contribución a la comprensión del tema tratado, el 40% está de acuerdo y, el 10 % se encuentra neutral en cuanto a la influencia de la guía al momento de comprender el contenido tratado en el material didáctico.

Casi en su totalidad, el curso considera que la guía didáctica propuesta ha tenido un impacto positivo en la comprensión de los alumnos, significando que la guía les ha facilitado el proceso de aprendizaje de las secciones cónicas.

Pregunta 6. Creo que adquirir conocimientos sobre el estudio de las cónicas será beneficioso para mi futuro.

Figura 33

Resultados pregunta 6 del test de motivación

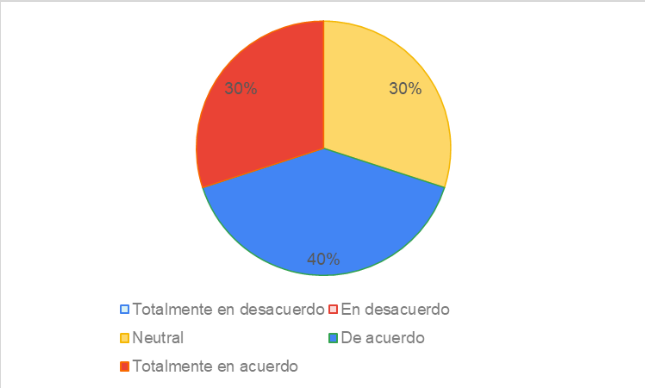
Análisis e interpretación

El 95% de los alumnos están de acuerdo que aprender acerca de secciones cónicas les va a servir en el futuro, siendo la mayoría los que están completamente de acuerdo. Únicamente el 5% de los encuestados se encuentran neutral sobre la importancia del aprendizaje de cónicas para el futuro. Esto indica que se indicado bien cómo influye el saber de cónicas en futuros aprendizajes y aplicaciones.

Pregunta 7. Me siento capaz de comprender y aplicar los conceptos de las cónicas.

Figura 34

Resultados pregunta 7 del test de motivación



Análisis e interpretación

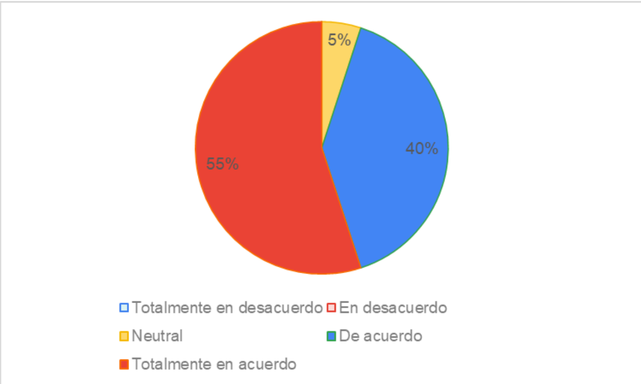
Esta pregunta tiene una respuesta positiva por el 70 % de aceptación en su capacidad de comprender y aplicar lo aprendido referente a secciones cónicas, sin embargo, con el 30% se encuentra el grupo de alumnos que se encuentran en la mitad, ni se sienten capaces ni tampoco incapaces.

Las respuestas de esta pregunta nos indican que, si bien la implementación de las guías didácticas ha apoyado en la capacidad de los alumnos en comprender y aplicar los fundamentos aprendidos, algunos todavía necesitan afianzar los conocimientos para fortalecer esa capacidad.

Pregunta 8. El material didáctico y la guía didáctica han mejorado mi confianza en mis habilidades para trabajar en el estudio cónicas.

Figura 35

Resultados pregunta 8 del test de motivación



Análisis e interpretación

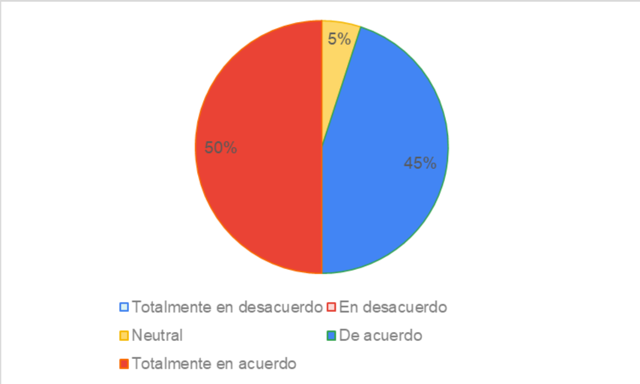
El 95% de los estudiantes han indicado que se encuentran en acuerdo y completamente de acuerdo en que el material les ha ayudado positivamente contribuyendo en la confianza acerca de sus habilidades, mientras que, el 5% se sientes que no ha tenido ni un impacto positivo ni negativo.

Esto nos indica que casi en su totalidad, el curso siente que el material y la guía ha potenciado la confianza que tienen los alumnos para poder resolver problemas de secciones cónicas.

Pregunta 9. Considero que el aprendizaje de las cónicas es valioso para mi desarrollo académico.

Figura 36

Resultados pregunta 9 del test de motivación



Análisis e interpretación

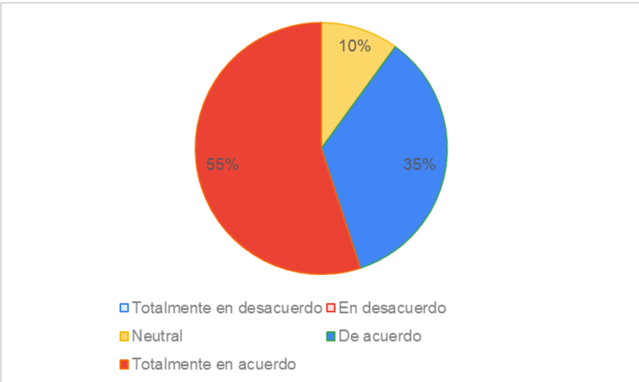
Al igual que en la pregunta 6, los alumnos consideran casi en su totalidad que los contenidos aprendidos les servirá en el futuro, en este caso específico para su rendimiento académico y en futuros contenidos matemáticos. Mientras que el 5% no consideran que será de ayuda en el desarrollo académico, pero tampoco que influirá de manera negativa.

Esto nos permite determinar que sí, aprender acerca de secciones cónicas les ayudará a los alumnos con futuros conceptos de geometría analítica y cálculo, y los alumnos gracias a la guía didáctica tienen el mismo sentir.

Pregunta 10. Creo que el uso de material didáctico concreto y la guía didáctica han hecho que el tema sea más interesante y comprensible.

Figura 37

Resultados pregunta 10 del test de motivación



Análisis e interpretación

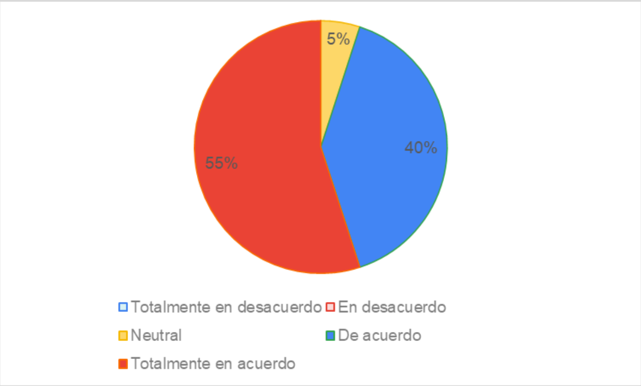
El 10% de los alumnos sienten que la guía didáctica no ha influido en crear un interés de secciones cónicas, ni tampoco en la comprensión del mismo. Mientras que, la mayoría del curso sienten que sí ha tenido un impacto positivo en la comprensión de secciones cónicas, y creando un interés en el mismo.

De esta manera, podemos deducir que cómo en anteriores preguntas la influencia positiva de la implementación del material didáctico ha impulsado en el interés de los alumnos a los temas tratados y en su comprensión.

Pregunta 11. Estoy satisfecho/a con la calidad del material didáctico utilizado.

Figura 38

Resultados pregunta 11 del test de motivación



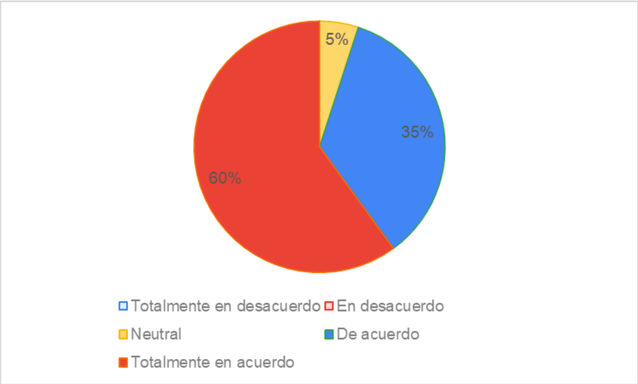
Análisis e interpretación

Más de la mitad del curso se encuentra completamente de acuerdo con la satisfacción de la calidad del material didáctico con un 55%, el 40% de acuerdo y únicamente un 5% no se encuentran ni de acuerdo, ni en desacuerdo con la calidad del material. Esto nos indica que en su gran mayoría los alumnos se encuentran contentos con el material didáctico que se les ha proveído para el desarrollo de las actividades.

Pregunta 12. La guía didáctica ha sido útil para mi aprendizaje de las cónicas.

Figura 39

Resultados pregunta 12 del test de motivación



Análisis e interpretación

El 60% de los alumnos están completamente de acuerdo con que la guía didáctica les ha ayudado en el proceso de aprendizaje, el 35% de acuerdo y, únicamente el 5% consideran que ni les ha favorecido, pero tampoco les ha perjudicado en el aprendizaje de secciones cónicas.

Esta pregunta permite determinar que la guía didáctica fue de importancia para el aprendizaje de cónicas en los estudiantes del grupo experimental permitiendo un mayor grado de comprensión y aprendizaje, influyendo positivamente en su rendimiento académico.

Las estadísticas de las respuestas de los alumnos del grupo experimental se observan en la Tabla 6, de la misma se puede destacar que, en primer lugar, la respuesta que más se repitió dentro de la mayoría de las preguntas es 4, significando que los alumnos se encuentran en total acuerdo con lo preguntado acerca de su interés y motivación por las secciones cónicas gracias a la guía didáctica implementada. De igual manera, se puede resaltar, que, en ningún caso, la media es inferior a 3, indicando que en todas las preguntas el promedio se encuentra satisfecho con la metodología implementada.

Tabla 6

Resultados de test de motivación

Pregunta	Media	Mediana	Moda	DE	Mínimo	Máximo
Pregunta 1	3.30	3.00	3.00	0.657	2	4
Pregunta 2	3.50	4.00	4.00	0.607	2	4
Pregunta 3	3.30	3.00	3.00	0.571	2	4
Pregunta 4	3.50	4.00	4.00	0.688	2	4
Pregunta 5	3.40	3.50	4.00	0.681	2	4
Pregunta 6	3.45	3.50	4.00	0.605	2	4
Pregunta 7	3.00	3.00	3.00	0.795	2	4
Pregunta 8	3.50	4.00	4.00	0.607	2	4
Pregunta 9	3.45	3.00	4.00	0.657	2	4
Pregunta 10	3.45	4.00	4.00	0.607	2	4
Pregunta 11	3.50	3.00	4.00	0.571	2	4
Pregunta 12	3.55	4.00	4.00	0.688	2	4

Discusión

Los resultados obtenidos en esta investigación concuerdan con diferentes estudios tales como Alba Cobos y García Cárdenas (2019), Bes Garau (2020), Castillo Paredes (2022), Freire Quimiz y Gutierrez Rodríguez (2022), Juárez Eugenio y Aguilar Zaldivar (2018), Malusín Carabajo y Uvidia Lópe (2022), Sanaguano Recalce (2022), Sisa Quinzo (2023) y Turizo Martínez et al. (2019), donde se evidencia una mejoría en el grupo de alumnos que implementan el Método de Singapur. En estos estudios se han hecho igual, intervenciones en centros educativos a nivel nacional, en los que la mayoría han sido rurales, se concluye que el interés y la motivación de los alumnos se incrementa después de recibir las clases basadas en el Método de Singapur; además, el rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental en todos los estudios es superior al demostrado por el grupo de control.

En las investigaciones previamente mencionadas, se hace un análisis del resultado de implementar el método de Singapur, en cambios en la forma de impartir clases, tal como se hizo en esta investigación, sin embargo, en este estudio se da a conocer además una guía didáctica con material del mismo tipo que permite a los alumnos experimentar de mejor manera los conceptos impartidos por el docente.

Las investigaciones que se citan anteriormente igual, tratan de conceptos de matemática básica, como apoyo a los estudiantes de educación básica, con fundamentos en la multiplicación, operaciones algebraicas básicas. En este estudio se trata un tema que es de bachillerato, más no de educación básica.

Conclusiones

En los diferentes repositorios digitales de artículos científicos, libros y revistas se pudieron obtener múltiples investigaciones donde detallan la implementación del Método de Singapur a nivel mundial, nacional y regional; detallando primeramente los antecedentes, cómo ha sido el de implementación y, cuáles han sido los resultados obtenidos. Además, en toda la bibliografía se ha logrado obtener los conceptos y fundamentos teóricos de los diferentes términos requeridos para comprender de manera idónea cómo llevar a cabo toda la investigación.

Se pudo evidenciar una deficiencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje en los alumnos de los dos paralelos del Segundo de Bachillerato de la Unidad Educativa Víctor León Vivar sobre los fundamentos teóricos y prácticos de secciones cónicas. Los dos grupos, tanto el de control y el experimental en primera instancia tienen resultados similares en el pre-test. Sin embargo, se pudo ver cómo los estudiantes del grupo experimental tuvieron un incremento en el rendimiento académico excepcional en comparación con el grupo de control, obteniendo calificaciones sobresalientes en el bloque donde se analizan las secciones cónicas.

Posterior a la implementación de una guía didáctica en el instituto educativo se pudo evidenciar a parte de la mejoría en el rendimiento académico, un mayor compromiso por parte de los alumnos del grupo experimental hacia la materia, así como una mayor comunicación entre los alumnos y con el docente. El uso de las herramientas lúdicas incluidas en la guía didáctica y no únicamente los textos educativos del Ministerio de Educación de Ecuador, impulsó de manera favorable la creatividad en los estudiantes, así como una mejor manera de analizar los problemas planteados.

El interés creado en el alumnado por el tema tratado en la guía didáctica quedó en evidencia en el test de motivación, así como la comprensión que se vio afectada de manera favorable en este grupo de alumnos. Los estudiantes se sienten más confiados a la hora de trabajar con cónicas y la resolución de estos problemas, de igual manera, entienden de mejor manera cómo funcionan y las aplicaciones que pueden darle a este contenido en su desarrollo académico y en la vida futura general.

Referencias

Aguilar Feijoo, R. M. (2004). *La guía didáctica, un material educativo para promover el aprendizaje autónomo. Evaluación y mejoramiento de su calidad en la modalidad abierta y a distancia de la UTPL*. AIESAD, *7*(2), 179–192.

Alba Cobos, L. A., y García Cárdenas, M. del C. (2019). *El Método Singapur para el desarrollo de competencias en la resolución de problemas matemáticos con números fraccionarios*.

Angarita B., A. J., Cortázar B, A. P., Méndez, V., y Villanueva, E. (2016). *Aplicación del método Singapur para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el Colegio Santo Tomás de Aquino*. Estudiosidad.

Arroyo-Preciado, G. A. (2021). *Modelo educativo implementado en Ecuador.* Análisis y percepciones. 7, 1019–1030. https://doi.org/10.23857/dc.v7i6.2378

Arteaga Estévez, R., y Figueroa Sierra, M. N. (2004). *La guía didáctica: Sugerencias para su elaboración y utilización*. Mendive, 2(3), 201–207.

Badger, J. (2013). *Teaching Singapore Math: Evaluating Measures to Effectively Teach and Implement a New Mathematics Curriculum in 21 Elementary Schools*. GATEwayes to Teacher Education, 14(1), 23–40. https://www.researchgate.net/publication/257941892

Barrera Erreyes, H. M., Barragán García, T. M., y Ortega Zurita, G. E. (2017). *La realidad educativa ecuatoriana desde una perspectiva docente*. Revista Iberoamericana de Educació*n*, *75*(2), 9–20.

Barreto Trujillo, F. J., y Álvarez Bermúdez, J. (2020). *Las dimensiones de la motivación de logro y su influencia en rendimiento académico de estudiantes de preparatoria*. Enseñanza e Investigación En Psicología, 2(1).

Barrios Perea, P. S., y Reales Fontalvo, M. de J. (2021). *Fortalecimiento de las competencias comunicativas y el aprendizaje autónomo en estudiantes, a través de una guía didáctica*. Corporación Universidad de la Costa.

Baysal, E., y Sevinc, S. (2022). *The role of the Singapore bar model in reducing students' errors on algebra word problems*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, *53*(2), 289–310. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1944683

Bes Garau, A. (2020). *Método Singapur y su aplicación en operaciones aritméticas de primaria*.

Bhattarai, D. (2021). *Effectiveness of Geogebra in teaching mathematics at secondary level*.

Brito Mancero, L. F. (2022). *GeoGebra como herramienta didáctica para el aprendizaje de las cónicas y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de nivelación de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo 2021*. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Buentello-Montoya, D. A., Lomelí-Plascencia, M. G., y Medina-Herrera, L. M. (2021). *The role of reality enhancing technologies in teaching and learning of mathematics*. Computers and Electrical Engineering, 94. https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2021.107287

Carrillo de Albornoz Torres, A., y Rodríguez, M. de L. (2020). *Cónicas y sus elementos*. Suma.

Castillo Paredes, W. A. (2022). *Método singapur para la enseñanza aprendizaje de matemáticas en estudiantes de básica media*. Pontificia Universidad Católica del Ecuador.

Có, P. (2018). *Algebra y geometría analítica secciones cónicas*. Universidad Nacional de Rosario. http://www.astroseti.org/articulo/4152/

Cruz González, A., y Gamboa Graus, M. E. (2020). *Medios de enseñanza y aprendizaje para la geometría en la formación de profesores de matemática*. Medios de enseñanza y aprendizaje para la geometría, 11(2).

Cuarán-Casa, G., Quijije-Cedeño, M., Torres-Espín, E. M., y Cabezas-Mejía, E. D. (2022). *Implementación guía didáctica informatizada para el proceso de enseñanza aprendizaje de la contabilidad*. Revista de Investigación Sigma, 9(1), 30–40. https://doi.org/10.24133/sigma.v9i01.2623

Cuasapud Morocho, J. J., y Maiguashca Quintana, M. (2023). *The Singapore method as a determinant strategy for the learning of fractional numbers in elementary school students*. Revista Científica UISRAEL, 10(3), 205–219. https://doi.org/10.35290/rcui.v10n3.2023.957

Daza Guerrero, C. A. (2023). Cartilla para la enseñanza de las secciones cónicas. Universidad de Cundinamarca. https://www.geogebra.org/?lang=es

De la Herrán Gascón, A., Cedeño, A. I. R., y Lara, F. L. (2018). *Claves del cambio educativo en Ecuador*. Foro de Educación, 16(24), 141–166. https://doi.org/10.14516/fde.516

Duardo Monte. (2014). Consideraciones metodológicas para la utilización del Geogebra en el trabajo con las secciones cónicas. https://orcid.org/0000-0001-5205-0788Universidad

Fazekas, I. (2023). On conic sections and some of their applications.

Flores Durán, J. L. (2020). *Implementación del Método Singapur para la resolución de problemas sobre cuerpos redondos en el Octavo "B" de la U.E. "Luis Cordero."* Universidad Nacional de Educación.

Freire Quimiz, Y. I., y Gutierrez Rodríguez, L. A. (2022). *El método singapur aplicado al aprendizaje de operaciones matemáticas básicas*. Universidad de Guayaqui.

García Aretio, L. (2014). *La Guía Didáctica*. La Guía Didáctica Contextos Universitarios Mediados, *14*(5).

García Hernández, I., y De la Cruz Blanco, G. de las M. (2014). *Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo*. EDUMECENTRO, 6(3), 162–175. www.revedumecentro.sld.cu

García Pacheco, M. A. (2023). *GeoGebra para el estudio y análisis de las figuras cónicas*. Revista Iberoamericana de Investigación En Educación, 7, 1–10.

Gil Sáez, B. (2022). *El método Singapur como propuesta metodológica en la transición de primaria a ESO*. Universidad de Valladolid.

González Santana, W. J. (2023). *Evolución de la educación en el Ecuador: desde una perspectiva crítica*. Revista Social Fronteriza, 3(3), 163–170.

INEVAL. (2018a). *La educación en Ecuador: logros alcanzados y nuevos desafíos*. www.evaluacion.gob.ec

INEVAL. (2018b). *Resultado de PISA para el Desarrollo*.

INEVAL. (2023). *Informe Nacional Ser Estudiante- Nivel de Bachillerato Año Lectivo 2022-2023*. www.evaluacion.gob.ec

Jaramillo, R. S. (2014). *Sistema educativo ecuatoriano: Una revisión histórica hasta nuestros días*. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.4401.7047

Jiménez Álvarez, E. P., Ochoa Zhicay, G. E., Llerena Aguilar, C. V., y Apolo Buenaño, D. E. (2022). *GeoGebra como estrategia didáctica de enseñanza-aprendizaje de secciones cónicas para estudiantes de tercero de bachillerato*.

Juárez Eugenio, M. del R., y Aguilar Zaldivar, M. A. (2018). *El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria.* Números Revista de Didáctica de Las Matemáticas, 98, 75–86. http://www.sinewton.org/numeros

Ku Peñaranda, G. A., Paz Samudio, A., y Rodríguez Origua, J. M. (2019). *Secuencia didáctica para la enseñanza del concepto de rotación a través del método Singapur y mediante la implementación del cubo de Rubik como recurso educativo*. Universidad Santiago de Cali.

Lawn, A. (2017). *Singapore Maths in the Junior School*.

Lazarov, B. Y., y Dimitrov, D. G. (2020). *Introducing conics in 9th grade: An experimental teaching.* CSEDU 2020 - Proceedings of the 12th International Conference on Computer Supported Education, 1, 436–441. https://doi.org/10.5220/0009430204360441

Lehmann, C. (1989). *Geometría Analítica* (UTEHA, Vol. 13).

Lucas Ávila, G. E., y Aray Andrade, C. A. (2023). *Geogebra como herramienta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de secciones cónicas en bachillerato*. Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS, 5(5), 386–400.

Madrid Tamayo, T. L. (2019). *El sistema educativo de Ecuador: un sistema, dos mundos Extracto*. Revista Andina de Educación, 2(1), 8–17.

Malusín Carabajo, J. T., y Uvidia López, M. J. (2022). *El Método Singapur como propuesta de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para básica elemental*. Universidad de Cuenca.

Martinez-Chaparro, W. Y., y Gallardo-Perez, H. de J. (2023). *Uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas (elipse).* Encuentro Internacional de Matemática Aplicada.

Martínez-Padrón, O. J., y Tapia-Aguilar, O. E. (2022). *Compromisos profesionales de los docentes que enseñan contenidos matemáticos en ecuador*. Magazine de Las Ciencias: Revista de Investigación e Innovación, 7(3), 51–77. https://doi.org/10.33262/rmc.v7i3.2680

Mathcentre. (2009). *Conic sections*. www.mathcentre.ac.uk

Mehrjoo, N., Nourian, M., Norouzi, D., y Kopai, M. A. (2022). *A Comparative Study of Mathematics Curriculum in Primary Schools of Iran and Singapore*. Iranian Journal of Comparative Education, 5(2), 1871–1897. https://doi.org/10.22034/IJCE.2022.273973.1288

Mejía, L. G. M. (2013). *La guía didáctica: práctica de base en el proceso de enseñanza-aprendizaje y la gestión del conocimiento*. Apertura, 5(1), 66–73.

Mejías, G. (2017). *Cónicas*.

Ministerio de Eduación del Ecuador. (2020). *Matemáticas BGU 2° Curso*.

Ministry of Education Singapore. (2012). *Mathematics syllabus primary one to six*.

Moreno Prieto, Á. D. (2018). *Historia de las cónicas y su aporte al conocimiento del profesor de matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., y Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*.

Muñoz, S. T. (2020). *Estrategias para mejorar el rendimiento académico de la asignatura de matemáticas*. Formación Docente Revista Iberoamericana de Educación, 3(3), 33–52.

Naranjo, J., Soria, D., Toscano, O., Jordan, C., Salazar, A., y Ortiz, P. (2020). *An Immersive Teaching Approach: Singapore Method through Virtual Reality*. IEEE Xplore.

Nurlaili, Dr., Ananda, A., Wahyuni, Y., Gistituati, N., y Rusdinal, Dr. (2022). *Comparison of Mathematics Learning Curriculum in Singapore, Japan, Malaysia, and Indonesia.* International Journal of Research Publications, 103(1). https://doi.org/10.47119/ijrp1001031620223398

Ordóñez Pardo, J. C., Coraisaca Quituizaca, E. C., y Espinoza Freire, E. E. (2020). *¿Se emplean recursos didácticos en la enseñanza de matemáticas en la educación básica elemental? Un estudio de caso*. Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas, 3(3), 48–55.

Pino Torrens, R. E., y Urías Arbolaez, G. de la C. (2020). *Guías didácticas en el proceso enseñanza-aprendizaje: ¿Nueva estrategia?* Revista Scientific, 5(18), 371–392. https://doi.org/10.29394/scientific.issn.2542-2987.2020.5.18.20.371-392

Qudosi, A. M. (2021). *Conic sections and their applications*. International Journal of Humanities and Natural Sciences, 7(58), 2021. https://doi.org/10.24412/2500-1000-2021-7-145-156

Quintero Pérez, C. A. (2017). *Propuesta de enseñanza de las secciones cónicas usando diversas tecnologías para su desarrollo*.

Ramírez Saldaño, D. (2022). *Análisis de la implementación curricular para el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de educación básica*. Talca Universidad.

Ramón, J. A., y Vilchez, J. (2019). *Tecnología Étnico-Digital: Recursos Didácticos Convergentes en el Desarrollo de Competencias Matemáticas en los Estudiantes de Zona Rural*. Informacion Tecnologica, 30(3), 257–268. https://doi.org/10.4067/S0718-07642019000300257

Ramos-Galarza, C. (2021). *Diseños de investigación experimental*. CienciAmérica, 10(1), 1–7. https://doi.org/10.33210/ca.v10i1.356

Ranjha, F. A., Mahmood, M. K., y Butt, I. H. (2019). *Use and Utility of Teacher Guides for Primary School Teachers in Punjab*. Review of Economics and Development Studies, 5(1), 5–10. https://doi.org/10.26710/reads.v5i1.518

Redden, J. (2012). *Conic Sections*. In Advanced Algebra.

Rodríguez Alemán, C., y Rodríguez Antonio, R. (2020). *KonicAR "Desarrollo de una aplicación para el aprendizaje de las secciones cónicas por medio de Realidad Aumentada."*

Rosales Servellón, L. (2020). *Clima escolar, motivación escolar y conducta escolar de estudiantes de educación media en escuelas salvadoreñas de la zona paracentral*. Universidad de Montemorelos.

Sanaguano Recalce, R. del P. (2022). *Método Singapur como estrategia enseñanza-aprendizaje de tablas de multiplicar en niños de edad escolar*. Pontificia Universidad Católica del Ecuador.

Sánchez, B. (2022). *El método Singapur en el desempeño académico de la asignatura de matemática, en los estudiantes de quinto grado de educación general básica, de la Unidad Educativa "Victoria Vásconez Cuvi", de la ciudad de Latacunga.* Universidad Técnica de Ambato.

Schmitz, A. (2012). *Conic Sections*. *In Advanced Algebra*.

Serçe, F., y Acar, F. (2021). *A comparative study of secondary mathematics curricula of Turkey, Estonia, Canada, and Singapore*. Journal of Pedagogical Research, 5(1), 216–242. https://doi.org/10.33902/JPR.2021167798

Shah, N. H. (2015). *Applications of Conics*. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.4482.1602

Sisa Quinzo, I. M. (2023). *El método Singapur en el aprendizaje de matemática de estudiantes de sexto año de EGB.* Universidad Tecnológica Indoamérica.

Solares, C., y Blanco, R. (2022). *Videos and matlab for teaching conic sections*. 5249–5249. https://doi.org/10.21125/edulearn.2022.1241

Suasnabas-Pacheco, L. S., y Juárez, J. F. (2020). *Calidad de la educación en Ecuador. ¿Mito o realidad?* Dominio de Las Ciencias, 6(2), 133–157.

Sudihartinih, E., y Purniati, T. (2020). *Students' Mistakes and Misconceptions on the Subject of Conics*. International Journal of Education, 12(2), 92–100. https://doi.org/10.17509/ije.v12i2.19130

Sudihartinih, E., Purniati, T., y Rohayati, A*. (2020). Using Geogebra and Manipulative's on Conics as Learning Tool for Student. Eduma, Mathematics Education Learning and Teaching, 9(1), 21. https://doi.org/10.24235/eduma.v9i1.6268*

SUMMA. (2022). *Incoherencias del sistema educativo ecuatoriano: ¿Cómo alinear a sus actores y los esfuerzos públicos hacia el logro de aprendizajes?*

Taliaferro Blalock, J. (2011). *The impact of Singapore Math on student knowledge and enjoyment in mathematics*. https://digitalcommons.latech.edu/dissertations/357

Tapia Reyes, R. A., y Murillo Antón, J. (2020). *El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas*. Revista Muro de La Investigación, 5(2), 13–24. https://doi.org/10.17162/rmi.v5i2.1322

Thiyagu, K. (2013). *Effectiveness of Singapore math strategies in learning mathematics among fourth standard students*. Vetric Education.

Thomson, B.-C. (2007). *Review of conic sections*.

Toh, T. L. (2021). *School calculus curriculum and the Singapore mathematics curriculum framework*. ZDM - Mathematics Education, 53(3), 535–547. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01225-6

Trang Hoang, D., y Catharines, S. (2020). *Doing the Math: Comparing Ontario and Singapore Mathematics Curriculum at the Primary Level*.

Turizo Martínez, L. G., Carreño Colina, C. A., y Crissien Borrero, T. J. (2019). *El Método Singapur: reflexión sobre el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas*. Pensamiento Americano, 12(23), 183–199. https://doi.org/10.21803/pensam.v12i22.255

UNESCO. (2019). *Perfil del país: Ecuador*.

UNESCO-IIEP. (2022, June 14). *Teacher guides and lesson plans*. https://policytoolbox.iiep.unesco.org/policy-option/teacher-guides-and-lesson-plans/

Wu, X., Wu, R., Chang, H. H., Kong, Q., y Zhang, Y. (2020). *International Comparative Study on PISA Mathematics Achievement Test Based on Cognitive Diagnostic Models.* Frontiers in Psychology, 11. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.02230

Anexos

Anexo A. Prueba de diagnóstico a estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Víctor León Vivar.

Diagnóstico a estudiantes de segundo año de bachillerato para evaluar su nivel de conocimiento de cónicas

Prueba previa de sección cónica

Responda a las siguientes preguntas lo mejor que pueda. Utilice frases completas y dibujos a escala adecuada. Apoye sus respuestas con un razonamiento matemático bien desarrollado. Cada pregunta se calificará de acuerdo con la rúbrica que se adjunta en la siguiente página

Secciones cónicas: "Conjunto de curvas que se forman cuando un plano interseca un doble cono recto".

PREGUNTAS

1. Enumera las cuatro secciones cónicas.
2. Describe cada una de las secciones cónicas en términos de la intersección de un plano y un doble cono.
3. Describe cada una de las secciones cónicas como un lugar geométrico de puntos.
4. Enuncia la ecuación de cada sección cónica.
5. Haz un croquis de cada sección cónica y rotula los puntos importantes.
6. Compara y contrasta cada sección cónica.
7. Explica algunas aplicaciones de cada sección cónica.
8. Dé un ejemplo dibujado con los componentes importantes de cada sección cónica.
9. Encuentre una simple ecuación de una parábola que pase por el punto (-1,5)
10. Teniendo una ecuación de una parábola simple $4y^2-32x=0$. Identifique el vértice, foco, directriz y dibuje la parábola.
11. Hallar la ecuación de lugar geométrico de los puntos fijos (0,-1) y (0,1) dónde la suma de las distancias es de 4.
12. Encuentre la ecuación de una hipérbola donde su asíntota es y=4x, c=7 y focos en el eje x.

Rúbrica de calificación para ítems abiertos de 4 puntos

Puntuació	Descripción
4	• Ofrece una solución correcta y está bien respaldada por explicaciones bien desarrolladas y precisas. • Demuestra que ha seleccionado y aplicado una estrategia de solución de problemas adecuada, pero puede contener errores menores que no restan valor a la calidad general de la respuesta del estudiante. • Está claramente organizado y enfocado, y muestra una comprensión matemática de la tachuela o concepto. • Contiene suficiente trabajo para transmitir una comprensión completa del problema.
3	• Ofrece una solución generalmente correcta, pero contiene pequeños fallos de razonamiento o cálculo. • Demuestra que ha seleccionado y aplicado una estrategia de solución de problemas adecuada, pero puede contener errores aritméticos o algebraicos menores que restan valor a la calidad general de la respuesta del estudiante. • Está claramente organizado, bien organizado, pero descuida algún aspecto de la solución completa del problema. • Carece de detalles significativos para transmitir una comprensión cabal de la tarea o el concepto que justifique una respuesta completa.
2	• Ofrece una solución parcialmente correcta al problema. • Puede contener fallos que indican una comprensión incompleta de la tarea o el concepto. • Puede demostrar un razonamiento defectuoso que lleve a respuestas o conclusiones débiles. • Puede demostrar una comunicación poco clara por escrito o en diagramas. • Puede demostrar una comprensión deficiente de los procedimientos o conceptos matemáticos pertinentes.
1	• Ofrece una solución correcta sin pruebas ni explicaciones de apoyo. • Ofrece pocos o ningún detalle de apoyo que transmita una comprensión limitada. • Contiene numerosos errores de cálculo y de razonamiento y desmerece la calidad general de la respuesta. • Proporciona una interpretación vaga a la solución/explicación, indicando poca o ninguna comprensión matemática de la tarea o concepto.
0	• Da una respuesta incorrecta sin mostrar trabajo. • No ofrece una comprensión matemática del problema. • No aborda el problema.

Anexo B. Guía didáctica.

1. CÓNICAS

OBJETIVO
Determinar la familia de curvas mediante la intersección de una superficie cónica de revolución con un plano.

DESTREZA
Determinar la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola a partir de la intersección de una superficie cónica de revolución con un plano (Ref. M.5.2.16.).

FASE CONCRETA

Manipula y construya dos conos con la plastilina del set de trabajo.

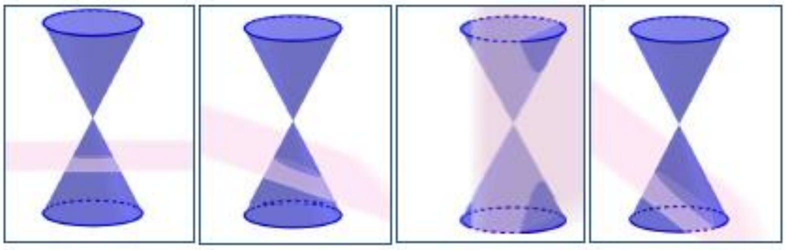
ACTIVIDAD

Con la herramienta, estilete, desarrolle los siguientes cortes:

- Plano paralelo a la base
- Plano inclinado que no corte a la base
- Plano paralelo a la altura que no pase por el centro.
- Plano inclinado que corte la altura y la base

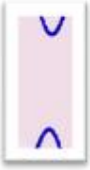
FASE VISUAL

Observamos que las cónicas varían en función de la inclinación del plano



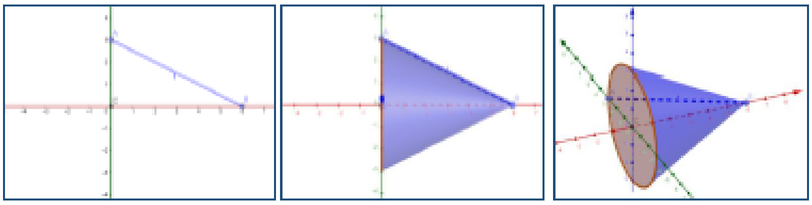
ACTIVIDAD

Empareje los cortes de la cónica con la familia de curvas obtenidas.

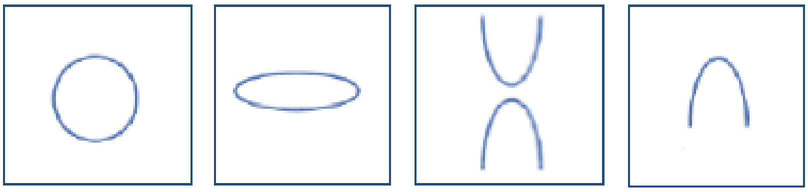


FASE ABSTRACTA

Si giramos una recta alrededor de un eje con el que tiene un punto en común, obtenemos una superficie cónica de revolución.



La intersección de una superficie cónica de revolución con un plano determina una familia de curvas



La circunferencia. La elipse. La hipérbola. La parábola.

Una cónica es la curva que se obtiene como intersección de una superficie cónica de revolución con un plano.

Un lugar geométrico es un conjunto de puntos que cumplen una determinada condición geométrica.

Aplicaciones

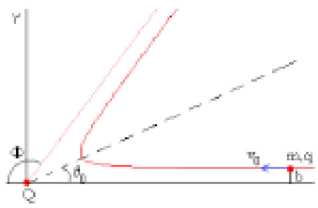
Circunferencia: la mayoría de los objetos tiene esta forma

Objetos con forma de circunferencia

Elipse: orbitas planetarias, trayectorias del átomo, arquitectura, etc.

Plaza de San Pedro, Vaticano-Roma.

Hipérbola: gráfica de la ecuación presión volumen cuando la temperatura es constante, sistema de navegación de largo alcance (LORAN)



Dispersión de partículas alfa por un núcleo.

Parábola: los faros de los autos, estructuras en los puentes y en todos los deportes que se haga un lanzamiento.

Casa de la Opera, Sydney.

ACTIVIDAD

Dibuje resaltado cada familia de la curva.

Circunferencia:

Una rueda

Una moneda

Elipse:

Un cepillo de dientes

Una sandia

Hipérbola:

Un reloj de arena

Una guitarra

Parábola:

Una antena parabólica

Una sombrilla

2. ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA

OBJETIVO
Determinar los elementos de una circunferencia a través de sus características.

DESTREZA
Determinar los elementos de la circunferencia a partir de sus peculiaridades (Ref. M.5.2.16.).

FASE CONCRETA

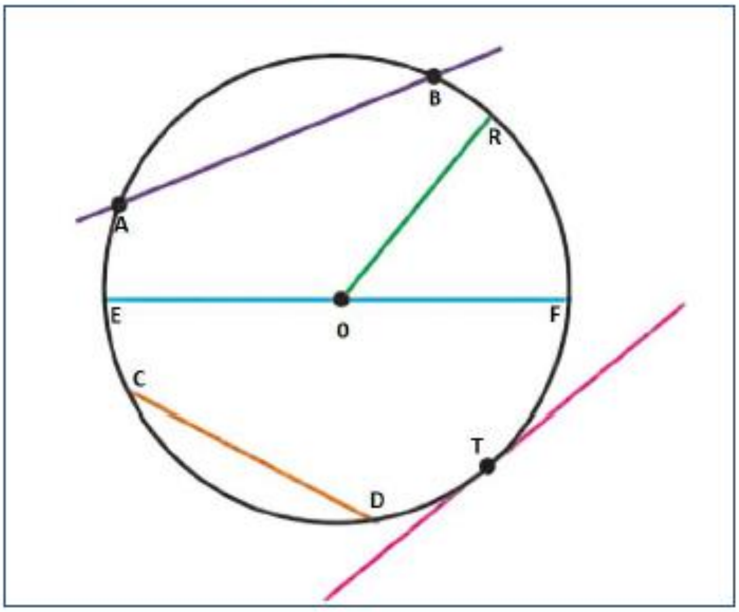
Manipula y arme el rompecabezas de la circunferencia del set.

ACTIVIDAD

- Manipule el rompecabezas de la circunferencia
- Encaje las piezas en sus respectivas posiciones.

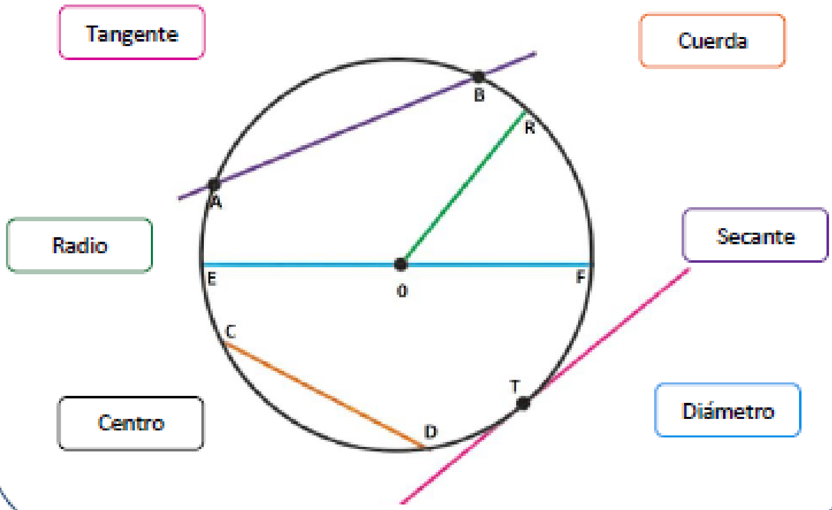
FASE VISUAL

Observamos que la figura armada tiene una codificación en sus partes.



ACTIVIDAD

Empareje los nombres con los elementos de la circunferencia.



FASE ABSTRACTA

La circunferencia es el perímetro del círculo, que posee los siguientes componentes:

Centro: El punto interior equidistante a todos los puntos de la circunferencia.

Radio: Segmento que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de ella. El radio se denota con la letra «r» o bien con sus puntos extremos, su medida es constante.

Cuerda: Segmento que une dos puntos de la circunferencia de manera interna.

Diámetro: Es la cuerda de mayor medida que pasa por el centro de la circunferencia. Lo denotamos mediante «d» y es el doble del radio (2r).

Tangente: Es la recta que intercepta a solo un punto de la circunferencia.

Secante: Es la recta que corta a la circunferencia, intersecando dos puntos de ella.

ACTIVIDAD

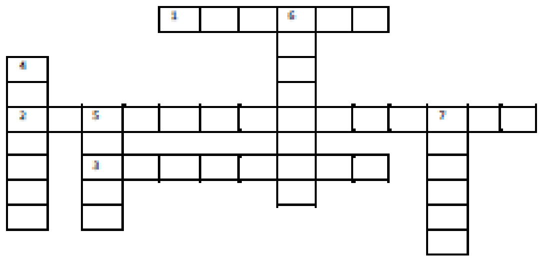
Complete el crucigrama siguiente:

Horizontal

1. Punto interior equidistante a todos los puntos de la circunferencia.
2. Perímetro del círculo
3. Cuerda de mayor medida que pasa por el centro de la circunferencia

Vertical

4. Recta que corta a la circunferencia, intersecando dos puntos de ella
5. Segmento que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de ella
6. Recta que intercepta a solo un punto de la circunferencia
7. Segmento que une dos puntos de la circunferencia de manera interna



3. ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA CENTRO EN EL ORIGEN

OBJETIVO
Determinar la circunferencia como lugar geométrico en el plano a través de sus características.

DESTREZA
Describir la circunferencia como lugar geométrico en el plano (Ref. M.5.2.16.).

FASE CONCRETA

Manipula y ensamble el geoplano del set en su mesa de trabajo.

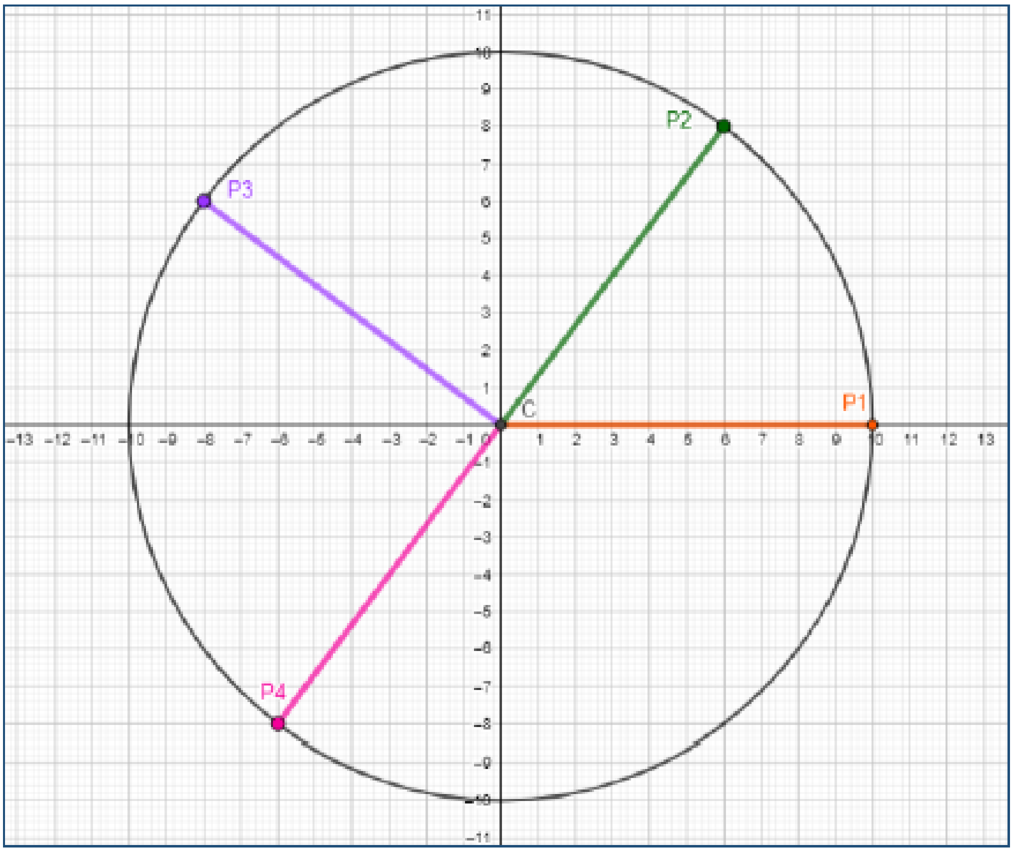
ACTIVIDAD

Ubique la circunferencia en el origen del Geo plano y asegure con un pin.

- Coloque el segmento de color tomate entre el origen y el punto P1 de la circunferencia
- Coloque el segmento de color verde entre el origen y el punto P2 de la circunferencia
- Coloque el segmento de color morado entre el origen y el punto P3 de la circunferencia
- Coloque el segmento de color rosado entre el origen y el punto P4 de la circunferencia

FASE VISUAL

Observamos que los segmentos de colores ubicados desde el centro de la circunferencia hasta un punto de ella.



ACTIVIDADES

- Los segmentos de colores ubicados desde el centro de la circunferencia hasta un punto de ella, se llaman: ________________________________.
- Con la ayuda de la regla del set, mida cada uno de los radios de colores de circunferencia en su mesa de trabajo.

___ cm
___ cm
___ cm
___ cm

- Determine las coordenadas de los puntos O, P1, P2, P3 y P4.

O (;   )

P1 (;   )

P2 (;   )

P3 (;   )

P4 (;   )

- Calcule la dimensión de los segmentos $\overline{OP1}$, $\overline{OP2}$, $\overline{OP3}$ y $\overline{OP4}$. Aplicando el modelo matemático de la distancia.

$(x_1; y_1)$	O (0; 0)
$(x_2; y_2)$	P1 (10; 0)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$d_{\overline{OP1}} = \sqrt{(10-0)^2 + (0-0)^2}$
	$d_{\overline{OP1}} = \sqrt{10^2 + 0^2}$
	$d_{\overline{OP1}} = \sqrt{100 + 0}$
	$d_{\overline{OP1}} = \sqrt{100}$
	$d_{\overline{OP1}} = 10\ cm$

$(x_1; y_1)$	O (0; 0)
$(x_2; y_2)$	P2 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

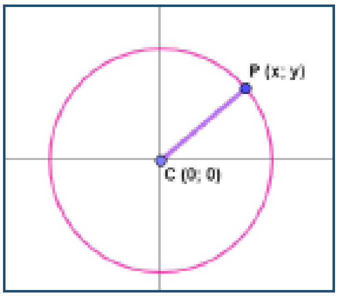
$(x_1; y_1)$	O (0; 0)
$(x_2; y_2)$	P3 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	O (0; 0)
$(x_2; y_2)$	P4 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

FASE ABSTRACTA

La circunferencia es el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal forma que la distancia a un punto fijo permanece constante. El punto fijo se denomina centro de la circunferencia y la distancia fija, radio de la circunferencia (r).

Según la definición, se tiene que cualquier punto P (x; y) que pertenezca a la circunferencia se encuentra a una distancia CP desde el centro C (0; 0), y a este segmento se le conoce como radio.



$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d^2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}^2$, eliminamos la raíz:

$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$, se sustituye d (distancia) por r (radio), porque d = r.

$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$, remplazamos en el modelo las coordenadas C (0; 0) y P (x; y):

$r^2 = (x - 0)^2 + (y - 0)^2$

$\boldsymbol{r^2 = x^2 + y^2}$ Ecuación canónica de la circunferencia C (0; 0)

Si comparamos las medidas de los radios con las dimensiones de los segmentos

Medido	Calculado
___ cm	$d_{\overline{OP1}} = \_\_\_\ cm$
___ cm	$d_{\overline{OP2}} = \_\_\_\ cm$
___ cm	$d_{\overline{OP3}} = \_\_\_\ cm$
___ cm	$d_{\overline{OP4}} = \_\_\_\ cm$

El radio de la circunferencia es de___ centímetros.

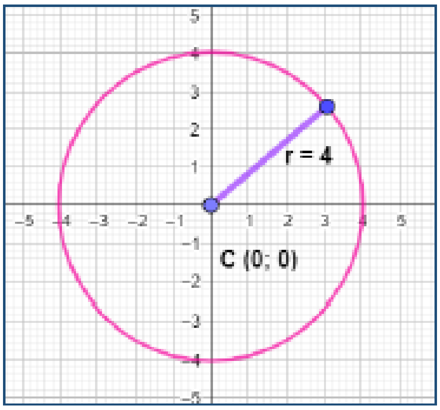
- Hallemos la circunferencia con centro en el origen y radio = 10

  $x^2 + y^2 = r^2$ Ecuación canónica de la circunferencia

  $x^2 + y^2 = 10^2$ Remplazo de datos

  $x^2 + y^2 = 100$

- Determinemos la ecuación de la circunferencia a partir de la siguiente gráfica.



$x^2 + y^2 = r^2$ Ecuación canónica de la circunferencia

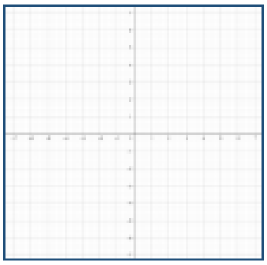
$x^2 + y^2 = 4^2$ Remplazo de datos

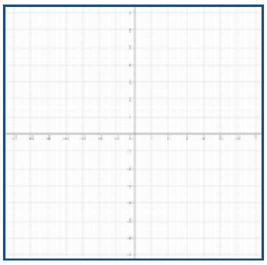
$x^2 + y^2 = 16$

ACTIVIDADES

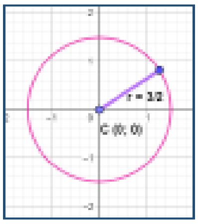
- Represente gráficamente las siguientes ecuaciones.

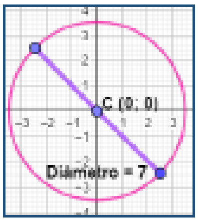
$x^2 + y^2 = 6^2$ $\qquad$ $x^2 + y^2 = 4$





- Relacione las ecuaciones con su respectiva gráfica.





$x^2 + y^2 = \frac{49}{4}$

$x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$

$x^2 + y^2 = 7$

$x^2 + y^2 = 49$

$x^2 + y^2 = \frac{7}{2}$

$x^2 + y^2 = \frac{9}{4}$

- Determine las ecuaciones que cumplan con las condiciones dadas.

$C\ (0; 0), r = \sqrt{8}$ ________________

$C\ (0; 0), r = 7$ ________________

$C\ (0; 0), d = \frac{45}{5}$ ________________

4. ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA CON CENTRO EN (H; K)

OBJETIVO
Determinar la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro C (h; k).

DESTREZA
Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos (Ref. M.5.2.17.).

FASE CONCRETA

Manipula y ensamble el geoplano del set en su mesa de trabajo.

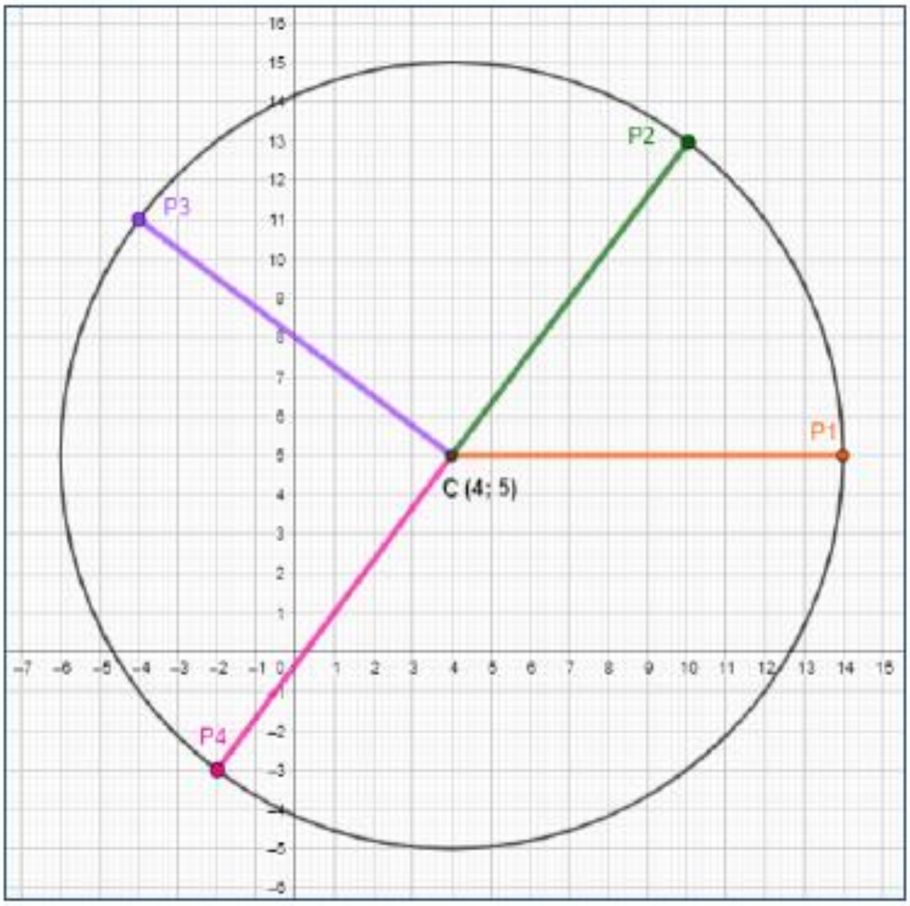
ACTIVIDAD

Ubique el centro de la circunferencia en el punto C (4; 5) del Geo plano y asegure con un pin.

- Coloque el segmento de color tomate entre el centro y el punto P1 de la circunferencia
- Coloque el segmento de color verde entre el centro y el punto P2 de la circunferencia
- Coloque el segmento de color morado entre el centro y el punto P3 de la circunferencia
- Coloque el segmento de color rosado entre el centro y el punto P4 de la circunferencia

FASE VISUAL

Observamos que los segmentos de colores ubicados desde el centro de la circunferencia hasta un punto de ella.



ACTIVIDADES

- Con la ayuda de la regla del set, mida cada uno de los radios de colores de circunferencia en su mesa de trabajo.

___ cm
___ cm
___ cm
___ cm

- Determine las coordenadas de los puntos C, P1, P2, P3 y P4.

C (;)

P1 (;)

P2 (;)

P3 (;)

P4 (;)

- Calcule la dimensión de los segmentos $\overline{CP1}$, $\overline{CP2}$, $\overline{CP3}$ y $\overline{CP4}$. Aplicando el modelo matemático de la distancia.

$(x_1; y_1)$	C (4; 5)
$(x_2; y_2)$	P1 (14; 5)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$d_{\overline{CP1}} = \sqrt{(14-4)^2 + (5-4)^2}$
	$d_{\overline{CP1}} = \sqrt{10^2 + 0^2}$
	$d_{\overline{CP1}} = \sqrt{100+0}$
	$d_{\overline{CP1}} = \sqrt{100}$
	$d_{\overline{CP1}} = 10\ cm$

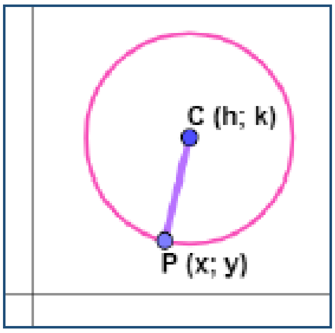
$(x_1; y_1)$	C (4; 5)
$(x_2; y_2)$	P2 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	C (4; 5)
$(x_2; y_2)$	P3 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	C (4; 5)
$(x_2; y_2)$	P4 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

FASE ABSTRACTA

Iniciamos con el mismo procedimiento ejecutado anteriormente para obtener la ecuación canónica con C (0, 0), pero en este caso, vamos a sustituir por el centro de coordenadas C (h, k) pues este se encuentra fuera del origen.



$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d^2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}^2$, eliminamos la raíz:

$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$, se sustituye d (distancia) por r (radio), porque d = r.

$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$, remplazamos en el modelo las coordenadas C (h; k) y P (x; y):

$\boldsymbol{r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2}$ Ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en (h; k)

Si comparamos las medidas de los radios con las dimensiones de los segmentos

Medido		Calculado
	___ cm	$d_{CP1} =$ ___ cm
	___ cm	$d_{CP2} =$ ___ cm
	___ cm	$d_{CP3} =$ ___ cm
	___ cm	$d_{CP4} =$ ___ cm

El radio de la circunferencia es de___ centímetros.

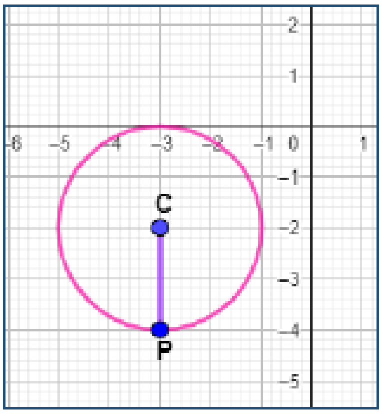
- Determinemos la ecuación de la circunferencia de centro (-6; -7) y diámetro 6.
  Datos: Centro (-6; 7), radio 3 porque el diámetro es dos veces el radio.

  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ Ecuación ordinaria de la circunferencia

  $(x - (-6))^2 + (y - 7)^2 = 3^2$ Remplazo de datos

  $(x + 6)^2 + (y - 7)^2 = 9$

- Determinemos la ecuación de la circunferencia a partir de la siguiente gráfica.



Datos de la gráfica:

$C\ (-3; -2)\ y\ radio\ 2$

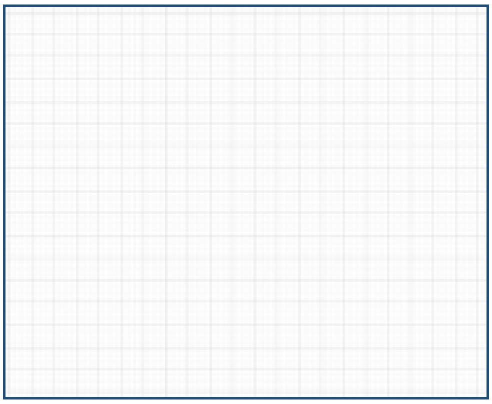
$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ Ecuación ordinaria de la circunferencia

$(x - (-3))^2 + (y - (-2))^2 = 2^2$ Remplazo de datos

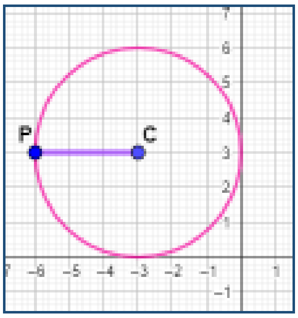
$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$

ACTIVIDADES

- Represente gráficamente las siguientes ecuaciones.
  $(x-1)^2+(y-3)^2=4^2$



- Relacione las ecuaciones con la respectiva gráfica.



$(x-3)^2+(y-3)^2=3^2$

$(x-3)^2+(y+3)^2=9$

$(x+3)^2+(y-3)^2=3^2$

$(x+3)^2+(y+3)^2=3$

- Determine las ecuaciones que cumplan con las condiciones dadas.

$C\ (-5;7), r=\sqrt{6}$ ________________

$C\ \left(\frac{1}{5};-\frac{1}{7}\right), r=\frac{3}{4}$ ________________

5. ELEMENTOS DE LA ELIPSE

OBJETIVO
Determinar los elementos de una elipse a través de sus características.

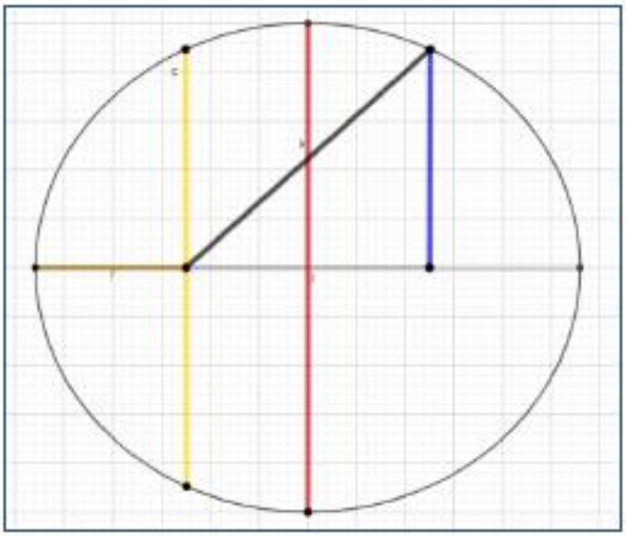
DESTREZA
Determinar los elementos de la elipse a partir de sus peculiaridades (Ref. M.5.2.16.).

FASE CONCRETA

Manipula y arme el rompecabezas de la elipse del set.

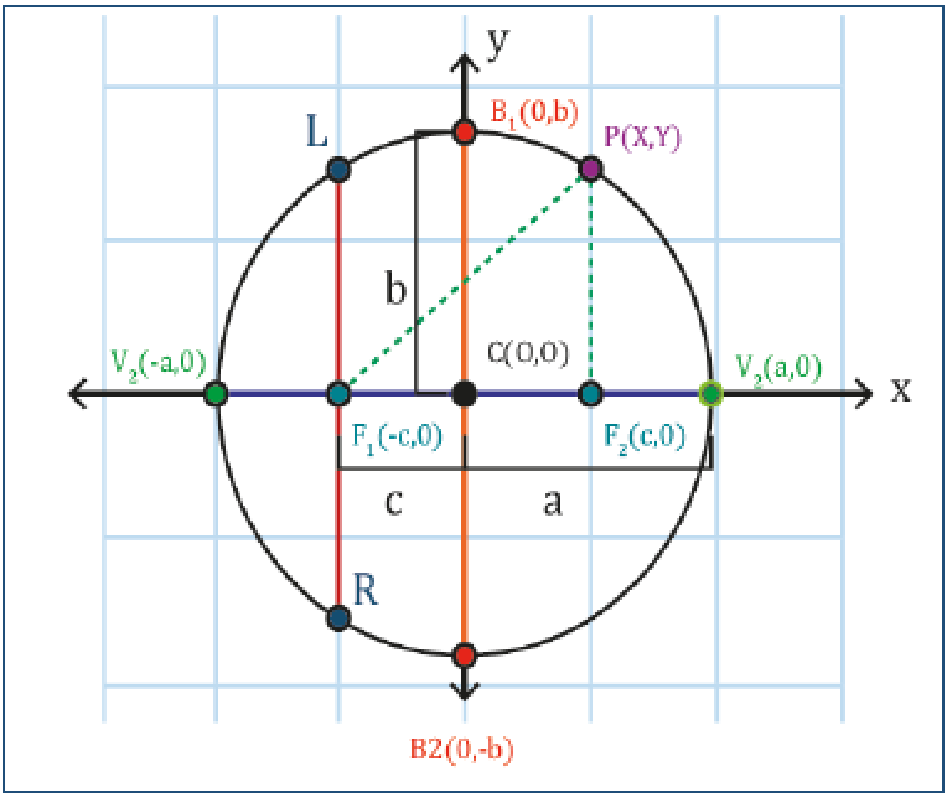
ACTIVIDAD

- Manipule el rompecabezas de la elipse
- Encaje las piezas en sus respectivas posiciones.



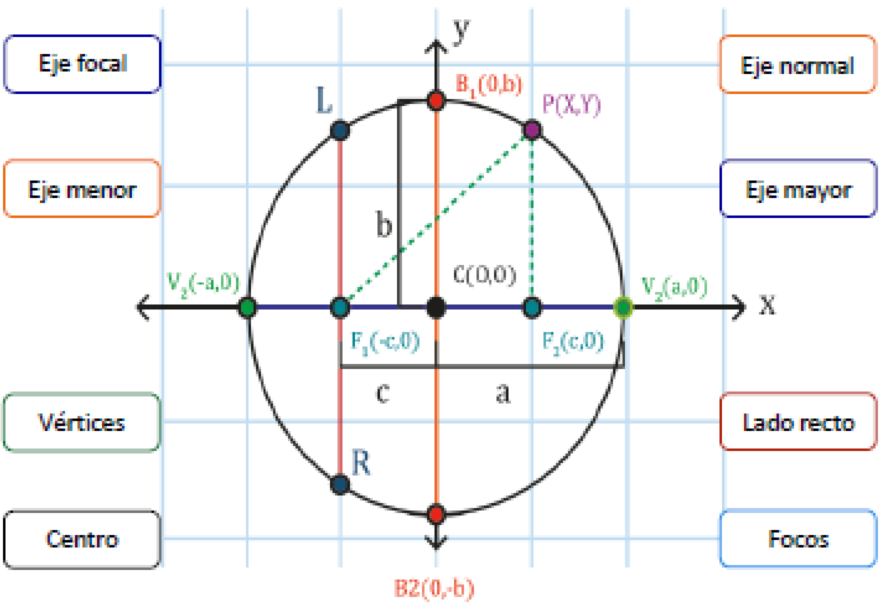
FASE VISUAL

Observamos que la figura armada tiene una codificación en sus partes.



ACTIVIDAD

Empareje los nombres con los elementos de la elipse.



FASE ABSTRACTA

La elipse posee los siguientes componentes:

Centro: Es el punto de intersección de los ejes que unen los focos.

Vértices: Son los puntos de intersección de la elipse con los ejes; entonces se considera (V1 y V2) a los puntos que cortan al eje focal y (B1 y B2) a aquellos que intersecan al eje normal.

Focos: Son los puntos fijos (F1 y F2) que generalmente se encuentran sobre el eje mayor.

Eje focal: También nombrado eje de simetría o principal, es la recta que pasa por los focos.

Eje normal o secundario: Recta perpendicular al eje de simetría.

Eje mayor: Es el segmento más largo de la elipse que une los puntos (V1 y V2), denominado como 2a.

Eje menor: Es el segmento más pequeño de la elipse que une lo puntos (B1 y B2) denominado como 2b.

Lado recto: Es el segmento de recta paralela al eje menor que pasa por uno de los focos y une dos puntos cualesquiera de la elipse.

ACTIVIDAD

Encierre las siguientes palabras:

La elipse
Centro
Vértices.
Focos:
Eje focal:
Eje normal o secundario:
Eje menor
Lado recto:
Eje de simetría o principal

En la sopa de letras.

G	E	O	P	L	A	N	O	A	C	A	N	O	N	I	C	A	N	I	C
P	A	C	I	R	C	U	N	F	E	R	E	N	C	I	A	N	I	G	A
L	B	Q	R	A	B	S	E	G	M	E	N	T	O	R	S	I	N	U	R
A	C	P	R	D	I	A	M	E	T	R	O	X	W	S	C	T	F	A	A
N	D	O	H	I	P	E	R	B	O	L	A	Y	U	T	A	A	A	L	C
O	F	N	C	O	N	I	C	A	S	A	Z	P	A	R	A	B	O	L	A
E	J	E	D	E	S	I	M	E	T	R	I	A	O	P	R	I	N	C	I
C	G	M	I	A	L	A	C	O	S	S	I	T	A	A	C	A	D	E	P
A	C	C	A	M	E	C	U	U	E	C	U	A	D	O	L	U	I	Q	A
R	U	I	G	A	L	L	E	C	I	C	A	L	L	A	O	X	S	U	L
T	E	R	O	R	L	I	I	P	O	B	U	H	C	O	L	I	T	I	P
E	R	C	N	I	E	T	I	P	O	N	I	O	L	O	A	L	A	D	L
S	D	U	A	L	R	E	G	A	S	M	F	I	E	S	D	I	N	I	A
I	A	L	L	E	C	O	C	O	C	E	N	T	R	O	O	O	C	S	N
A	H	O	V	A	F	C	E	E	J	E	M	E	N	O	R	P	I	T	O
N	I	L	A	A	U	O	I	E	O	H	O	U	P	H	E	O	A	A	S
O	J	K	C	V	N	U	C	A	N	A	L	I	T	I	C	A	A	J	I
D	I	S	T	A	N	T	E	O	S	E	G	M	E	N	T	O	O	J	O
O	I	R	A	D	N	U	C	E	S	O	L	A	M	R	O	N	E	J	E

6. DEFINICIÓN DE LA ELIPSE

OBJETIVO
Demostrar la definición de la elipse como el lugar geométrico considerando sus características a través de su condición geométrica.

DESTREZA
Conocer la definición de la elipse como el lugar geométrico considerando sus características a través de su condición geométrica (Ref. M.5.2.17.).

FASE CONCRETA

Manipula y ensamble el geoplano del set en su mesa de trabajo.

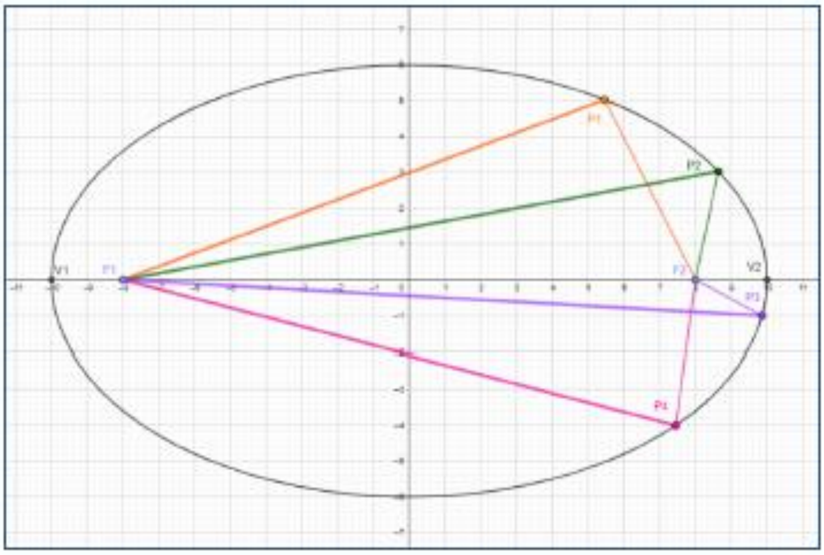
ACTIVIDAD

Ubique el centro de la elipse en el punto C (0; 0) del Geo plano y asegure con un pin.

- Coloque los segmentos de color tomate entre: foco F1 y el punto P1, P1 y el foco F2 de la elipse
- Coloque los segmentos de color verde entre: foco F1 y el punto P2, P2 y el foco F2 de la elipse
- Coloque los segmentos de color morado entre: foco F1 y el punto P3, P3 y el foco F2 de la elipse
- Coloque los segmentos de color rosado entre: foco F1 y el punto P4, P4 y el foco F2 de la elipse

FASE VISUAL

Observamos que los segmentos de colores ubicados desde el Foco 1 a cada uno de los puntos de la elipse y hasta el foco 2.



ACTIVIDADES

- Con la ayuda de la regla del set, mida cada uno de los segmentos de colores largos de la elipse en su mesa de trabajo

F1P1 ___ cm
F1P2 ___ cm
F1P3 ___ cm
F1P4 ___ cm

- Con la ayuda de la regla del set, mida cada uno de los segmentos de colores cortos de la elipse en su mesa de trabajo.

F2P1 ___ cm
F2P2 ___ cm
F2P3 ___ cm
F2P4 ___ cm

- Con la ayuda de la regla del set, mida la unión de los segmentos de colores entre largos y cortos de la elipse en su mesa de trabajo.

F1P1 + F2P1
F1P2 + F2P2
F1P3 + F2P3
F1P4 + F2P4

___ cm
___ cm
___ cm
___ cm

___ cm = 2a

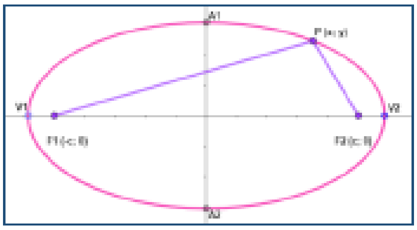
- Con la ayuda de la regla del set, mida el Eje mayor: Es el segmento más largo de la elipse que une los puntos (V1 y V2), denominado como 2a.

FASE ABSTRACTA

La elipse es el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es siempre igual a una constante, mayor que la distancia entre los focos.

Según la definición, se tiene que cualquier punto P (x; y) que pertenezca a la elipse debe satisfacer la condición geométrica:

$$|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a$$



Si comparamos las medidas de los segmentos con la medida del eje mayor:

Medido $|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}|$	Medido $2a$
$\overline{F1P1} + \overline{F2P1} =$ ___ cm $\overline{F1P2} + \overline{F2P2} =$ ___ cm $\overline{F1P3} + \overline{F2P3} =$ ___ cm $\overline{F1P4} + \overline{F2P4} =$ ___ cm	___ cm

La condición geométrica: $|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a$, es ________________.

- Determinemos el segmento $|\overline{F_2P}|$, si la elipse presenta los vértices $V_1(0;\ -8)\ y\ V_2(0;\ 8)$ y el valor del segmento $|\overline{F_1P}|$ es 10,1 cm.

  Datos: $V_1(0;\ -a)\ y\ V_2(0;\ a), |\overline{F_1P}| =$ 10,1 cm

  $V_1(0;\ -a)\ y\ V_2(0;\ a)$ Coordenadas de los vértices de la elipse

  $V_1(0;\ -8)\ y\ V_2(0;\ 8)$ Remplazamos de datos

  $a = 8$

  $2a = 16$

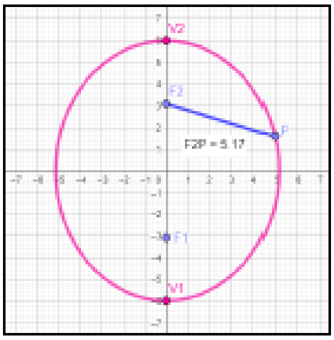
  $|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a$ Condición geométrica

  $10.1 + |\overline{F_2P}| = 16$ Despejamos

  $|\overline{F_2P}| = 16 - 10.1$

  $|\overline{F_2P}| = 5{,}9\ cm$

- Determinemos el valor del segmento $|\overline{F_1P}|$ de la elipse a partir de la siguiente gráfica.



Datos de la gráfica:

$V_1(0;\ -6)\ y\ V_2(0;\ 6), |\overline{F_2P}| = 5{,}17\ cm$

$2a = 12$

$|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a$ Condición geométrica

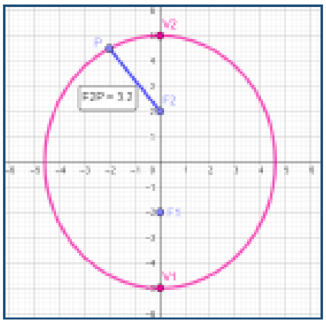
$|\overline{F_1P}| + 5{,}17 = 12$

$|\overline{F_1P}| = 12 - 5{,}17$

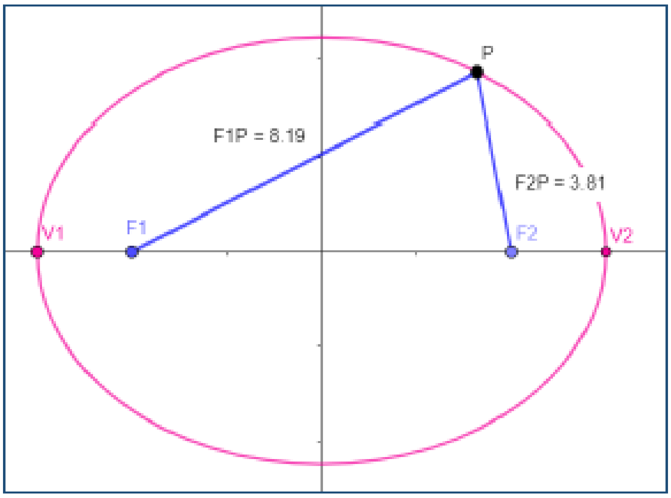
$|\overline{F_1P}| = 6{,}83\ cm$

ACTIVIDADES

- Determine el valor del segmento $|\overline{F_1P}|$ de la elipse a partir de la siguiente gráfica



- Determine las coordenadas de los vértices de la elipse a partir de la siguiente gráfica



7. ECUACIÓN DE LA ELIPSE CON CENTRO EN EL ORIGEN Y EJES DE COORDENADAS LOS EJES DE LA ELIPSE

OBJETIVO
Determinar la ecuación canónica de la elipse con centro C (0; 0) y eje focal x.

DESTREZA
Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la elipse con centro en el origen para resolver y plantear problemas identificando la valides y pertinencia de los resultados obtenidos (Ref. M.5.2.17.).

FASE CONCRETA

Manipula y ensamble el geoplano del set en su mesa de trabajo.

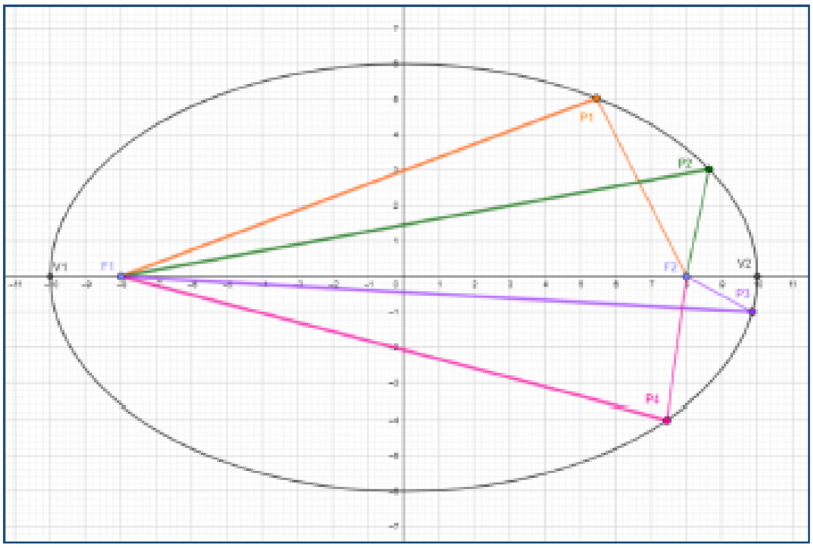
ACTIVIDAD

Ubique el centro de la elipse en el punto C (0; 0) del Geo plano y asegure con un pin.

- Coloque los segmentos de color tomate entre: foco F1 y el punto P1, P1 y el foco F2 de la elipse
- Coloque los segmentos de color verde entre: foco F1 y el punto P2, P2 y el foco F2 de la elipse
- Coloque los segmentos de color morado entre: foco F1 y el punto P3, P3 y el foco F2 de la elipse
- Coloque los segmentos de color rosado entre: foco F1 y el punto P4, P4 y el foco F2 de la elipse

FASE VISUAL

Observamos que los segmentos de colores ubicados desde el Foco 1 a cada uno de los puntos de la elipse y hasta el foco 2



ACTIVIDADES

- Con la ayuda de la regla del set, mida cada uno de los segmentos de colores largos y cortos de elipse en su mesa de trabajo.

___ cm ___ cm
___ cm ___ cm
___ cm ___ cm
___ cm ___ cm

- Con la ayuda de la regla del set, mida la unión de los segmentos de colores entre largos y cortos de elipse en su mesa de trabajo.

___ cm
___ cm
___ cm
___ cm

- Determine las coordenadas de los puntos F1, F2, P1, P2, P3 y P4.

F1 (;)
F2 (;)
P1 (;)
P2 (;)
P3 (;)
P4 (;)

- Calcule la dimensión de los segmentos largos $\overline{F1P1}$, $\overline{F1P2}$, $\overline{F1P3}$ y $\overline{F1P4}$. Aplicando el modelo matemático de la distancia.

$(x_1; y_1)$	F1 (-8; 0)
$(x_2; y_2)$	P1 (5,46; 5,03)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{(5{,}46 - (-8))^2 + (5{,}03 - 0)^2}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{(13{,}46)^2 + (5{,}03)^2}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{181{,}1716 + 25{,}3009}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{206{,}472}$
	$d_{\overline{F1P1}} = 14{,}369\ cm$

$(x_1; y_1)$	F1 (-8; 0)
$(x_2; y_2)$	P2 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	F1 (-8; 0)
$(x_2; y_2)$	P3 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	F1 (-8; 0)
$(x_2; y_2)$	P4 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

- Calcule la dimensión de los segmentos cortos $\overline{F2P1}$, $\overline{F2P2}$, $\overline{F2P3}$ y $\overline{F2P4}$. Aplicando el modelo matemático de la distancia.

$(x_1; y_1)$	F2 (8; 0)
$(x_2; y_2)$	P1 (5,46; 5,03)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{(5{,}46 - 8)^2 + (5{,}03 - 0)^2}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{(-2{,}54)^2 + (5{,}03)^2}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{6{,}4516 + 25{,}3009}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{31{,}7525}$
	$d_{\overline{F1P1}} = 5{,}6349\ cm$

$(x_1; y_1)$	F2 (8; 0)
$(x_2; y_2)$	P2 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	F2 (8; 0)
$(x_2; y_2)$	P3 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	F2 (8; 0)
$(x_2; y_2)$	P4 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

- Calcule la suma de las dimensiones entre los segmentos cortos y los segmentos largos, del mismo color: $\overline{F1P1} + \overline{F2P1}$, $\overline{F1P2} + \overline{F2P2}$, $\overline{F1P3} + \overline{F2P3}$ y $\overline{F1P4} + \overline{F2P4}$.

$\overline{F1P1}$	$14{,}369\ cm$
$\overline{F2P1}$	$5{,}6349\ cm$
$\overline{F1P1} + \overline{F2P1}$	$20{,}0039\ cm$

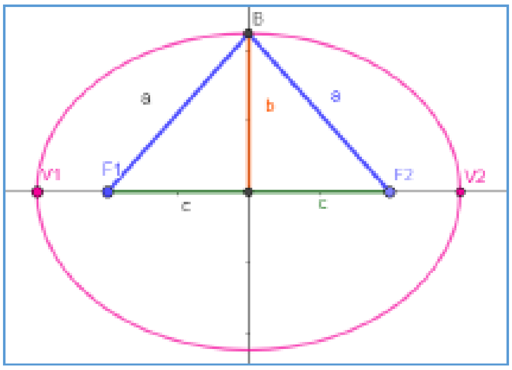
$\overline{F1P2}$	
$\overline{F2P2}$	
$\overline{F1P2} + \overline{F2P2}$	

$\overline{F1P3}$	
$\overline{F2P3}$	
$\overline{F1P3} + \overline{F2P3}$	

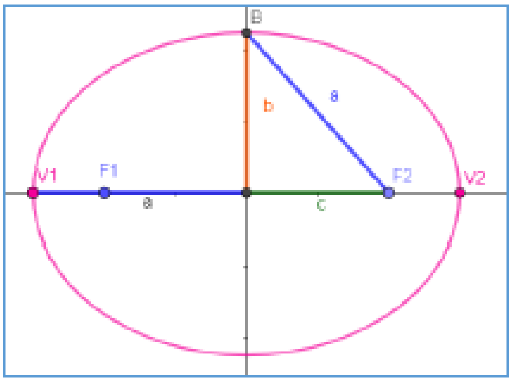
$\overline{F1P4}$	
$\overline{F2P4}$	
$\overline{F1P4} + \overline{F2P4}$	

FASE ABSTRACTA

En la siguiente gráfica, el punto superior forma un triángulo que se puede descomponer en dos triángulos rectángulos.

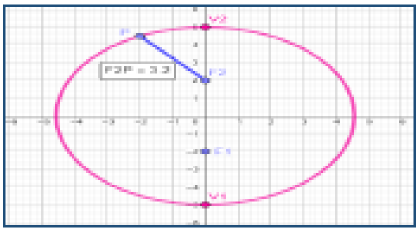


Puesto que la suma de las distancias es 2a y en cada triangulo rectángulo hay la mitad, por simetría.



Por trigonometría, obtenemos que la siguiente relación: $a^2 = b^2 + c^2$

Según la definición, se tiene que cualquier punto P (x; y) que pertenezca a la elipse debe satisfacer la condición geométrica: $|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| = 2a$



$|\overline{F_1P}| = \sqrt{(x+c)^2+y^2}$, $|\overline{F_2P}| = \sqrt{(x-c)^2+y^2}$

Por la condición geométrica

$\sqrt{(x+c)^2+y^2} + \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a$

$\sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a - \sqrt{(x+c)^2+y^2}$, elevamos al cuadrado

$\left(\sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2 = \left(2a - \sqrt{(x+c)^2+y^2}\right)^2$

$(x-c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x+c)^2+y^2} + (x+c)^2 + y^2$, desarrollamos los paréntesis

$x^2 - 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x+c)^2+y^2} + x^2 + 2xc + c^2 + y^2$, reducimos términos semejantes

$4a\sqrt{(x+c)^2+y^2} = 4a^2 + 4xc$, dividimos entre 4 y elevamos al cuadrado

$a^2[(x+c)^2+y^2] = a^4 + 2a^2xc + x^2c^2$, desarrollamos los paréntesis

$a^2[x^2+2xc+c^2+y^2] = a^4 + 2a^2xc + x^2c^2$,

$a^2x^2 + 2a^2xc + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 + 2a^2xc + x^2c^2$, reducimos términos y agrupamos
$x^2(a^2 - c^2) + y^2a^2 = a^2(a^2 - c^2)$, de la relación $a^2 = b^2 + c^2$, obtenemos $a^2 - c^2 = b^2$

$x^2b^2 + y^2a^2 = a^2b^2$, dividimos para a^2b^2

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ecuación de la elipse con centro en el origen y eje focal paralelo al eje x/

Si comparamos los valores de los segmentos medidos con las dimensiones de los segmentos calculados

Medido	Calculado
$\overline{F1P1} + \overline{F2P1} =$ __ cm $\overline{F1P2} + \overline{F2P2} =$ __ cm $\overline{F1P3} + \overline{F2P3} =$ __ cm $\overline{F1P4} + \overline{F2P4} =$ __ cm	$\overline{F1P1} + \overline{F2P1} =$ __ cm $\overline{F1P2} + \overline{F2P2} =$ __ cm $\overline{F1P3} + \overline{F2P3} =$ __ cm $\overline{F1P4} + \overline{F2P4} =$ __ cm

El valor de $|\overline{F_1P}| + |\overline{F_2P}| =$ ______

- Determinemos la ecuación de la elipse cuyos focos $F_1(-6;0)\ y\ F_2(6;0)$ y vértices $V_1(-7;0)\ y\ V_2(7;0)$.
  Datos: focos $F_1(-6;0)\ y\ F_2(6;0)$ y vértices $V_1(-7;0)\ y\ V_2(7;0)$

  $F_1(-c;0)\ y\ F_2(c;0)$, coordenadas de los focos

  $F_1(-6;0)\ y\ F_2(6;0)$, $c = 6$

  $V_1(-a;0)\ y\ V_2(a;0)$, coordenadas de los vértices.

  $V_1(-7;0)\ y\ V_2(7;0)$, $a = 7$

  $a^2 - c^2 = b^2$, de la relación

  $7^2 - 6^2 = b^2$

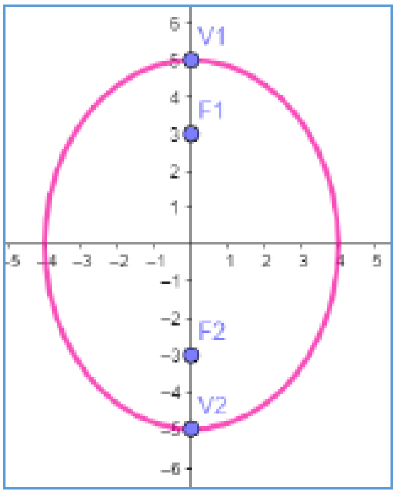
  $49 - 36 = b^2$

  $13 = b^2$

  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, remplazamos los valores en la ecuación

  $\frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{13} = 1$

- Determinemos la ecuación de la elipse a partir de la siguiente gráfica.



Datos de la gráfica:

$Eje\ mayor = 2a = 10$

$Eje\ menor = 2b = 8$

$a = 5$

$b = 4$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ Ecuación de la elipse

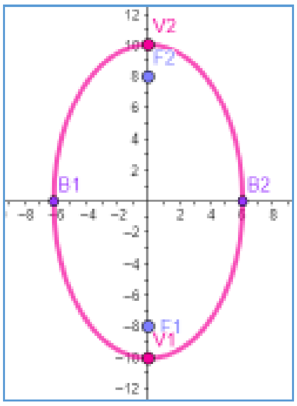
$\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$

ACTIVIDADES

- Represente gráficamente las siguientes ecuaciones.

$$\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$$

- Relacione las ecuaciones con la respectiva gráfica.



$$\frac{x^2}{6^2}+\frac{y^2}{8^2}=1$$

$$\frac{x^2}{6^2}+\frac{y^2}{10^2}=1$$

$$\frac{x^2}{8^2}+\frac{y^2}{10^2}=1$$

$$\frac{x^2}{10^2}+\frac{y^2}{6^2}=1$$

- Determine las ecuaciones que cumplan con las condiciones dadas.

$V_1(-7;0)$ y $V_2(7;0)$, $B_1(-3;0)$ y $B_2(3;0)$.

____

$Eje\ mayor=10,\ \ Eje\ menor=8$

____

8. ELEMENTOS DE LA PARÁBOLA

OBJETIVO
Determinar los elementos de una parábola a través de sus características.

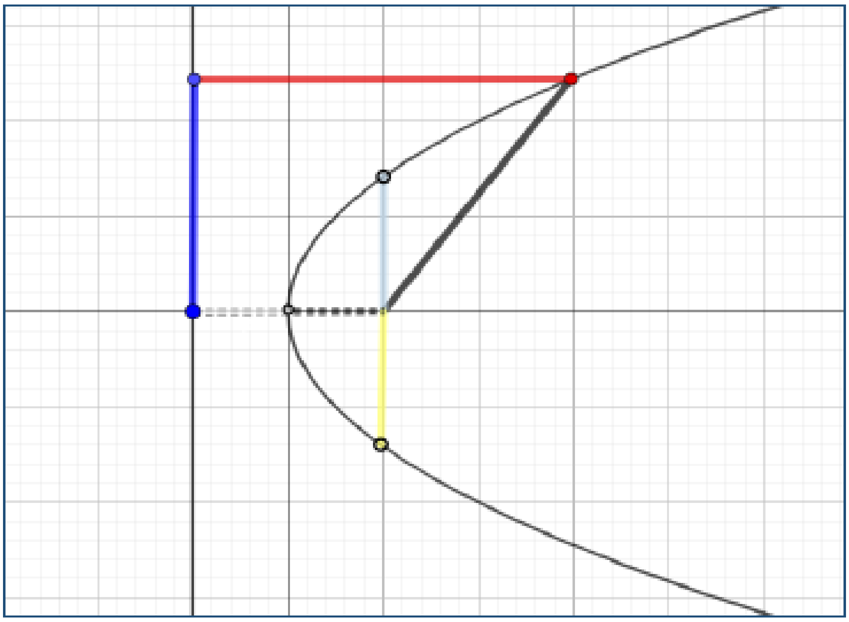
DESTREZA
Determinar los elementos de la parábola a partir de sus peculiaridades (Ref. M.5.2.16.).

FASE CONCRETA

Manipula y arme el rompecabezas de la parábola del set.

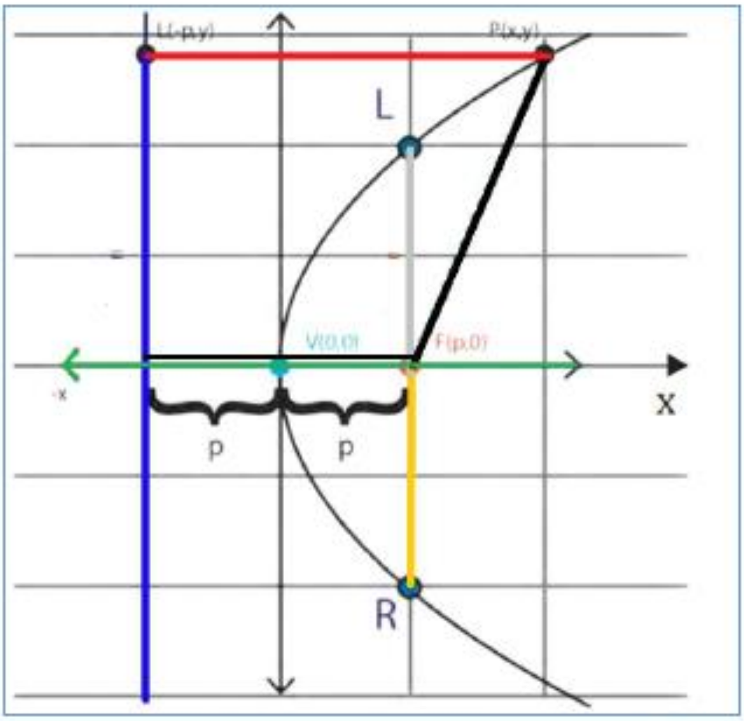
ACTIVIDAD

- Manipule el rompecabezas de la parábola.
- Encaje las piezas en sus respectivas posiciones.



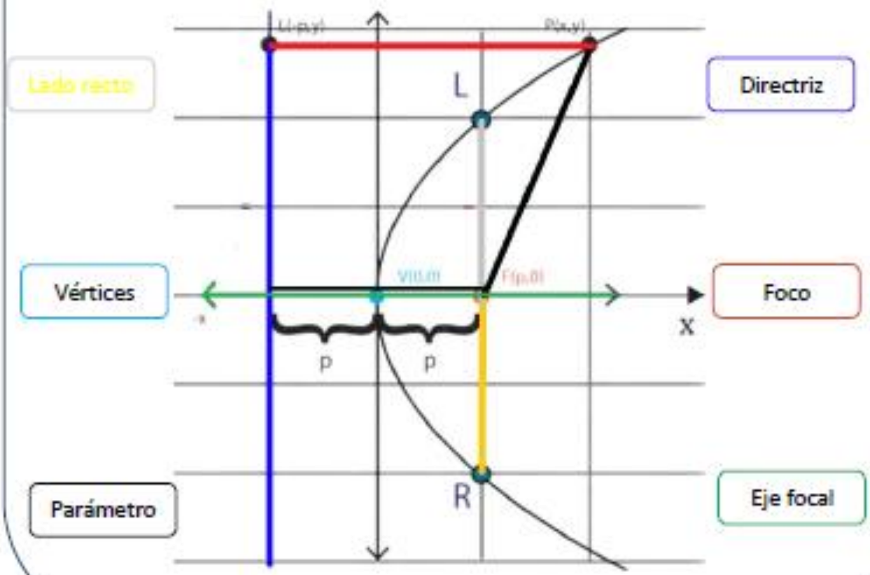
FASE VISUAL

Observamos que la figura armada tiene una codificación en sus partes.



ACTIVIDAD

Empareje los nombres con los elementos de la parábola.



FASE ABSTRACTA

La parábola posee los siguientes componentes:

Vértice: Es el punto V en el que se une la parábola con el eje focal. Foco:

Foco: Es el punto fijo F que se halla sobre el eje de simetría

Directriz: Recta cuya distancia a cualquier punto de la parábola es equidistante a la distancia de ese mismo punto al foco.

Eje focal: También nombrado eje de simetría, es la recta que pasa por el foco e intercepta perpendicularmente a la directriz.

Lado recto: Es la cuerda LR paralela a la directriz que pasa por el foco, su distancia es de 4p.

Parámetro: Designado comúnmente con la letra p, se refiere a la distancia que existe entre el vértice y el foco, la cual es igual a la distancia entre el vértice y la directriz

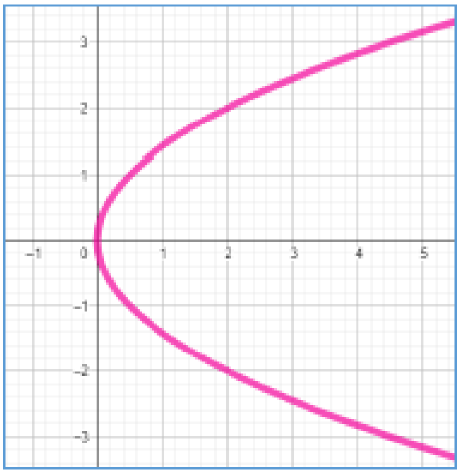
En la parábola con eje de simetría "x"

Coordenadas del vértice (0, 0)

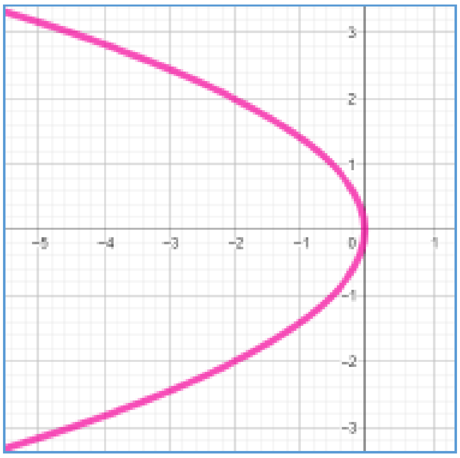
Las coordenadas del foco son (p, 0) • Directriz x = -p

Lado recto es igual a |4p|

Si p > 0, la parábola tiene su foco a la derecha del vértice y sus ramas se abren a la derecha.



Si p < 0, la parábola tiene su foco a la izquierda del vértice y sus ramas se abren a la izquierda



En la parábola con vértice en el origen y eje focal "y"

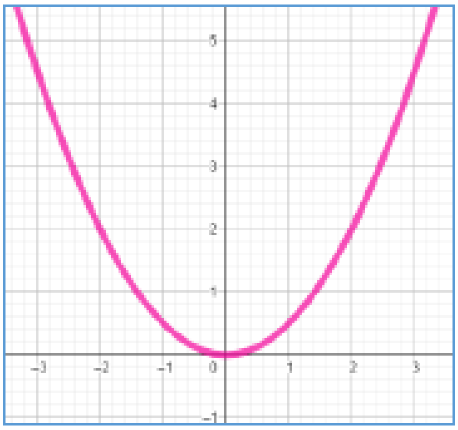
Coordenadas del vértice (0, 0)

Las coordenadas del foco son (0, p)

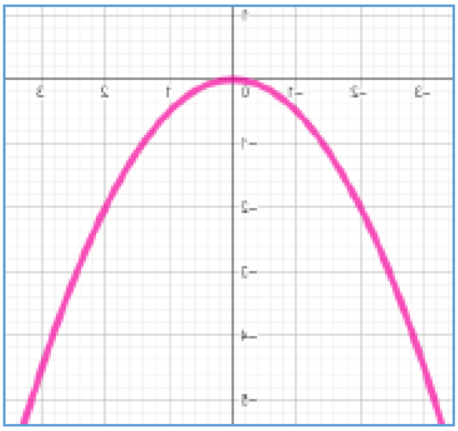
Directriz y = -p

Lado recto es igual a |4p|

Si p > 0, la parábola tiene su foco arriba del vértice y sus ramas se abren hacia arriba.



Si p < 0, la parábola tiene su foco abajo del vértice y sus ramas se abren hacia abajo.



ACTIVIDAD

Pinte los siguientes elementos de acuerdo al color de las palabras:

La elipse
Foco
Lado recto
Eje focal
Vértice
Directriz
Ejes x y eje y
Parámetro

Ubique la siguiente nomenclatura

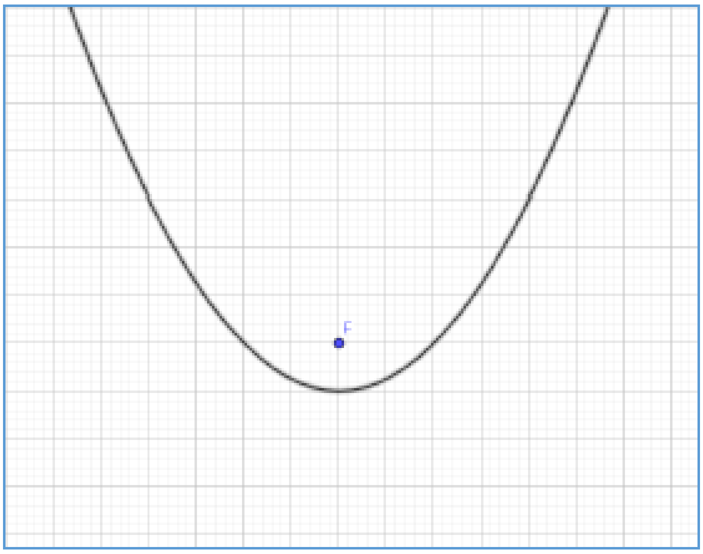
V (0; 0)

F (0; p)

Y= -p

LR

p



9. ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA CON VÉRTICE EN EL ORIGEN

OBJETIVO
Determinar la ecuación de la parábola con vértice V (0; 0) y eje focal x.

DESTREZA
Escribir y reconocer las ecuaciones de la parábola con vértice en el origen para resolver y plantear problemas identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos (Ref. M.5.2.17.).

FASE CONCRETA

Manipula y ensamble el geoplano del set en su mesa de trabajo.

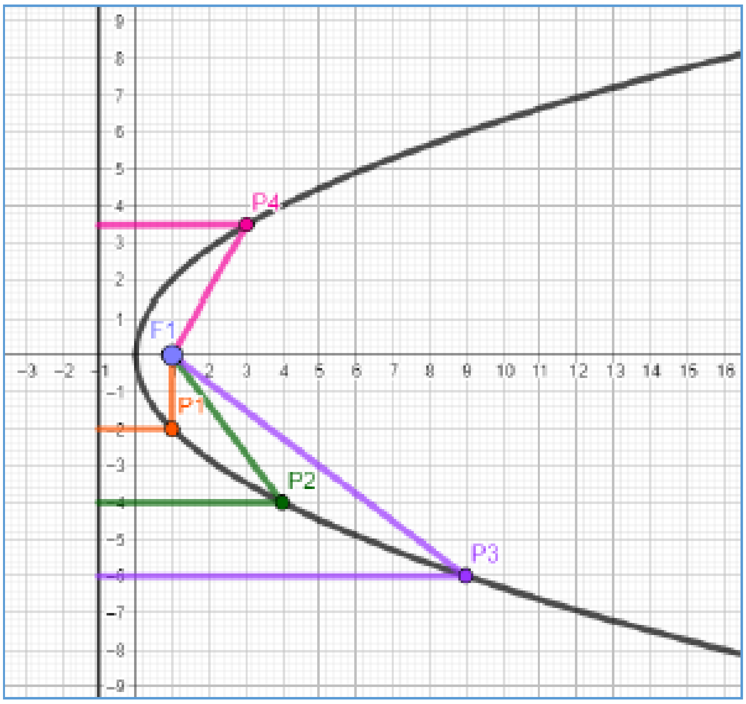
ACTIVIDAD

Ubique el foco de la elipse en el punto F (1; 0) del Geo plano y asegure con un pin, considere que la directriz es x = -1

- Coloque los segmentos de color tomate entre: foco F1 y el punto P1, P1 y la directriz de la parábola
- Coloque los segmentos de color verde entre: foco F1 y el punto P2, P2 y la directriz de la parábola
- Coloque los segmentos de color morado entre: foco F1 y el punto P3, P3 y la directriz de la parábola
- Coloque los segmentos de color rosado entre: foco F1 y el punto P4, P4 y la directriz de la parábola

FASE VISUAL

Observamos que los segmentos de colores ubicados desde el Foco 1 a cada uno de los puntos de la parábola y hasta la directriz.



ACTIVIDADES

- Con la ayuda de la regla del set, mida cada uno de los segmentos del foco a cada punto de la parábola en su mesa de trabajo

F1P1	___ cm
F1P2	___ cm
F1P3	___ cm
F1P4	___ cm

- Con la ayuda de la regla del set, mida cada uno de los segmentos de cada punto hacia la directriz de la elipse en su mesa de trabajo.

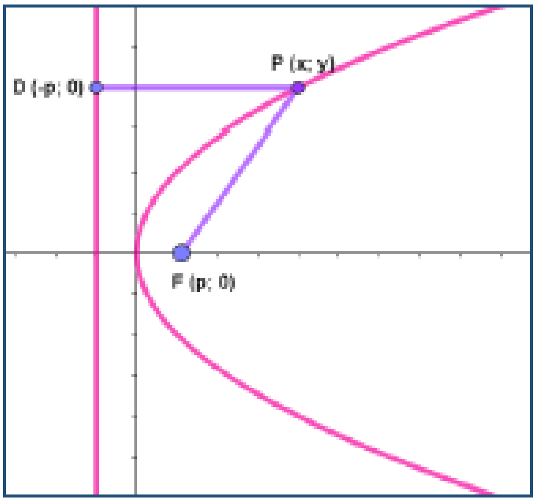
DP1	___ cm
DP2	___ cm
DP3	___ cm
DP4	___ cm

FASE ABSTRACTA

La parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta.

Según la definición, se tiene que cualquier punto P (x; y) que pertenezca a la parábola debe satisfacer la condición geométrica:

$$|\overline{FP}| = |\overline{FD}|$$



Si comparamos las medidas de los segmentos:

Medido		
___ cm	F1P1 = DP1	___ cm
___ cm	F1P2 = DP2	___ cm
___ cm	F1P3 = DP3	___ cm
___ cm	F1P4 = DP4	___ cm

La condición geométrica: $|\overline{FP}| = |\overline{FD}|$, es ____________________.

$|\overline{FP}| = \sqrt{(x-p)^2 + y^2}$, *calculamos la distancia del foco al punto*

$|\overline{FD}| = |x+p|$, *la distancia entre el punto y la directriz es el valor absoluto entre esos dos puntos*

$|\overline{FP}| = |\overline{FD}|$

$\sqrt{(x-p)^2 + y^2} = |x+p|$, de la condición geométrica

$\sqrt{(x-p)^2 + y^2}^{\,2} = |x+p|^2$, elevamos al cuadrado

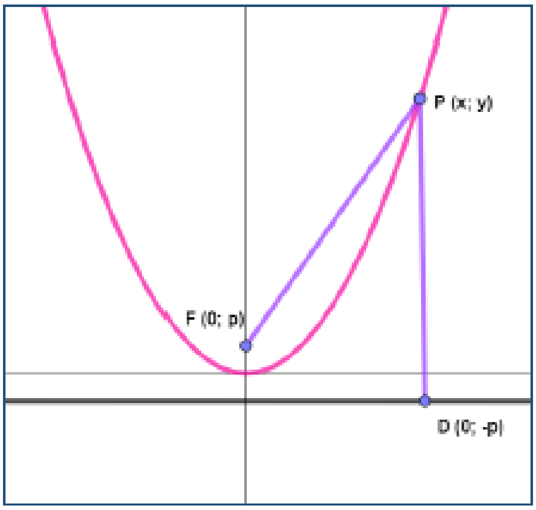
$x^2 - 2xp + p^2 + y^2 = x^2 + 2xp + p^2$, desarrollamos los cuadrados

$y^2 = x^2 + 2xp + p^2 - x^2 + 2xp - p^2$, despejamos y^2 y simplificamos

$y^2 = 4xp$, **Ecuación de la parábola de vértice en el origen y eje x.**

ACTIVIDADES

Desarrolle los procesos para determinar la ecuación de la parábola de vértice en el origen y el eje y



	calculamos la distancia del foco al punto
	la distancia entre el punto y la directriz es el valor absoluto entre esos dos puntos
$\lvert\overline{FP}\rvert = \lvert\overline{FD}\rvert$	
	de la condición geométrica
	elevamos al cuadrado
	desarrollamos los cuadrados
	despejamos x^2y simplificamos
	Ecuación de la parábola de vértice en el origen y eje y.

10. ELEMENTOS DE LA HIPÉRBOLA

OBJETIVO
Determinar los elementos de una hipérbola a través de sus características.

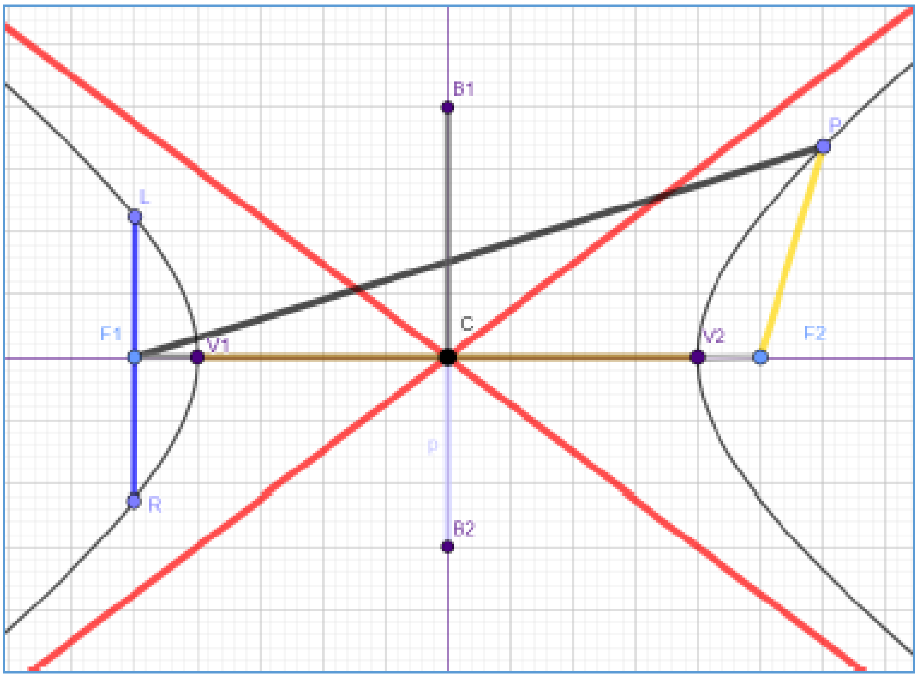
DESTREZA
Determinar los elementos de la hipérbola a partir de sus peculiaridades (Ref. M.5.2.16.).

FASE CONCRETA

Manipula y arme el rompecabezas de la hipérbola del set.

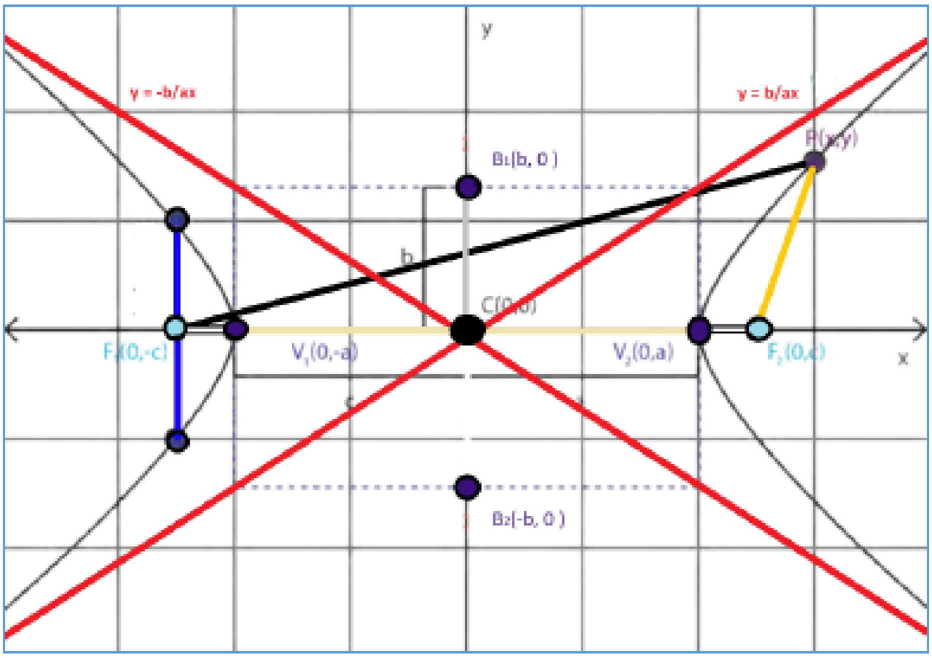
ACTIVIDAD

- Manipule el rompecabezas de la hipérbola.
- Encaje las piezas en sus respectivas posiciones.



FASE VISUAL

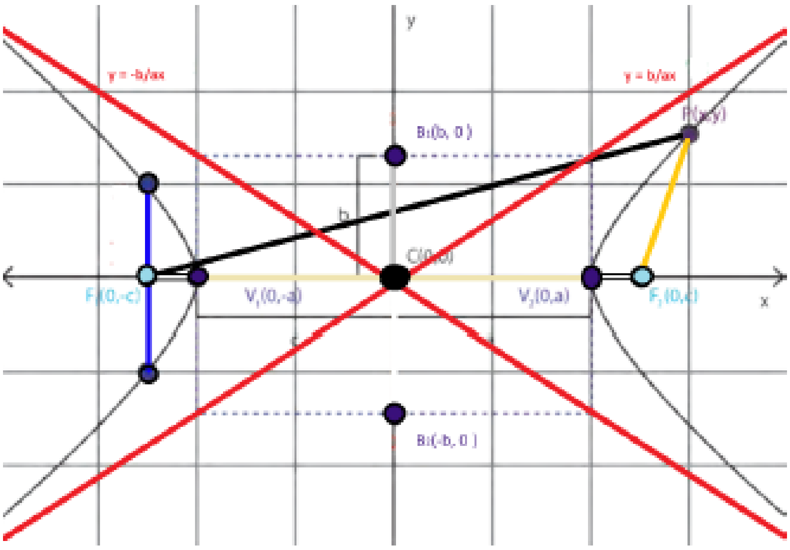
Observamos que la figura armada tiene una codificación en sus partes.



ACTIVIDAD

Empareje los nombres con los elementos de la parábola.

Eje conjugado | Lado Recto | Focos | Centro | Asíntotas



Eje focal | Eje transverso | Vértices | Eje normal

FASE ABSTRACTA

La hipérbola posee los siguientes componentes:

Centro: Punto de intersección de los ejes o punto medio del eje transverso.

Vértices: Puntos de intersección de la hipérbola con los ejes; entonces (V1 y V2) son los puntos que cortan al eje focal y (B1 y B2) se consiguen como intersección del eje imaginario de los vértices con la hipérbola.

Focos: Son los puntos fijos (F1 y F2) que se encuentran sobre el eje de simetría.

Asíntotas: Son dos rectas que se acercan a la hipérbola sin llegar a tocarla, pues se extiende indefinidamente.

Eje focal: Conocido como eje de simetría o principal, es la recta que pasa por los focos.

Eje normal: Recta perpendicular al eje de simetría.

Eje conjugado: Es el segmento perpendicular al eje transverso, su distancia es 2b

Eje transverso: Segmento que une los puntos (V1 y V2) de la hipérbola, su distancia es 2a.

Lado recto: Segmento de recta que pasa por uno de los focos y une a dos puntos de la hipérbola.

En la hipérbola con eje de simetría "x"

Coordenadas del vértice (0, 0)

V1 (-a, 0); V2 (a, 0)

Cortes con ejes B1 (0-, b); B2 (0, b)

Focos F1 (-c, 0); F2 (c, 0)

Asíntotas $y = \frac{b}{a}x, y = -\frac{b}{a}x$

Eje focal x

Eje normal y

Longitud eje conjugado 2b

Longitud eje transverso 2a

Longitud de lado recto $LR = \frac{2b^2}{a}$

Excentricidad $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{\left(a^2+b^2\right)}}{a}$, y esta debe ser >1

Las distancias entre a, b y c se relacionan mediante la expresión $c^2 = a^2 + b^2$

ACTIVIDAD

Une los siguientes elementos de acuerdo a su definición:

Centro:	Son los puntos fijos (F1 y F2) que se encuentran sobre el eje de simetría.
Vértices:	Punto de intersección de los ejes o punto medio del eje transverso.
Focos:	Recta perpendicular al eje de simetría.
Asíntotas:	Conocido como eje de simetría o principal, es la recta que pasa por los focos.
Eje focal:	$LR = \dfrac{2b^2}{a}$
Eje normal:	Es el segmento perpendicular al eje transverso, su distancia es 2b
	2b
Eje conjugado:	Segmento que une los puntos (V1 y V2) de la hipérbola, su distancia es 2a.
Eje transverso:	2a
Longitud eje conjugado	Puntos de intersección de la hipérbola con los ejes; entonces (V1 y V2) son los puntos que cortan al eje focal y (B1 y B2) se consiguen como intersección del eje imaginario de los vértices con la hipérbola.
Longitud eje transverso	Son dos rectas que se acercan a la hipérbola sin llegar a tocarla, pues se extiende indefinidamente.
Longitud de lado recto	

11. ECUACION DE LA HIPÉRBOLA CON CENTRO EN EL ORIGEN Y CUYO EJE FOCAL COICIDE CON EL EJE X

OBJETIVO
Determinar la ecuación de la hipérbola con centro C (0; 0) y eje focal x.

DESTREZA
Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la hipérbola con centro en el origen para resolver y plantear problemas identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos (Ref. M.5.2.17.).

FASE CONCRETA

Manipula y ensamble el geoplano del set en su mesa de trabajo.

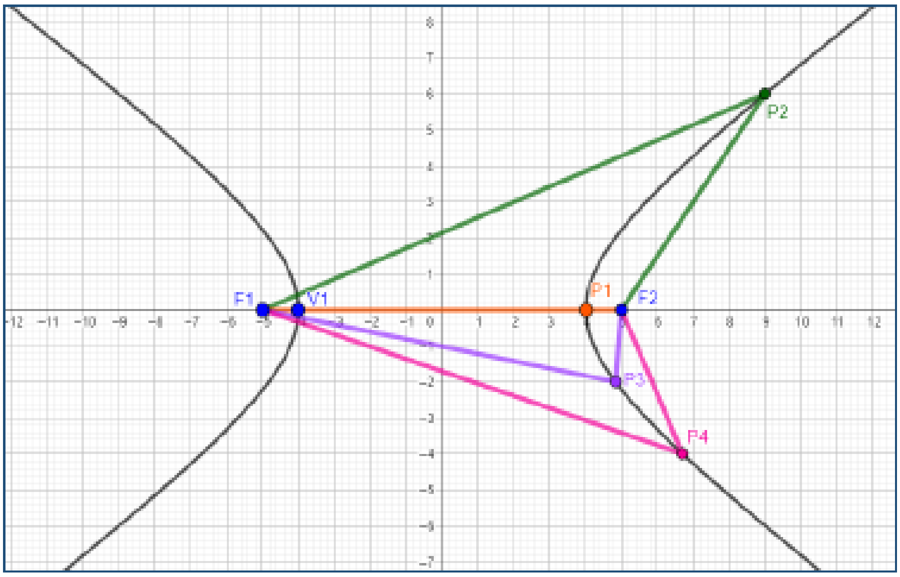
ACTIVIDAD

Ubique el Vértice de la hipérbola V1(-4; 0) y V2(4; 0), y los focos F1(-5; 0) y F2(5; 0) en el Geo plano y asegure con un pin en cada foco.

- Coloque los segmentos de color tomate entre: foco F1 y el punto P1, P1 y el foco F2 de la hipérbola
- Coloque los segmentos de color verde entre: foco F1 y el punto P2, P2 y el foco F2 de la hipérbola
- Coloque los segmentos de color morado entre: foco F1 y el punto P3, P3 y el foco F2 de la hipérbola
- Coloque los segmentos de color rosado entre: foco F1 y el punto P4, P4 y el foco F2 de la hipérbola

FASE VISUAL

Observamos que los segmentos de colores ubicados desde el Foco 1 a cada uno de los puntos de la hipérbola y hasta el foco 2.



ACTIVIDADES

- Con la ayuda de la regla del set, mida cada uno de los segmentos de colores largos y cortos de hipérbola en su mesa de trabajo.

	___ cm		___ cm
	___ cm		___ cm
	___ cm		___ cm
	___ cm		___ cm

- Con la ayuda de la regla del set, mida la diferencia de los segmentos de colores entre largos y cortos de hipérbola en su mesa de trabajo.

diferencia

___ cm
___ cm
___ cm
___ cm

- Determine las coordenadas de los puntos F1, F2, P1, P2, P3 y P4.

F1 (;), F2 (;), P1 (;), P2 (;), P3 (;), P4 (;)

- Calcule la dimensión de los segmentos largos $\overline{F1P1}$, $\overline{F1P2}$, $\overline{F1P3}$ y $\overline{F1P4}$. Aplicando el modelo matemático de la distancia.

$(x_1; y_1)$	F1 (-5; 0)
$(x_2; y_2)$	P1 (4; 0)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{(4-(-5))^2 + (0-0)^2}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{(9)^2 + (0)^2}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{81 + 0}$
	$d_{\overline{F1P1}} = \sqrt{81}$
	$d_{\overline{F1P1}} = 9\ cm$

$(x_1; y_1)$	F1 (-5; 0)
$(x_2; y_2)$	P2 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	F1 (-5; 0)
$(x_2; y_2)$	P3 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	F1 (-5; 0)
$(x_2; y_2)$	P4 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

- Calcule la dimensión de los segmentos cortos $\overline{F2P1}$, $\overline{F2P2}$, $\overline{F2P3}$ y $\overline{F2P4}$. Aplicando el modelo matemático de la distancia.

$(x_1; y_1)$	F2 (5; 0)
$(x_2; y_2)$	P1 (4; 0)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$d_{\overline{F2P1}} = \sqrt{(4-5)^2 + (0-0)^2}$
	$d_{\overline{F2P1}} = \sqrt{(-1)^2 + (0)^2}$
	$d_{\overline{F2P1}} = \sqrt{1+0}$
	$d_{\overline{F2P1}} = \sqrt{1}$
	$d_{\overline{F2P1}} = 1\ cm$

$(x_1; y_1)$	F2 (5; 0)
$(x_2; y_2)$	P2 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	F2 (5; 0)
$(x_2; y_2)$	P3 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

$(x_1; y_1)$	F2 (5; 0)
$(x_2; y_2)$	P4 (;)
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

- Calcule la diferencia de las dimensiones entre los segmentos largos y los segmentos cortos, del mismo color: $\overline{F1P1} - \overline{F2P1}$, $\overline{F1P2} - \overline{F2P2}$, $\overline{F1P3} - \overline{F2P3}$ y $\overline{F1P4} - \overline{F2P4}$.

$\overline{F1P1}$	$9\ cm$
$\overline{F2P1}$	$1\ cm$
$\overline{F1P1} - \overline{F2P1}$	$8\ cm$

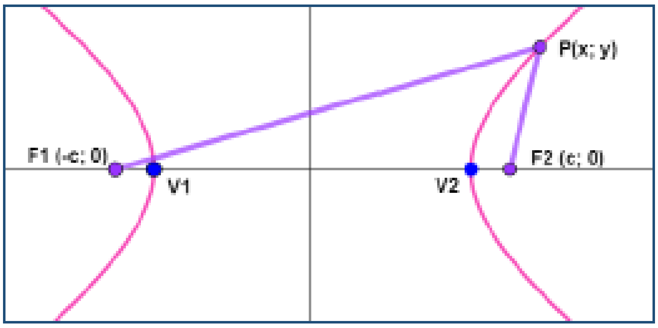
$\overline{F1P2}$	
$\overline{F2P2}$	
$\overline{F1P2} - \overline{F2P2}$	

$\overline{F1P3}$	
$\overline{F2P3}$	
$\overline{F1P3} - \overline{F2P3}$	

$\overline{F1P4}$	
$\overline{F2P4}$	
$\overline{F1P4} - \overline{F2P4}$	

FASE ABSTRACTA

Según la definición, se tiene que cualquier punto P (x; y) que pertenezca a la hipérbola debe satisfacer la condición geométrica: $|\overline{F_1P}| - |\overline{F_2P}| = 2a$



$|\overline{F_1P}| = \sqrt{(x+c)^2+y^2}$, $|\overline{F_2P}| = \sqrt{(x-c)^2+y^2}$

Por la condición geométrica
$\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a$

$\sqrt{(x+c)^2+y^2} = 2a + \sqrt{(x-c)^2+y^2}$, elevamos al cuadrado
$\left(\sqrt{(x+c)^2+y^2}\right)^2 = \left(2a + \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2$

$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 + 4a\sqrt{(x-c)^2+y^2} + (x-c)^2 + y^2$, desarrollamos los paréntesis
$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 + 4a\sqrt{(x-c)^2+y^2} + x^2 - 2xc + c^2 + y^2$, reducimos términos semejantes

$4xc - 4a^2 = 4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$ =, dividimos entre 4 y elevamos al cuadrado
$x^2c^2 - 2a^2xc + a^4 = a^2[(x-c)^2 + y^2]$, desarrollamos los paréntesis

$$x^2c^2 - 2a^2xc + a^4 = a^2[x^2 - 2xc + c^2 + y^2]$$

$x^2c^2 - 2a^2xc + a^4 = a^2x^2 - 2a^2xc + a^2c^2 + a^2y^2$, reduciendo términos y agrupando
$x^2(c^2 - a^2) - a^2y^2 = a^2(c^2 - a^2)$, de la relación $c^2 = a^2 + b^2$, obtenemos $b^2 = c^2 - a^2$

$x^2b^2 - a^2y^2 = a^2b^2$, dividiendo para a^2b^2

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ecuación de la hipérbola con centro en el origen y eje focal coincide con el eje x

Para la ecuación de la hipérbola con centro en el origen y eje focal coincide con el eje y, tenemos:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Si comparamos los valores de los segmentos medidos con las dimensiones de los segmentos calculados

Medido	Calculado
$\overline{F1P1} - \overline{F2P1} =$ __ cm $\overline{F1P2} - \overline{F2P2} =$ __ cm $\overline{F1P3} - \overline{F2P3} =$ __ cm $\overline{F1P4} - \overline{F2P4} =$ __ cm	$\overline{F1P1} - \overline{F2P1} =$ __ cm $\overline{F1P2} - \overline{F2P2} =$ __ cm $\overline{F1P3} - \overline{F2P3} =$ __ cm $\overline{F1P4} - \overline{F2P4} =$ __ cm

El valor de $|\overline{F_1P}| - |\overline{F_2P}| =$ ______

- Determinemos la ecuación de la hipérbola cuyos focos $F_1(-10;0)$ y $F_2(10;0)$ y vértices $V_1(-6;0)$ y $V_2(6;0)$.
  Datos: focos $F_1(-10;0)$ y $F_2(10;0)$ y vértices $V_1(-6;0)$ y $V_2(6;0)$

  $F_1(-c;0)$ y $F_2(c;0)$, coordenadas de los focos

  $F_1(-10;0)$ y $F_2(10;0)$, $c = 10$

  $V_1(-a;0)$ y $V_2(a;0)$, coordenadas de los vértices.

  $V_1(-6;0)$ y $V_2(6;0)$, $a = 6$

  $b^2 = c^2 - a^2$, de la relación

  $b^2 = 10^2 - 6^2$

  $b^2 = 100 - 36$

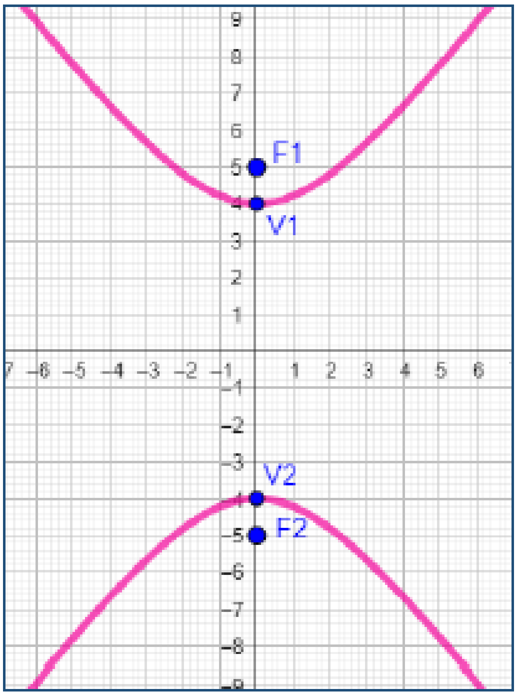
  $b^2 = 64$

  $b^2 = 8^2$

  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, remplazamos los valores en la ecuación

  $\frac{x^2}{6^2} - \frac{y^2}{8^2} = 1$

- Determinemos la ecuación de la hipérbola a partir de la siguiente gráfica.



Datos de la gráfica:

$Eje\ transverso = 2a = 8$

$distancia\ entre\ los\ focos = 10$

$a = 4$

$c = 5$

$b^2 = c^2 - a^2$, de la relación

$b^2 = 5^2 - 4^2$

$b^2 = 25 - 16$

$b^2 = 9$

$b^2 = 3^2$

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$, remplazamos los valores en la ecuación

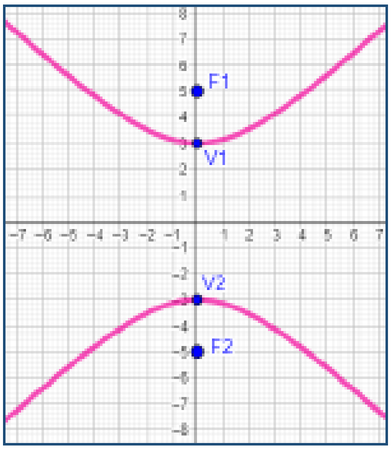
$\frac{y^2}{4^2} - \frac{x^2}{3^2} = 1$

ACTIVIDADES

- Represente gráficamente las siguientes ecuaciones.

$$\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$$

- Relacione las ecuaciones con la respectiva gráfica.



$$\frac{y^2}{4^2} - \frac{x^2}{3^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$$

- Determine las ecuaciones que cumplan con las condiciones dadas.

$V_1(-13;0)$ y $V_2(13;0)$, $B_1(-7;0)$ y $B_2(7;0)$.

____

$Eje\ transverso = 10,\ \ Eje\ conjugado = 8, V_1(0;5)$ y $V_2(0;-5)$

____

Anexo C. Informe del año lectivo 2022-2023

INFORME FINAL
2022-2023

UNIDAD EDUCATIVA
VICTOR LEÓN VIVAR

DOCENTE

Licdo. Nelson Pastuizaca

Contenido

Ministerio de Educación

UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VÍVAR"

CÓDIGO AMIE: 01H01112
CIRCUITO: 01D05C01_B
unidadeducativavlv@hotmail.com
Tel: 3054677
CHAMBA - COCHAPATA - NABÓN – AZUAY

Informe Técnico Final

DATOS GENERALES				
DIMENSIÓN DE GESTIÓN ADMINISTRATIVA				
ESTANDAR DE DESEMPEÑO DOCENTE	D1.C3.DO3. Registra la información de su labor docente según los procesos de gestión de la información (notas, asistencia, planificaciones, entre otros)			
NORMATIVA:	LOEI – REGLAMENTO ACUERDO N°. MINEDUC-MINEDUC-2021-00006-A	DOCUMENTO	INFORME FINAL DE LABORES ACADÉMICAS PERIODO LECTIVO 2022-2023	
Fecha de Informe	07/04/2023	No. De Informe	001	
Responsable del Informe:	Nombre	Contacto		Cargo
		Extensión Telefónica	Correo Electrónico	
	Nelson Pastuizaca	0995149644	nelson.pastuizaca@educacion.gob.ec	Docente
Informe dirigido a:	Nombre	Contacto		Cargo
		Extensión Telefónica	Correo Electrónico	
	Mgtr. Fernando Guarnizo	0986920898	alex.guarnizo@educacion.gob.ec	Rector

1. ANTECEDENTES

El presente informe tiene como finalidad dar a conocer los resultados académicos y de comportamiento. En las siguientes áreas asignadas: Matemática y Ciencias Sociales. Durante el año lectivo 2022 – 2023, como docente puedo evidenciar con los resultados alcanzados en diferentes actividades como son trabajos grupales e individuales, lecciones, evaluaciones, y deberes. Los mismos que iniciaron de acuerdo con lo establecido en la LOEI. Y el Ministerio de Educación.
El presente año lectivo se ha desarrollado mediante el trabajo presencial. En este lapso el proceso de enseñanza- aprendizaje, se ha llevado a efecto utilizando los recursos, medios y herramientas tecnológicas posibles y con periódicas evaluaciones, además se trabajó con proyectos STEAM minino uno por cada parcial

2. OBJETIVOS

2.1.GENERAL

Informar sobre los resultados cuantitativos y cualitativos, del rendimiento académico de los estudiantes en las diferentes áreas, médiate el uso de un análisis Matemática y Ciencias Naturales, mismos que fueron obtenidos durante el trascurso del presente año lectivo por parte

Ministerio
de Educación
UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VÍVAR"
CODIGO AMIE: 01H01112
CIRCUITO: 01D05C01_B
unidadeducativavlv@hotmail.com
Tel: 3054677
CHAMBA - COCHAPATA - NABÓN – AZUAY

de los estudiantes, con la finalidad de tener una visión más clara del cumplimiento de los objetivos planteados al inicio del año en cada asignatura, mostrándonos una guía que ayude a desarrollar acciones que mejoren nuestro desempeño por el bienestar de la Comunidad Educativa.

2.2.ESPECÍFICOS

- Enumerar los resultados de los promedios en las asignaturas en cada uno de los parciales y quimestre I y II.
- Demostrar estadísticamente de una manera analítica, cualitativa y cuantitativa, el aprovechamiento alcanzado en el transcurso del año lectivo.
- Hacer un estudio de cada uno de los promedios para que estos demuestren por si solos el nivel obtenido en cada uno de los estudiantes.

AÑOS DE BÁSICA	PROMOVIDOS		SUPLETORIOS		REMEDIAL		TOTAL MATRICULADOS		NO PROMOVIDOS		DESERTORES	
	H	M	H	M	H	M	H	M	H	M	H	M
1ERO DE CIENCIAS	9	22					9	24				2
2DO DE CIENCIAS	4	12					4	12				
3ERO DE CIENCIAS	8	20					8	20				
1ERO DE TECNICO	11	2					11	2				
2DO DE TECNICO	15	6					15	5				
3ERO DE TECNICO	5	4					5	4				
TOTAL	53	65					53	67				2

3. DESARROLLO

3.1.ESTADISTICA DE ESTUDIANTES DEL PERIODO LECTIVO 2021-2022

Gestión Académica.
Matemática

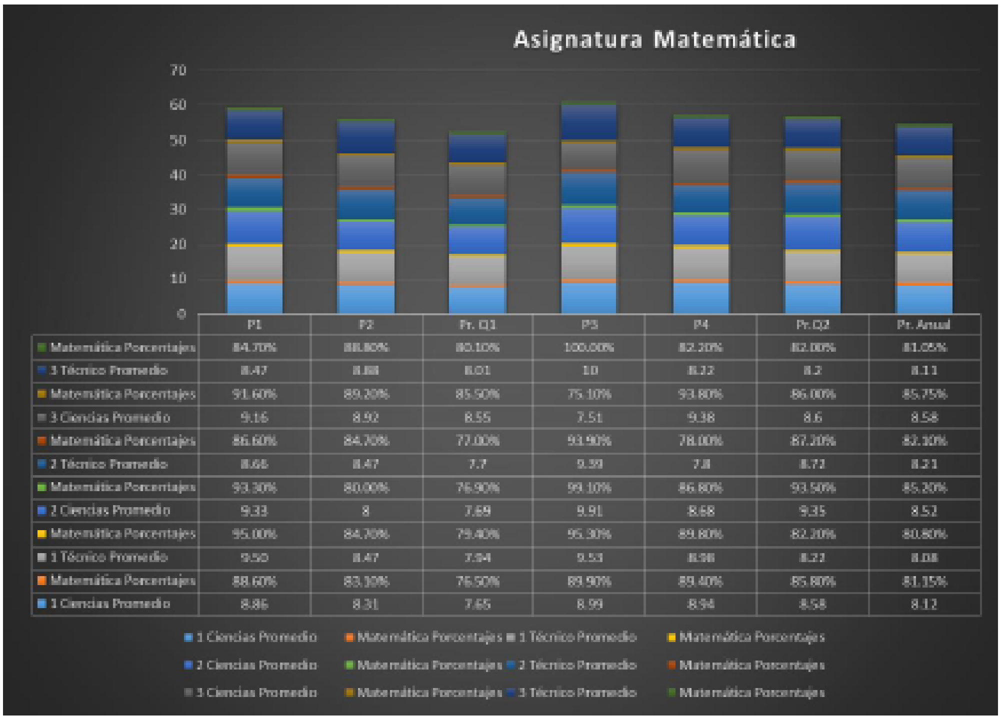
Ministerio de Educación

UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VÍVAR"

CÓDIGO AMIE: 01H01112
CIRCUITO: 01D05C01_B
unidadeducativavlv@hotmail.com
Tel: 3054677
CHAMBA - COCHAPATA - NABÓN – AZUAY

Área/Asignatura	Logros	Evaluación Académica						
		Bloques Desarrollados						
		P1	P2	Pr Q1	P3	P4	Pr. Q2	Pr. Anual
1° Ciencias	Promedio	8,86	8,31	7,65	8,99	8,94	8,58	8,12
	Porcentaje	88,60%	83,10%	76,50%	89,90%	89,40%	85,80%	81,15%
1° Técnico	Promedio	9,5	8,47	7,94	9,53	8,98	8,22	8,08
	Porcentaje	95,00%	84,70%	79,40%	95,30%	89,80%	82,20%	80,80%
2° Ciencias	Promedio	9,33	8	7,69	7,51	8,02	8,2	7,92
	Porcentaje	93,30%	80,00%	76,90%	75,10%	80,20%	82,00%	79,20%
2° Técnico	Promedio	8,66	8,47	7,7	9,48	9,34	9,31	8,21
	Porcentaje	86,60%	84,70%	77,00%	94,80%	93,40%	93,10%	82,10%
3° Ciencias	Promedio	9,16	8,92	8,55	7,51	9,38	8,6	8,58
	Porcentaje	91,60%	89,20%	85,50%	75,10%	93,80%	86,00%	85,80%
3° Técnico	Promedio	8,47	8,88	8,01	9,39	8,22	8,2	8,11
	Porcentaje	84,70%	88,80%	80,10%	93,90%	82,20%	82,00%	81,10%

Gráfico estadístico.



Análisis e Interpretación:

Como se puede interpretar en el gráfico de Primero Ciencias el Bloque 2 tiene un porcentaje del 83,10% que es el más bajo de los cuatro bloques desarrollados. También se nota que en el Bloque 3 es el Parcial con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 89,90 %.

En el gráfico, Primero Técnico en el Bloque 2 tiene un porcentaje del 84,70 % que son los más bajos de los cuatro bloques desarrollados. También se nota que en el Parcial 1 es el bloque con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 95,00 %.

Ministerio de Educación

UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VÍVAR"

CÓDIGO AMIE: 01H01112
CIRCUITO: 01D05C01_B
unidadeducativavlv@hotmail.com
Tel: 3054677
CHAMBA - COCHAPATA - NABÓN – AZUAY

En el gráfico, Segundo Ciencias en el Bloque 2 tiene un porcentaje del 80,00 % que es el más bajo de los cuatro bloques desarrollados. También se nota que en el Bloque 3 es el bloque con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 99,10 %.

En el gráfico, Segundo Técnico en el Bloque 4 tienen un porcentaje del 78,80 % que es el más bajo de los cuatro bloques desarrollados. También se nota que en el Bloque 3 es el bloque con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 93.90 %.

En el gráfico, Tercero Ciencias el Bloque 3 tiene un porcentaje del 75,10 % que es el más bajo de los cuatro bloques desarrollados. También se nota que en el Bloque 4 es el bloque con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 93,80 %.

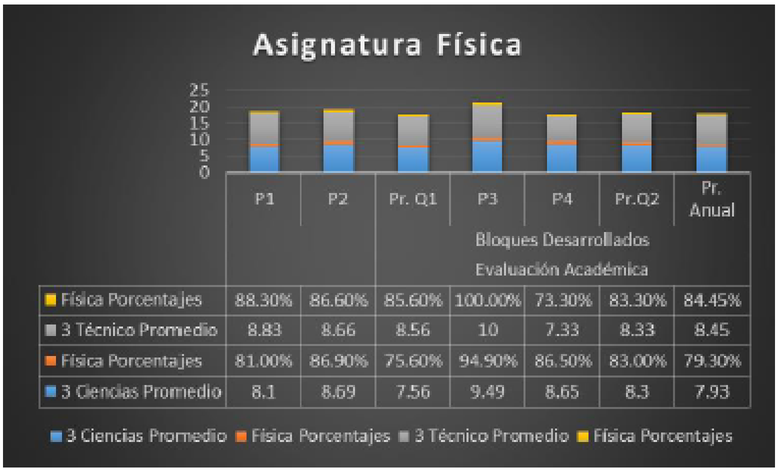
En el gráfico, Tercero Técnico en el Bloque 4 tiene un porcentaje del 82,20 % que es el más bajo de los cuatro bloques desarrollados. También se nota en el Bloque 3 es el bloque con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 100.00 %.

Se puede inferir que en el Segundo Quimestre, en el Parcial Tres, cuatro de los seis cursos presentan un mejor rendimiento académico. Además, se puede observar que el bajo rendimiento en los tres cursos está en el Parcial Dos, también se encuentra en dos cursos en el Parcial 4, y en el restante se encuentra en el Bloque Tres.

Gestión Académica.
Física

Área/ Asignatura	Logros	Evaluación Académica						
		Bloques Desarrollados						
		P1	P2	Pr. Q1	P3	P4	Pr.Q2	Pr. Anual
3 Ciencias	Promedio	8.1	8.69	7.56	9.49	8.65	8.3	7.93
Fisica	Porcentajes	81.00%	86.90%	75.60%	94.90%	86.50%	83.00%	79.30%
3 Técnico	Promedio	8.83	8.66	8.56	10	7.33	8.33	8.45
Fisica	Porcentajes	88.30%	86.60%	85.60%	100.00%	73.30%	83.30%	84.45%

Gráfico estadístico



Análisis e Interpretación:

Ministerio de Educación

UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VÍVAR"

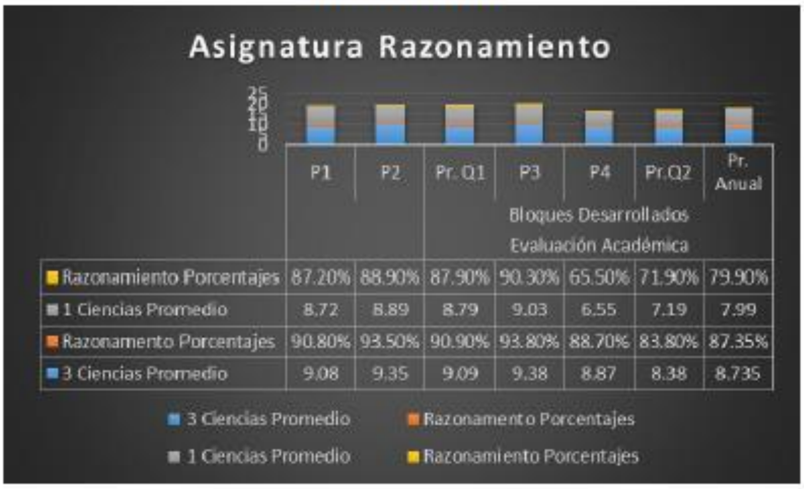
CÓDIGO AMIE: 01H01112
CIRCUITO: 01D05C01_B
unidadeducativavlv@hotmail.com
Tel: 3054677
CHAMBA - COCHAPATA - NABÓN – AZUAY

Como se puede interpretar en el gráfico, Tercero Ciencias en el Bloque 1 tienen un porcentaje del 81,00 % que es el más bajo de los cuatro bloques desarrollados. También se nota que en el Bloque 3 es el Parcial con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 94,90%.
En el gráfico, Tercero Técnico en el Bloques 4 tiene un porcentaje del 73,30% que es el más bajo de los cuatros bloques desarrollados. También se nota que en el Parcial 3 es el bloque con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 100,00 %.

Gestión Académica.
Razonamiento

Área/ Asignatura	Logros	Evaluación Académica						
		Bloques Desarrollados						
		P1	P2	Pr. Q1	P3	P4	Pr.Q2	Pr. Anual
3 Ciencias	Promedio	9.08	9.35	9.09	9.38	8.87	8.38	8.735
Razonamento	Porcentajes	90.80%	93.50%	90.90%	93.80%	88.70%	83.80%	87.35%
1 Ciencias	Promedio	8.72	8.89	8.79	9.03	6.55	7.19	7.99
Razonamiento	Porcentajes	87.20%	88.90%	87.90%	90.30%	65.50%	71.90%	79.90%

Gráfico estadístico



Análisis e Interpretación:

Como se puede interpretar en el gráfico, Tercero Ciencias en el Bloque 4 tienen un porcentaje del 88,70 % que es el más bajo de los cuatro bloques desarrollados. También se nota que en el Bloque 3 es el Parcial con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 93,80%.
En el gráfico, Primero Ciencias en el Bloques 4 tiene un porcentaje del 65,50% que es el más bajo de los cuatros bloques desarrollados. También se nota que en el Parcial 3 es el bloque con mayor rendimiento. Con un porcentaje de 90,30 %. Se puede inferir, que los dos cursos presentan un mayor rendimiento académico al iniciar el Segundo Quimestre en el Tercer Bloque. Además, en el mismo quimestre se observa que los dos cursos presentan bajo rendimiento en el Cuarto Bloque, una de las razones posibles puede ser la dificultad del contenido impartido durante estos parciales.

Gestión Académica.
Dibujo Técnico Aplicado

Ministerio de Educación

UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VÍVAR"

CÓDIGO AMIE: 01H01112

CIRCUITO: 01D05C01_B

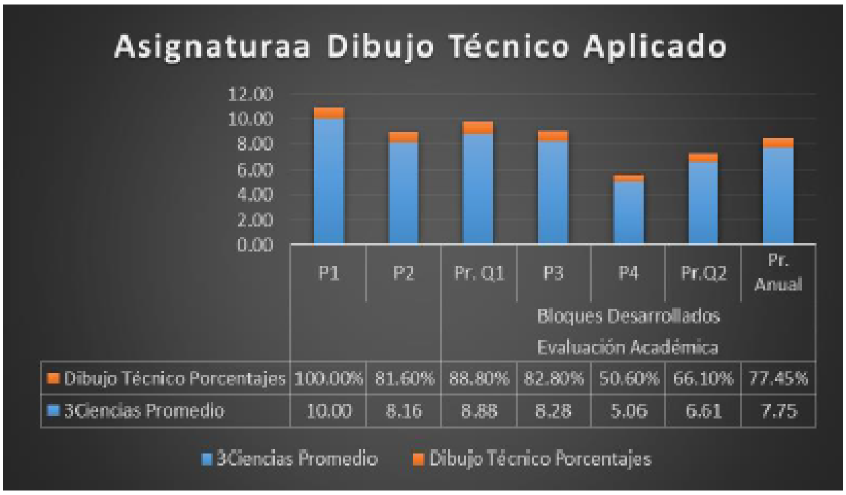
unidadeducativavlv@hotmail.com

Tel: 3054677

CHAMBA - COCHAPATA - NABÓN – AZUAY

Área/ Asignatura	Logros	Evaluación Académica						
		Bloques Desarrollados						
		P1	P2	Pr. Q1	P3	P4	Pr.Q2	Pr. Anual
3Ciencias	Promedio	10.00	8.16	8.88	8.28	5.06	6.61	7.75
Dibujo Técnico	Porcentajes	100.00%	81.60%	88.80%	82.80%	50.60%	66.10%	77.45%

Gráfico estadístico



Análisis e Interpretación:

Como se puede interpretar en el grafico el Bloque Curricular N. 4 tienen un porcentaje del 66.10% el cual es el más bajo de los cuatro bloques desarrollados. El bloque que tiene mayor porcentaje es el bloque 1 con un porcentaje de 100,00%. Se puede inferir que al iniciar el primer quimestre en los parciales 1 y 2, hubo un mayor desempeño académico por parte de los estudiantes. Sin embargo, al ser una asignatura nueva y compleja al para los cursantes a medida que se impartía la clase, su dificultad también incremento. Se puede observar que hay una bajo rendimiento los parciales 3 y 4.

3.2.DESARROLLO COMPORTAMENTAL

Área/ asignatura	Comportamiento				
	Bloques desarrollados				
	B1	B2	B3	B4	Prom. Anual
RAZONAMIENTO 1RO CIENCIAS	B	B	B	B	B
RAZONAMIENTO 3RO CIENCIAS	B	B	B	B	B

Ministerio de Educación

UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VÍVAR"
CÓDIGO AMIE: 01H01112
CIRCUITO: 01D05C01_B
unidadeducativavlv@hotmail.com
Tel: 3054677
CHAMBA - COCHAPATA - NABÓN – AZUAY

DIBUJO TECNICO APLICADO 3RO CIENCIAS	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**
MATEMATICA 1RO CIENCIAS	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**
MATEMATICA 1RO TECNICO	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**
MATEMATICA 2DO CIENCIAS	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**
MATEMATICA 2DO TECNICO	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**
MATEMATICA 3RO CIENCIAS	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**
MATEMATICA 3RO TECNICO	**A**	**A**	**B**	**B**	**B**
FISICA 3RO CIENCIAS	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**
FISICA 3RO TECNICO	**A**	**A**	**B**	**B**	**B**

GRÁFICO ESTADISTICO

Análisis e Interpretación:

Ministerio de Educación

UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VÍVAR"

CODIGO AMIE: 01H01112
CIRCUITO: 01D05C01_B
unidadeducativavlv@hotmail.com
Tel: 3054677
CHAMBA - COCHAPATA - NABÓN – AZUAY

No existen problemas dentro de las asignaturas en cuanto a lo disciplinario pues se evidencia que tienen B en el comportamiento, categoría satisfactorio por todo el año lectivo.

4. CONCLUSIONES.

Mediante el informe técnico final, podemos evidenciar los resultados obtenidos durante el año lectivo 2021-2022, siguiendo los estándares de calidad del Ministerio de Educación. También se puede conocer en que bloque hay que presionar más a los estudiantes para que mejoren su aprovechamiento.

5. RECOMENDACIONES

Como docentes hay que involucrarnos más con los estudiantes desde el inicio del año lectivo y para esto es necesario involucrar también a los padres de familia para que tengan conocimiento sobre el nivel de aprovechamiento de los estudiantes.

Nota:

Todas las calificaciones están subidas al sistema.

Las actas de Tercero de Bachillerato Técnico están al día. Como docente tutor.

DESARROLLO DEL DOCUMENTO		
Nombre	**Firma**	**Fecha**
Licdo. Nelson Pastuizaca		5 de Julio del 2023
APROBACIÓN DEL DOCUMENTO		
Nombre	**Firma**	**Fecha**
Mgtr. Fernando Guarnizo		5 de Julio del 2023

UNIDAD EDUCATIVA
"VICTOR LEON VIVAR"
RECTORADO
Cochapata - Azuay

Anexo D. Test de motivación

Test de Motivación para el Aprendizaje de las Cónicas en estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Víctor León Vivar.

Test a estudiantes de segundo de bachillerato para medir el nivel de motivación con respecto al aprendizaje de las secciones cónicas después de la implementación de material didáctico (Set 1) y una guía didáctica.
Por favor, responda cada pregunta de manera sincera y honesta.

Datos Personales
1. Nombre: ____
2. Edad: ________ Género: (F) Femenino (M) Masculino

Escala de Motivación:
A continuación, encontrará una serie de afirmaciones relacionadas con su experiencia en el aprendizaje de las cónicas. Indique su grado de acuerdo con cada afirmación en una escala del 0 al 4, donde:
0 = Totalmente en desacuerdo
1 = En desacuerdo
2 = Neutral
3 = De acuerdo
4 = Totalmente de acuerdo

1. Me siento interesado/a en aprender sobre el estudio de las cónicas.
2. Disfruto de las actividades que involucran el uso de material didáctico (Geo plano, plastilina, rompecabezas de madera y acrílico, segmentos de colores) para aprender secciones de las cónicas.
3. Considero que el tema de las cónicas es relevante para mi vida.
4. La implementación de material didáctico (Set) ha aumentado mi interés en aprender sobre las cónicas.
5. La guía didáctica ha contribuido positivamente a mi comprensión del estudio de las cónicas.
6. Creo que adquirir conocimientos sobre el estudio de las cónicas será beneficioso para mi futuro.
7. Me siento capaz de comprender y aplicar los conceptos de las cónicas.
8. El material didáctico y la guía didáctica han mejorado mi confianza en mis habilidades para trabajar en el estudio cónicas.

9. Considero que el aprendizaje de las cónicas es valioso para mi desarrollo académico.
10. Creo que el uso de material didáctico concreto y la guía didáctica han hecho que el tema sea más interesante y comprensible.
11. Estoy satisfecho/a con la calidad del material didáctico utilizado.
12. La guía didáctica ha sido útil para mi aprendizaje de las cónicas.

Agradezco por su colaboración.

Anexo E. Validación del test de motivación

VALIDACIÓN DEL TEST DE MOTIVACIÓN PARA EL APRENDIZAJE DE LAS CÓNICAS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA VÍCTOR LEÓN VIVAR

TEMA DE TESIS: Método singapur en la enseñanza de las cónicas en segundo año de Bachillerato.

OBJETIVO GENERAL: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023

- **OBJETIVO ESPECÍFICO QUE SE PRETENDE ATENDER CON EL TEST:** Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.

A QUIÉNES VA DIRIGIDO EL PRETEST: A estudiantes de Tercero año de bachillerato de la Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo lectivo 2023-2024, con quienes he desarrollado la intervención en el año lectivo 2022-2023. Esta escuela esta ubicada en la provincia del Azuay, cantón Nabón, parroquia Cochapata.

PREGUNTAS A EVALUAR:

Pregunta 1. Me siento interesado/a en aprender sobre el estudio de las cónicas.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: (0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar)**:**				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación)**:**				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023			X	

	0	1	2	3
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 1	
Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 2. Disfruto de las actividades que involucran el uso de material didáctico (Geo plano, plastilina, rompecabezas de madera y acrílico, segmentos de colores) para aprender secciones de las cónicas.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: **(0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)**	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado			X	
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X

	0	1	2	3
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 2	
Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 3. Considero que el tema de las cónicas es relevante para mi vida.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: (0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023			X	
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación:				X

Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 3	
Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 4. La implementación de material didáctico (Set) ha aumentado mi interés en aprender sobre las cónicas.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: **(0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)**	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 4	
Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 5. La guía didáctica ha contribuido positivamente a mi comprensión del estudio de las cónicas.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: (0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 5	
Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 6. Creo que adquirir conocimientos sobre el estudio de las cónicas será beneficioso para mi futuro.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: **(0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)**	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 6

Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 7. Me siento capaz de comprender y aplicar los conceptos de las cónicas.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: **(0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)**	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 7

Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 8. El material didáctico y la guía didáctica han mejorado mi confianza en mis habilidades para trabajar en el estudio cónicas.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: (0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 8

Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 9. Considero que el aprendizaje de las cónicas es valioso para mi desarrollo académico.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: (0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 9

Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 10. Creo que el uso de material didáctico concreto y la guía didáctica han hecho que el tema sea más interesante y comprensible.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: **(0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo;** **; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)**	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 10

Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	

Pregunta 11. Estoy satisfecho/a con la calidad del material didáctico utilizado.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: (0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 11

Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Pregunta 12. La guía didáctica ha sido útil para mi aprendizaje de las cónicas.

Exprese el nivel de concordancia con las siguientes proposiciones utilizando una escala de Likert de 0 a 3 puntos: (0= muy en desacuerdo; 1 = en desacuerdo; ; 2 = de acuerdo; 3 = muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**			
	0	**1**	**2**	**3**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):				
• La formulación de la pregunta es de fácil comprensión, clara, precisa, no ambigua y acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado				X
• Las opciones de respuesta son apropiadas				X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				X
PERTINENCIA (Aporta a la recopilación de información pertinente para la investigación):				
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una guía didáctica basada en el Método Singapur para contribuir al aprendizaje de las cónicas en el segundo año de bachillerato de Unidad Educativa Víctor León Vivar en el periodo escolar 2022-2023				X
• Es adecuado para alcanzar el OBJETIVO ESPECÍFICO 4 de la investigación: Evaluar los resultados alcanzados en la implementación de la propuesta metodológica.				X

Observaciones y sugerencias respecto a la pregunta 12

Motivos para calificarla como inapropiada	
Motivos para tacharla de no pertinente	
Propuestas de mejora (ajuste, reemplazo o eliminación)	NO

Escala valorativa del cuestionario general

Por favor, indique con una "X" la opción seleccionada entre las alternativas proporcionadas

	Sí	No
El instrumento cuenta con instrucciones claras y precisas para permitir a los encuestados responder de manera adecuada (consultar Anexo 1).	X	
El número de preguntas en el cuestionario es excesivo.		X
Las preguntas presentan un riesgo potencial para el encuestado. (En caso de responder afirmativamente, por favor, especifique a continuación cuáles son esos riesgos).		X

Preguntas que el experto considera que pudieran ser un riesgo para el encuestado:	
N.º de la(s) pregunta(s)	
Motivos por los que se considera que pudiera ser un riesgo	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	NO

	Escala valorativa del cuestionario general			
	Excelente	Buena	Regular	Deficiente
Validez de contenido del cuestionario	X			

Observaciones y recomendaciones en general del cuestionario:	
Razones por los que se considera no adecuada	
razones por los que se considera no pertinente	
Sugerencias de mejora (modificar, sustituir o eliminar)	Considerar el espacio y tiempo para la evaluación de los estudiantes.

DATOS DEL EXPERTO

Nombre y apellidos	**ALEX FERNANDO GUARNIZO FERNANDEZ**
Cedula de identificación:	**1104068695**
Filiación (ocupación, grado académico):	**RECTOR DE LA UNIDAD EDUCATIVA VICTOR LEON VIVAR, LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACION EN LA ESPECIALIDAD DE PSICOLOGIA EDUCATIVA Y ORIENTACION, MAGISTER EN TECNOLOGIA E INNOVACION EDUCATIVA.**
e-mail institucional	alex.guarnizo@educacion.gob.ec
Teléfono de Trabajo	023961400
Teléfono o celular	0986920898
Fecha de la validación (día, mes y año):	04-03-2023
Firma	ALEX FERNANDO GUARNIZO FERNANDEZ Mgtr. Fernando Guarnizo

Anexo F. Validación del test de motivación II

REPÚBLICA DEL ECUADOR

Ministerio de Educación

Nabón, La Paz 6 de marzo del 2024

Yo, Mgtr. VERGARA PANAMÁ KARINA GABRIELA con C.I. 0104665914 en calidad de COORDINADORA DEL DEPARTAMENTO DE CONSEJERÍA ESTUDIANTIL DISTRITAL 01D05 NABON – OÑA – EDUCACIÓN.

CERTIFICO

Que, se ha procedido a realizar la revisión y análisis del *test de motivación para el aprendizaje de las cónicas en estudiantes de segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Víctor León Vivar* el día lunes 4 de marzo del 2024, para el cual se han generado sugerencias, recomendaciones y modificaciones previo a la aplicación del test en mención.

El Lcdo. Pastuizaca Guamán Nelson Romeo, portador de la cédula de identidad 0302082599, podrá hacer uso de este documento como estime conveniente.

Esto es todo cuanto puedo manifestar en honor a la verdad.

Atentamente,

Psic. Karina Vergara Panamá., Mgtr.
Coordinadora del Departamento de
Consejería Estudiantil Distrital 01D05 Nabón – Oña- Educación

Dirección: Vía a Loja – Panamericana Sur
Código postal: 010502 / Caserío la Paz- Nabón- Azuay-Ecuador
Teléfono: 593 07 3050110 / www.educacion.gob.ec

EL NUEVO ECUADOR

DATOS DEL EXPERTO

Nombre y apellidos	VERGARA PANAMA KARINA GABRIELA
Cedula de identificación:	0104665914
Filiación (ocupación, grado académico):	OORDINADORA DEL DEPARTAMENTO DE CONSEJERÍA ESTUDIANTIL DISTRITAL 01D05 NABON – OÑA – EDUCACIÓN.LICENCIADA EN PSICOLOGIA EDUCATIVA EN LA ESPECIALIZACION DE EDUCACION BASICA, MAGISTER EN EDUCACION BASICA INCLUSIVA
e-mail institucional	karina.vergara@educacion.gob.ec
Teléfono de Trabajo	023961400
Teléfono o celular	0997552561

Anexo G. Autorización para intervención pedagógica

UNIDAD EDUCATIVA "VÍCTOR LEÓN VIVAR"
E-mail: unidadaeducativavlv@hotmail.com
Teléf.: 073054677
Cochapata– Nabón – Azuay

Nabón, Cochapata 5 de enero del 2023

Mgtr. Guarnizo Fernández Alex Fernando

Rector.

Unidad Educativa "Víctor León Vivar"

AUTORIZO

Al Licdo. Pastuizaca Guamán Nelson Romeo, portador de la cédula de identidad 0302082599, docente de matemática de la Unidad Educativa Víctor león Vivar y estudiante de la Maestría en Educación mención Enseñanza de la Matemática de la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca, para su intervención pedagógica en los Segundos Años de Bachillerato: General Unificado (B.G.U) y Bachillerato Técnico Mecanizado y Construcciones Metálicas (B.T), como parte de su trabajo de titulación "Método Singapur en la enseñanza de las cónicas en segundo año de bachillerato", para que desarrolle en el tercer y cuarto parcial, en el segundo quimestre, desde el 30 de enero hasta el 21 de junio del 2023.

El suscrito puede hacer uso de este documento como estime conveniente.

Atentamente,

Alex Fernando Guarnizo Fernández.

Rector.

alex.guarnizo@educacion.gob.ec

0986920898

UNIDAD EDUCATIVA
"VICTOR LEON VIVAR"
RECTORADO
Cochapata - Azuay