



Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Maestría en Educación Mención Enseñanza de la Matemática

Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en la enseñanza de la Geometría en el subnivel Básica Media

Trabajo de titulación previo a la
obtención del título de Magíster en
Educación Mención en Enseñanza
de la Matemática

Autor:

Blaise Carlos Piña Criollo

Director:

Freddy Patricio Guachún Lucero

ORCID:  0000-0002-1421-7804

Cuenca, Ecuador

2024-07-03

Resumen

En la presente investigación se examinó el impacto del Método Singapur y la incorporación de los Petroglifos de Catazho en la enseñanza de la Geometría en los estudiantes del subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay, ubicada en la comunidad San José de Indanza del cantón Limón Indanza, durante el año lectivo 2023 - 2024. La investigación adoptó un diseño cuasi experimental, empleando un enfoque cuantitativo y un alcance correlacional. Para la recolección de datos, se implementaron pre y post test de conocimientos al grupo experimental, con el fin de evaluar el rendimiento académico. Adicionalmente, se realizaron entrevistas posintervención para captar las percepciones de los estudiantes respecto a la intervención aplicada. La evaluación de la eficacia de la intervención se llevó a cabo mediante análisis estadístico de los datos cuantitativos utilizando el software Jamovi y la prueba T de Student, mientras que los datos cualitativos derivados de las entrevistas se analizaron interpretativamente. Los hallazgos revelan que la base teórica establecida, el diagnóstico preliminar, el diseño y la implementación efectiva de la propuesta didáctica influyeron positivamente tanto en el rendimiento académico como en la motivación de los estudiantes. Estos resultados sustentan la hipótesis inicial y subrayan la relevancia de contextualizar la enseñanza de la matemática para optimizar el proceso educativo.

Palabras clave del autor: geometría, material didáctico, rendimiento académico



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Abstract

The present research examined the impact of the Singapore Method and the incorporation of Catazho Petroglyphs in the teaching of Geometry among students at the Middle Basic Sublevel of Azuay Basic Education School, located in the San José community of the Limón Indanza canton, during the academic year 2023 - 2024. The study adopted a quasi-experimental design, employing a quantitative approach with a correlational scope. Data collection involved pre and post-tests of knowledge administered to the experimental group to assess academic performance. Additionally, post-intervention interviews were conducted to capture students' perceptions regarding the applied intervention. The effectiveness evaluation of the intervention was conducted through statistical analysis of quantitative data using Jamovi software and the Student's T-Test, while qualitative data from interviews were analyzed interpretatively. Findings reveal that the established theoretical framework, preliminary diagnosis, design, and effective implementation of the didactic proposal positively influenced both academic performance and student motivation. These results support the initial hypothesis and underscore the relevance of contextualizing mathematics teaching to optimize the educational process.

Author Keywords: geometry, didactic material, academic performance



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

Institutional Repository: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Índice de Contenido

Resumen	2
Abstract	3
Agradecimiento	9
Introducción	10
Capítulo I: Fundamentación Teórica	12
1.1. Estado del Arte	12
1.2. Constructivismo	13
1.3. Enseñanza y Aprendizaje	15
1.3.1. Enseñanza de la Matemática.....	16
1.2.1.1 Didáctica de la Geometría.....	17
1.3.2. Estrategias Didácticas.....	18
Aprendizaje Colaborativo	19
Contextualización del Aprendizaje	19
Material Didáctico Manipulativo	20
Clasificación por objetivos	20
Clasificación por la naturaleza del material	21
1.4. Método Singapur	21
1.4.1. Enfoque CPA (Concreto, Pictórico, Abstracto)	22
1.4.2. Currículo en Espiral.....	23
1.4.3. Variación Sistemática.....	23
1.5. Recurso Didáctico Ancestral: Petroglifos de Catazho.....	24
1.5.1. Petroglifos de Catazho	25
1.6. Secuencia Didáctica	27
1.6.1. Actividades de Inicio	28
1.6.2. Actividades de Desarrollo.....	28
1.6.3. Actividades de Cierre	29
1.7. Rendimiento Académico	29
1.8. Motivación del Estudiante	30

Capítulo II: Propuesta Didáctica.....	32
2.1. Diseño.....	32
2.1.1. Material Didáctico Concreto.....	32
2.1.2. Guía Didáctica	38
2.1.2.1. Estructura y Contenido de la Guía Didáctica	38
2.2. Intervención.....	100
2.2.1. Semana 1 (2 enero – 5 enero).....	100
2.2.2. Semana 2 (8 enero – 12 enero).....	102
2.2.3. Semana 3 (15 enero – 19 enero).....	103
2.2.4. Semana 4 (22 enero – 26 enero).....	104
Capítulo III: Metodología.....	106
3.1. Selección de la Población y Muestra	106
3.2. Técnicas e Instrumentos	106
3.2.1. Pre-test.....	106
3.2.2. Entrevistas a los Estudiantes.....	107
3.2.3. Entrevista al Docente Director	107
3.2.4. Propuesta Didáctica	107
3.2.5. Entrevista Grupal	107
3.2.5. Post-test	108
3.2.6. Confidencialidad de la Información	108
3.3. Análisis de Resultados.....	108
3.3.1. Análisis Cuantitativo	108
3.3.2. Análisis Cualitativo	108
Capítulo IV: Resultados y Discusión	109
4.1. Análisis de Resultados.....	109
4.1.1. Rendimiento Académico.....	109
4.1.2. Motivación del Estudiante.....	111
4.2. Discusión.....	115
Conclusiones	118

Recomendaciones	120
Bibliografía.....	121
Anexos.....	128

Índice de Imágenes

Imagen 1. Diseño de un octágono con un petroglifo de Catazho	33
Imagen 2. Diseño de un rompecabezas de cuadriláteros con petroglifos de Catazho	33
Imagen 3. Estudiantes del Subnivel Básica Media de la EEB Azuay resolviendo el pretest	101
Imagen 4. Estudiantes participando de la actividad de campo planificada para el estudio de las unidades de longitud	103
Imagen 5. Estudiantes con parte del material didáctico utilizado	104
Imagen 6. Estudiantes realizando ejercicios de triángulos	105

Índice de Tablas

Tabla 1. Clasificación del material concreto y manipulativo para Geometría	21
Tabla 2. Carácter “espiral” de algunas Destrezas con Criterio de Desempeño del bloque de Geometría del Subnivel Básica Media	23
Tabla 3. Categorización de los Petroglifos de Catazho	26
Tabla 4. Material didáctico concreto que contiene un set completo	34
Tabla 5. Detalle de actividades de la primera semana	101
Tabla 6. Detalle de actividades de la segunda semana	102
Tabla 7. Detalle de actividades de la tercera semana	103
Tabla 8. Detalle de actividades de la cuarta semana.....	104
Tabla 9. Tabla de distribución de frecuencias de los datos obtenidos en el pre-test.....	109
Tabla 10. Tabla de distribución de frecuencias de los datos obtenidos en el post-test	109
Tabla 11. Prueba T para Muestras Apareadas - promedio del pre-test y promedio del post-test	110
Tabla 12. Prueba T para Muestras Apareadas – DCD del pre-test y del post-test.....	110
Tabla 13. Escala de calificación de aprendizajes	111
Tabla 14. Respuestas de los estudiantes a la entrevista inicial.....	112
Tabla 15. Respuestas de los estudiantes a la entrevista final	114

Agradecimiento

Al Lic. Jonny Martínez, Director del Distrito de Educación 14D06 LIMÓN INDANZA – SANTIAGO – TIWINTZA, por su autorización para realizar esta investigación en la Escuela de Educación Básica Azuay, así como también el reconocimiento especial al Lic. Juan Barrera, Docente Director de la institución, cuya colaboración y facilitación fueron cruciales para el éxito de esta intervención educativa.

Un agradecimiento muy especial a los niños Alan, Alba, Jordy, Melissa y Merly, cuya participación entusiasta y comprometida ha sido fundamental. Su disposición y energía han enriquecido significativamente este proyecto, demostrando el potencial transformador de la educación cuando se combina con la dedicación y el espíritu colaborativo.

Introducción

Tapia Reyes y Murillo Antón (2020, p. 14) enfatizan la importancia de las matemáticas en el desarrollo intelectual de los niños al promover la lógica, el pensamiento ordenado y la preparación mental para el análisis crítico y la abstracción. Sin embargo, atribuyen la dificultad de los estudiantes para entender las clases y su bajo rendimiento académico al método tradicional de enseñanza empleado en las escuelas. Esta dificultad puede ser resultado de un enfoque de enseñanza que no se adapta adecuadamente a las necesidades y capacidades de los estudiantes, lo que limita su comprensión y rendimiento en esta área crucial.

Según los resultados de las evaluaciones Ser Estudiante (SEST) 2022 – 2023 realizadas por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL), los estudiantes del séptimo grado de Educación General Básica (EGB), quienes rindieron las evaluaciones en representación del Subnivel Básica Media, en el área de Matemática de instituciones ubicadas en la zona rural alcanzaron un promedio de 683 puntos sobre 1000 puntos; 5 puntos menos que el año lectivo anterior, ubicándose en un nivel de logro elemental. (INEVAL, 2023, p. 19)

La Escuela de Educación Básica Azuay (EEBA) está ubicada en la comunidad rural de San José, dentro del Distrito de Educación 14D06, en el cantón Limón Indanza. Cerca de esta comunidad se encuentran los Petroglifos de Catazho, que consisten en grabados rupestres de animales, personas, plantas y figuras geométricas. Según las investigaciones de Ugalde (2012), se han identificado 887 petroglifos distribuidos en 123 rocas en esta área.

Considerando los antecedentes expuestos, la presente investigación se propone abordar la siguiente pregunta: ¿Cuál es el impacto en el rendimiento académico y la motivación al utilizar el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en la enseñanza de la Geometría en el Subnivel Básica Media en la Escuela de Educación Básica Azuay del cantón Limón Indanza? El objetivo principal de este estudio es implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.

Con base en la pregunta de investigación planteada, se propone la siguiente hipótesis: La implementación de una propuesta didáctica basada en el Método Singapur, complementada con el uso de los Petroglifos de Catazho como material didáctico, mejorará significativamente la motivación de los estudiantes y el aprendizaje de los conceptos geométricos entre los estudiantes de Básica Media en la Escuela de Educación Básica Azuay, superando los desafíos tradicionales enfrentados en la enseñanza de las matemáticas y potenciando un aprendizaje contextualizado y significativo.

El desarrollo de la investigación sigue una estructura organizada y detallada. En el primer capítulo, se revisan los fundamentos teóricos, comenzando con el constructivismo aplicado a la enseñanza de las matemáticas y resaltando la eficacia del método Singapur en el mejoramiento del rendimiento académico. Se analiza el potencial de los petroglifos de Catazho como recurso didáctico y se estudia la importancia de una secuencia didáctica apropiada, además de explorar la relación entre la motivación del estudiante y su rendimiento académico. El segundo capítulo presenta la propuesta didáctica, desde la creación del material y la guía didáctica hasta su implementación en la institución educativa. El tercer capítulo detalla la metodología utilizada, describiendo la población, técnicas e instrumentos empleados durante la intervención. En el cuarto capítulo se realiza el análisis estadístico de los resultados obtenidos, seguido de la discusión de estos resultados. Finalmente, las conclusiones abordan los aspectos más relevantes de la investigación y se ofrecen recomendaciones basadas en los hallazgos.

Capítulo I: Fundamentación Teórica

La presente investigación se enmarca en una amplia gama de temas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje, centrándose en la aplicación del constructivismo en el contexto educativo. Se aborda específicamente la enseñanza de las matemáticas y las estrategias didácticas utilizadas, con un enfoque especial en el método Singapur. Este método, conocido por su enfoque concreto, pictórico y abstracto, su currículo en espiral y su énfasis en la variación sistemática, se considera una herramienta eficaz para mejorar el rendimiento académico. Además, se explora el uso de un recurso didáctico ancestral, los petroglifos de Catazho, como una forma de enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje. También se analiza la importancia de una secuencia didáctica adecuada, que incluya actividades de inicio, desarrollo y cierre, para maximizar el impacto de la enseñanza. La motivación del estudiante y su relación con el rendimiento académico son aspectos clave que se consideran en este marco teórico, junto con un análisis del estado del arte en estas áreas, que servirá como base para la investigación propuesta.

1.1. Estado del Arte

Tapia Reyes y Murillo Antón (2020) destacan la eficacia del Método Singapur en la enseñanza de las matemáticas, enfatizando sus beneficios para los niños al permitirles iniciar el proceso educativo desde sus conocimientos previos, experiencias y habilidades. Este método se considera innovador en la enseñanza primaria y secundaria, facilitando la adaptación de los niños a nuevos entornos educativos. Se destaca que el Método Singapur supera al método tradicional, que se centra principalmente en la memorización de reglas y procedimientos, al enfocarse en procesos, actitudes y habilidades durante la resolución de problemas matemáticos. Además, promueve la autoconfianza, la comunicación, la colaboración, el trabajo en equipo y el desarrollo de hábitos de aprendizaje, preparando a los estudiantes para ser ciudadanos competentes en la sociedad del futuro.

Niño-Vega et al. (2020) destacan que la inclusión de secuencias didácticas en la enseñanza de las matemáticas permite a los estudiantes abordar conceptos abstractos de manera significativa. El uso de material concreto actúa como mediador entre el conocimiento y los estudiantes, facilitando el desarrollo de conceptos abstractos a través de la manipulación de objetos con significado real. Observaron un aumento en el aprendizaje de los números fraccionarios, evidenciado por mejores resultados en la actividad final en comparación con la prueba diagnóstica. Además, sostienen que las actividades propuestas motivaron a los estudiantes y tuvieron un impacto positivo en su aprendizaje. Respecto al Método Singapur, concluyen que facilita la asimilación de conceptos al comenzar con objetos concretos que los estudiantes pueden manipular, lo que les ayuda a relacionarlos con su vida diaria.

Mullo-Pomaquiza y Castro-Salazar (2021) manifiestan que el éxito del método Singapur se basa en sus tres fases interconectadas: lo concreto, lo pictórico y lo abstracto (C-P-A), que promueven el uso de material concreto y la práctica continua para mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos. Durante el proceso, el docente actúa como guía, diseñando actividades centradas en situaciones problemáticas contextualizadas para que los estudiantes descubran autónomamente los procesos y recursos para resolver problemas. Sin embargo, los profesores se ven limitados por el tiempo de planificación y los estudiantes demandan metodologías más actualizadas. En resumen, el método Singapur es fiable y promueve la autonomía, el pensamiento lógico, la comprensión y la resolución de problemas, lo que beneficia la formación docente con un enfoque innovador.

Cuasapud Morocho y Maiguashca Quintana (2023) resaltan la importancia de adaptar el Método Singapur a los ritmos de aprendizaje y la complejidad de los temas, especialmente en conceptos abstractos. El enfoque del método en el razonamiento e interpretación del estudiante, junto con recursos visuales y problemas cotidianos, busca desarrollar competencias matemáticas con motivación propia. Los resultados del estudio efectuado muestran mejoras en la comprensión y representación de problemas, así como mayor participación y motivación de los estudiantes. El método fomenta un pensamiento propio a través de la manipulación y conceptualización de conceptos, creando un ambiente educativo interactivo y flexible.

Córdova Calderón y Quizhpe Cueva (2023) confirman que el método Singapur es efectivo para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, ya que se enfoca en la resolución de problemas, un aspecto fundamental de esta asignatura. Además, contribuye al desarrollo de habilidades, comprensión, procesos, actitudes y metacognición. Destacan que, para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, es importante considerar las etapas del método (comprensión, consolidación, transferencia y evaluación), su currículo en espiral, el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), la variación sistémica y perceptual, así como la comprensión relacional e instrumental. La implementación del método Singapur también se asocia con el desarrollo de habilidades de resolución de problemas, la relación de los contenidos con el entorno y la mejora de las relaciones interpersonales en el aula.

1.2. Constructivismo

El constructivismo, promovido principalmente por Jean Piaget (1896 – 1980) y Lev Vygotsky (1896 – 1934), propone un enfoque en el cual la enseñanza se concibe como un proceso dinámico, participativo e interactivo, donde el conocimiento es construido por el sujeto que aprende. Sin embargo, su asociación con la educación ha llevado a malentendidos, como la idea de dejar a los estudiantes aprender a su propio ritmo sin la participación activa del

docente. En realidad, el constructivismo implica una interacción dialéctica entre el docente y los estudiantes, donde ambos contribuyen al proceso de construcción del conocimiento, lo que resulta en un aprendizaje significativo para ambas partes (Benítez Vargas, 2023, p. 65).

Piaget desarrolló la Teoría Evolutiva de la Inteligencia desde la Epistemología Genética, que describe el proceso mediante el cual el niño adquiere nuevas estructuras de entendimiento cognitivo desde un nivel biológico e instintivo hasta el pensamiento formal. Esta teoría, interdisciplinaria, considera componentes psicológicos, biológicos, sociológicos, lingüísticos, lógicos y epistemológicos que influyen en el desarrollo de la inteligencia. Piaget utiliza conceptos como Equilibrio, Adaptación, Asimilación, Acomodación, Génesis y Estructura para explicar la inteligencia, partiendo de una explicación biológica y destacando la interacción entre el organismo y el entorno. La Adaptación, central en su teoría, implica procesos de asimilación y acomodación, donde el organismo se ajusta al medio. La inteligencia, para Piaget, resulta de la interacción exitosa entre el ser vivo y el entorno, generando un equilibrio dinámico y permitiendo la creación de nuevas estructuras cognitivas durante el desarrollo individual (Díaz, 2020, p. 29 – 30).

Vygotsky sostiene que los aspectos socio-históricos determinan la configuración de la psiquis humana, y propone un enfoque evolutivo que considera la importancia de estudiar las fases y movimientos del desarrollo humano. Destaca la necesidad de comprender las peculiaridades de la estructura psíquica a través del tiempo y de la vida socio-cultural de los individuos desde sus primeros movimientos por el mundo. Para ello, Vygotsky aplicó su método de análisis genético en cuatro ámbitos del desarrollo: filogenético, histórico-sociocultural, ontogenético y microgenético. Su enfoque integral del desarrollo humano destaca que las funciones psicológicas superiores son producto del desarrollo social, aunque el desarrollo biológico constituye su base (Hernández González et al., 2021, p. 215 – 216). Es decir, Vygotsky buscó abordar el desarrollo del niño de manera global y dinámica, alejándose de posiciones reduccionistas predominantes en su época.

En la aplicación práctica dentro de las aulas, el constructivismo se manifiesta a través de métodos que promueven la investigación, el descubrimiento y la resolución de problemas por parte de los estudiantes. En lugar de recibir pasivamente información, los estudiantes son alentados a trabajar en tareas que les permitan explorar, preguntar y debatir, facilitando así la construcción de su propio entendimiento y conocimiento. Este enfoque se contrasta con los modelos educativos más tradicionales, donde la enseñanza es predominantemente unidireccional.

La enseñanza de la matemática y la geometría bajo un enfoque constructivista se beneficia particularmente de este paradigma, ya que estas áreas del saber son intrínsecamente abstractas y requieren un entendimiento profundo que es mejor desarrollado a través de la exploración y aplicación práctica de conceptos. Bolaño Muñoz (2020, p. 499) sostiene el enfoque constructivista en la enseñanza de las matemáticas se caracteriza por su adaptación a las diversas formas de aprendizaje de los estudiantes, reconociendo la individualidad de cada uno y sus experiencias previas.

En el contexto del aula constructivista, la evaluación adopta un enfoque diferente a los métodos más convencionales, priorizando la evaluación formativa. Según Hidalgo Apunte (2021, p.193), esta práctica se considera una herramienta fundamental para la construcción del aprendizaje, basada en principios de teoría socio-cultural y constructivismo. Se focaliza en procesos en lugar de la evaluación sumativa de productos, lo que implica monitorear y registrar el progreso del estudiante a lo largo del tiempo, proporcionándole retroalimentación continua para fomentar la reflexión sobre su aprendizaje y ajustar sus estrategias cognitivas. Investigaciones realizadas por Rodríguez Rodríguez (2021, p.157), respaldadas por Barberá (1999), Dorrego (2016), e Hidalgo y Murillo (2017), sostienen que la evaluación en el enfoque constructivista se apoya en la autorregulación del aprendizaje de los estudiantes y se concibe como un proceso de toma de decisiones multicriterio, donde se evalúan diversos indicadores.

En conclusión, el constructivismo ofrece un enfoque educativo que destaca la interacción entre estudiantes y docentes en la construcción activa del conocimiento. Reconociendo la diversidad de estilos de aprendizaje y valorando las experiencias previas de los estudiantes, se prioriza la participación activa mediante métodos que promueven la investigación y la resolución de problemas. Este enfoque adquiere particular relevancia en la enseñanza de las matemáticas, dado su carácter abstracto, donde la exploración y la aplicación práctica de conceptos facilitan un entendimiento más profundo. En resumen, el constructivismo no solo transforma el papel del docente en facilitador del aprendizaje, sino que también enfatiza el papel activo y constructivo de los estudiantes en su proceso de adquisición de conocimientos.

1.3. Enseñanza y Aprendizaje

El proceso de enseñanza y aprendizaje, desde la perspectiva constructivista, se concibe como una interacción dinámica entre el conocimiento del docente y el del estudiante, donde ambos participantes dialogan, debaten y llegan a una síntesis significativa: el aprendizaje (Ortiz Granja, 2015, p. 97). Dentro de este marco, la enseñanza se transforma en un proceso altamente interactivo y centrado en el estudiante, que se aleja de los métodos tradicionales de transmisión de conocimientos para abrazar una visión donde el aprendizaje es visto como un proceso de construcción personal y colaborativa de significados y saberes.

En un contexto constructivista, el rol del docente se redefine como un facilitador del aprendizaje en lugar de ser el único proveedor de conocimiento. Su función principal es guiar y apoyar a los estudiantes mientras exploran conceptos, creando ambientes de aprendizaje que fomenten la curiosidad y la investigación. En este enfoque, los errores se perciben como oportunidades naturales para aprender. La praxis educativa del docente, que incluye reflexiones sobre su método de enseñanza, influye de manera consciente o inconsciente en el estudiante. Por tanto, es esencial que el docente dirija su acción hacia los intereses y necesidades del estudiante, en lugar de centrarse exclusivamente en el contenido o en su propio conocimiento (Miranda-Núñez, 2022, p. 83).

Miranda-Núñez (2020, p. 142) también destaca el papel del estudiante considerándolo como un individuo activo y participativo en su proceso de aprendizaje. Enfatiza que el estudiante no llega al aula como una pizarra en blanco, sino que trae consigo conocimientos previos y experiencias que influyen en su capacidad para construir nuevo conocimiento. Además, subraya que el aprendizaje significativo se produce cuando el estudiante puede establecer conexiones entre los nuevos conceptos y su cúmulo de conocimientos y experiencias personales.

Al reconocer la diversidad entre los estudiantes, el enfoque constructivista demanda una adaptación constante por parte del educador. Esta adaptación va más allá de la simple entrega de contenido; implica comprender las necesidades específicas de cada estudiante y ajustar el entorno educativo en consecuencia. Esto puede incluir la provisión de recursos diversos, la implementación de métodos de instrucción flexibles y la personalización de los objetivos de aprendizaje. Al hacerlo, el educador no solo garantiza que todos los estudiantes puedan acceder al contenido de manera significativa, sino que también promueve un ambiente donde cada individuo se sienta desafiado y motivado a alcanzar su máximo potencial.

1.3.1. Enseñanza de la Matemática

Bolaño Muñoz (2020, p. 491-492), en su investigación respaldada por González (2017), López (2016) y Suárez (2012), sostiene que la enseñanza de las matemáticas ha sido un desafío constante en el ámbito educativo, ya que, a pesar de ser una disciplina fundamental presente en todos los aspectos del universo, muchos estudiantes muestran resistencia y apatía hacia ella. Este rechazo se refleja en la dificultad para lograr un aprendizaje significativo de los conceptos matemáticos, así como en la transferencia de estos conocimientos a la resolución de problemas tanto cotidianos como disciplinares. Este desafío se intensifica para los educadores, quienes enfrentan la tarea de encontrar métodos efectivos para superar estas barreras y garantizar un aprendizaje exitoso. En este sentido, el constructivismo emerge como

una teoría pedagógica valiosa, al enfatizar una enseñanza contextualizada que aprovecha las experiencias y conocimientos previos de los estudiantes como punto de partida para la asimilación de nueva información.

El estudio de las matemáticas va más allá de la manipulación de símbolos; implica interpretar situaciones matemáticamente, cuantificar sistemas estructuralmente interesantes y utilizar un lenguaje especializado y otros sistemas de representación para desarrollar descripciones, explicaciones y predicciones útiles. Además de los objetos matemáticos, se consideran las operaciones y relaciones entre ellos, como la suma o las relaciones trigonométricas. En la enseñanza de las matemáticas, es esencial enfocarse en procesos matemáticos y desarrollar formas de razonamiento relacionales para extraer conclusiones válidas a partir de premisas. También se deben abordar los procedimientos lógicos asociados a conceptos, como identificar, ejemplificar, limitar, generalizar y clasificar conceptos, como funciones, números racionales, cuadrados y triángulos, lo que contribuye al desarrollo del pensamiento (Gamboa Graus, 2022, p. 8-9).

Patiño Contreras et al. (2021, p. 462-464) enfatizan la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática, destacando que este proceso requiere que el docente esté al tanto de las herramientas y recursos que los estudiantes tienen a su disposición. Sugieren el modelo de resolución de problemas de George Pólya, que consta de cuatro pasos: entender el problema, diseñar un plan, ejecutarlo y reflexionar sobre la solución. Además, señalan que los aspectos metacognitivos son esenciales para que los estudiantes puedan ajustar su enfoque durante la resolución de problemas. Destacan el papel crucial del docente en guiar a los estudiantes, fomentar su autonomía y promover el aprendizaje mediante preguntas desafiantes y la estimulación de la indagación. Los estándares básicos de competencias en matemáticas subrayan la importancia de formular y resolver problemas como un proceso integral que involucra otros aspectos como modelar, razonar, comunicar y formular procedimientos.

1.2.1.1 Didáctica de la Geometría

La geometría, como rama fundamental de las matemáticas, desempeña un papel crucial en el desarrollo humano. Su importancia se extiende más allá de los confines académicos, entrelazándose directa o indirectamente con diversas facetas de la vida cotidiana, desde el esparcimiento y la sociedad hasta el progreso tecnológico y científico. Sin embargo, un desafío notable en la enseñanza de la geometría radica en su presentación tradicional en el aula: a menudo se expone a los estudiantes como un conjunto de conceptos y teorías ya establecidos, limitando así su oportunidad de participar activamente en el proceso de descubrimiento y comprensión de estos conceptos (Falconí-Procel, 2021, p. 2263).

La universalidad de la geometría en nuestro entorno subraya su relevancia. Desde las figuras geométricas que conforman el mundo físico hasta su aplicación en campos tan variados como la agricultura, la industria, los deportes, la arquitectura y el arte, la geometría es una herramienta esencial para navegar y comprender nuestro entorno. La habilidad para identificar, relacionar y manipular formas, trayectorias y líneas no solo es fundamental para la orientación espacial, sino que también juega un papel crucial en diversas actividades prácticas y profesionales. Esta generalidad hace que el estudio de la geometría sea no solo una cuestión académica, sino una necesidad práctica y cultural.

El modelo de Van Hiele, desarrollado por Dina van Hiele-Geldof y Pierre van Hiele, ofrece una metodología descriptiva para comprender la evolución del entendimiento geométrico de los estudiantes (Orozco, 2021, p. 18). Este modelo identifica cinco niveles progresivos de comprensión geométrica. En el primer nivel, los estudiantes reconocen figuras geométricas, pero pueden incluir atributos irrelevantes en sus descripciones. En el segundo nivel, comienzan a identificar y generalizar características geométricas. En el tercer nivel, los estudiantes entienden cómo ciertas características se deducen de otras. En el cuarto nivel, desarrollan habilidades de razonamiento lógico y capacidad de demostración. Finalmente, en el quinto nivel, manejan conceptos geométricos con rigor y abstracción (Falconí-Procel, 2021, p. 2266-2269).

Este modelo, según Gutiérrez y Jaime (1998), citado por Sarrín (2019, p. 131), tiene una dualidad descriptiva y prescriptiva. Por un lado, describe la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes, lo que ayuda a los educadores a entender su proceso cognitivo. Por otro lado, proporciona directrices para estructurar la enseñanza de la geometría de manera efectiva. Además, destaca la importancia del lenguaje en cada nivel de aprendizaje, indicando que el avance de un nivel a otro implica una evolución en el uso y la interpretación del lenguaje geométrico (Falconí-Procel, 2021, p. 2265-2269). Este enfoque resalta la necesidad de una comunicación efectiva y adaptada en la enseñanza de la geometría.

1.3.2. Estrategias Didácticas

Cedeño Llor et al. (2020, p. 126), fundamentados en Fernández (2015), postulan que la estrategia didáctica actúa como el vínculo esencial entre la teoría y la práctica educativa, facilitando una comprensión integral de la enseñanza. Definen la comprensión como la capacidad de un estudiante para aplicar un concepto dentro de su conjunto de conocimientos. Además, basándose en Golbairt (2012), Mello (2015) y Pinder (2012), argumentan que la relación entre enseñanza y aprendizaje no es lineal, ya que pueden darse aprendizajes sin enseñanza formal y viceversa. Por lo mismo, consideran que la estrategia es un plan general

destinado a fomentar tareas de aprendizaje, con el propósito de incrementar la conciencia del estudiante sobre sus procesos mentales durante el aprendizaje.

Las estrategias didácticas son trascendentes en la enseñanza constructivista de la matemática y la geometría, promoviendo un aprendizaje efectivo y significativo. Además de mejorar la comprensión de conceptos, fomentan habilidades como el pensamiento crítico y la resolución de problemas. A continuación, se mencionan las estrategias que se emplean y se alinean con la presente investigación.

Aprendizaje Colaborativo

El aprendizaje colaborativo en el contexto de la enseñanza de matemáticas ha ganado relevancia frente al enfoque tradicional centrado en la transmisión de conocimientos. Este enfoque promueve la interacción entre los estudiantes, quienes aprenden a manejar conflictos con tolerancia y construyen conocimiento de forma conjunta, según señalan Giler-Medina y Medina-Gorozabe (2023) con base en varios autores (Godino y Linares, 2000; Munayco, 2020; Zamora, 2020; Vaillant y Manso, 2019; Vargas et al., 2020). Además, defienden que el aprendizaje colaborativo también fomenta el apoyo mutuo durante el proceso de aprendizaje, evitando la soledad y el abandono académico.

Se podría afirmar que el aprendizaje colaborativo en matemáticas es una estrategia educativa que enfatiza la interacción entre los estudiantes para construir conocimiento matemático de forma conjunta. Se basa en actividades y proyectos que requieren resolver problemas matemáticos, explorar conceptos y aplicar habilidades en contextos reales o simulados. El objetivo es que los estudiantes no solo adquieran conocimientos matemáticos, sino también desarrollen habilidades sociales como la comunicación efectiva y el trabajo en equipo.

Contextualización del Aprendizaje

El aprendizaje contextualizado en matemáticas se fundamenta en la idea de que los estudiantes asimilan mejor los conceptos matemáticos cuando se presentan en situaciones que les resultan significativas y relevantes. Según Acosta y Barrios (2023, p. 105-109), este enfoque reconoce que el aprendizaje no es un proceso aislado, sino que está influido por el entorno y las experiencias de los estudiantes. Además, al referirse a Parga y Piñeros (2018) y a Vera (2021), Acosta y Barrios sugieren que este enfoque promueve la reflexión sobre la realidad social y ambiental, permitiendo a los estudiantes descubrir, compartir, discutir y reconstruir nuevos significados, lo que enriquece su aprendizaje.

La importancia de la contextualización en el aprendizaje de las matemáticas radica en su capacidad para hacer que los conceptos matemáticos sean más comprensibles y significativos para los estudiantes. Al conectar los conceptos matemáticos con situaciones del

mundo real, los estudiantes pueden ver la relevancia y la utilidad de lo que están aprendiendo. Esto no solo les ayuda a comprender mejor los conceptos, sino que también les motiva a aprender y les permite aplicar los conceptos matemáticos en su vida diaria.

Material Didáctico Manipulativo

Los materiales didácticos son recursos diseñados con una intencionalidad educativa específica para enseñar un contenido determinado. Estos materiales son parte de una propuesta educativa más amplia y no pueden entenderse como elementos aislados. Por otro lado, los recursos son materiales que no han sido diseñados específicamente para la enseñanza y no intervienen directamente en los métodos de estudio, como la pizarra, las tizas y los cuadernos. Los materiales didácticos, en cambio, están diseñados con propósitos educativos específicos y pueden tener diversas formas, como ábacos, regletas, calculadoras, entre otros, y se utilizan como apoyo en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Maldonado-Pincay y Bucaran-Intriago, 2022, p. 1958).

Los manipulativos son objetos físicos que los estudiantes pueden usar para explorar conceptos matemáticos, ayudan a los estudiantes a visualizar y entender conceptos abstractos de matemáticas y geometría de manera concreta. Esta estrategia es particularmente valiosa en los niveles educativos donde los estudiantes están comenzando a formar su base matemática, ya que facilita una comprensión más profunda y duradera.

Estos materiales permiten a los estudiantes explorar conceptos geométricos de manera táctil y visual, facilitando la comprensión de propiedades como la forma, el tamaño, la simetría y la relación espacial. Campos Puente (2020, p. 34), divide a estos materiales en dos grupos: *por objetivos* y *por la naturaleza del material*.

Clasificación por objetivos

- Materiales para descubrir conceptos: Sirven como un medio para que los estudiantes exploren y adquieran conocimientos por sí mismos. La interacción directa con estos objetos facilita el descubrimiento de nuevos conceptos y principios geométricos.
- Para resolver problemas: Actúan como herramientas prácticas en la resolución de problemas geométricos. Al enfrentarse a un desafío específico, los alumnos pueden emplear estos objetos concretos para encontrar soluciones, aplicando así sus conocimientos de manera tangible.
- Para demostraciones y comprobaciones: Adicionalmente, los materiales manipulativos se pueden utilizar para demostrar teoremas geométricos y verificar razonamientos lógicos. Estos

recursos ofrecen una forma tangible de comprobar y reforzar conceptos teóricos, haciéndolos más accesibles y comprensibles para los estudiantes.

Clasificación por la naturaleza del material

- Material no estructurado: Los materiales no estructurados se refieren a objetos comunes que no están específicamente diseñados con fines educativos, pero que pueden ser utilizados para enseñar. Estos pueden incluir juguetes que fomenten el pensamiento lógico, como bloques de construcción, o elementos cotidianos del hogar que presenten formas geométricas específicas. Entre los más comunes se encuentran artículos como papel, palillos, pajitas, cajas, cartones de rollos de papel y ciertos juguetes como mecanos. Estos materiales ofrecen a los estudiantes la oportunidad de explorar conceptos geométricos de manera informal y creativa, permitiéndoles establecer conexiones con su entorno cotidiano.
- Material estructurado: Por otro lado, los materiales estructurados son aquellos diseñados específicamente para el aprendizaje de conceptos geométricos concretos. Estos materiales son versátiles y suelen ser adecuados para una amplia gama de edades. Permiten abordar distintos conceptos desde varias perspectivas, utilizando diferentes recursos. Ejemplos de materiales estructurados incluyen el geoplano o los sólidos geométricos de madera. La ventaja de estos materiales radica en su capacidad para proporcionar un aprendizaje enfocado y estructurado, permitiendo a los estudiantes explorar y comprender conceptos geométricos específicos de forma más dirigida.

Tabla 1. Clasificación del material concreto y manipulativo para Geometría

Clasificación por objetivos		Clasificación por la naturaleza del material	
Para descubrir conceptos	Sólidos de Madera Tangram Cubos Multilink	Estructurado	Regletas Sólidos de Madera Tangram Cubos Multilink
Para resolver problemas	Mecano Regletas		Papel
Para demostraciones y comprobaciones	Sólidos de Madera Papel y Cartulina Geoplano	No estructurado	Cajas de cartón Palillos Lápices

Nota: Se ha unificado la tabla 4.1.1 y 4.1.2 de la página 35 y 36 respectivamente de la obra de Campos Puente, D. (2020). *Materiales manipulativos y resolución de problemas en geometría para educación secundaria*.

1.4. Método Singapur

El método Singapur, descrito por Juárez y Aguilar (2018, p. 78), se presenta como una metodología de enseñanza de la matemática desarrollada en Singapur a lo largo de más de tres décadas y adoptada por países como Estados Unidos, España, Colombia y Chile. Este

enfoque, es destacado por su eficacia en resultados académicos en evaluaciones internacionales como la prueba PISA. Según Rodríguez (2011), citado por Juárez y Aguilar, el método se centra en la resolución de problemas y busca fomentar el desarrollo de procesos, habilidades y actitudes esenciales para el pensamiento matemático.

En el trabajo de Rivera y Ahumada (2019, p. 54-55) se exhibe que el marco matemático del currículo de Singapur, se compone de cinco elementos clave: conceptos, habilidades, procesos, metacognición y actitudes, todos ellos enfocados en la resolución de problemas matemáticos. Según Gutiérrez (2010), citado por Rivera y Ahumada, el método Singapur se fundamenta en tres conceptos clave. El primero es el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), que aboga por una evolución del aprendizaje matemático de lo concreto a lo abstracto. El segundo es el currículo en espiral, que introduce contenidos de manera gradual acorde a la madurez cognitiva del estudiante. Por último, la variación sistémica, que propone diversas formas para abordar la solución de problemas matemáticos.

1.4.1. Enfoque CPA (Concreto, Pictórico, Abstracto)

El Método Singapur se basa en las teorías propuestas por Jerome Bruner, Zoltan Dienes y Richard Skemp, adoptando el enfoque CPA (Concreto, Pictórico, Abstracto). Como señala Hilaquita (2018, p. 6) y lo reitera Zapatera (2020, p. 266), este método propone que el aprendizaje matemático debe evolucionar gradualmente desde una fase concreta, pasando por una etapa pictórica, hasta alcanzar un nivel de abstracción.

- En la Fase Concreta, los alumnos comienzan empleando materiales tangibles y familiares, como bloques, fichas, cubos, pelotas y otros objetos cotidianos que resulten estimulantes para ellos.
- Durante la Fase Pictórica, se fomenta que el estudiante elabore representaciones gráficas que ilustren las relaciones numéricas o los procesos matemáticos en juego, utilizando imágenes y dibujos para facilitar la resolución de problemas.
- La Fase Abstracta implica la transición hacia el empleo de algoritmos y fórmulas más complejas de la matemática, donde los estudiantes consolidan su comprensión del concepto mediante el uso de símbolos y signos matemáticos.

Hilaquita (2018, p. 7) destaca que los educadores enfrentan el reto de comprender profundamente los conceptos fundamentales en cada actividad matemática. El proceso educativo no se limita a enseñar operaciones básicas como la suma o la división, sino que implica proporcionar a los estudiantes las herramientas necesarias para asimilar las ideas esenciales de las matemáticas y aplicarlas a situaciones de la vida cotidiana.

1.4.2. Currículo en Espiral

Zapatera (2020, p 266) explica que el currículo en espiral aborda los conceptos en múltiples niveles, ajustándose a las capacidades de los estudiantes. Este enfoque implica la introducción y el trabajo repetido con un concepto a lo largo del mismo año y en años sucesivos, incrementando progresivamente su complejidad y nivel de abstracción. El currículo en espiral facilita el fortalecimiento de conocimientos previos, que sirven de base para nuevos aprendizajes, respetando la jerarquía y las interrelaciones entre los contenidos. La 2 muestra un ejemplo de cómo se aplica este enfoque a temas de Geometría en el currículo ecuatoriano del Subnivel Básica Media.

Tabla 2. *Carácter “espiral” de algunas Destrezas con Criterio de Desempeño del bloque de Geometría del Subnivel Básica Media*

DCD	5°	6°	7°
M.3.2.3. Identificar paralelogramos y trapecios a partir del análisis de sus características y propiedades.	X		
M.3.2.4. Calcular el perímetro; deducir y calcular el área de paralelogramos y trapecios en la resolución de problemas.	X	X	
M.3.2.9. Calcular, en la resolución de problemas, el perímetro y área de polígonos regulares, aplicando la fórmula correspondiente.		X	X
M.3.2.15. Reconocer el metro cuadrado como unidad de medida de superficie, los submúltiplos y múltiplos, y realizar conversiones en la resolución de problemas.	X	X	X
M.3.2.17. Reconocer el metro cúbico como unidad de medida de volumen, los submúltiplos y múltiplos; relacionar medidas de volumen y capacidad; y realizar conversiones en la resolución de problemas.	X	X	X

En el currículo en espiral, los conceptos matemáticos se introducen en un nivel básico y luego se expanden y profundizan en años posteriores. Esta repetición planificada y progresiva asegura que los estudiantes consoliden su aprendizaje y entiendan plenamente los conceptos antes de pasar a aplicaciones más complejas.

1.4.3. Variación Sistemática

El enfoque curricular del Método Singapur se distingue por su variación sistémica, que implica ofrecer múltiples enfoques para el aprendizaje de un concepto matemático. Esta metodología busca alejarse de la simple memorización de fórmulas y procedimientos, favoreciendo en cambio un aprendizaje basado en la práctica continua. Esto permite que el estudiante seleccione el método que le resulte más conveniente y efectivo para encontrar la solución a un problema (Rambao y Lara, 2019, p. 42).

Por ejemplo, en la enseñanza del cálculo de perímetros en la educación primaria, la variación sistémica podría implicar la presentación de diferentes estrategias de resolución. Los

estudiantes podrían primero medir el perímetro de objetos físicos en el aula, luego representar esas formas en papel y calcular su perímetro con medidas dadas, y finalmente resolver problemas en los que deben deducir medidas faltantes para calcular el perímetro. Esta progresión desde lo concreto a lo abstracto no solo fortalece la comprensión del concepto, sino que también fomenta habilidades de pensamiento crítico y adaptabilidad en la resolución de problemas.

En resumen, el Método Singapur representa una metodología de enseñanza de la matemática profundamente reflexiva y eficaz, destacándose por su enfoque integrado que incluye el currículo en espiral y la variación sistémica. Estos principios fundamentales no solo facilitan una comprensión conceptual más profunda y un aprendizaje duradero, sino que también fomentan habilidades esenciales en la resolución de problemas y el pensamiento crítico. A medida que el mundo educativo continúa evolucionando y enfrentándose a nuevos desafíos, el Método Singapur ofrece un modelo pedagógico adaptable y probado, con el potencial de transformar la enseñanza de la matemática. Su implementación exitosa en diversas regiones del mundo resalta su flexibilidad y relevancia, y lo establece como un pilar ejemplar en la búsqueda de una educación matemática que es tanto rigurosa como accesible para todos los estudiantes.

1.5. Recurso Didáctico Ancestral: Petroglifos de Catazho

La Real Academia Española (2023) define la palabra "ancestral" como "perteneciente o relativo a los antepasados". Esta noción nos remite a una conexión profunda con el pasado, aludiendo a prácticas, tradiciones y saberes que se han transmitido de generación en generación. En este contexto, es esencial considerar cómo la ancestralidad se manifiesta en diversos ámbitos de la vida cotidiana y cómo influye en la percepción y valoración de las tradiciones y conocimientos transmitidos a lo largo del tiempo.

Teniendo en cuenta la relevancia de la ancestralidad y cómo esta se manifiesta en nuestras tradiciones y prácticas, es pertinente adentrarse en cómo estos legados pueden influir en el ámbito educativo, específicamente en la utilización de recursos didácticos. Estos materiales, influenciados por el saber ancestral, no solo tienen el potencial de reforzar la transmisión de conocimientos propios de cada cultura, sino que también pueden enriquecer y diversificar el proceso de enseñanza-aprendizaje, como indican diversos estudios en el área.

Ordoñez Pardo et al. (2020) en su investigación en la que cita a De la Rosa sostiene que:

Por su parte, De la Rosa, et al. (2019), consideran que los recursos didactas se constituyen en el mejor aliado del proceso enseñanza aprendizaje, porque no solo permite al docente apoyarse al momento de ilustrar ciertas actividades que pueden

ser hasta cierto punto complejas, sino que también al estudiante le facilita su comprensión de lo que observa; argumentan que los materiales de apoyo son capaces de estimular los sentidos, en consecuencia despiertan el interés por lo que hacen lo que les consiente apropiarse del nuevo conocimiento. (p. 50-51)

Niño y Fernández (2019) además, argumentan que los materiales educativos actúan como intermediarios entre el objeto de conocimiento y las estrategias cognitivas adoptadas por los docentes. Estos recursos no solo potencian la manifestación de diversos estilos de aprendizaje, sino que también establecen conexiones entre disciplinas variadas, desencadenando en los estudiantes habilidades como creatividad, observación, clasificación e interacción, además de reforzar o complementar saberes previamente adquiridos. Es crucial mencionar la importancia de seleccionar materiales adecuados para garantizar un aprendizaje óptimo y significativo.

Al tener en cuenta la definición de "ancestral" y su profunda conexión con prácticas y conocimientos transmitidos de generación en generación, junto con la relevancia destacada de los recursos didácticos en el proceso enseñanza y aprendizaje, se puede definir un "recurso didáctico ancestral" como aquel material o herramienta educativa que se fundamenta en saberes, tradiciones y prácticas antiguas, transmitidas a lo largo del tiempo, y que busca enriquecer la educación contemporánea al conectar a los estudiantes con las raíces y la esencia de su cultura, potenciando su comprensión y valoración del conocimiento tradicional.

1.5.1. Petroglifos de Catazho

Los petroglifos, como arte rupestre, representan uno de los vestigios más fascinantes para la investigación de civilizaciones antiguas. Constituye una manifestación patrimonial delicada y susceptible a daños, la cual puede deteriorarse debido al turismo masivo y actos vandálicos (Dowson, 2006). En la región del Ecuador, particularmente en la parroquia Indanza, cantón Limón Indanza, provincia Morona Santiago, se halla una colección singular de estas expresiones artísticas: los Petroglifos de Catazho.

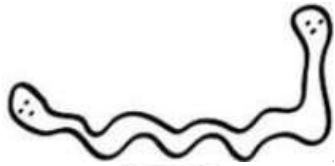
Las investigaciones realizadas por Ugalde (2012, p. 288) indican que la distribución de los petroglifos en la comunidad de San José (población perteneciente a la parroquia Indanza) se alinea con la cuenca fluvial del río Catazho, extendiéndose sobre un área de 7,42 kilómetros cuadrados. Ugalde (2012, p. 285) sostiene, además, que los Petroglifos de Catazho no constituyen un hallazgo arqueológico en el sentido convencional, ya que no se encuentran sepultados ni han estado resguardados de la vista pública. Durante décadas, han permanecido visibles para los residentes y transeúntes de esta zona. Para la población local

de la comunidad de San José, estos petroglifos son un elemento intrínseco y familiar de su entorno diario.

Los petroglifos se hallan en áreas de topografía mayormente llana y en proximidades a cursos fluviales de la región. Según la distribución documentada en la investigación de Ugalde (2012, p. 289), el número de petroglifos por piedra fluctúa entre 1 y 43, sumando un total de 887 petroglifos repartidos en 123 rocas.

Mosquera (2014, p. 36) proporciona una clasificación detallada de los Petroglifos de Catazho basada en su análisis icónico, categorizando estos elementos de acuerdo a los criterios establecidos en su estudio, como se presenta a continuación:

Tabla 3. Categorización de los Petroglifos de Catazho

Categoría	Cantidad de petroglifos	Ejemplo
Geométricos	306	
Extremidades	13	
Composiciones	31	
Abstractos	113	
Líneas serpentiformes	36	
Cuerpos serpentiformes	51	
Cuerpos pequeños	216	
Cuerpos grandes	121	

Nota: Tabla elaborada con base en la información expuesta en *Análisis icónico de los petroglifos de Catazho – (Morona Santiago)* (p. 34-60), por A. A. Mosquera, 2014.

A pesar de la innegable importancia de los Petroglifos de Catazho como recurso cultural y artístico, es notorio que la investigación científica en torno a ellos es insuficiente. Este déficit

se refleja en la escasez de estudios especializados que profundicen en el significado, el contexto y la función de estos grabados en la cultura de las civilizaciones antiguas de la región. Además, su potencial como recurso didáctico aún no ha sido explorado ni integrado en programas educativos que podrían beneficiarse de su riqueza histórica y cultural. Este vacío representa una oportunidad significativa para futuras investigaciones interdisciplinarias que no solo amplíen nuestro conocimiento sobre los petroglifos, sino que también contribuyan a su preservación y difusión como herramienta educativa enriquecedora.

1.6. Secuencia Didáctica

Las secuencias didácticas representan una herramienta fundamental en manos de los educadores, orientada a alcanzar los objetivos educativos establecidos, especialmente en el contexto de reformas educativas. Según Ávila-Camacho et al. (2019, p.123), estas secuencias consisten en una serie de actividades cuidadosamente organizadas y centradas en el aprendizaje, diseñadas para facilitar que los estudiantes conecten su conocimiento con problemas prácticos reales. Además, como señalan Brousseau (2007) y Cerón Garnica et al. (2015), citados por Ávila-Camacho (2019), estas secuencias promueven la movilización de saberes, un proceso clave para el desarrollo y la mejora de competencias en los alumnos, por lo tanto, la implementación efectiva de secuencias didácticas, no solo apunta a la adquisición de conocimientos específicos, sino también a la habilidad de aplicar estos conocimientos de manera competente y significativa.

Morales Hernández (2020) enfatiza el papel de la secuencia didáctica como componente central en el diseño de actividades educativas y la recopilación de información. La secuencia didáctica se considera una herramienta imprescindible en el proceso de construcción de conocimientos con los estudiantes, ya que actúa como una unidad de análisis efectiva para cuestionar, indagar, reflexionar, transformar y reevaluar la práctica docente. Además, un aspecto destacable de la secuencia didáctica es su capacidad para organizar los contenidos de manera consecutiva y secuencial, con propósitos claros y bien definidos, siguiendo una ruta de acción cuidadosamente planeada y establecida.

Díaz Barriga (2013) estructura la secuencia didáctica en tres fases: actividades de inicio, actividades de desarrollo y actividades de cierre. Cada una de estas etapas cumple una función específica en el proceso de enseñanza-aprendizaje, desde la introducción y motivación inicial hasta el desarrollo profundo de los contenidos y la consolidación final del aprendizaje. Esta estructuración facilita una comprensión más clara y organizada de los temas, permitiendo a los docentes diseñar e implementar estrategias pedagógicas que sean coherentes, efectivas y alineadas con los objetivos educativos establecidos.

1.6.1. Actividades de Inicio

En el ámbito educativo, las actividades de inicio son cruciales para establecer un entorno de aprendizaje estimulante y atractivo. Según Díaz (2013, p. 6), estas actividades sirven para involucrar activamente a los estudiantes desde el comienzo, ya sea a través de problemas basados en situaciones reales o mediante discusiones grupales sobre preguntas significativas. Al pedir a los estudiantes que trabajen con estos elementos, se les anima a traer a la clase sus conocimientos previos y experiencias cotidianas. Esto enriquece el proceso de aprendizaje, alentando a los estudiantes a reflexionar y a conectar de manera activa con el material de estudio.

Además, Flórez (2023) enfatiza la importancia de las actividades de motivación para crear un vínculo entre los estudiantes y el docente al comienzo de cada sesión. Estas actividades no solo ayudan a establecer una conexión personal, sino que también introducen los contenidos de una forma creativa y participativa. Flórez sugiere utilizar métodos interactivos, como la creación de una galería de arte, para desviarse de los métodos tradicionales y fomentar una mayor implicación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje.

1.6.2. Actividades de Desarrollo

Las actividades de desarrollo, según Díaz (2013, p. 9), desempeñan un papel fundamental al facilitar la interacción de los estudiantes con información nueva. Esta interacción es crucial, ya que permite a los alumnos integrar conocimientos previos, tanto académicos como cotidianos, con nuevos datos, logrando así una comprensión más profunda y contextualizada. La efectividad de estas actividades radica en su capacidad para conectar información previa con nuevos conceptos, utilizando un contexto relevante que haga la información actual y significativa. Las fuentes de esta nueva información son diversas, abarcando desde exposiciones del docente hasta recursos tecnológicos como aplicaciones y plataformas en línea, que enriquecen y diversifican la experiencia de aprendizaje.

Además, es esencial que las actividades de desarrollo trasciendan los ejercicios rutinarios y se orienten hacia tareas más significativas y motivacionales. Estas actividades deben centrarse en la aplicación práctica del conocimiento en situaciones problemáticas, las cuales pueden ser tanto reales como simuladas por el docente. Esta aproximación no solo estimula el aprendizaje activo, sino que también puede integrarse en evaluaciones formativas y sumativas, actuando como evidencias de aprendizaje en un portafolio o en el contexto de proyectos o casos prácticos.

1.6.3. Actividades de Cierre

Las actividades de cierre, según Díaz (2013, p. 11), son fundamentales para consolidar y sintetizar el aprendizaje adquirido a lo largo de la secuencia didáctica. Estas actividades permiten a los estudiantes integrar la información nueva con su conocimiento previo, lo que facilita una reorganización más profunda de su estructura conceptual y pensamiento. Incluyen tareas como reconstruir información a partir de preguntas dirigidas o resolver situaciones desafiantes, pudiendo ser realizadas individualmente o en grupos para fomentar la comunicación y el diálogo. Además, no están limitadas al entorno del aula, sino que pueden formar parte de actividades previas o posteriores a la clase, como exposiciones o representaciones, enriqueciendo así el proceso de aprendizaje.

Estas actividades de cierre también juegan un papel crucial en la evaluación, tanto formativa como sumativa, permitiendo a los docentes y estudiantes evaluar el proceso de aprendizaje y obtener evidencias significativas de este. Proporcionan información valiosa sobre los avances y dificultades de los estudiantes, ayudando a identificar áreas de mejora y fortalezas. Asimismo, pueden ser integradas en un portafolio de evidencias, lo que contribuye a una evaluación continua y reflexiva del aprendizaje. Este enfoque permite no solo valorar el progreso académico, sino también incentivar la participación activa de los estudiantes en su propio proceso educativo.

1.7. Rendimiento Académico

En su artículo de 2020 (p. 91-93), Grasso Imig describe el rendimiento académico como un concepto complejo y multidimensional que resulta difícil de definir de manera estricta. Lo concibe como un constructo que abarca diversos factores contextuales, educativos, institucionales, sociales y económicos, y que no puede reducirse a un solo aspecto. Si bien la definición más común se relaciona con las calificaciones obtenidas en el ámbito académico, también se vincula con el nivel de conocimientos demostrado en un área específica en comparación con la norma de edad y nivel académico, así como con el logro de objetivos y la internalización de contenidos a lo largo de la etapa académica.

Tacilla Cardenas et al. (2020, p. 54) destacan la preocupación actual por el rendimiento académico, el cual se suele medir simplemente por las notas obtenidas, sin considerar la interacción didáctica. Basándose en Colonio (2017), señalan que el bajo rendimiento puede deberse a varios factores, como una metodología de enseñanza deficiente, falta de planificación en los trabajos de investigación, problemas personales y familiares del estudiante. Asimismo, citando a Navarro (2003), atribuyen la recurrencia del bajo rendimiento a programas de estudio tradicionales, aulas masificadas, falta de recursos institucionales y la actitud pasiva de los padres. Finalmente citan a Estrada (2018), mencionando que la

pedagogía tradicional y la falta de motivación de los docentes también influyen negativamente, generando apatía y desmotivación en los estudiantes. Esta falta de motivación, junto con problemas personales y la ausencia de métodos adecuados, puede llevar a resultados académicos insatisfactorios.

Martínez Vicente et al. (2023, p. 145) también señalan que el rendimiento académico es una de las dimensiones más relevantes en los procesos educativos, siendo un fenómeno complejo influenciado por múltiples variables que dificultan su definición precisa. Este término ha sido denominado de diversas formas, como rendimiento escolar o aptitud escolar, si bien en la práctica educativa estas diferencias son más semánticas que sustanciales. La preocupación por comprender el rendimiento académico ha generado interés en varios ámbitos, impulsando diversas investigaciones que buscan entender su complejidad tanto en el contexto escolar como fuera de él.

Con lo expuesto hasta este momento, el rendimiento académico en la enseñanza de la matemática y la geometría, desde un enfoque constructivista, se puede definir como el resultado complejo y multidimensional de la interacción entre diversos factores contextuales, educativos, institucionales, sociales y económicos que influyen en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Va más allá de las simples calificaciones obtenidas, abarcando el nivel de conocimientos demostrado en comparación con estándares establecidos, así como el logro de objetivos y la internalización de contenidos a lo largo del tiempo. En este enfoque, se considera fundamental la interacción didáctica y pedagógica, la calidad de la metodología de enseñanza, la planificación de actividades, la motivación de los estudiantes y docentes, así como el entorno familiar y social, todos elementos que influyen significativamente en el rendimiento académico y en la construcción del conocimiento matemático y geométrico de manera significativa y duradera.

1.8. Motivación del Estudiante

La investigación de Nieto-Márquez et al. (2021, p. 51) destaca que la motivación desempeña un papel crucial en el aprendizaje y el rendimiento académico, ya que influye en la predisposición a estudiar, aprender, realizar tareas y persistir en ellas para alcanzar objetivos específicos. Se basa en teorías como la de la orientación al logro, que define las metas como componentes que incluyen creencias motivacionales, habilidades y atribuciones, que guían el comportamiento del estudiante. Esta teoría distingue entre diferentes tipos de metas a las que los estudiantes pueden dirigirse, lo que influye en su reacción al éxito o al fracaso, así como en su desempeño y en la forma en que explican los resultados obtenidos en las tareas académicas.

Ramírez-Ramírez y Olmos-Castillo (2020, p. 55-56) subrayan la importancia de la motivación en el aprendizaje, como un impulso interno que estimula la acción y el interés por adquirir conocimientos nuevos. Señalan que este proceso, considerado endógeno, es fundamental para mantener una conducta persistente hasta alcanzar las metas deseadas. Afirman que las teorías de Maslow, Herzberg y Alderfer, son cruciales para comprender la motivación. Maslow propone una jerarquía de necesidades humanas, desde las más básicas hasta las de autorrealización. Herzberg distingue entre factores higiénicos e intrínsecos que influyen en la satisfacción laboral. Alderfer, en su teoría, clasifica las necesidades en existencia, relaciones y crecimiento. Finalmente, destacan que la motivación puede ser intrínseca o extrínseca, siendo la primera más duradera. Para fomentarla en el aprendizaje, se resaltan aspectos como el interés en el tema, el aprendizaje cooperativo, el sentimiento de competencia y la autonomía en el logro, que pueden fortalecerse con la intervención del profesor y la interacción en el curso.

Vásquez-Toledo et al. (2021, p.118) destacan que la motivación desempeña un papel decisivo en el proceso de aprendizaje y rendimiento académico, especialmente durante la adolescencia, donde puede disminuir debido a varios factores como la complejidad de las materias y los cambios en el entorno. Esta disminución en la motivación contribuye significativamente a la variabilidad en el rendimiento escolar que no puede ser explicada por la capacidad intelectual. Dado que la motivación puede ser influenciada por factores circunstanciales, es fundamental que los profesores consideren su fomento como un objetivo clave para mejorar el rendimiento estudiantil, junto con la transmisión de conocimientos.

La motivación en el aprendizaje de matemática y geometría desde un enfoque constructivista se puede definir como el impulso interno que lleva al estudiante a estudiar, aprender y perseverar en tareas específicas para alcanzar objetivos académicos. Esta motivación se basa en teorías como la orientación al logro, que considera las metas como elementos que guían el comportamiento del estudiante y afectan su reacción ante el éxito o fracaso. Se destaca su relación directa con el rendimiento académico, ya que influye en la disposición a estudiar y aprender, siendo esencial para mantener una conducta persistente hasta lograr las metas deseadas. Para mejorar el rendimiento en estas áreas, es crucial que los profesores fomenten la motivación intrínseca de los estudiantes, promoviendo el interés en el tema, el aprendizaje cooperativo, el sentimiento de competencia y la autonomía en el logro mediante la interacción en el curso y la aplicación de estrategias pedagógicas efectivas.

Capítulo II: Propuesta Didáctica

La Propuesta Didáctica que se plantea en este documento abarca dos componentes fundamentales: el diseño y la intervención. La primera parte se enfoca en el desarrollo de material didáctico innovador y una guía didáctica detallada que oriente sobre cómo utilizar eficazmente estos recursos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría. Este diseño está pensado para incorporar de manera integral los principios del Método Singapur y los petroglifos de Catazho, para crear una experiencia educativa que sea tanto relevante como estimulante para los estudiantes.

La segunda parte de la propuesta se centra en la intervención directa en el aula, donde estos materiales y estrategias didácticas son implementados en clases prácticas con los estudiantes. La intervención tiene como objetivo no solo facilitar el aprendizaje de conceptos geométricos fundamentales, sino también fomentar un entorno de aprendizaje dinámico que aumente la motivación y el interés de los estudiantes por los contenidos a estudiar. A través de esta propuesta didáctica, se busca establecer un marco pedagógico que sea efectivo, atractivo y contextualmente significativo para los estudiantes de la Escuela de Educación Básica Azuay, promoviendo así una comprensión más profunda y un aprecio duradero por la geometría.

2.1. Diseño

En esta fase se conceptualiza y crea el material didáctico, junto con una guía didáctica que orienta su uso efectivo en el aula. Este proceso de diseño integra los principios del Método Singapur y los petroglifos de Catazho, en recursos educativos que son tanto atractivos como pedagógicamente sólidos. El objetivo es producir herramientas que no solo mejoren la comprensión geométrica de los estudiantes, sino que también enriquezcan su experiencia de aprendizaje al conectar los conceptos matemáticos con su entorno y patrimonio cultural. Este enfoque holístico en el diseño busca fomentar un aprendizaje más interactivo, contextualizado y motivador, estableciendo así una base firme para la intervención didáctica posterior en el aula.

2.1.1. Material Didáctico Concreto

El proceso de creación del material didáctico concreto comenzó con una fase de diseño, para ello se utilizó Adobe Illustrator en los bocetos y diseños preliminares con base en las imágenes de los petroglifos de Catazho, dos ejemplos se observan en **Imagen 1** y en la **Imagen 2**. Esta etapa inicial fue fundamental para asegurar que cada pieza del material didáctico no solo fuera visualmente atractiva y precisa, sino también pedagógicamente adecuada para los objetivos de aprendizaje establecidos. Posteriormente, la mayoría de estos diseños fueron materializados mediante corte láser sobre MDF (fibras de densidad media) y

sintra (espuma de cloruro de polivinilo), técnica elegida por su precisión y capacidad para producir recursos de alta calidad y durabilidad.

Imagen 1. *Diseño de un octágono con un petroglifo de Catazho*

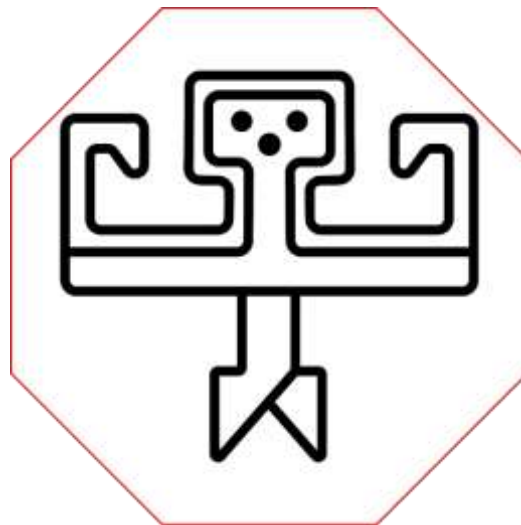
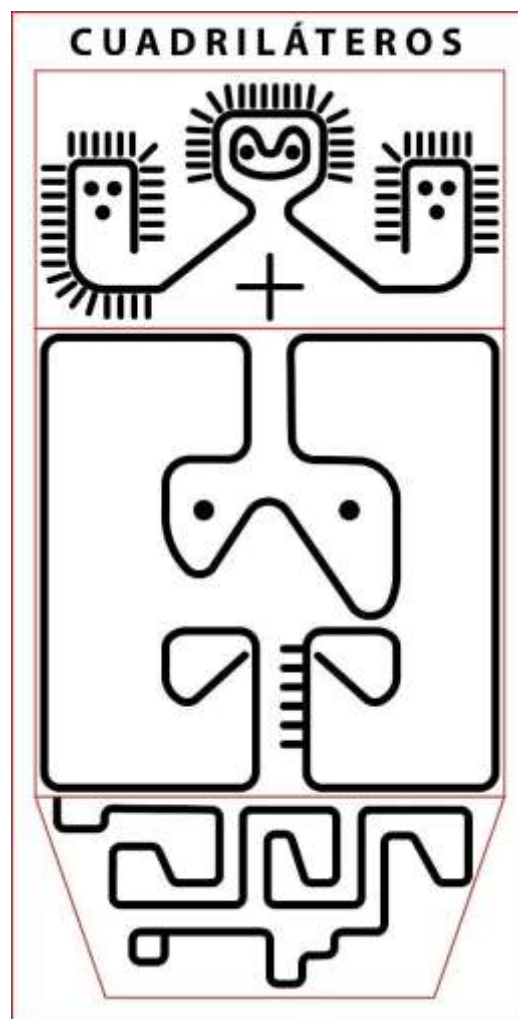


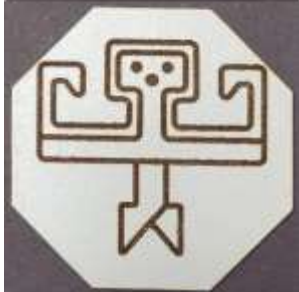
Imagen 2. *Diseño de un rompecabezas de cuadriláteros con petroglifos de Catazho*

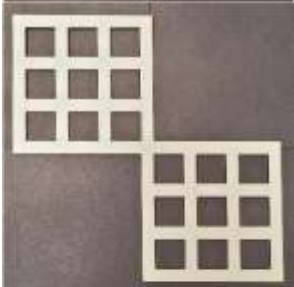


Se conformó un set completo de material didáctico, compuesto por diversas piezas diseñadas específicamente para facilitar el aprendizaje de conceptos geométricos esenciales. Además, se enriqueció este conjunto con material didáctico complementario, como una cinta métrica y una balanza, elementos seleccionados por su utilidad práctica en la enseñanza y aprendizaje de la geometría. La inclusión de estos recursos adicionales busca ofrecer a los estudiantes herramientas concretas para explorar y comprender las medidas y propiedades geométricas de manera más interactiva y significativa.

Tabla 4. Material didáctico concreto que contiene un set completo

Ítem	Cantidad	Material	Descripción	Imagen
1	2	MDF (fibras de densidad media)	Triángulo acutángulo con la figura de un petroglifo	
2	2	MDF	Triángulo rectángulo con la figura de un petroglifo	
3	2	MDF	Triángulo obtusángulo con la figura de un petroglifo	
4	2	MDF	Pentágono regular con la figura de un petroglifo	

5	2	MDF	Hexágono regular con la figura de un petroglifo	
6	2	MDF	Heptágono regular con la figura de un petroglifo	
7	2	MDF	Octágono regular con la figura de un petroglifo	
8	2	MDF	Dodecágono regular con la figura de un petroglifo	
9	2	MDF	Hexágono irregular con la figura de un petroglifo	
10	2	MDF	Heptágono irregular con la figura de un petroglifo	

11	2	MDF	Representación 1 de un petroglifo	
12	2	MDF	Representación 2 de un petroglifo	
13	2	MDF	Representación 3 de un petroglifo	
14	1	MDF y Sintra	Rompecabezas 1 de cuadriláteros con un petroglifo	
15	1	MDF y Sintra	Rompecabezas 2 de cuadriláteros con varios petroglifos	
16	1	MDF	Rompecabezas 3 de polígonos irregulares con la forma de un petroglifo	

17 1 MDF y Sintra Rompecabezas 4 de las partes de la circunferencia con varios petroglifos



18 1 Madera Cubo



19 1 Madera Prisma de base cuadrada



20 1 Madera Cilindro



21 1 Madera Pirámide de base cuadrada



22 1 Madera Cono



23	1	Madera	Esfera
24	1	Plástico Metal	Balanza
25	1	Plástico	Cinta métrica



La tabla anterior presentará un desglose detallado de cada elemento del set de material didáctico, incluyendo su descripción, el material utilizado en su fabricación y su respectiva imagen.

2.1.2. Guía Didáctica

La elaboración de la guía didáctica, fundamentada en el Método Singapur, representa un componente esencial en la implementación efectiva del material didáctico concreto previamente diseñado para el aprendizaje de la geometría. Esta guía está concebida como un recurso integral que oriente al docente en la utilización óptima de los materiales, promoviendo un enfoque de enseñanza que enfatiza la comprensión conceptual, el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

2.1.2.1. Estructura y Contenido de la Guía Didáctica

Portada: Es el primer punto de contacto visual y representa la identidad del material diseñado.

Introducción al Método Singapur: Una breve descripción del Método Singapur, resaltando sus principios fundamentales, tales como el enfoque CPA (Concreto, Pictórico y Abstracto), la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático.

Descripción de los Petroglifos de Catazho: Esta parte de la guía ofrece un trasfondo histórico y cultural sobre los petroglifos, destacando su significancia en el contexto local y su relevancia para la comunidad educativa de la Escuela de Educación Básica Azuay.

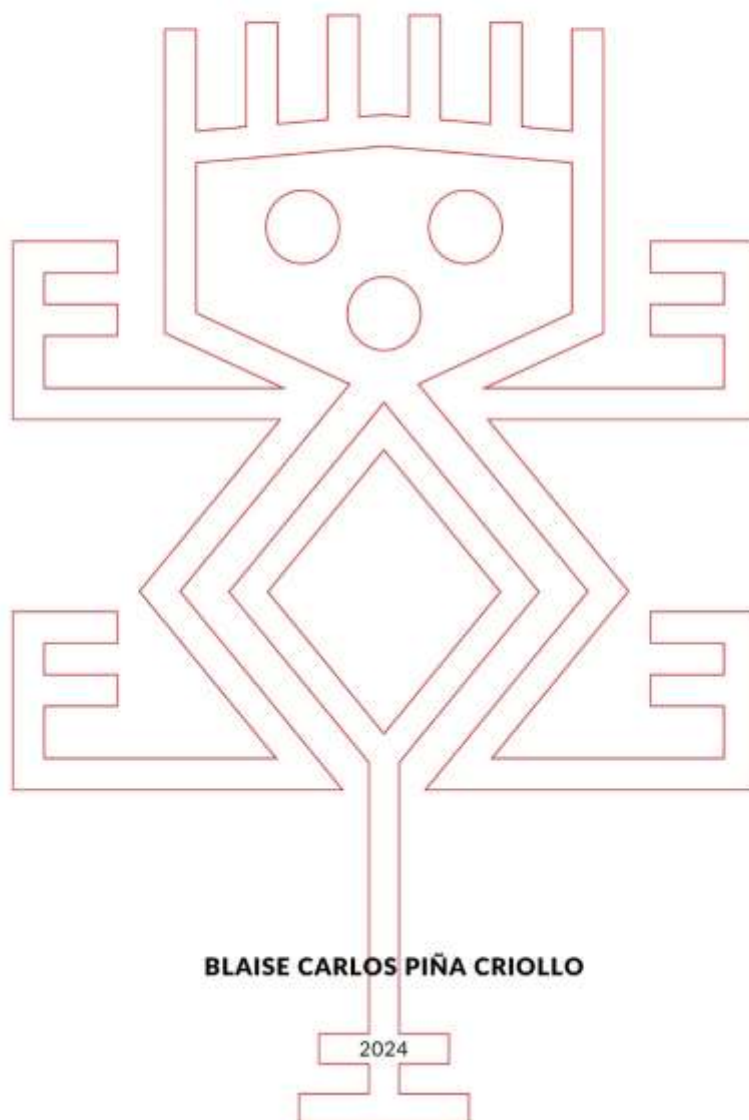
Material Didáctico: Tabla con la información del material didáctico concreto con el que se utiliza la guía, a más de recomendaciones para su cuidado y mantenimiento.

Contenidos de aprendizaje: Esta sección corresponde a los 10 temas de estudio propuestos. Cada uno de estos temas contiene:

- *Destrezas con Criterio de Desempeño:* Se listan las DCD que se trabajan en el tema.
- *Objetivo:* Se describe el objetivo que se pretende lograr al desarrollar el tema.
- *Fases Concreta, Pictórica y Abstracta:* Se aplica las fases del Método Singapur para la enseñanza del tema propuesto
- *Actividades y Ejercicios:* En cada fase se presentan actividades que pretenden que los contenidos sean asimilados por los estudiantes y a la vez permitan identificar su progreso.

A continuación, se presenta la guía didáctica completa:

**GUÍA DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DE LA
GEOMETRÍA DEL SUBNIVEL BÁSICA MEDIA
MEDIANTE LOS PETROGLIFOS DE CATAZHO Y
EL MÉTODO SINGAPUR**



BLAISE CARLOS PIÑA CRIOLLO

2024

Método Singapur

El Método Singapur es una metodología educativa desarrollada en Singapur que se ha destacado por su eficacia en la enseñanza de las matemáticas y ha sido adoptada por varios países. Se basa en un enfoque centrado en la resolución de problemas, buscando promover no solo la comprensión de conceptos matemáticos, sino también el desarrollo de habilidades, procesos y actitudes fundamentales para el pensamiento matemático.

Este método se distingue por su enfoque progresivo desde lo concreto hasta lo abstracto, su introducción gradual de contenidos a lo largo de varios años escolares y su variedad de enfoques para resolver problemas, lo que permite a los estudiantes desarrollar una comprensión profunda y flexible de las matemáticas. En conjunto, el Método Singapur no solo busca enseñar matemáticas, sino también fomentar habilidades de pensamiento crítico y creatividad, preparando a los estudiantes para enfrentar con confianza los desafíos académicos y profesionales en un mundo cada vez más exigente.

Enfoque cpa

El enfoque CPA, acrónimo de Concreto, Pictórico y Abstracto, es una metodología clave dentro del Método Singapur para enseñar matemáticas. Este enfoque propone una progresión natural en el aprendizaje, que va desde lo tangible y manipulable hasta lo simbólico y abstracto.

En primer lugar, se introduce el concepto utilizando materiales concretos, tangibles y manipulables, que permiten a los estudiantes experimentar y comprender el concepto de manera física.

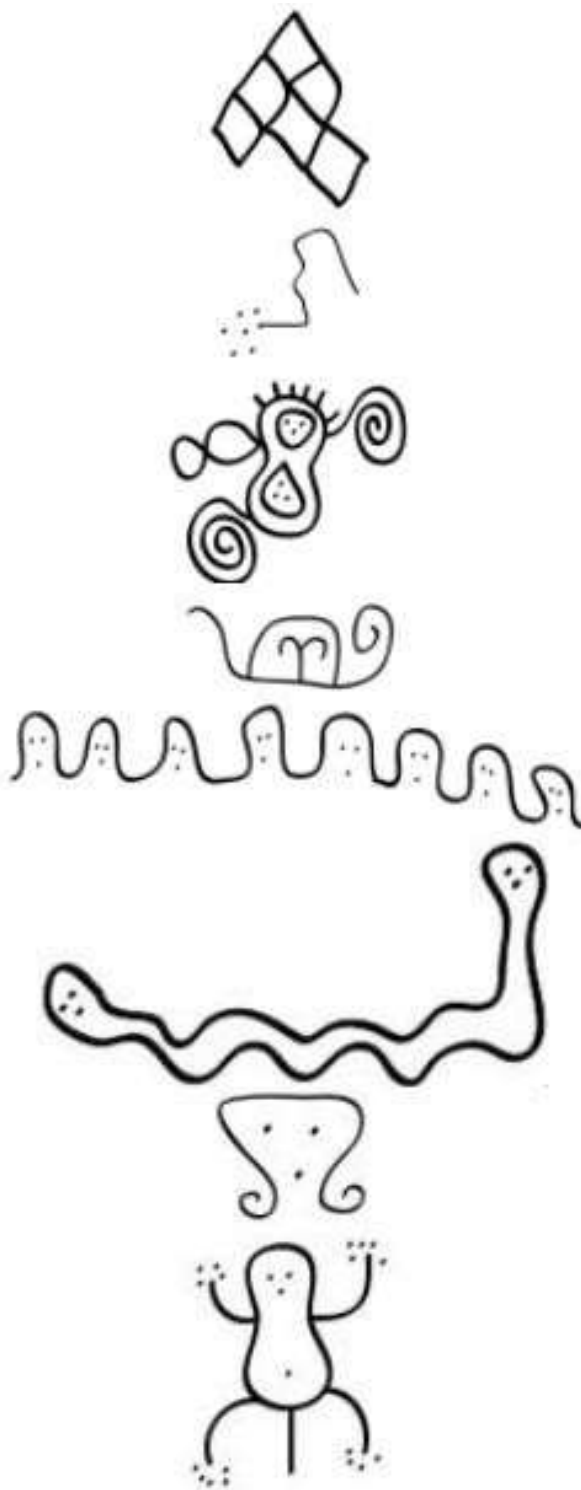
Posteriormente, se avanza hacia el nivel pictórico, donde los estudiantes representan visualmente los conceptos utilizando dibujos, diagramas o modelos gráficos. Esta etapa permite a los estudiantes asociar los conceptos matemáticos con imágenes y representaciones visuales, facilitando su comprensión y ayudándoles a visualizar y resolver problemas de manera más efectiva.

Finalmente, se llega al nivel abstracto, donde los conceptos se presentan de manera simbólica, utilizando símbolos y notaciones matemáticas convencionales. En esta etapa, los estudiantes aplican el conocimiento adquirido utilizando símbolos numéricos y algebraicos para resolver problemas matemáticos de manera abstracta.

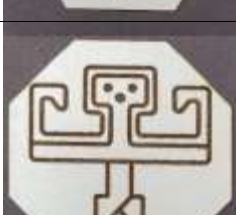
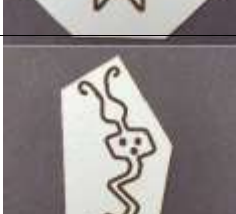
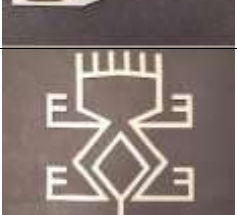
Petroglifos de catazho

En la región del Ecuador, específicamente en la parroquia Indanza, cantón Limón Indanza, provincia Morona Santiago, se encuentra una colección peculiar de expresiones artísticas conocida como los Petroglifos de Catazho. Estudios realizados indican que estos petroglifos se distribuyen en la comunidad de San José, siguiendo la cuenca fluvial del río Catazho y abarcando un área de 7,42 kilómetros cuadrados. Estos petroglifos no constituyen un descubrimiento arqueológico tradicional, ya que han permanecido a la vista del público durante décadas, formando parte del entorno cotidiano de los residentes locales.

Los petroglifos se encuentran principalmente en áreas de topografía llana y cerca de cursos de agua en la región. Según investigaciones, el número de petroglifos por piedra varía entre 1 y 43, sumando un total de 887 petroglifos distribuidos en 123 rocas.



MATERIAL DIDÁCTICO UTILIZADO EN ESTA GUÍA

Cantidad y descripción	Imagen	Cantidad y descripción	Imagen
2 triángulos acutángulos con la figura de un petroglifo		2 triángulos rectángulos con la figura de un petroglifo	
2 triángulos obtusángulos con la figura de un petroglifo		2 pentágonos regulares con la figura de un petroglifo	
2 hexágonos regulares con la figura de un petroglifo		2 heptágonos regulares con la figura de un petroglifo	
2 octágonos regulares con la figura de un petroglifo		2 dodecágonos regulares con la figura de un petroglifo	
2 hexágonos irregulares con la figura de un petroglifo		2 heptágonos irregulares con la figura de un petroglifo	
Una representación 1 de un petroglifo		Una representación 2 de un petroglifo	
Una representación 3 de un petroglifo		Un rompecabezas de cuadriláteros con un petroglifo	

Un rompecabezas de cuadriláteros con varios petroglifos		Un rompecabezas de polígonos irregulares con la forma de un petroglifo	
Un rompecabezas de las partes de la circunferencia con varios petroglifos		Un cubo	
Un prisma de base cuadrada		Un cilindro	
Una pirámide de base cuadrada		Un cono	
Una esfera		Una balanza	
Una cinta métrica			

1. Ángulos

DESTREZAS

M.3.2.20. Medir ángulos rectos, agudos y obtusos, con el graduador u otras estrategias, para dar solución a situaciones cotidianas.

M.3.2.21. Reconocer los ángulos como parte del sistema sexagesimal en la conversión de grados a minutos.

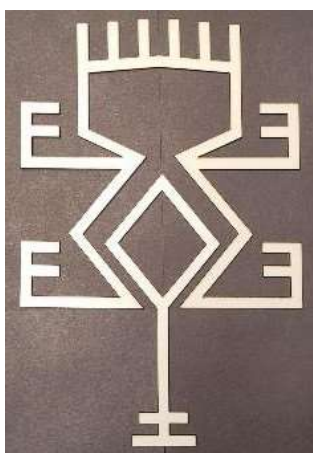
M.3.2.22. Convertir medidas decimales de ángulos a grados y minutos, en función de explicar situaciones cotidianas.

OBJETIVO

Desarrollar la habilidad de los estudiantes para medir y clasificar ángulos, comprender su representación en el sistema sexagesimal y aplicar conversiones entre diferentes unidades de medida de ángulos, con el fin de resolver situaciones cotidianas y mejorar su comprensión geométrica.

FASE CONCRETA

Observa y manipula la siguiente representación del petroglifo



Con las instrucciones de tu profesor vas a colocar el graduador sobre la figura del petroglifo y vas a medir la apertura que tienen las rectas que llegan a las esquinas.

ACTIVIDAD 1.1

a) El petroglifo está conformado de líneas rectas que al unirse forman esquinas, ¿cuántas líneas rectas y cuántas esquinas puedes contar?

b) En el siguiente espacio dibuja un petroglifo que conozcas y que tenga líneas rectas que se unan

Fase pictórica

En el petroglifo dibujado, se puede observar que algunas esquinas de él están coloreadas. Si tienen el mismo color, significa que esas esquinas son iguales, es decir, miden lo mismo.



ACTIVIDAD 1.2

Observa detenidamente las fotografías de los petroglifos que se encuentra en esta página.
Mide los ángulos que logres identificar en ellos y escribe su valor.
Colorea del mismo color los ángulos que midan lo mismo



Fase abstracta

Ahora que ya hemos trabajado identificando las esquinas de algunos petroglifos y midiéndolas, pasaremos a desarrollar y definir los conceptos matemáticos que están involucrados.

ÁNGULO

Un ángulo está formado por dos semirrectas que salen desde un mismo punto de origen. A las semirrectas se las conoce como lados y al punto de origen como vértice.



Existen algunas unidades de medidas para los ángulos, pero en este documento únicamente utilizaremos el grado sexagesimal, que se representa con $^{\circ}$.

Si tenemos un ángulo de 45 grados sexagesimales, escribiremos 45° que se lee de manera

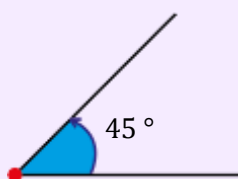
CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS SEGÚN SU MEDIDA

Según la medida del ángulo, estos se pueden clasificar en:

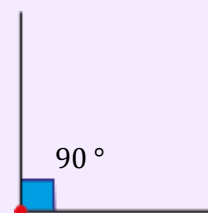
Ángulo *NULO*
Mide 0°



Ángulo *AGUDO*
Mide menos de 90°



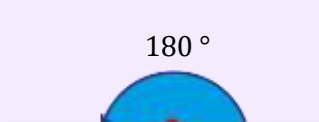
Ángulo *RECTO*
Mide 90°



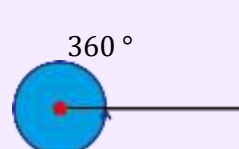
Ángulo *OBTUSO*
Mide más 90°



Ángulo *LLANO*
Mide 180°



Ángulo *COMPLETO*
Mide 360°



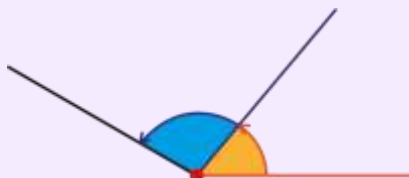
Los ángulos se miden en forma antihoraria, es decir, en contra del movimiento de las agujas del reloj. Para indicar esto, se ha utilizado una saeta (punta de flecha) en los ángulos que

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN

Según la posición del ángulo, estos se pueden clasificar en:

Ángulos CONSECUTIVOS

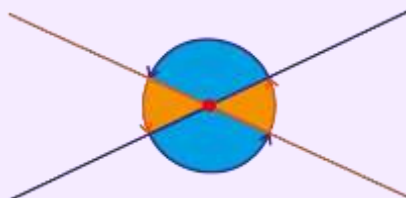
Son ángulos unidos por el vértice y que tienen un lado en común

*Ángulos ADYACENTES*

Son ángulos consecutivos, pero que además forman un ángulo llano

*Ángulos OPUESTOS POR EL VÉRTICE*

Son ángulos que se forman al intersectarse dos rectas. Los ángulos opuestos por el vértice tienen la misma medida.

**SISTEMA SEXAGESIMAL**

Fue creado en la antigua Mesopotamia y se usa comúnmente para medir el tiempo y los ángulos.

En este sistema, un grado está conformado por 60 minutos y, así también, un minuto está conformado por 60 segundos.

$$1 \text{ grado} = 1^{\circ} \quad 1 \text{ minuto} = 1' \quad 1 \text{ segundo} = 1''$$

La equivalencia es la siguiente:

$$1^{\circ} = 60' \quad 1 \text{ minuto} = 60''$$

$$1 \text{ grado} = 60 \text{ minutos} \quad 1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos}$$

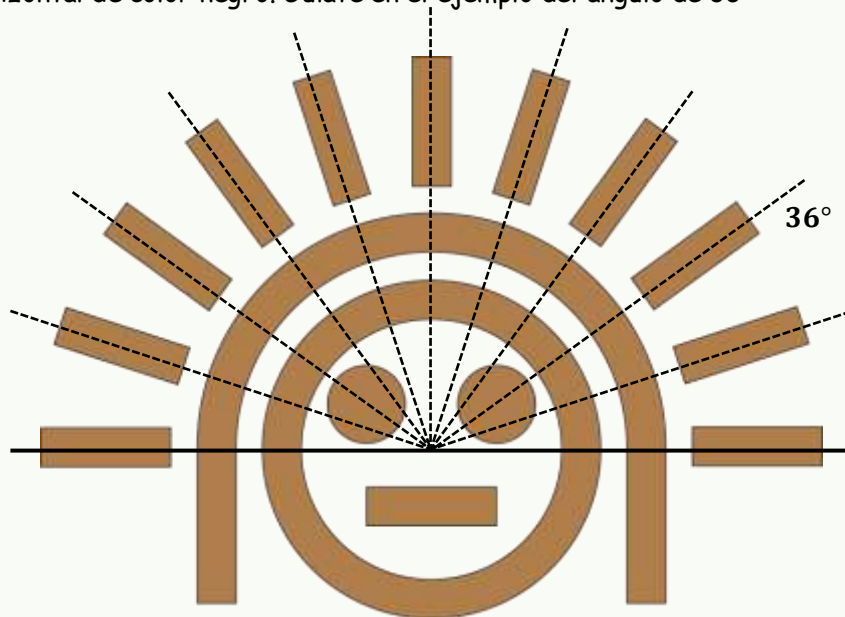
Se tienen ciertas reglas para expresar un ángulo en grados, minutos o segundos:

- Para pasar de grados a minutos, se multiplica por 60
- Para pasar de minutos a segundos, se multiplica por 60
- Para pasar de grados a segundos, se multiplica por 3600
- Para pasar de segundos a minutos, se divide por 60
- Para pasar de minutos a grados, se divide por 60
- Para pasar de segundos a grados, se divide por 3600

Por ejemplo, si quiero escribir 3° en segundos, reviso las reglas y aplicamos la que corresponde. En este caso se debe multiplicar por 3600; entonces se tiene la operación $3 \times 3600 = 10800$, es decir, $3^\circ = 10800''$

ACTIVIDAD 1.3

a) La siguiente imagen representa la parte superior de un petroglifo bastante conocido. Mide y escribe los ángulos que forman las 11 figuras que están sobre la cabeza del petroglifo con la línea horizontal de color negro. Guíate en el ejemplo del ángulo de 36°



b) Escribe los ángulos que hallaste, en el respectivo grupo al que pertenecen

Ángulo nulo	Ángulo agudo	Ángulo recto	Ángulo obtuso	Ángulo llano

c) Selecciona cuatro de los ángulos que hallaste y expresa dos de ellos en minutos y dos de ellos en segundos

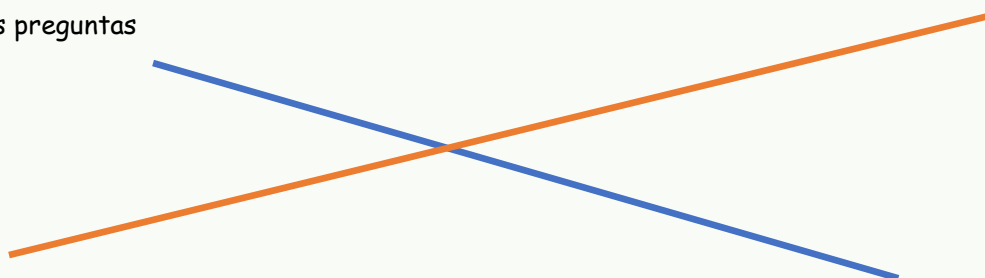
--	--	--	--

ACTIVIDAD 1.4

a) Dibuja 2 pares de ángulos consecutivos que pudiste identificar en la actividad 1.3

--	--

b) Mide todos los ángulos que se forman en el cruce de las siguientes rectas, luego contesta las dos preguntas



¿Cuántos ángulos encontraste para medir?

¿Por qué existen pares de ángulos que miden lo mismo?

c) Marca la opción correcta: Los ángulos tienen la misma medida si... () están opuestos en el punto donde se cortan las rectas (vértice) () están uno junto al otro, compartiendo un lado (adyacentes)

d) Identifica los ángulos opuestos por el vértice del siguiente petroglifo y, cada par diferente, coloréalos del mismo color.



2. Rectas paralelas, secantes y perpendiculares

DESTREZAS

M.3.2.1. Reconocer rectas paralelas, secantes y secantes perpendiculares en figuras geométricas planas.

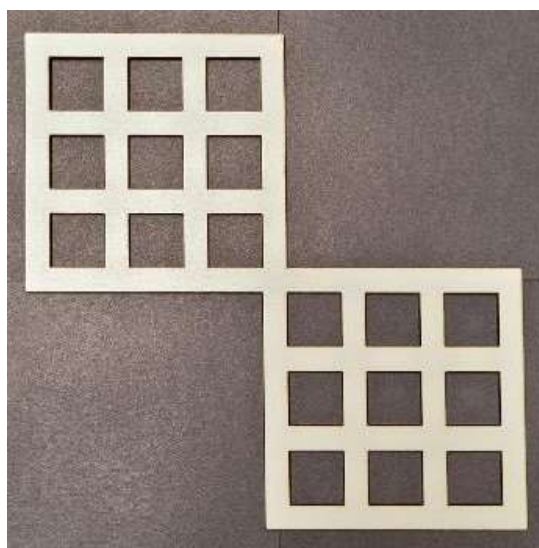
M.3.2.2. Determinar la posición relativa de dos rectas en gráficos (paralelas, secantes y secantes perpendiculares).

OBJETIVO

Fomentar la capacidad de los estudiantes para identificar y comprender la posición relativa de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en figuras geométricas planas y en gráficos, mejorando así su comprensión espacial y su habilidad para aplicar estos conceptos en contextos prácticos y teóricos.

FASE CONCRETA

Manipula el material de las figuras de los petroglifos que se presentan a continuación.



ACTIVIDAD 2.1

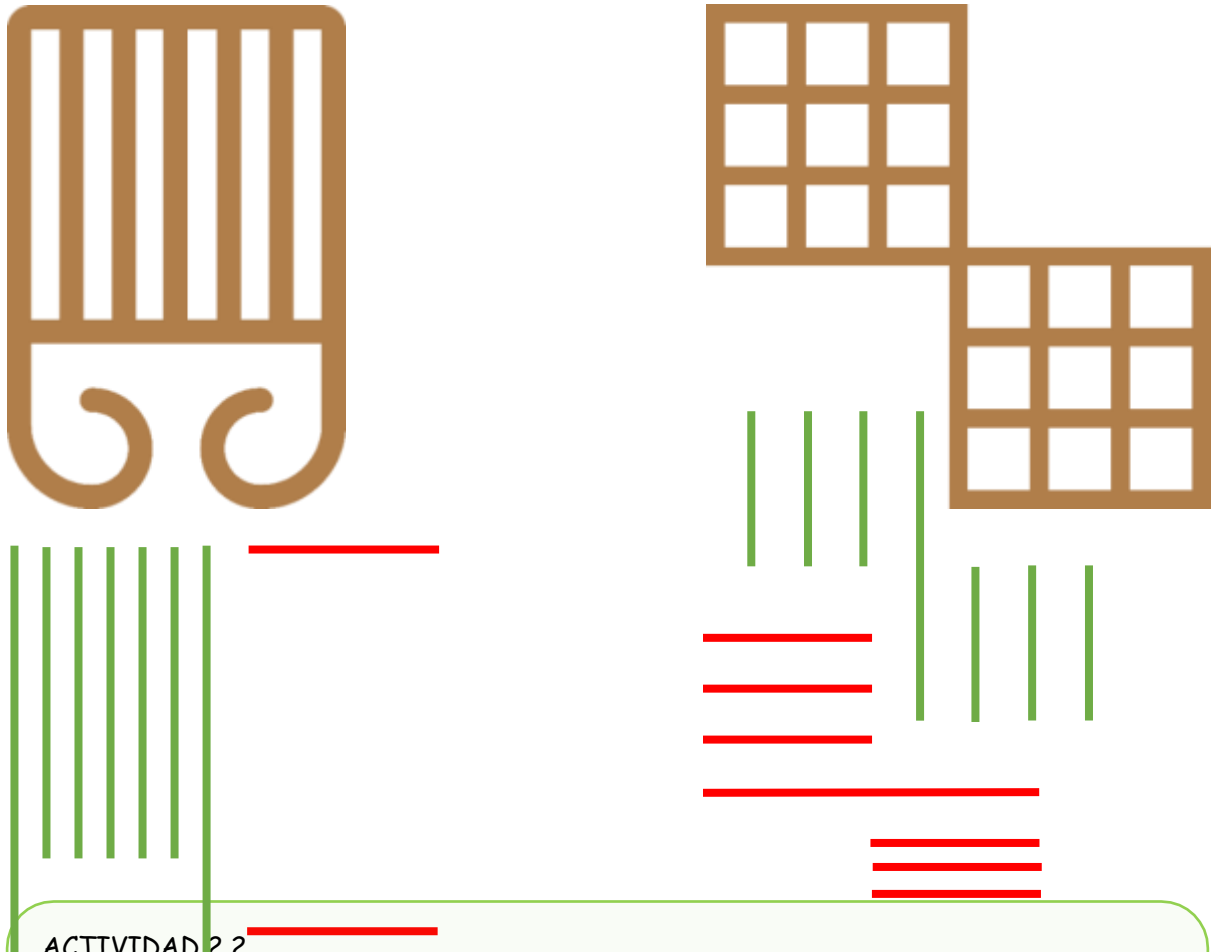
a) ¿Cuántas líneas rectas que tienen la misma dirección existen en cada figura?

ACTIVIDAD DE CAMPO 1.

Con tus compañeros y docente visita una roca cercana que contenga petroglifos. Dibuja los petroglifos que observes y colorea del mismo color las líneas que tienen la misma dirección.

Fase pictórica

Observa las figuras anteriores que trabajamos y reconoce las líneas horizontales de los mismos, las cuales se han representado de color rojo y las líneas verticales de color verde.



ACTIVIDAD 2.2

Observa detenidamente los dos petroglifos. Dibuja por separado las líneas que tienen la misma dirección, similar a lo que se presenta al inicio de esta página.

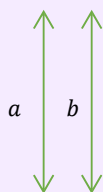


Fase abstracta

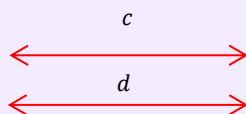
Las rectas que se han identificado y dibujado anteriormente las podemos clasificar en dos grupos: rectas paralelas y rectas secantes.

RECTAS PARALELAS

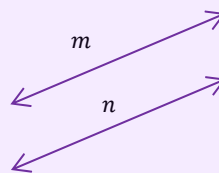
- Tienen la misma dirección
- El ángulo entre las rectas es de cero grados (0°)
- Están separadas siempre una misma distancia



paralelas verticales



paralelas horizontales

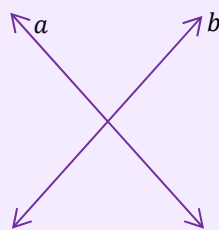


paralelas oblicuas

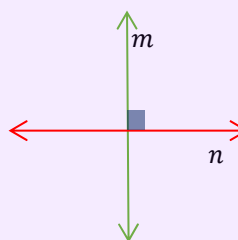
Para decir que la recta a es paralela a la recta b , escribimos $a \parallel b$, así también tenemos que la recta c es paralela a la recta d y escribimos $c \parallel d$, finalmente decimos que la recta m es paralela a

RECTAS SECANTES

- Se intersecan en un punto
- Pueden ser oblicuas o perpendiculares
- Únicamente son perpendiculares cuando el ángulo entre las dos rectas es de noventa grados (90°)



secantes oblicuas



secantes perpendiculares

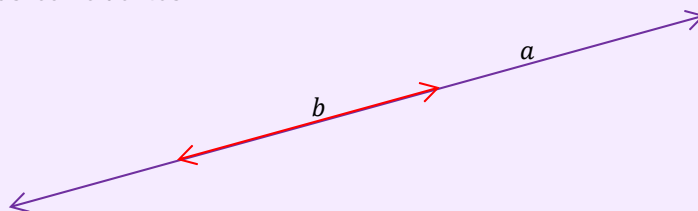
La simbología $a \nparallel b$ indica que las rectas a y b son secantes oblicuas, es decir, a y b no son paralelas.

En el caso de que las secantes sean perpendiculares, como sucede con las rectas m y n , se lo representa mediante $m \perp n$

Cuando dos rectas son perpendiculares, el ángulo que se forma entre ellas se representa

RECTAS COINCIDENTES

Puede darse la situación de que una recta esté exactamente sobre otra, a este caso se le conoce como rectas coincidentes.

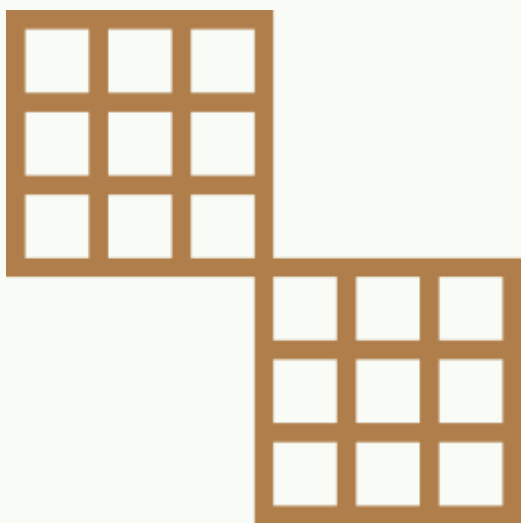


Observamos como la recta *b* está sobre la recta *a*.

Estas dos rectas son paralelas con la particularidad de que la distancia entre ellas es de cero, por eso es que la una está sobre la otra.

ACTIVIDAD 2.3

En el siguiente petroglifo, asigna nombre a las rectas con las letras del alfabeto, luego escribe que rectas son paralelas o secantes con sus respectivos símbolos $\parallel$ $\nparallel$ $\perp$



3. Unidades de longitud

DESTREZAS

M.3.2.14. Realizar conversiones simples de medidas de longitud del metro, múltiplos y submúltiplos en la resolución de problemas.

OBJETIVO

Enseñar a los estudiantes a realizar conversiones simples entre diferentes unidades de longitud, incluyendo el metro y sus múltiplos y submúltiplos, aplicando este conocimiento en la resolución de problemas cotidianos y matemáticos.

Fase concreta

Junto a tus compañeros y docente, diríjense a una roca cercana que contenga petroglifos. No olvidarse de llevar el cuaderno de trabajo, cinta métrica y lápices.

ACTIVIDAD DE CAMPO 2

En el siguiente espacio vas a dibujar un petroglifo que se encuentre en la roca que están trabajando. Luego, con la cinta métrica y la ayuda de tu docente, vas a medir en centímetros las líneas del petroglifo y vas a ir anotando junto a tu dibujo los valores registrados.

Fase pictórica

Vamos a realizar comparaciones de los petroglifos y las medidas registradas anteriormente.

ACTIVIDAD 3.1.

a) Observa el petroglifo que ha dibujado uno de tus compañeros y que sea diferente al tuyo y dibújalo en el siguiente espacio junto con el nombre de tu compañero que lo hizo.

b) Observa las medidas de los dos petroglifos dibujados (uno de ti y el otro de tu compañero) y escribe a continuación las medidas más largas de cada petroglifo y las medidas más cortas

Petroglifo 1	Petroglifo 2
Medida más larga _____	Medida más larga _____
Medida más corta _____	Medida más corta _____

Fase abstracta

A continuación, conoceremos la unidad de longitud y cómo realizar conversiones entre sus múltiplos y submúltiplos.

EL METRO

El metro es la unidad fundamental de las medidas de longitud. Se simboliza mediante *m* (la letra *m* minúscula).

Dependiendo del tamaño de las longitudes, es conveniente usar múltiplos o submúltiplos.

Los *múltiplos* que usaremos son:

- Decámetro: se simboliza con *dam* y equivale a 10 metros ($1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$)
- Hectómetro: se simboliza con *hm* y equivale a 100 metros ($1 \text{ hm} = 100 \text{ m}$)
- Kilómetro: se simboliza con *km* y equivale a 1000 metros ($1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$)

m) Los *submúltiplos* que usaremos son:

- Decímetro: se simboliza con *dm* y equivale a 0,1 metros ($1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$)
- Centímetro: se simboliza con *cm* y equivale a 0,01 metros ($1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$)
- Milímetro: se simboliza con *mm* y equivale a 0,001 metros ($1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$)

Existen más múltiplos y submúltiplos, pero que no los estudiaremos por el momento.

CONVERSIONES DE LONGITUD

Varias veces es necesario pasar una medida de longitud de un múltiplo a un submúltiplo o viceversa, para que se entienda de mejor manera la distancia de la que estamos hablando.

Para que nos sea más fácil pasar de un múltiplo a un submúltiplo utilizaremos la siguiente

<i>km</i>	→ × 10	<i>hm</i>	→ × 10	<i>dam</i>	→ × 10	<i>m</i>	→ × 10	<i>dm</i>	→ × 10	<i>cm</i>	→ × 10	<i>mm</i>
	← ÷ 10		← ÷ 10		← ÷ 10		← ÷ 10		← ÷ 10		← ÷ 10	

Las flechas que encontramos allí indican hacia donde debo ir para hacer la transformación y si

Por ejemplo, si queremos pasar 3 *hm* a *dm* (3 hectómetros a decímetros) debemos observar la

<i>hm</i>	$\xrightarrow{\times 10}$	<i>dam</i>	$\xrightarrow{\times 10}$	<i>m</i>	$\xrightarrow{\times 10}$	<i>dm</i>
-----------	---------------------------	------------	---------------------------	----------	---------------------------	-----------

$$3 \times 10 \times 10 \times 10 = 3000$$

Lo que significa que 3 *hm* = 3000 *dm* (3 hectómetros es igual a 3000 decímetros)

Ahora, si queremos pasar 450 *mm* a *dm* (450 milímetros a decímetros) observamos nuevamente la tabla y notamos que debemos dividir dos veces por 10

<i>dm</i>	$\xleftarrow{\div 10}$	<i>cm</i>	$\xleftarrow{\div 10}$	<i>mm</i>
-----------	------------------------	-----------	------------------------	-----------

$$450 \div 10 \div 10 = 4,5$$

Lo que significa que 450 *mm* = 4,5 *dm* (450 milímetros es igual a 4,5

ACTIVIDAD 3.2.

a) Vas a identificar la medida más larga que registraste en el literal b de la ACTIVIDAD 3.1. y la vas a expresar en el múltiplo o submúltiplo requerido

_____ en km

_____ en hm

_____ en dam

_____ en m

_____ en dm

_____ en mm

4. Unidades de superficie

DESTREZAS

M.3.2.15. Reconocer el metro cuadrado como unidad de medida de superficie, los submúltiplos y múltiplos, y realizar conversiones en la resolución de problemas.

M.3.2.16. Relacionar las medidas de superficie con las medidas agrarias más usuales (hectárea, área, centiárea) en la resolución de problemas.

OBJETIVO

Reconocer y utilizar el metro cuadrado y sus submúltiplos y múltiplos en la medición de superficies, así como para relacionar estas medidas con unidades agrarias comunes, aplicando estos conocimientos en la resolución de problemas prácticos y matemáticos.

FASE CONCRETA

Arma los dos rompecabezas que se muestran a continuación



ACTIVIDAD 4.1.

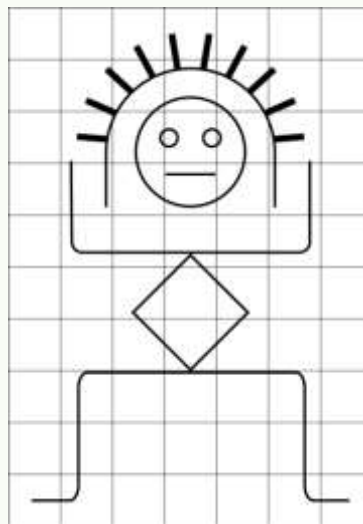
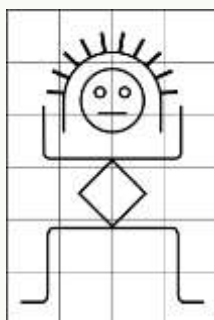
b) Con la regla, mide el ancho y largo de cada rompecabezas y anótalos a continuación

c) Cuenta cuantas piezas corresponden a cada rompecabezas y explica cómo es que cada pieza forma parte del rompecabezas

Fase pictórica

ACTIVIDAD 4.2

a) Observa los petroglifos que están sobre las cuadrículas. Colorea todos los cuadros por los que pasan las líneas de cada petroglifo.



b) Cuenta el número de cuadros que pintaste en cada cuadrícula y escribe dicho valor en la línea que está debajo de ellas.

c) Explica por qué el petroglifo de la derecha pasa por una mayor cantidad de cuadros que el petroglifo de la izquierda

Fase abstracta

A continuación, conoceremos la unidad de superficie y cómo realizar conversiones entre sus múltiplos y submúltiplos.

EL METRO CUADRADO

El metro cuadrado es la unidad de las medidas de superficie. Se simboliza mediante m^2 (la letra m minúscula elevado al exponente 2).

Cuando las superficies que se miden son grandes se usan los múltiplos y cuando son pequeñas, se usan los submúltiplos.

MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DEL METRO CUADRADO

Los *múltiplos* que usaremos son:

- Decámetro cuadrado: se simboliza con dam^2 y equivale a 100 metros cuadrados ($1 dam^2 = 100 m^2$)
- Hectómetro cuadrado: se simboliza con hm^2 y equivale a 10 000 metros cuadrados ($1 hm^2 = 10\,000 m^2$)
- Kilómetro cuadrado: se simboliza con km^2 y equivale a 1 000 000 metros cuadrados ($1 km^2 = 1\,000\,000 m^2$)

Los *submúltiplos* que usaremos son:

- Décímetro cuadrado: se simboliza con dm^2 y equivale a 0,01 metros ($1 dm^2 = 0,01 m^2$)
- Centímetro cuadrado: se simboliza con cm^2 y equivale a 0,000 1 metros ($1 cm^2 = 0,000\,1 m^2$)
- Milímetro cuadrado: se simboliza con mm^2 y equivale a 0,000 001 metros ($1 mm^2 = 0,001 m^2$)

CONVERSIONES DE SUPERFICIE

Algunas veces es necesario pasar una medida de longitud de un múltiplo a un submúltiplo o viceversa, para que se entienda de mejor manera la superficie de la que estamos hablando.

Para que nos sea más fácil pasar de un múltiplo a un submúltiplo utilizaremos la siguiente

km^2	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \times 100 \\ \leftarrow \\ \div 100 \end{array}$	hm^2	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \times 100 \\ \leftarrow \\ \div 100 \end{array}$	dam^2	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \times 100 \\ \leftarrow \\ \div 100 \end{array}$	m^2	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \times 100 \\ \leftarrow \\ \div 100 \end{array}$	dm^2	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \times 100 \\ \leftarrow \\ \div 100 \end{array}$	cm^2	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \times 100 \\ \leftarrow \\ \div 100 \end{array}$	mm^2
--------	--	--------	--	---------	--	-------	--	--------	--	--------	--	--------

Las flechas que encontramos allí indican hacia donde debo ir para hacer la transformación y si debo multiplicar o dividir por 100.

Por ejemplo, si queremos pasar 800 cm^2 a m^2 (800 centímetros cuadrados a metros cuadrados) observamos la tabla y ver cuántas veces debo multiplicar o dividir por 100. En

m^2	$\begin{array}{c} \leftarrow \\ \div 100 \end{array}$	dm^2	$\begin{array}{c} \leftarrow \\ \div 100 \end{array}$	cm^2
-------	---	--------	---	--------

$$800 \div 100 \div 100 = 0,08$$

Lo cual indica que $800 cm^2 = 0,08 m^2$ (800 centímetros cuadrados es igual a 0,08 metros cuadrados)

Ahora, si queremos pasar 4 km^2 a m^2 (4 kilómetros cuadrados a metros cuadrados)

km^2	$\xrightarrow{\times 100}$	hm^2	$\xrightarrow{\times 100}$	dam^2	$\xrightarrow{\times 100}$	m^2
$4 \times 100 \times 100 \times 100 = 4\,000\,000$						

Lo que significa que $4 \text{ km}^2 = 4\,000\,000 \text{ m}^2$ (4 kilómetros cuadrados es igual a 4000000 metros cuadrados)

ACTIVIDAD 4.3

a) El Complejo Arqueológico Catazho comprende un área total de $7,43 \text{ km}^2$. Calcula y escribe esa misma superficie en los distintos múltiplos y submúltiplos que se piden

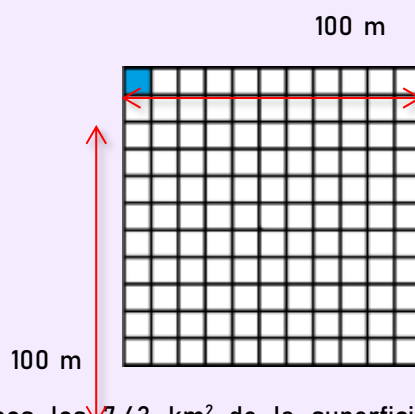
En hm^2	En dm^2
En dam^2	En m^2

LA HECTÁREA

Cuando hablamos del tamaño de los terrenos o fincas que nuestros familiares o conocidos tienen, no hablamos de metros cuadrados, ni de cualquiera de sus múltiplos o submúltiplos, sino que hablamos de *hectáreas*.

Una hectárea es igual a un hectómetro cuadrado ($1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$). También se dice que una hectárea es igual a 100 áreas (una área es igual a un decámetro cuadrado).

En la siguiente imagen se ejemplifica una hectárea; el cuadrado azul representa una área.



En la tarea anterior pasamos los $7,43 \text{ km}^2$ de la superficie del Complejo Arqueológico Catazho a hm^2 , teniendo así que $7,43 \text{ km}^2 = 743 \text{ hm}^2$. Y ya que una hectárea corresponde a un hectómetro cuadrado, tenemos que el Complejo Arqueológico Catazho tiene una extensión de

5. Triángulos

DESTREZAS

M.3.2.5. Clasificar triángulos, por sus lados (en equiláteros, isósceles y escalenos) y por sus ángulos (en rectángulos, acutángulos y obtusángulos).

M.3.2.6. Calcular el perímetro de triángulos; deducir y calcular el área de triángulos en la resolución de problemas.

OBJETIVO

Facilitar a los estudiantes el aprendizaje de la clasificación de triángulos según sus lados y ángulos, y desarrollar su habilidad para calcular el perímetro y el área de diferentes tipos de triángulos, aplicando estos conocimientos en la resolución de problemas prácticos y matemáticos.

FASE CONCRETA

ACTIVIDAD 5.1.

a) Utiliza las piezas que se muestran a continuación. Mide los lados y ángulos de los triángulos y escribe sus dimensiones en las siguientes imágenes



b) Describe las diferencias que notaste al medir los ángulos y lados de los tres triángulos

c) ¿Cuáles semejanzas puedes describir con respecto a los lados y ángulos de los tres triángulos?

Fase pictórica

A continuación, trabajaremos con figuras de algunos de los petroglifos más representativos del complejo.

ACTIVIDAD 5.2.

a) Sobre los siguientes petroglifos, dibuja los triángulos que puedes identificar que se encuentran presentes



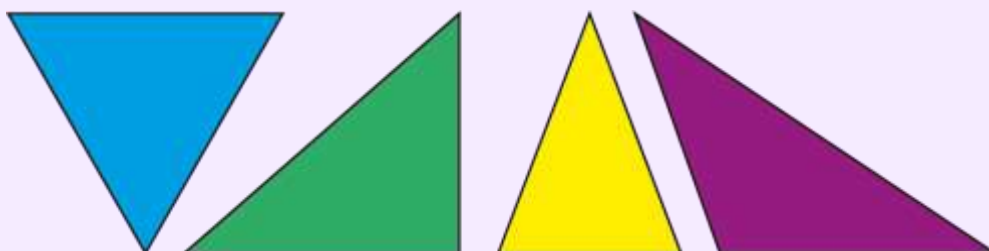
b) Mide los lados de cada triángulo que acabaste de dibujar y suma las cantidades de los lados de cada uno de ellos para determinar cuál de los tres tiene el contorno más largo.

c) Usa tu imaginación y diseña 3 figuras de petroglifos distintas que contengan triángulos.

Fase abstracta

LOS TRIÁNGULOS

Como ya sabes, los triángulos son figuras geométricas que tienen tres lados y tres ángulos. Pueden ser de una infinidad de tamaños y formas, pero, a pesar de eso, los podemos clasificar de dos maneras, *por sus lados y por sus ángulos*.

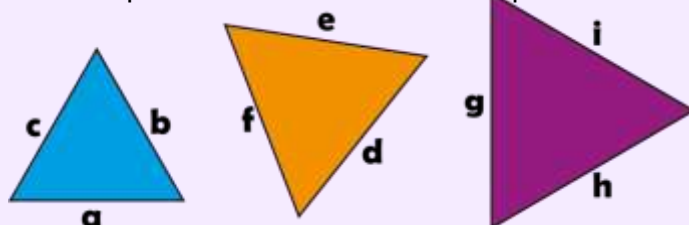


CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS POR SUS LADOS

Los triángulos tienen 3 lados y, dependiendo de las características o propiedades de esos lados, los podemos clasificar en: *triángulo equilátero*, *triángulo isósceles* y *triángulo escaleno*.

Triángulo Equilátero

El triángulo equilátero es aquel en el cual todos sus lados poseen la misma medida.



En el triángulo celeste, los lados a , b y c tienen la misma medida, es decir $a = b = c$. Asimismo, en el triángulo naranja se tiene que $d = e = f$ y en el triángulo morado también se cumple que $g = h = i$.

No importa la posición en la que se encuentre el triángulo equilátero, siempre sus lados midan lo mismo.

Triángulo Isósceles

El triángulo isósceles posee dos lados de igual medida.



En el triángulo amarillo, los lados b y c son iguales, pero no el lado a , es decir $b = c \neq a$. Asimismo, en el triángulo azul se tiene que $e = f \neq d$ y, en el triángulo verde también se cumple que $h = i \neq g$.

Triángulo Escaleno

En el triángulo escaleno, las medidas de todos sus lados son diferentes.



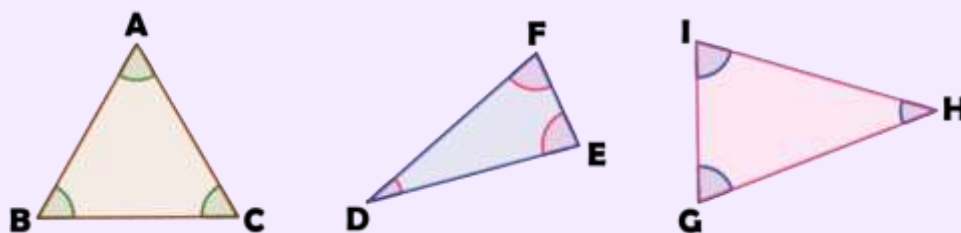
En el triángulo marrón, todos los lados son de diferente medida, es decir $a \neq b \neq c$. De la misma forma, en el triángulo rojo se tiene que $d \neq e \neq f$ y, en el triángulo amarillo también se cumple que $g \neq h \neq i$.

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS POR SUS ÁNGULOS

Todos los triángulos tienen 3 ángulos, de hecho, de allí viene su nombre. Dependiendo de la amplitud de los ángulos internos de un triángulo, los podemos clasificar en: *triángulo acutángulo*, *triángulo rectángulo* y *triángulo obtusángulo*.

Triángulo Acutángulo

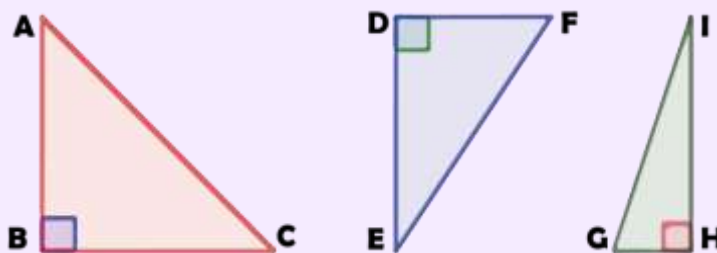
El triángulo acutángulo es aquél que tiene todos sus ángulos internos menores a 90°



En los triángulos mostrados, los ángulos A, B, C, D, E, F, G, H e I son menores que 90°

Triángulo Rectángulo

Un triángulo rectángulo posee un ángulo interno que mide 90° .

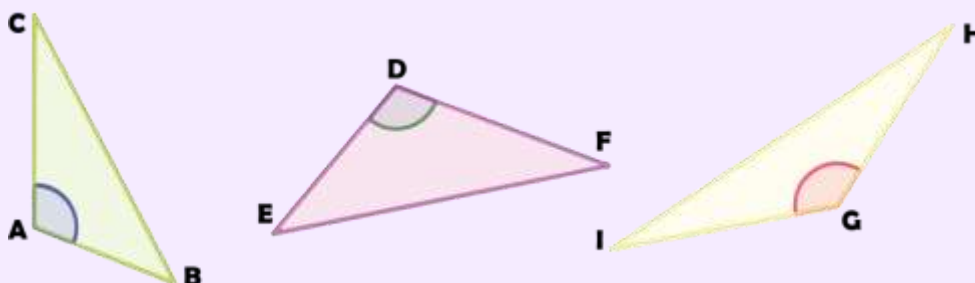


Los ángulos B, D y H miden 90° , los demás ángulos restantes son agudos, es decir, miden menos de 90° .

Como puedes observar, un ángulo de 90° se representa dibujando un pequeño cuadrado entre las rectas que forman el ángulo.

Triángulo Obtusángulo

Un triángulo obtusángulo posee un ángulo interno que mide más de 90° .



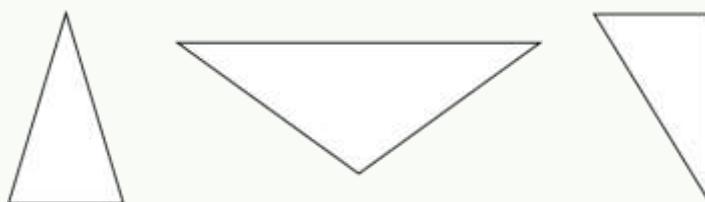
Los ángulos A, D y G miden mas de 90° , los demás ángulos restantes son agudos, es decir, miden menos de 90° .

ACTIVIDAD 5.3.

a) En los siguientes triángulos, colorea de amarillo el triángulo equilátero, de azul el triángulo isósceles y de rojo el triángulo escaleno.

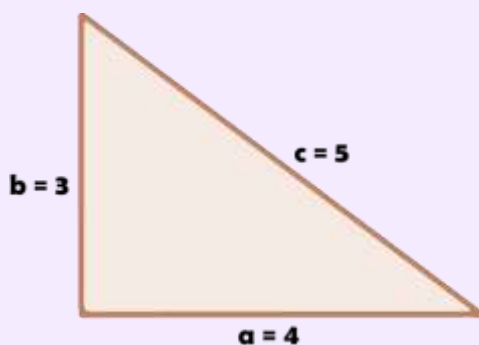


b) En los siguientes triángulos, colorea de morado el triángulo acutángulo, de naranja el triángulo rectángulo y de verde el triángulo obtusángulo.



PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO

Para hallar el perímetro de un triángulo, basta con sumar las dimensiones de los tres



En el triángulo que podemos observar, sus lados a , b y c miden 4, 3 y 5 respectivamente.,

entonces para hallar su perímetro realizamos lo siguiente

$$\text{Perímetro} = \text{suma de todos los lados}$$

$$\text{Perímetro} = \text{lado } a + \text{lado } b + \text{lado } c$$

$$\text{Perímetro} = 4 + 3 + 5$$

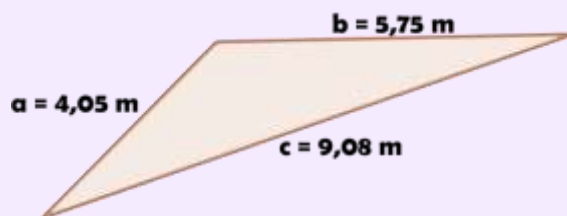
$$\text{Perímetro} = 12$$

En este caso el perímetro del triángulo es 12 unidades.

Si los lados del triángulo están en metros su perímetro también estará en metros; si los lados del triángulo están en centímetros, el perímetro también estará en centímetros; y así,

De manera general, la expresión del perímetro de un triángulo se puede expresar como

$$P = a + b + c$$



$$P = a + b + c$$

$$P = 4,05 + 5,75 + 9,08$$

$$P = 18,88 \text{ m}$$

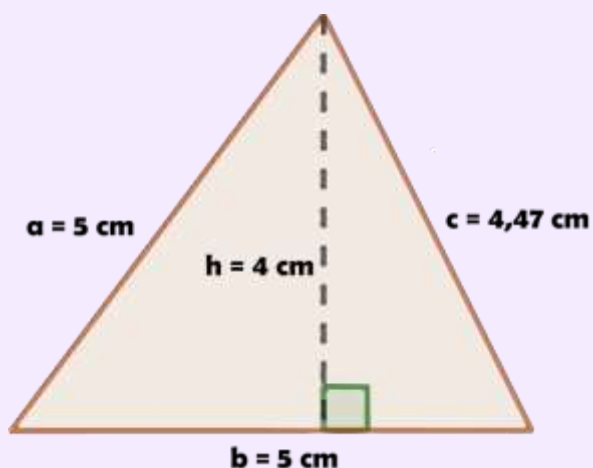
Observa como en el resultado se ha agregado la letra m debido a que los lados del triángulo mostrado está en metros.

ÁREA DE UN TRIÁNGULO

Para poder determinar el área de un triángulo primero debemos conocer lo que es la base y la altura de un triángulo.

Base del triángulo: Llamamos *base* a cualquiera de los tres lados de un triángulo. Para mayor facilidad de interpretación, utilizaremos como base, al lado que se encuentra en la parte inferior del triángulo y al representaremos con la letra b .

Altura del triángulo: La altura es la longitud de un segmento perpendicular que va de la base hasta el vértice opuesto a ella. A la altura la representaremos con la letra h .



Una vez que ya se conoce la base y la altura de un triángulo, se determina su área multiplicando

la base por la altura y dividiendo este resultado por dos, es decir

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

En el triángulo anterior tenemos:

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{5 \times 4}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{20}{2}$$

$$\text{Área} = 10 \text{ cm}^2$$

Como puedes observar, la respuesta es de 10 cm^2 . Siempre el área de todo triángulo o cualquier otra figura estará en unidades cuadradas

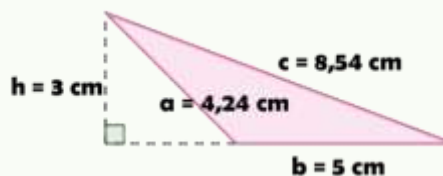
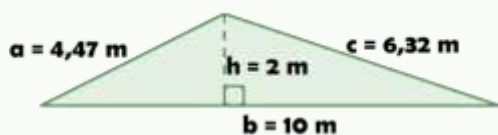
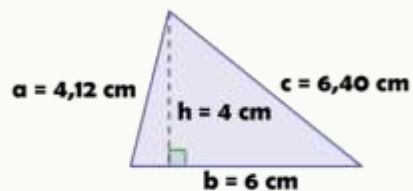
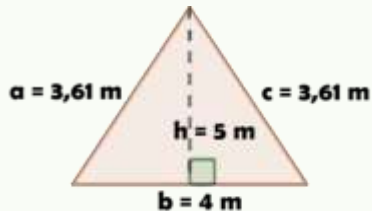
De manera general, la expresión del área de un triángulo se puede expresar como

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

En un triángulo rectángulo, la base y la altura siempre serán los lados que forman el ángulo recto.

ACTIVIDAD 5.4.

a) En los siguientes triángulos, determina el perímetro y área de cada uno de ellos.



6. Cuadriláteros

DESTREZAS

M.3.2.3. Identificar paralelogramos y trapecios a partir del análisis de sus características y propiedades.

M.3.2.4. Calcular el perímetro; deducir y calcular el área de paralelogramos y trapecios en la resolución de problemas.

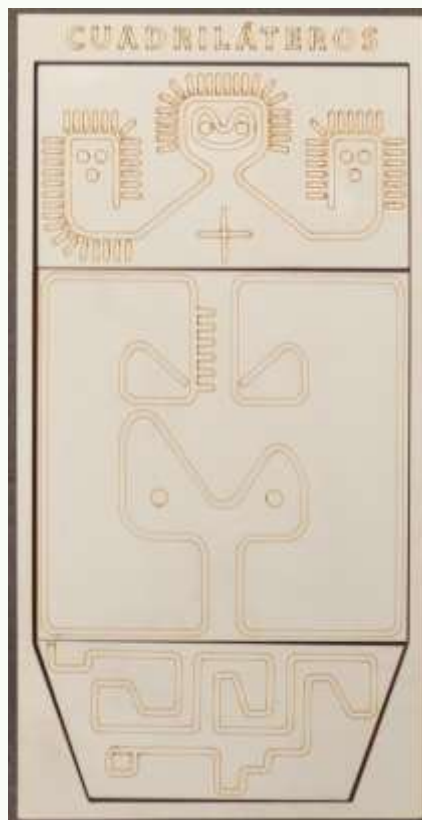
OBJETIVO

Dotar a los estudiantes de las habilidades necesarias para identificar paralelogramos y trapecios a través del análisis de sus características y propiedades, y desarrollar su capacidad para calcular el perímetro y el área de estos cuadriláteros, aplicando estos conocimientos en la resolución de problemas prácticos y teóricos.

FASE CONCRETA

ACTIVIDAD 6.1

a) Arma el siguiente rompecabezas



b) Mide con la regla los bordes de las piezas y los ángulos

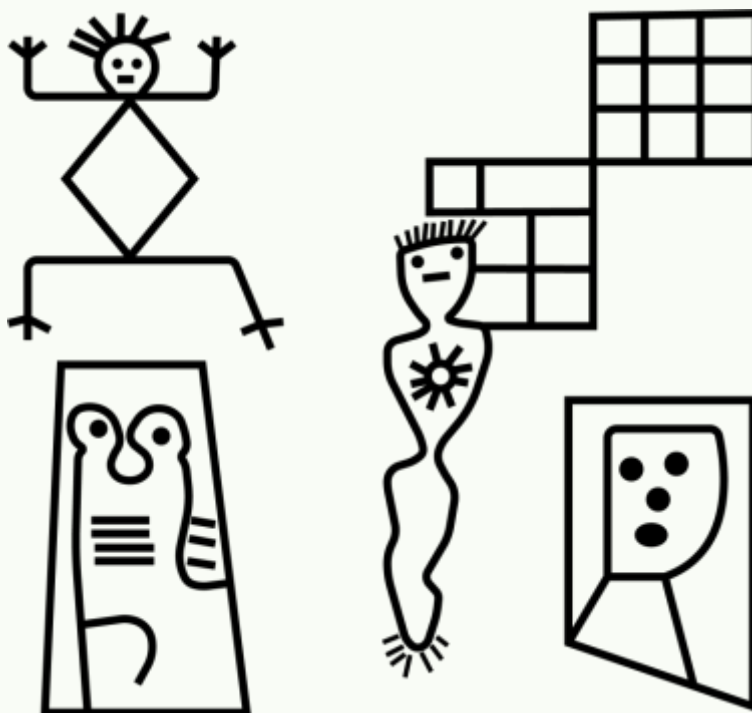
c) Escribe las semejanzas y diferencias entre las tres piezas que pudiste encontrar luego de medir. Haz énfasis en las formas y medidas

SEMEJANZAS	DIFERENCIAS

Fase pictórica

ACTIVIDAD 6.2

a) Observa los siguientes petroglifos y colorea de distintos colores los espacios que identifiques que están encerrados por cuatro líneas rectas.



b) A continuación, dibuja solo las líneas rectas de los espacios que pintaste

c) Dibuja un petroglifo que conozcas, a parte de los que ya se han mostrado, que tengan espacios encerrados por cuatro líneas

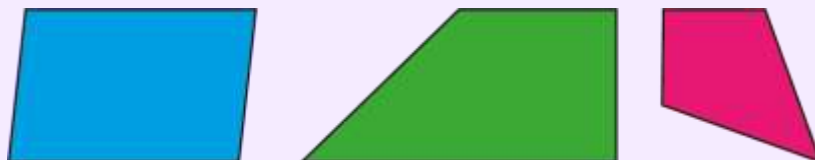
d) Escribe los nombres de las figuras de cuatro lados que conoces

Fase abstracta

LOS CUADRILÁTEROS

Un cuadrilátero no es más que una figura geométrica que posee cuatro lados y, por lo mismo, contiene cuatro ángulos internos.

Los cuadriláteros pueden tener una infinidad de tamaños y formas, pero a pesar de ello, los podemos clasificar como: *paralelogramos*, *trapeacios* y *trapezoides*.



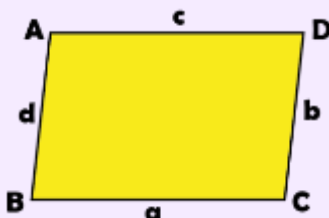
PARALELOGRAMOS

Los paralelogramos son aquellos cuadriláteros que tienen dos pares de lados paralelos y, por consiguiente, los lados opuestos tienen la misma medida. También, los ángulos internos opuestos tienen la misma medida.

Dentro de los paralelogramos podemos encontrar romboides, rombos, rectángulos y cuadrados.

Romboide

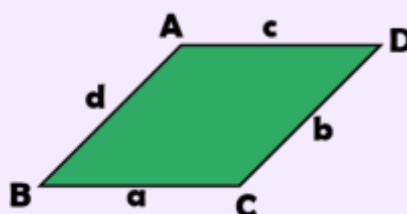
No tiene ángulos internos rectos o, lo que es lo mismo, no tiene ángulos internos de 90° y las medidas de sus lados opuestos son iguales.



Los ángulos A , B , C y D no miden 90° , además tenemos que en las medidas de los lados, $a = c$ y $b = d$

Rombo

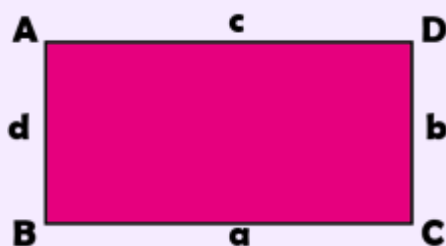
No tiene ángulos internos rectos, pero todos sus cuatro lados tienen la misma dimensión.



Los ángulos A , B , C y D no miden 90° , y todos los lados tienen la misma dimensión, es decir $a = b = c = d$

Rectángulo

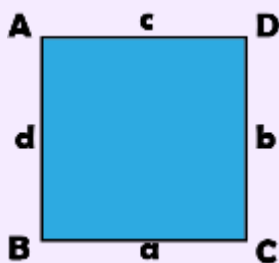
Sus ángulos internos son rectos (miden 90°) y las medidas de sus lados opuestos son iguales.



Los ángulos A , B , C y D miden 90° , además tenemos que $a = c$ y $b = d$

Cuadrado

Sus ángulos internos son rectos y todos sus cuatro lados tienen la misma dimensión.



Los ángulos A , B , C y D miden 90° , y todos los lados tienen la misma dimensión, es decir $a = b = c = d$

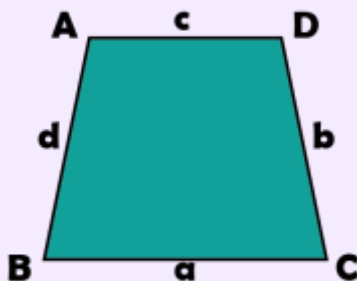
TRAPECIOS

Los trapecios son cuadriláteros que tienen dos lados paralelos. A esos lados se les llama base mayor y base menor.

Los trapecios pueden ser: trapecio isósceles, trapecio rectángulo y trapecio escaleno.

Trapecio Isósceles

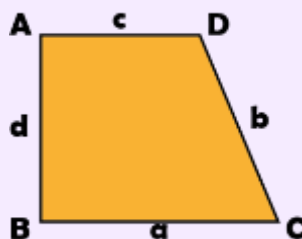
Sus lados no paralelos tienen la misma magnitud.



El lado a es la base mayor, el lado c es la base menor, los lados b y d tienen la misma magnitud, es decir $b = d$. En cuanto a los ángulos, tenemos que $A = D$, $B = C$

Trapezio Rectángulo

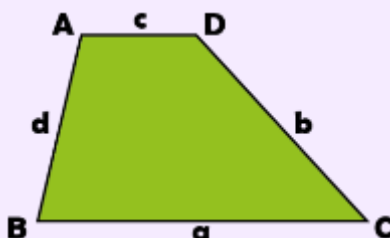
Tiene dos ángulos internos rectos y dos ángulos internos que no son rectos.



Los ángulos A y B miden 90° . El lado a es la base mayor y el lado c es la base menor, los lados b y d tienen medida diferentes.

Trapezio Escaleno

Tiene todos sus ángulos internos desiguales y también todos sus lados tienen magnitudes diferentes.



Los ángulos A , B , C y D tienen medidas distintas. El lado a es la base mayor y el lado c es la base menor, todos los lados tienen medida diferentes.

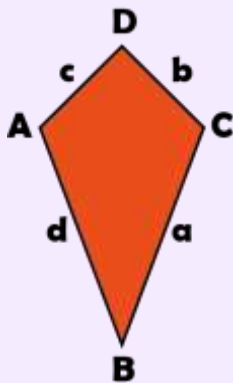
TRAPEZOIDES

Los trapezoides son cuadriláteros que no tienen ningún par de lados paralelos.

Existen trapezoides simétricos y trapezoides asimétrico o también llamados trapezoides amorfos.

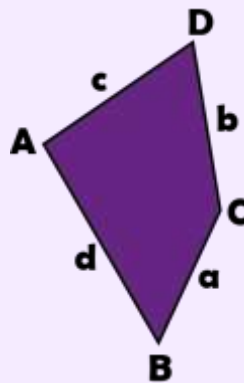
Trapezoides Simétricos

Poseen un eje de simetría interno.



Trapezoides Asimétricos o Amorfos

No tienen un eje de simetría interno.



ACTIVIDAD 6.3

a) Utilizando la regla y graduador, identifica los distintos cuadriláteros y coloréalos según se indica

Romboide: AZUL

Rombo: NARANJA

Cuadrado: ROJO

Rectángulo: VERDE

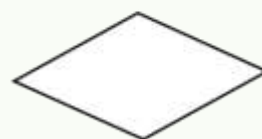
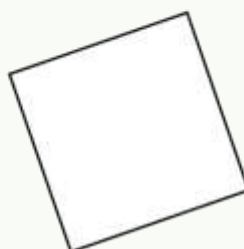
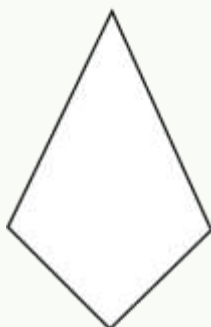
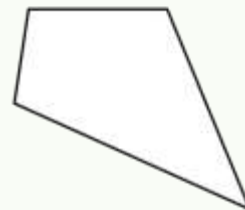
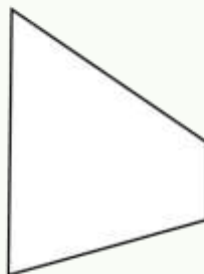
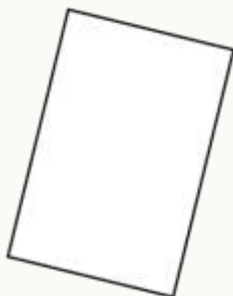
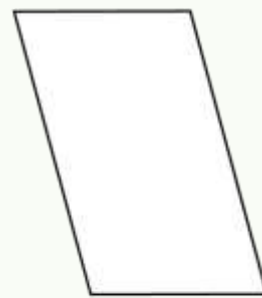
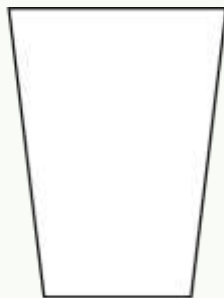
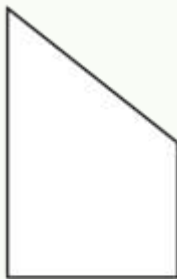
Trapezio Rectángulo: AMARILLO

Trapezio Isósceles: NEGRO

Trapezio Escaleno: MORADO

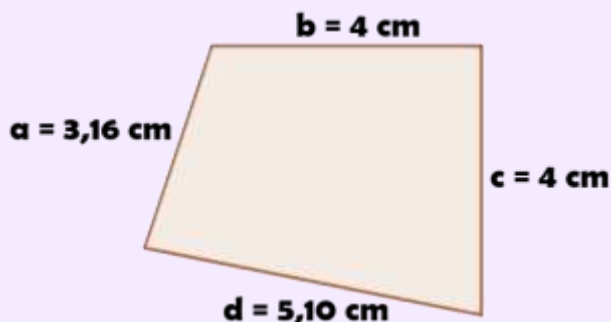
Trapezoide simétrico: CAFÉ

Trapezoide amorfo: ROSADO



PERÍMETRO DE UN CUADRILÁTERO

Para hallar el perímetro de un cuadrilátero, se procede igual que para hallar el perímetro de un triángulo, es decir, se suman las longitudes de todos sus lados.



El perímetro del cuadrilátero lo calculamos de la siguiente manera

Perímetro = suma de todos los lados

Perímetro = lado a + lado b + lado c + lado d

Perímetro = $3,16 + 4 + 4 + 5,10$

Perímetro = $16,26 \text{ cm}$

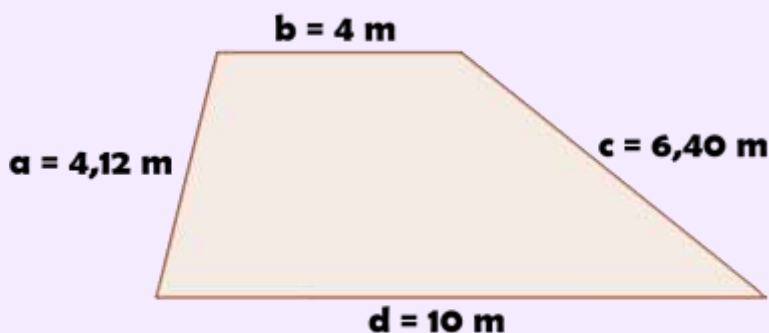
En este caso el perímetro del triángulo es $16,26$ centímetros.

De manera general, la expresión del perímetro de un cuadrilátero se puede expresar como

$$P = a + b + c + d$$

Donde a , b , c y d son las magnitudes de los lados del cuadrilátero.

En el siguiente triángulo aplicaremos esta expresión para calcular el perímetro del triángulo



$$P = a + b + c + d$$

$$P = 4,12 + 4 + 6,40 + 10$$

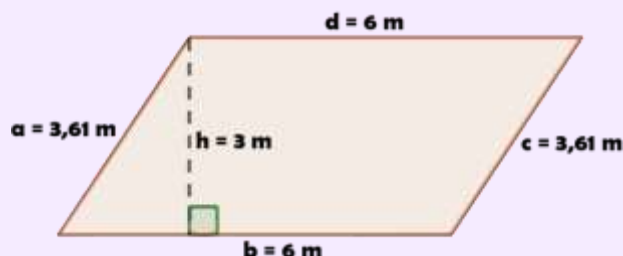
$$P = 24,52 \text{ m}$$

Observa como en el resultado se ha agregado la letra m debido a que los lados del triángulo mostrado están en metros.

Practica calculando el perímetro de los cuadriláteros de la ACTIVIDAD 6.3 y anotando el resultado junto a cada uno de ellos.

ÁREA DE UN PARALELOGRAMO

Para poder determinar el área de un paralelogramo se debe multiplicar su base por su altura. Observemos como calculamos el área del siguiente paralelogramo



Cualquiera de los lados puede ser la base y la altura será la distancia que existe entre el lado elegido como base y su lado paralelo. En este caso, la base es el lado b y la altura es h

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$

$$\text{Área} = 6 \times 3$$

$$\text{Área} = 18 \text{ m}^2$$

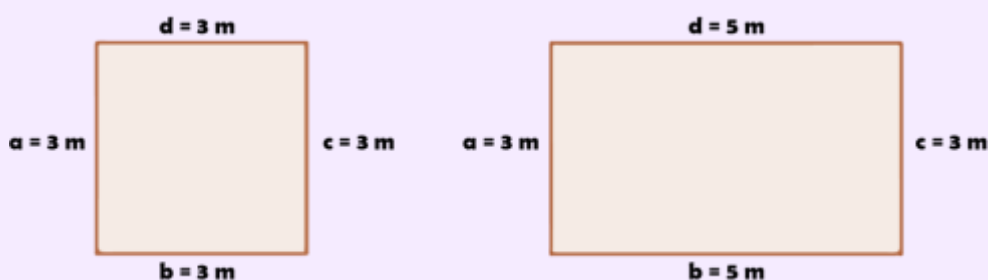
La respuesta es de 18 m^2 . Siempre el área de todo cuadrilátero o cualquier otra figura estará en unidades cuadradas.

De manera general, la expresión del área de un paralelogramo se puede expresar como

$$A = b \times h$$

Donde b representa la base del paralelogramo y h representa su altura.

Para el caso particular del cuadrado y rectángulo, basta con multiplicar las longitudes de dos lados contiguos.



En el cuadrado y rectángulo, la base y altura lo conforman dos lados contiguos, es así que las áreas de estas figuras son

Área del Cuadrado

$$A = a \times b$$

$$A = 3 \times 3$$

$$A = 9 \text{ m}^2$$

Área del rectángulo

$$A = c \times d$$

$$A = 3 \times 5$$

$$A = 15 \text{ m}^2$$

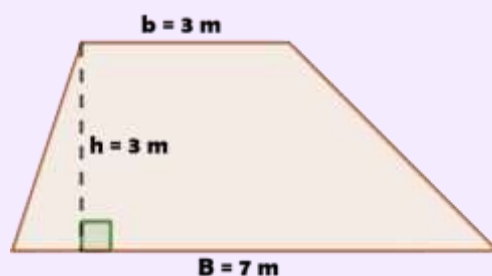
En el cuadrado y rectángulo no importa el par de lados que se tome para hallar su área, siempre que estos lados sean contiguos. Puedes verificar que se cumple esto en el cuadrado y rectángulo que se muestran.

ÁREA DE UN TRAPECIO

Sin importar si se tiene un trapezio isósceles, un trapezio rectángulo o un trapezio escaleno, su área se determina mediante la expresión

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

Donde B es la base mayor, b es la base menor y h es la altura o la distancia entre las dos bases.



Si aplicamos la expresión dada para hallar el área del trapezio mostrado, tenemos

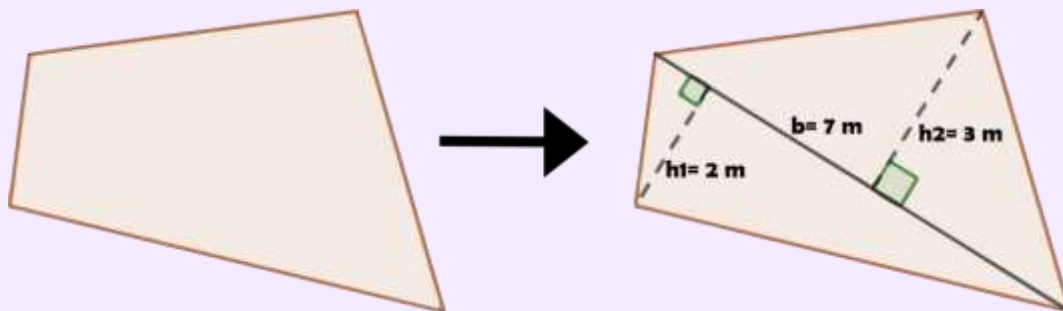
$$\text{Área} = \frac{(B + b) \times h}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Área} = \frac{(7 + 3) \times 3}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{10 \times 3}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Área} = \frac{30}{2}$$

$$\text{Área} = 15 \text{ m}^2$$

ÁREA DE UN TRAPEZOIDE

Para calcular el área de un trapezoide, lo más conveniente es dividir el trapezoide en dos triángulos, luego hallar el área de los dos triángulos y finalmente sumar esos resultados



Área del triángulo
1

$$A = \frac{b \times h_1}{2}$$

$$A = \frac{7 \times 2}{2}$$

$$A = \frac{14}{2}$$

$$A = 7 \text{ m}^2$$

Área del triángulo
2

$$A = \frac{b \times h_2}{2}$$

$$A = \frac{7 \times 3}{2}$$

$$A = \frac{21}{2}$$

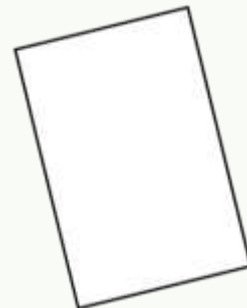
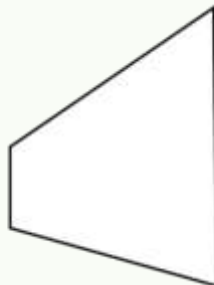
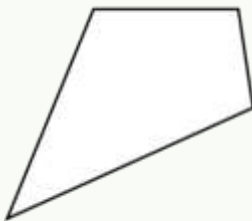
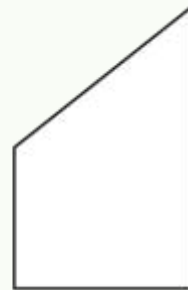
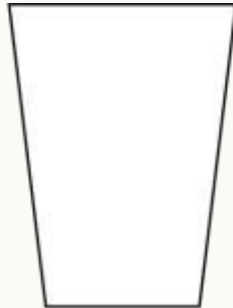
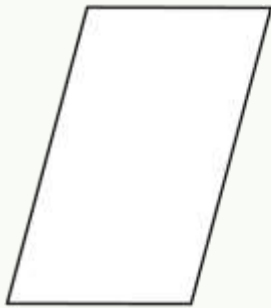
$$A = 10,5 \text{ m}^2$$

El área total del trapezoide es la suma de las áreas de los dos triángulos $A = 7 + 10,5$

$$A = 17,5 \text{ m}^2$$

ACTIVIDAD 6.4

a) Usando la regla y graduador determina las medidas de cada cuadrilátero y la altura, en las figuras que sea necesarias, para luego calcular el área de cada uno de ellas en la parte baja de cada figura



7. Polígonos

DESTREZAS

M.3.2.8. Clasificar polígonos regulares e irregulares según sus lados y ángulos.

M.3.2.9. Calcular, en la resolución de problemas, el perímetro y área de polígonos regulares, aplicando la fórmula correspondiente.

M.3.2.10. Resolver problemas que impliquen el cálculo del perímetro de polígonos irregulares.

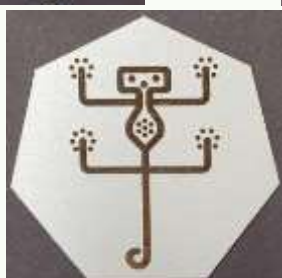
OBJETIVO

Instruir a los estudiantes en la clasificación de polígonos regulares e irregulares basándose en sus lados y ángulos, y capacitarlos para calcular el perímetro y el área de estos polígonos, tanto en situaciones teóricas como prácticas.

FASE CONCRETA

ACTIVIDAD 7.1

a) Utiliza las siguientes piezas. Cuenta cuantos lados tiene cada una, mide los ángulos y lados y establece semejanzas y diferencias entre ellas.

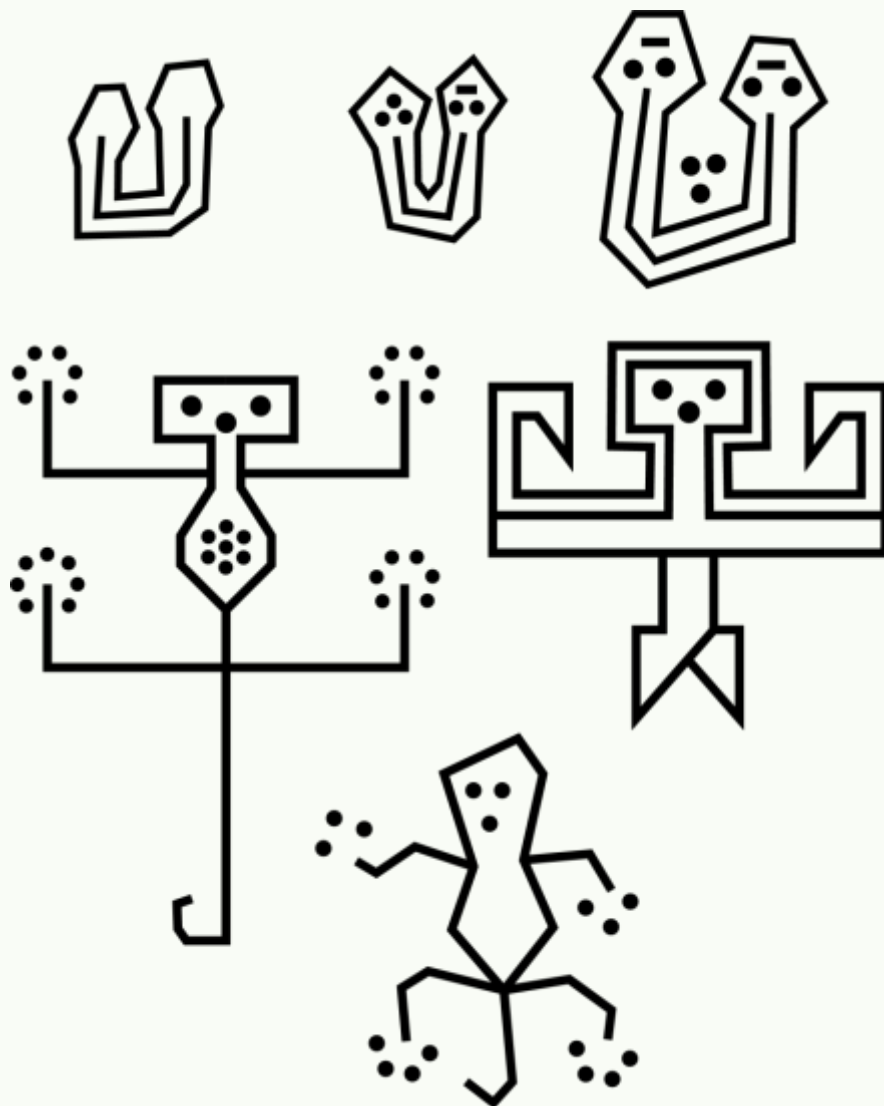


SEMEJANZAS	DIFERENCIAS

Fase pictórica

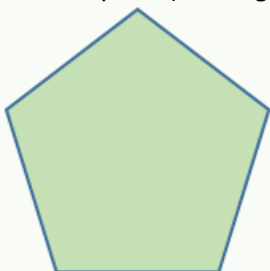
ACTIVIDAD 7.2

a) Observa los petroglifos y colorea de distintos colores los espacios que están rodeados por líneas rectas.



b) Cuenta cuantos lados tiene cada espacio que coloreaste y escribe el resultado junto a cada petroglifo.

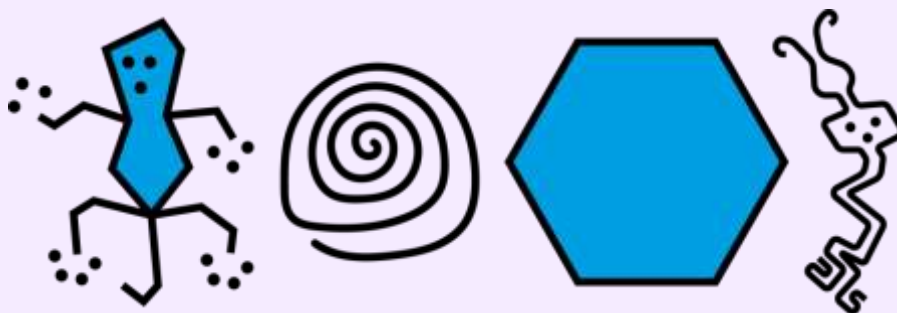
c) Observa el siguiente gráfico que tiene 5 lados y ángulos iguales. Intenta dibujar un gráfico similar, pero que tenga 8 lados y ángulos iguales



Fase abstracta

POLÍGONOS

Un polígono es una figura geométrica que está delimitada por tres o más rectas y por el mismo motivo contendrá tres o más ángulos.



En estas cuatro imágenes podemos observar varias líneas, lo que está de color azul son polígonos, el resto son simplemente líneas rectas o curvas que no encierran superficies.

Los polígonos se pueden clasificar en *polígonos regulares* y *polígonos irregulares*

Polígonos Regulares

Los polígonos regulares tienen la característica, que siempre todos sus lados tienen la misma longitud, así como también sus ángulos tienen la misma dimensión.

Triángulo
Regular

Cuadrado
Regular

Pentágono
Regular

Hexágono
Regular

Heptágono
Regular

Octógono
Regular

**Polígonos Irregulares**

Los polígonos irregulares son aquellos que no cumplen las dos condiciones que tienen los polígonos regulares, es decir, basta con que un lado o un ángulo sea distinto a los demás, entonces el polígono es irregular.

Triángulo
Isosceles

Triángulo
Escaleno

Romboide

Trapezio

Trapezoide



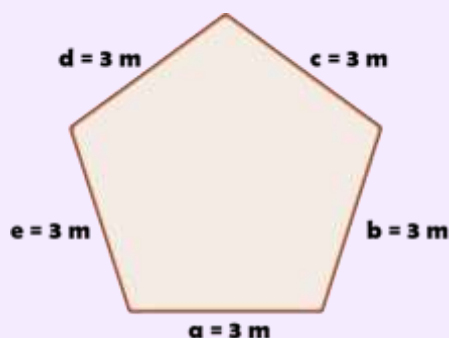
Estos son algunos de los polígonos irregulares más conocidos.

A continuación, observamos un petroglifo en el cual se han separado los polígonos irregulares que lo conforman.



PERÍMETRO DE UN POLÍGONO REGULAR

El perímetro de un polígono regular se halla de la misma manera que de las figuras que ya estudiamos anteriormente (triángulos y cuadriláteros). Es decir, se suman las longitudes de sus lados.



Perímetro = suma de todos los lados

$$\text{Perímetro} = \text{lado } a + \text{lado } b + \text{lado } c + \text{lado } d + \text{lado } e$$

$$\text{Perímetro} = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

$$\text{Perímetro} = 15 \text{ m}$$

Ya que todos los lados de un polígono regular tienen la misma dimensión, también se puede hallar el perímetro de dicho polígono multiplicando la longitud de un lado por el número de lados que tiene.

En el ejemplo planteado tenemos que el polígono regular posee cinco lados, entonces

$$\text{Perímetro} = \text{longitud de un lado} \times \text{número de lados}$$

$$\text{Perímetro} = 3 \times 5$$

$$\text{Perímetro} = 15 \text{ m}$$

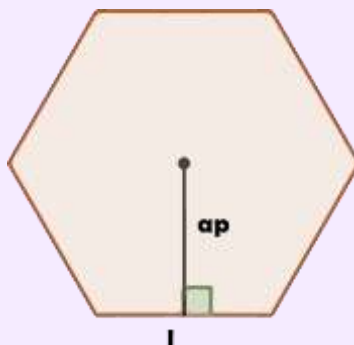
De esta manera podemos expresar el perímetro de un polígono regular como

$$P = l \times n$$

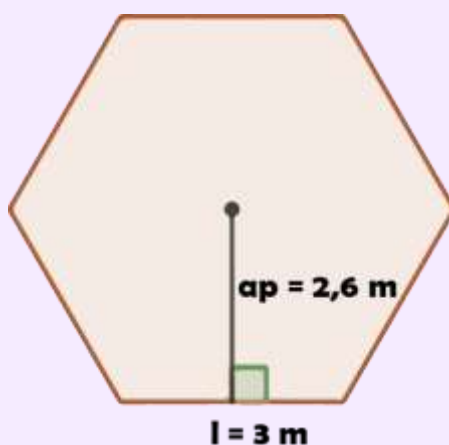
Dónde l es la longitud de un lado del polígono y n es el número de lados que tiene el

APOTEMA

La apotema de un polígono regular es la distancia más corta entre el centro del polígono y uno de sus lados. Esta medida se utiliza para poder determinar el área de polígonos regulares.

**ÁREA DE UN POLÍGONO REGULAR**

Para poder determinar el área de un polígono regular se necesita conocer cantidad de lados que posee, la longitud de uno de sus lados y la longitud de la apotema; multiplicaremos todos



$$\text{Área} = \frac{\text{número de lados} \times \text{longitud de uno de los lados} \times \text{apotema}}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{6 \times 3 \times 2,6}{2}$$

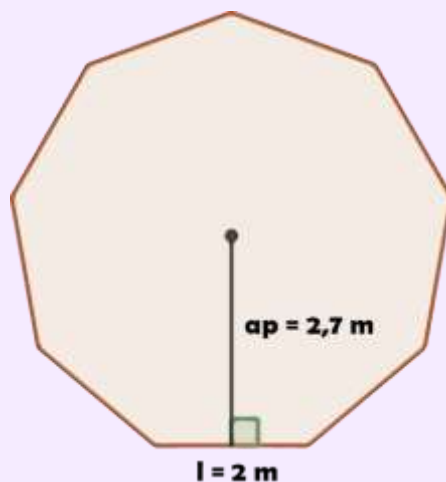
$$\text{Área} = \frac{46,8}{2}$$

$$\text{Área} = 23,4 \text{ m}^2$$

De manera general, la expresión para determinar el área de un polígono regular se puede expresar como

$$A = \frac{n \times l \times ap}{2}$$

En el ejemplo anterior se halló el área de un hexágono; a continuación, determinaremos el área



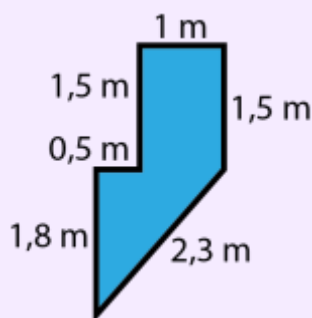
$$A = \frac{9 \times 2 \times 2,7}{2}$$

$$A = \frac{48,6}{2}$$

$$A = 24,3 \text{ m}^2$$

PERÍMETRO Y ÁREA DE UN POLÍGONO IRREGULAR

El perímetro de un polígono irregular se calcula igual que se ha hecho para todas las figuras ya estudiadas, es decir, sumando la longitud de cada uno de sus lados.



$$P = 1 + 1,5 + 0,5 + 1,8 + 2,3 + 1,5$$

$$P = 8,6 \text{ m}$$

En cuanto al área, no existe una expresión o fórmula específica que permita calcular la superficie que contiene un polígono irregular ya que el hecho de que cada polígono tenga características diferentes hace difícil el tener una fórmula para ello.

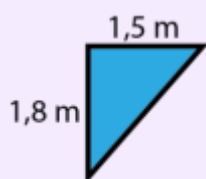
Una manera para hallar el área de este tipo de polígonos es el dividirlo en figuras ya conocidas (triángulos, cuadrados, rectángulos), luego se calculan sus áreas y finalmente se suman estos valores obtenidos para tener el área del polígono irregular.

A continuación, se muestran tres posibles divisiones que se pueden hacer con el polígono



Siempre se elige la opción que se nos haga más fácil determinar su área, en este caso

elegiremos la opción de la izquierda ya que solo contiene un rectángulo y un triángulo

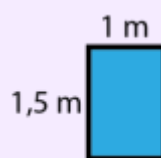


Triángulo rectángulo

$$A = \frac{1,5 \times 1,8}{2}$$

$$A = \frac{2,7}{2}$$

$$A = 1,35 \text{ m}^2$$



Rectángulo

$$A = 1 \times 1,5$$

$$A = 1,5 \text{ m}^2$$

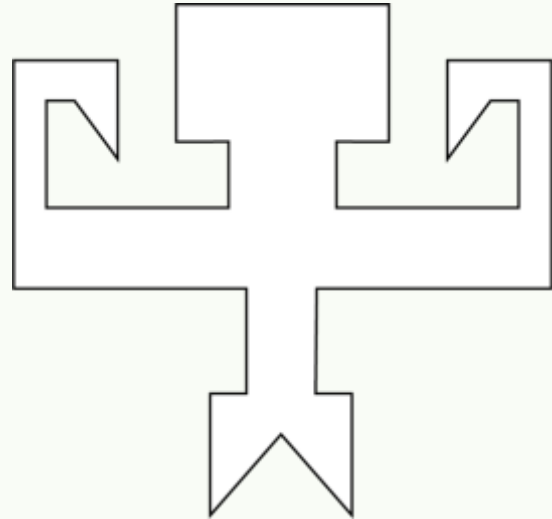
Al sumar estos resultados se obtiene

$$\text{Área del polígono irregular} = 1,35 + 1,5$$

$$\text{Área del polígono irregular} = 2,85 \text{ m}^2$$

ACTIVIDAD 7.3

a) Mide los bordes de los dos polígonos que se muestra a continuación y determina sus perímetros y áreas.



8. Círculo y circunferencia

DESTREZA

M.3.2.11. Reconocer los elementos de una circunferencia en representaciones gráficas, y calcular la longitud (perímetro) de la circunferencia y el área de un círculo en la resolución de problemas.

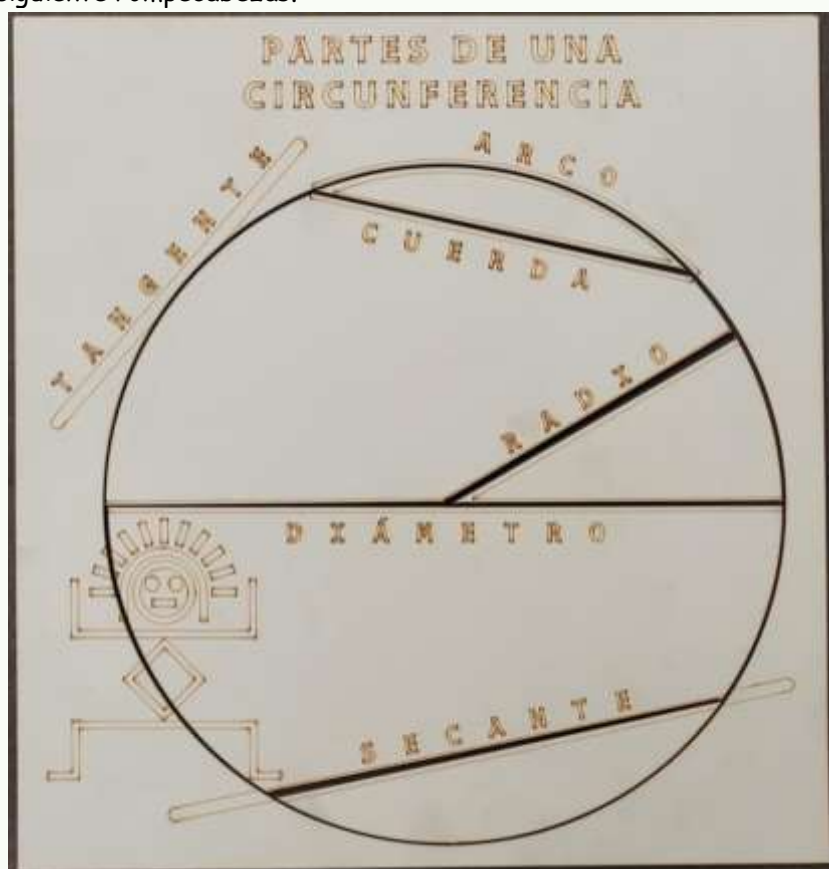
OBJETIVO

Identificar y comprender los elementos constitutivos de una circunferencia en representaciones gráficas y aplicar fórmulas para calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo, utilizando problemas contextualizados.

FASE CONCRETA

ACTIVIDAD 8.1

a) Arma el siguiente rompecabezas.



b) Observa el rompecabezas y con tus propias palabras da una descripción rápida de cada una de las líneas que se encuentran allí

DIÁMETRO _____

RADIO _____

SECANTE _____

TANGENTE _____

CUERDA _____

ARCO _____

Fase pictórica**ACTIVIDAD 8.2**

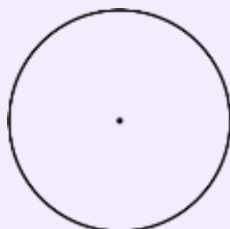
a) En el siguiente espacio dibuja dos circunferencias. Una en la que el compás tenga una abertura de 7cm y otra en la que el compás tenga una abertura de 4 cm.

b) Sobre las circunferencias, dibuja las líneas que se encontraban en el rompecabezas, médelas, escribe sus dimensiones y sus nombres

Fase abstracta

CIRCUNFERENCIA

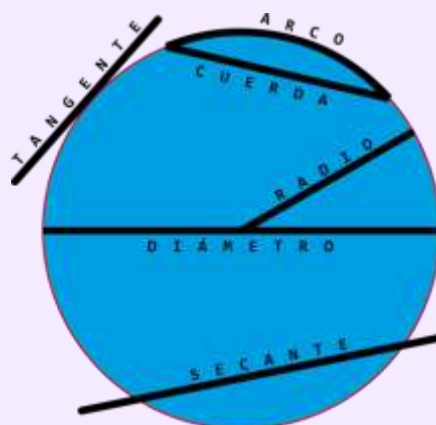
Una circunferencia es una figura geométrica que se forma al trazar una línea curva alrededor de un punto llamado centro, manteniendo siempre la misma distancia entre el centro y cualquier punto de la línea.

*Circunferencia**Círculo***CÍRCULO**

Un círculo es la forma que se obtiene al colorear el interior de una circunferencia. Entonces, un círculo es como una especie de "mancha" redonda que está delimitada por una circunferencia.

Partes de una Circunferencia

- Centro: Es el punto dentro de la circunferencia desde el cual todas las líneas que la forman tienen la misma distancia. Piensa en él como el "corazón" de la circunferencia.
- Radio: Es la distancia entre el centro de la circunferencia y cualquier punto de la misma. Si imaginas una línea que va desde el centro hasta el borde de la circunferencia, esa línea es el radio.
- Diámetro: Es la distancia más larga que puedes medir dentro de una circunferencia. Se extiende desde un punto de la circunferencia, pasa a través del centro y termina en el punto opuesto de la circunferencia.
- Arco: Es cualquier porción de la circunferencia. Si tomas solo una parte de la circunferencia, eso es un arco.
- Secante: Es una línea que corta la circunferencia en dos puntos.
- Tangente: Es una línea que toca la circunferencia en un solo punto, llamado punto de tangencia. Esta línea es perpendicular al radio que pasa por el punto de tangencia. Piensa en ella como una línea que "roza" la circunferencia en un solo punto sin cruzarla.



PERÍMETRO DE UNA CIRCUNFERENCIA

Para poder determinar el perímetro de una circunferencia, primero debemos conocer un número bastante especial, el número π (PI).

Número π (PI)

π es una letra griega que representa un número especial que se usa en matemáticas, especialmente cuando hablamos de círculos. Este número es aproximadamente igual a 3,14. Es muy importante porque nos ayuda a hacer muchos cálculos relacionados con círculos.

Podemos pensar en π como una *receta mágica* que nos dice cuántas veces el diámetro de un círculo cabe alrededor de su circunferencia. No importa cuán grande o pequeño sea el círculo, siempre que lo midamos, encontraremos que la circunferencia es aproximadamente 3,14 veces más grande que su diámetro. Es como si π fuera una regla secreta que los círculos siguen para decirnos cuánto espacio ocupan alrededor.

Entonces, cuando escuches hablar sobre π , sabrás que es un número especial que nos ayuda a entender y trabajar con círculos.

Una vez que ya conocemos lo que es π , podemos definir al perímetro de la circunferencia como la longitud que se halla al multiplicar el diámetro por π .

$$\text{Perímetro de la circunferencia} = \text{diámetro} \times \pi$$

$$P = D \times \pi$$

ÁREA DE UN CÍRCULO

El área de un círculo se refiere a la cantidad de espacio dentro de la circunferencia del círculo. La fórmula para calcular el área de un círculo es:

$$\text{Área del círculo} = \pi \times \text{radio al cuadrado}$$

$$A = \pi \times R^2$$

Ejemplo:

Si una circunferencia tiene un diámetro de 20 cm entonces su perímetro y el área encerrada por son:

Perímetro

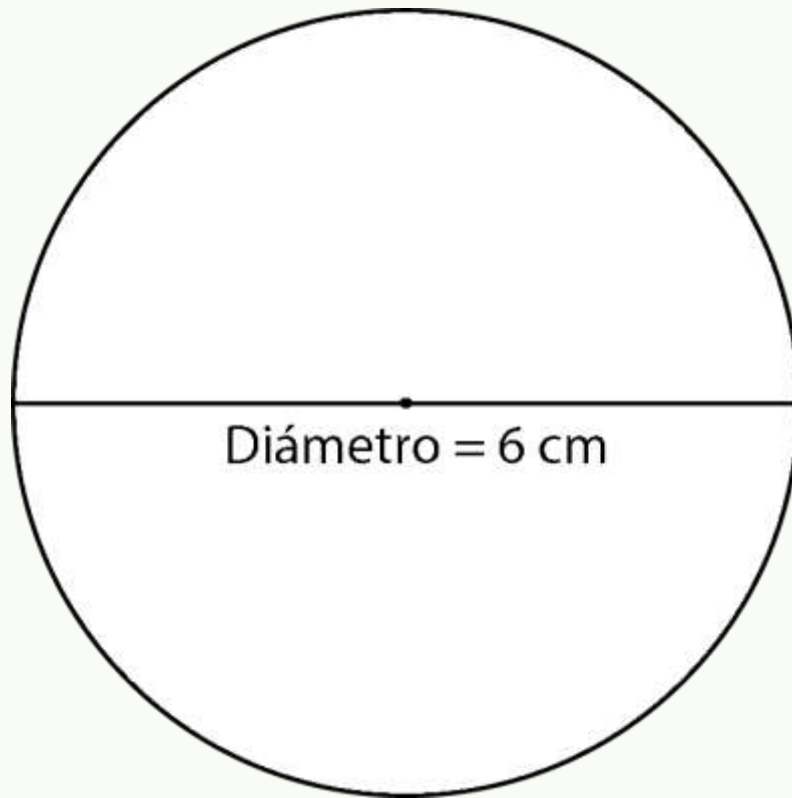
$$\begin{aligned} P &= D \times \pi \\ P &= 20 \times 3,14 \\ P &= 62,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Área

$$\begin{aligned} A &= \pi \times R^2 \\ \text{Como el radio es la mitad del diámetro,} \\ \text{entonces si el diámetro es 20 cm el} \\ \text{radio será 10 cm} \\ \text{Por lo tanto,} \\ \text{tenemos:} \\ A &= 3,14 \times 10^2 \\ A &= 3,14 \times 100 \\ A &= 314 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

ACTIVIDAD 8.3

a) Colorea el área interna delimitada por la circunferencia, dibuja las partes de la circunferencia y escribe sus respectivos nombres, luego determina el perímetro de la circunferencia y el área del círculo que coloreaste.



9. SÓLIDOS

DESTREZAS

M.3.2.12. Clasificar poliedros y cuerpos de revolución de acuerdo a sus características y elementos.

M.3.2.13. Aplicar la fórmula de Euler en la resolución de problemas.

M.3.2.17. Reconocer el metro cúbico como unidad de medida de volumen, los submúltiplos y múltiplos; relacionar medidas de volumen

OBJETIVO

Clasificar diferentes poliedros y cuerpos de revolución según sus características, aplicar la fórmula de Euler en contextos prácticos, y entender el concepto de volumen, relacionando el metro cúbico con sus submúltiplos y múltiplos, y realizar conversiones pertinentes.

FASE CONCRETA

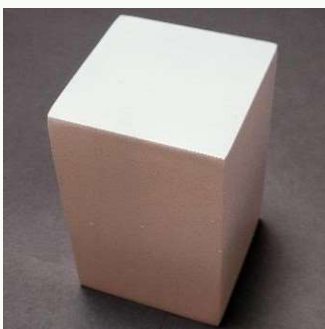
ACTIVIDAD 9.1

a) Manipula los diferentes sólidos.

Sólido 1



Sólido 2



Sólido 3



Sólido 4



Sólido 5



Sólido 6



b) Con tus propias palabras da una descripción rápida de las características de cada sólido

Sólido 1 _____

Sólido 2 _____

Sólido 3 _____

Sólido 4 _____

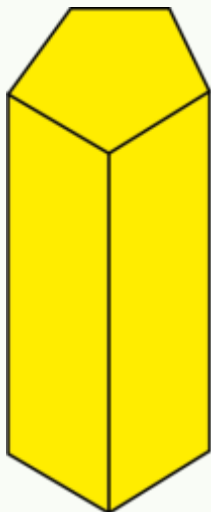
Sólido 5 _____

Sólido 6 _____

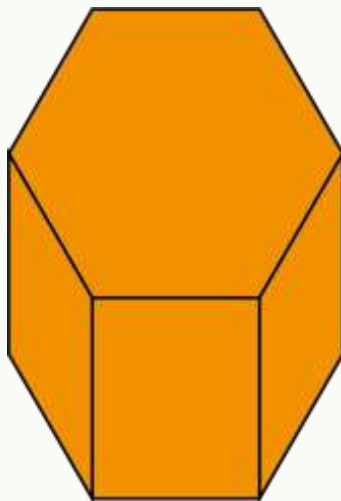
Fase pictórica

ACTIVIDAD 9.2

a) Observa y analiza las siguientes imágenes que representan sólidos.



Caras visibles _____
Caras ocultas _____



Caras visibles _____
Caras ocultas _____



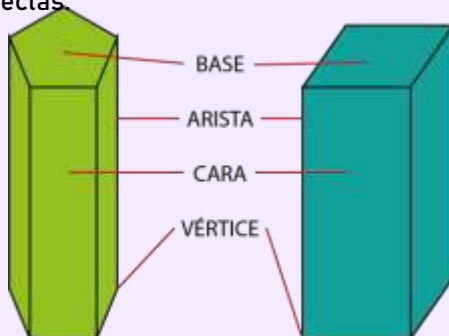
Caras visibles _____
Caras ocultas _____

b) En las líneas que se encuentran debajo de cada sólido, escribe cuantas caras se pueden ver y cuantas caras están ocultas

FASE ABSTRACTA

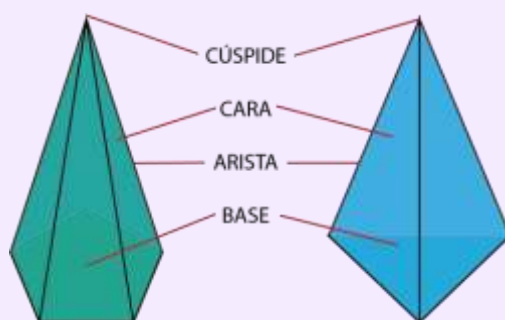
PRISMAS

Un prisma es una figura geométrica tridimensional que tiene dos bases iguales y paralelas que están conectadas por caras laterales rectangulares o cuadradas. Puedes pensar en un prisma como una caja que tiene dos tapas iguales en la parte superior e inferior, y lados rectangulares o cuadrados que unen esas tapas. Estas caras laterales son siempre rectangulares o cuadradas, y los bordes donde se encuentran las caras laterales y las bases son siempre líneas rectas.



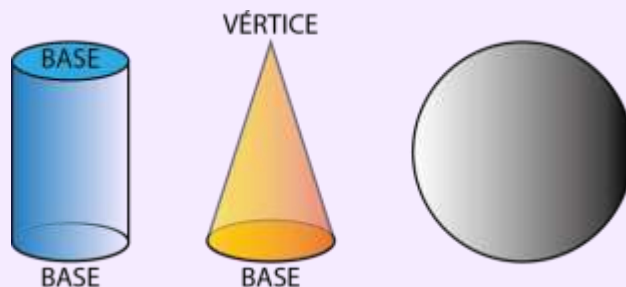
PIRÁMIDES

Una pirámide es una figura geométrica tridimensional que tiene una base, que puede ser de cualquier forma, y caras triangulares que se unen en un punto llamado vértice. Puedes imaginar una pirámide como una montaña con una base cuadrada, triangular, rectangular u otra forma en la parte inferior, y luego tiene caras triangulares que se unen en la cima, como los lados de una montaña convergen hacia su pico. Las caras laterales son siempre triángulos y la base puede ser de cualquier forma.



CUERPOS DE REVOLUCIÓN

Los cuerpos de revolución son formas tridimensionales que se obtienen al girar una figura bidimensional alrededor de un eje. Imagina que tienes una figura, como un triángulo o un cuadrado, y la pones en una máquina que la hace girar rápidamente alrededor de un eje. La figura se moverá en un círculo completo alrededor de ese eje, y el espacio que ocupa se llenará, creando una nueva forma tridimensional.



FÓRMULA DE EULER

El teorema de Euler para poliedros es una relación fundamental entre las caras, vértices y aristas de un poliedro, que son formas tridimensionales limitadas por caras planas. Aquí está la formulación del teorema de Euler:

Para cualquier poliedro convexo, la cantidad de caras C , vértices V y aristas A , están relacionadas por las fórmulas

$$C = A + 2 - V$$

$$A = C + V - 2$$

$$V = A - C + 2$$

Este teorema es importante en matemáticas y ciencias, ya que proporciona una relación fundamental entre las propiedades geométricas de un poliedro y ayuda a comprender su

EL METRO CÚBICO, MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS**El volumen**

El volumen de un sólido es la cantidad de espacio que ocupa. Se puede calcular utilizando diferentes fórmulas dependiendo de la forma del sólido. Por ejemplo, el volumen de un cubo se calcula multiplicando la longitud de sus lados tres veces:

$$\text{Volumen} = \text{lado} \times \text{lado} \times \text{lado}$$

Metro cúbico (m^3)

El metro cúbico es una unidad de medida de volumen en el sistema métrico. Un metro cúbico es el volumen de un cubo que mide un metro de largo, un metro de ancho y un metro de alto. Es una unidad muy grande, comúnmente utilizada para medir volúmenes de líquidos, sólidos o gases en grandes cantidades, como el agua en una piscina o el espacio de una habitación.

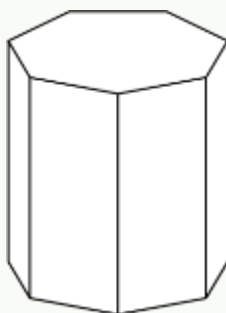
Múltiplos y submúltiplos

Para medir volúmenes más grandes o más pequeños que un metro cúbico, utilizamos múltiplos y submúltiplos del metro cúbico. Algunos de ellos son:

- Kilómetro cúbico (km^3): $1 km^3 = 1,000,000,000 m^3$ (mil millones de metros cúbicos).
- Decímetro cúbico (dm^3): $1 dm^3 = 0.001 m^3$ (una milésima de metro cúbico).
- Centímetro cúbico (cm^3): $1 cm^3 = 0.000001 m^3$ (una millonésima de metro cúbico).

ACTIVIDAD 9.3

a) En la representación del siguiente sólido, pinta de color amarillo las caras, repasa de color azul las aristas que se pueden observar y resalta de color rojo los vértices.



b) Realiza los cálculos necesarios utilizando la Fórmula de Euler y responde la pregunta

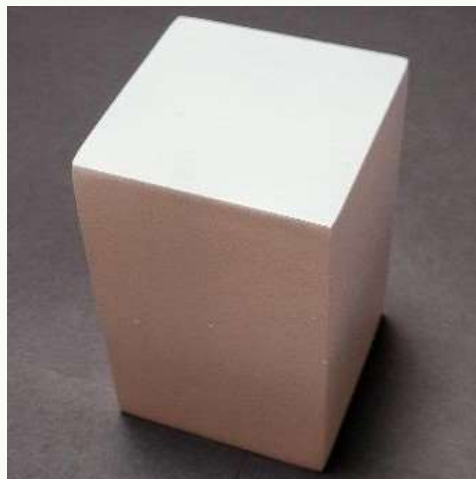
¿Cuántas caras tiene un poliedro que tiene 8 aristas y 5 vértices? _____

¿Cuántas aristas tiene un poliedro que posee 6 caras y 8 vértices? _____

c) Mide los lados y calcula el volumen en cm^3 del cubo y del prisma de base cuadrada que se tiene



Volumen del cubo _____



Volumen del prisma _____

10. Unidades de masa

DESTREZAS

M.3.2.18. Comparar el kilogramo, el gramo y la libra con las medidas de masa de la localidad, a partir de experiencias concretas y del uso de instrumentos de medida.

M.3.2.19. Realizar conversiones simples entre el kilogramo, el gramo y la libra en la solución de problemas cotidianos.

OBJETIVO

comparar y convertir unidades de masa (kilogramo, gramo, libra) en contextos reales, utilizando instrumentos de medida.

FASE CONCRETA

ACTIVIDAD 10.1

a) Con la ayuda del docente, configura la balanza en gramos, pesa cada uno de los objetos que se muestran y registra sus respectivos valores en la línea que dice gramos



_____ gramos
_____ libras

_____ gramos
_____ libras

_____ gramos
_____ libras



_____ gramos
_____ libras

_____ gramos
_____ libras

_____ gramos
_____ libras

b) Repite el proceso anterior, pero esta vez manteniendo configurada la balanza en libras

c) Con tus compañeros y docente, comparen y dialoguen sobre los resultados obtenidos

Fase pictórica

ACTIVIDAD 10.2

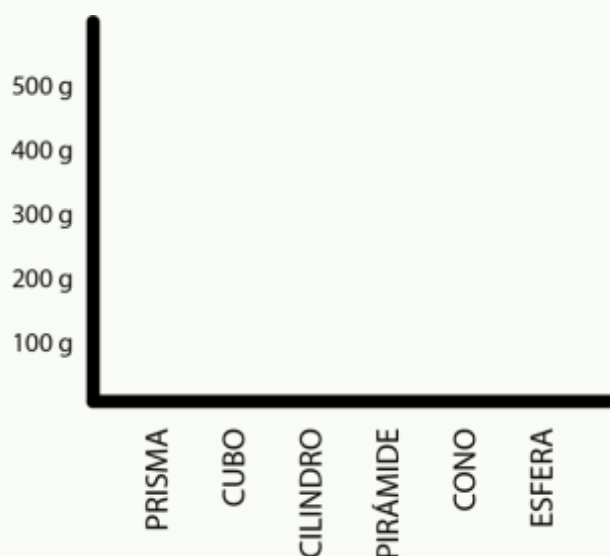
a) Configurada la balanza en gramos, registra el peso de los 3 sólidos faltantes.

CUBO _____

CILINDRO _____

PIRÁMIDE _____

b) Con los datos en gramos de los 6 sólidos registrados previamente, completa el gráfico que se muestra a continuación



c) Analizando los datos registrados y la tabla elaborada describe como se relaciona la masa del sólido que tiene un valor más alto y más bajo con la sensación que tienes al sostenerlos en la mano

Fase abstracta

KILOGRAMO (kg)

El kilogramo es la unidad básica de masa en el sistema métrico. Se utiliza para medir la masa de objetos relativamente grandes, como personas, alimentos, y vehículos. Por ejemplo, un adulto promedio puede pesar alrededor de 60 kilogramos.

GRAMO (g)

El gramo es una unidad más pequeña de masa en el sistema métrico. Se utiliza para medir la masa de objetos pequeños, como joyas, ingredientes de cocina, y productos químicos. Por ejemplo, una manzana puede pesar alrededor de 150 gramos.

LIBRA (lb)

La libra es una unidad de masa utilizada en algunos países, especialmente en los Estados Unidos y el Reino Unido. Se utiliza comúnmente para medir el peso de personas y objetos en estos lugares. Una libra equivale aproximadamente a 0,45 kilogramos. También es común encontrar esta unidad de masa cuando compramos algunos alimentos como el arroz o el azúcar.

Conversiones entre unidades de masa

Para convertir entre estas unidades de masa, puedes usar las siguientes conversiones:

$$1 \text{ kilogramo (kg)} = 1000 \text{ gramos (g)}$$

$$1 \text{ libra (lb)} = 0,45 \text{ kilogramos (kg)}$$

$$1 \text{ kilogramo (kg)} = 2,20 \text{ libras (lb)}$$

Por lo tanto, si quieres convertir 2 kilogramos a gramos, multiplicarías 2 por 1000 para obtener 2000 gramos. Y si quieres convertir 3 libras a kilogramos, multiplicarías 3 por 0,45 para obtener aproximadamente 1,35 kilogramos. Estas conversiones te permiten cambiar entre diferentes unidades de masa según sea necesario.

ACTIVIDAD 10.3

a) Con la balanza configurada en kilogramos pesa tu cuaderno y luego has los cálculos para convertir esa medida a gramos.

Cuaderno en kilogramos _____

Cuaderno en gramos _____

b) Con la balanza configurada en libras pesa dos sólidos a la vez, anota sus nombres y su peso total y luego has los cálculos para transformar esa media a kilogramos

Cuaderno en kilogramos _____

Cuaderno en gramos _____

2.2. Intervención

Para llevar a cabo la fase de intervención de la propuesta didáctica en la Escuela de Educación Básica Azuay y con el fin de asegurar el cumplimiento de los requerimientos legales y educativos, se realizó una gestión previa para obtener la autorización correspondiente de la DIRECCIÓN DISTRITAL 14D06 LIMÓN INDANZA - SANTIAGO – TIWINTZA. En los primeros días de diciembre de 2023, se sostuvo una reunión preliminar con el Director Distrital, el Lic. Luis Jonny Martinez Sharup, durante la cual se explicó el proyecto, resaltando la necesidad de obtener su autorización, la cual fue concedida. Posteriormente, se formalizó la solicitud a través de un oficio (Anexo 3) y se recibió la aceptación formal (Anexo 4). El periodo de intervención se estableció entre el 2 de enero y el 26 de enero de 2024, durante el cual se llevaron a cabo diversas actividades didácticas enfocadas en el aprendizaje de la Geometría, haciendo uso del material didáctico diseñado y fundamentado en el Método Singapur, enriquecido con el valor cultural de los petroglifos de Catazho.

Durante este periodo, se desarrollaron una serie de sesiones interactivas y prácticas en las cuales los estudiantes tuvieron la oportunidad de explorar conceptos geométricos a través de la manipulación directa del material concreto, la visualización de representaciones pictóricas y la abstracción de estos conceptos en actividades más complejas. Las actividades fueron cuidadosamente secuenciadas para seguir el enfoque CPA, iniciando con ejercicios concretos que incluían la construcción y medición de figuras geométricas utilizando los recursos didácticos. Posteriormente, se avanzó hacia actividades que requerían la representación de estas figuras en formatos pictóricos, como dibujos y diagramas, para finalmente abordar problemas que demandaban un nivel de abstracción mayor, como el cálculo de áreas y perímetros utilizando fórmulas matemáticas. La intervención fue acompañada de un proceso continuo de observación y retroalimentación, permitiendo ajustes en tiempo real para maximizar la efectividad de la enseñanza y el aprendizaje.

2.2.1. Semana 1 (2 enero – 5 enero)

Durante la primera semana de intervención en la Escuela de Educación Básica Azuay, se llevó a cabo una serie de actividades fundamentales para establecer el marco del proceso educativo en geometría. Iniciando con la aplicación de un pretest para evaluar las destrezas básicas de los estudiantes, seguido de entrevistas personales para entender su motivación y coordinar horarios de intervención, se estableció un entorno de aprendizaje interactivo y participativo. Se dotó a los estudiantes con materiales esenciales y se introdujo el material didáctico específico junto con la guía didáctica, culminando la semana con el estudio exitoso

del tema de ÁNGULOS y de RECTAS PARALELAS, SECANTES Y PERPENDICULARES, lo que marcó un inicio prometedor para las sesiones educativas subsiguientes.

Tabla 5. Detalle de actividades de la primera semana

Día	Actividad	Descripción
Martes 2	Aplicación del pretest	Evaluación de las destrezas básicas en geometría de los estudiantes mediante un cuestionario de 10 ítems.
	Entrevista con los estudiantes	Realización de entrevistas con los estudiantes para conocer cuan motivados están con respecto al aprendizaje de la geometría
	Entrevista con el docente director	Realización de entrevista con el docente director para conocer la realidad del nivel educativo de los estudiantes desde la perspectiva del docente.
	Acuerdos con el docente director	Se establece como horario de las sesiones de intervención de 11H00 a 12H00, ya que el docente director manifiesta que es difícil que los estudiantes puedan participar de dichas sesiones si es que se las realiza en un horario extracurricular.
Miércoles 3		Con los estudiantes que participan de las sesiones se realiza una presentación y un conversatorio sobre sus conocimientos generales de matemáticas, geometría y petroglifos de Catazho y de cómo piensan que se relacionan entre ellos.
	Conversatorio	Se dota a los estudiantes de los recursos necesarios para las sesiones a desarrollarse (regla, compás, graduador, lápices, borrador, hojas), además se presenta el material didáctico elaborado junto a la guía didáctica.
	Dotación de recursos	Inicio de las sesiones educativas con el estudio del tema de ÁNGULOS, utilizando el material didáctico y la guía pedagógica. Se completan las 3 fases del Método Singapur propuestas para este tema.
Jueves 4	Estudio de ÁNGULOS	Se aborda con éxito las tres fases del Método Singapur, lo que demostró la efectividad de la planificación y los recursos didácticos en la enseñanza de conceptos geométricos.
Viernes 5	Estudio de RECTAS PARALELAS, SECANTES Y PERPENDICULARES	

Imagen 3. Estudiantes del Subnivel Básica Media de la EEB Azuay resolviendo el pretest



2.2.2. Semana 2 (8 enero – 12 enero)

La segunda semana de intervención se caracterizó por la adaptabilidad y resiliencia ante los desafíos inesperados, marcada por los hechos violentos en Ecuador el 9 de enero. A pesar de las directrices del Ministerio de Educación hacia la modalidad no presencial, la Escuela de Educación Básica Azuay, en consideración a la situación particular de la comunidad de San José y a la imposibilidad de los estudiantes de acceder a clases virtuales, continuó con sus actividades de manera regular.

Esta semana se abordaron temas esenciales como UNIDADES DE LONGITUD y SUPERFICIE, y se inició con el estudio de TRIÁNGULOS. Las actividades incluyeron desde el estudio teórico hasta una enriquecedora actividad de campo, permitiendo a los estudiantes explorar conceptos geométricos de forma concreta, pictórica y abstracta. Esta semana destacó por su enfoque integral y adaptativo, asegurando un progreso continuo y significativo en el aprendizaje de la geometría.

Tabla 6. Detalle de actividades de la segunda semana

Día	Actividad	Descripción
Lunes 8	Estudio UNIDADES DE LONGITUD	Se efectúa una actividad de campo, permitiendo a los estudiantes experimentar las fases Concreta y Pictórica, lo que enriqueció su aprendizaje con experiencias prácticas y visualizaciones, facilitando la comprensión de conceptos abstractos a través de la exploración y medición en el entorno real.
Martes 9	Estudio UNIDADES DE LONGITUD	Se profundizó en las UNIDADES DE LONGITUD, centrándose en la fase Abstracta, lo que permitió a los estudiantes consolidar su comprensión mediante la aplicación de fórmulas y la resolución de problemas más complejos.
Miércoles 10	Estudio UNIDADES DE SUPERFICIE	Se inició el estudio de las UNIDADES DE SUPERFICIE, cubriendo las fases Concreta y Pictórica, y proporcionando a los estudiantes la oportunidad de explorar conceptos de medición de superficies de manera tangible y visual.
Jueves 11	Estudio UNIDADES DE SUPERFICIE	Se concluyó este tema con la fase Abstracta, enfatizando la aplicación de conocimientos en contextos más teóricos y abstractos, a más de la aplicación directa en un concepto que es bien conocido por los estudiantes, como lo es la Hectárea.
Viernes 12	Estudio TRIÁNGULOS	La semana comenzó con el estudio exhaustivo de los TRIÁNGULOS, donde las fases Concreta, Pictórica permitieron a los estudiantes manipular y visualizar las distintas formas y clasificaciones de los triángulos según sus lados y ángulos.

Imagen 4. Estudiantes participando de la actividad de campo planificada para el estudio de las unidades de longitud



2.2.3. Semana 3 (15 enero – 19 enero)

Esta semana se caracterizó por una inmersión profunda en la geometría, abordando los temas de TRIÁNGULOS, CUADRILÁTEROS y POLÍGONOS. Se inició con la clasificación de triángulos, avanzando hacia el cálculo de su perímetro y área, y posteriormente se exploró la clasificación y las medidas de los cuadriláteros, se continuó con la clasificación de los polígonos. Esta semana estuvo marcada por el uso efectivo de las fases Concreta, Pictórica y Abstracta del Método Singapur, lo que permitió a los estudiantes consolidar su entendimiento teórico y práctico de conceptos geométricos fundamentales.

Tabla 7. Detalle de actividades de la tercera semana

Día	Actividad	Descripción
Lunes 15	Estudio de TRIÁNGULOS	Se continuó con la fase Abstracta, ejecutando un estudio detallado del perímetro y área de los triángulos, consolidando así su comprensión teórica y práctica.
Martes 16	Estudio de CUADRILÁTEROS	Se abarcó inicialmente las fases Concreta y Pictórica para familiarizar a los estudiantes con la clasificación de estas figuras, incluyendo paralelogramos, trapecios y trapezoides.
Miércoles 17	Estudio de CUADRILÁTEROS	Se inició con la fase Abstracta del tema, profundizando en los cálculos de perímetro de los cuadriláteros.

Jueves 18	Estudio CUADRILÁTEROS	de	Se completó la fase Abstracta del tema, concluyendo con el estudio del área de los cuadriláteros, lo que reforzó la habilidad de los estudiantes para aplicar fórmulas matemáticas en contextos geométricos.
Viernes 19	Estudio POLÍGONOS	de	Se trabajó con la clasificación de los polígonos y se desarrollaron las tres etapas del Método Singapur propuestos en este tema.

Imagen 5. Estudiantes con parte del material didáctico utilizado



2.2.4. Semana 4 (22 enero – 26 enero)

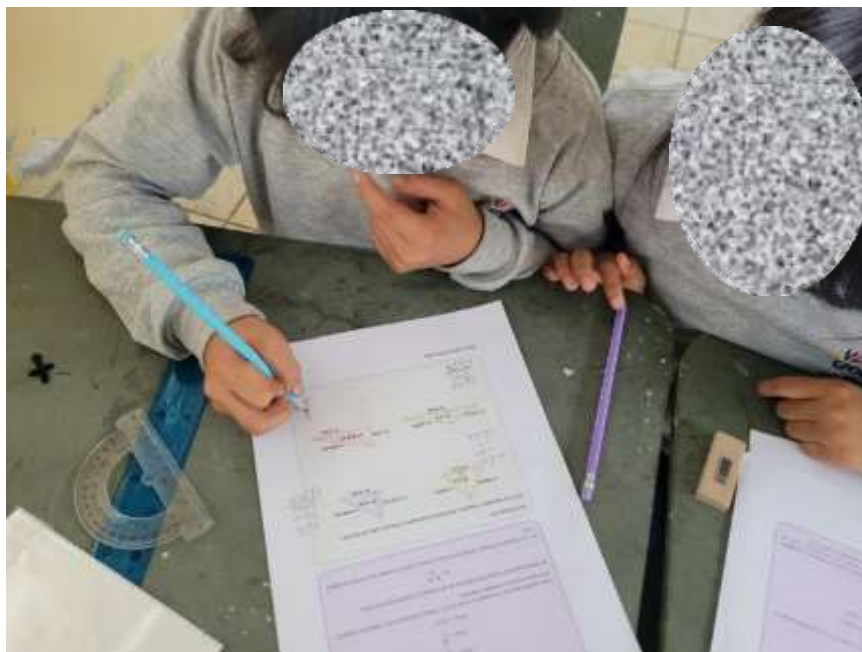
La cuarta y última semana de intervención en la Escuela de Educación Básica Azuay se caracterizó por una diversidad temática y la consolidación del aprendizaje. Se abordaron temas como CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA y CUERPOS SÓLIDOS, seguido por el estudio de las UNIDADES DE MASA. Se realizó un repaso integral de todos los contenidos trabajados y se recogieron las impresiones de los estudiantes a través de entrevistas, lo que proporcionó una perspectiva valiosa sobre el proceso educativo. La semana culminó con la aplicación del post test, evaluando el conocimiento y las habilidades desarrolladas, cerrando así el ciclo de intervención con una valoración objetiva del progreso de los estudiantes.

Tabla 8. Detalle de actividades de la cuarta semana

Día	Actividad	Descripción
Lunes 22	Estudio CÍRCULO CIRCUNFERENCIA	de Y
		Se dedicó al estudio del CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA, abarcando los contenidos a través de las fases Concreta, Pictórica y Abstracta, lo que permitió a los estudiantes comprender plenamente tanto los elementos como las propiedades de estas figuras geométricas.

Martes 23	Estudio SÓLIDOS GEOMÉTRICOS	de	Se exploraron sus características y propiedades en un contexto tridimensional, nuevamente a través de las tres fases del Método Singapur.
Miércoles 24	Estudio UNIDADES MASA	de DE	Se abordaron conceptos clave y aplicaciones prácticas, asegurando que los estudiantes adquirieran una comprensión sólida de la medición de masa en diferentes contextos.
Jueves 25	Repaso integral		Se retroalimentó integralmente todos los temas tratados desde el inicio de la intervención, desde ÁNGULOS hasta UNIDADES DE MASA, reforzando el aprendizaje y consolidando los conceptos.
	Entrevista grupal		Se llevó a cabo una entrevista con los estudiantes para recoger sus impresiones y valoraciones sobre las sesiones de aprendizaje, proporcionando una retroalimentación valiosa sobre el proceso educativo.
Viernes 26	Aplicación del post test		Se aplicó el post test, diseñado para evaluar los conocimientos y habilidades adquiridos por los estudiantes a lo largo de las semanas de intervención. Este instrumento de evaluación sirvió para medir el impacto de las actividades didácticas y del material utilizado en el aprendizaje de la geometría y conceptos matemáticos relacionados, cerrando así el ciclo de intervención con una evaluación objetiva del progreso realizado por los estudiantes.

Imagen 6. Estudiantes realizando ejercicios de triángulos



Capítulo III: Metodología

La presente investigación se caracteriza por su enfoque analítico cuantitativo y su naturaleza de acción participativa. Colmenares (2012, p.105) menciona que investigación de acción participativa “parte de un diagnóstico inicial, de la consulta a diferentes actores sociales en búsqueda de apreciaciones, puntos de vista, opiniones, sobre un tema o problemática susceptible de cambiar”. Este estudio implicar la realización de una intervención mediante recursos educativos específicos en un grupo experimental. Además, la investigación adopta un diseño longitudinal, permitiendo la comparación de los datos recogidos a partir de una evaluación inicial con los resultados obtenidos en una evaluación final.

En términos de las variables estudiadas, esta investigación se centra en dos tipos principales: variables dependientes y variables independientes. Las variables dependientes en este estudio incluyen el rendimiento académico de los estudiantes y su nivel de motivación. Por otro lado, las variables independientes consisten en la aplicación del Método Singapur y el uso de los Petroglifos de Catazho como recursos didácticos. La interacción entre estas variables proporcionará una comprensión profunda del impacto de las estrategias de enseñanza innovadoras en el aprendizaje estudiantil y su motivación.

3.1. Selección de la Población y Muestra

Este trabajo se lleva a cabo en la Escuela de Educación Básica Azuay, una institución unidocente localizada en la comunidad San José de la parroquia Indanza (cantón Limón Indanza, provincia Morona Santiago) que pertenece al Distrito de Educación 14D06 Limón Indanza – Santiago - Tiwintza. Debido a la reducida cantidad de estudiantes en la institución, se ha determinado que la población de estudio y la muestra coincidan. Por lo tanto, la muestra está compuesta por los estudiantes del subnivel Básica Media inscritos en el año académico 2023 - 2024. Este grupo incluye un total de 5 estudiantes, de los cuales 3 están matriculados en el sexto año de básica y 2 en el séptimo año. Es necesario señalar que para este año académico no se registraron matrículas en el quinto año de básica.

3.2. Técnicas e Instrumentos

En el proceso diagnóstico, se aplicó un pretest para evaluar el conocimiento de geometría de los estudiantes de educación básica media. Además, se realizó una entrevista con el docente principal para obtener una comprensión más completa de la situación de los estudiantes desde la perspectiva del educador.

3.2.1. Pre-test

Se diseñó un cuestionario de 10 ítems para evaluar el conocimiento en Geometría de los estudiantes del subnivel básica media, enfocándose en las Destrezas con Criterio de

Desempeño (DCD) básicas imprescindibles. Para garantizar la relevancia y precisión del cuestionario (Anexo 1) se aplicó la técnica de Validación juicio de expertos propuesto por Soriano Rodríguez (2014). La validación incluyó aspectos como la claridad, pertinencia y alineación con las DCD identificadas. El cuestionario se aplicó el 2 de enero de 2024 para evaluar el nivel de conocimientos geométricos de los estudiantes.

3.2.2. Entrevistas a los Estudiantes

El 3 de enero de 2024, se realizaron entrevistas individuales con cada estudiante para evaluar su motivación inicial hacia el aprendizaje de la Geometría (Anexo 2. Entrevistas para conocer la motivación inicial y final de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Geometría). Estas entrevistas buscaban recopilar información sobre las percepciones, actitudes y experiencias personales de los estudiantes respecto a la Geometría. Se utilizaron preguntas abiertas y dialogadas para identificar el interés y entusiasmo de los estudiantes hacia la geometría, así como para descubrir las experiencias y percepciones que podrían influir en su actitud hacia esta materia.

3.2.3. Entrevista al Docente Director

El 3 de enero de 2024, se llevó a cabo una entrevista al docente (Anexo 2) con el fin de obtener una perspectiva más detallada de la situación educativa y el entorno de aprendizaje desde su punto de vista. Esta entrevista exploraba la percepción del docente sobre los niveles de competencia, interés y desafíos de los estudiantes en Geometría, así como su opinión sobre la eficacia de las metodologías de enseñanza utilizadas, incluyendo la integración de recursos culturales locales como los petroglifos de Catazho y enfoques pedagógicos innovadores como el Método Singapur. Este diálogo fue esencial para complementar los datos obtenidos de los estudiantes, ofreciendo una visión completa de la dinámica de aprendizaje.

3.2.4. Propuesta Didáctica

La técnica principal utilizada implica la aplicación de una guía didáctica fundamentada en el Método Singapur y apoyada con el uso de materiales didácticos elaborados y relacionados con los Petroglifos de Catazho. Su propósito es mejorar el rendimiento académico y fomentar la motivación hacia el aprendizaje de las DCD del bloque de Geometría en los estudiantes del Subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay. Dicha guía didáctica se expuso en el tema 2.1.2. *Guía Didáctica* de este documento.

3.2.5. Entrevista Grupal

El 25 de enero de 2024, tras finalizar la intervención, se realizó una entrevista grupal (Anexo 2) con los estudiantes para evaluar su nivel de satisfacción con la intervención y la motivación

al aprendizaje que experimentaron durante las semanas de trabajo. En esta instancia, se buscaba obtener retroalimentación detallada sobre la percepción de los estudiantes acerca de la metodología utilizada, los materiales didácticos empleados y su impacto en su interés y compromiso con el aprendizaje de la Geometría.

3.2.5. Post-test

Igualmente, el objetivo del post-test fue obtener información sobre el nivel final de conocimiento de los estudiantes. Se utilizó el cuestionario que evaluaba las mismas DCD básicas imprescindibles que el pre-test, manteniendo así el mismo nivel de complejidad para evitar sesgos en los resultados. La aplicación de este cuestionario se realizó el 26 de enero de 2024.

3.2.6. Confidencialidad de la Información

Se ha gestionado de forma ética y responsable la información recopilada en las evaluaciones y entrevistas, garantizando la integridad de los estudiantes durante la investigación. Se obtuvo el consentimiento verbal de parte de los representantes legales de los estudiantes, así como también el permiso firmado del Director del Distrito 14D06 Limón Indanza - Santiago – Tiwintza, y el Docente Director de la Escuela de Educación Básica Azuay también autorizó el uso estrictamente académico de los resultados. Además, se ha seguido un protocolo de confidencialidad para asegurar la veracidad de los datos obtenidos.

3.3. Análisis de Resultados

3.3.1. Análisis Cuantitativo

Se utilizaron los resultados del pre-test y post-test para crear tablas de frecuencia basadas en la información recopilada. Además, se aplicó la Prueba t de Student para muestras emparejadas con un nivel de confianza del 95%. La hipótesis planteada fue:

H_0 : El resultado obtenido en el pretest es menor que el resultado obtenido en el post-test.

3.3.2. Análisis Cualitativo

En cuanto a la información obtenida en las entrevistas se procedió del siguiente modo:

1. Analizar el contenido de las respuestas para identificar ideas clave, opiniones, actitudes y emociones relacionadas con la motivación hacia la Geometría.
2. Buscar similitudes, diferencias y relaciones entre las respuestas de los estudiantes.
3. Identificar patrones recurrentes o tendencias en las respuestas de los estudiantes que indiquen un nivel general de motivación hacia el aprendizaje de la Geometría.
4. Interpretar los resultados del análisis para obtener conclusiones sobre el nivel de motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Geometría.

Capítulo IV: Resultados y Discusión

4.1. Análisis de Resultados

Para realizar un análisis exhaustivo del impacto de la propuesta didáctica en la Escuela de Educación Básica Azuay, es fundamental comparar el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes antes y después de la intervención educativa. Esto se logra mediante la evaluación de los resultados obtenidos en los test y las entrevistas realizadas.

4.1.1. Rendimiento Académico

Mediante la aplicación de los test, se ha buscado evidenciar mejoras en el aprendizaje de las Destrezas con Criterio de Desempeño (DCD) básicas imprescindibles del Subnivel Básica Media.

En la Tabla 9 se puede observar el resultado obtenido en el pre-test en cada una de las DCD básicas imprescindibles. Llama la atención que en las DCD M.3.2.11 y M.3.2.15 que se refieren a los elementos del círculo y circunferencia y a las unidades de superficie respectivamente, todos los estudiantes que resolvieron el cuestionario hayan obtenido una calificación de cero. La DCD mejor desarrollada en los estudiantes es la M.3.2.20 la cual hace referencia a la mediada de ángulos, aunque hay que tener en cuenta que también es la DCD que mayor desviación presenta.

Tabla 9. Tabla de distribución de frecuencias de los datos obtenidos en el pre-test

DCD	N	Media	Mediana	Moda	DE	Mínimo	Máximo
M.3.2.3	5	3.200	4.00	4.00	1.095	2.00	4.00
M.3.2.4	5	3.200	4.00	4.00	1.095	2.00	4.00
M.3.2.6	5	3.600	4.00	4.00	0.894	2.00	4.00
M.3.2.8	5	3.200	4.00	4.00	1.095	2.00	4.00
M.3.2.9	5	3.200	4.00	4.00	1.095	2.00	4.00
M.3.2.11	5	0.000	0.00	0.00	0.000	0.00	0.00
M.3.2.14	5	0.800	0.00	0.00	1.095	0.00	2.00
M.3.2.15	5	0.000	0.00	0.00	0.000	0.00	0.00
M.3.2.16	5	4.000	4.00	4.00	1.414	2.00	6.00
M.3.2.17	5	0.400	0.00	0.00	0.894	0.00	2.00
M.3.2.18	5	0.400	0.00	0.00	0.894	0.00	2.00
M.3.2.20	5	6.000	6.00	2.00*	3.162	2.00	10.00

* Existe más de una moda, solo se reporta la primera

Tabla elaborada con software de código abierto Jamovi

Tabla 10 corresponde a los datos obtenidos luego de la intervención, se observa como las calificaciones para todas las DCD se han incrementado, aunque solo en cuatro de ellas se obtiene un promedio mayor que 7.

Tabla 10. Tabla de distribución de frecuencias de los datos obtenidos en el post-test

Blaise Carlos Piña Criollo

DCD	N	Media	Mediana	Moda	DE	Mínimo	Máximo
M.3.2.3	5	8.40	8.00	8.00*	1.67	6.00	10.00
M.3.2.4	5	5.60	6.00	4.00*	1.67	4.00	8.00
M.3.2.6	5	6.40	6.00	6.00*	1.67	4.00	8.00
M.3.2.8	5	7.20	8.00	8.00	1.10	6.00	8.00
M.3.2.9	5	4.80	4.00	4.00	1.10	4.00	6.00
M.3.2.11	5	4.80	4.00	4.00	1.10	4.00	6.00
M.3.2.14	5	5.60	6.00	4.00*	1.67	4.00	8.00
M.3.2.15	5	4.80	6.00	6.00	1.79	2.00	6.00
M.3.2.16	5	8.00	8.00	6.00*	2.00	6.00	10.00
M.3.2.17	5	4.00	4.00	4.00	1.41	2.00	6.00
M.3.2.18	5	4.40	4.00	4.00*	1.67	2.00	6.00
M.3.2.20	5	8.40	8.00	8.00*	1.67	6.00	10.00

* Existe más de una moda, solo se reporta la primera

Tabla elaborada con software de código abierto Jamovi

Al comparar el promedio general del pre-test y post-test de los estudiantes utilizando la Prueba t de Student para Muestras Apareadas obtenemos la siguiente tabla

Tabla 11. Prueba T para Muestras Apareadas - promedio del pre-test y promedio del post-test

Promedio del pre-test	Promedio del post-test		estadístico	gl	p
2.333	6.03	T de Student	-14.8	4.00	< .001

H₀: El resultado obtenido en el pretest es menor que el resultado obtenido en el post-test

Tabla elaborada con software de código abierto Jamovi

En la Tabla 11, debido a que el valor de p es < .001 se verifica que la hipótesis planteada H₀ es verdadera.

A continuación, se aplica la Prueba t de Student comparando los resultados del pre-test y post-test para cada una de DCD básicas imprescindibles.

Tabla 12. Prueba T para Muestras Apareadas – DCD del pre-test y del post-test

			estadístico	gl	p
M.3.2.3 (pre-test)	M.3.2.3 (post-test)	T de Student	-6.50	4.00	0.001
M.3.2.4 (pre-test)	M.3.2.4 (post-test)	T de Student	-3.21	4.00	0.016
M.3.2.6 (pre-test)	M.3.2.6 (post-test)	T de Student	-5.72	4.00	0.002
M.3.2.8 (pre-test)	M.3.2.8 (post-test)	T de Student	-6.32	4.00	0.002
M.3.2.9 (pre-test)	M.3.2.9 (post-test)	T de Student	-2.14	4.00	0.050
M.3.2.11 (pre-test)	M.3.2.11 (post-test)	T de Student	-9.80	4.00	< .001
M.3.2.14 (pre-test)	M.3.2.14 (post-test)	T de Student	-4.71	4.00	0.005
M.3.2.15 (pre-test)	M.3.2.15 (post-test)	T de Student	-6.00	4.00	0.002
M.3.2.16 (pre-test)	M.3.2.16 (post-test)	T de Student	-4.47	4.00	0.006

M.3.2.17 (pre-test)	M.3.2.17 (post-test)	T de Student	-4.81	4.00	0.004
M.3.2.18 (pre-test)	M.3.2.18 (post-test)	T de Student	-6.32	4.00	0.002
M.3.2.20 (pre-test)	M.3.2.20 (post-test)	T de Student	-3.21	4.00	0.016

H_0 : El resultado obtenido en el pretest es menor que el resultado obtenido en el post-test

Tabla elaborada con software de código abierto Jamovi

En la Tabla 12 se manifiesta como en cada una de las DCD básicas imprescindibles la Prueba t de Student verifica la hipótesis H_0 planteada ya que en todas ellas se obtiene un valor de p inferior a 0.05.

Los resultados obtenidos pueden ser analizados y comparados con la Tabla 13, la cual muestra la escala de calificación de aprendizajes según el Art.193 del Reglamento General a la LOEI

Tabla 13. Escala de calificación de aprendizajes

Escala Cualitativa	Escala Cuantitativa
Domina los aprendizajes requeridos	9.00 – 10.00
Alcanza los aprendizajes requeridos	7.00 – 8.99
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos	4.01 – 6.99
No alcanza los aprendizajes requeridos	≤ 4

Fuente: Ministerio de Educación (2016, p.18)

El promedio del pre-test, 2.333, indica un nivel bajo de aprendizaje, ya que se sitúa en la parte inferior de la escala de calificación. Por otro lado, el post-test obtuvo un promedio de 6.03, lo que sugiere una mejora en el rendimiento de los estudiantes después de la intervención, acercándose así a los niveles de aprendizaje requeridos. Aunque no se alcanzó el dominio completo de los aprendizajes requeridos, se logró mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en cuanto al aprendizaje de las DCD básicas imprescindibles de Geometría del Subnivel Básica Media.

4.1.2. Motivación del Estudiante

Las respuestas de los niños en la entrevista inicial, se observa en la Tabla 14, la misma que permite facilitar la comparación y el análisis.

Tabla 14. Respuestas de los estudiantes a la entrevista inicial

Estudiante	Edad (años)	Opinión sobre la Geometría	Actividades Disfrutadas	Imaginación al pensar en Geometría	Uso de objetos/dibujos	Preferencia de trabajo	Dificultades	Preferencia de aprendizaje	Importancia de la Geometría	Motivación adicional	Uso de Petroglifos de Catazho
1	10	Confuso, no gusta	Ninguna	Muchas figuras y números	No le gusta, no entiende	Solo	Todo le parece difícil	Juegos o algo divertido	No sabe para qué sirve	Juegos o premios	No los han utilizado
2	10	No le gusta, no entiende	Ninguna	Líneas y formas confusas	No le gusta, no entiende	Solo	Las formas y cómo medirlas	Más explicaciones y ayuda	Parece complicado	Más ayuda y explicaciones	No, pero podría ser buena idea
3	10	Complicado, no le gusta	Ninguna	Confusión, no sabe mucho	No le gusta, no ayuda	Solo	Casi todo le parece difícil	Actividades interactivas y divertidas	Difícil de usar en la vida real	Juegos o actividades en grupo	No, pero le gustaría usarlos
4	11	Aburrido	Ninguna	Números y figuras que no entiende	No le gusta, no ve cómo ayuda	Grupo	Todo le parece difícil	Más juegos o cosas prácticas	No ve cómo se usa en la vida cotidiana	Actividades más divertidas o relacionadas con cosas reales	No, pero le gustaría usarlos
5	11	Muy difícil	Ninguna	Se siente perdido, no sabe qué pensar	No le gusta, siempre se confunde más	Solo	No entiende cómo dibujar las figuras correctamente	Usar más videos o juegos	No ve su utilidad	Clases más interactivas y menos teóricas	No, pero le gustaría usarlos

Fuente: Elaboración propia con base en las respuestas dadas por los estudiantes en la entrevista inicial.

Con base en esta tabla se puede decir que los estudiantes muestran una percepción generalizada de la geometría como difícil y confusa, y la mayoría no disfruta aprendiéndola en la escuela. Hay una falta de comprensión sobre la utilidad de la geometría en la vida real, lo que contribuye a la baja motivación. Existe una preferencia por actividades más interactivas, divertidas y prácticas, y algunos niños expresan vergüenza o pena al no entenderla. La falta de entendimiento genera frustración, tristeza y decepción en los niños, y se menciona el interés por aprender mediante juegos, premios, videos y actividades en grupo. También hay curiosidad e interés por los Petroglifos de Catazho como recurso didáctico.

En cuanto a similitudes, todos los niños coinciden en que la geometría es difícil, pero difieren en cómo les gustaría aprenderla. La mayoría prefiere trabajar solo por vergüenza o pena de no entender, excepto uno que prefiere trabajar en grupo para recibir ayuda. Hay una falta de comprensión generalizada sobre la utilidad de la geometría en la vida cotidiana, y la mayoría muestra interés en aprender mediante actividades más interactivas y divertidas.

Los patrones recurrentes muestran que la mayoría de los niños prefieren actividades más interactivas y divertidas, y que la falta de comprensión genera emociones negativas como vergüenza, frustración y tristeza. También se observa una falta de conexión percibida entre la geometría y su vida cotidiana.

En la entrevista aplicada al El Docente Director se evidenció una situación similar, donde menciona un bajo interés y motivación hacia el aprendizaje por parte de los estudiantes. Enfrenta desafíos como la falta de fundamentos básicos en matemáticas y dificultades en la visualización espacial, consistentes con las respuestas de los niños. Estrategias como la integración de recursos locales y el Método Singapur son prometedoras, pero requieren una base sólida en conceptos geométricos y tiempo para resultados significativos. La relación de la Geometría con el entorno y cultura de los estudiantes es acertada, pero encontrar actividades efectivas a su nivel es un desafío. La adaptación de lecciones a diferentes niveles de comprensión muestra atención a las diferencias individuales, a pesar de las limitaciones de un aula unidocente. Se identifica la necesidad de más materiales didácticos adaptados, capacitación específica en la enseñanza de Geometría a estudiantes con bajos niveles de conocimiento y formación en metodologías innovadoras. Estas sugerencias destacan la importancia de mejorar los recursos y la capacitación docente para enriquecer la enseñanza de la geometría en este contexto.

Para analizar las respuestas de los niños y medir su nivel de motivación final con respecto al aprendizaje de la geometría, se usa la Tabla 15, la cual se presenta a continuación:

Tabla 15. *Respuestas de los estudiantes a la entrevista final*

Estudiante	Lo que más le gustó	Tema que le gustaría explorar más	Preferencia de aprendizaje	Sentimientos al usar materiales concretos	Sentimientos durante las clases	Sentimiento de confianza en habilidades matemáticas	Utilidad de la geometría en la vida cotidiana	Cómo la geometría ayuda a entender el mundo	Opinión sobre los petroglifos de Catazho	Interés en aprender geometría con ejemplos relacionados con la cultura
1	Usar las figuras de los petroglifos en las clases	Círculo	Actividades prácticas	Bien	Emocionado	Sí, se siente más capaz	Sí, medir distancias y ángulos	Reconocer figuras	Se siente más cercano a su cultura	Sí, porque ve relevancia en su vida y cultura
2	Salir a medir los petroglifos	Áreas	Actividades prácticas	Seguro	Feliz	Sí, se siente más confiado	Sí, medir los terrenos	Ver que los triángulos están en todos los lugares	Apreciación por su cultura	Sí, porque todo tiene más sentido
3	Salir a medir los petroglifos	Círculo	Actividades prácticas	Emocionado	Contento	Sí, se siente más confiado	Sí, reconocer que hay figuras geométricas en todo lugar	Poder medir todo	Aprendiendo algo valioso de sus antepasados	Sí, porque la matemática se vuelve parte de su entorno
4	Salir a medir los petroglifos	Ángulos	Actividades prácticas	Emocionado	Emocionado	Sí, se siente más seguro en problemas matemáticos	Sí, calcular pintura para una pared	Ver como se repiten las figuras (patrones)	Conexión especial con su lugar de vida	Sí, porque aprende mejor cuando se relaciona con su vida
5	Aprender entre todos y ayudarnos	Triángulos	Actividades prácticas	Seguro	Feliz	Sí, con confianza para abordar otros temas matemáticos	Sí, construir muebles	Dibujar lo que vemos	Conexión especial con su lugar de vida	Sí, valor real y directo en su vida y comunidad

Fuente: Elaboración propia con base en las respuestas dadas por los estudiantes en la entrevista final.

Después de un mes de clases utilizando el Método Singapur y recursos culturales locales, todos los niños muestran una clara preferencia por actividades prácticas para aprender geometría, encontrándolas más efectivas y divertidas. La mayoría también reporta sentirse más seguros y capaces en matemáticas después de aprender geometría. Todos reconocen la utilidad de la geometría en la vida cotidiana, además, todos muestran un mayor interés y aprecio por la geometría al relacionarla con su cultura local, como los petroglifos de Catazho, lo que les hace sentir más conectados y valorar más su patrimonio cultural. En general, los niños encuentran que aprender geometría con ejemplos y materiales relacionados con su cultura hace que las clases sean más interesantes y significativas para ellos. Estos patrones sugieren un aumento en la motivación de los niños hacia el aprendizaje de la geometría después de estas clases, indicando que estas estrategias han sido efectivas para mejorar su motivación y comprensión en geometría.

La intervención educativa en la Escuela de Educación Básica Azuay resultó en una mejora del rendimiento académico de los estudiantes, evidenciada por la comparación entre los resultados del pre-test y el post-test. Los estudiantes, que inicialmente no alcanzaban los niveles requeridos de aprendizaje, mejoraron considerablemente y se acercaron a los estándares esperados en las Destrezas con Criterio de Desempeño (DCD) básicas imprescindibles de Geometría del Subnivel Básica Media. Además, las entrevistas mostraron un cambio positivo en la motivación y el interés de los estudiantes hacia la Geometría, atribuido al enfoque práctico y la inclusión de elementos culturales como los Petroglifos de Catazho, que conectaron el aprendizaje con su entorno y cultura local. Estos resultados resaltan la efectividad del Método Singapur y la importancia de integrar contextos culturales y metodologías interactivas en la enseñanza de la Geometría.

4.2. Discusión

El propósito de este estudio fue evaluar el impacto del Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en la enseñanza de la Geometría en el Subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay, en el cantón Limón Indanza. Se compararon los resultados antes y después de la intervención para medir el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes.

La aplicación de una guía didáctica basada en el Método Singapur y en materiales relacionados con los Petroglifos de Catazho tuvo un impacto significativo en el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de Geometría. El promedio del curso en el pretest fue de 2.33, mientras que en el post-test fue de 6.031, lo que representa una mejora del 158%. Los resultados de las pruebas t de Student, donde $p < 0.05$ en todas las Destrezas con Criterio de Desempeño, confirman esta mejora en el rendimiento

académico. Además, las entrevistas revelaron un aumento significativo en la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las destrezas geométricas. Este estudio demuestra la efectividad de la guía didáctica y los recursos basados en los Petroglifos de Catazho para mejorar el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes en el estudio de la Geometría.

Esta investigación, conjuntamente con la de Tapia Reyes y Murillo Antón (2020), resaltan la eficacia del Método Singapur en la enseñanza de las matemáticas, coincidiendo en su capacidad para involucrar a los estudiantes desde sus experiencias previas. Mientras que Tapia Reyes y Murillo Antón se centran en los beneficios del método para iniciar el proceso educativo desde las bases del alumno, esta investigación se enfoca en su impacto en el rendimiento y motivación en un contexto específico de geometría en educación básica media. Ambos estudios coinciden en que el Método Singapur supera al enfoque tradicional, destacando su capacidad para desarrollar habilidades más allá de la memorización. Los hallazgos respaldan esta afirmación al mostrar mejoras significativas en el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes. Estos resultados sugieren que el Método Singapur no solo es eficaz en matemáticas generales, sino también en contextos más específicos como la geometría, respaldando su aplicación en diferentes niveles educativos.

Se coincide con Niño-Vega et al. (2020) en la importancia de las secuencias didácticas y el uso de material concreto en la enseñanza de las matemáticas. Se destaca que estas estrategias facilitan el aprendizaje significativo al permitir a los estudiantes abordar conceptos abstractos a través de la manipulación de objetos con significado real. Sin embargo, mientras Niño-Vega et al. se centran en los números fraccionarios, nuestro estudio se enfoca en la geometría en un contexto específico de educación básica media. A pesar de esta diferencia, se coincide en que las actividades propuestas motivaron a los estudiantes y tuvieron un impacto positivo en su aprendizaje. Además, ambos estudios resaltan la eficacia del Método Singapur al comenzar con objetos concretos que los estudiantes pueden relacionar con su vida diaria, lo que facilita la asimilación de conceptos matemáticos.

Mullo-Pomaquiza y Castro-Salazar (2021) destacan la eficacia del Método Singapur en la enseñanza de las matemáticas, especialmente en la mejora de la comprensión de los conceptos matemáticos a través de sus fases C-P-A. Coincidiendo con su estudio, la presente investigación también resalta la importancia de la fase concreta en la enseñanza de la geometría, como se evidencia en la utilización de material concreto basado en los Petroglifos de Catazho. Sin embargo, mientras Mullo-Pomaquiza y Castro-Salazar se centran en la mejora de la comprensión matemática, este estudio se enfoca en el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría. Aunque nuestros

resultados coinciden en la efectividad del Método Singapur, es importante destacar que la implementación exitosa de esta metodología también requiere abordar los desafíos del tiempo de planificación y la actualización metodológica para satisfacer las demandas de los estudiantes.

Cuasapud Morocho y Maiguashca Quintana (2023) y la presente investigación coinciden en destacar la importancia de adaptar el Método Singapur a los ritmos de aprendizaje de los estudiantes y a la complejidad de los temas, especialmente en conceptos abstractos. Ambos estudios resaltan el enfoque del método en el razonamiento e interpretación del estudiante, así como en el uso de recursos visuales y problemas contextualizados para desarrollar competencias matemáticas con motivación propia. Sin embargo, mientras Cuasapud Morocho y Maiguashca Quintana se enfocan en la mejora de la comprensión y representación de problemas, nuestra investigación se centra en la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría. Ambos estudios concuerdan en que el Método Singapur fomenta un pensamiento propio a través de la manipulación y conceptualización de conceptos, creando un ambiente educativo interactivo y flexible.

Finalmente la presente investigación se alinea con los hallazgos de Córdova Calderón y Quizhpe Cueva (2023) al confirmar la eficacia del método Singapur en mejorar el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en la resolución de problemas. Se coincide en que este método contribuye al desarrollo de habilidades, comprensión, procesos, actitudes y metacognición. Además, la presente investigación también ha observado mejoras en las habilidades de resolución de problemas y la relación de los contenidos con el entorno, lo que coincide con los hallazgos de Córdova Calderón y Quizhpe Cueva. Estos resultados refuerzan la idea de que el método Singapur es una herramienta efectiva para mejorar el aprendizaje de las matemáticas y desarrollar habilidades cognitivas en los estudiantes.

Conclusiones

El diagnóstico inicial mediante el pre-test y las entrevistas a los estudiantes revelaron un bajo nivel de conocimiento y motivación hacia el aprendizaje de la geometría, destacando una carencia particular en temas como el círculo y la circunferencia, así como en la comprensión y aplicación de conversiones de medidas en longitud, superficie, volumen y masa. Esta constatación subraya la necesidad urgente de adoptar estrategias pedagógicas innovadoras y eficaces que puedan fortalecer tanto la comprensión conceptual como el interés de los estudiantes en estos contenidos fundamentales de la geometría.

La entrevista realizada al docente de la Escuela de Educación Básica Azuay reveló que la limitada comprensión matemática de los estudiantes se debe a múltiples factores, entre ellos la complejidad de impartir una educación personalizada en un ambiente unidocente, donde se mezclan diferentes niveles educativos en un solo espacio. Esta situación, sumada a la escasez de recursos didácticos adecuados, plantea un desafío significativo, limitando la eficacia del proceso de enseñanza y aprendizaje y contribuyendo a un desarrollo académico no óptimo en asignaturas clave como la matemática.

La aplicación del Método Singapur y la inclusión de elementos culturales locales, como los Petroglifos de Catazho, han demostrado ser efectivos en potenciar tanto el rendimiento académico como la motivación hacia el estudio de la geometría entre los estudiantes. Esta conclusión se basa en los resultados obtenidos del post-test y las entrevistas finales, resaltando la importancia del uso de material didáctico tangible y la contextualización cultural en el aprendizaje matemático. La intervención educativa se destacó por su capacidad de integrar enfoques pedagógicos tradicionales con innovaciones contemporáneas, enriqueciendo significativamente la experiencia de aprendizaje y subrayando la necesidad de adaptabilidad y creatividad en la enseñanza.

Inicialmente en esta investigación se planteó la pregunta ¿Cuál es el impacto en el rendimiento académico y la motivación al utilizar el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en la enseñanza de la Geometría en el Subnivel Básica Media en la Escuela de Educación Básica Azuay del cantón Limón Indanza? Con lo desarrollado en esta investigación se puede dar la siguiente respuesta:

La investigación evidenció que la intervención educativa con el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho tuvo un impacto positivo en el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes con respecto a los aprendizajes de las Destrezas con Criterio de Desempeño básicas imprescindibles de Geometría en el Subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay. Los resultados del post-test mostraron una mejora significativa

en el rendimiento académico, con un aumento del 158% en comparación con el pre-test. Además, las entrevistas revelaron un cambio positivo en la motivación y el interés de los estudiantes por aprender geometría, atribuido al enfoque práctico y la inclusión de elementos culturales en las clases. Estos hallazgos sugieren que la combinación del Método Singapur y los Petroglifos de Catazho son una estrategia efectiva para mejorar el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes en el aprendizaje de la Geometría.

Recomendaciones

Expandir la aplicación del Método Singapur y el uso de recursos culturales, como los Petroglifos de Catazho, más allá de la enseñanza de la Geometría, abarcando otras áreas matemáticas y extendiéndose a más instituciones educativas en regiones cercanas a los petroglifos. Esto no solo enriquecerá la comprensión matemática en un espectro más amplio, sino que también promoverá un sentido de identidad y pertenencia cultural entre los estudiantes, potenciando el aprendizaje significativo y contextualizado en diversas áreas del conocimiento matemático.

Es crucial garantizar que los instrumentos empleados para recopilar información, tanto en la fase de diagnóstico como en la evaluación de resultados, estén alineados con los objetivos y métodos de la intervención. Esta precaución facilita una interpretación clara y precisa de los datos obtenidos. Una coherencia metodológica en todas las etapas de la investigación asegura la validez y fiabilidad de las conclusiones, permitiendo una evaluación efectiva del impacto educativo de la propuesta.

Fomentar la formación continua y especializada de los docentes en metodologías innovadoras, como el Método Singapur, y en el uso didáctico de recursos culturales. Esta capacitación debería incluir estrategias para integrar elementos culturales en el currículo de matemáticas, potenciando así un aprendizaje más contextualizado y relevante.

Referencia

- Acosta, S., & Barrios, M. (2023). La enseñanza contextualizada para el aprendizaje de las Ciencias Naturales. *Revista de la Universidad del Zulia*, XIV(40), 103-126. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9004064>
- Aroca Araujo, A. (2007). *Una propuesta de enseñanza de Geometría desde una perspectiva cultural*. Obtenido de Universidad del Valle: Instituto de Educación y Pedagogía: http://etnomatematica.org/articulos/Tesis_maestria_Aroca.pdf
- Ávila-Camacho, M. G., Juárez-Hernández, L. G., Arreola-González, A. L., & Palmares-Villarreal, O. G. (2019). Construcción y validación de un instrumento de valoración del desempeño docente en la ejecución de una secuencia didáctica. *Revista de investigación en educación*, XVII(2), 122-142. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7284993>
- Barrios, L. M., Maradey, J. A., & Delgado, M. J. (2022). Realidad aumentada para el desarrollo del pensamiento geométrico variacional. *REVISTA CIENTÍFICA UISRAEL*, IX(3), 11-28. Obtenido de <http://scielo.senescyt.gob.ec/pdf/rcuisrael/v9n3/2631-2786-rcuisrael-9-03-00011.pdf>
- Benítez Vargas, B. (2023). El Constructivismo. *Con-Ciencia Boletín Científico de la Escuela Preparatoria No. 3*, X(19), 65-66. Obtenido de <https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa3/article/view/10453/9998>
- Bolaño Muñoz, O. E. (2020). El Constructivismo: Modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas. *Educare*, XXIV(3), 488-502. Obtenido de <https://www.revistas.investigacion-upelipb.com/index.php/educare/article/view/1413/1359>
- Campos Puente, D. (2020). *Materiales manipulativos y resolución de problemas en geometría para educación secundaria*. Obtenido de Universidad de Valladolid Repositorio Documental: <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/43459/TFM-G1285.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Cedeño Loor, F. O., Chávez Chávez, J. F., & Parrales Parrales, Á. D. (2020). Estrategias didácticas para el aprendizaje de la multiplicación en las matemáticas en la educación general básica. *Revista Cognosis*, V, 123-140. Obtenido de <https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Cognosis/article/view/2782/2875>
- Colmenares, A. M. (2012). Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de*

- Educación*, III(1), 102-115. Obtenido de <https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/1833/investigacion%20accion%20participativa%20una%20metodologia%20integradora%20del%20conocimiento%20y%20la%20accion.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Córdova Calderón, K. P., & Quizhpe Cueva, J. L. (2023). Método singapur para el aprendizaje de matemática en noveno año. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, VII(4), 3980-3998. Obtenido de <https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/7245/10936>
- Cuasapud Morocho, J. J., & Maiguashca Quintana, M. (2023). El método Singapur como estrategia determinante para el aprendizaje de números fraccionarios en alumnos de educación general básica. *Revista Científica UISRAEL*, X(3), 205-219. Obtenido de <https://revista.uisrael.edu.ec/index.php/rcui/article/view/957/914>
- De La Rosa Valdiviezo, A., Toro Girón, K., Jaén Armijos, K., & Espinoza Freire, E. E. (2019). El proceso de enseñanza-aprendizaje en las ciencias naturales: las estrategias didácticas como alternativa. *Revista Científica Agroecosistemas*, VII(1), 58-62. Obtenido de <https://aes.ucf.edu.cu/index.php/aes/article/view/243/264>
- Díaz Barriga, Á. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. Obtenido de Universidad Nacional Autónoma de México: http://envia3.xoc.uam.mx/envia-2-7/beta/uploads/recursos/xYYzPtXmGJ7hZ9Ze_Guia_secuencias_didacticas_Angel_Diaz.pdf
- Díaz, F. (2020). Jean Piaget y la Teoría de la Evolución Inteligencia en los niños de Latinoamérica. *Revista de Filosofía Terraustral Oeste*, I(1), 26-38. Obtenido de https://www.academia.edu/44012349/Revista_de_Filosof%C3%ADa_Terraustral_Oeste_VOL_1_N_1_2020_ISSN_2452_5952
- Dowson, T. (2006). *UNESCO world heritage convention*. Obtenido de Strategy for the preservation of rock art sites in Angola: <https://whc.unesco.org/en/activities/733/>
- Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., & Fuentes, J. M. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemática los estudiantes de básica con el Metodo Singapur: Evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizado en la brecha de género. *Calidad en la Educación*(45), 90-131. Obtenido de <https://www.scielo.cl/pdf/caledu/n45/art04.pdf>

- Falconí-Procel, X. (2021). Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría. *Polo del Conocimiento*, VI(3), 2261-2278. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7926874>
- Gamboa Graus, M. E. (2014). Las unidades didácticas contextualizadas como alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. *Revista Órbita Pedagógica*, I(3), 1-28. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/268043938.pdf>
- Gamboa Graus, M. E. (2022). La enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 1-26. Obtenido de <https://dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/3038/3035>
- Giler-Medina, P., & Medina-Gorozabel, G. (2023). Evaluación formativa y aprendizaje colaborativo en Matemática en Básica Superior. *Simbiosis Educativa*, II(1), 78-89. Obtenido de <https://revistaensenaecuador.org/index.php/simbiosiseducativa/article/view/11/18>
- Grasso Imig, P. (2020). Rendimiento académico: un recorrido conceptual que aproxima a una definición unificada para el ámbito superior. *Revista de Educación*(20), 89-104. Obtenido de https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/4165/4128
- Hernández González, O., Spencer Contreras, R., & Gómez Leyva, I. (2021). La inclusión escolar del educando con TEA desde la concepción histórico-cultural de Vygostky. *Revista Conrado*, XVII(78), 214-222. Obtenido de <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v17n78/1990-8644-rc-17-78-214.pdf>
- Hidalgo Apunte, M. E. (2021). Reflexiones acerca de la evaluación formativa en el contexto universitario. *Revista Internacional de Pedagogía e Innovación Educativa*, I(1), 189-210. Obtenido de <https://editic.net/ripie/index.php/ripie/article/view/32/27>
- Hilaquita, V. (2018). *Método Singapur en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del quinto grado de educación primaria de la institución educativa mercedario San Pedro Pascual de la ciudad de Arequipa*. Obtenido de Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa: Repositorio institucional: <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/7241>
- INEVAL. (2023). *Banco de Información Ineval*. Obtenido de Informe Nacional de Resultados Ser Estudiante: Subnivel Básica Media Año Lectivo 2022-2023: https://cloud.evaluacion.gob.ec/dagireportes/sestciclo21/nacional/2022-2023_7.pdf

- Juárez, M. R., & Aguilar, M. A. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. *NÚMEROS Revista de Didáctica de las Matemáticas*(98), 75-86. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/12887/1/Juarez2018El.pdf>
- Maldonado-Pincay, K. A., & Bucaran-Intriago, C. T. (2022). Estrategia para el uso de materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas en la educación. *Polo del Conocimiento*, VII(10), 1955-1973. Obtenido de <https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/4823/11635>
- Martínez Vicente, M., Suárez Riveiro, J. M., & Valiente Barroso, C. (2023). Perfil estratégico-motivacional y rendimiento académico en alumnado de Educación Primaria. *Educación XX1: Revista de la Facultad de Educación*, XXVI(1), 141-163. Obtenido de <https://revistas.uned.es/index.php/educacionXX1/article/view/31852>
- Ministerio de Educación. (2016). *Ministerio de Educación del Ecuador*. Obtenido de Instructivo para la aplicación de la evaluación estudiantil: <https://www.educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/07/Instructivo-para-la-aplicacion-de-la-evaluacion-estudiantil.pdf>
- Miranda-Núñez, Y. R. (2022). Aprendizaje significativo desde la praxis educativa constructivista. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria KOINONIA*, VII(13), 79-91. Obtenido de <https://ve.scielo.org/pdf/raiko/v7n13/2542-3088-raiko-7-13-72.pdf>
- Mirka, R., & Viggiani Bicudo, M. A. (2012). Matemática e/na/ou Etnomatemática? *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, V(1), 149-158. Obtenido de <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/40/369>
- Morales Hernández, N. P. (2020). *Diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la comprensión lectora inferencial en libro álbum con estudiantes de grados iniciales en la institución educativa Sagrado Corazón*. Obtenido de Universidad Nacional de Colombia Repositorio Institucional: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/77437/2020-Niyareth%20Paola%20Morales%20Hern%c3%a1ndez.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Moreno, E., & Pérez, Á. (2017). La realidad aumentada como recurso didáctico para los futuros maestros. *Revista científica electrónica de Educación y Comunicación en la Sociedad del Conocimiento*, XVII(1), 42-59. Obtenido de <https://revistaseug.ugr.es/index.php/eticanet/article/view/11914/9803>

- Mosquera, A. A. (2014). *Repositorio de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador*.
Obtenido de Análisis icónico de los petroglifos de Catazho – (Morona Santiago):
<http://repositorio.puce.edu.ec/bitstream/handle/22000/9504/TESIS%20ANDRES%20MOSQUERA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Mullo-Pomaquiza, J. d., & Castro-Salazar, A. Z. (2021). Método Singapur y cuadernillo digital aplicado en la asignatura de matemáticas en Educación Básica. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía*, VI(3), 708-726. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8040135>
- Nieto-Márquez, N. L., García-Sinausía, S., & Pérez Nieto, M. Á. (2021). Relaciones de la motivación con la metacognición y el desempeño en el rendimiento cognitivo en estudiantes de educación primaria. *Anales de Psicología*, XXXVII(1), 51-60. Obtenido de <https://revistas.um.es/analesps/article/view/383941/295351>
- Niño, J. A., & Fernández, F. H. (2019). Una mirada a la enseñanza de conceptos científicos y tecnológicos a través del material didáctico utilizado. *Revista Espacios*, XL(15). Obtenido de <https://www.revistaespacios.com/a19v40n15/a19v40n15p04.pdf>
- Niño-Vega, J. A., López-Sandoval, D. P., Mora-Mariño, E. F., Torres-Cuy, M. A., & Fernández-Morales, F. H. (2020). Método Singapur aplicado a la enseñanza de operaciones básicas con números fraccionarios en estudiantes de grado octavo. *Pensamiento Y Acción*(29), 21-39. Obtenido de https://revistas.uptc.edu.co/index.php/pensamiento_accion/article/view/11270/9460
- Ordoñez Pardo, J. C., Coraisaca Quitizaca, E. C., & Espinoza Freire, E. E. (2020). ¿Se emplean recursos didácticos en la enseñanza de matemáticas en la educación básica elemental? Un estudio de caso. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, III(3), 48-55. Obtenido de <http://remca.umet.edu.ec/index.php/REMCA/article/view/309/333>
- Orozco, S. M. (2021). *Caracterización del razonamiento geométrico de estudiantes de secundaria en un ambiente de geometría dinámica aplicando el modelo de Van Hiele*. Obtenido de Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional: https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/tesis/tesis_maestria/2021/Orozco_2021.pdf
- Ortiz Granja, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*(19), 93-110. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441846096005>

- Ovalle Barreto, S. A., & Vásquez Fonseca, J. N. (2020). Realidad aumentada, una herramienta para la motivación en el aprendizaje de la geometría. *Revista Conrado*, XVI(75), 56-60. Obtenido de <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v16n75/1990-8644-rc-16-75-56.pdf>
- Patiño Contreras, K. N., Prada Núñez, R., & Hernández Suárez, C. A. (2021). La resolución de problemas matemáticos y los factores que intervienen en su enseñanza y aprendizaje. *Boletín Redipe*, X(9), 459-471. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8114577>
- Rambao, C., & Lara, I. (2019). Efecto del método Singapur como una estrategia para el fortalecimiento de la resolución de problemas matemáticos en contexto en estudiantes de tercer grado. *Universidad de la costa*. Obtenido de <https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/5908>
- Ramírez-Ramírez, M. d., & Olmos-Castillo, H. I. (2020). Funciones cognitivas y motivación en el aprendizaje de las matemáticas. *Naturaleza y Tecnología*(2), 51-63. Obtenido de <http://quimica.ugto.mx/index.php/nyt/article/view/383>
- Real Academia Española. (2023). *Ancestral*. Recuperado el 20 de Septiembre de 2023, de Diccionario de la lengua española: <https://dle.rae.es/ancestral>
- Rivera, J. B., & Ahumada, F. N. (2019). El Método Singapur para favorecer competencias matemáticas en niños de educación primaria. *Educando para Educar*(37), 51-69. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7186600>
- Sarrín, M. M. (s.f.). Rotaciones y niveles de razonamiento, según el modelo de Van Hiele: resultados de una experiencia. *Educación*, XXVIII(54), 127-158. Obtenido de <http://www.scielo.org.pe/pdf/educ/v28n54/a07v28n54.pdf>
- Soriano Rodríguez, A. M. (2014). Diseño y validación de instrumentos de medición. *Revista Diálogos*, VIII(14), 19-40. Obtenido de <https://www.revistas.udb.edu.sv/ojs/index.php/dl/article/view/166/137>
- Stillwell, J. (2005). *The Four Pillars of Geometry Undergraduate Texts in Mathematics*. Springer Science & Business Media, Inc.
- Tacilla Cardenas, I., Vásquez Villanueva, S., Verde Avalos, E. E., & Colque Díaz, E. (2020). Rendimiento académico: universo muy complejo para el quehacer pedagógico. *Revista Muro de la Investigación*, V(2), 53-65. Obtenido de <https://revistas.upeu.edu.pe/index.php/r-Muro-investigacion/article/view/1325/1662>

- Tapia Reyes, R., & Murillo Antón, J. (2020). El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Muro de la Investigación*, V(2), 13-24. Obtenido de <https://web.archive.org/web/20200409043731/https://revistas.upeu.edu.pe/index.php/ripa/article/download/1306/1646>
- Tomalá Prudente, J., & Carrera Quimí, A. (2023). La matemática y la Metodología Singapur para estudiantes de Educación Básica. *Revista Peruana de Educación*, V(9), 20-36. doi:<https://revistarepe.org/index.php/repe/article/view/1189/2598>
- Ugalde, M. F. (2012). Catazho: Arte rupestre en la amazonía ecuatoriana. *Zeitschrift für Archäologie Außereuropäischer Kulturen*(4), 281-310. Obtenido de https://reichert-verlag.de/en/magazines/zaak_zeitschrift/9783895008955_zeitschrift_fuer_archaeologie_aussereuropaeischer_kulturen-detail
- Vásquez-Toledo, S., Latorre-Coscolluela, C., & Liesa-Orús, M. (2021). Un análisis cualitativo de la motivación ante el aprendizaje de estudiantes de educación secundaria. *Revista Española de Orientación y Psicopedagogía*, XXXII(1), 116-131. Obtenido de <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/211227/Vazquez.pdf?sequen>
- Zapatera, A. (2020). El método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. *Revista INFAD de Psicología*, II(1), 263-274. Obtenido de <https://revista.infad.eu/index.php/IJODAEP/article/view/1980/170>

ANEXOS

*Anexo A. Validación del pre test***VALIDACIÓN DE PRETEST DE LAS DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO IMPRESCINDIBLES DEL BLOQUE GEOMETRÍA Y MEDIDA DEL SUBNIVEL BÁSICA MEDIA EN LA ESCUELA DE EDUCACIÓN BÁSICA AZUAY**

TEMA DE TESIS: Método Singapur y los Petroglifos del Catazho en la Enseñanza de Geometría en el Subnivel Básica Media

OBJETIVO GENERAL: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay (EEBA).

OBJETIVO ESPECÍFICO QUE SE PRETENDE ATENDER CON EL PRETEST: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.

A QUIÉNES VA DIRIGIDO EL PRETEST: Estudiantes de Séptimo Año de EGB de la EEBA. Esta escuela se encuentra en la provincia Morona Santiago, es unidocente y se encuentra en la zona rural.

DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO BÁSICAS IMPRESCINDIBLES QUE SE EVALÚAN:

- M.3.2.3. Identificar paralelogramos y trapecios a partir del análisis de sus características y propiedades.
- M.3.2.4. Calcular el perímetro; deducir y calcular el área de paralelogramos y trapecios en la resolución de problemas.
- M.3.2.6. Calcular el perímetro de triángulos; deducir y calcular el área de triángulos en la resolución de problemas.
- M.3.2.8. Clasificar polígonos regulares e irregulares según sus lados y ángulos.
- M.3.2.9. Calcular, en la resolución de problemas, el perímetro y área de polígonos regulares, aplicando la fórmula correspondiente.
- M.3.2.11. Reconocer los elementos de un círculo en representaciones gráficas, y calcular la longitud (perímetro) de la circunferencia y el área de un círculo en la resolución de problemas.
- M.3.2.14. Realizar conversiones simples de medidas de longitud del metro, múltiplos y submúltiplos en la resolución de problemas.
- M.3.2.15. Reconocer el metro cuadrado como unidad de medida de superficie, los submúltiplos y múltiplos, y realizar conversiones en la resolución de problemas.
- M.3.2.16. Relacionar las medidas de superficie con las medidas agrarias más usuales (hectárea, área, centiárea) en la resolución de problemas.
- M.3.2.17. Reconocer el metro cúbico como unidad de medida de volumen, los submúltiplos y múltiplos; relacionar medidas de volumen y capacidad; y realizar conversiones en la resolución de problemas.
- M.3.2.18. Comparar el kilogramo, el gramo y la libra con las medidas de masa de la localidad, a partir de experiencias concretas y del uso de instrumentos de medida
- M.3.2.20. Medir ángulos rectos, agudos y obtusos, con el graduador u otras estrategias, para dar solución a situaciones cotidianas

Pregunta N.º 1

1. Identificación de Figuras (M.3.2.3): **Mira las siguientes figuras. Escribe la letra "P" dentro de los paralelogramos y escribe la letra "T" dentro de los trapecios que encuentres.**

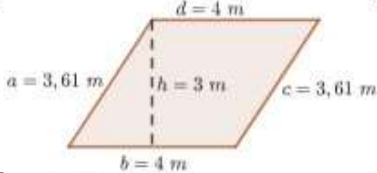
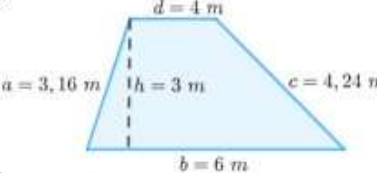
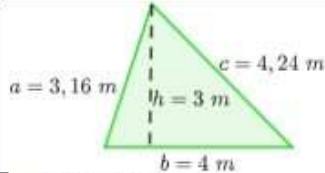


Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)		Grado de acuerdo					
		1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):							
La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)							X
Las opciones de respuesta son adecuadas							X
Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico						X	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):							
Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.							X
Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.							X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 1:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Tener en cuenta el triángulo que se encuentra en las figuras

Pregunta N.º 2

2. Cálculo de Perímetro y Área (M.3.2.4 y M.3.2.6): Aquí tienes un paralelogramo, un trapecio y un triángulo. Calcula el perímetro de cada uno de ellos y, además, calcula también el área de cualquiera de ellos.

 Perímetro = sumatoria de los lados Área = base × altura	 Perímetro = sumatoria de los lados Área = $\frac{(base\ mayor + base\ menor) \times altura}{2}$	 Perímetro = sumatoria de los lados Área = $\frac{base \times altura}{2}$
---	--	---

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					X	
• El espacio para que realicen los respectivos cálculos es adecuado				X		
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catatzo en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 2:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Tener en cuenta el uso de decimales en los cálculos que deben realizar los niños y las complicaciones que pueden acarrear

Pregunta N.º 3

3. Clasificación de Polígonos (M.3.2.8): **Colorea de color azul los polígonos regulares y de color rojo los polígonos irregulares. Explica por qué los clasificas así.**



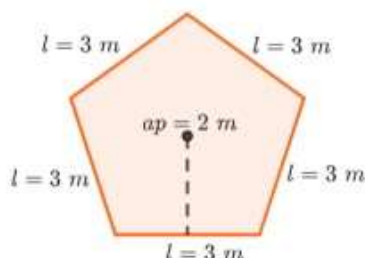
Los clasifiqué así porque...

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 3:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

Pregunta N.º 4

4. Cálculo de Perímetro y Área de Polígonos (M.3.2.9): Aquí hay un pentágono regular (todos sus lados miden 3 metros y su apotema mide aproximadamente 2 metros). Calcula su perímetro y área usando las fórmulas que conoces.

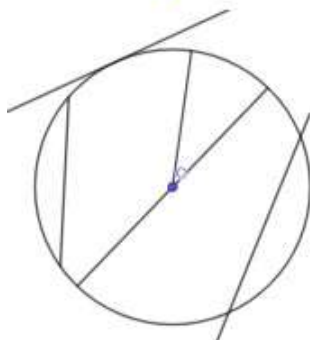


Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						X
El espacio para que realicen los respectivos cálculos es adecuado					X	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 4:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

Pregunta N.º 5

5. Elementos del Círculo y Cálculos (M.3.2.11): En el siguiente círculo, colorea sus elementos de los siguientes colores: el **radio de color rojo**, el **diámetro de color azul**, la **tangente de color amarillo**, la **secante de color verde**, el **arco de color morado**, la **cuerda de color naranja**. Además, si su radio mide 3 metros, calcula su circunferencia y área.



Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						X
• El espacio para que realicen los respectivos cálculos es adecuado						X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico						
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 5:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

Pregunta N.º 6

6. Conversiones de Longitud (M.3.2.14): **Une con líneas las medidas de longitud que son equivalentes entre ellas (una de la izquierda se une únicamente con una de la derecha).**

5 m	10 m
1000 cm	100 mm
200 mm	0,2 m
0,7 km	2 cm
8 hm	500 cm
	50 mm
	700 m
	7000 cm
	80 m
	0,8 km

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						X
• Las opciones de respuesta son adecuadas					X	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 6:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

Pregunta N.º 7

7. Medidas de Superficie y Conversiones (M.3.2.15 y M.3.2.16): **Aquí tienes la figura de un terreno cuadrado que tiene lados de 100 metros.**



¿Cuál es su superficie en metros cuadrados?

¿Y en centímetros cuadrados?

¿A qué medida agraria corresponde la superficie?

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 7:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

Pregunta N.º 8

8. Medidas de Volumen y Conversiones (M.3.2.17): ¿Cuántos litros hay en un metro cúbico?

Explica cómo convertirías entre diferentes unidades de volumen.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					X	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 8:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

Pregunta N.º 9

9. Comparación de Medidas de Masa (M.3.2.18): **Se tienen 2 kilogramos de arroz, ¿a cuántas libras y a cuántos gramos equivalen?**

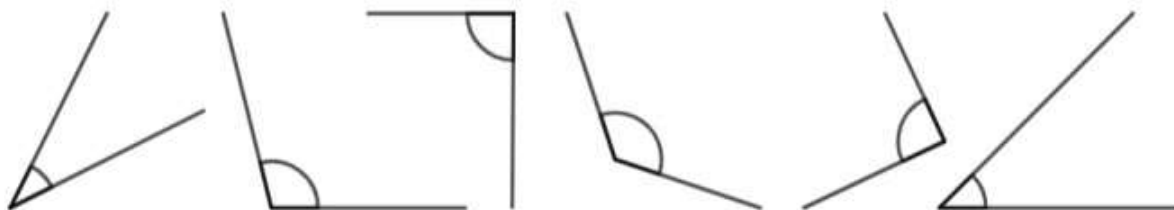


Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						X
• El espacio para que realicen los respectivos cálculos es adecuado						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 9:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

Pregunta N.º 10

10. Medición de Ángulos (M.3.2.20): **Aquí tienes varios ángulos. Usa un graduador para medirlos, escribe cuanto miden y colorea de azul los ángulos rectos, de rojo los ángulos agudos y de verde los ángulos obtusos.**



Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						X
• Las opciones de respuesta son adecuadas						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación: Implementar una propuesta didáctica para el desarrollo de las destrezas de Geometría mediante el Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en el subnivel de Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.						X
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación: Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.						X

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 10:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

Valoración General del Cuestionario

Por favor, marque con una X la respuesta escogida de entre las opciones que se presentan:

	sí	no
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para que los encuestados puedan responderlo adecuadamente (ver Anexo 1)	X	
El número de preguntas del cuestionario es excesivo		X
Las preguntas constituyen un riesgo para el encuestado (en el supuesto de contestar Sí, por favor, indique inmediatamente abajo cuáles)		

Preguntas que el experto considera que pudieran ser un riesgo para el encuestado:	
N.º de la(s) pregunta(s)	0
Motivos por los que se considera que pudiera ser un riesgo	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna

	Evaluación general del cuestionario			
	Excelente	Buena	Regular	Deficiente
Validez de contenido del cuestionario	X			

Observaciones y recomendaciones en general del cuestionario:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Considerar el tiempo para que los estudiantes contesten el cuestionario

Identificación del Experto

Nombre y apellidos	Natalia Raquel Tapia Malla
Filiación (ocupación, grado académico y lugar de trabajo):	Docente, Magíster, Facultad de Educación de la Universidad Estatal de Milagro (UNEMI)
e-mail	nagtalyrtm@gmail.com
Teléfono o celular	0998858505
Fecha de la validación (día, mes y año):	06/12/2023
Firma	 Firmado electrónicamente por: NATALIA RAQUEL TAPIA MALLA

Anexo B. Entrevistas para conocer la motivación inicial y final de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Geometría y entrevista con el Docente Director.

Entrevista para Diagnosticar la Motivación del Aprendizaje de la Geometría en Niños del Subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay

Instrucciones:

- Establecer un ambiente cómodo y amigable para el niño.
- Asegurarse de que las preguntas se realicen de manera clara y adaptada a la edad del niño.
- Permitir que el niño exprese libremente sus pensamientos y sentimientos.
- Registrar las respuestas de manera fidedigna.

Preguntas de la Entrevista:

1. ¿Cuál es tu nombre y cuántos años tienes?
2. ¿Qué te gusta de aprender geometría en la escuela?
3. ¿Recuerdas alguna actividad o lección de geometría que hayas disfrutado mucho? Cuéntame sobre ella.
4. Cuando escuchas la palabra "geometría", ¿qué es lo primero que piensas o te imaginas?
5. ¿Te gusta usar objetos o dibujos cuando aprendes geometría? ¿Por qué?
6. ¿Prefieres trabajar solo o en grupo cuando estudias geometría? ¿Por qué?
7. ¿Hay algo de aprender geometría que encuentres difícil o confuso? ¿Cómo te sientes cuando algo es difícil?
8. Si pudieras elegir, ¿cómo te gustaría aprender geometría? ¿Qué cambiarías de las clases de geometría?
9. ¿Crees que aprender geometría es importante? ¿Por qué o por qué no?
10. ¿Qué te motivaría a interesarte más en la geometría?
11. ¿Han utilizado los petroglifos de Catzho que se encuentran cercanos para aprender geometría?, ¿qué opinas sobre ellos?

Conclusión para el Entrevistador:

Gracias por compartir tus pensamientos y experiencias sobre el aprendizaje de la geometría. Tu opinión es muy valiosa y ayudará a hacer las clases más interesantes y divertidas para ti y tus compañeros.

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE "ENTREVISTA INICIAL"																						
Objetivos		Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para medir la motivación inicial del aprendizaje de la Geometría en niños del Subnivel básica media de la escuela de Educación Básica Azuay.																				
Objetivos de la investigación		Evaluar los resultados alcanzados con la implementación de la propuesta didáctica.																				
Criterios a evaluar	Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9		Ítem No.10		Ítem No.11	
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Coherencia interna Según (inducción a la respuesta)	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Respuesta puede estar orientada a la deshabilidad social	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a los objetivos de la investigación		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	MO No es relevante conocer el nombre y la edad, a menos que sea sólo para establecer confianza.		M		M		M		M		M		M		M		M		M		M	

Entrevista Grupal para Medir la Motivación Final de los Niños del Subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay sobre el Aprendizaje de la Geometría

Instrucciones:

- Establecer un ambiente cómodo y amigable para los niños.
- Asegurarse que las preguntas sean realizadas de forma clara.
- Permitir a los niños que expresen libremente sus pensamientos y sentimientos.
- Registrar las respuestas de manera fidedigna.

Preguntas de la entrevista:

1. ¿Qué es lo que más les ha gustado aprender sobre geometría en estas semanas?
2. ¿Hay algún tema de geometría que les gustaría explorar más a fondo? ¿Cuál y por qué?
3. ¿Prefieren aprender geometría a través de actividades prácticas o explicaciones teóricas? ¿Por qué?
4. ¿Cómo se sienten cuando utilizan materiales concretos, como reglas, compases, los diferentes rompecabezas y fichas, para aprender geometría?
5. ¿Cómo se han sentido durante las clases de geometría? ¿Hubo algún momento que se sintieran especialmente emocionados o frustrados?
6. ¿El trabajar con los temas de geometría les ha hecho sentir más confiados en sus habilidades matemáticas? ¿Por qué sí o por qué no?
7. ¿Creen que lo aprendido en geometría le será útil en la vida cotidiana? ¿Pueden dar un ejemplo?
8. ¿Cómo creen que la geometría les ayuda a entender mejor el mundo que les rodea?
9. ¿Qué piensan sobre la inclusión de los petroglifos de Catazho en nuestras lecciones de geometría? ¿Les ha ayudado a sentirte más conectado con la cultura local?
10. ¿Creen que aprender geometría con ejemplos y materiales relacionados con su cultura hace que las clases sean más interesantes? ¿Por qué?

Estas preguntas están diseñadas para fomentar la reflexión y el diálogo entre los estudiantes, permitiendo al educador evaluar de manera integral la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría.

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE "ENTREVISTA FINAL"																					
Objetivos		Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para medir la motivación final de los niños del Subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay.																			
Objetivos de la Investigación		Evaluar los resultados alcanzados con la implementación de la propuesta didáctica.																			
Criterios a evaluar		Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9		Ítem No.10	
		Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
Claridad en la redacción		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Coherencia interna		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Sesgo (inducción a la respuesta)			X		X	X			X	X			X		X		X		X		X
Redacción adecuada a la población de estudio		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Respuesta puede estar orientada a la deshabilitad social		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a los objetivos de la investigación			X		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Contribuye a medir el constructo en estudio			X		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.		M		M		MO No es una pregunta abierta.		M		MO La pregunta es muy directa		M		M		M		M		M	

Entrevista con el Docente para Conocer la Situación del Aprendizaje de la Geometría en los Estudiantes del Subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay

Introducción:

Esta entrevista está diseñada para obtener una perspectiva detallada del docente sobre el aprendizaje de la geometría por parte de los estudiantes en la Escuela de Educación Básica Azuay. El objetivo es comprender los desafíos, oportunidades y el nivel de motivación de los estudiantes desde la visión del educador.

Instrucciones:

- Realizar la entrevista en un ambiente propicio para el diálogo reflexivo.
- Asegurarse de que las preguntas sean claras y permitan respuestas profundas.
- Animar al docente a compartir experiencias, observaciones y sugerencias.

Preguntas de la Entrevista:

1. ¿Cómo describiría el interés y la actitud general de sus estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría?
2. Basándose en su experiencia, ¿cuáles son los principales retos que enfrentan los estudiantes al aprender conceptos geométricos?
3. ¿Cómo ha integrado los recursos locales, como los petroglifos de Catazho, en la enseñanza de la geometría? ¿Ha observado algún impacto en el aprendizaje de los estudiantes?
4. ¿Utiliza el Método Singapur en sus clases de geometría? Si es así, ¿cómo ha influido este enfoque en la comprensión de los estudiantes?
5. ¿Puede compartir alguna estrategia o actividad que haya encontrado particularmente efectiva para motivar a los estudiantes en geometría?
6. Desde su perspectiva, ¿cuál es el nivel de competencia de los estudiantes en las destrezas básicas imprescindibles de geometría?
7. ¿Cómo aborda las diferencias individuales en el aprendizaje de la geometría dentro de su aula unidocente?
8. ¿Qué tipo de apoyo o recursos considera que podrían mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en su contexto?
9. ¿Cómo evalúa el progreso y la comprensión de los estudiantes en geometría? ¿Ha enfrentado desafíos en este proceso?
10. ¿Qué cambios o mejoras sugeriría para enriquecer aún más la enseñanza de la geometría en la Escuela de Educación Básica Azuay?

Conclusión:

Agradecemos sinceramente su tiempo y su disposición para compartir sus valiosas perspectivas. Sus respuestas son fundamentales para entender mejor la situación educativa en geometría y buscar maneras de mejorarla.

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE "ENTREVISTA AL DOCENTE DIRECTOR"																				
Objetivos	Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para conocer la situación de aprendizaje de la geometría en los estudiantes del Subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay desde la perspectiva del Docente Director																			
Objetivos de la investigación	Diagnosticar los conocimientos previos de los contenidos de Geometría de los estudiantes del nivel de Básica Media de la EEBA.																			
Criterios a evaluar	Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9		Ítem No.10	
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Cohesión interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Sesgo (inducción a la respuesta)		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Respuesta puede estar orientada a la deseabilidad social	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a los objetivos de la investigación		X		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M		M		M		M		M		M		M		M		M		M	

Consideraciones generales	Si	No
Las instrucciones orientan claramente para responder los cuestionarios	X	
La secuencia de los ítems es lógica.	X	
La cantidad de ítems es adecuada.	X	
Consideraciones finales (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)		
1. Las entrevistas son pertinentes.	X	
2.		
Instrumento validado por: Mgt. Marco Rojas	 Firma:	

Anexo C. Solicitud al Director del Distrito de Educación 14D06 para poder efectuar la intervención propuesta

14D06-0001
T H

Gral. Leonidas Plaza, 2 de enero de 2024

Licenciado

Jonny Martínez S.

DIRECTOR DISTRITAL 14D06 LIMÓN INDANZA – SANTIAGO – TIWINTZA - EDUCACIÓN

Ciudad

Estimado Licenciado Martínez,

Es un placer saludarle y dirigirme a usted en calidad de maestrante de Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación de la Universidad de Cuenca, con el propósito de solicitar su apoyo y colaboración para llevar a cabo una iniciativa educativa en la Escuela de Educación Básica Azuay, ubicada en la comunidad de San José de la parroquia Indanza.

Como parte de la Maestría en Educación Mención Enseñanza de la Matemática, se ha desarrollado una tesis titulada "**Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en la enseñanza de la Geometría en el subnivel Básica Media**". El objetivo de esta tesis es introducir un enfoque innovador en la enseñanza de la geometría que involucra el patrimonio cultural local, específicamente los petroglifos de Catazho y estrategias didácticas fundamentadas en el Método Singapur.

Con el fin de llevar a cabo esta iniciativa y enriquecer la experiencia educativa de los estudiantes del subnivel Básica Media de la Escuela de Educación Básica Azuay, solicito su autorización para aplicar la tesis en dicha institución durante el período comprendido entre el 2 y 26 de enero del 2024. Es importante destacar que la aplicación de esta tesis se llevará a cabo en un horario extracurricular, de manera que no interfiera con el avance curricular regular planificado por el director de la institución.

La propuesta incluye la implementación de una guía didáctica, así como la dotación de material didáctico relacionado con la tesis. Creo que esta colaboración entre la universidad y la institución educativa local puede enriquecer la experiencia de aprendizaje de los estudiantes y promover una mayor apreciación de su patrimonio cultural.

Agradezco de antemano su consideración y apoyo en esta iniciativa y estoy dispuesto a proporcionar cualquier información adicional que pueda requerir. Espero contar con su respuesta positiva y colaboración para llevar a cabo este proyecto que va encaminado en el mejoramiento de la calidad educativa de los niños de la EEB Azuay.

Atentamente,


Lic. Blaise Piña C.

C.I. 0106062490

**MAESTRANTE DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DE LA
UNIVERSIDAD DE CUENCA**

P.D. Cualquier comunicación de respuesta a la presente solicitud, por favor enviar al correo blaise.pinac@ucuenca.edu.ec o comunicarse al teléfono 0986616221



Anexo D. Respuesta de aceptación a la solicitud enviada al Distrito de Educación 14D06



Ministerio de Educación

Oficio Nro. MINEDUC-CZ6-14D06-2024-0014-OF

Limón Indanza, 05 de enero de 2024

Asunto: RESPUESTA: SOLICITA AUTORIZACIÓN APLICAR LA TESIS

Licenciada
Blaise C. Piña Criollo
En su Despacho

De mi consideración:

En respuesta al Documento No. 14d06-0001 de fecha 02 de enero de 2024 mediante el cual solicita autorización para aplicar la tesis "Método Singapur y los Petroglifos de Catazho en la enseñanza de la Geometría en el subnivel Básica Media" en la Escuela de Educación Básica Azuay desde el 02 al 26 de enero del presente año, en horario extracurricular de manera que no interfiera con el avance curricular, la Dirección Distrital 14D06 Limón Indanza - Santiago - Tiwintza - Educación AUTORIZA su petición, se solicita que coordine con el Lcdo. Juan Carlos Barrera, líder de la institución educativa.

Con sentimientos de distinguida consideración.

Atentamente,

Documento firmado electrónicamente

Lcdo. Luis Jonny Martínez Sharup
DIRECTOR DISTRITAL 14D06 LIMÓN INDANZA - SANTIAGO - TIWINTZA

Referencias:
- MINEDUC-CZ6-14D06-UDAC-2024-0001-E

Anexos:
- 14d06-0001_solicitud0768147001704233485.pdf

Copia:
Señorita
Blanca Liduvina Yanza Delgado
Analista Distrital de Atención Ciudadana

jamp

LUIZ JONNY MARTINEZ
SHARUP

Dirección: Av. Amazonas N34-451 y Av. Atahualpa
Código Postal: 170507 / Quito - Ecuador
Telf.: (+593 2) 82-396-1300
www.educacion.gob.ec
* Documento firmado electrónicamente por Ocupa

**EL NUEVO
ECUADOR** 1/1