

UCUENCA

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Maestría en Educación Mención Enseñanza de la Matemática

**GeoGebra como Recurso Didáctico para la Enseñanza de la Programación
Lineal en el Tercer Año de Bachillerato General Unificado**

Trabajo de titulación previo a la
obtención del título de Magíster
en Educación mención
Enseñanza de la Matemática

Autor:

Pamela Soledad Astudillo Aguilar

Director:

Marco Alejandro Rojas Rojas

ORCID:  0000-0002-2644-1344

Cuenca, Ecuador

2024-06-21

Resumen

En esta investigación se analiza en qué medida el software GeoGebra influye en el rendimiento académico y la motivación del aprendizaje de la programación lineal en los estudiantes del tercer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Santa Rosa que cursan el período 2022-2023. Para ello se realiza un análisis bibliográfico en torno a la educación, explorando diversas corrientes pedagógicas, con un enfoque especial en el constructivismo. Se profundiza en la importancia de los recursos didácticos, destacando el papel de las Tecnologías de la Información y la Comunicación y específicamente, la herramienta GeoGebra. En la obra se elabora una propuesta de Secuencias Didácticas mediante el software GeoGebra, orientada a la enseñanza de la programación lineal. La metodología de investigación tiene un enfoque mixto y diseño cuasiexperimental, donde emplea tanto métodos cualitativos como cuantitativos para analizar el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes ante la propuesta. La investigación se realiza con un grupo de control y otro experimental. Los resultados evidencian que se aprende mejor con el apoyo del GeoGebra, pues el grupo experimental obtiene mejor puntuación luego de haber sido intervenidos, además los estudiantes argumentan que las clases son dinámicas y comprenden mejor los procedimientos matemáticos. Esta investigación contribuye al campo educativo, integrando teoría y práctica para mejorar la calidad del aprendizaje en un contexto específico de la educación secundaria.

Palabras clave del autor: enseñanza constructivista, secuencia didáctica, software geogebra, programación lineal



El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Cuenca ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por la propiedad intelectual y los derechos de autor.

Repositorio Institucional: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Abstract

This research analyzes the extent to which the GeoGebra software influences the academic performance and motivation of learning linear programming in students in the third year of the Unified General Baccalaureate of the Santa Rosa Educational Unit who are studying the period 2022-2023. To do this, a bibliographic analysis is carried out on education, exploring various pedagogical currents, with a special focus on constructivism. The importance of teaching resources is delved into, highlighting the role of Information and Communication Technologies and specifically, the GeoGebra tool. In the work, a proposal for Didactic Sequences is developed using the GeoGebra software, aimed at teaching linear programming. The research methodology has a mixed approach and quasi-experimental design, where it uses both qualitative and quantitative methods to analyze the academic performance and motivation of the students regarding the proposal. The research is carried out with a control group and an experimental group. The results show that learning is better with the support of GeoGebra, since the experimental group obtains better scores after having been intervened; in addition, the students argue that the classes are dynamic and they understand mathematical procedures better. This research contributes to the educational field, integrating theory and practice to improve the quality of learning in a specific context of secondary education.

Author keywords: constructivist teaching, didactic sequence, geogebra, linear programming



The content of this work corresponds to the right of expression of the authors and does not compromise the institutional thinking of the University of Cuenca, nor does it release its responsibility before third parties. The authors assume responsibility for the intellectual property and copyrights.

Institutional Repository: <https://dspace.ucuenca.edu.ec/>

Índice de Contenido

Resumen	2
Abstract.....	3
Índice General.....	4
Índice de figuras	6
Índice de tablas.....	7
Dedicatoria.....	8
Agradecimiento	9
Capítulo I. Introducción.....	10
1.1 Problemática.....	10
1.2 Antecedentes.....	11
1.3 Justificación	11
1.4 Objetivos.....	13
1.4.1 Objetivo General:	13
1.4.2 Objetivos Específicos:	13
1.5 Hipótesis.....	13
1.6 Metodología.....	14
1.7 Partes constitutivas	14
Capítulo II. Marco Teórico	16
2.1 Enseñanza.....	16
2.2 Aspectos educativos en la enseñanza	19
2.3 Corrientes pedagógicas	21
2.4 Constructivismo.....	22
2.5 Recursos didácticos	25
2.6 Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC)	27
2.7 GeoGebra.....	29
2.8 Programación lineal.....	31
2.9 Secuencia didáctica.....	33
2.10 Fundamentación de la propuesta.....	35
2.11 Estructura de las secuencias didácticas	35
Capítulo III. Propuesta.....	37
3.1 Elaboración de las secuencias didácticas.....	37
Secuencia Didáctica 1	38
Secuencia Didáctica 2	47
Secuencia Didáctica 3	53
Secuencia Didáctica 4	59
Secuencia Didáctica 5	67
Capítulo IV. Metodología De Investigación.....	75
4.1 Descripción de la metodología	75

4.2 Participantes.....	75
4.2.1 Población	75
4.2.2 Muestra.....	75
4.3 Ejecución y evaluación.....	75
4.4 Resultados.....	76
4.4.1 Resultados del rendimiento académico.....	77
4.4.2 Resultados de la encuesta de percepción.....	81
Conclusiones	88
Recomendaciones	89
Referencias	90
Anexos	98

Índice de figuras

<i>Figura 1.....</i>	<i>19</i>
<i>Etapas básicas en la enseñanza de matemáticas.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 2.....</i>	<i>31</i>
<i>Vista gráfica de la programación lineal.</i>	<i>31</i>

Índice de tablas

<i>Tabla 1.</i>	77
<i>Calificaciones de los estudiantes del grupo de control.</i>	77
<i>Tabla 2.</i>	77
<i>Estadísticos de las calificaciones del grupo de control.</i>	77
<i>Tabla 3.</i>	78
<i>Calificaciones de los estudiantes del grupo experimental.</i>	78
<i>Tabla 4.</i>	78
<i>Estadísticos de las calificaciones del grupo experimental.</i>	78
<i>Tabla 5.</i>	79
<i>Calificaciones del post-test de grupo de control y experimental.</i>	79
<i>Tabla 6.</i>	79
<i>Estadísticos del post-test de grupo de control y experimental.</i>	79
<i>Tabla 7.</i>	80
<i>Prueba Z para medias de dos muestras.</i>	80
<i>Tabla 8.</i>	81
<i>GeoGebra como apoyo del proceso de aprendizaje.</i>	81
<i>Tabla 9.</i>	82
<i>Utilización del software GeoGebra.</i>	82
<i>Tabla 10.</i>	82
<i>Mejora del aprendizaje con el uso del software GeoGebra.</i>	82
<i>Tabla 11.</i>	83
<i>Utilización anterior de softwares para matemáticas.</i>	83
<i>Tabla 12.</i>	83
<i>Precisión del lenguaje.</i>	83
<i>Tabla 13.</i>	84
<i>Aprendizaje dinámico de programación lineal con GeoGebra.</i>	84
<i>Tabla 14.</i>	84
<i>Cumplimientos de objetivos con el apoyo de GeoGebra.</i>	84
<i>Tabla 15.</i>	85
<i>Mejora de las etapas del aprendizaje con GeoGebra.</i>	85
<i>Tabla 16.</i>	86
<i>Dificultades en las actividades.</i>	86
<i>Tabla 17.</i>	86
<i>Observaciones y/o recomendaciones sobre la propuesta.</i>	86

Dedicatoria

*A la memoria de mi amada mamita Gloria,
te extraño todos los días, Tita.*

Agradecimiento

Mi eterno agradecimiento a Dios, por sostenerme a pesar de las dificultades.

Gracias a mi familia por su paciencia y apoyo incondicional para la terminación de esta maestría, sin ustedes este logro no hubiese sido posible.

Gracias a las autoridades y docentes de la prestigiosa Universidad de Cuenca por sus sabias enseñanzas, pero de manera especial al Mgt. Marco Rojas, director del presente trabajo, por su invaluable aporte para su desarrollo y culminación.

Y mi agradecimiento a la Unidad Educativa Santa Rosa, por la oportunidad y apoyo para la realización de este estudio.

Capítulo I. Introducción

1.1 Problemática

El informe del Instituto Nacional de Evaluación Educativa en la provincia del Azuay durante el año lectivo 2017-2018 muestra un porcentaje de aciertos del 58% en el tópico de relaciones entre variables y sus representaciones, concretamente en la resolución de problemas de optimización y para el año lectivo 2018-2019 indica un porcentaje de aciertos del 66% para el tópico mencionado. Esto indica que la escala de conocimientos está por debajo de la elemental, es decir que los conocimientos básicos deben ampliarse y hacerse más profundos a través del desarrollo de algunos dominios del saber que están ausentes y que son necesarios para completar el proceso de formación.

Particularmente, en el caso de la Unidad Educativa Santa Rosa, los informes de resultados de la prueba Ser Bachiller muestran que desde el año lectivo 2016 – 2017 la relación entre variables y sus representaciones específicamente en resolución de problemas de optimización se ubica en un porcentaje menor al 60%. Algo similar ocurre en el año lectivo 2017 – 2018, en el cual el porcentaje de aciertos es menor al 70%. Y en el año lectivo 2018 - 2019 se nota un ligero aumento en los aciertos llegando al 76%. Los estudiantes en la institución mencionada no pueden resolver inecuaciones lineales y no conocen sus propiedades, no reconocen el conjunto solución factible en un sistema de inecuaciones lineales, no pueden identificar las variables de un problema condicionado y por lo tanto no pueden plantear las restricciones que se imponen expresadas por inecuaciones lineales. Esto puede ser causado por la falta de utilización de recursos didácticos, por prácticas tradicionalistas y repetitivas sin análisis ni razonamiento matemático que le permitan al estudiante visualizar a las matemáticas de manera diferente y por la poca utilización de la tecnología en la educación.

Por lo tanto, se considera importante aplicar el recurso didáctico GeoGebra para desarrollar las destrezas y conocimientos en los estudiantes y generar un clima escolar favorable, comprometido con las actividades de aprendizaje, por este motivo se plantea el siguiente problema de investigación: ¿en qué medida el Software GeoGebra influye en el rendimiento académico y la motivación del aprendizaje de la programación lineal en los estudiantes del tercer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Santa Rosa que cursan el período 2022-2023?

1.2 Antecedentes

En un estudio realizado por Portilla (2014), se trabajó con una muestra de un curso de 1° de bachillerato de Ciencias y Tecnología del Colegio Fomento Tabladilla de Sevilla; el objetivo es proponer a los docentes de Matemáticas el uso de una propuesta práctica usando como recurso didáctico el software de GeoGebra, obteniendo como resultado que dicho recurso favorece significativamente a la asimilación de conceptos de funciones gráficas, además de incrementar la motivación de los estudiantes en el aprendizaje de esta temática.

Arteaga et. al. (2019), presentan al software como un extraordinario apoyo para los procesos de enseñanza-aprendizaje ya que permite una visión más variada y rápida de los problemas matemáticos, favorece a estimular y desarrollar la creatividad en los estudiantes para resolverlos, pretende identificar y dar a conocer las relaciones novedosas que existen entre el objeto de estudio matemático y el nivel de enseñanza. En su revisión hermenéutica trabajada como metodología devela conceptos y antecedentes que justifican el uso del programa, así mismo expone las ventajas entre ellos, la gratuidad de uso, la facilidad de uso sea con Linux o Microsoft Windows, la sencillez y potencia para trabajar hojas de cálculo, representaciones algebraicas, cálculos estadísticos y probabilísticos. Mediante la resolución de un ejemplo matemático los autores concluyen que el GeoGebra como mediador de enseñanza matemática propicia en el estudiante no solo encontrar respuestas, sino, además descubrir nuevos conocimientos.

En estudio realizado en La Troncal - Ecuador por Guachún, et. al. (2021), se implementa el uso del software GeoGebra en la enseñanza de las Integrales definidas, en los resultados se muestra que este software favorece a la comprensión de conceptos, permite una mejor visualización de los procesos, aumenta la motivación y por ende es una herramienta útil para ser utilizada sobre todo en educación virtual, pue el estudio se dio en momentos de pandemia COVID_19. Además, Muñoz y Ramón (2021) en su propuesta “Aprendamos con GeoGebra”, se observa que este recurso es totalmente apto y útil para la enseñanza de la función lineal.

1.3 Justificación

La presente investigación se considera importante porque busca la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas específicamente en el tema: programación lineal para el tercer año de Bachillerato. Para lograr este objetivo se utiliza el software libre GeoGebra referente a las Tecnologías de la información y comunicación como línea de investigación. La propuesta va dirigida a los docentes de matemáticas u otras materias

afines que buscan innovar su práctica docente para alcanzar logros de aprendizaje significativo en los estudiantes.

Es importante que los docentes trasciendan de las prácticas tradicionales para llegar a innovar con herramientas digitales y lograr estar a la vanguardia con la tecnología. Frente a esto, Jiménez et al, (2015) manifiesta que “Las Tecnologías de la Información y la Comunicación ofrecen un enorme potencial para atender las distintas necesidades de la población en general” (p.8). Depende de los docentes apostar por herramientas diferentes, que permitan al estudiantado potenciar su capacidad crítica y analítica para la resolución de problemas matemáticos. Llamazares, Arias y Melcon, (2017) afirman que “el uso de la creatividad no solo implica beneficios en el alumnado, también en el propio profesorado” (p.102). Utilizar la inteligencia emocional y la creatividad como elementos de apoyo garantizará la asimilación de las competencias escolares. Es por lo que el docente debe propiciar espacios de análisis y reflexión para generar el trabajo autónomo en los estudiantes.

Surge entonces la necesidad de mejorar los niveles de desempeño matemático a partir de la utilización del software llamado GeoGebra, un software sencillo y fácil de usar que permite ejecutar construcciones y afrontar la resolución de problemas a través de las opciones que ofrece. Además, utilizar la herramienta GeoGebra permitirá crear vínculos para el trabajo colaborativo y cooperativo, como lo menciona Pabón, Nieto, y Gómez (2015) quienes sostienen que “los estudiantes del grupo de investigación al usar GeoGebra desarrollan competencias comunicacionales, la situación les permite auto preguntarse, buscar ayuda en un compañero, luego en dos, hasta establecer pequeños grupos de trabajo” (p. 68). Las ventajas que ofrece el uso de herramientas más activas como la tecnología, y considerando que los estudiantes manejan este tipo de recursos de manera espontánea es innegable destacar la importancia del GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje por ser un instrumento que llama la atención y gusta a los educandos.

Además, como lo menciona Bello (2013) “la mediación de GeoGebra influye el aprendizaje de la programación lineal porque facilita el diseño de estrategias de solución a problemas propuestos” (p.114), siendo evidente que la actuación y las herramientas utilizadas por el docente son claves y se pueden convertir en un punto de inflexión al momento de comparar los resultados obtenidos tradicionalmente en una institución y los que se puedan obtener después de aplicar una metodología basada en las Tics.

En conclusión, la investigación se presenta como una contribución sostenible a lo largo del tiempo para el área de matemáticas de la Unidad Educativa Santa Rosa, además de la motivación como aporte personal hacia la institución en la que se labora. Cabe mencionar que se cuenta con los recursos humanos y materiales, además que el costo es accesible por lo tanto es viable realizar la investigación.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General:

Determinar el aporte del recurso didáctico GeoGebra para la enseñanza de la programación lineal en el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes del tercer año de Bachillerato general unificado de la Unidad Educativa Santa Rosa de la parroquia Octavio Cordero Palacios de la ciudad de Cuenca, durante el año lectivo 2022 – 2023.

1.4.2 Objetivos Específicos:

1. Establecer la fundamentación teórica que justifique la implementación del software GeoGebra para el estudio de programación lineal en los estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa Santa Rosa durante el periodo 2022-2023.
2. Elaborar una propuesta didáctica de enseñanza para la programación lineal mediante el software GeoGebra.
3. Implementar la propuesta didáctica de enseñanza utilizando el software GeoGebra para el estudio del tema programación lineal.
4. Evaluar el rendimiento académico alcanzado y la motivación de los estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa Santa Rosa.

1.5 Hipótesis

El estudio se plantea la siguiente hipótesis:

Ho: La media de las calificaciones de la evaluación de programación lineal en el tercer año de Bachillerato General Unificado del grupo de control y experimental son iguales.

H1: La media de las calificaciones de la evaluación de programación lineal en el tercer año de Bachillerato General Unificado del grupo de control y experimental no son iguales.

Para el análisis se plantea como variable independiente las Secuencias Didácticas con el uso del GeoGebra, mientras que como variable dependiente está el rendimiento académico de los estudiantes.

1.6 Metodología

Se emplea una metodología de investigación con enfoque mixto y diseño cuasiexperimental que utiliza tanto métodos cualitativos como cuantitativos para analizar el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes ante la propuesta. En este diseño, se utiliza un grupo de control y un grupo experimental para evaluar el impacto de la intervención. El grupo de control no recibe la intervención, mientras que el grupo experimental sí la recibe. En el estudio se aplica un pre y post-test de conocimientos a los dos grupos sobre programación lineal. También se realizó una encuesta de percepción al grupo experimental sobre la implementación de las secuencias didácticas y la utilización del GeoGebra. La intervención se realiza en la Unidad Educativa Santa Rosa, que cuenta con 18 estudiantes matriculados en el tercer año de Bachillerato General Unificado, en el periodo 2022 – 2023.

1.7 Partes constitutivas

Este estudio se estructura en distintos capítulos, cada uno de los cuales aborda un componente esencial para alcanzar una comprensión profunda y una intervención efectiva en el proceso educativo. La investigación responde a la interrogante: ¿en qué medida el Software GeoGebra influye en el rendimiento académico y la motivación del aprendizaje de la programación lineal en los estudiantes del tercer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Santa Rosa que cursan el período 2022-2023?

El Capítulo 1 abordó la problemática y justificación de la investigación, se identifican los desafíos y obstáculos que se encuentran en el tercer año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Santa Rosa, en el tema de programación lineal. También, se establecieron de manera precisa los objetivos que guiarán la investigación, planteando las metas específicas que se buscan alcanzar para solucionar la problemática identificada.

En el Capítulo 2, se realiza una minuciosa recopilación bibliográfica que sienta las bases para la construcción del marco teórico. Este marco teórico proporciona el contexto conceptual necesario para comprender la problemática y los objetivos planteados, consolidando las ideas clave que fundamentan la investigación, los conceptos claves que se abordan en este capítulo son: Corrientes pedagógicas, Constructivismo, Enseñanza, Aspectos educativos en la enseñanza, Recursos didácticos, Las Tecnologías de la

Información y la Comunicación (TIC), GeoGebra, Secuencia didáctica y Programación lineal.

El Capítulo 3 se dedica a la elaboración de la propuesta didáctica, que surge como una respuesta fundamentada a la problemática identificada. Se desarrolla la propuesta que es la construcción de secuencias didácticas con el apoyo del GeoGebra para el tema de programación lineal.

El Capítulo 4 se centra en la implementación de la propuesta y la aplicación de instrumentos específicos para la recopilación de información, se aplica un pre y post test para levantar información sobre el rendimiento académico, además se realiza una encuesta de percepción de la motivación de los estudiantes ante la propuesta. Se lleva a cabo la recopilación y tabulación de datos, seguida por un análisis detallado de los resultados obtenidos. Este capítulo proporciona una evaluación crítica de la efectividad de la propuesta didáctica, identificando áreas de mejora y oportunidades para futuras investigaciones.

Finalmente, el estudio culmina con la formulación de conclusiones y recomendaciones. Se sintetizan los hallazgos más relevantes, se reflexiona sobre su significado en el contexto educativo y se ofrecen sugerencias prácticas para mejorar y enriquecer las prácticas educativas de programación lineal en el tercero de bachillerato. En conjunto, estos capítulos constituyen una exploración completa y estructurada que busca contribuir de manera significativa en el estudio de las matemáticas con el software GeoGebra.

Capítulo II. Marco Teórico

2.1 Enseñanza

A lo largo de la historia de la humanidad, la enseñanza ha sido fundamental para el progreso de la sociedad, desde las primeras lecciones transmitidas de forma oral en comunidades primitivas hasta la educación formal y estructurada de hoy en día. Esta evolución ha estado marcada por avances en la pedagogía, cambios en la tecnología educativa y la adaptación a las necesidades cambiantes de las sociedades. Desde una perspectiva educativa, la enseñanza cobra relevancia cuando actores toman acción de los distintos roles que les competen, además que es tarea del docente generar un cambio estructural en el estudiante.

Torres y Girón (2009) señalan que la enseñanza se entiende como la acción llevada a cabo para guiar el proceso de aprendizaje en un conjunto de alumnos. La misma línea sigue Tintaya (2016) al señalar que la enseñanza hace referencia a un proceso en el cual una persona ejerce influencia sobre otra. En consecuencia, teniendo en cuenta lo expuesto por los autores, se puede establecer que la enseñanza puede ser vista como un proceso en el cual se organizan y establecen condiciones que hacen que el aprendizaje sea más accesible. Más que simplemente transmitir experiencias, la misma implica la creación de un entorno externo o sociocultural que facilita que el individuo construya sus propias estructuras internas o personales. De hecho, Tintaya (2016) dentro del mismo marco expuesto, hace referencia las siguientes aclaraciones desde una perspectiva del rol del docente:

- a) Organización: la cual involucra la tarea de crear y organizar recursos, actividades y entornos. Cuando un profesor se compromete a garantizar que sus estudiantes alcancen un aprendizaje significativo, se encarga de elaborar recursos como gráficos, ilustraciones, objetos, ejemplos y materiales, además de diseñar actividades que incluyen juegos, dinámicas de grupo, ejercicios específicos y visitas a lugares e instituciones. Asimismo, se asegura de que las condiciones del entorno de aprendizaje, como la disposición del aula y la organización de los grupos de estudiantes, sean propicias para que los alumnos puedan participar, apreciar y adquirir el conocimiento.
- b) Disposición: la enseñanza implica presentar lo que se ha organizado previamente. Esta acción implica exhibir ante el estudiante la información, las experiencias y las actividades preparadas, de manera que pueda observarlas, analizarlas y apropiarse de las que le resulten relevantes.

De hecho, algunos autores como Gómez et al. (2021), mencionan a todo esto como un proceso que articula tanto la enseñanza y aprendizaje, o sea, se considera un sistema intencional de intercambio de información que incluye la aplicación de tácticas educativas con el propósito de facilitar la adquisición de conocimientos. Así mismo, el proceso de enseñanza-aprendizaje están estrechamente relacionados y dependen mutuamente; por lo tanto, los componentes que los forman tienen una interacción dinámica que se manifiesta tanto dentro como fuera del aula de clases. Estos elementos facilitan la labor del profesor en la enseñanza y el proceso de aprendizaje de los estudiantes, son fundamentales para la gestión de cualquier institución educativa y permiten supervisar el desarrollo adecuado de las actividades pedagógicas.

Dentro de la enseñanza de las matemáticas todo esto cobra importancia. Mora (2003) da aportes con relación a las etapas básicas en el proceso de enseñanza de las matemáticas, las cuales se ven sustentadas por dos modelos más frecuentemente utilizados en las clases de matemáticas, los cuales han sido identificados en diversos estudios como el TIMSS, PISA, PIRLS y LLECE. Las etapas básicas se detallan a continuación:

- La introducción didáctica: esta etapa hace referencia, además del inicio tradicional de cualquier sesión de matemáticas u otra materia, a una breve introducción del tema que se abordará durante la duración de la unidad de enseñanza.
- Desarrollo de los contenidos matemáticos: en el cual el objetivo principal de esta etapa suele ser lograr que los estudiantes adquieran nuevos conocimientos o adquieran destrezas en procedimientos matemáticos.
- Unidad de los conocimientos matemáticos: donde lo esencial y valioso es establecer conexiones entre diversos conceptos matemáticos al abordar la solución de problemas, ya sean relacionados con las matemáticas o de naturaleza externa a esta disciplina.
- Consolidación de los nuevos conocimientos matemáticos: la mayoría de los conceptos matemáticos pueden ser adquiridos si los profesores emplean estrategias pedagógicas adecuadas, si los estudiantes entienden la importancia de los contenidos matemáticos y si muestran interés en la asignatura. Esto se logra consolidando los conocimientos a través de la práctica y la repetición de los procedimientos y reglas que se enseñan durante las clases de matemáticas.
- Profundización de los conocimientos matemáticos: no solo aquellos estudiantes que tienen un alto nivel de habilidades en matemáticas u otras materias deben explorar a fondo los conocimientos matemáticos abordados en cada unidad de enseñanza. Por otro lado, los estudiantes que enfrentan más dificultades también necesitan

profundizar en ciertos aspectos fundamentales y esenciales, siempre considerando sus propias preguntas e intereses.

- Inspección o evaluación de los nuevos conocimientos adquiridos: la evaluación de los conocimientos matemáticos adquiridos por los estudiantes se puede llevar a cabo mediante preguntas formuladas antes, durante y después de la enseñanza.
- Corrección y eliminación de errores y concepciones erróneas: los errores y las concepciones incorrectas previas de los estudiantes no se utilizan como punto de partida para una enseñanza efectiva; en cambio, se castigan severamente, lo que resulta en la frustración, el rechazo y la sensación de impotencia por parte de los estudiantes.

Evidentemente todo esto lleva al uso de técnicas o métodos, por parte del docente, para que todas estas etapas sean fundamentales en el proceso de enseñanza aprendizaje. Por ejemplo, una de estas técnicas, según Kline (1985), es el dominio de la terminología matemática, ya que, sin la existencia de estos elementos, tanto la organización sistemática y las estructuras como el sentido del contenido matemático carecerían de un significado sustancial. Ahora todo esto cambiará dependiendo de las concepciones que tenga el maestro sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, ya que, todo dependerá del objetivo de aprendizaje del maestro. Por ejemplo, Mora (2003) identifica siete concepciones como:

1. La enseñanza de las matemáticas basada en su origen o génesis.
2. La enseñanza de las matemáticas orientada en la resolución de problemas.
3. La enseñanza de las matemáticas orientada en objetivos formativos.
4. La enseñanza de las matemáticas basada en las aplicaciones y modelación.
5. La enseñanza de las matemáticas basada en proyectos.
6. La enseñanza de las matemáticas tomando en cuenta el plan semanal, el trabajo libre y las estaciones de aprendizaje.
7. Enseñanza de las matemáticas apoyada por las TIC o tecnología.

Por lo tanto, la enseñanza de las matemáticas implica la instrucción de conceptos matemáticos, la resolución de problemas, el desarrollo de habilidades de cálculo y la promoción del pensamiento lógico y crítico en un entorno educativo. Además, hay que tener en cuenta que puede ocurrir en una variedad de niveles educativos, desde la educación básica hasta la educación superior, y utiliza diversas estrategias pedagógicas y recursos para facilitar el aprendizaje efectivo de las matemáticas.

Figura 1.

Etapas básicas en la enseñanza de matemáticas.



Nota: Información adaptada de Mora, C. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Revista de Pedagogía, 24(70), 181-272. https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002

2.2 Aspectos educativos en la enseñanza

El rendimiento académico y la motivación están estrechamente relacionados en el ámbito educativo. Si bien el rendimiento académico no es un ente fundamental dentro de un proceso de enseñanza aprendizaje, pero toma relevancia en procesos donde se necesita tener factores medibles que nos permitan entender el proceso de aprendizaje del alumno. Ahora, fomentar un ambiente positivo en el aula antes de comenzar cualquier actividad académica es fundamental para inspirar y motivar a los estudiantes a aprender con entusiasmo y disfrute, siendo un requisito indispensable para el aprendizaje, darle al estudiante un motivo u objetivo para aprender y la necesidad del conocimiento que les permita a futuro conseguir sus sueños. La motivación según González (2022), “se entiende como la compleja integración de procesos psíquicos que efectúa la regulación inductora del comportamiento, determina la dirección hacia un objeto-meta y la intensidad de

comportamiento para conseguirlo” (p. 1). Por ende, regulan procesos afectivos y cognitivos ideales al momento de los aprendizajes.

Kapp (2012) asevera que la motivación es un factor importante que influye en la velocidad, intensidad, dirección y persistencia de la conducta humana, es decir inicia y sostiene el comportamiento, y la divide en dos: intrínseca y extrínseca. Dicho autor señala que la motivación intrínseca está relacionada con el interés o disfrute que viene dentro del ser, y la motivación extrínseca proviene de factores externos, como la obtención de recompensas personales o la evitación de castigos, lo que lleva a una sensación de satisfacción o cumplimiento.

Uno de los influyentes expertos en motivación, Maslow (1943), plantea la idea de una jerarquía de necesidades que actúan como impulsores motivacionales en las personas. Según esta teoría, cuando una necesidad se satisface, surge un comportamiento dirigido a cumplirla, y este ciclo continúa de manera recurrente a medida que nuevas necesidades emergen en un proceso en espiral.

De la misma manera, el rendimiento académico, según Fullana (2008), afirma que “es un resultado del proceso de aprendizaje escolar, en el cual convergen los efectos de numerosas variables sociales, personales, y sus interrelaciones” (p. 2). La misma línea sigue Rojas y Tausa (2021) expresando que “el rendimiento académico es la expresión de capacidades y de características psicológicas desarrolladas y actualizadas mediante los procesos de enseñanza y aprendizaje que permiten obtener el nivel de logros académicos en un período, evaluando lo alcanzado o no” (p.8). Entonces, de acuerdo con los autores citados, se puede medir las funciones cognitivas y la capacidad de memoria retentiva del estudiante mediante el rendimiento académico, más esto no nos permitirá dar un juicio de valor sobre el uso de los conocimientos es decir la puesta en práctica en momentos donde la toma de decisiones sea decisiva para el estudiante y su plan de vida.

De esta manera, la motivación impulsa a los estudiantes a esforzarse, perseverar ante desafíos y enfocarse en el aprendizaje, lo que a su vez mejora su rendimiento académico. Este éxito académico refuerza la autoestima, estimula la curiosidad, promueve el desarrollo de habilidades de estudio y contribuye a una mayor satisfacción y bienestar. En conjunto, la motivación y el rendimiento académico forman un ciclo positivo que respalda el éxito continuo en el ámbito educativo. De hecho, es primordial que la motivación sea esencial para que los estudiantes puedan abordar con eficacia las diversas situaciones presentadas por los profesores en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto se alcanzará a través de la cuidadosa selección y aplicación de estrategias que les permitan desempeñarse de

manera efectiva, contribuyendo así al logro de los objetivos académicos y favoreciendo un buen rendimiento académico por parte de los estudiantes (Jiménez, 2022).

2.3 Corrientes pedagógicas

Las corrientes pedagógicas, también conocidas como enfoques o corrientes educativas, son diversas perspectivas y teorías que han surgido a lo largo de la historia de la educación para comprender y abordar la enseñanza-aprendizaje de manera efectiva. En ese sentido, en la actualidad, toda corriente tiene que basarse desde una perspectiva en la que conciben la educación, como un proceso cultural orientado hacia el florecimiento y la expansión de todas las cualidades humanas y del entorno social. Es una actividad constante que se despliega en todas las áreas y aspectos de la vida humana, pero adquiere un significado y relevancia particular en el contexto escolar (Carmona, 2016). De hecho, muchos investigadores como Suárez (2000); Hurtado y Tercero (2011); Ballesteros (2019), acuñan el término de corrientes pedagógicas contemporáneas a las que se enmarcan en esta filosofía educativa en donde la educación debe adoptar un enfoque comprensivo en lugar de centrarse en la memorización. Debe ser un proceso continuo a lo largo de toda la vida, que incorpore actividades creativas y humanas, y que busque una transformación social integral mediante la relación de teoría y práctica (Ortíz, 2018). Es necesario recalcar que los modelos pedagógicos, que en palabras de Campuzano et al. (2022), son “son el andamiaje que sostiene el desarrollo de enseñanza aprendizaje” (p. 1347). Evidentemente las diferencias que puedan existir entre distintos modelos pedagógicos radican en la forma en que se concibe, estructura y lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Ortiz (2011) plantea una revisión en la clasificación de los modelos pedagógicos, que incluye la pedagogía tradicional, la escuela nueva, la tecnología aplicada a la educación y la escuela del desarrollo integral. Además, introduce un nuevo modelo educativo para el siglo XXI llamado “pensamiento configuracional”. Este modelo se destaca por fomentar un ambiente educativo humanista, democrático, científico, comunicativo y participativo, que promueva la tolerancia y el respeto entre todos los actores involucrados en la educación.

Tal como lo señala Ortiz (2011) los modelos en los cuales la tecnología es aplicada a la educación es una nueva vertiente que se ha venido estableciendo durante los últimos años. El modelo tecnológico toma relevancia cuando este es mediado con el uso de las TIC en procesos de enseñanza-aprendizaje. Muchos autores como Burgos y Berrecoso (2022) acuñan términos como el modelo TPACK que traducido al español responde “conocimiento tecno-educativo o tecno-pedagógico del contenido disciplinario” (p.64). Este modelo es un claro ejemplo de la incorporación de la tecnología y la educación, ya que combina tres tipos

de conocimiento: el entendimiento tecnológico, el conocimiento pedagógico y el conocimiento curricular. Estos tipos de conocimiento se mezclan entre sí y dan lugar a nuevas formas de conocimiento, como la comprensión tecno-pedagógica, el conocimiento tecnológico contextual y el conocimiento pedagógico contextual.

A su vez, las corrientes pedagógicas son fundamentales en la enseñanza, ya que proporcionan a los educadores una diversidad de enfoques y estrategias para mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Estas corrientes fomentan la innovación educativa, adaptación a las necesidades individuales de los estudiantes, desarrollo profesional y reflexión constante. Además, han contribuido históricamente a la evolución de la educación, impulsando cambios significativos en la forma en que se aborda la enseñanza y creando sistemas educativos más avanzados y adaptables a las necesidades cambiantes de la sociedad. Ejemplos de ellos tenemos la corriente conductista, constructivista, o el modelo humanista, los cuales orientan a los procesos educativos para alcanzar una innovación en ese ámbito.

2.4 Constructivismo

El constructivismo es un paradigma educativo que abraza la idea de un aprendizaje por descubrimiento, por la búsqueda y las posibles soluciones que podemos tomar en torno a una situación, cada experimentación favorece a reconocer la validez de la respuesta. Para Rodríguez (2009) “el conocimiento es un proceso que, a partir de un estado de menor equilibrio, se reequilibra autorreguladamente en estados de mayor equilibrio, superadores del estado anterior” (p.4).

El sistema de asimilación y acomodación es un modelo de desarrollo cognitivo presentado por Piaget, el cual proporciona una concepción global de la acción del cerebro humano y su interacción con el medio ambiente; explica que parte de la adaptación entendida desde la biología como el proceso complejo donde se presta atención al medio y se toma los mismos hechos y experiencias que permitan la búsqueda y recogida de conocimiento (Flavell, 1985). Para Piaget, el ser humano va más allá de reconstruir el saber, pudiéndose interpretar, transformar y reorganizar. Además, en el proceso cognoscitivo Piagetiano una vez que hay la adaptación viene la asimilación donde se crea, produce o interpreta los sucesos u objetos desde la capacidad de comprender la realidad, dándole un significado de acuerdo con las cualidades antes determinadas y según las necesidades a cubrir, acomodando la información en la estructura mental con su proceso de elaboración y aplicación de ese nuevo conocimiento.

Según Chunk (2012), expone que Jean Piaget centra el constructivismo del conocimiento desde la interacción del ser con el medio, detallando la aplicación conductual psicológica específica para programar la enseñanza del conocimiento. Alude además que la relación dialéctica entre docente y estudiante produce una síntesis productiva para ambas partes y señala tres postulados importantes. Primero, el estudiante es el último responsable sobre la adquisición de su propio conocimiento siendo esta insustituible. Segundo, en toda actividad mental constructivista los conocimientos son aplicados, es decir, un proceso a nivel social. Tercero, se construye o reconstruye razones de conocimientos ya existentes, por ejemplo, en las operaciones matemáticas hay un concepto histórico, un bagaje cultural que vienen dados en los pensamientos matemáticos de ubicación, distancia, clasificación, seriación, entre otros, que regulan orden entre las relaciones personales.

Para Paz y Hernández (2022), el constructivismo en la psicología educativa postula que:

Implementar la visión situada requiere prácticas educativas coherentes, significativas y propositivas que favorezcan aumentar el grado de relevancia cultural de las actividades en las que participa el alumno. Por esta razón, aprender con sentido y sobre todo aplicabilidad es fundamental. [...]. La enseñanza situada dentro del constructivismo como perspectiva psicopedagógica permite el uso del plan de estudios donde los estudiantes pueden adquirir conocimientos de diversas áreas y disciplinas (p. 4).

Díaz (2020), en su artículo expone que la Teoría de la Evolución de la Inteligencia se va alcanzando con nuevas estructuras mentales para avanzar al pensamiento formal, sin embargo es necesaria la interdisciplinariedad del ser desde su complejidad en los ámbitos psicológicos, biológicos, sociológicos y lingüísticos que incurren en desarrollar la inteligencia; de tal forma que lo cognoscitivo es una construcción constante en la interrelación del sujeto y el ambiente o contexto, yendo más allá del reflejo-acción. En Latinoamérica estos procesos invitan al docente a tejer el conocimiento valorando su cultura y entorno, sin embargo, se debe recordar siempre que cada ser es individual y tiene una forma de aprender.

A modo de síntesis se puede aludir que el constructivismo acerca al sujeto a su entorno permitiendo que viva los procesos de adaptación, asimilación y acomodación provocando el desequilibrio y equilibrio cognitivo para que de esta manera se construya un nuevo concepto, reestructurando el pensamiento anterior. A este proceso aporta también Ausubel con la teoría de aprendizaje significativo el cual se explica en el siguiente apartado.

De la misma manera, David Ausubel en su aporte al constructivismo, postula que, la relación directa entre un conocimiento previo y el nuevo favorece a un aprendizaje significativo y funcional, es decir un aprendizaje para la vida y utilizable en momentos necesarios para solucionar situaciones cotidianas. Un factor importante que influye en el aprendizaje es averiguar lo que ya sabe y enseñar luego de ello. Ausubel (1983).

En sus contribuciones a la educación, Ausubel (1976) defiende la teoría cognitiva y destaca la importancia del significado en el proceso de adquirir conocimiento. Él explica que el aprendizaje se produce a partir de la materia verbal, tanto en forma oral como escrita, y se basa en la relación entre lo que uno ya sabe y lo que se está aprendiendo. Argumenta que la memorización y el aprendizaje son más efectivos cuando el conocimiento se organiza de manera sistemática y lógica en la mente del estudiante. Ausubel enfatiza que el aprendizaje significativo implica que el estudiante utilice las herramientas aprendidas y las aplique en la toma de decisiones para otorgarles un significado real. El autor identifica tres tipos de aprendizaje significativo.

El Aprendizaje de representaciones, da significado a los símbolos; el aprendizaje de conceptos da atributos comunes posibilitando conocer más léxico; y el aprendizaje por proposiciones, demuestra el significado de las ideas y las expresa. El uso de estos tipos de aprendizaje se da en etapas: el primero es pre-instrucciones anticipando sobre el qué y cómo van a aprender lo que conocemos como activación de conocimientos o experiencias previas; luego la construcción del conocimiento, aquí se da el acompañamiento en los contenidos curriculares y determina la inducción de ideas, conceptos, y demás que se anclan a los contenidos previos; y la última etapa es la posinstrucción, al final de todo se valora lo aprendido obteniendo un conocimiento nuevo y real. Todo esto expuesto por Lazo (2019).

Finalmente, según Tomalá (2023); como ventajas del aprendizaje significativo en el área de las matemáticas tenemos:

1. El uso de objetos del entorno y material concreto permite transformaciones dinámicas y establece un mejor razonamiento lógico matemático.
2. La mejora y efecto para resolver procesos de problemas matemáticos, a través de la vivencia y dando una solución significativa a los problemas.
3. Se fomenta el pensamiento matemático para resolver problemas potenciando una enseñanza creativa y participativa, encaminando la comprensión del contenido geométrico.

4. Se fortalecen los procedimientos y actitud positiva en los aprendizajes mediante la práctica ejercitada para dar solución a una situación.
5. Desarrolla habilidades y competencias geométricas como la manipulación, análisis, descripción, y resolución de problemas.

Además, García (2022) menciona que las ventajas del aprendizaje significativo desde la perspectiva curricular, didáctica, tecnológica y el uso de GeoGebra mejora habilidades matemáticas; potencia además capacidades como interactuar, aprender optimizando recursos y finalmente aleja vacíos cognitivos a través de guías metodológicas. A modo de conclusión se menciona que el aprendizaje significativo es el reconocimiento de lo que se conoce previamente para enlazarlo directamente con lo nuevo, esto desarrolló habilidades cognitivas importantes en el ser humano; y si a esto le incluimos el hecho del uso de material concreto utilizando metodologías lúdicas y activas darán resultados favorables en el aprendizaje del ser humano.

2.5 Recursos didácticos

Los recursos didácticos desempeñan un papel crucial en la enseñanza de las matemáticas, facilitando la comprensión y el aprendizaje de conceptos matemáticos de manera efectiva. Por lo tanto, el uso de estos determinará un papel de suma importancia en la labor del docente, tal como lo plantea López (2013) al señalar que la labor del profesorado involucra inherentemente la utilización y la destreza en el manejo de recursos educativos, lo que mejora la eficacia del proceso de enseñanza-aprendizaje. Los materiales didácticos pueden ser tanto tangibles como digitales y deben tener la capacidad de captar el interés de los estudiantes, adaptarse a sus necesidades físicas y mentales, y servir como herramientas de orientación para los profesores. La misma línea sigue Moya (2010) al mencionar que se entiende por recursos didácticos a todos los elementos, materiales, medios de enseñanza, instrumentos físicos, actividades, etc., que van a asistir al educador en la ejecución de su labor en el entorno educativo. Además, tienen la ventaja de ser versátiles y adecuados para una amplia variedad de contenidos educativos. En tal sentido, Benigni et al. (2022) añaden que el recurso didáctico actúa como un medio para facilitar la adquisición de conocimientos prácticos y significativos, y su efectividad depende de cómo el profesor implementa la estrategia metodológica. En este sentido, para introducir el uso de recursos didácticos, es esencial emplear objetos educativos que sean diversos y variados, permitiendo un progreso gradual en el proceso de aprendizaje. Por lo tanto, la relevancia del material didáctico reside en su capacidad para influir en los órganos sensoriales del aprendiz, conectándolo con el

objeto de estudio, ya sea mediante una interacción directa o al proporcionarle una sensación indirecta (Vargas, 2017).

Muchos autores como Vargas (2017); Moya (2010); Marqués (2011), dan una clasificación general de estos recursos que van desde textos impresos, pasando por material audiovisual, hasta medios informáticos. Los últimos han tenido un gran resurgir e influencia en los últimos años, incluso denominándose recursos didácticos digitales. En tal sentido, Álvarez (2021) menciona que estos recursos los describe como cualquier tipo de recurso educativo que consiste en herramientas tecnológicas y se emplean para respaldar la realización de actividades de aprendizaje. Por lo tanto, todo software, entendiéndose este como una herramienta tecnológica, es fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Claros ejemplos de ellos tenemos a los simuladores virtuales como PhET, GeoGebra, etc.

De hecho, Quintas (2020) añade que todo material didáctico debe tener una cierta función dentro del marco pedagógico educativo. Por lo que tienen las siguientes funciones:

- La función innovadora: se refiere a una transformación en la educación, ya que modifica los enfoques tradicionales y presenta una nueva metodología que fomenta una interacción más enriquecedora entre profesores y alumnos. En este contexto, se emplean materiales didácticos, en particular aquellos que son concretos, con el propósito de promover un aprendizaje significativo.
- La función motivadora: radica en su capacidad para estimular el aspecto psicológico de los niños, ya que la introducción de nuevos materiales genera motivación y un sentido de novedad. Es importante destacar que la institución educativa busca lograr una educación efectiva, y la incorporación de estos recursos no solo contribuye a ese objetivo, sino que también mejora la eficacia general del proceso educativo.
- La función operativa: implica que los materiales se presentan junto con una guía metodológica que incluye actividades específicas diseñadas para mejorar la educación.

Por último, Salido y Salido (2016) señalan que el uso de materiales didácticos ofrece a los niños la oportunidad de estimular su motivación e interés al realizar tareas de manera libre, lo que aumenta su atención y les permite repetir las actividades según lo deseen. Desde una perspectiva en el ámbito de las matemáticas, el uso de estos recursos es esencial para facilitar la comprensión de conceptos complejos, promover la participación de los estudiantes y adaptarse a diferentes estilos de aprendizaje. Estos recursos, que incluyen

modelos, gráficos, manipulativos y software educativo, fomentan la resolución de problemas, mantienen el interés y la motivación de los estudiantes, y mejoran la retención de conocimientos. Además, permiten a los docentes ofrecer una enseñanza diferenciada y preparan a los estudiantes para aplicar las matemáticas en situaciones del mundo real, lo que en última instancia enriquece el proceso de enseñanza-aprendizaje y su relevancia en la vida cotidiana y profesional. Por lo tanto, tal como lo menciona Vargas (2017), el uso de recursos educativos didácticos en las clases de diversas materias implica que los docentes deben comprometerse y mantenerse actualizados en el manejo de las nuevas Tecnologías de Información y Comunicación, tanto en el uso como en la creación de recursos informáticos, ya sea con o sin acceso a Internet. La incorporación de estos recursos enriquecerá la enseñanza al integrar los elementos de las clases teóricas con las prácticas y la simulación, fortaleciendo así el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.6 Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC)

La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la educación ha revolucionado la forma en que se enseña y se aprende. Estas herramientas tecnológicas, que abarcan desde computadoras y tabletas hasta software educativo y recursos en línea, han transformado las aulas tradicionales en entornos de aprendizaje más dinámicos y accesibles.

Según Gonzales (2011), las TIC, se denomina al conjunto de procesos y resultados que surgen de las recientes herramientas tecnológicas (tanto en términos de hardware como de software), así como de los medios de almacenamiento, procesamiento y transmisión de datos digitalizados. Quillupangui y Cisneros (2019) dan una noción más clara de este concepto al señalar que se refieren a las tecnologías esenciales para gestionar y cambiar información, en particular, el empleo de computadoras y software que permiten crear, editar, guardar, resguardar y recuperar dicha información.

Dentro de la educación, la aplicación de esas herramientas o tecnologías a procesos de enseñanza-aprendizaje toma otra relevancia. De hecho, se acuña un nuevo término, Tecnologías del Aprendizaje y conocimiento (TAC), el cual se define como “un concepto que sirve para identificar las tecnologías impulsadas al fortalecimiento del proceso de enseñanza aprendizaje” (Latorre, 2018, p.37). En consecuencia, el enfoque no se centra en que el estudiante adquiera un conjunto específico de herramientas tecnológicas, sino en identificar las potenciales aplicaciones pedagógicas de las TIC que puedan beneficiar tanto el proceso de aprendizaje del individuo como la enseñanza en general (Lozano, 2011). Por lo tanto, las TAC se pueden considerar como herramientas innovadoras que inspiran la

creación de clases estimulantes y motivadoras para los estudiantes. Esto se debe a que las TAC tienen la capacidad de captar la atención de los estudiantes, manteniendo un flujo de clase más fluido y fomentando su interés por aprender. Las TAC logran despertar el interés al ofrecer elementos visuales como colores, sonidos, animaciones y videos interactivos, que a menudo son novedosos para los estudiantes, lo que a su vez contribuye a mantener su participación en el proceso de aprendizaje (Castillo y López, 2023).

De la misma manera, estas herramientas o tecnologías novedosas estimulan y comprometen al estudiante en su proceso de aprendizaje, ya que se presentan de manera motivadora, creativa y especialmente significativa. Por lo tanto, se sostiene que el uso de las TIC promueve el desarrollo de habilidades en los estudiantes y representa un recurso valioso en la educación. De hecho, Bayés et al. (2022), señalan que el uso de las TIC al momento de enseñar y aprender radica en que facilita el proceso de exploración, experimentación y creatividad, guiando a la comprensión y apropiación de conceptos y significancia sobre las matemáticas. El uso simple de la tecnología no favorece a un buen aprendizaje, por eso es necesaria la reformulación de estrategias y su uso fácil en cualquiera de los dispositivos móviles.

Álvarez y Sánchez (2020) concluyeron en su investigación que, si bien la incorporación de las TIC en la enseñanza de las matemáticas puede tener un impacto positivo en el rendimiento académico, es crucial reconocer que esta medida por sí sola no es suficiente. También se resalta la importancia de contar con docentes que estén debidamente formados y comprometidos en el proceso educativo. Por lo tanto, no es fundamental el hecho de que el docente haga uso o no de estas tecnologías en procesos cognitivos sino más bien radica en cómo lo usa. Tal como lo señala Paladines (2023) al mencionar que las TIC en el contexto actual es de vital importancia, pero es fundamental abordar su integración de manera cautelosa y reflexiva. Esto se hace con el objetivo de garantizar que su incorporación efectivamente beneficie y mejore tanto el proceso de enseñanza-aprendizaje como el rendimiento académico de los estudiantes.

Por último, la integración de las TIC en la enseñanza ha abierto un amplio abanico de posibilidades para el desarrollo de recursos didácticos más dinámicos, interactivos y adaptados a las necesidades individuales de los estudiantes. Estos recursos pueden incluir aplicaciones, plataformas en línea, simulaciones, videos educativos, juegos interactivos y software matemático, ya que permite a los docentes crear entornos de aprendizaje enriquecidos, donde los estudiantes pueden explorar conceptos de manera activa, participar

en experiencias de aprendizaje significativas y acceder a una variedad de fuentes de información en línea (Santana, 2022).

2.7 GeoGebra

Según Ziatdinov y Valles, (2022), señala que GeoGebra “es un programa de software diseñado tanto para la enseñanza como para el aprendizaje, cuyo primer y principal objetivo es hacer que los conceptos matemáticos sean más claros y fáciles de comprender para los estudiantes” (p.4). Dentro de un contexto matemático, Bravo (2022) afirma que la importancia de este programa tecnológico radica en las diversas posibilidades que brinda a los estudiantes para mejorar el aprendizaje, por ejemplo, la precisión amplificada de imágenes tridimensionales da precisión a la visión y por ende a la solución del problema matemático a resolver, otro factor que le da gran valía es la visualización y conexiones matemáticas entre la ventana gráfica y la algebraica.

La misma línea sigue Sousa, Viera y Araújo (2022) al mencionar que:

GeoGebra es un software de acceso libre y es un recurso que se suma al aprendizaje del alumno y a la metodología del docente, siendo eficiente en la presentación de contenidos de asimilación compleja. El entorno GeoGebra permite la visualización y manipulación de sus elementos y construcciones (p. 2).

Por lo tanto, dentro de esta línea de investigación, mencionaremos que GeoGebra es un amigo fiel del docente y un amigo infalible del estudiante, invitan a aprender con la motivación de resolver y replantear soluciones diversas a un problema único matemático, dibujado con códigos binarios pero visualizados con fracciones numéricas reflexivas y comprensivas a la inferencia de habilidades cognitivas propias a la edad escolar que lo utiliza.

Esto permite caracterizar el software desde sus propiedades como programa utilizable en diversos contextos y en una asignatura única. Según Collazos, González y Monroy, (2023), tiene las siguientes características:

- Desarrolla habilidades que le permitan al estudiante comprender fenómenos de situaciones reales.
- El uso de estos recursos debe verse como una estrategia adicional para lograr, motivar al estudiante a la experimentación del concepto a través de simulaciones y herramientas interactivas y dinámicas.

- Propicia un rol más protagónico al estudiante en la construcción de su conocimiento.
- El uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas, es una herramienta mediadora entre el estudiante y el conocimiento matemático, esta relación puede presentarse mediante la tríada estudiante-GeoGebra-contenido. Potencia la visualización, construcción y razonamiento (pp. 23-24).

Otros autores como Sánchez y Borja (2022), presentan las siguientes características de GeoGebra: primero, en relación al uso de las TIC como recursos que ayuda a adquirir competencias que generalmente no se aprenden en las tecnologías, el uso de este software invita al docente a considerar el manejo de las tecnologías, aplicación de programas, competencias digitales y conocimiento matemático plasmados en sus planes curriculares y metodológicas; segundo, facilita el trabajo colaborativo y constructivista donde pueden compartir experiencias manipulando el software creando, innovando e involucrando soluciones a situaciones planteados por el docente; Tercero, permite experimentar y descubrir en la creación de proyectos matemáticos, personaliza acciones de color, fuente, grosor, gráficos y demás; adicionalmente permite la ampliación visual de gráficas en 2D y 3D.

Ahora, entendiendo la influencia de la tecnología en la enseñanza y las matemáticas es prioritario identificar cómo inciden con el software de GeoGebra en este mismo proceso. Romero y Romero (2022) determinan que la importancia de GeoGebra como “estrategia favorece el aprendizaje significativo en el estudio de las gráficas y transformaciones de funciones, el dominio con las dimensiones asociadas con las conceptualizaciones de funciones, dominio, rango y demás” (p.3).

Cenas (2021), expone la importancia del GeoGebra en la transmisión de más información en menos tiempo, de forma variada y divertida, lo que se describe como un ambiente de aprendizaje favorable y significativo, donde el aprendizaje se da desde la motivación y la interactividad. Alude además que mediante el uso del internet y software beneficia al desarrollo matemático en su razonamiento lógico; orienta el análisis de contenidos matemáticos de manera detallada, se mejora el rendimiento académico y para finalizar el programa orienta a la búsqueda de solución de problemas de forma ilustrada y creativa.

Otra opinión de Chiquinquirá (2019) sobre la importancia del GeoGebra en la enseñanza, es que, la innovación del uso de la herramienta tecnológica en contextos donde las TIC son escasas aporta al aprendizaje significativo y el fortalecimiento de las competencias

geométricas que conjeturan y verifican, didácticamente orienta, organiza sistemáticamente las destrezas y enriquece la comunicación del aula entre pares y con el docente.

Como último aporte a la importancia de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de un ser humano, tenemos a Lizcano y Pérez (2020) manifestando que la interacción eficiente con el software da satisfacción al alcanzar, comprender y solucionar ejercicios matemáticos; es muy útil y acertado para la asignatura de matemáticas especialmente la geometría; da un acercamiento directo a habilidades de sistematización y globalización de los hechos; proclama la reflexión en la práctica docente urgente y contemporánea, además de la obligación del avance tecnológico para la construcción del conocimiento proyectando a nuevas propuestas.

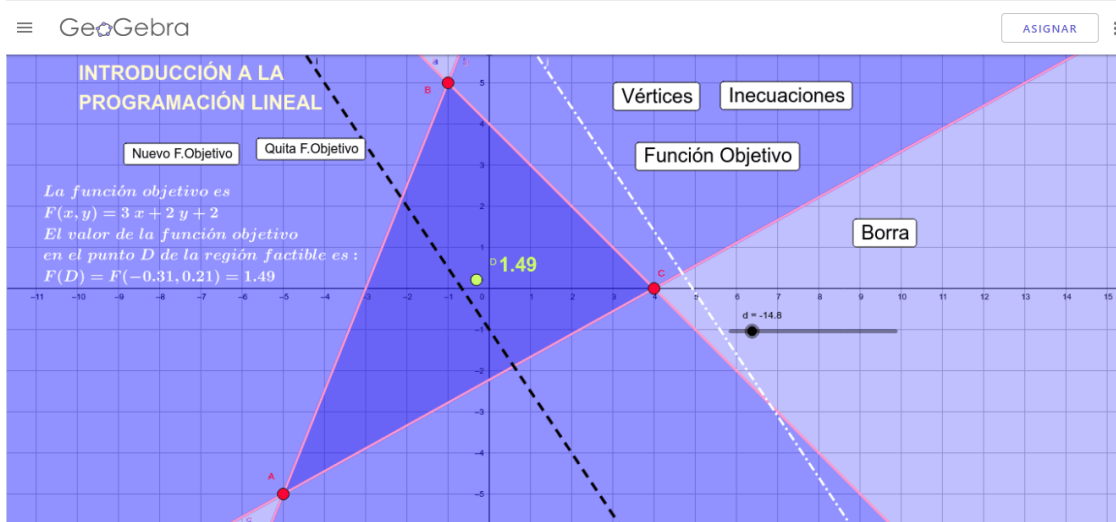
2.8 Programación lineal

Dentro de la asignatura de matemáticas hay diversas aristas que permiten un conocer las nociones numéricas, algebraicas, estadísticas y geográficas que desde la naturaleza se presentan. Se explica entonces la que obedece a este estudio que es la Programación Lineal. En el Currículo de Bachillerato del Ministerio de Educación (2019), la Programación Lineal está dentro del bloque de Geometría y medida. La “programación lineal engloba (subconjuntos convexos, conjunto de soluciones factibles, puntos extremos, solución óptima)” (p.57).

Según GeoGebra y su autor Ruiz Fernández (2022), la programación lineal “consiste en minimizar o maximizar una función objetivo sobre una región del plano (solución de un sistema de inecuaciones lineales en dos variables). Esta región se llama región factible. La solución de este problema siempre se va a encontrar en los vértices de esta región” (p. 1).

Figura 2.

Vista gráfica de la programación lineal.



Nota: tomado de <https://www.geogebra.org/m/rUWNJrVA>

Ahora, se puede adentrarse de manera más concisa y detallada sobre este tema, pero la importancia radica en ¿Por qué es importante estudiar programación lineal? Al respecto a eso muchos estudios como el de Alvarado (2009); Frómeta y Labrada (2023); Regalado y Rodas (2023) y Gonzáles (2023), hacen diferentes contribuciones de la importancia que radica dicha rama en el ámbito social. Por lo tanto, el estudio de la programación lineal en matemáticas es fundamental debido a su aplicabilidad en una amplia gama de contextos del mundo real, incluyendo economía, ingeniería, logística y toma de decisiones empresariales. Esta disciplina enseña habilidades analíticas y de resolución de problemas, fomenta el pensamiento lógico, promueve la eficiencia y la optimización de recursos. Los conceptos y técnicas aprendidos son transferibles a diferentes áreas y profesiones, y el enfoque en la optimización permite encontrar soluciones óptimas en situaciones donde se enfrentan restricciones y recursos limitados. A su vez, es esencial para desarrollar habilidades valiosas y tomar decisiones informadas en un mundo cada vez más orientado hacia la eficiencia y la toma de decisiones basada en datos. La misma línea sigue Santana (2019), al señalar que la programación lineal es bueno para aplicarlo en varios usos como: en el campo financiero, se pueden abordar temas como la gestión de carteras de inversión y la planificación financiera; en la planificación de la producción y el manejo de inventarios, se tratan cuestiones como la programación de la producción y la optimización de niveles de inventario; en la asignación de tareas, se resuelven problemas relacionados con la asignación de horarios y trabajos; en marketing, se abordan cuestiones como la selección de medios publicitarios y estudios de mercado; además, en la fabricación de productos, la programación lineal se utiliza para optimizar la combinación de materias primas. En

logística, esta técnica es útil para reducir los costos de transporte, planificar rutas y optimizar la ubicación de instalaciones, entre otros aspectos.

De la misma manera el docente tiene que estar claro con la cuestión ¿qué es lo que voy a enseñar? ya que es un ente importante para procesos pedagógicos y didácticos, lo cual permite establecer una propuesta para la enseñanza de la programación lineal. Dentro del contexto remarcado, según Gatica y Moreno (2002) añaden que el “objeto” de estudio de programación lineal se refiere a la optimización de objetivos que son expresados mediante funciones lineales de variables relacionadas con el problema y están sujetas a restricciones lineales. En otras palabras, se trata de un conjunto de técnicas matemáticas que simplifican la resolución de problemas relacionados con la planificación económica o social. El objetivo principal es encontrar la solución óptima, que puede implicar la maximización de ganancias o la minimización de costos al utilizar recursos limitados. A su vez, los autores, señalan que existen diversas técnicas para poder atacar lo detallado anteriormente, siendo una de estas la manera gráfica (tal como se detalla en la figura 2). Por lo tanto, es necesario que el docente se ubique dentro de esta dimensión para que todas sus estrategias vayan encaminadas dentro de este contexto ya que no tendría sentido o fin abordar la programación lineal desde otra perspectiva.

Finalmente, la enseñanza y el aprendizaje de la programación lineal pueden enfrentar desafíos que incluyen la abstracción matemática, la comprensión de problemas, la optimización, el uso de software específico, el razonamiento lógico y la falta de motivación. Por lo tanto, los profesores deben emplear estrategias pedagógicas efectivas, proporcionar ejemplos prácticos y aplicaciones del mundo real, fomentar la práctica y el uso de software de programación lineal, y estar disponibles para ayudar a los estudiantes a superar estas dificultades. Esto promoverá un aprendizaje más efectivo y aplicable de dichos contenidos.

2.9 Secuencia didáctica

Al recapitular lo que hemos revisado, destacamos que el constructivismo es un pilar fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje, complementado por la utilización de herramientas digitales como el software GeoGebra. Sin embargo, para que esta combinación sea duradera y sólida, es esencial establecer una tríada educativa que se sustente en una secuencia didáctica bien estructurada.

Para Taboada (2021), una secuencia didáctica consiste en una sucesión de actividades previamente pensadas por el docente que muestran orden y lógica para que los realice el estudiante, se basan en los modelos de aprendizaje que dan sentido a la asimilación y

adquisición de contenidos y/o destrezas. López (2020) define a la secuencia didáctica como “una serie de actividades orientadas al aprendizaje de un tema específico” (p.4). En todas las definiciones observamos la palabra actividades, que están secuenciadas y sistematizadas en función de dar al sujeto la posibilidad de experimentar y descubrir lo nuevo, lo real y lo situado.

Un aspecto importante por reconocer es que las secuencias didácticas van de la mano con un enfoque de enseñanza o un modelo pedagógico que orienta las actividades. Por ejemplo, si se asume una posición constructivista como enfoque o modelo educativo las actividades a realizar deben ser desde esta arista. Una secuencia didáctica no viene dada, es algo que el docente elabora de acuerdo con los contenidos educativos, pero sin separarse de los elementos de una planificación didáctica y las necesidades e intereses de los estudiantes, siendo ejecutado por la mediación del docente.

Tejada (2022) introduce el concepto de aprendizaje por competencias, en el que el enfoque de mediación busca fomentar aprendizajes autónomos y profundos, con el estudiante como eje central. En este enfoque se promueve el trabajo en equipo, la flexibilidad, la proactividad y la autonomía, incentivando la reflexión sobre la práctica. El autor destaca la importancia de considerar factores como el grupo de estudiantes, los objetivos de enseñanza, el contenido y la duración, el contexto del aula y los recursos utilizados en la planificación. Además, Tejada propone una secuencia didáctica que consta de tres fases (Apertura, Desarrollo y Cierre) con actividades específicas y tiempos que dan significado y comprensión al proceso de enseñanza-aprendizaje, las cuales se detallan a continuación:

- Actividades de apertura: pueden ser dentro o fuera del aula, de forma individual o colectiva se puede proponer entrevistas, buscar información sobre un tema o problema propuesto, se propone discusiones, debates, interrogantes significativas, opiniones sobre lo que conocen del tema, de esta forma se abre pensamientos diversos pero alineados al tema a tratar.
- Actividades de desarrollo: aquí es necesaria la interacción entre docente-estudiante y/o estudiante-estudiante, se pone en mesa la temática que puede ser mediante la exposición del docente, observaciones, el uso de recursos y las TIC, lecturas, planteamientos de problemas, casos, ejercicios o proyectos a elaborar.
- Actividades de Cierre: integran el conjunto de actividades y tareas realizadas en el período de clase, las síntesis, conclusiones, generalizaciones, reflexiones, secuenciaciones de sucesos, reorganización con el fin de reconstruir la información y crear un nuevo saber útil para aplicarlo a resolver situaciones y desafíos reales.

Esto traducido en términos educativos, se debe dar una apertura motivadora mediante un clima de confianza y gusto por aprender, las primeras actividades asociadas al conocimiento deben determinar que se conoce de base sobre el tema, las de desarrollo donde el estudiante vivencia mediante el análisis, síntesis entre otras para reconstruir un conocimiento y las de cierre que favorece a la integralidad de la información nueva.

García et al. (2021), describen una secuencia didáctica propia del ámbito de las matemáticas y que es importante tener en cuenta. En primer lugar, enfatizan que las matemáticas no solo son una asignatura, sino una actividad humana en constante búsqueda de soluciones para problemas o situaciones. En segundo lugar, destacan que estas prácticas pueden llevarse a cabo de manera individual, grupal o colectiva. En tercer lugar, subrayan que la resolución de problemas y sus soluciones necesariamente dan lugar a una secuencia que involucra análisis, deducción y síntesis.

Presentando la interpretación global sobre la secuencia didáctica está la clara idea que las actividades sistemáticas van desde las iniciales pasando a las de desarrollo hasta las de cierre de estas; donde la evaluación está presente desde un diagnóstico inicial, una formativa en el desarrollo y una sumativa al cierre, esto implica crear un clima de asertividad y motivación, pasar a extraer los recuerdos de un saber, anclarlo a uno nuevo y cimentarlo como propio.

2.10 Fundamentación de la propuesta

El constructivismo centra al estudiante en el proceso educativo, sin embargo, el docente debe ser quien guíe el proceso, por lo que debe brindar los recursos que faciliten la adquisición de los conocimientos. El presente trabajo de titulación se basa en la elaboración de secuencias didácticas sobre programación lineal mediante la implementación del software GeoGebra. El trabajo ofrece a los docentes una nueva forma de enseñar matemáticas mediante un recurso libre, gratuito, de fácil acceso y manejo. Las actividades propuestas en las secuencias didácticas permiten que los estudiantes construyan su propio conocimiento, además se utilizan recursos tecnológicos que motiven a los educandos. La propuesta se basa en las nuevas tendencias educativas que han tenido un gran impacto, pues actualmente en la institución intervenida se siguen procesos tradicionales basados en la utilización de la pizarra y marcador.

2.11 Estructura de las secuencias didácticas

Las secuencias didácticas tienen una estructura que incluye los siguientes elementos:

- **Objetivos de aprendizaje:** Define lo que se espera que los estudiantes logren al final de la secuencia didáctica.
- **Actividades de apertura:** Inicia la secuencia recordando a los estudiantes los conocimientos previos relevantes para el tema que se va a tratar.
- **Actividades de desarrollo:** Introduce los nuevos conceptos o información que los estudiantes deben aprender, utilizando el GeoGebra.
- **Actividades de cierre:** Proporciona actividades para que los estudiantes practiquen y apliquen los nuevos conocimientos a través de ejercicios y/o problemas.
- **Conclusiones:** Incluye momentos para evaluar el progreso de los estudiantes, a través de preguntas escritas. Además, se brinda retroalimentación específica a los estudiantes sobre su desempeño, destacando los aciertos.

Capítulo III. Propuesta

3.1 Elaboración de las secuencias didácticas

A continuación, se muestran las secuencias didácticas utilizando el GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de programación lineal en tercero de Bachillerato General Unificado. Las destrezas que se desarrollan son:

- M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.
- Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. (Ref. M.5.2.27)

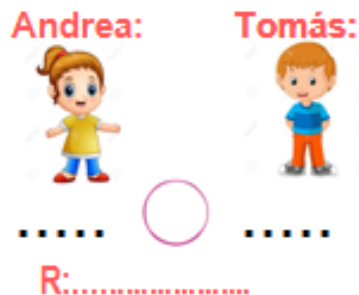
Secuencia Didáctica 1**Objetivo Educativo:**

Resolver una inecuación de primer grado con una incógnita.

1. Actividades de apertura

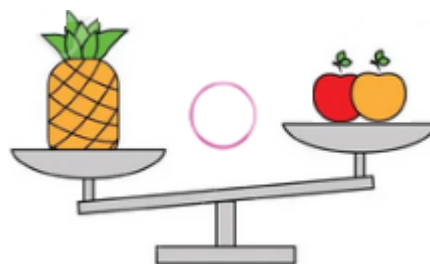
Primero vamos a recordar los símbolos de una inecuación, para ello escriba en cada uno de los siguientes enunciados el símbolo que usted crea conveniente:

- a. ¡A comparar números! Tomás logró arreglar 79 juguetes y Andrea 39. ¿Quién de los dos arregló más juguetes?



Fuente: Elaboración propia

- b. Ahora compare frutas. Observe la balanza y coloque el símbolo correspondiente en el círculo al comparar sus masas.



Fuente: Elaboración propia



c. Juan es un estudiante del octavo año de educación general básica, su deseo es pasar el año directo sin quedarse suspenso. Su tutor le indica que para que esto suceda debe tener calificaciones de siete o mayor a 7 para lograr su objetivo. ¿Cómo expresaría matemáticamente lo que el profesor le ha indicado a Juan? _____

Nota. Recuperado de:

https://www.google.com.ec/search?q=ni%C3%B1o+con+foco+animado&tbn=isch&hl=es&sa=X&ved=2ahUKEwi-hvrlqaz_AhWxeDABHQ6cCxcQrNwCKAB6BQgBEMgC&biw=1349&bih=596#imgsrc=kJm84p1oGGUoeM



d. José adoptó un gato para su hija. El felino tiene solamente 2 meses de nacido, por lo que deberá comprar fundas de alimento para gato de hasta un año. ¿Cómo expresaría matemáticamente la comida que el padre debe comprar? _____

Nota. Recuperado de:

https://www.google.com.ec/search?q=comida+de+gato+procat+gatitos&tbn=isch&ved=2ahUKEwiRmLjSqz_AhVbdzABHU0IC2AQ2-cCegQIABAA&oeq=comida+de+gato+procat+gatitos&gs_lcp=CgNpbWcQAzoHCAAQigUQQzoFCAAQgAQ6BgGAEAUQHjoGCAAQCBaeOgclABAYEIAEOgQIABAEUNGWPITYNsVaABwAHgBgAGbBpyCSAQswLjcuNC4xLjUuMpgBAKABAaoBC2d3cy13aXotaW1nwAEB&scient=img&ei=MfB9ZNG7GdvuwbkPzcSsgAY&bih=596&biw=1349&hl=es#imgsrc=5FK62InuOJju7M

Una vez que hemos recordado los diferentes símbolos utilizados en una inecuación, ¿cómo escribiría los siguientes casos en forma matemática?



e. En un club de fútbol de la localidad existen algunas categorías, una de ellas es la juvenil mayor en donde participan jóvenes entre 12 y 17 años. Escriba matemáticamente en forma de intervalo las edades de esta categoría.

Nota. Recuperado de:

https://www.google.com.ec/search?q=jugadores+de+futbol+animados+i%2Cagen&tbn=isch&ved=2ahUKEwj1v9KJrKz_AhVZWATABHaK6BaoQ2-

cCegQIABAA&oq=jugadores+de+futbol+animados+i%2Cagen&gs_lcp=CgNpbWcQAzoGCAAQCBAeOggIABCABBCxAzoFCAAQgAQ6BwgAEIoFEEM6CgAEIoFELEDEEM6DQgAEIoFELEDEIMBEEM6CwgAEIAEELEDEIMBUJoDWMhbyPNdaAlwAHgHgAG-BIgbKfKSAQ0xLJE5LJE4LjYuMS4xmAEAoAEBqgELZ3dzLXdppei1pbWewAQDAAQE&scient=img&ei=sfF9ZLWjJtmywbkPovWW0Ao&bih=596&biw=1349&hl=es#imgrc=1BY1-ITCIdEym



f. Lamentablemente Pedro ha obtenido bajas calificaciones en sus promedios anuales, por lo que deberá rendir examen supletorio. Este examen es para los estudiantes que han obtenido un promedio mayor o igual que 5 y menor a 7. Escriba matemáticamente en forma de intervalo la condición del examen supletorio.

Nota. Recuperado de:

<https://www.google.com.ec/search?q=dibujo%20estres%20exámenes&tbn=isch&hl=es&sa=X&ved=0CB4QtI8BKAFqFwoTCKjc6aCurP8CFQAAAAAAdAAAAABAG&biw=1349&bih=596#imgrc=QmHsI9DasXbO7M>

¡Excelente trabajo! ahora conteste las siguientes preguntas sobre inecuaciones:

- Con las actividades anteriores ¿qué ha recordado?

- Si en una inecuación la desigualdad es $\leq$ o $\geq$ ¿quiere decir que el extremo común de los intervalos pertenece a la solución?

Si _____ No _____

¿Por qué? _____

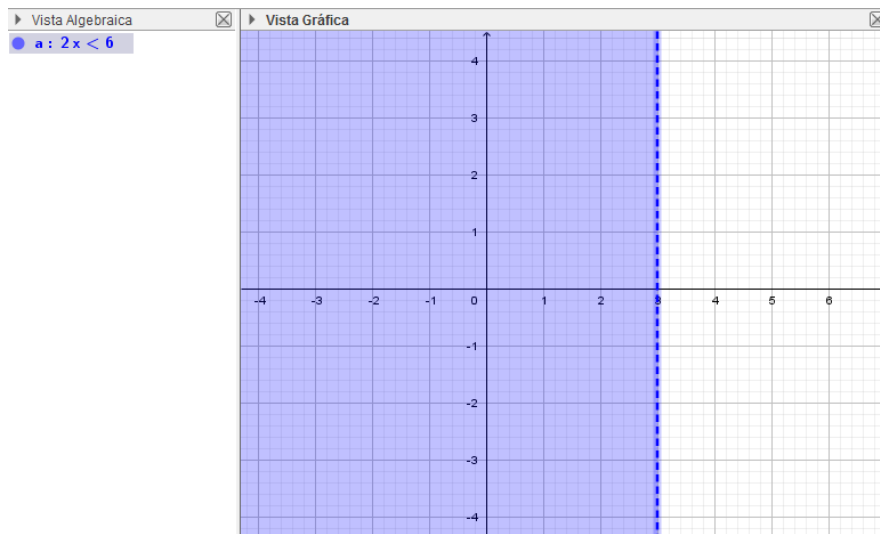
2. Actividades de desarrollo

Ahora, analicemos qué sucede con la siguiente expresión, para ello nos ayudamos del Software GeoGebra:

- En el comando entrada digite la siguiente inecuación $2x < 6$

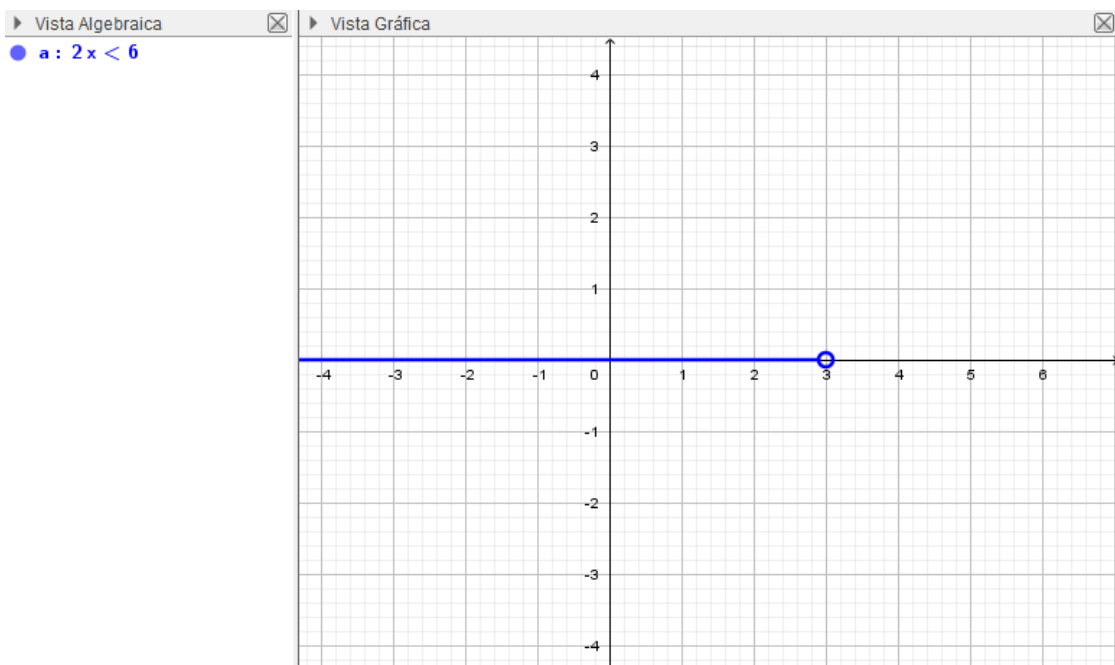
Entrada: $2x < 6$

- Le aparecerá una pantalla como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

- Para que aparezca como conjunto solución el intervalo de valores solo de x, pulse el botón derecho sobre la **Vista gráfica** y luego seleccione **Propiedades del objeto**. Luego, en la opción **Estilo**, marcar la opción: **Mostrar sobre eje x**. Le aparecerá una imagen como la siguiente:

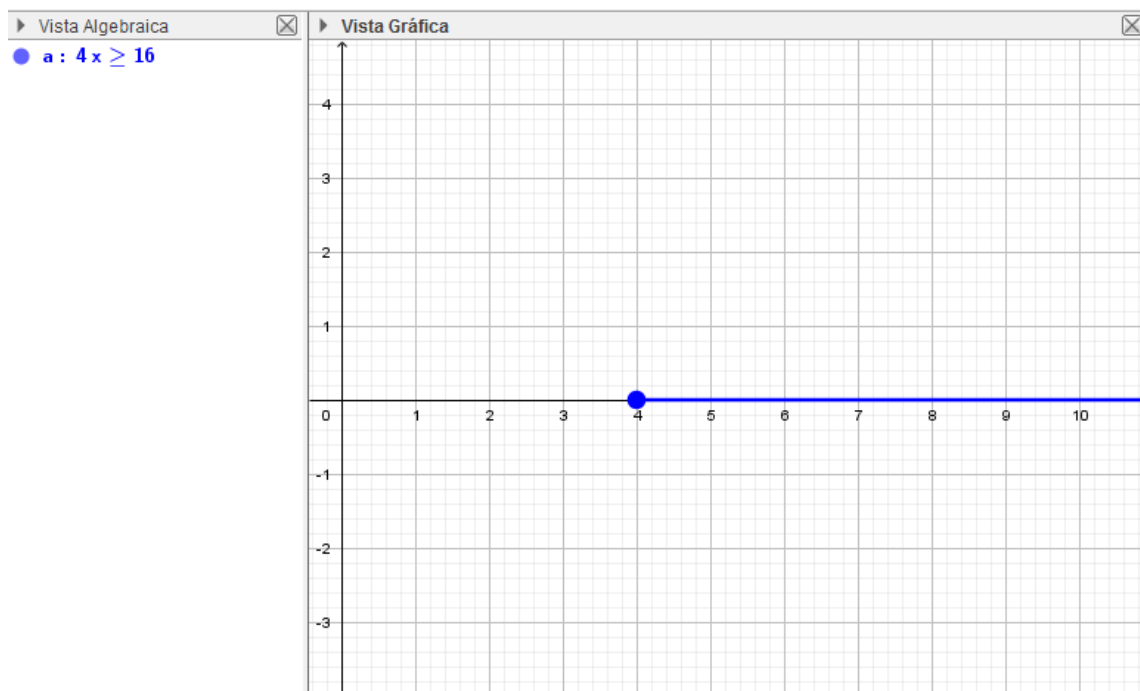


Fuente: Elaboración propia

Observe la gráfica y conteste las siguientes preguntas:

- ¿En cuántos intervalos divide el valor $x=3$ a la recta real? ¿Cómo puede encontrar este valor que divide a la recta?

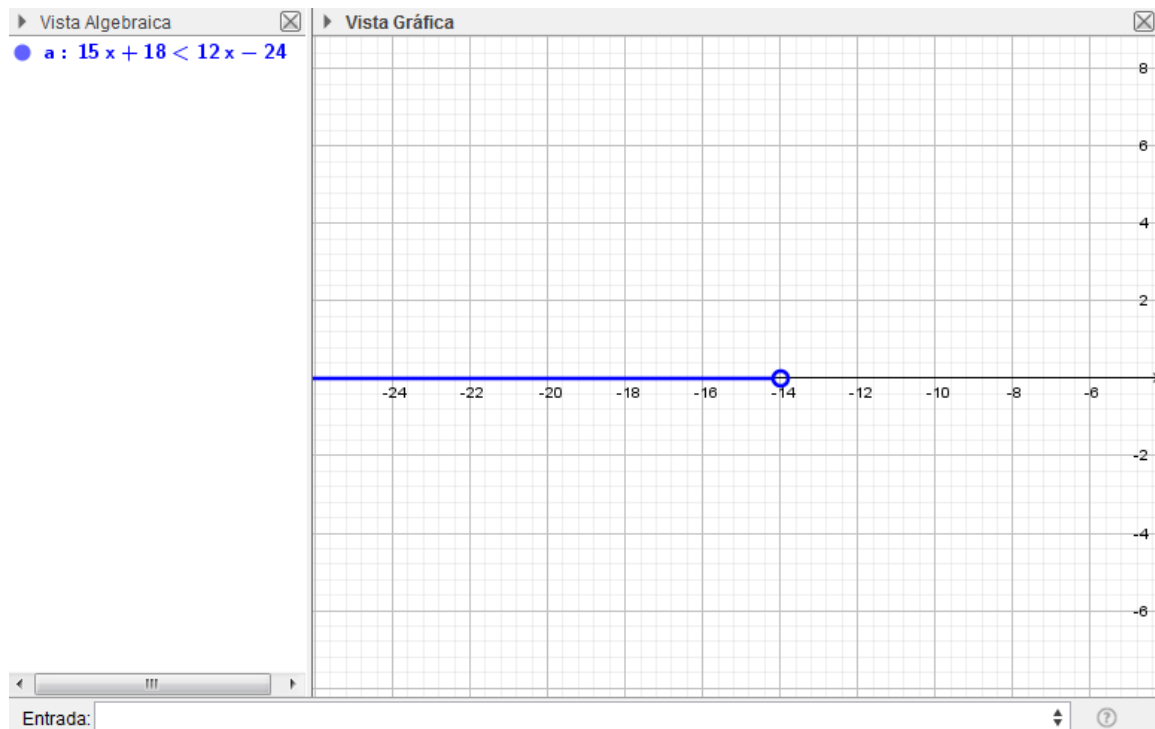
Ahora observe la gráfica:



Fuente: Elaboración propia

- ¿En cuántos intervalos divide el valor $x=4$ a la recta real? ¿Cómo puede encontrar este valor que divide a la recta?

Finalmente, observe la siguiente gráfica:



Fuente: Elaboración propia

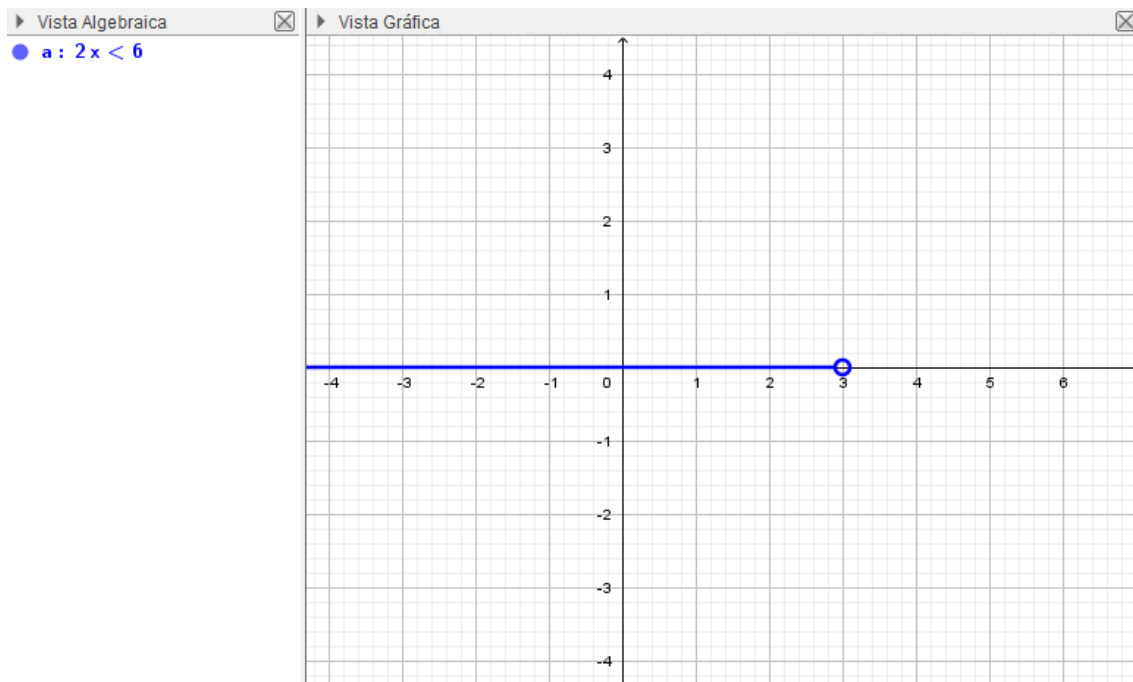
- ¿En cuántos intervalos divide el valor $x = -14$ a la recta real? ¿Cómo puede encontrar este valor que divide a la recta?

- En cada uno de los tres casos anteriores, ¿Cree que se obtendría el mismo valor ($x = 3$, $x = 4$, $x = -14$) si se cambia el signo de la desigualdad por el de la igualdad?

Si ____ No ____

¡Compruébelo!

Ahora revisar la gráfica y contestar las preguntas:



Fuente: Elaboración propia

- Sustituya en la inecuación los valores: $x=2$, $x=1$, $x=0$, $x=-1$, $x=-2$, $x=-3$, $x=-4$, e indica si son o no solución de la inecuación.

- ¿Qué sucede si sustituimos por los valores: $x=-20$, $x=-100$, $x=-50$, $x=-1000000$?, ¿Qué nos quiere decir esto?

- Ahora sustituya los valores: $x=5$, $x=6$, $x=7$, $x=8$ en la inecuación e indica si son o no solución de la inecuación.

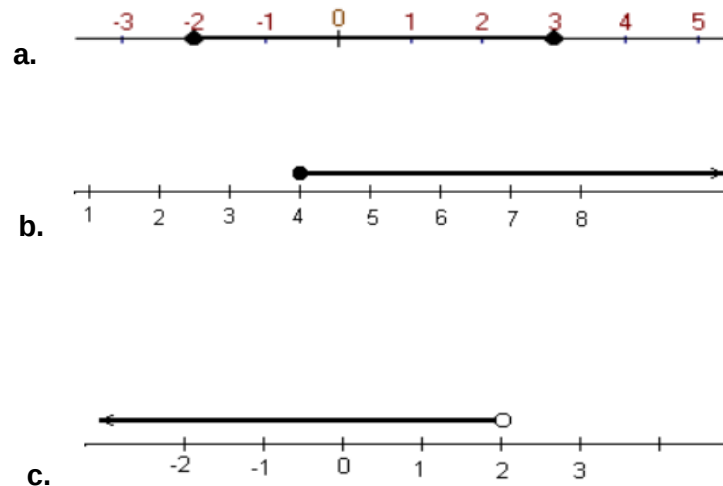
- ¿Qué sucede si sustituimos por los valores: $x=20$, $x=100$, $x=50$, $x=1000000$? ¿Qué nos quiere decir esto?

- Ahora sustituya el valor $x=3$ en la inecuación e indique si es parte de la solución o no.

- De acuerdo con las preguntas anteriores, escribe el intervalo solución de la inecuación.

3. Actividades de cierre

Dada la inecuación $2(x + 3) \leq 3x + 2$, determine a qué gráfica de la recta numérica pertenece el intervalo solución de la inecuación y encierre la respuesta correcta. ¡Puede utilizar GeoGebra para comprobar sus resultados!



Conclusiones:

1. ¿Qué es lo que acaba de aprender?

.....

2. ¿Cree que hay infinitas soluciones para una inecuación? ¿Por qué?

.....

3. ¿El extremo del intervalo puede ser parte de la solución? ¿Por qué?

.....

4. Escriba los pasos que considera necesarios para la resolución de una inecuación de primer grado con una incógnita.

.....

.....

.....

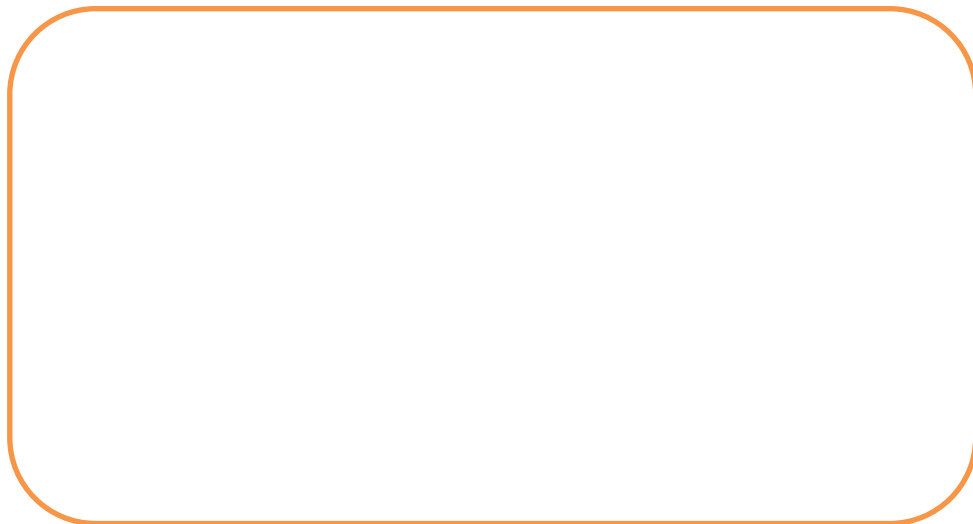
5. Compare sus pasos con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.

Primero. Se toma la inecuación como una ecuación, sustituyendo la desigualdad por una igualdad, y la resolvemos.

Segundo. La solución divide la recta real en dos intervalos. Se toma un punto cualquiera de cada intervalo.

Tercero. Se comprueba si estos puntos son soluciones de la inecuación. Si un punto verifica la desigualdad, entonces todo el intervalo es la solución.

Cuarto. Se comprueba si el extremo común de los intervalos es solución de la inecuación.



Secuencia Didáctica 2**Objetivo Educativo:**

Resolver una inecuación de primer grado con dos incógnitas, realizar la gráfica y determinar la región solución.

1. Actividades de apertura

Primero vamos a recordar la inecuación de primer grado con una incógnita, revisando los pasos aprendidos en la clase anterior. Para ello lea el siguiente enunciado y conteste las preguntas:



aerolínea?

En cierta aerolínea, el equipaje de los pasajeros no debe sobrepasar los 20 kg de peso. Si un pasajero lleva tres maletas que pesan lo mismo, ¿cuál debe ser el peso máximo de cada una, para no sobrepasar el límite de la

Nota. Recuperado de:

https://www.google.com.ec/search?q=imagen+aereopuerto&tbm=isch&ved=2ahUKEwjBscmDy6z_AhXcgokEHepMBvwQ2-cCegQIABAA&oeq=imagen+aereopuerto&gs_lcp=CgNpbWcQAziGCAAQCBAeMgYIABAIEB46BQgAEIAEUKMCWO4ZYMMbaABWAHAgAHNAYgB_hGSAQYwLjE0LjYyAQCGAQGqAQtd3Mtd2l6LWltZ8ABAQ&sclient=img&ei=JhJ-ZMGGGNyFptQP6pmZ4A8&bih=596&biw=1366#imgsrc=s5ZOxlxHJFKERM

- ¿Cuál de las siguientes inecuaciones representa el enunciado anterior?

$$3x < 20$$

$$3x > 20$$

$$3x \leq 20$$

$$3x \geq 20$$

- ¿Cuál es el valor de x que divide a la recta real en dos intervalos?
¿Cómo hizo para obtener ese valor?

- ¿Cada maleta puede pesar 7 kg? ¿Por qué?

¿Y podría pesar 8, 9, 10, 11, 12, ... kg? ¿Por qué?

- ¿A su criterio, tendría sentido que la maleta pese -1, -2, -3, ... kg? ¿Por qué?
-

- ¿Cuál sería el peso que satisface la inecuación? Es decir, ¿cuál es la solución de la inecuación?
-

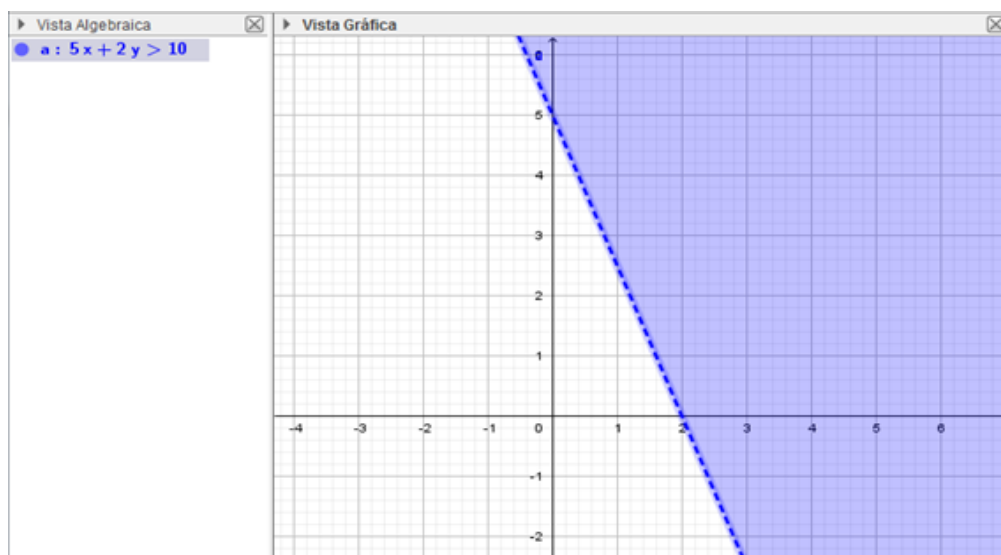
2. Actividades de desarrollo

Ahora que ha recordado una inecuación de primer grado con una incógnita, veamos que sucede con la siguiente expresión, para ello nos vamos a ayudar del Software GeoGebra:

- En el comando entrada digite la siguiente inecuación:

$$5x + 2y > 10$$

- Le aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

Razone la gráfica, recuerde los pasos de la inecuación de primer grado con una incógnita y conteste las siguientes preguntas:

- La gráfica de esta inecuación ya no está solamente en la recta real X , ¿dónde está su gráfica?

- ¿Cuáles son los puntos de corte de la recta que representa la inecuación con los ejes coordenados? ¿Cómo llegó a esos valores? *¡Recuerde el proceso de la inecuación de primer grado con una incógnita!*

- Sustituya los puntos $(3,1)$, $(4,2)$, $(5,8)$, $(7,1)$, $(9,4)$, $(500,500)$ e indique si son o no soluciones de la inecuación. ¿Qué nos quiere decir esto?

- Ahora sustituya los puntos $(1,1)$, $(0,0)$, $(-2,1)$, $(1,-8)$, $(-5,-2)$, $(-500,-500)$ e indica si son o no soluciones de la inecuación. ¿Qué nos quiere decir esto?

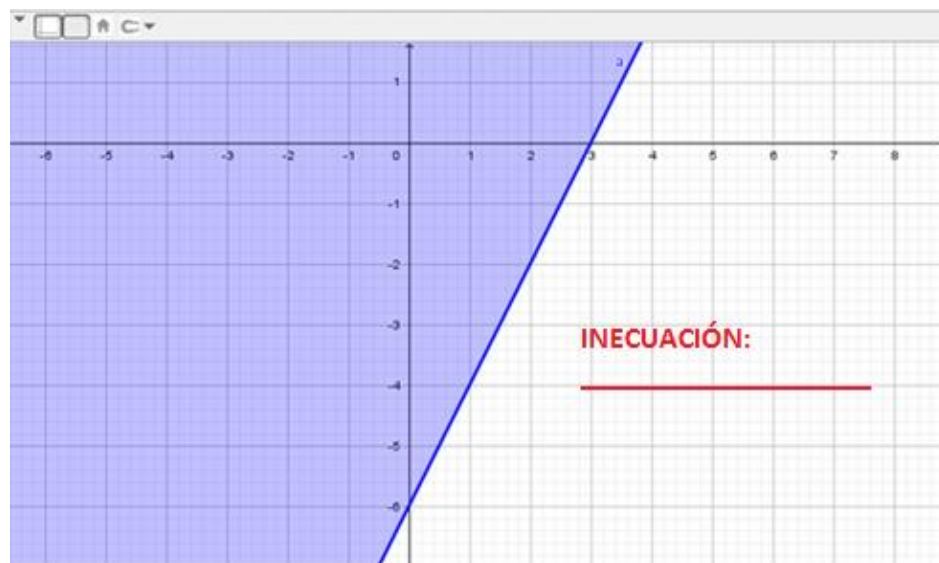
- ¿Por qué GeoGebra muestra como solución (región sombreada) a la parte superior?

- ¿La recta que representa a la inecuación es parte de la solución? ¿Cree que por eso está con línea entrecortada?

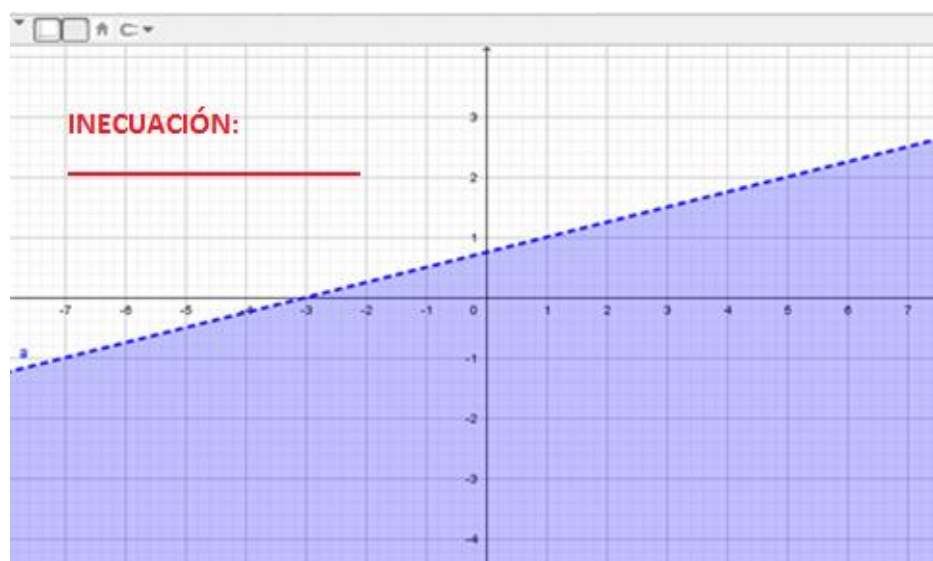
3. Actividades de cierre

Relacione las siguientes inecuaciones con su gráfica correspondiente escribiendo la inecuación en el espacio designado.

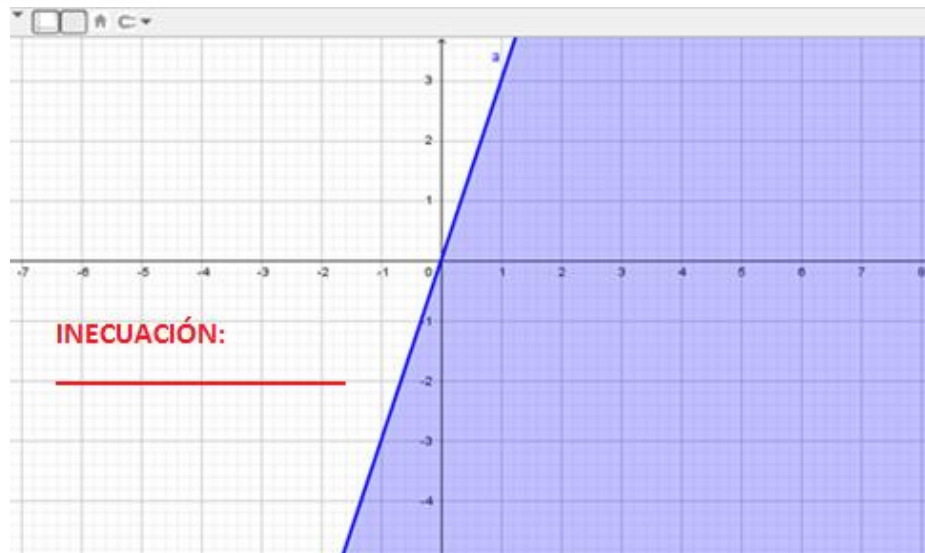
1. $x - 2y - 3 > 0$
2. $-x + 4y < 3$
3. $2x - y \leq 6$
4. $3x - y \geq 0$



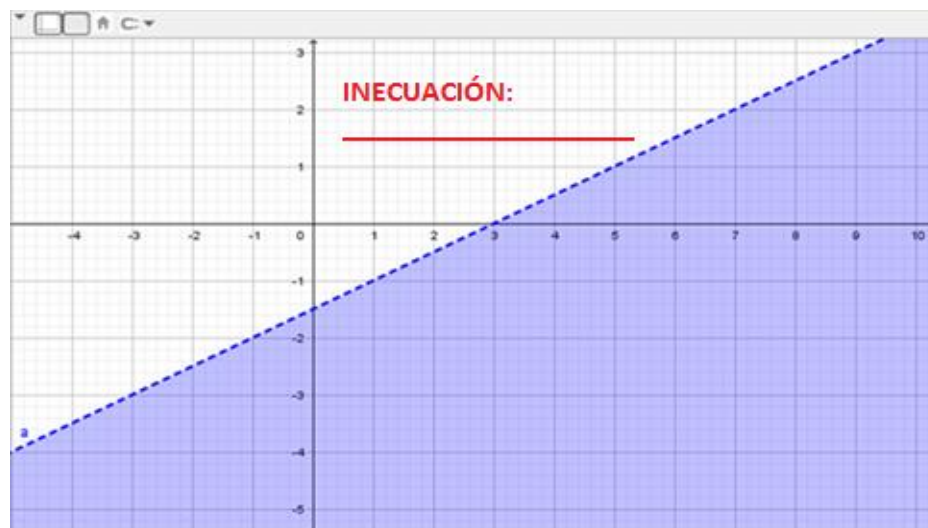
Fuente: Elaboración propia



Fuente: Elaboración propia



Fuente: Elaboración propia



Fuente: Elaboración propia

Conclusiones:

1. ¿Cuál es el proceso para resolver una inecuación de primer grado con dos incógnitas?

.....

.....

2. ¿Cuál es la solución de una inecuación de primer grado con dos incógnitas?

.....

3. Si en la inecuación la desigualdad es $\leq$ o $\geq$ ¿la recta forma parte de la región solución?

.....

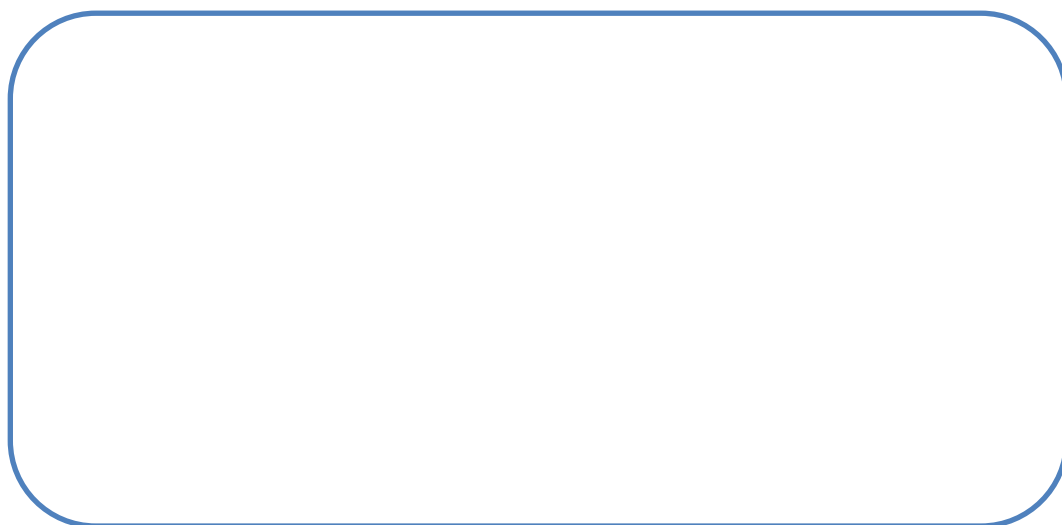
4. Compare sus respuestas con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.

Referente contextual:

Para resolver inecuaciones con dos incógnitas, primero consideramos la inecuación como una ecuación y representamos en el plano la recta que expresa.

Como esta recta divide el plano en dos partes, tomamos un punto de cada una y determinamos la región del plano que es la solución de la inecuación.

Las soluciones de estas inecuaciones se expresan en forma de regiones del plano que están delimitadas por una recta. Si en la inecuación se presenta el símbolo $\leq$ o $\geq$ la recta forma parte de la solución.



Secuencia Didáctica 3**Destreza:**

- M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.

Objetivo Educativo:

Resolver un sistema de dos inecuaciones lineales con dos incógnitas, realizar la gráfica y determinar la región de solución.

1. Actividades de apertura

Primero vamos a recordar la inecuación de primer grado con dos incógnitas, revisando los pasos aprendidos en la clase anterior. Para ello lea el siguiente enunciado y conteste las preguntas:



Una fábrica produce bombillas de bajo consumo y focos halógenos y la capacidad máxima de fabricación es de 1000 unidades.

Nota. Recuperado de:

https://www.google.com.ec/search?q=imagen+bombillas+y+focos+hal%C3%B3genos&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwiR_v2xILH_AhU4hIQIHWaADoIQ_AUoAXoECAIQAw&biw=1366&bih=596&dpr=1#imgsrc=dD1fElJVlwVbFM

- Si consideramos a “x” como bombillas de bajo consumo y a “y” como focos halógenos. ¿Cuál de las siguientes inecuaciones representa el enunciado anterior?

$$x + y < 1000$$

$$x + y > 1000$$

$$x + y \leq 1000$$

$$x + y \geq 1000$$

- ¿Cuáles son los puntos de corte de la recta que representa la inecuación con los ejes coordenados? ¿Cómo llegó a esos valores?
-

- ¿La recta que representa la inecuación es parte de la solución? ¿Por qué?
-

- ¿Podrían fabricarse -1, -2, -3, -500 bombillas o focos? ¿Por qué?
-

- ¿A su criterio, tendría sentido que se fabriquen cero bombillas de bajo consumo y cero focos halógenos? ¿Por qué?
-

- ¿Indique la región del plano que es solución de la inecuación? ¿Puede utilizar GeoGebra para comprobar su resultado!

2. Actividades de desarrollo

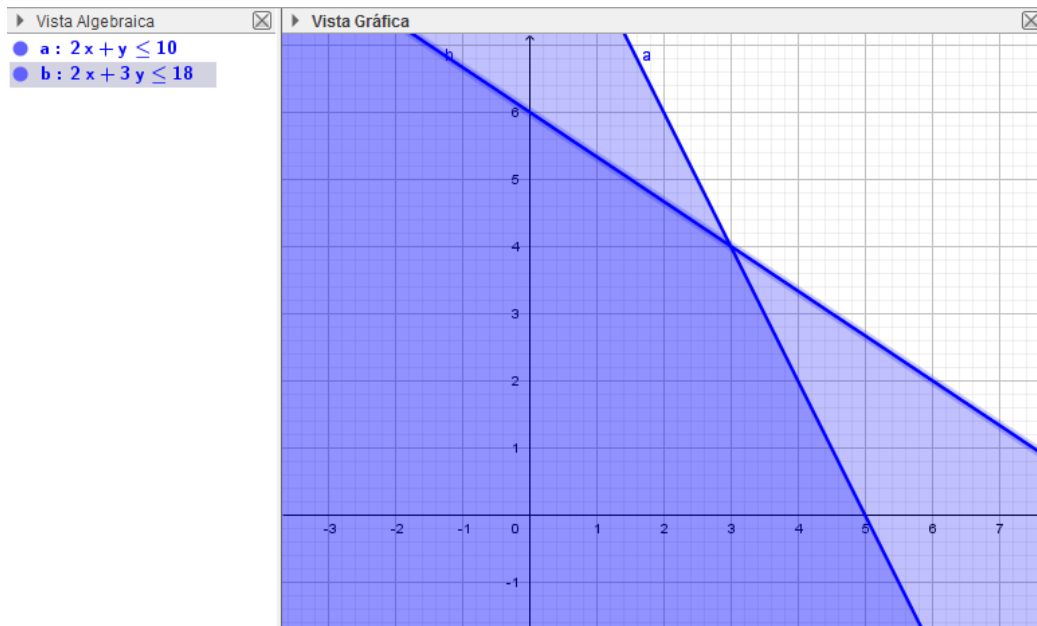
Ahora que ha recordado una inecuación de primer grado con dos incógnitas, veamos que sucede con un sistema de dos inecuaciones con dos incógnitas, para ello nos vamos a ayudar del Software GeoGebra:

- En el comando entrada digite las siguientes inecuaciones:

$$2x + y \leq 10$$

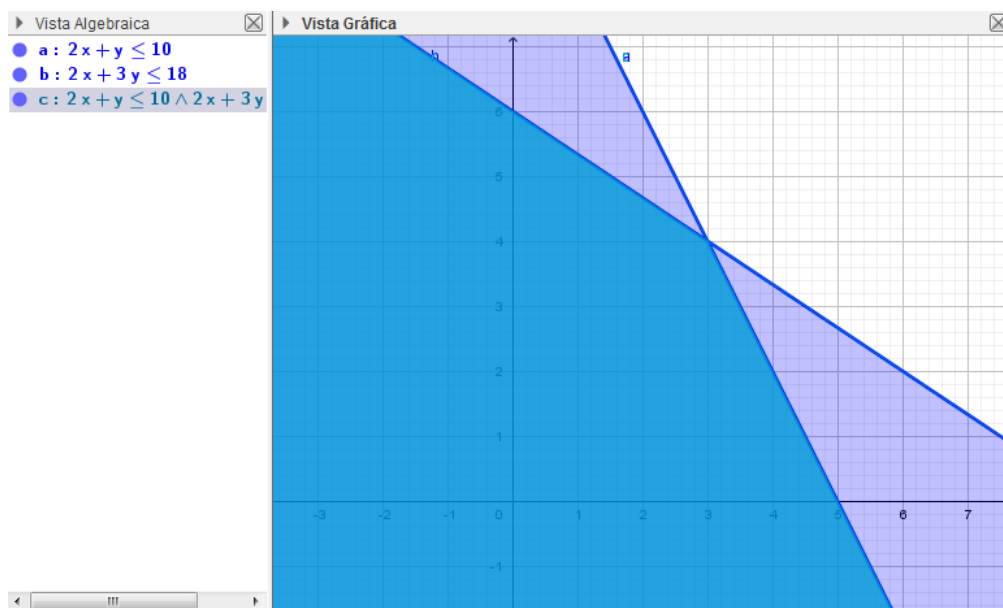
$$2x + 3y \leq 18$$

- Le aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

Para obtener el conjunto solución del sistema de inecuaciones, utilizar el operador lógico Y ($\wedge$). Escriba en la entrada $a \wedge b$, siendo a y b las inecuaciones, le aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

Razone la gráfica, recuerde los pasos de la inecuación de primer grado con dos incógnitas y conteste las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los puntos de corte de las rectas que representan las inecuaciones con los ejes coordenados? ¿Cómo llegó a esos valores?
-

- Sustituya los puntos $(6,0)$, $(7,1)$ e indique si son o no soluciones de ambas inecuaciones. ¿Qué nos quiere decir esto?
-

- Sustituya los puntos $(0,7)$, $(1,6)$ e indique si son o no soluciones de ambas inecuaciones. ¿Qué nos quiere decir esto?
-

- Ahora, sustituya los puntos $(0,0)$, $(1,1)$, $(-1,2)$, $(3,2)$ e indique si son o no soluciones de ambas inecuaciones. ¿Qué nos quiere decir esto?
-

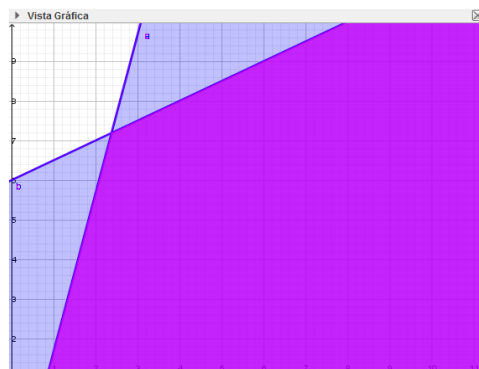
- ¿Por qué GeoGebra muestra como solución a la región sombreada de color más intenso?
-

- ¿Podría determinar el punto de corte de las rectas que representan las inecuaciones? ¿Cómo lo haría? Escriba el punto de corte.
-

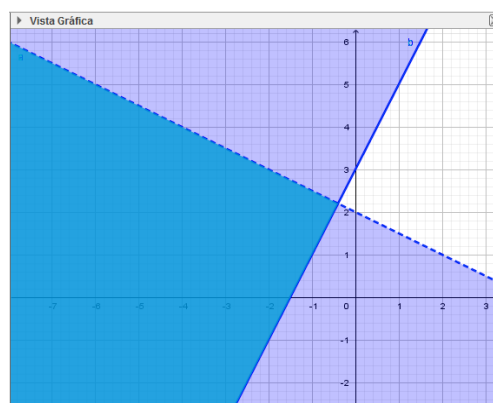
3. Actividades de cierre

Relacione con la gráfica la solución de los siguientes sistemas de dos inecuaciones lineales con dos incógnitas. ¡Puede utilizar GeoGebra para comprobar sus resultados! Además, indique cuál es el punto de intersección de los sistemas presentados.

a. $x + 2y < 4$
 $-2x + y \geq 3$



b. $12x - 3y \geq 7$
 $-x + 2y \leq 12$



Conclusiones:

1. ¿Cuál es la solución de un sistema de dos inecuaciones de primer grado con dos incógnitas?

.....

2. ¿Cuál es el proceso para resolver un sistema de dos inecuaciones de primer grado con dos incógnitas?

.....

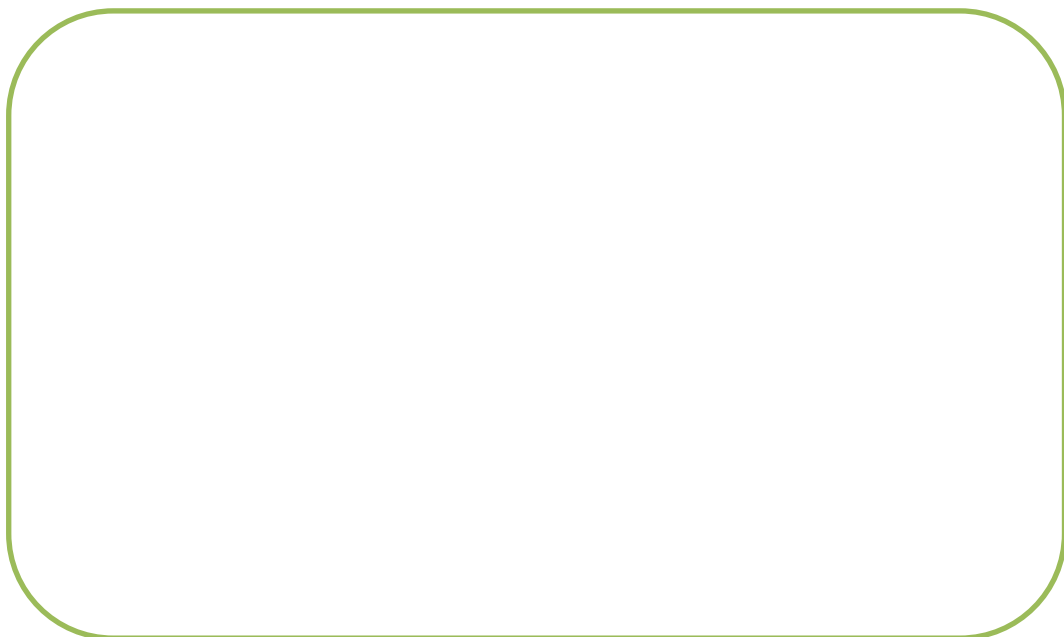
.....

3. Compare sus respuestas con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.

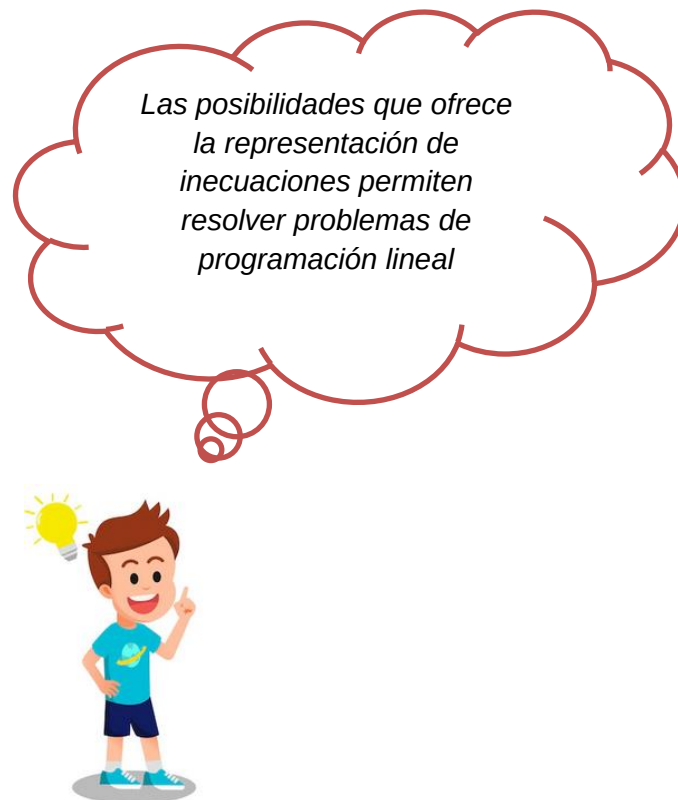
Referente contextual:

Un sistema de inecuaciones es un conjunto de inecuaciones del que se quiere calcular la solución común.

Para hallar la solución de un sistema de inecuaciones, se resuelve por separado cada una de las inecuaciones y luego se eligen las soluciones comunes.



Secuencia Didáctica 4



Destrezas:

- M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.
- Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. (Ref. M.5.2.27).

Objetivo Educativo:

Resolver un problema de programación lineal (maximizar), graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos de la región factible y encontrando la solución óptima.

1. Actividades de apertura

Lea el siguiente enunciado y contesta las preguntas:



Una empresa aeronáutica construye aviones de dos tipos: A y B. Para ello dispone de un máximo de 1800 millones de dólares, siendo el costo de cada tipo de avión de 30 y 20 millones, respectivamente. Además, las condiciones del mercado exigen que el número total de aviones producidos no sea superior a 80.

Nota. Recuperado de:

https://www.google.com.ec/search?q=imagen+avi%C3%B3n+de+pasajeros+en+construcci%C3%B3n&tbm=isch&ved=2ahUKEwj7rbKxnbT_AhVimoQIHZPxBEsQ2-cCegQIABAA&oeq=imagen+avi%C3%B3n+de+pasajeros+en+construcci%C3%B3n&gs_lcp=CgNpbWcQA1CTBVisHGD1IWgDcAB4AIAB-QKIAbgikgEHMC4zLjkuNZgBAKABAaoBC2d3cy13aXotaW1nwAEB&scient=img&ei=CBSCZPuJFuK0kvQPk-OT2AQ&bih=596&biw=1366#imgsrc=SA-kIL9vsvvgDM

Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de un avión de tipo A es de 4 millones de dólares y de 3 millones el de uno del tipo B, ¿cuántos aviones deben construirse de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

Si consideras:

x = número de aviones del tipo A.

y = número de aviones del tipo B.

- ¿Cuál de las siguientes inecuaciones determina la primera restricción que viene dada por la cantidad total de millones de dólares, 1800, que se tiene para construir los aviones y el costo de cada uno de los tipos A y B, 30 y 20 millones, respectivamente?

$$30x + 20y \leq 1800$$

$$30x + 20y \geq 1800$$

$$20x + 30y \leq 1800$$

$$20x + 30y \geq 1800$$

- ¿Cuál de las siguientes inecuaciones determina la segunda restricción que viene impuesta por el mercado referente al número total de aviones, 80, que se pueden construir?

$$x + y < 80$$

$$x + y > 80$$

$$x + y \leq 80$$

$$x + y \geq 80$$

- ¿Considera lógicas a las siguientes restricciones: $x \geq 0$, $y \geq 0$?
¿Por qué?
-

2. Actividades de desarrollo

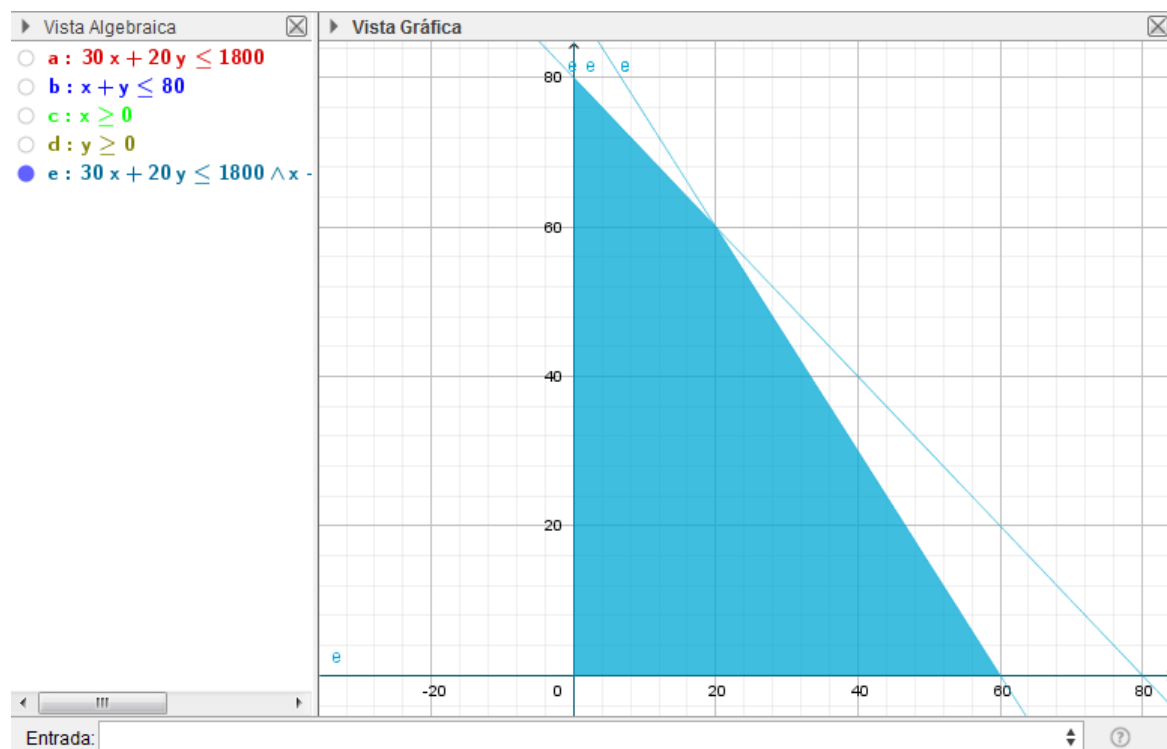
Continuemos con el ejercicio anterior, ahora que tiene las inecuaciones o restricciones del problema, nos vamos a ayudar del Software GeoGebra:

- En el comando entrada digite todas las inecuaciones anteriores (y restricciones del problema).
- Le aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

Para obtener el conjunto solución del sistema de inecuaciones, utilizar el operador lógico Y ($\wedge$). Escriba en la entrada $a \wedge b \wedge c \wedge d$, siendo a, b, c y d las inecuaciones, le aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

Razone la gráfica y conteste las siguientes preguntas:

- Lea nuevamente el enunciado y contesta: ¿Cuál considera que es el objetivo de la empresa: maximizar beneficios o reducir costos?
- ¿Cuál de las siguientes ecuaciones determina la función que hay que maximizar? (a esta ecuación se la denomina *Función objetivo* o *Función Multivariable*)

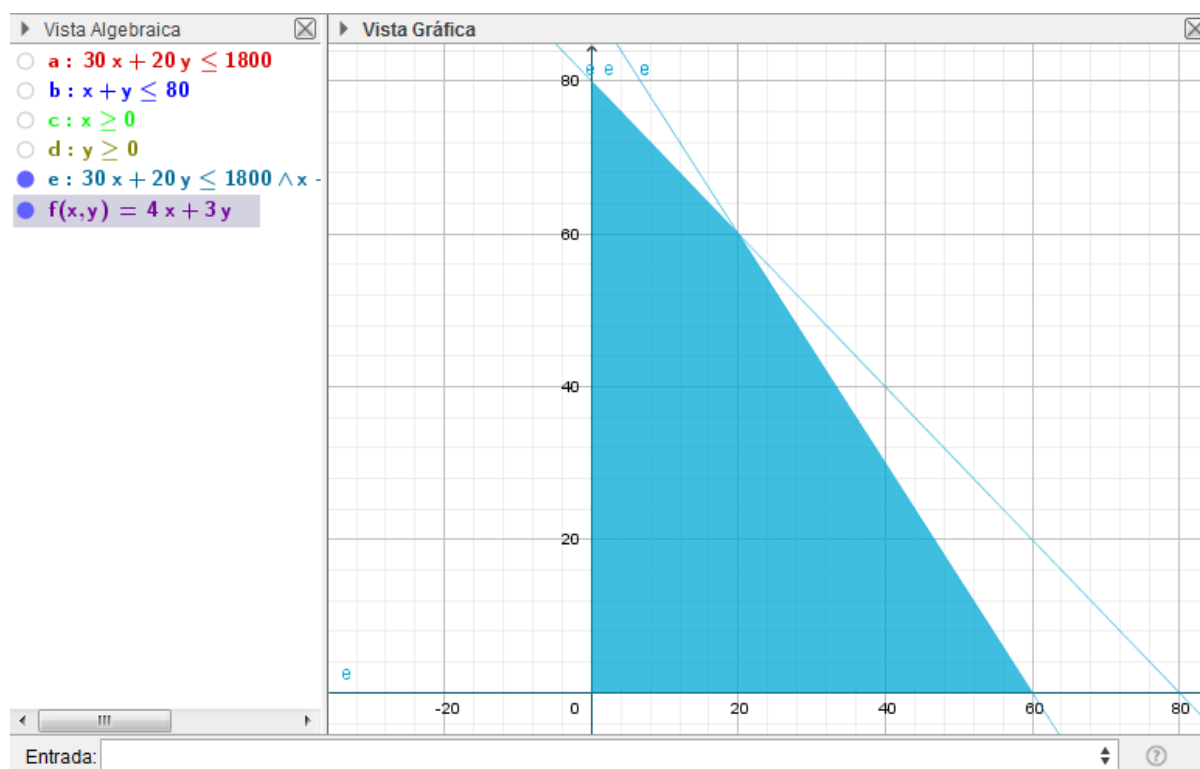
$$f(x, y) = 3x + 4y$$

$$f(x, y) = 4x + 4y$$

$$f(x, y) = 4x + 3y$$

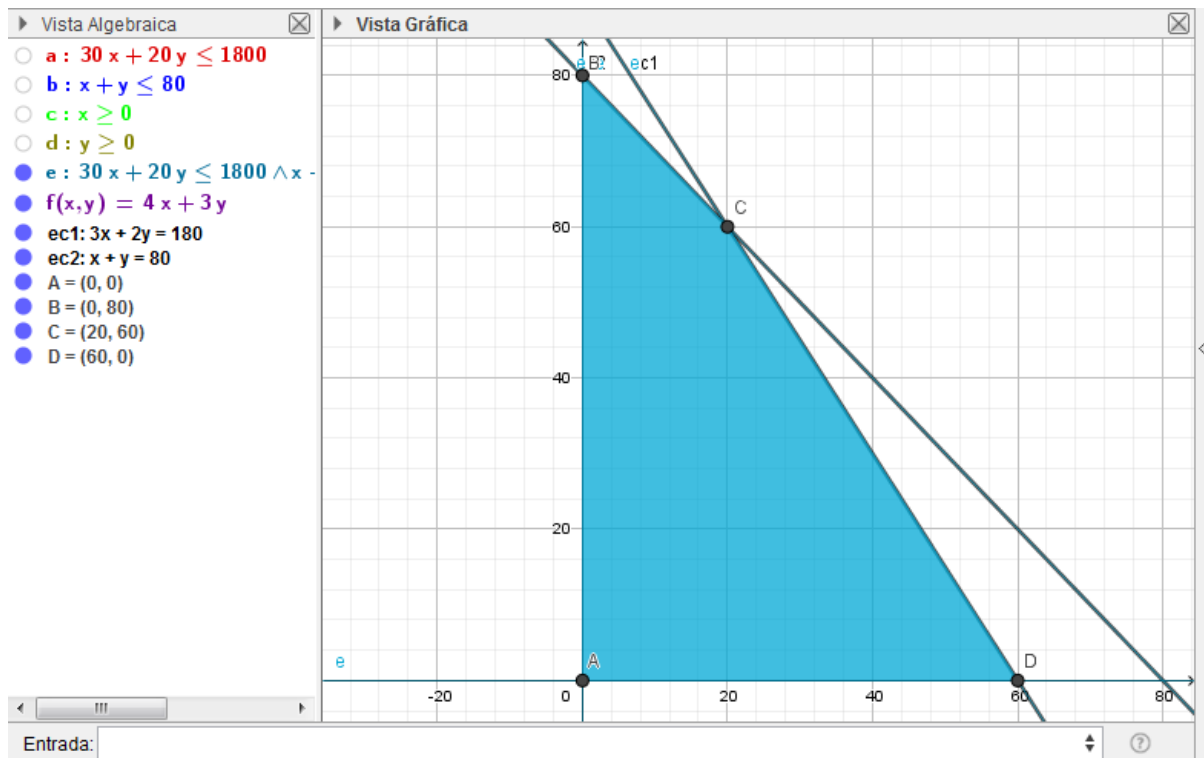
$$f(x, y) = 3x + 3y$$

Una vez seleccionada la función que hay que maximizar, introduce la expresión a través de la línea de entrada, aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

A continuación, para obtener los vértices del recinto, es necesario dibujar las rectas correspondientes a las dos primeras restricciones y encontrar los puntos de intersección, así:



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, se tiene 4 puntos de intersección: A, B, C, D.

Ya solo queda comprobar en qué vértice se obtiene el máximo de la función.

Para ello, podemos obtener el valor de la función para las coordenadas de cada uno de los vértices, escribiendo a través de la línea de entrada $f(x(A), y(A))$, $f(x(B), y(B))$, ... y contesta:

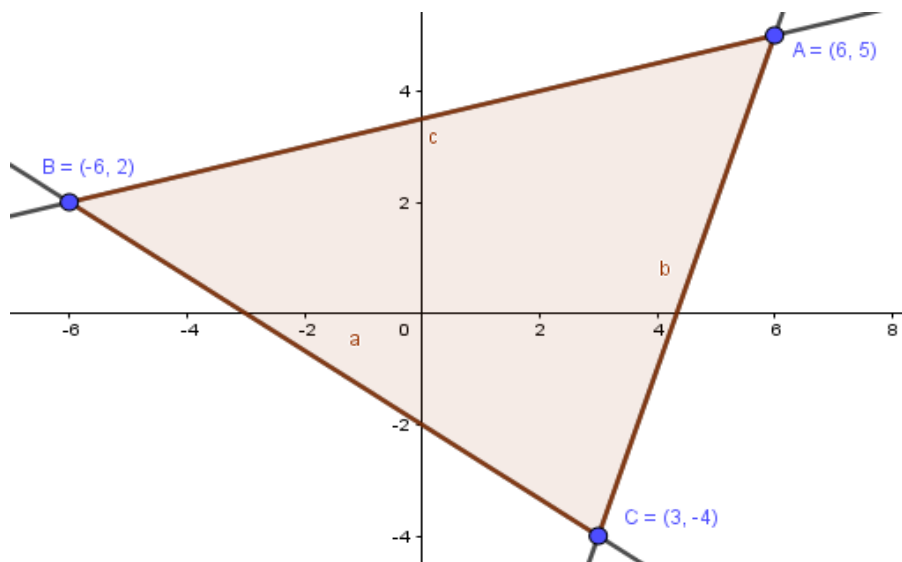
- ¿En qué vértice se obtiene el máximo de la función?

- ¿Cuántos aviones deben construirse de cada tipo?

- ¿Cuál será el máximo beneficio obtenido?

3. Actividades de cierre:

La gráfica muestra la solución de un sistema de desigualdades de un problema de programación lineal, cuya función objetivo es $f(x, y) = 30y - 20x - 10$.



Fuente: Elaboración propia

¿Cuál es el valor que maximiza la función?

- A) 20
- B) 160
- C) 170
- D) 190

Conclusiones:

1. ¿Cuál es el proceso para resolver un problema de programación lineal?

.....

.....

2. ¿Cuál es la solución de un problema de programación lineal?

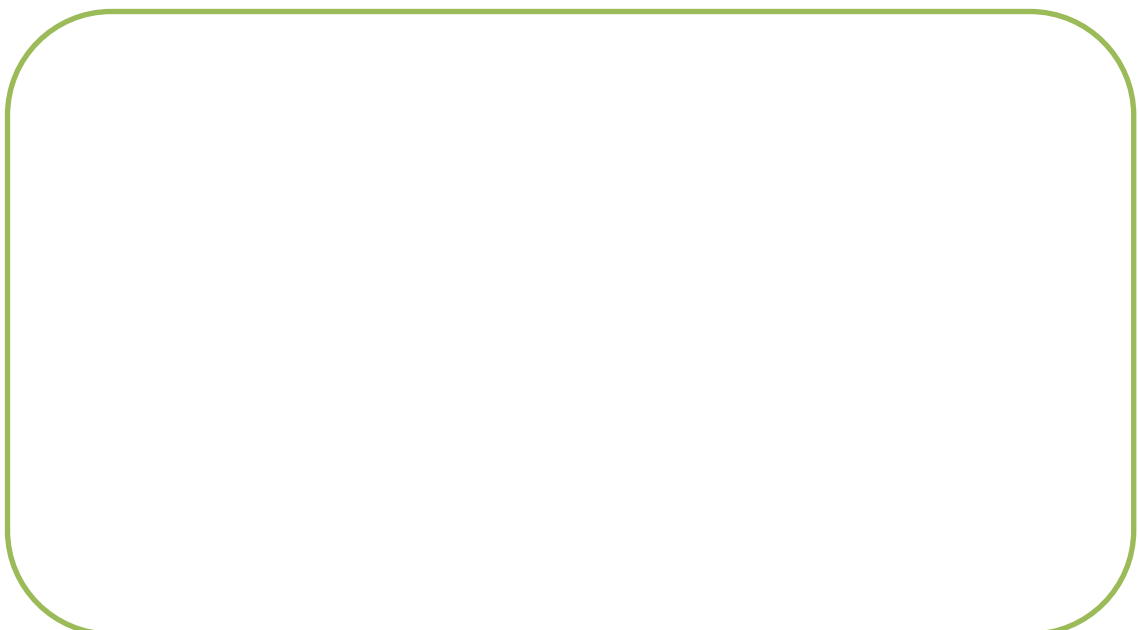
.....

.....

3. Compare sus respuestas con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.

Referente contextual:

1. Determinar las incógnitas.
2. Escribir las restricciones en forma de sistema de inecuaciones.
3. Escribir la función objetivo en función de los datos del problema.
4. Averiguar el conjunto de soluciones factibles representando gráficamente las restricciones.
5. Calcular las coordenadas de los vértices del recinto de soluciones factibles.
6. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cuál de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos solicite el problema.



Secuencia Didáctica 5**Destrezas:**

- M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.
- Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. (Ref. M.5.2.27).

Objetivo Educativo:

Resolver un problema de programación lineal (minimizar), graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos de la región factible y encontrando la solución óptima.

1. Actividades de apertura:

Lee el siguiente enunciado y conteste las preguntas:



Dos almacenes, A y B distribuyen fruta a 3 mercados (M1, M2, M3). El almacén A dispone de 15 toneladas de frutas diarias y el B de 20 toneladas, que reparten en su totalidad. Los tres mercados necesitan diariamente 12, 13 y 10 toneladas de fruta, respectivamente. El costo del transporte por tonelada, desde cada almacén a cada mercado, se muestra en

la siguiente tabla:

Nota. Recuperado de:

https://www.google.com.ec/search?q=imagen+mercado+de+frutas&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjh0Z2ywr3_AhXGTDABHWANC5EQ0pQJegQIDBAB&biw=1366&bih=596&dpr=1#imgsrc=KL-LNI_8qEGFNM

<i>Mercado</i> <i>Almacén</i>	<i>M1</i>	<i>M2</i>	<i>M3</i>
<i>A</i>	\$5	\$10	\$20
<i>B</i>	\$8	\$15	\$10

¿Cómo han de distribuirse las toneladas de fruta para que el transporte sea lo más económico posible?

Si considera:

x = cantidad de toneladas que se transportan desde el almacén A hasta el mercado M1.

y = cantidad de toneladas que se transportan desde el almacén A hasta el mercado M2.

Analice la siguiente tabla de distribución:

	<i>M1 (12 t)</i>	<i>M2 (13 t)</i>	<i>M3 (10 t)</i>
<i>A (15 t)</i>	x	y	$15 - (x+y)$
<i>B (20 t)</i>	$12 - x$	$13 - y$	$10 - [15 - (x+y)] = (x+y)-5$

¿Le parece correcta esta tabla? ¿Por qué?

Como estas cantidades tienen que ser positivas, el conjunto de restricciones de este problema de programación lineal será:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$15 - (x + y) \geq 0$$

$$12 - x \geq 0$$

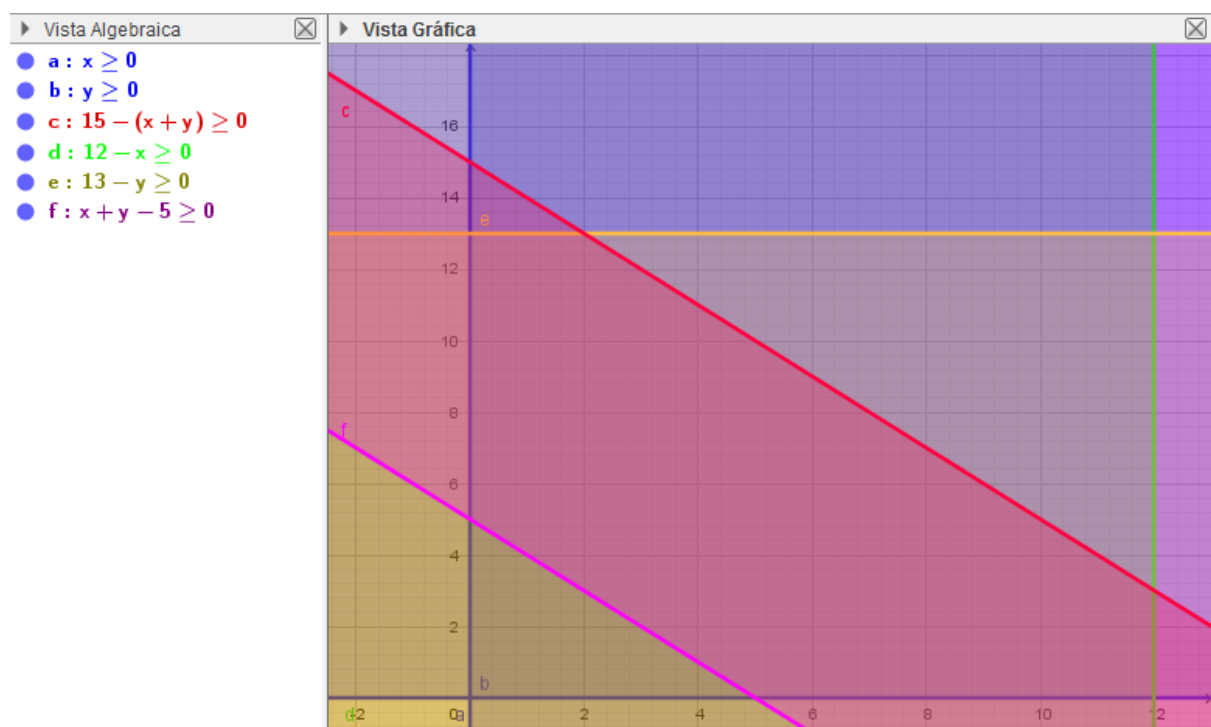
$$13 - y \geq 0$$

$$(x - y) - 5 \geq 0$$

2. Actividades de desarrollo:

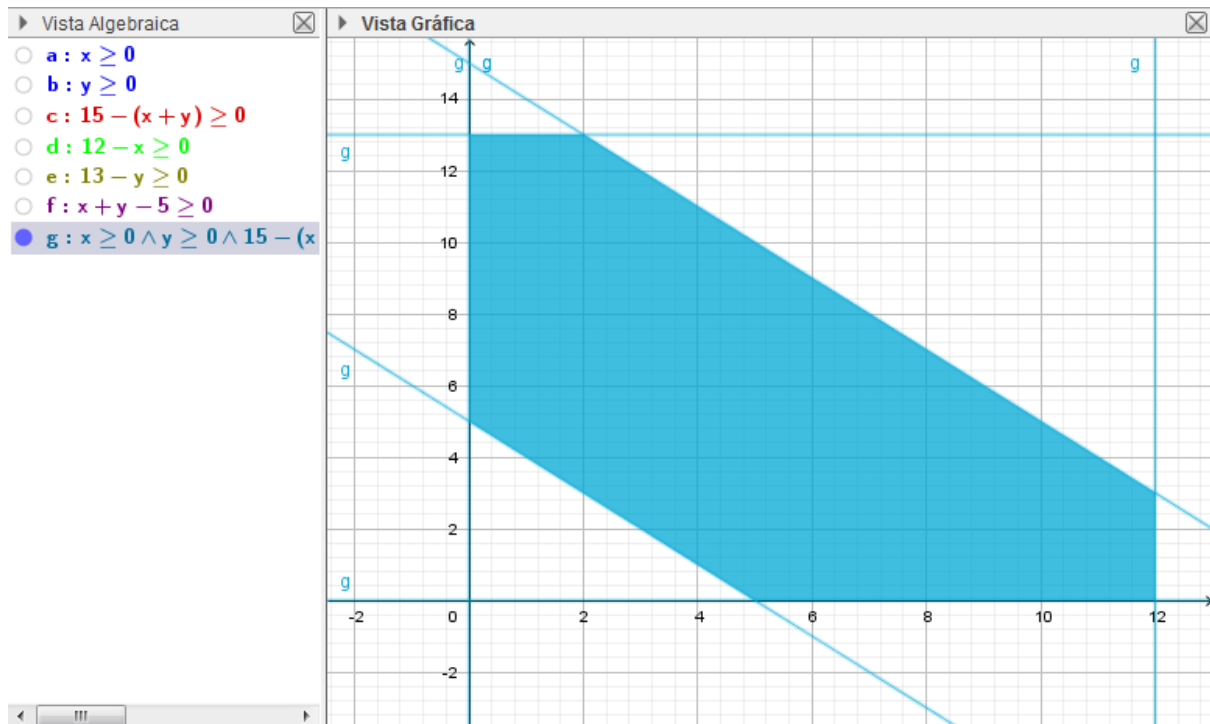
Continuemos con el ejercicio anterior, ahora que tiene las inecuaciones o restricciones del problema, nos vamos a ayudar del Software GeoGebra:

- En el comando entrada digite todas las inecuaciones anteriores (y restricciones del problema).
- Le aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

Para obtener el conjunto solución del sistema de inecuaciones, utilizar el operador lógico Y ($\wedge$). Escriba en la entrada $a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge e \wedge f$, siendo a, b, c, d, e y f, las inecuaciones, le aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

Razone la gráfica y conteste las siguientes preguntas:

- **Lea nuevamente el enunciado y contesta: ¿Cuál considera que es el objetivo de la empresa: maximizar beneficios o minimizar costos?**

- **¿Cuál de las siguientes ecuaciones determina la función que hay que minimizar?** Recuerde que: La función multivariable de costo del transporte $T(x, y)$ se obtiene sumando los productos de cada cantidad de toneladas transportadas por sus respectivos precios de transporte.

$$T(x, y) = 5x + 10y + 20[15 - (x+y)] + 8(12-x) + 15(13-y) + 10(x+y)-5$$

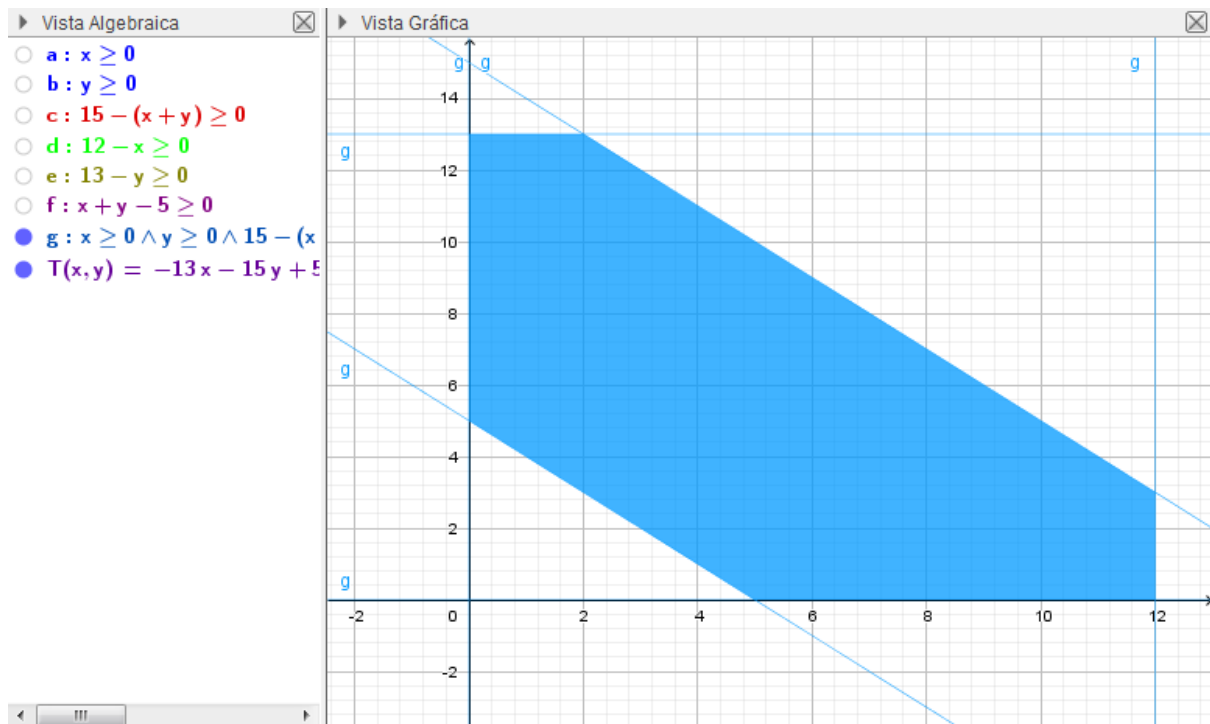
$$T(x, y) = x + y + [15 - (x+y)] + (12-x) + (13-y) + (x+y)-5$$

$$T(x, y) = 10x + 15y + 8[15 - (x+y)] + 20(12-x) + 10(13-y) + 5(x+y)-5$$

Una vez seleccionada la función que hay que minimizar, desarróllala y le quedará una expresión como la siguiente:

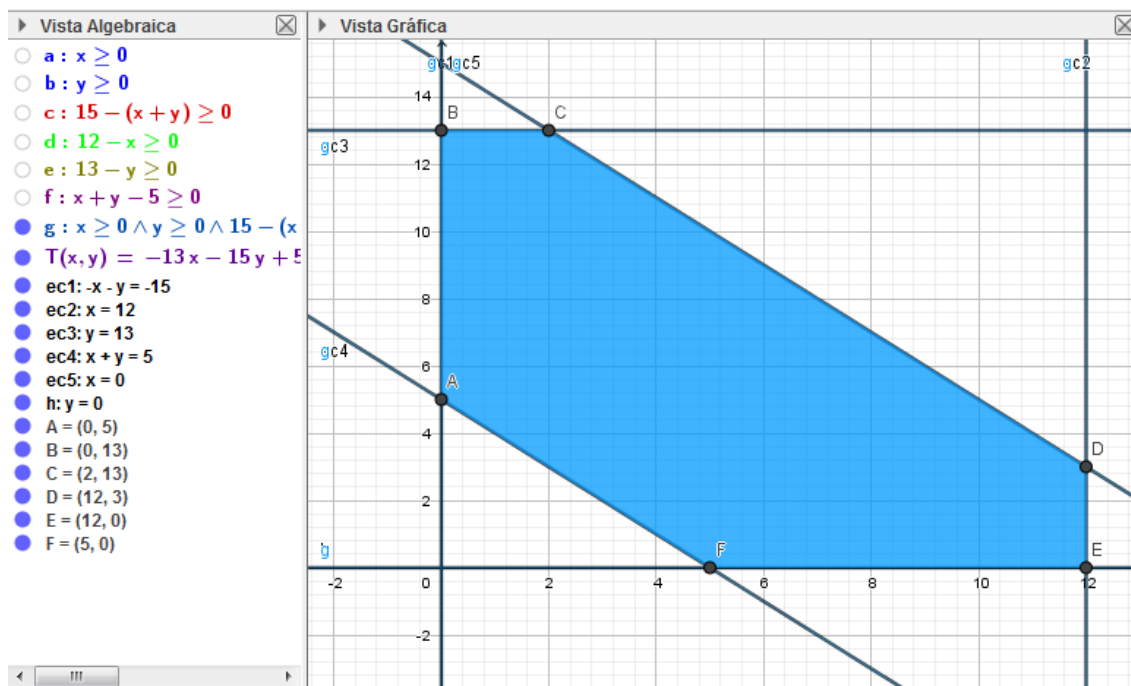
$$T(x, y) = -13x - 15y + 586$$

Introduzca esta expresión a través de la línea de entrada, le aparecerá una gráfica como la siguiente:



Fuente: Elaboración propia

A continuación, para obtener los vértices del recinto, es necesario dibujar las rectas correspondientes a las dos primeras restricciones y encontrar los puntos de intersección, así:



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, se tiene 6 puntos de intersección: A, B, C, D, E, F

Ya solo queda comprobar en qué vértice se obtiene el mínimo de la función.

Para ello, podemos obtener el valor de la función para las coordenadas de cada uno de los vértices, escribiendo a través de la línea de entrada $f(x(A), y(A))$, $f(x(B), y(B))$, ... y conteste:

- ¿En qué vértice se obtiene el mínimo de la función?

- ¿Cuántas toneladas de fruta se deben distribuir desde el almacén A hacia los mercados M1, M2, M3?

- ¿Cuántas toneladas de fruta se deben distribuir desde el almacén B hacia los mercados M1, M2, M3?

- ¿Cuál será el mínimo costo de transporte que se deberá pagar?

3. Actividades de cierre:

Lea el siguiente problema de programación lineal:

Un agricultor de la ciudad de Cuenca tiene que suministrar al día un mínimo de 30 mg de vitamina A, 20 mg de vitamina B y 30 mg de vitamina C por kilogramo de balanceado a sus animales. Dispone de dos compuestos de balanceado B1 y B2, cuyos contenidos en miligramos de vitaminas A, B y C por kilogramo de balanceado vienen dados en la siguiente tabla:

	A	B	C
B1	3	4	5
B2	4	2	6

El kilogramo de balanceo B1 vale \$1 y el de B2 \$1,20.

Considere:

x = número de kilogramos del compuesto balanceado B1.

y = número de kilogramos del compuesto balanceado B2.

Ingrese al enlace mostrado a continuación, donde se presenta la región factible en GeoGebra y conteste las preguntas:

<https://www.geogebra.org/m/gqpqzin9>

- ¿Le parecen correctas las restricciones planteadas? ¿Por qué?

- ¿Le parece correcta la función objetivo planteada? ¿Por qué?

- Obtenga el valor de la función para las coordenadas de cada uno de los vértices, escribiendo a través de la línea de entrada $f(x(A), y(A))$, $f(x(B), y(B))$,

$f(x(C), y(C))$ y conteste **¿Cuántos kilogramos de cada tipo de balanceado debe mezclar para que el costo sea mínimo?**

- **¿Cuánto es en dólares el mínimo costo que se deberá pagar?**

Conclusiones:

1. **¿Cuál consideras que es la diferencia entre maximizar y minimizar en un problema de programación lineal?**

.....

.....

2. **¿En qué consiste resolver un problema de programación lineal?**

.....

.....

3. **Compare sus respuestas con la información mostrada a continuación y analice sus similitudes y diferencias.**

Referente contextual:

Resolver un problema de programación lineal consiste en optimizar (maximizar o minimizar) una función lineal, denominada función objetivo, estando las variables sujetas a una serie de restricciones expresadas mediante inecuaciones lineales. Las coordenadas de los vértices del recinto de soluciones factibles se deben reemplazar en la función objetivo y con cada uno de los vértices se analiza el valor máximo o mínimo según solicite el problema.

Capítulo IV. Metodología De Investigación

4.1 Descripción de la metodología

La metodología de investigación con enfoque mixto y diseño cuasiexperimental emplea tanto métodos cualitativos como cuantitativos para analizar el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes ante la propuesta. En este diseño, se utiliza un grupo de control y un grupo experimental para evaluar el impacto de la intervención. El grupo de control no recibe la intervención, mientras que el grupo experimental sí la recibe. En el estudio se aplica un pre y post-test de conocimientos a los dos grupos sobre programación lineal. También se realizó una encuesta de percepción al grupo experimental sobre la implementación de las secuencias didácticas y la utilización del GeoGebra. A través de la recopilación y análisis de datos tanto cualitativos como cuantitativos, se obtiene una comprensión más completa y profunda de los efectos de la intervención, permitiendo así obtener conclusiones más sólidas y generalizables.

4.2 Participantes

La intervención se realiza en la Unidad Educativa Santa Rosa, ubicada en la parroquia Octavio Cordero Palacios de la ciudad de Cuenca, la institución es fiscal, cuenta con 397 estudiantes y 20 docentes, se encuentra ubicada en el centro parroquial y el estrato social de predominancia es Medio – Bajo.

4.2.1 Población

La población objeto de esta investigación está conformada por los 18 estudiantes matriculados en el tercer año de Bachillerato General Unificado, en el periodo 2022 - 2023.

4.2.2 Muestra

La muestra seleccionada para el estudio será justamente el tercer año de Bachillerato general unificado que son los 18 estudiantes, por lo tanto, la muestra coincide con la población de estudio.

4.3 Ejecución y evaluación

Una vez elaboradas las secuencias didácticas sobre programación lineal y la aplicación del GeoGebra, se dividió a un total de 18 estudiantes en dos grupos: uno de control y otro experimental, cada grupo estaba compuesto aleatoriamente por la mitad de los estudiantes.

Antes de comenzar las clases, se aplicó un pretest (Anexo 1) a ambos grupos para medir su nivel de conocimiento sobre programación lineal. Además, el pre-test fue validado por expertos (Anexo 2). Durante todo el estudio, los dos grupos recibieron clases por separado, con el fin de evitar la influencia de factores que pudieran afectar los resultados.

Para el grupo de control se realizan las clases de programación lineal de forma tradicional, mediante la utilización del texto, pizarra y marcadores. Por otro lado, las secuencias didácticas y la utilización del GeoGebra se aplican al grupo experimental que busca investigar el impacto de la propuesta en los estudiantes del tercero de BGU en la asignatura de matemáticas, específicamente en el bloque de geometría. Los estudiantes del grupo experimental trabajan en el centro de cómputo de la institución educativa ya que necesitan desarrollar actividades en el software GeoGebra. Las secuencias didácticas se enfocan en presentar los conceptos de programación lineal de manera visual y práctica, utilizando GeoGebra como herramienta principal. Se espera que los estudiantes puedan comprender mejor los conceptos y aplicarlos en situaciones reales, mediante la realización de actividades y ejercicios prácticos con el apoyo del GeoGebra. Además, se brinda retroalimentación constante a los estudiantes para que puedan mejorar su desempeño. El objetivo de esta propuesta es tener un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes y que puedan desarrollar habilidades matemáticas que les sean útiles en su vida diaria y futuros estudios.

Al finalizar el estudio, se aplicó un post test (Anexo 1) a ambos grupos para evaluar su progreso y determinar si existen diferencias significativas entre ellos. Además, al grupo experimental se realizó una encuesta de percepción (Anexo 3) para conocer la motivación de los estudiantes ante la propuesta de secuencias didácticas y la aplicación del GeoGebra en el tema de programación lineal. La encuesta de percepción fue validada por expertos (Anexo 4).

4.4 Resultados

Las variables de investigación que se analizan en este estudio son:

- Rendimiento académico, y
- Motivación de los estudiantes.

4.4.1 Resultados del rendimiento académico

Para evaluar el rendimiento académico, en las siguientes tablas se presentan los resultados de las calificaciones del pre y post test, de los dos grupos de estudio (control y experimental). Además, se muestran algunos estadísticos como media, mediana y moda, valores de calificaciones máximos y mínimos, entre otros.

Tabla 1.

Calificaciones de los estudiantes del grupo de control.

Código del estudiante	Pre-test	Post-test
1	4,62	6,15
2	1,54	6,15
3	4,62	3,08
4	2,31	5,38
5	2,31	2,31
6	3,85	5,38
7	3,85	4,62
8	3,85	2,31
9	4,62	5,38

La tabla 1 muestra las calificaciones del pre y post test, de los 9 estudiantes que formaron parte del grupo de control.

Tabla 2.

Estadísticos de las calificaciones del grupo de control.

Estadísticos	Pre-test	Post-test
Media	3,51	4,53
Error típico	0,39	0,52
Mediana	3,85	5,38
Moda	4,62	5,38
Desviación estándar	1,16	1,56
Varianza de la muestra	1,35	2,42
Rango	3,08	3,84
Mínimo	1,54	2,31
Máximo	4,62	6,15

La tabla 2 muestra los estadísticos de las calificaciones del grupo de control, se observa que hay un incremento en la media de las calificaciones de 3,51/10 a 4,53/10 a pesar de que en este grupo se siguió con las clases tradicionales.

Tabla 3.

Calificaciones de los estudiantes del grupo experimental.

Código del estudiante	Pre-test	Post-test
1	1,54	6,15
2	3,08	5,38
3	3,08	6,92
4	3,08	9,23
5	3,85	6,92
6	5,38	6,15
7	3,08	7,69
8	3,85	6,15
9	5,38	10,00

La tabla 3 muestra las calificaciones de los 9 estudiantes que pertenecieron al grupo experimental, donde se utilizó el GeoGebra para abordar el tema de programación lineal.

Tabla 4.

Estadísticos de las calificaciones del grupo experimental.

Estadísticos	Pre-test	Post-test
Media	3,59	7,18
Error típico	0,40	0,51
Mediana	3,08	6,92
Moda	3,08	6,15
Desviación estándar	1,21	1,54
Varianza de la muestra	1,47	2,37
Rango	3,84	4,62
Mínimo	1,54	5,38
Máximo	5,38	10,00

De acuerdo con la tabla 4 se observa que hay mejora en la media del post test, pues las calificaciones pasan de 3,59/10 a 7,18/10. Además, antes de la intervención la mayor calificación fue de 5,38/10 y después 10/10.

Seguidamente se compara las calificaciones obtenidas después de la intervención.

Tabla 5.

Calificaciones del post-test de grupo de control y experimental.

Código del estudiante	Control	Experimental
1	6,15	6,15
2	6,15	5,38
3	3,08	6,92
4	5,38	9,23
5	2,31	6,92
6	5,38	6,15
7	4,62	7,69
8	2,31	6,15
9	5,38	10,00

La tabla 5 muestra las calificaciones obtenidas después de la intervención tanto para el grupo de control que se mantuvo con clases tradicionales y el grupo experimental que se le aplicó la propuesta didáctica.

Tabla 6.

Estadísticos del post-test de grupo de control y experimental.

Estadísticos	Control	Experimental
Media	4,53	7,18
Error típico	0,52	0,51
Mediana	5,38	6,92
Moda	5,38	6,15
Desviación estándar	1,56	1,54
Varianza de la muestra	2,42	2,37
Rango	3,84	4,62
Mínimo	2,31	5,38
Máximo	6,15	10,00

Los resultados muestran que hay diferencia entre las medias de las calificaciones del grupo de control 4,53/10 y el experimental 7,18/10; con una diferencia de 2,65 puntos. Sin embargo, los resultados deben ser evaluados estadísticamente para concluir si sus medias son significativamente diferentes, para ello se aplica la Prueba Z para medias de dos muestras. Esto con el fin de determinar si la propuesta tiene un mayor impacto que las clases tradicionales.

Para analizar las calificaciones de los estudiantes, se aplicó la Prueba Z para muestras independientes, dicho análisis se realiza para las notas del post-test, tanto para el grupo de control y el grupo experimental. En este sentido para la enseñanza de la programación lineal se plantean las siguientes hipótesis.

Ho: La media de las calificaciones de la evaluación de programación lineal en el tercer año de Bachillerato General Unificado del grupo de control y experimental son iguales.

H1: La media de las calificaciones de la evaluación de programación lineal en el tercer año de Bachillerato General Unificado del grupo de control y experimental no son iguales.

A continuación, se muestran los resultados del estudio estadístico mediante la Prueba Z para medias de dos muestras independientes.

Tabla 7.

Prueba Z para medias de dos muestras.

Estadísticos	Control	Experimental
Media	4,53	7,18
Varianza (conocida)	2,42	2,37
Observaciones	9	9
Diferencia hipotética de las medias	0	
z	-3,63	
Valor crítico de z (dos colas)	1,96	

En la tabla 7 se comparan las calificaciones del grupo de control y experimental luego de la intervención. La prueba z permite determinar si hay diferencia significativa entre las dos medias. El “Valor crítico de z (dos colas) = 1,96” indica que la región de aceptación para medias iguales está comprendida entre los valores críticos mayores que -1,96 y menores que 1,96, debido a que la Prueba Z es para un contraste de dos colas. El valor de “z = -

3,63”, significa que el estadístico cae en zona de rechazo, por lo que se afirma que las medias de las calificaciones son estadísticamente diferentes. Finalmente, se descarta la Hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa: “H1: La media de las calificaciones de la evaluación de programación lineal en el tercer año de Bachillerato General Unificado del grupo de control y experimental no son iguales”.

4.4.2 Resultados de la encuesta de percepción

Al grupo experimental se aplicó una encuesta de percepción de la motivación (Anexo 3) en relación con el uso del Software GeoGebra en las secuencias didácticas para enseñar el tema de Programación Lineal. Los resultados de las 10 preguntas fueron las siguientes.

Pregunta 1. Con respecto al uso de GeoGebra como apoyo para las actividades desarrolladas en su proceso de aprendizaje del tema de programación lineal, su nivel de satisfacción es:

Tabla 8.

GeoGebra como apoyo del proceso de aprendizaje.

Respuestas	Número de estudiantes
Muy satisfactorio	5
Satisfactorio	4
Poco Satisfactorio	0
Nada Satisfactorio	0
Total	9

Los resultados muestran respuestas favorables ante la propuesta didáctica, pues los estudiantes seleccionan las opciones “muy satisfactorio” y “satisfactorio” con una frecuencia de 5 y 4, respectivamente. Esto evidencia que el GeoGebra sirve de apoyo en las actividades desarrolladas en su proceso de aprendizaje del tema de programación lineal, tanto en la etapa de anticipación, construcción y consolidación de los conocimientos.

Pregunta 2. ¿Le gustaría que su docente utilice más seguido el software GeoGebra para impartir sus clases?

Tabla 9.

Utilización del software GeoGebra.

Respuestas	Número de estudiantes
Si	9
No	0
Total	9

Todos los estudiantes intervenidos están de acuerdo en que el docente utilice más seguido el software GeoGebra para impartir sus clases. En la institución intervenida se acostumbraba a las clases tradicionales con poca participación de los educandos, por lo que esta nueva estrategia didáctica basada en la utilización del software GeoGebra para las clases de programación lineal despierta el interés de los estudiantes.

3. ¿Cree usted que mejoró su nivel de aprendizaje con el uso del software GeoGebra en las actividades desarrolladas?

Tabla 10.

Mejora del aprendizaje con el uso del software GeoGebra.

Respuestas	Número de estudiantes
Si	9
No	0
Total	9

La percepción de los estudiantes es que todos mejoraron su nivel de aprendizaje con el uso del software GeoGebra en las actividades desarrolladas. La utilización del software GeoGebra les motiva en la resolución de ejercicios ya que les ahorra tiempo en obtener una respuesta. Además, en el tema de programación lineal les permite comprobar gráficamente las respuestas de ejercicios que deben ser resueltos analíticamente.

4. ¿Anteriormente, ha trabajado con un software como apoyo para el aprendizaje de las matemáticas?

Tabla 11.

Utilización anterior de softwares para matemáticas.

Respuestas	Número de estudiantes
Si	4
No	5
Total	9

Un total de cinco estudiantes no han trabajado con un software como apoyo para el aprendizaje de las matemáticas, representando más de la mitad. Mientras que cuatro estudiantes han utilizado algún programa matemático en su aprendizaje. La propuesta ofrece la herramienta gratuita GeoGebra para abordar el tema de programación lineal y entre las primeras actividades se hace una introducción al manejo del programa, esto para que todos los estudiantes se familiaricen con el software.

5. ¿Considera usted que el lenguaje empleado en las actividades desarrolladas sobre el uso de GeoGebra es preciso?

Tabla 12.

Precisión del lenguaje.

Respuestas	Número de estudiantes
Siempre	2
Casi siempre	6
Algunas veces	1
Nunca	0
Total	9

Las respuestas sobre la precisión del lenguaje empleado en las actividades desarrolladas con el uso de GeoGebra son favorables, puesto que de los 9 encuestados 2 responden “siempre” y 6 responden que “casi siempre” fue preciso el lenguaje. Es importante contar con secuencias didácticas bien elaboradas y con un lenguaje preciso y entendible para los estudiantes, esto debido a que se deben colocar comandos y dar indicaciones a los estudiantes para que optimicen su tiempo en la resolución de ejercicios con el apoyo del GeoGebra.

6. ¿Considera usted que el aprendizaje de la programación lineal con el empleo de GeoGebra fue dinámico?

Tabla 13.

Aprendizaje dinámico de programación lineal con GeoGebra.

Respuestas	Número de estudiantes
Siempre	5
Casi siempre	4
Algunas veces	0
Nunca	0
Total	9

La mayoría de los estudiantes, con un total de 5 educandos contestan que “siempre” fue dinámico el empleo del GeoGebra para el aprendizaje de la programación lineal, también 4 estudiantes contestan que “casi siempre” fueron dinámicas las clases. Esto evidencia que buscar alternativas educativas para abordar temas de matemáticas es bien recibido por parte de los estudiantes. Con la propuesta se logra tener una clase divertida y dinámica con el manejo del recurso tecnológico GeoGebra, además se muestra al grupo de estudiantes que se pueden utilizar programas que facilitan el aprendizaje.

7. ¿Considera usted que trabajar con el apoyo de GeoGebra para el tema de programación lineal ayudó a cumplir los objetivos de aprendizaje propuestos?

Tabla 14.

Cumplimientos de objetivos con el apoyo de GeoGebra.

Respuestas	Número de estudiantes
Siempre	5
Casi siempre	4
Algunas veces	0
Nunca	0
Total	9

Al consultar que, si al trabajar con GeoGebra en el tema de programación lineal ayuda a cumplir los objetivos de aprendizaje propuestos, se obtiene que 5 estudiantes consideran que “siempre” y 4 que “casi siempre” se cumplen los objetivos, por lo que se evidencia que la percepción de los estudiantes es que el software educativo es importante para el cumplimiento de objetivos académicos. En las secuencias didácticas aparecen las etapas de anticipación, construcción y consolidación de los conocimientos, en las cuales se crean actividades con el manejo del GeoGebra que llevan a la obtención de los objetivos.

8. ¿Considera usted que con el uso de GeoGebra las actividades de apertura, desarrollo y cierre ayudaron de mejor manera a activar los conocimientos previos, construir nuevos conocimientos y consolidar dichos aprendizajes, respectivamente?

Tabla 15.

Mejora de las etapas del aprendizaje con GeoGebra.

Respuestas	Número de estudiantes
Siempre	5
Casi siempre	4
Algunas veces	0
Nunca	0
Total	9

La tabla muestra las respuestas favorables ante la pregunta, pues 5 estudiantes responden “siempre” y 4 que “casi siempre” el GeoGebra ayuda a activar los conocimientos previos, construir nuevos conocimientos y consolidar los aprendizajes. Las secuencias cuentan con actividades planificadas para que los estudiantes apliquen el software GeoGebra en todas las etapas del aprendizaje como son las actividades de apertura, desarrollo y cierre.

9. ¿En qué sección de las actividades desarrolladas tuvo mayor dificultad para su desarrollo con el uso de GeoGebra?

Tabla 16.

Dificultades en las actividades.

Respuestas	Número de estudiantes
Actividades de apertura	3
Actividades de desarrollo	4
Actividades de cierre	2
Total	9

Cuatro estudiantes consideran que tuvieron mayor dificultad al manejar el GeoGebra en las “actividades de desarrollo”, mientras que 3 estudiantes consideran que fueron en las “actividades de apertura” y 2 en las “actividades de cierre”. Es importante mencionar que el software GeoGebra es una herramienta que complementa la clase, pues parte de la dificultad que presentan los estudiantes se debe a los vacíos matemáticos que vienen arrastrando desde cursos inferiores.

10. Por favor escriba alguna observación y/o recomendación sobre la utilización de GeoGebra en las actividades desarrolladas.

Tabla 17.

Observaciones y/o recomendaciones sobre la propuesta.

Estudiante	Respuesta
1	Me gustaría que para el otro año los docentes utilicen GeoGebra.
2	El GeoGebra sirve para sacar respuestas más rápidas con sus gráficas.
3	Se entiende mejor sobre el desarrollo de las matemáticas.
4	El GeoGebra es práctico para entender las inecuaciones en las clases de matemáticas.
5	que las clases se impartan con GeoGebra porque se aprende más.
6	El GeoGebra sirve para comparar resultados.
7	Se aprende más rápido y se aprende mejor.
8	Que los estudiantes de la institución aprendan GeoGebra.
9	Impartir las clases en la institución con GeoGebra.

En la tabla se muestran las observaciones y recomendaciones que dejan los estudiantes que fueron intervenidos con la propuesta de las secuencias didácticas con el apoyo del GeoGebra para el tema de programación lineal. Los estudiantes mencionan que les gustaría seguir recibiendo clases de matemáticas con el apoyo de GeoGebra, pues se entiende fácilmente el desarrollo matemático y las gráficas se obtienen rápidamente. Además, consideran que se aprende mejor y recomiendan que se impartan las clases de matemáticas con GeoGebra.

Conclusiones

La revisión bibliográfica muestra la importancia de las propuestas basadas en el constructivismo, pues en la actualidad el estudiante es el centro del aprendizaje y el docente un guía que le facilita las herramientas para la construcción de su conocimiento. Además, el estudio presenta resultados de investigaciones anteriores con resultados favorables en la implementación de secuencias didácticas y la utilización del GeoGebra para la matemática.

La investigación se basa en la elaboración de una propuesta innovadora, específicamente en la elaboración de secuencias didácticas con el apoyo del GeoGebra para el tema de programación lineal, considerando los objetivos y destrezas con criterio de desempeño establecidos por el Ministerio de Educación del Ecuador.

La elaboración de las secuencias didácticas es acorde a las etapas de planificación de una clase que es sugerido por el Ministerio de Educación del Ecuador. Las etapas de la clase son la anticipación, construcción y consolidación de conocimientos, en la elaboración de las secuencias didácticas se encuentran como actividades de apertura, actividades de desarrollo y actividades de cierre, respectivamente. Además, existe una autoevaluación final de cada secuencia didáctica que permite al estudiante reflexionar sobre lo aprendido. Las etapas de una clase han sido utilizadas en diferentes investigaciones sobre el aprendizaje, la memoria y la comprensión, para describir como las personas procesan la información.

La implementación de la propuesta tiene resultados favorables, donde los estudiantes que pertenecieron al grupo experimental obtuvieron una media de calificaciones superior al grupo de control que no recibió la intervención. Además, se realizó una comparación de medias mediante el estadístico Z, con el cual se afirma que las medias son estadísticamente diferentes.

La encuesta de percepción sobre la motivación brinda respuestas favorables ante la propuesta de secuencias didácticas con el apoyo del GeoGebra para el tema de programación lineal, los estudiantes concuerdan que las clases son dinámicas con la utilización del software matemático, además que aprenden mejor y más rápido. Resaltan la operatividad de GeoGebra en los desarrollos matemáticos y la rapidez para realizar representaciones gráficas.

La aplicación de la propuesta generó el trabajo en pares y mejoró la interacción entre estudiante-profesor. Con la propuesta los estudiantes son el centro del aprendizaje y el docente les brinda un apoyo en el cumplimiento de los objetivos y destrezas con criterio de

desempeño propuestos para cada clase. Se resalta que las actividades facilitan el desarrollo de las clases y el software agiliza los procesos algebraicos.

Recomendaciones

La propuesta de secuencias didácticas con el apoyo del GeoGebra puede ser adaptado a cualquier tema matemático del currículo ecuatoriano, considerando que sigue las etapas de planificación de una clase como son la anticipación, construcción y consolidación de los aprendizajes. Además, que la propuesta está apegada a un modelo constructivista.

Los profesores deben estar capacitados en el manejo de herramientas tecnológicas para el estudio de la matemática, de esta manera contarán con alternativas para su ejercicio docente.

Trabajar con el software GeoGebra desde cursos inferiores para generar agilidad en el manejo de los comandos y poder cumplir con las clases en los tiempos establecidos.

Buscar soluciones ante los vacíos matemáticos que los estudiantes arrastran desde años inferiores, pues es un impedimento al momento de abordar el tema de programación lineal donde el docente pierde tiempo reforzando temas anteriores y descuidando los aspectos importantes de la nueva clase.

Referencias

- Álvarez, R., y Sánchez, J. (2020). Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas en educación básica: un estudio de caso en México. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 12(58), 143-162.
- Alvarado, J. (2009). La Programación Lineal Aplicación de la Pequeñas y Medianas Empresas. *Rev. Reflexiones*. 88 (1). ISSN: 1021-1209 / 2009
- Arango, A., Grajales, Y., Palacios, N., y Ríos, L. (2019). La Secuencia Didáctica como Estrategia para el Desarrollo de Habilidades Investigativas Identificar, Indagar y Explicar a partir de las Relaciones de los Seres Vivos con el Medio. *Memorias del X Encuentro Nacional de Experiencias en Enseñanza de la Biología y la Educación Ambiental. V Congreso Nacional de Investigación en Enseñanza de la Biología*. ISSN 2027-1034
- Arteaga, E., Medina, J. y Del Sol Martínez, J. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*. 15(70). <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>
- Ausubel-Novak-Hanesian (1983). 2° Ed. *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Editorial Trillas. México.
<https://docs.google.com/file/d/0B7leLBF7dL2vQUtIT3ZNWjdmTlk/edit?pli=1&resourcekey=0-7rZQYXIVeCQaBs1MHICVCg>
- Ayon, E. (2022). *Sistema de Inecuaciones*. <https://slideplayer.es/user/4266519/>
- Begnini, L., Arteaga, Y. y Arroyo, C. (2022). Educomunicación y recursos didácticos. *Revista Científica FIPCAEC (Fomento De La investigación Y publicación científico-técnica multidisciplinaria)*, 7(3), 165-177.
<https://fipcaec.com/index.php/fipcaec/article/view/599>
- Burgos, J. y Berrocoso, J. (2022). El modelo tecnopedagógico TPACK y su incidencia en la formación docente: una revisión de la literatura. *Revista Caribeña de Investigación Educativa*, 6(1), 63-72. <https://doi.org/10.32541/recie.2022.v6i1.pp63-72>
- Bayés, A., Del Río, L., y Costa, V. (2022). Diseño de materiales educativos para dispositivos móviles con GeoGebra: Análisis de un caso. *UIDET IMApEC*.
<http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/143984>

Benítez Vargas, Belem. (2023). El constructivismo. *Con-Ciencia Boletín Científico de la Escuela Preparatoria*. 10(19).
<https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa3/issue/archive>.

Bravo, N. (2022). *Geogebra como recurso interactivo para el logro de desempeños en el desarrollo de dos competencias del área de matemática*. [Tesis de pregrado. Universidad Nacional del Santa]. Perú.
<http://190.119.163.101/bitstream/handle/20.500.14278/4137/52610.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Campuzano, J., Mero, J., Jara, C., y López, S. (2022). Fundamento y Enfoque Pedagógico de la Unidad Educativa Veintitrés de Octubre. *Polo del Conocimiento*, 7(68).

Carmona, C. (2016). Corrientes Pedagógicas y Tiempos de Reformas. *Revista Investigaciones en Educación*, 16(1).
<https://revistas.ufro.cl/ojs/index.php/educacion/article/view/1112>

Castillo, J. y Chacón, J. (2023). *Aprendiendo las ecuaciones de la recta en primero de bachillerato mediante una aplicación móvil*.
<http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/41476>

Cenas, F., Blaz, F., Gamboa, L. y Castro, W. (2021). Geogebra: herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las matemáticas en universitarios. *Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*. 5(18).
<http://www.scielo.org.bo/pdf/hrce/v5n18/2616-7964-hrce-5-18-382.pdf>

Chiquinquirá, M., Cordero, J., González, J. y Sepúlveda, O. (2019). Software GeoGebra como herramienta en enseñanza y aprendizaje de la Geometría. *Educación y Ciencia*. (22).
<file:///C:/Users/User/Downloads/Dialnet-SoftwareGeoGebraComoHerramientaEnEnsenanzaYAprendi-7982109.pdf>

Chumpitaz, E., Huamani, P., Licla, B y Vendetta, G. (2022). El Software Geogebra Para Desarrollar la Competencia Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y Localización. [Tesis de Grado académico. Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico]. <https://n9.cl/juyh8>

Collazos, A., González, Y. y María, M. (2023). Desarrollo del pensamiento geométrico a través de una secuencia didáctica apoyada con el uso de la herramienta

GeoGebra. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*. 7(1).
https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4664

Díaz, F. (2020). Jean Piaget y la Teoría de la Evolución Inteligencia en los niños de Latinoamérica. *Revista de Filosofía Terrraustral Oeste*. 1(26). <https://n9.cl/cf9kg>

Etxabe, J. (2021). Análisis del Diseño de Secuencias Didácticas Relativas a la Enseñanza de las Ciencias en el Grado en Educación Primaria. [Tesis Doctoral. Universidad del País Vasco]. <https://n9.cl/9gjd6>

Flavell, J. 1985. *El desarrollo cognitivo*. (Trad. Pozo María José y Pozo Juan Ignacio) Machado libros Aprendizaje. <https://n9.cl/g7ph1>

Gatica, N., y Moreno, M. (2002). Una propuesta para la enseñanza de problemas de programación lineal. *Universidad Nacional de San Luis. Argentina*, 26-31.

García, I. (2022). *El Aprendizaje Significativo De La Función Cuadrática Mediante Herramientas Tecnológicas en los Estudiante de Bachillerato*. [Tesis de pregrado. Universidad de Guayaquil]. <http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/59648>

García, O., Diez, J., Morales, L. y Durán, R. (2021). Evaluación de secuencias de aprendizaje de matemáticas usando la herramienta de los Criterios de Idoneidad Didáctica. *Bolema, Rio Claro (SP)*. 35(70).

Gómez, A., Geremich, A., y De Franco, M. (2021). Elementos del proceso de enseñanza – aprendizaje y su interacción en el ámbito educativo. *Revista Qualitas*, 23(23), 1-11. <https://doi.org/10.55867/qual23.01>

Gonzáles, M. (2011). *Impacto de las TIC en los sistemas educativos*. gestiopolis.com. Recuperado 6 de octubre de 2023, de <https://www.gestiopolis.com/impacto-de-las-tic-en-los-sistemas-educativos/>

Gonzaga, L. (2022). Tres Secuencias Didácticas para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Primaria a través del Uso de las Inteligencias Múltiples. [Tesis de Maestría. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. BUAP <https://ecosistema.buap.mx/ecoBUAP/bitstream/handle/ecobuap/2125/20220407114629-2757-T.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- González, D. (2022). *Los niveles de la motivación. Teoría y evaluación*. Editorial Pueblo y Educación. <https://n9.cl/dmt6sf>
- Guachún, F., Rojas, M. y Rojas, I. (2021). *El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la Integral definida: Una propuesta didáctica*. [Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Educación. UNAE]. <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/1882/1/182-192.pdf>
- Jaramillo, N. (2020). Programación lineal método gráfico y simplex. [Tesis de maestría. Universidad Técnica de Machala]. <https://n9.cl/d4l1p>
- Jiménez, G. (2022). El efecto de la música sobre el aprendizaje en alumnos universitarios. *Ciencia latina*, 6(4), 201-213. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v6i4.2541
- Kline, M. (1985). *Matemáticas: La pérdida de la certidumbre* (2.^a ed.). Siglo XXI de España General.
- Lara, J. (2022). Secuencia didáctica y el desarrollo del pensamiento lógico matemático, una alternativa en la enseñanza de la educación inicial. [Tesis de Maestría. Universidad Nacional Abierta y a Distancia. UNAD]. <https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/48920/jalarac.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Lazo, Maritza Sylva. (2019). David Ausubel y su aporte a la educación. *Ciencia UNEMI*.
- Lizcano, G. y Pérez, D. (2020). *Impacto del Simulador Geogebra en los Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de Área y Perímetro de la Geometría en el Grado Séptimo*. [Tesis de Maestría. Universidad de Santander]. <https://n9.cl/qmiupe>
- López, D. (2020). Diseño e implementación de una secuencia didáctica para la enseñanza del concepto de elemento químico en educación secundaria. *Praxis & Saber*. 11(27) <http://orcid.org/0000-0002-2250-7094>
- López, M. (2013). De las TICs a las TACs: la importancia de crear contenidos educativos digitales. *DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia*, 27, 1-15. <https://raco.cat/index.php/DIM/article/view/275963>
- Lozano, R. (2011). De las TIC a las TAC: tecnologías del aprendizaje y del conocimiento. *Anuario ThinkEPI*, 5, 45-47.

- Manzano, A., Ortiz, A., Rodríguez, J. y Aguilar, J. (2022). La relación entre las estrategias lúdicas en el aprendizaje y la motivación: un estudio de revisión. *Revista Espacios*. 43(4). DOI: 10.48082/espacios-a22v43n04p03
- Marimón, A. (2022). Secuencia didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje por descubrimiento y habilidades socio emociones en la enseñanza de las matemáticas en grado octavo del Colegio Interamericano de Apartadó – Antioquia. [Tesis de Licenciatura. Universidad de Antioquía]
- Maslow, A. (1943). Teoría de la motivación humana.
- Mello, J. y Hernández, A. (2020). Un estudio sobre el rendimiento académico en Matemáticas. *Revista electrónica de investigación educativa versión On-line ISSN 1607-4041*. Vol. 21. <https://doi.org/10.24320/redie.2019.21.e29.2090>
- Ministerio de Educación. (2019). *Currículo de Bachillerato General Unificado*. MINEDUC.
- Ministerio de Educación. (2022). Libro de matemáticas del 1ro. BGU. MINEDUC.
- Manco, J. (2022). Aplicación del GeoGebra en la programación lineal. Universidad Católica del Perú por el centro de investigación en educación matemática APINEMA.
- Mora, C. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*, 24(70), 181-272. https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002
- Moya, A. (2010). Recursos didácticos en la enseñanza. *Revista Digital Innovación y Experiencias Educativas*, 6(45). https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_26/ANTONIA_MARIA_MOYA_MARTINEZ.pdf
- Muñoz, L. y Ramón, V. (2021). *El uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza- aprendizaje de función lineal en el 9° “B” de la Unidad Educativa “Ricardo Muñoz Chávez” periodo 2020-2021*. [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Educación UNAE]. http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/1966/1/TIC21EB_Mu%C3%B1oz%20Zaruma%20Luis%20y%20Ram%C3%B3n%20Bermeo%20Valery%20.pdf
- Ortiz, B. (2018). Las corrientes pedagógicas y los desafíos de la educación. *Oratores*, 8, 18-30. <https://doi.org/10.37594/oratores.n8.217>

- Paladines, N. (2023). Implementación efectiva de las TIC en la educación para mejorar el aprendizaje: una revisión sistemática. *Ciencia latina*, 7(1), 5788-5804. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4862
- Paz, L. y Leyva, M. (2022). Constructivism as an approach in educational psychology. *Revista Digital Internacional de Psicología y Ciencia Social*. 8(2). <https://hcommons.org/deposits/objects/hc:49808/datastreams/CONTENT/content>
- Pérez, A. (1983). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. *Comunidad de Conocimiento UNAM*. <https://n9.cl/p0jy>
- Portilla, J. (2014). *Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de bachillerato de Ciencias y Tecnología*. [Tesis de maestría, Universidad Internacional de la Rioja- España]. Repositorio https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2990/Juan_portilla_Ciriquian.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Puente, M. y Gavilánez, O. (2018). Programación Lineal para la toma de decisiones. *Escuela Superior Politécnica de Chimborazo ESPOCH*. Vol. 7. ISBN: 978-9942-30-840-5
- Quintas, A. (2020). *Teoría educativa sobre tecnología, juego y recursos en didáctica de la educación infantil* (1.^a ed.). Prensas de la Universidad de Zaragoza. <https://puz.unizar.es/img/cms/PARA%20IUNIZAR/9788413400501avance.pdf>
- Rodríguez, M. (2009). *El pensamiento lógico matemático desde la perspectiva de Piaget*. El Cid Editor | apuntes. <https://elibro.net/es/ereader/bibliounae/29624?page=4>
- Romero, J., Romero, J., Reyes, R., Barboza, L., y Romero, R. (2022). Uso del GeoGebra como estrategia de aprendizaje significativo en el estudio de las gráficas y transformaciones de funciones. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC*. 11(1). <https://doi.org/10.21071/edmetic.v11i1.13345>
- Rojas, L. y Tausa, M. (2021). Concepto del Rendimiento Académico en estudiantes Universitarios. *Revisión Narrativa* <https://n9.cl/tiagb6>
- Ruiz, J. (2022). GeoGebra. <https://www.geogebra.org/m/rUWNJrVA>

Salido, S. y Salido, E. (2016). Narcea Ediciones.
<https://puz.unizar.es/img/cms/PARA%20IUNIZAR/9788413400501avance.pdf>.

Sánchez, R. y Borja, A. (2022). Geogebra en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. *Dominio Ciencias de la Educación*. 8(2). DOI: <http://dx.doi.org/10.23857/dc.v8i2.2737>

Santana, F. (2019). Aplicaciones de la programación lineal. *Ingenio y Conciencia Boletín Científico de la Escuela Superior de Cd. Sahagún*. 12.
<https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/sahagun/issue/archive>

Sarmiento, P. y Toledo, C. (2022). GeoGebra aplicado como estrategia metodológica en el área de Matemática. *Polo del Conocimiento*. 7(8).
doi:<http://dx.doi.org/10.23857/pc.v7i8.4530>

Taboada, M. (2021). *Secuencias didácticas*. Editorial El Ateneo. ISBN 9500211823, 9789500211826

Tejada, J. (2022). Claves para la selección y diseño de estrategias metodológicas y secuencias didácticas en educación superior. *O ensino da didática na formação de professores*. <https://orcid.org/0000-0001-9044-8826>

Teófilo, R., Vieira, F. y Araújo, M. (2022). La Teoría de los Conceptos Figurativos y GeoGebra: el concepto y la visualización en geometría dinámica. *Matemáticas, Educación y Sociedad*. 5(1).
<http://funes.uniandes.edu.co/31400/1/Te%C3%B3filo2022La.pdf>

Tintaya, P. (2016). Enseñanza y desarrollo personal. *Revista de Investigación Psicológica*, 16, 75-86. http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2223-30322016000200005&lng=es&tlng=es.

Torres, G. y Girón, D. (2009). *Didáctica General. Colección Pedagógica en Formación Inicial de Docentes Centroamericanos de Educación Primaria o Básica* (1.^a ed.). Editorama, S. A.

Tomalá, A. (2023). Material didáctico concreto en el aprendizaje significativo de geometría en estudiantes de tercer grado. *Revista Ciencias Pedagógicas e Innovación*. 10(2).
<https://incyt.upse.edu.ec/pedagogia/revistas/index.php/rcpi/article/view/610/569>

Thierauf, R. y Grosse, R. (1976). Toma de decisiones por medio de investigación de operaciones. México: Limusa

Vargas, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso de enseñanza aprendizaje. *Cuadernos*, 58(1).

Ziatdinov, R. y Valles, J. (2022). Síntesis de Modelado, Visualización y Programación en GeoGebra como un Enfoque Efectivo para la Enseñanza y el Aprendizaje de Temas STEM. Matemáticas. *MDPI AG*. 10(3). <http://dx.doi.org/10.3390/math10030398>

Anexos

Anexo A. Pre y post-test de conocimientos sobre Programación Lineal.

Anexo B. Validación de pre y post-test mediante expertos.

Anexo C. Encuesta de percepción de la motivación.

Anexo D. Validación de la encuesta de percepción mediante expertos.

Anexo E. Autorización para la intervención.

Anexo F. Evidencias fotográficas de la intervención.

Anexo A. Pre y post-test de conocimientos sobre Programación Lineal.



UNIDAD EDUCATIVA "SANTA ROSA"

Teléf. Fax: 2365-493 / 2365253.

unidadeducativasantarosa@hotmail.com

Octavio Cordero Palacios – Cuenca - Ecuador

TEST DE CONOCIMIENTOS

Nombre: Fecha: Curso:

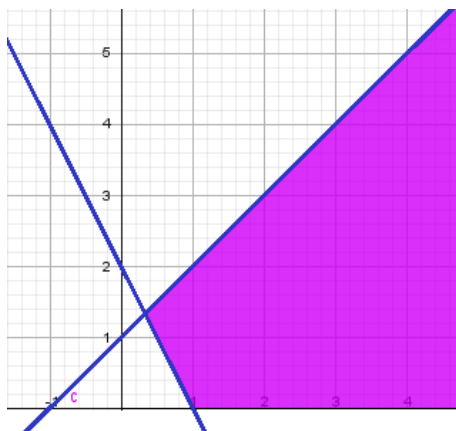
Sexo: C.I: Número de test:

Cada pregunta tiene el valor de 1 punto, la calificación es sobre 10 puntos.
Tiempo disponible: 60 minutos

Destreza a desarrollar: M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.

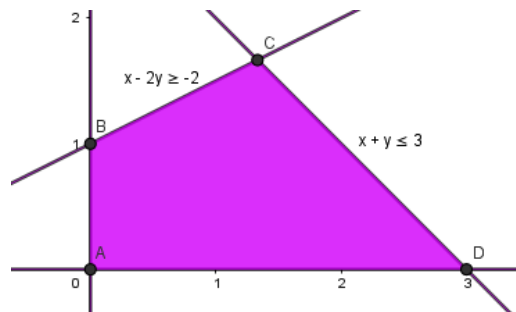
Indicador de aprendizaje: Utiliza métodos gráficos y analíticos para la resolución de sistemas de inecuaciones, para determinar el conjunto de soluciones factibles y la solución óptima de un problema de programación lineal. (I.3.) Ref. I.M.5.8.1.

1. Determine las restricciones que representan a la siguiente región factible y encierre en un círculo la respuesta correcta.



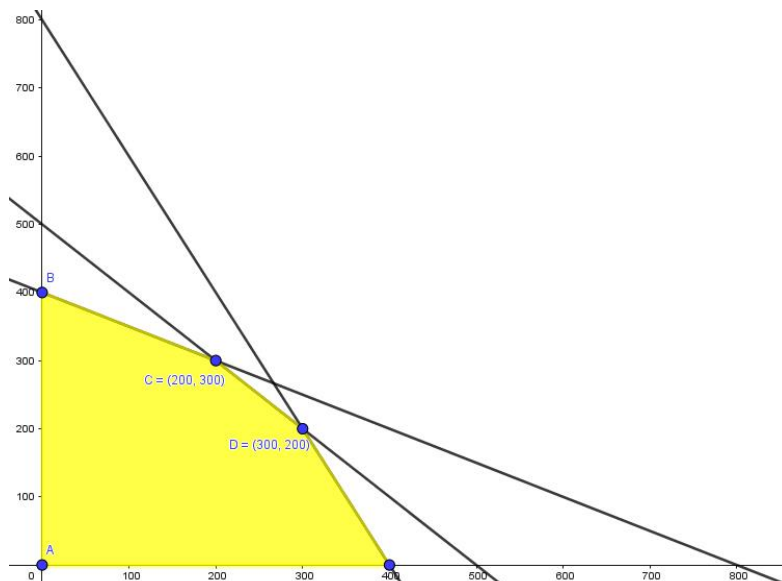
- a. $x > 0$
 $y < 0$
- b. $x + y \leq 0$
 $x - y \geq 0$
- c. $2x + y \geq 2$
 $-x + y \leq 1$
- d. $x \geq 1$
 $x + 2y \leq 2$

2. Determine los vértices de la siguiente región y encierre la respuesta correcta.



- | | | | |
|--|--|---|---|
| a. $A = (0,0)$ | b. $A = (0,0)$ | c. $A = (0,0)$ | d. $A = (0,0)$ |
| $B = (0,1)$ | $B = (1,0)$ | $B = (0,-1)$ | $B = (-1,0)$ |
| $C = \left(\frac{1}{n}, \frac{\$}{n}\right)$ | $C = \left(\frac{\$}{n}, \frac{1}{n}\right)$ | $C = \left(\frac{1}{n}, -\frac{\$}{n}\right)$ | $C = \left(-\frac{\$}{n}, \frac{1}{n}\right)$ |
| $D = (3,0)$ | $D = (0,3)$ | $D = (-3,0)$ | $D = (0,-3)$ |

3. La solución de un problema de programación lineal viene dada por la región sombreada en la siguiente figura. La función objetivo de ingresos en dólares es $f(x, y) = 1200x + 1400y$, ¿cuál es su máximo valor posible? Encierre la respuesta correcta.



- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| a. \$ 660 000 | b. \$ 640 000 | c. \$ 693 333 | d. \$ 683 333 |
|---------------|---------------|---------------|---------------|

Lea el siguiente enunciado y encierra la respuesta correcta a las siguientes preguntas:

En una fábrica se almacenan barriles de petróleo y de gasolina. Para poder atender la demanda se han de tener almacenados un mínimo de 10 barriles de petróleo y 20 de gasolina. La capacidad del depósito es de 200 barriles. Por razones comerciales, deben mantenerse en inventario al menos 50 barriles. El gasto de almacenaje de un barril de petróleo es de 20 centavos y el de uno de gasolina es de 30 centavos.

Considere:

x = número de barriles de petróleo.

y = número de barriles de gasolina.

4. Las restricciones del problema son:

a. $x \geq 0$
 $y \geq 0$

b. $x + y \geq 0$
 $x + y \geq 0$

c. $x \geq 0$
 $y \geq 0$
 $x + y \leq 50$
 $x + y \geq 200$

d. $x \geq 10$
 $y \geq 20$
 $x + y \geq 50$
 $x + y \leq 200$

5. La función objetivo es:

a. $f(x, y) = 20x + 30y$

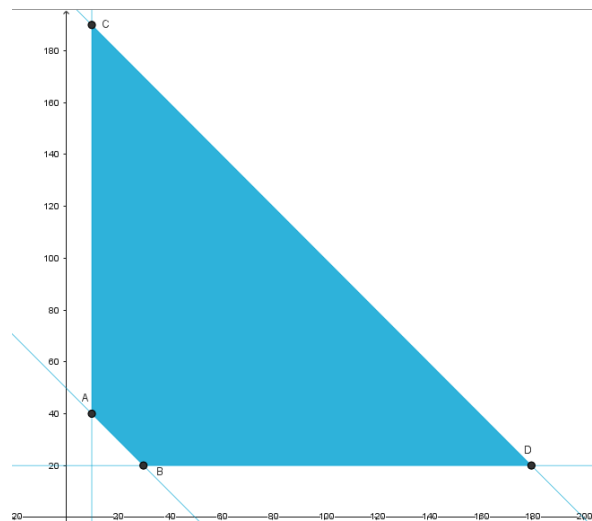
b. $f(x, y) = 10x + 20y$

c. $f(x, y) = 30x + 20y$

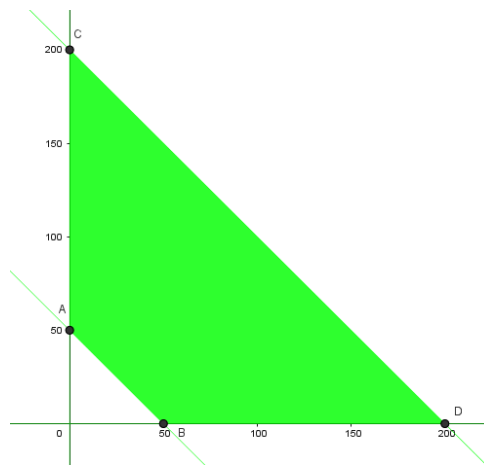
d. $f(x, y) = 50x + 200y$

6. La gráfica de la región factible es:

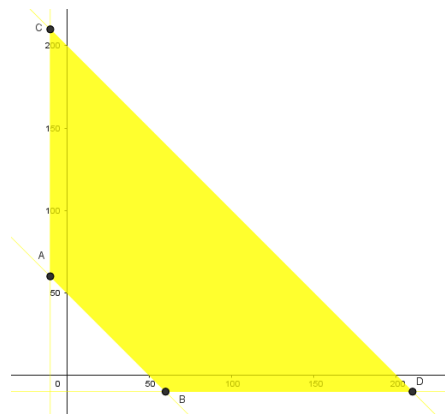
Opción a:



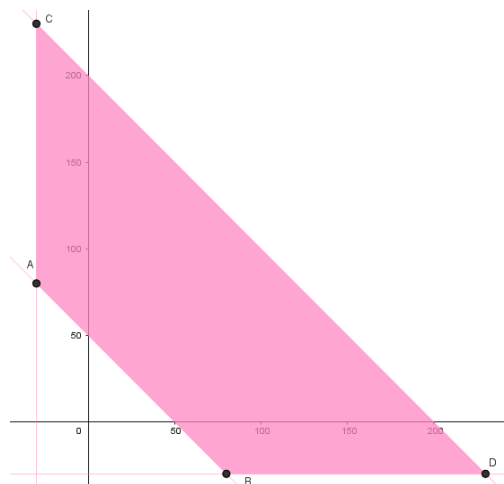
Opción b:



Opción c:



Opción d:



7. Los vértices de la región factible son:

- | | | | |
|-------------------|------------------|--------------------|--------------------|
| a. $A = (10, 40)$ | b. $A = (0, 50)$ | c. $A = (-10, 60)$ | d. $A = (-30, 80)$ |
| $B = (30, 20)$ | $B = (50, 0)$ | $B = (60, -10)$ | $B = (80, -30)$ |
| $C = (10, 190)$ | $C = (0, 200)$ | $C = (-10, 210)$ | $C = (-30, 230)$ |
| $D = (180, 20)$ | $D = (200, 0)$ | $D = (210, -10)$ | $D = (230, -30)$ |

8. ¿Cuántos barriles de cada clase han de almacenarse -según las condiciones del problema- para que el gasto de almacenaje sea mínimo?

- 25 barriles de petróleo y 25 barriles de gasolina
- 10 barriles de petróleo y 40 barriles de gasolina
- 30 barriles de petróleo y 20 barriles de gasolina
- 20 barriles de petróleo y 20 barriles de gasolina

Destreza a desarrollar: Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema. Ref. M.5.2.27.

Indicador de aprendizaje: Utiliza métodos gráficos y analíticos para la resolución de sistemas de inecuaciones, para determinar el conjunto de soluciones factibles y la solución óptima de un problema de programación lineal. (I.3.) Ref. I.M.5.8.1.

Analice las siguientes restricciones y seleccione el planteamiento correcto del problema, considerando que:

$x = \text{número de collares}$
 $y = \text{número de pulseras}$

RESTRICCIONES:

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x + y &\leq 50 \\ 2x + y &\leq 80 \end{aligned}$$

9. El planteamiento correcto del problema es:

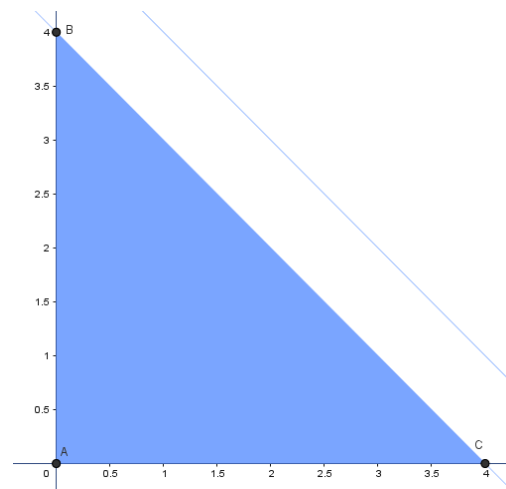
- Un artesano de la ciudad de Cuenca fabrica collares y pulseras. En hacer un collar se demora una hora y hacer una pulsera dos horas. El material que tiene disponible no le permite hacer más de 50 piezas, y como máximo el artesano puede dedicar al trabajo 80 horas. Por cada collar gana 5 dólares y por cada pulsera 4 dólares.
- Un artesano de la ciudad de Cuenca fabrica collares y pulseras. En hacer un collar se demora dos horas y hacer una pulsera una hora. El material que tiene disponible no le permite hacer más de 50 piezas, y como máximo el artesano puede dedicar al trabajo 80 horas. Por cada collar gana 5 dólares y por cada pulsera 4 dólares.
- Un artesano de la ciudad de Cuenca fabrica collares y pulseras. En hacer un collar se demora una hora y hacer una pulsera dos horas. El material que tiene disponible le permite hacer más de 50 piezas, y como mínimo el artesano puede dedicar al trabajo 80 horas. Por cada collar gana 5 dólares y por cada pulsera 4 dólares.
- Un artesano de la ciudad de Cuenca fabrica collares y pulseras. En hacer un collar se demora dos horas y hacer una pulsera una hora. El material que tiene disponible le permite hacer más de 50 piezas, y como mínimo el artesano puede dedicar al trabajo 80 horas. Por cada collar gana 5 dólares y por cada pulsera 4 dólares.

10. La función objetivo es:

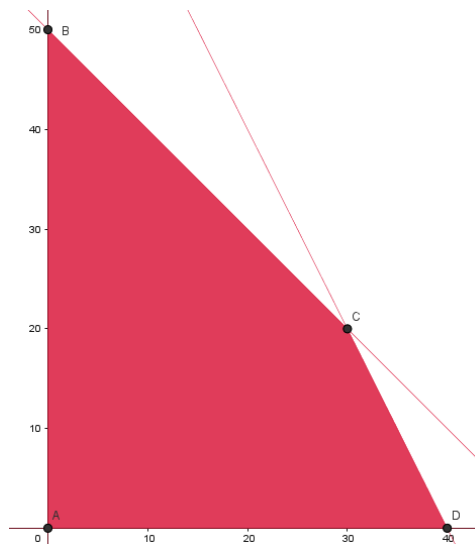
- | | | | |
|----|---------------------|----|-----------------------|
| a. | $f(x, y) = 5x + 4y$ | c. | $f(x, y) = 80x + 50y$ |
| b. | $f(x, y) = 4x + 5y$ | d. | $f(x, y) = 50x + 80y$ |

11. La gráfica de la región factible es:

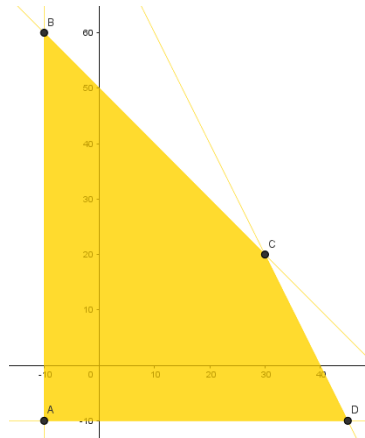
Opción a:



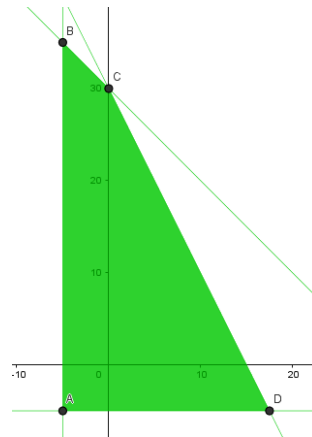
Opción b:



Opción c:



Opción d:



12. Los vértices de la región factible son:

- | | | | | | | | |
|----|--------------|----|----------------|----|------------------|----|------------------|
| a. | $A = (0, 0)$ | b. | $A = (0, 0)$ | c. | $A = (-10, -10)$ | d. | $A = (-5, -5)$ |
| | $B = (0, 4)$ | | $B = (0, 50)$ | | $B = (-10, 60)$ | | $B = (-5, 35)$ |
| | $C = (4, 0)$ | | $C = (30, 20)$ | | $C = (30, 20)$ | | $C = (0, 30)$ |
| | | | $D = (40, 0)$ | | $D = (45, -10)$ | | $D = (35/2, -5)$ |

13. ¿De cuántos dólares será la máxima ganancia del artesano?

- 0 dólares
- 250 dólares
- 230 dólares
- 200 dólares

Anexo B. Validación de pre y post-test mediante expertos.

Para cada pregunta del TEST, marque con una “x” siguiendo la escala:

“**Si**” = considero **adecuada** la pregunta.

“**No**” = considero **inadecuada** la pregunta.

“**?**” = no tengo claro si la pregunta es **adecuada o inadecuada**

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO “PRE TEST”					
Destreza:	Pregunta	Si	No	?	Observaciones
1. M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.	1		X		No ayuda a cumplir la destreza planteada.
	2	X			
	3	X			Si considero adecuada, pero cambiando las opciones para que los estudiantes resuelvan, y no sea solo por descartes la selección de la respuesta.
	4	X			
	5	X			
	6	X			
	7	X			
	8	X			
	9	X			
2. M.5.2.27. Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.	10	X			
	11	X			
	12		X		No considero adecuadas, porque si la primera parte está incorrecta, no ayudaría a evaluar la destreza con una sola secuencia.
	13		X		
	14		X		
	15		X		

Consideraciones generales	Si	No	Observaciones
Las instrucciones orientan claramente a los estudiantes	X		

para responder el test de conocimientos.			
La cantidad de preguntas es adecuada.			No se puede responder esta pregunta, porque no se coloca el tiempo que durará la prueba.
Consideraciones finales (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)			
1. Revisar el documento en el cual se encuentran todas las observaciones.			
2.			
Instrumento validado por: Tatiana Quezada	Firma:  SEÑADO ELECTRONICAMENTE CON: TATIANA GABRIELA QUEZADA MATUTE		
Celular: 0983262870			
Correo electrónico: tatiana.quezada@ucuenca.edu.ec			

Para cada pregunta del TEST, marque con una “x” siguiendo la escala:

“**Si**” = considero **adecuada** la pregunta.

“**No**” = considero **inadecuada** la pregunta.

“**?**” = no tengo claro si la pregunta es **adecuada o inadecuada**

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO “PRE TEST”					
Destreza:	Pregunta	Si	No	?	Observaciones
1. M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.	1		X		La pregunta complete, hace referencia a una instancia memorística que no crea reflexión.
	2	X			
	3	X			
	4	X			
	5	X			
	6	X			
	7	X			
	8	X			
	9	X			
2. M.5.2.27. Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.	10	X			
	11	X			
	12	X			
	13	X			
	14	X			
	15	X			

Consideraciones generales	Si	No
Las instrucciones orientan claramente a los estudiantes para responder el test de conocimientos.	X	

La cantidad de preguntas es adecuada.	X	
Consideraciones finales (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)		
1. Revisar la pregunta 1 y transformarla en una interrogante que genere reflexión y criticidad en el estudiante.		
Instrumento validado por:	Firma:	
Celular: 0998602044	 Firmado electrónicamente por: JUAN DIEGO COELLO APOLO	
Correo electrónico: jdiego.coelloa@ucuenca.edu.ec		

Para cada pregunta del TEST, marque con una “x” siguiendo la escala:

“**Si**” = considero **adecuada** la pregunta.

“**No**” = considero **inadecuada** la pregunta.

“**?**” = no tengo claro si la pregunta es **adecuada o inadecuada**

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO “PRE TEST”					
Destreza:	Pregunta	Si	No	?	Observaciones
1. M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles, y encontrar la solución óptima.	1	X			
	2	X			
	3	X			
	4	X			
	5	X			
	6	X			
	7	X			
	8	X			
	9	X			
2. M.5.2.27. Resolver y plantear aplicaciones (un modelo simple de línea de producción), interpretando y juzgando la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.	10	X			
	11	X			
	12	X			
	13			X	Esta pregunta evalúa lo mismo que la destreza anterior
	14	X			
	15	X			

Consideraciones generales	Si	No
Las instrucciones orientan claramente a los estudiantes para responder el test de conocimientos.	X	
La cantidad de preguntas es adecuada.	X	

Consideraciones finales (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)		
1. La cantidad de hojas es excesiva, tal vez se podría optimizar el espacio para que no tienda a dar una impresión de ser un test extenso		
2. No se indica las ponderaciones de cada pregunta o indicar que cada pregunta tiene la misma ponderación?		
Instrumento validado por: PHD. PATRICIO GUACHÚN	Firma: 	
Celular: 0987074734		
Correo electrónico: patricio.guachun@ucuenca.edu.ec		

Anexo C. Encuesta de percepción de la motivación.



UNIDAD EDUCATIVA “SANTA ROSA”

Teléf. Fax: 2365-493 / 2365253.

unidadeducativasantarosa@hotmail.com

Octavio Cordero Palacios – Cuenca - Ecuador

ENCUESTA DE PERCEPCIÓN DE LA MOTIVACIÓN

Fecha:

Curso:

Ítems	¿Qué se quiere averiguar?
1. Con respecto al uso de GeoGebra como apoyo para las actividades desarrolladas en su proceso de aprendizaje del tema de programación lineal, su nivel de satisfacción es: Muy satisfactorio () Satisfactorio () Poco satisfactorio () Nada satisfactorio ()	ACTITUDINAL Busca evaluar la percepción de los estudiantes sobre la utilidad y eficacia de GeoGebra como herramienta de apoyo en el aprendizaje del tema de programación lineal. Ayuda al docente a comprender cómo los estudiantes perciben el valor de GeoGebra como herramienta de apoyo en la comprensión del tema.
2. ¿Le gustaría que su docente utilice más seguido el software GeoGebra para impartir sus clases? Si () No ()	MOTIVACIONAL Las respuestas a esta pregunta proporcionarán información sobre el interés y la preferencia de los estudiantes hacia el uso continuo de GeoGebra como herramienta pedagógica. Si la mayoría de respuestas son afirmativas, sugiere un interés positivo en la herramienta y puede indicar que los estudiantes encuentran beneficios y valor en su uso.
3. ¿Cree usted que mejoró su nivel de aprendizaje con el uso del software GeoGebra en las actividades desarrolladas? Si () No ()	MOTIVACIONAL Busca evaluar la percepción de los estudiantes sobre el impacto del uso de GeoGebra en su proceso de aprendizaje. Si la mayoría de los estudiantes responde de manera positiva, esto sugiere que GeoGebra está siendo percibido como una herramienta valiosa que contribuye al aprendizaje efectivo del tema. Por otro lado, si hay respuestas negativas o mixtas, puede ser necesario explorar las razones detrás de esas percepciones y considerar ajustes en la implementación del software.
4. ¿Anteriormente, ha trabajado con un software como apoyo para el aprendizaje de las matemáticas? Si ()	ACTITUDINAL Busca obtener información sobre la experiencia previa de los estudiantes con el uso de software como herramienta de apoyo

No ()	en el aprendizaje de matemáticas. Esta información es valiosa para el docente al planificar, ya que puede influir en la forma en que se introduce y se utiliza GeoGebra.
5. ¿Considera usted que el lenguaje empleado en las actividades desarrolladas sobre el uso de GeoGebra es preciso? Siempre () Casi siempre () Algunas veces () Nunca ()	PROCEDIMENTAL Busca evaluar la percepción de los estudiantes sobre la claridad y precisión del lenguaje utilizado en las actividades relacionadas con el uso de GeoGebra. Si la mayoría de los estudiantes considera que el lenguaje es preciso, esto sugiere que las instrucciones están siendo efectivas y facilitan el entendimiento de las actividades. Si, por el contrario, hay respuestas que indican que el lenguaje no es preciso, puede ser necesario revisar y mejorar las explicaciones.
6. ¿Considera usted que el aprendizaje de la programación lineal con el empleo de GeoGebra fue dinámico? Siempre () Casi siempre () Algunas veces () Nunca ()	PROCEDIMENTAL Las respuestas a esta pregunta proporcionarán información sobre si los estudiantes sienten que su aprendizaje con la utilización de GeoGebra permitió una exploración interactiva y práctica del tema. Un aprendizaje dinámico está asociado con la capacidad de manipular gráficos, experimentar con diferentes variables y ver de manera interactiva cómo cambian los resultados.
7. ¿Considera usted que trabajar con el apoyo de GeoGebra para el tema de programación lineal ayudó a cumplir los objetivos de aprendizaje propuestos? Siempre () Casi siempre () Algunas veces () Nunca ()	PROCEDIMENTAL Busca evaluar la percepción de los estudiantes sobre la contribución de GeoGebra al logro de los objetivos de aprendizaje establecidos para el tema de programación lineal. Si la mayoría de los estudiantes considera que GeoGebra contribuyó de manera positiva al cumplimiento de los objetivos, esto sugiere que la herramienta está siendo percibida como valiosa en el contexto de la enseñanza de la programación lineal. En caso de respuestas negativas o mixtas, se puede evaluar la implementación actual, identificar áreas de mejora y realizar ajustes para futuras actividades.

8. ¿Considera usted que con el uso de GeoGebra las actividades de apertura, desarrollo y cierre ayudaron de mejor manera a activar los conocimientos previos, construir nuevos conocimientos y consolidar dichos aprendizajes, respectivamente? Siempre () Casi siempre () Algunas veces () Nunca ()	ACTITUDINAL PROCEDIMENTAL Busca evaluar la percepción de los estudiantes sobre cómo el uso de GeoGebra influyó en diferentes etapas del proceso de enseñanza-aprendizaje. Si la mayoría de los estudiantes considera que GeoGebra fue beneficioso en activar conocimientos previos, construir nuevos conocimientos y consolidar aprendizajes, esto sugiere que la herramienta está cumpliendo un papel integral en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta pregunta es crucial para comprender cómo la herramienta se integra a lo largo de todo el proceso educativo.
9. ¿En qué sección de las actividades desarrolladas tuvo mayor dificultad para su desarrollo con el uso de GeoGebra? Actividades de apertura () Actividades de desarrollo () Actividades de cierre ()	PROCEDIMENTAL Busca identificar las áreas específicas dentro de las actividades donde los estudiantes enfrentaron mayores desafíos al utilizar GeoGebra. Las respuestas son valiosas para el docente, ya que permite identificar áreas que pueden necesitar una mayor explicación, ejemplos adicionales o enfoques pedagógicos diferentes.
10. Por favor escriba alguna observación y/o recomendación sobre la utilización de GeoGebra en las actividades desarrolladas.	ACTITUDINAL MOTIVACIONAL PROCEDIMENTAL Busca recopilar comentarios detallados y sugerencias de los estudiantes sobre su experiencia específica con GeoGebra en las actividades. Las respuestas a esta pregunta ofrecen información valiosa sobre los aspectos positivos, desafíos y posibles mejoras en la implementación de GeoGebra en las actividades.

DISTRIBUCIÓN DE LAS PREGUNTAS POR CATEGORÍAS

PREGUNTA	ACTITUDINAL	MOTIVACIONAL	PROCEDIMENTAL
1	X		
2		X	
3		X	
4	X		
5			X
6			X
7			X
8	X		X
9			X
10	X	X	X



UNIDAD EDUCATIVA "SANTA ROSA"

Teléf. Fax: 2365-493 / 2365253.

unidadeducativasantarosa@hotmail.com

Octavio Cordero Palacios – Cuenca - Ecuador

ENCUESTA DE PERCEPCIÓN DE LA MOTIVACIÓN

Fecha:

Curso:

El tiempo de duración de la encuesta es de 30 minutos. Por favor señalar una sola respuesta para cada pregunta.
Objetivo: El objetivo de esta encuesta es obtener información sobre la percepción y motivación de los estudiantes en relación con el uso del Software GeoGebra en las secuencias didácticas para enseñar el tema de Programación Lineal.
CONTESTE LAS SIGUIENTES PREGUNTAS
1. Con respecto al uso de GeoGebra como apoyo para las actividades desarrolladas en su proceso de aprendizaje del tema de programación lineal, su nivel de satisfacción es: Muy satisfactorio () Satisfactorio () Poco satisfactorio () Nada satisfactorio ()
2. ¿Le gustaría que su docente utilice más seguido el software GeoGebra para impartir sus clases? Si () No ()
3. ¿Cree usted que mejoró su nivel de aprendizaje con el uso del software GeoGebra en las actividades desarrolladas? Si () No ()
4. ¿Anteriormente, ha trabajado con un software como apoyo para el aprendizaje de las matemáticas? Si () No ()
5. ¿Considera usted que el lenguaje empleado en las actividades desarrolladas sobre el uso de GeoGebra es preciso? Siempre () Casi siempre () Algunas veces () Nunca ()
6. ¿Considera usted que el aprendizaje de la programación lineal con el empleo de GeoGebra fue dinámico? Siempre () Casi siempre () Algunas veces () Nunca ()

7. ¿Considera usted que trabajar con el apoyo de GeoGebra para el tema de programación lineal ayudó a cumplir los objetivos de aprendizaje propuestos?			
Siempre ()	Casi siempre ()	Algunas veces ()	Nunca ()
8. ¿Considera usted que con el uso de GeoGebra las actividades de apertura, desarrollo y cierre ayudaron de mejor manera a activar los conocimientos previos, construir nuevos conocimientos y consolidar dichos aprendizajes, respectivamente?			
Siempre ()	Casi siempre ()	Algunas veces ()	Nunca ()
9. ¿En qué sección de las actividades desarrolladas tuvo mayor dificultad para su desarrollo con el uso de GeoGebra?			
Actividades de apertura ()	Actividades de desarrollo ()	Actividades de cierre ()	
10. Por favor escriba alguna observación y/o recomendación sobre la utilización de GeoGebra en las actividades desarrolladas.			
.....			
.....			
.....			
.....			

Anexo D. Validación de la encuesta de percepción mediante expertos.

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE "ENCUESTA"																		
Objetivos	Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para medir el impacto generado en los estudiantes de la asignatura de Matemáticas al momento de aplicar una nueva metodología para el desarrollo de las clases de programación lineal.																	
Objetivos de la investigación	☐ Indagar la actitud de los estudiantes al cambio en la metodología para el desarrollo de las clases de programación lineal. ☐ Analizar el rendimiento actitudinal, motivacional y procedimental de los estudiantes.																	
	Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9	
Criterios a evaluar	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Coherencia interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Sesgo (inducción a la respuesta)		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Respuesta puede estar orientada a la desabilidad social		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Contribuye a los objetivos de la investigación	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M		M		MO		M		M		M		MO		M		M	
Reconsiderar el término nivel de aprendizaje evaluando los niveles de aprendizaje, solo si aprendió los contenidos. Como estudiantes no están en la capacidad de ver si se alcanzan los objetivos educativos más lo notaría el docente.																		

Criterios a evaluar	Ítem No.10		Ítem No.11		Ítem No.12		Ítem No.13		Ítem No.14		Ítem No.15		Ítem No.16		Ítem No.17		Ítem No.18				
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No			
Claridad en la redacción	X																				
Coherencia interna	X																				
Sego (inducción a la respuesta)		X																			
Redacción adecuada a la población de estudio	X																				
Respuesta puede estar orientada a la discapacidad social		X																			
Contribuye a los objetivos de la investigación	X																				
Contribuye a medir el constructo en estudio	X																				
Observaciones a cada ítem, considere si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M																				
	No aconsejaría hacer una pregunta abierta en una encuesta a menos que se pueda agrupar luego por categorías las respuestas.																				
Consideraciones generales																		Si		No	
Las instituciones orientan claramente para responder la encuesta																		X			
La secuencia de los ítems es lógica																		X			
La cantidad de ítems es adecuada																		X			
Consideraciones finales (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)																					
1. La encuesta es pertinente para los objetivos de la investigación.																					
2.																					

Instrumento validado por: Dr. Patricio Guachun		Firma
Celular: 087074734		
Correo electrónico: patricio.guachun@ucuenca.edu.ec		

Objetivos		GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE "ENCUESTA"																	
		Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para medir el impacto generado en los estudiantes de la asignatura de Matemáticas al momento de aplicar una nueva metodología para el desarrollo de las clases de programación lineal.																	
		☐ Indagar la actitud de los estudiantes al cambio en la metodología para el desarrollo de las clases de programación lineal.																	
		☐ Analizar el rendimiento actitudinal, motivacional y procedimental de los estudiantes.																	
Objetivos de la Investigación	Criterios a evaluar	Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9	
		Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
	Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
	Coherencia interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
	Sesgo (inducción a la respuesta)		X		X		X		X		X		X		X		X		X
	Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
	Respuesta puede estar orientada a la deseabilidad social	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
	Contribuye a los objetivos de la investigación	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
	Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
	Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M		M		M		M		M		M		M		M		M	

Criterios a evaluar	Item No.10		Item No.11		Item No.12		Item No.13		Item No.14		Item No.15		Item No.16		Item No.17		Item No.18	
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Coherencia interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Sego (inducción a la respuesta)		X		X		X		X		X		X		X		X		X
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Respuesta puede estar orientada a la discapacidad social	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a los objetivos de la investigación	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Observaciones a cada ítem, considera si debiera eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M		M		M		M		M		M		M		M		M	
Consideraciones generales																		
Las instrucciones orientan claramente para responder la encuesta																		
La secuencia de los ítems es lógica																		
La cantidad de ítems es adecuada																		
Consideraciones finales (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)																		
1.																		
2.																		
Instrumento validado por: MSC. IRMA ROJAS R.																		
Celular: 094570808																		
Correo electrónico: irmalre26@gmail.com																		
																		
Firma:																		

GUÍA DE OBSERVACIÓN PARA EL INSTRUMENTO DE "ENCUESTA"																			
Objetivos	Evaluar la pertinencia de cada uno de los ítems de la entrevista para medir el impacto generado en los estudiantes de la asignatura de Matemáticas al momento de aplicar una nueva metodología para el desarrollo de las clases de programación lineal.																		
Objetivos de la investigación	☐ Indagar la actitud de los estudiantes al cambio en la metodología para el desarrollo de las clases de programación lineal.																		
	☐ Analizar el rendimiento actitudinal, motivacional y procedimental de los estudiantes.																		
Criterios a evaluar	Ítem No.1		Ítem No.2		Ítem No.3		Ítem No.4		Ítem No.5		Ítem No.6		Ítem No.7		Ítem No.8		Ítem No.9		
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Coherencia interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Sesgo (inducción a la respuesta)	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Respuesta puede estar orientada a la desestabilidad social	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Contribuye a los objetivos de la investigación	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X		
Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M		M		M		M		M		M		M		M		M		M

Criterios a evaluar	Ítem No.10		Ítem No.11		Ítem No.12		Ítem No.13		Ítem No.14		Ítem No.15		Ítem No.16		Ítem No.17		Ítem No.18	
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
Claridad en la redacción	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Coherencia interna	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Sego (inducción a la respuesta)	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Redacción adecuada a la población de estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Respuesta puede estar orientada a la desestabilidad social	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a los objetivos de la investigación	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Contribuye a medir el constructo en estudio	X		X		X		X		X		X		X		X		X	
Observaciones a cada ítem, considera si debería eliminarse (E), modificarse (MO), mantenerse (M), por favor especificar.	M		M		M		M		M		M		M		M		M	
Consideraciones generales																		
Las instrucciones orientan claramente para responder la encuesta																		
La secuencia de los ítems es lógica																		
La cantidad de ítems es adecuada																		
Consideraciones finales (favor agregar observaciones que han sido consideradas en este tamaño)																		
1.																		
2.																		
Instrumento validado por:																		
Celular: 098602044																		
Correo electrónico: diego.casal@ucuenca.edu.ec																		
Firma: 																		

Anexo E. Autorización para la intervención.



UNIDAD EDUCATIVA "SANTA ROSA"

Teléf. Fax: 2365-493 / 2365253.

unidadeducativasantarosa@hotmail.com

Octavio Cordero Palacios – Cuenca - Ecuador

Cuenca, 01 de junio del 2023

Lic. Patricio González

RECTOR DE LA UNIDAD EDUCATIVA SANTA ROSA

Su despacho,

De mi consideración:

Reciba un cordial saludo y a la vez le expreso mis mejores augurios en las funciones a usted encomendadas en bien de la educación.

El motivo de la presente es para solicitarle a usted de la manera más comedida su autorización para el desarrollo y aplicación del Trabajo de Titulación de la Maestría en Educación que me encuentro cursando en la Universidad de Cuenca con el tema: "GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la programación lineal en el tercer año de Bachillerato general unificado". La investigación será desarrollada durante el mes de junio.

Segura de contar con la aceptación a esta petición, expreso mis sentimientos de consideración y gratitud sincera.

Atentamente,

Ing. Pamela Astudillo Aguilar

Docente U.E Santa Rosa

Recibido y autorizado para el desarrollo y aplicación del trabajo de Titulación a los alumnos del Tercero de Bachillerato



Anexo F. Evidencias fotográficas de la intervención.

