

# UCUENCA

Facultad de Ciencias Químicas

Carrera de Ingeniería Industrial

## **Modelo no Lineal de Abastecimiento de Productos Cárnicos con el Software de Optimización AMPL - Excel.**

Trabajo de titulación previo a la obtención  
del título de Ingeniero Industrial

### **Autor:**

Lenin Andres Pillco Reino

**CI:** 010664341-4

**Correo electrónico:** leninandres408@hotmail.com

### **Director:**

Ing. Franklin Eduardo Guamán Ortiz

**CI:** 010277503-8

**Cuenca-Ecuador**

**30-junio-2022**

## **Resumen:**

La confusa reposición de productos cárnicos genera costos y gastos innecesarios, esto debido a su gran demanda, además de factores inciertos, como la estacionalidad del producto o la variabilidad del consumidor, lo cual dificulta una reposición adecuada y provoca desperdicios en un supermercado. Por las razones expuestas anteriormente, el estudio presenta un método para el adecuado abastecimiento, considerando la caducidad de los productos, para que de esa forma disminuir desperdicios y optimizar costos en un supermercado, también se identificaron parámetros en el abastecimiento de los productos. El estudio se desarrolló de carácter propositivo, el cual está fundamentado en la investigación de operaciones, empleando la programación no lineal, considerando a la demanda como una función, cuyo origen era de una línea de tendencia polinómica generada de los datos de ventas de los productos. Se realizó una comparativa con el modelo de revisión periódica, logrando una disminución en las cantidades de pedido, evitando un exceso de productos, obteniendo una disminución del 17,34 % en los costos generados. El modelo empleado de programación no lineal logró obtener una cantidad óptima y respondió de manera eficiente en una simulación, consiguiendo visualizar una relación entre el tiempo de vida de un producto y la cantidad de inventario inicial.

## **Palabras claves:**

Deterioro. Inventarios. Programación no lineal. Modelo. Optimización.

**Abstract:**

The confusing replenishment of meat products generates unnecessary costs and expenses, due to their high demand, in addition to uncertain factors such as the seasonality of the product or consumer variability, which makes adequate replenishment difficult and causes waste in a supermarket. For the reasons stated above, the study presents a method for the adequate supply, considering the expiration date of the products, in order to reduce waste and optimize costs in a supermarket, also parameters in the supply of products were identified. The study was developed with a propositional character, which is based on operations research, using nonlinear programming, considering the demand as a function, whose origin was a polynomial trend line generated from the product sales data. A comparison was made with the periodic review model, achieving a decrease in the order quantities, avoiding an excess of products, obtaining a decrease of 17.34 % in the generated costs. The non-linear programming model used was able to obtain an optimal quantity and responded efficiently in a simulation, managing to visualize a relationship between the lifetime of a product and the amount of initial inventory.

**Keywords:** Deterioration. Inventories. Nonlinear Programming. Model. Optimization.

## Índice

I.	INTRODUCCIÓN .....	10
1.1.	Revisión Literaria.....	11
1.2.	Método investigativo .....	15
1.3.	Investigación y contribución.....	18
II.	MATERIALES Y MÉTODOS .....	19
2.1.	Modelos previos.....	19
2.2.	Dimensiones del modelo propuesto. ....	20
2.3.	Sistema de valoración .....	21
III.	MODELO DE INVENTARIO CON DETERIORO.....	21
3.1.	Supuestos para el modelo de optimización matemática son los siguientes: .....	23
3.2.	Notación:.....	24
3.2.1.	Índices.....	24
3.2.2.	Parámetros.....	24
3.2.3.	Variables .....	24
3.3.	Modelo de inventario con deterioro: .....	25
3.3.1.	Restricciones que debe cumplir en las condiciones Karush- Kuhn-Tucker:.....	25
3.3.2.	Condiciones Karush- Kuhn-Tucker .....	25
3.4.	Formulación del modelo de inventario .....	26
3.4.1.	Función Objetivo.....	27
3.4.2.	Condiciones necesarias de primer orden de Karush Kuhn Tucker (KKT): .....	28
3.4.3.	Condiciones necesarias de segundo orden o condiciones suficientes de Karush Kuhn Tucker (KKT) .....	29
3.4.4.	Condiciones necesarias de tercer orden o condiciones de regularidad de Karush Kuhn Tucker (KKT) .....	30
IV.	RESULTADOS DEL ESTUDIO Y DISCUSIONES: .....	34
4.1.	Prueba y validación del modelo .....	36
4.1.1.	Comparativa entre el modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal .	36
4.2.	Demostración del modelo y análisis de resultados .....	38
4.2.1.	Resultados de la simulación.....	38
4.2.2.	Gráficos comparativos de resultados. ....	40

4.2.3.	Prueba Estadística. ....	46
1.1.1.	Análisis de resultados.....	49
V.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	56
VI.	AGRADECIMIENTO .....	58
VII.	DEDICATORIA .....	58
VIII.	BIBLIOGRAFÍA: .....	59

## Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> Flujograma de la estructura de capítulos.....	17
<b>Figura 2</b> Diagrama de flujo para el proceso de reabastecimiento semanal en un supermercado .....	22
<b>Figura 3</b> Curva de la demanda.....	34
<b>Figura 4</b> Resolución del modelo propuesto, con el software AMPL.....	35
<b>Figura 5</b> Comparativa del inventario inicial del modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal.....	40
<b>Figura 6</b> Comparativa de la cantidad de pedido del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal .....	41
<b>Figura 7</b> Comparativa del inventario total del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal.....	42
<b>Figura 8</b> Comparativa del inventario final del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal.....	43
<b>Figura 9</b> Comparativa del costo generado del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal.....	44
<b>Figura 10</b> Comparativo general de 10 semanas del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal .....	45
<b>Figura 11</b> Comparativo de la vida útil del producto con el inventario inicial mediante el modelo de programación no lineal.....	50
<b>Figura 12</b> Comparativo de la vida útil del producto con cantidad de pedido mediante el modelo de programación no lineal.....	52
<b>Figura 13</b> Comparativo de vida útil del producto con el inventario mínimo mediante el modelo de programación no lineal.....	53
<b>Figura 14</b> Comparativa del comportamiento de la cantidad total almacenado con la demanda.....	54

## Lista de Tablas

<b>Tabla 1</b> Parámetros y valores Programación no lineal .....	36
<b>Tabla 2</b> Parámetros y valores en caso de revisión periódica .....	37
<b>Tabla 3</b> Valores obtenidos mediante el modelo de Programación no lineal.....	39
<b>Tabla 4</b> Valores obtenidos mediante Revisión Periódica.....	39
<b>Tabla 5</b> Porcentaje de disminución de los valores obtenidos mediante revisión periódica y el modelo de programación no lineal.....	45
<b>Tabla 6</b> Prueba estadística ANOVA de un factor del inventario final .....	47
<b>Tabla 7</b> Prueba estadística ANOVA de un factor del Total almacenado.....	48
<b>Tabla 8</b> Prueba estadística ANOVA de un factor de la Cantidad de pedido.....	48
<b>Tabla 9</b> Prueba estadística ANOVA de un factor del Costo generado.....	49
<b>Tabla 10</b> Valores de acuerdo con el tiempo de vida útil del producto y del Inventario inicial.....	49
<b>Tabla 11</b> Valores de acuerdo con el tiempo de vida útil del producto y cantidad de pedido.....	51
<b>Tabla 12</b> Valores de acuerdo con el tiempo de vida útil del producto y del inventario mínimo.....	53

## Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

---

Lenin Andrés Pillco Reino en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "**Modelo no Lineal de Abastecimiento de Productos Cárnicos con el Software de Optimización AMPL – EXCEL**", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 30 de junio de 2022



---

Lenin Andrés Pillco Reino

C.I: 0106643414



## Cláusula de Propiedad Intelectual

---

Lenin Andrés Pillco Reino, autor/a del trabajo de titulación **“Modelo no Lineal de Abastecimiento de Productos Cárnicos con el Software de Optimización AMPL – EXCEL”**, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 30 de junio de 2022



---

Lenin Andrés Pillco Reino

C.I: 0106643414

## I. Introducción

Los productos perecederos como la carne, mariscos y vegetales son indispensables en las ventas en un supermercado. Estos productos, debido a su alta tasa de demanda se ven afectados con frecuencia, ya sea por la baja disponibilidad en los estantes, así también como su tiempo de consumo. Por lo cual, en un supermercado, es importante el nivel de inventario que exhibe, además del manejo adecuado en su conservación. En este sentido, la WWF Ecuador (World Wildlife Fund Ecuador, 2020) informa que “El desperdicio de alimentos generados en Ecuador en el año 2019 asciende a 939 000 toneladas. Esta gran cantidad de alimentos desechados tuvo un gran impacto económico en la economía con una pérdida de 334 millones de dólares en toda la cadena de suministro de los alimentos”. Además, la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, (FAO, 2019; por sus siglas en inglés: Food and Agriculture Organization) menciona que: “la mayor cantidad de productos alimenticios desperdiciados se da a nivel de mercados minoristas, debido a que se mantiene una cantidad excesiva de productos alimenticios con el objetivo de tener un nivel de servicio más alto”.

Para lo cual, las etapas de control que hay en los productos deben ser rigurosas, y estar acordes al nivel de producción, almacenamiento y venta. En virtud de ello, una de las estrategias para evitar su deterioro y caducidad es la promoción de políticas de precio, con el objetivo de aumentar el consumo. En el caso de los mercados minoristas, se ha planteado manejar el abastecimiento de productos de acuerdo con la demanda y la preferencia de los consumidores. Así también, se debe realizar una completa clasificación del tipo de alimento que se va a manipular, la clase y el tiempo de deterioro al que está sujeto. Ya que, la mayoría de los artículos no tienen una misma tasa de descomposición, en algunos casos el deterioro puede ser continuo o exponencial, y depende de su nivel de demanda. Todos los mencionados aspectos, son componentes importantes para realizar estimaciones en la adquisición de los productos alimenticios.

Anteriormente, el manejo de los productos alimenticios estaba realizado por modelos de cantidad económica de pedido “EOQ” (por sus siglas en inglés de: Economic Order Quantity) y por un sistema de revisión periódica del inventario. Sin embargo, con el paso del tiempo, dichos modelos fueron evolucionando, debido a que los productos no se lograban vender, generando desperdicio, y un despilfarro de recursos financieros.

Es por esta evidente problemática, que el presente estudio se centra en el mejor reabastecimiento de productos de primera necesidad, específicamente cárnicos. Se ha seleccionado este tipo de

producto debido a que posee variabilidad en la tasa de deterioro, además, de la posible reducción en costos económicos innecesarios y la mejora en la rentabilidad del local comercial. El producto cárnico está sujeto a un formato específico de tienda, y la combinación típica de recursos, capacidades, ubicación, tamaño, calidad, precio de productos, nivel de servicio, número de categorías (ancho de la gama de productos), y número de existencias unidades “SKU” (por sus siglas en inglés de Stock Keeping Unit) en cada categoría (profundidad de la gama de productos). Con lo expuesto anteriormente, para este estudio, se busca implantar el uso de la programación no lineal para el abastecimiento de productos cárnicos en un supermercado. Este formato de tienda seleccionado, se debe a que se tiene una elevada probabilidad de generar mayores residuos, y a la vez tiene mayor potencial para reducir el desperdicio de alimentos, además, un amplio surtido de productos, nivel de servicio alto al igual que el estándar de calidad y un alto número de personal. Lo que permitirá un mejor control en el reabastecimiento, y la correcta identificación de los costos generados por sobreabastecimiento.

En resumen, la finalidad del estudio es desarrollar un modelo no lineal de control de inventario para productos cárnicos. Productos que están sujetos a demanda aleatoria con un horizonte de planificación de varios periodos, pero que se busca identificar un correcto rango de abastecimiento, identificar variables sensibles al cambio, de acuerdo con los parámetros establecidos, correlacionar las variables a través del modelo matemático, reducir desperdicios, evitar escasez, determinar un plan de abastecimiento rentable en cuanto a cantidad y tiempo de conservación, y establecer estrategias para desarrollar herramientas que ayuden al supermercado a minimizar el costo total.

## **1.1. Revisión Literaria**

De acuerdo con las investigaciones de Ghare y Schrader (1963) relacionadas con la vida útil aleatoria, presentan una tasa de deterioro exponencial o una tasa de deterioro de probabilidad aleatoria. Primero, formulan el cambio de nivel de inventario considerando una tasa de deterioro constante que implica un inventario en declive exponencial. Covert y Philip (1973) y Philip (1974) amplían el modelo de Ghare y Schrader (1963) teniendo en cuenta las tasas de deterioro de la distribución de Weibull (distribución de probabilidad continua) de dos y tres parámetros. Más adelante, Tadikamalla (1978) analiza el mismo modelo sin atrasos y asume que la tasa de deterioro obedece a una distribución Gamma (distribución de probabilidad continua con dos parámetros).

Dentro de este orden de ideas, controlar los inventarios de los alimentos cárnicos ha sido un desafío a nivel macro, de supermercado. Puesto que, se debe regular el sobreabastecimiento, las

pérdidas en las ventas, el deterioro de los productos, y así, reducir la reducción o la eliminación de los desperdicios. Partiendo de este punto de vista, se han encontrado similitudes en modelos aplicados presentes en la literatura revisada. Estos modelos se centran en dos aspectos: el reabastecimiento de productos perecederos en un mercado minorista y el reabastecimiento de alimentos cárnicos en un supermercado. En cuanto al primero, el estudio realizado por Belk (1975), determina el abastecimiento conforme a las situaciones que se presentan en el mercado minorista. Es decir, se abastece este tipo de mercado con productos cárnicos según los pronósticos de ventas, realizando el pedido 2 veces por semana. Por otro lado, Motadel et al. (2012), han realizado un modelo matemático para evaluar y controlar los inventarios de productos cárnicos a través del Método de Categorización de los Artículos de Inventario (Método ABC). Este modelo propone un enfoque para la clasificación del inventario según las condiciones de los artículos, y de acuerdo con el objetivo o varios objetivos, como son: minimizar los costos, maximizar la tasa de rotación de inventario, tiempo de descomposición de los productos, entre otros.

En cuanto al deterioro de los productos, Sarkar (2012) sugiere que la tasa de deterioro depende del tiempo y una tasa de reposición finita con un retraso en los pagos, en la cual las órdenes se deben realizar mensualmente. Así mismo, Muriana (2016) asume que, la vida útil determinista, es un parámetro distintivo, al considerar los efectos de las fluctuaciones de la demanda en el tiempo de almacenamiento de los productos. Lo cual, requiere una reposición de los productos en un periodo mensual.

Por otra parte, varios estudios realizados sobre el control de inventarios, como el de Li et al. (2015), proponen una política de fijación dinámica de precios y control de inventario. En el mismo estudio, el inventario es estocástico con productos perecederos, ya que, presenta un tiempo no determinista y continuo de modelo de inventario, con productos perecederos en el establecimiento, el manejo de precios dinámicos y el cronograma de producción y administración. El cronograma de producción se obtiene resolviendo una ecuación Hamilton-Jacobi-Bellman (ecuación diferencial para el control óptimo, con las siglas de ecuación HJB). Además, este estudio se enfoca en la producción, centrándose en el manejo de precios y control de manufactura. Por otro lado, Mishra (2015) realiza un estudio acerca de un modelo de inventario determinista de tiempo de espera para artículos perecederos en existencias, con una demanda dependiente del tiempo. Este tipo de investigación hace uso de la función lineal por partes, que sirven para cuantificar la relación entre demanda e inventario; y así determinar la política de pedidos óptima, encontrando su longitud óptima del intervalo de inventario. Es decir, inventario positivo y la duración óptima del ciclo de pedido para lograr minimizar el costo.

Haijema (2014) y Muriana (2016) indican que la vida útil fija de los productos, se centran en políticas de emisión adecuadas. Esto significa, que el abastecimiento compra estará de acuerdo con las decisiones óptimas de pedido para evitar escasez, debido a la tasa de descomposición de los productos. Gutiérrez et al. (2016) plantean una simple heurística para el control de inventario de artículos perecederos, bajo demanda estocástica no estacionaria, empleando un modelo de control de inventario para artículos perecederos con una vida útil fija. La investigación alcanza la eficacia de la heurística, a través de un estudio numérico integral, centrado en una serie de diferentes patrones de demanda, así como en una gama de valores diferentes para el costo de pedido, de penalización y el costo de desperdicio. Por lo contrario, Herbon y Khmel'nitsky (2017) asumen que, la demanda es una función pseudo aditiva del precio y del tiempo. Es así que, desarrollan un modelo para determinar el precio dinámico, que está relacionado directamente con la frescura del producto perecedero. Aunque, Dobson et al. (2017) desarrollan un modelo de Cantidad Económica de Pedido determinista, asumiendo que la reposición satisface exactamente la demanda total de los consumidores, que disminuyen con el deterioro de la utilidad del producto.

Dentro del marco de la revisión literaria, el manejo de precios óptimos, en un sistema de inventario específico por edad de los artículos perecederos, pretende generar precios de acuerdo con el tiempo en que los productos estén sujetos a su caducidad, sin realizar la inclusión de reposiciones de productos y aceptando que las existencias tienen una vida fija (Lu et al., 2017). Por otro lado, un estudio sobre el abastecimiento de productos perecederos, en el cual Paknejad et al. (2018) plantean un modelo de cantidad económica de pedido perecedero, sujeto a distintas demandas de conformidad y no conformidad de artículos. Además, establecen modelos de cantidad económica de pedido, en el caso de dos demandas distintas que se coloquen en una producción estable, con una capacidad de proceso conocida, y representada por la proporción de artículos producidos no conformes, considerando los centros de distribución primario, secundario y la calidad del producto. En relación con el tema, Ketzenberg et al. (2018) analizan el problema de cómo establecer las fechas de vencimiento de productos con una tasa de deterioro estocástico (influenciada por el tiempo y la temperatura), lo cual consideran que es esencial para realizar el abastecimiento de un supermercado.

Yang et al. (2019) proponen un modelo donde se tiene en cuenta el efecto cruzado perecedero, en el control óptimo de la conservación de inventarios, logrando como resultado un nivel apropiado de abastecimiento de productos cárnicos o productos vegetales. Los mismos pueden estar en el mismo estante, consiguiendo de esta manera que no se deterioren con facilidad al estar expuestos a gases de descomposición o a las bacterias. En el estudio de Gruzauskas et al. (2019) afirman que,

la influencia en la precisión del pronóstico de las actividades de los clústeres logísticos, es el caso de una industria alimentaria, se tiene como objetivo reducir el desperdicio de alimentos para mejorar la planificación e incrementar la oferta o la demanda. El mismo, debe optimizar el nivel del inventario, de esta forma los beneficios se establecerán a través de la previsión y precisión, sin considerar la calidad de los alimentos. No obstante, estudios actuales realizados por Sebatjane y Adetunji (2020) presentan un análisis de decisiones óptimas de envío por tamaño de lote en una cadena de suministros de tres escalones. Para los artículos en crecimiento con demanda dependiente del nivel de inventario y fecha vencimiento, llegan a desarrollar un modelo de gestión de inventario con un sistema de manufactura de alimentos cárnicos en los niveles de producción, distribución y mercado minorista.

Al contrario, las observaciones realizadas por Zanjani et al. (2020) plantean un modelo verde resiliente para la planificación de la cadena de suministro de carne de varios escalones. En el mismo, se proponen que el inventario del mercado minorista es manejado por el matadero: llegando a tener un modelo que se basa en procesos estocásticos. En cambio, la investigación desarrollada por Belieres et al. (2020) propone un enfoque basado en la descomposición de Benders (programación matemática que permite la solución de problemas de programación lineal) para el diseño de redes de servicios logísticos; y que se inspira en la gestión de cadenas de suministro, como son los restaurantes que solicitan productos cárnicos. Este estudio está determinado por la capacidad de transporte que posee el vehículo que reparte los productos, puesto que las entregas se realizan de acuerdo con el requerimiento de los restaurantes. De esta forma, cada modelo es desarrollado mediante programación lineal o algoritmo heurístico, llegando a mostrar un abastecimiento diario, debido a la cadena de suministros y al nivel de consumo de los restaurantes.

Corsten y Gruen (2003) afirman que, en el área de la venta minorista, la gestión de operaciones minoristas y la logística en la tienda, se centran en la disponibilidad de los estantes. Así como la prevención de situaciones de falta de existencias, generando la aparición de residuos en las tiendas. Otros estudios abordan los procesos de reabastecimiento, juntamente con la eficiencia de los procesos de operaciones minoristas (tiendas), en la cuales, al no encontrar una solución óptima para el reabastecimiento, se apoyan en los pronósticos de ventas (Reiner et al., 2013).

Aunque, todos estos casos comparten una característica en común, mantener el nivel de servicio al cliente en términos de disponibilidad. Mientras que, el costo del exceso de existencias o el desperdicio solo se consideran marginalmente, siendo implícitamente requeridos en estudios sobre

“merma” o pérdida de mercadería por robo, fraude, errores administrativos, daños o desperdicio (Howell y Proudlove, 2007); (Rekik y Sahin, 2012).

En conclusión, el desperdicio de productos perecederos ha sido gradualmente ignorado en la literatura sobre administración de operaciones minoristas. En cuanto a las operaciones de los mercados minoristas, se muestra una variedad de investigaciones sobre los procesos de logística, distribución, mercadotecnia y manejo de precios. Aunque, estos métodos relacionados con la puesta a disposición de los productos, se centran únicamente en solo venderlos, sin tener en cuenta el estado del producto, el impacto al comercio minorista, la reducción de los pedidos o la prevención de desperdicios.

## **1.2. Método investigativo**

El método de investigación propuesto es propositivo. El mismo va a tener fundamento en la investigación de operaciones, debido a la aplicación de la programación no lineal, lo que ayudará a obtener la eficacia en las operaciones, decisiones o gestión. Todo esto con la finalidad de generar un modelo o herramienta que se pueda utilizar de apoyo en la administración y abastecimiento de productos perecederos en un supermercado.

De acuerdo con la literatura revisada, existen varios modelos de abastecimiento de productos perecederos. Aunque, no se han encontrado publicaciones similares que creen un modelo matemático que incluya todos los parámetros en los comportamientos de compra y consumo de los clientes. Ya que, el modelo debe generar el reabastecimiento de los productos cárnicos, además, de ser una herramienta de apoyo a la toma de decisiones, y que permita establecer el tamaño del pedido con la menor cantidad de desperdicio total. Así también, se debe considerar el comportamiento mixto de: Primero en Entrar Primero en Salir (FIFO), Último en Entrar Primero en Salir (LIFO), y que se posibilite su implementación en los comportamientos de compra y consumo de los clientes, para producir un resultado más realista.

De esta forma, se realizará la aplicación de la programación no lineal para la obtención de la eficacia en las operaciones, decisiones o gestión, con la finalidad de presentar un modelo o herramienta que se pueda utilizar de apoyo en la administración, y del abastecimiento de productos perecederos en un supermercado. Para ello, se procederá a plantear una función objetivo con el cual

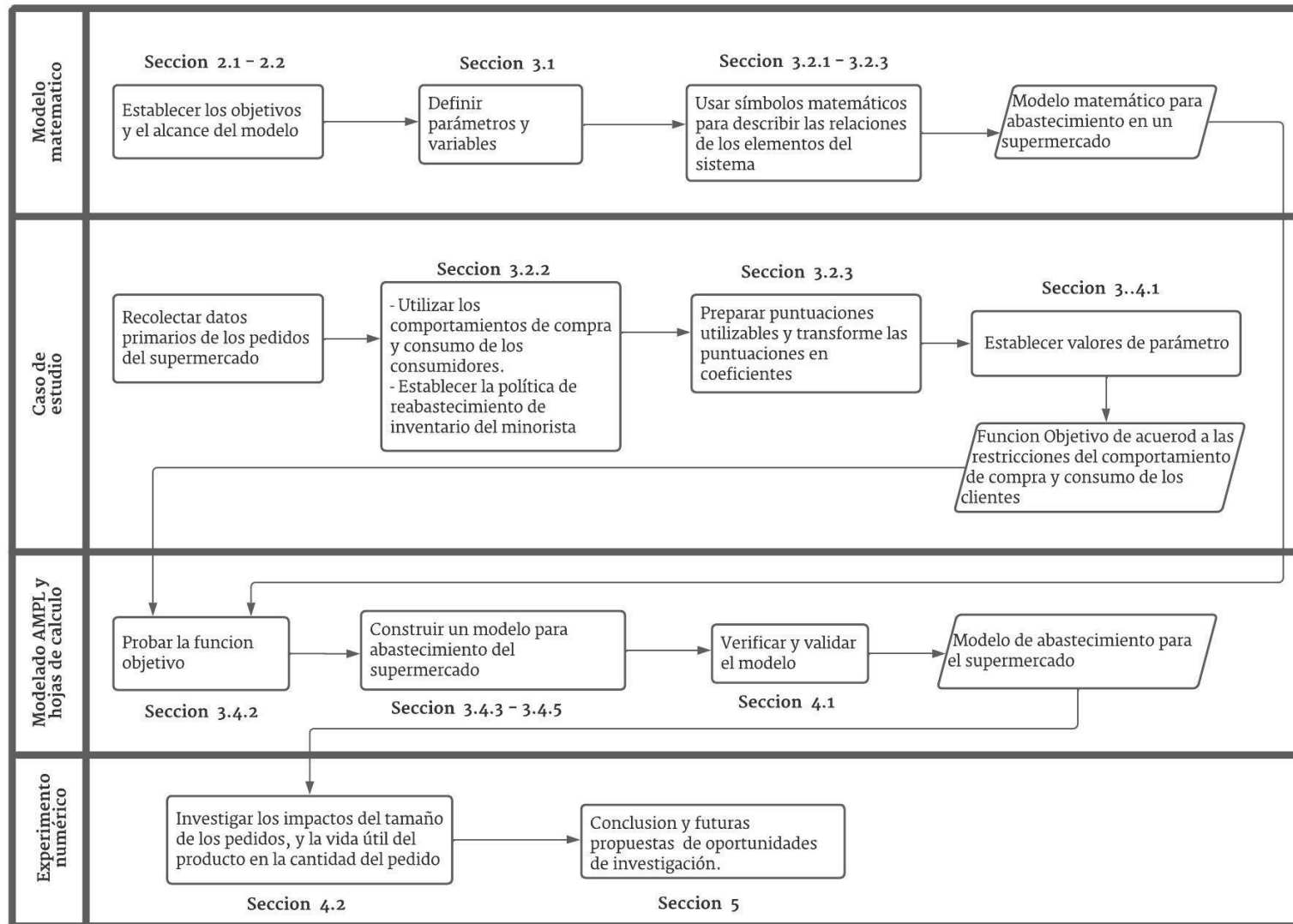
se satisfaga las restricciones del problema, mediante el uso de las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Esto, debido a que forma parte de la programación lineal y no lineal, teniendo que cumplir con las condiciones necesarias y suficientes para la optimización en la programación lineal, en la optimización convexa y la optimización no convexa.

Es así que, las condiciones poseen pruebas de primera derivada o también conocida como condiciones de primer orden. Además, la viabilidad en el uso de este método, es que satisface una solución en programación no lineal, siempre que se cumplan las condiciones de regularidad, ayudando así a solucionar funciones cóncavas o convexas. Para la resolución, se utilizará el programa AMPL (acrónimo de A Mathematical Programming Language). Aunque, para el análisis y comparación del modelo se hará uso de la herramienta Excel, con la finalidad de comparar los resultados obtenidos frente al sistema de revisión periódica. Finalmente, con el desarrollo de este modelo se pretende encontrar un rango de cantidad de unidades de abastecimiento, para minimizar desperdicios o productos faltantes, y de esta manera obtener ganancias en un supermercado.



**Figura 1**

Flujograma de la estructura de capítulos



Fuente: Somkun Po-ngarm. (2020). Food Industry Wastes (Pag 412).

## 1.3. Investigación y contribución

El principal objetivo de este estudio es desarrollar un modelo de control de inventarios para productos cárnicos en un supermercado, con demanda aleatoria, que depende del nivel de inventario, fecha de vencimiento; que aborde la variabilidad del deterioro, conjuntamente de las situaciones de los consumidores. Con la finalidad de evitar un proceso de abastecimiento ineficaz, ya sea que se soliciten demasiadas cantidades o al contrario se pida en pocas unidades, generando escasez en el abastecimiento. Para lo cual, se emplea la programación no lineal con la finalidad de ayudar al control de productos cárnicos en el supermercado, al mismo tiempo, reducir costos innecesarios y mejorar la rentabilidad.

Por otra parte, se espera determinar un plan de abastecimiento rentable, que ayude a identificar variables sensibles al cambio de acuerdo con los parámetros establecidos, simultáneamente proponer estrategias que ayuden a desarrollar herramientas beneficiosas al supermercado. De esta manera tener como objetivo de minimizar el costo total, decidir la cantidad adecuada de pedido, el periodo de pedido, además de la conservación. La razón para realizar el modelo reside en que se asume que el inventario procesado tiene un máximo especificado de vida útil, para evitar que el inventario se estropee o se pierda toda la utilidad, sería importante que el minorista reponga el inventario con la mayor frecuencia posible de una manera razonable, minimizando los costos totales de gestión de inventario. En otras palabras, cuanto más corta sea la vida útil total, más importante será entregar los productos al supermercado lo más rápido posible.

## II. Materiales y métodos

### 2.1. Modelos previos

El diseño de investigación exploratoria permite obtener información en profundidad sobre el fenómeno del desperdicio de alimentos, sus causas fundamentales, específicamente en los productos cárnicos y el formato de tienda. Por tal motivo, se pretende entender las complejidades involucradas, en la ocurrencia de la gestión del desperdicio de alimentos, para luego desarrollar un modelo conceptual que guíe al estudio propuesto.

En consecuencia, los resultados de la revisión literaria muestran un estudio realizado por Tashakkor et al. (2018) en el cual se adopta un enfoque de control óptimo, para encontrar precios dinámicos, el cual incluye, el ciclo de reabastecimiento, esto con la finalidad de maximizar la ganancia total de un artículo que se deteriora no instantáneamente. La tasa de deterioro no se considera fija, sino que aumenta después de un tiempo. Además, se considera una fecha de vencimiento, al momento en el que cualquier producto no vendido se vuelve inútil, teniendo que desecharse. La demanda del cliente depende del precio de venta y del nivel de inventario mostrado. A continuación, la investigación de Tashakkor et al. (2018) aborda el problema de la siguiente forma:

- Asumiendo que se da el ciclo de reabastecimiento, el precio dinámico óptimo se obtiene utilizando el principio máximo de Pontryagin. En el cual, se establece una condición necesaria que debe mantenerse en una trayectoria óptima. Es un cálculo para un valor inicial fijo del estado,  $x(0)$ .
- Se diseña un algoritmo unidimensional para obtener la solución óptima conjunta.

Sin embargo, Paknejad et al. (2018) presentan un modelo de cantidad económica de pedido con calidad imperfecta sujeto a distintas demandas de artículos conformes y no conformes. En este modelo, el costo de mantenimiento es una función no lineal del tiempo en la que un artículo se mantiene en el inventario. Asumiendo que el proveedor opera un proceso que está bajo control estadístico, el comprador aplica una política de inspección de calidad del 100%, y acepta todos los artículos conformes, para poder satisfacer la demanda en un mercado primario, rechazando todos los artículos no conformes, para posteriormente enviarlos a un almacén y satisfacer la demanda en

un mercado secundario. Janssen et al. (2018) proponen una política de reabastecimiento de inventario micro periódico para aquellos productos que rápidamente son perecederos con vida útil fija, tiempo de entrega determinista, ciclo de pedido fijo dado, políticas de emisión mixtas (emisión FIFO y emisión LIFO), stock basado en la edad, artículos imperfectos y nivel de servicio al cliente objetivo con demanda aleatoria.

Para resolver el problema de enrutamiento de inventario de productos perecederos con restricciones de ventana de tiempo, Ji et al. (2020) construyeron un modelo de programación lineal de enteros mixtos (MILP del inglés Mixed-Integer Linear Programming) para minimizar el costo total. Debido a la incertidumbre de la demanda del mercado, el modelo MILP es transformado en un modelo de programación robusta de enteros mixtos (MIRP del inglés Mixed-Integer Linear Robust Programming), ya que introduce conjuntos inciertos.

Ahora bien, Gholami et al. (2020) desarrollan un modelo estocástico bi-objetivo novedoso, para cubrir características específicas de la planificación del inventario de carne en una red de tres escalones. Dos estrategias de resiliencia están integradas en el modelo para autoprotegerse de las interrupciones. El comportamiento de las perturbaciones, en el contexto alimentario, se caracteriza por ilustrar situaciones del mundo real como procesos estocásticos, utilizando el método de Monte-Carlo. Para resolver el modelo, se derivan la aproximación promedio de la muestra y el método de Tchebycheff lexicográfico ponderado.

## **2.2. Dimensiones del modelo propuesto.**

El modelo de inventario ha sido propuesto para productos cárnicos, que se deterioran continuamente hasta llegar a su vida útil máxima. Teniendo eso presente, las dimensiones que posee dicho modelo son las siguientes:

- a.** Demanda aleatoria.
- b.** Tasa de deterioro de los productos cárnicos.
- c.** Cantidad máxima en estante.
- d.** Supermercado como formato de tienda.

## 2.3. Sistema de valoración

Se realizará un análisis, para determinar la correlación en las variables, para determinar el grado de influencia de una variable o parámetro en el modelo. De esta forma, cada variable se podrá representar de acuerdo con las relaciones, pudiendo llegar a ser:

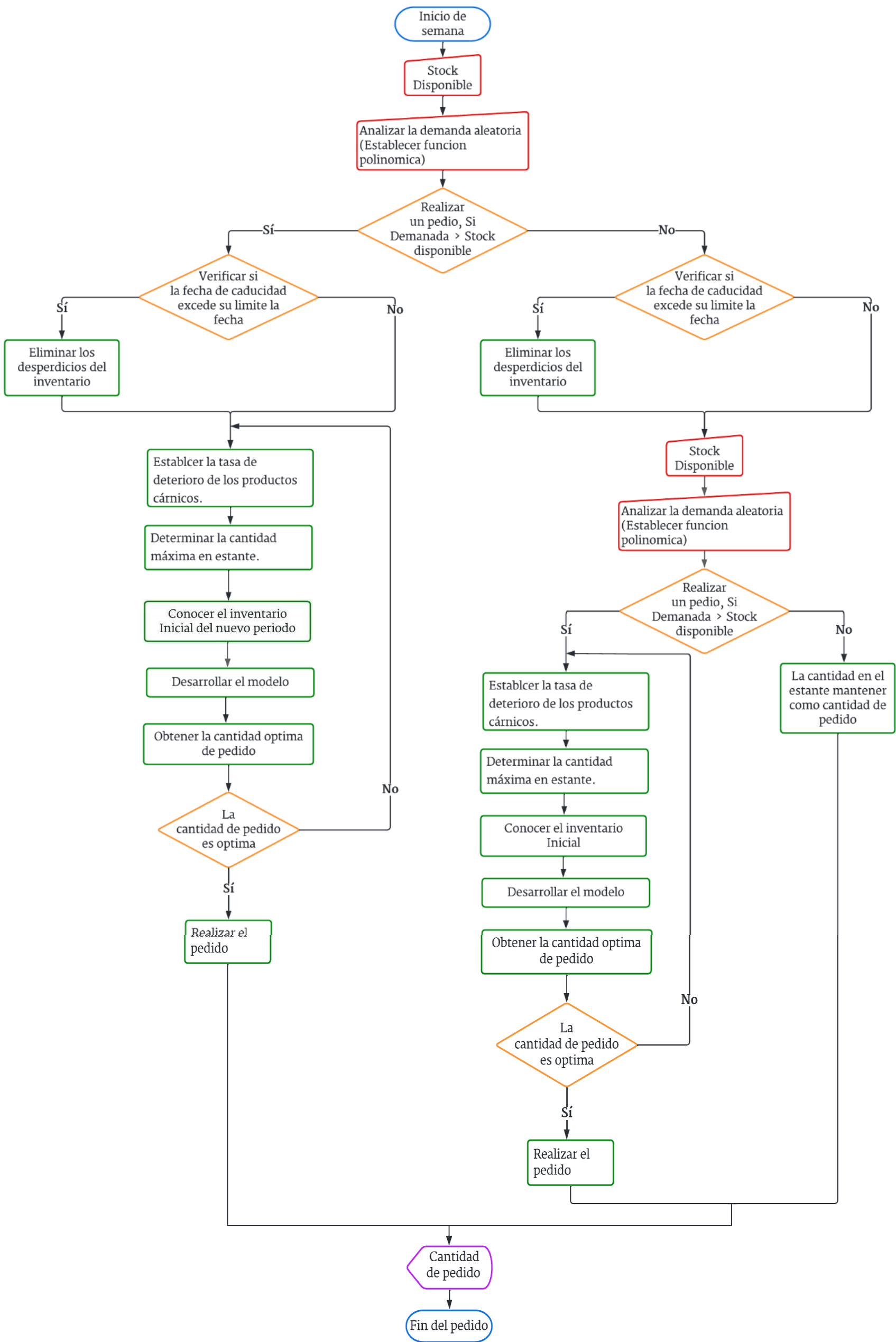
- Fuertemente positivo
- Positivo
- Fuertemente negativo
- Negativo
- Incierto

## III. Modelo de inventario con deterioro

Tomando en cuenta el deterioro del producto, se parte del modelo propuesto por Chen et al. (2015). No obstante, el modelo contiene otras notaciones, parámetros o variables, las cuales tienen como solución un óptimo local, y no una solución global. Debido a eso, se presenta en la Figura 2 un diagrama de flujo, donde se muestra el proceso de pedido en un supermercado.

Figura 2

Diagrama de flujo para el proceso de reabastecimiento semanal en un supermercado



Nota. Elaboración propia.

El modelo, que se emplea para la investigación, está basado en el deterioro y la cantidad de productos vendidos por el supermercado. Para su resolución se utilizará programación no lineal, la misma que permite encontrar la cantidad adecuada de pedido, de acuerdo al historial de ventas. En cuanto al historial de ventas, será definido por una función polinómica, mientras que la función objetivo, que determina la cantidad óptima de pedido, deberá reflejar los costos mínimos generados por la cantidad mínima.

### **3.1. Supuestos para el modelo de optimización matemática son los siguientes:**

- 1)** El periodo de abastecimiento es de semanas.
- 2)** Tiempo de entrega semanalmente y determinista.
- 3)** El costo de mantenimiento por unidad mayor a cero.
- 4)** Demanda aleatoria, la cual va a estar definida por una función  $f(x)$  de las unidades vendidas.
- 5)** El producto perecedero a utilizar, serán los cárnicos congelados, mismos que forman parte del consumo semanal en un supermercado.
- 6)** La vida útil del producto será determinada por su fecha de caducidad. Mientras que, el deterioro del producto será constante y envejecerá cada día.
- 7)** El tiempo de vida útil del producto inicia cuando el producto llega al supermercado. Es decir, no se tendrá en consideración su fecha de empaque o elaboración.
- 8)** No se permitirán retrasos en el envío de los productos.
- 9)** La ausencia de productos en los estantes estará permitida.
- 10)** La cantidad de pedido será acorde a la demanda y a los productos que se encuentren aún en el estante.
- 11)** Si el supermercado posee una bodega, se contará con un stock de seguridad.
- 12)** Los valores de los parámetros pueden variar con el tiempo.

13) Si el producto ha pasado su fecha de caducidad o se ha dañado contará como un artículo obsoleto.

14) La cantidad que se pretenda adquirir, deberá estar acorde a la capacidad de los estantes.

15) Finalmente, las unidades sobrantes se tomarán en cuenta para el siguiente periodo.

## 3.2. Notación:

### 3.2.1. Índices.

$t$	Índice de periodo de planeación
-----	---------------------------------

### 3.2.2. Parámetros

$P_u$	Precio unitario.
-------	------------------

$C_p$	Costo de pedido.
-------	------------------

$C_m$	Costo de mantenimiento.
-------	-------------------------

$I_{t-1}$	Inventario del periodo $t-1$ .
-----------	--------------------------------

$n$	tiempo en semanas de vida útil de producto.
-----	---

$D_{t-1}$	Demanda. Estará acorde a una función $f(x)$ que representará el consumo aleatorio del cliente.
-----------	--

$\lambda$	Multiplicador de Lagrange.
-----------	----------------------------

### 3.2.3. Variables

$Q$	Cantidad de pedido
-----	--------------------

$I_{\min}$	Inventario mínimo
------------	-------------------

$I_t$	Inventario a considerar
-------	-------------------------



### 3.3. Modelo de inventario con deterioro:

“Para la resolución del problema planteado, se ha escogido resolverlo mediante las condiciones de Karush- Kuhn-Tucker (KKT). Todo el teorema abarca condiciones que deben ser suficientes y necesarias, para generar una solución óptima a un problema de programación no lineal. El teorema de Karush- Kuhn-Tucker, contiene todos los aspectos necesarios que debe satisfacer el problema de programación lineal y no lineal, sin tener efecto en las causas o el requerimiento de las mismas, teniendo como resultado la no existencia de desigualdades que provocan incertidumbre” (Hillier y Lieberman, 2015).

“Las condiciones de optimalidad establecidas por Karush- Kuhn-Tucker permiten abordar la resolución de modelos de programación no lineal que consideran tanto restricciones de igualdad (ecuaciones) como de desigualdad (inecuaciones), además, las restricciones pueden ser funciones cóncavas o convexas, de igual manera la función objetivo puede tener esta notación de función cóncava o convexa. En términos comparativos las condiciones de Karush- Kuhn-Tucker (KKT) son más generales que el Método de Lagrange, el cual se puede aplicar a problemas no lineales que consideran exclusivamente restricciones de igualdad” (Hillier y Lieberman, 2015).

#### 3.3.1. Restricciones que debe cumplir en las condiciones Karush-Kuhn-Tucker:

- Las restricciones de desigualdad se cambian a restricciones de igualdad introduciendo un multiplicador de Lagrange representado por  $\lambda$ .
- Los puntos que minimizan a la función, sujetan a las restricciones dadas, además de ser puntos críticos de esa función.
- Las derivadas parciales de la función respecto a las variables  $x$ ,  $y$ ,  $\lambda$  se igualan a cero.

#### 3.3.2. Condiciones Karush- Kuhn-Tucker

- **Condiciones necesarias de primer orden:** Consiste en derivar con respecto a cada variable, incluyendo el multiplicador de Lagrange e igualar a cero. De esta manera, se obtiene un sistema de  $n$  variables con  $n$  incógnitas, y se asegura que no existe una dirección factible, que podría mejorar potencialmente la función objetivo.

$$\nabla KKT(x^*_1, x^*_2, \lambda_l) = \nabla f(x^*) + \sum_{l=1}^m \lambda_l^* \nabla g_l(x^*) = 0 \quad (1)$$

- **Condiciones de regularidad:** Estas condiciones aseguran que la solución no es degenerada; es decir que  $\lambda \neq 0$ . Se aplica tanto a las restricciones de igualdad como a las de desigualdad. Son una declaración en la cuales, las restricciones no deben violarse en condiciones óptimas. Sin embargo, estas condiciones sólo se requieren con restricciones de desigualdad e imponen un multiplicador de Lagrange positivo. Cuando la restricción del problema está activada ( $=0$ ) y un multiplicador de Lagrange es cero, cuando la restricción del problema está desactivada ( $>0$ ).

$$L = f(x^*) - \lambda_l^* [g_l(x^*) - b^*] \quad (2)$$

$$g_l(x^*) - b_i \quad (3)$$

$$\lambda_l^* \geq 0 \quad (4)$$

- **Condiciones suficientes.** - Esta condición determina que para un punto  $x^*$  de la función objetivo o funciones objetivo, en conjunto con las restricciones son convexas. Además, de que la sumatoria de los gradientes es igual a cero. Entonces  $x^*$  es un mínimo global, en cuanto guarda relación con la concavidad o **convexidad** del problema. Por esa razón se calcula la **Matriz Hessiana** o de segundas derivadas de la función objetivo y las restricciones activas.

$$H = C^2(I_t, Q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial I_t^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial I_t \partial Q} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial Q \partial I_t} & \frac{\partial^2 f}{\partial Q^2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

### 3.4. Formulación del modelo de inventario

Los modelos de control de inventarios tradicionales se enfocan en vigilar que los productos no se deterioren. Por ese motivo, se debe tener en cuenta que los modelos de inventarios están realizados en un ambiente de manufactura, es decir, poseen una tasa de producción. Sin embargo, el modelo que se plantea en la presente investigación se enfoca en un supermercado, teniendo como referencia la cantidad, costo y estado del producto, además, se tiene en consideración su calidad, así como el horizonte o periodo de abastecimiento.

La función objetivo está detallada en la Ecuación 6, que tiene como finalidad minimizar el costo de todo el sistema. En cuanto a costos se los describe a continuación: costo de adquisición (el valor que posee el producto), costo de desperdicio (valor de las unidades desperdiciadas), costo de mantenimiento (el valor de mantener las unidades en bodega o estante), costo fijo de pedido (valor de transporte, seguro y valores logísticos), y finalmente, costo de desperdicio. Este último costo, se lo podría definir de acuerdo con la FAO (2019), y al asociarlo a comercios minoristas como la “vida útil limitada con la necesidad, y que cumplan con normas de color, forma, tamaño y la variabilidad de la demanda. De esta forma, se tendrá como resultado un exceso en los estantes”. Provocando que se generen gastos innecesarios que afectan a los comercios.

### 3.4.1. Función Objetivo

$$C_{min} = Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \quad (6)$$

**Sujeto a:**

#### a) Inventario Inicial

En la Ecuación 7 determina un inventario mínimo que debe existir al inicio de un periodo. Por otro lado, en la Ecuación 8, se contempla la cantidad mínima que debe haber en un periodo anterior.

$$I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - D_{t-1} + Q \leq I_t \quad (7)$$

$$I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) \leq I_{min} \quad (8)$$

#### b) Pedido

La Ecuación 9, establece la cantidad de pedido que se debe efectuar, frente a la cantidad de inventario que se tiene, donde se incluye el deterioro que presentan los productos.

$$D_{t-1} - I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) \leq I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) \quad (9)$$

**c) Evitar Escasez**

La restricción de la Ecuación 10, evita que se genere una falta en los pedidos, debido al deterioro del inventario que se tiene.

$$I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) \leq D_{t-1} \quad (10)$$

**d) Cantidad de pedido**

La Ecuación 11 determinará la cantidad óptima de pedido, la misma tiene en cuenta la demanda aleatoria, que estará mediante una función. Además, se tiene en consideración el inventario del periodo anterior.

$$Q \geq D_{t-1} \quad (11)$$

**e) Restricción de no negatividad**

Las Ecuaciones 12, 13, 14 son el conjunto de restricciones que cubre la región factible.

$$D_{t-1} \geq 0 \quad (12)$$

$$Q \geq 0 \quad (13)$$

$$I_t \geq 0 \quad (14)$$

**3.4.2. Condiciones necesarias de primer orden de Karush Kuhn Tucker (KKT):**

Las restricciones, que son desigualdades, las transformamos en igualdades. Se procede de esta manera con la finalidad de resolver las condiciones de primer orden, considerando que no existe una restricción de igualdad.

$$\nabla KKT(I_t, Q, \lambda_l) = \nabla f(I_t, Q) + \sum_{l=1}^8 \lambda_l \nabla g_l(I_t, Q) = (0,0) \quad (15)$$

$$\lambda_1(I_{t-1} * (e^{\frac{I_t}{n}} - 1) - D_{t-1} + Q - I_t) = 0 \quad (16)$$

$$\lambda_2(I_{t-1} * (e^{\frac{I_t}{n}} - 1) - I_{min}) = 0 \quad (17)$$

$$\lambda_3(I_{t-1} * (e^{\frac{I_t}{n}} - 1) - Q) = 0 \quad (18)$$

$$\lambda_4(I_t * (e^{\frac{I_t}{n}} - 1) - Q) = 0 \quad (19)$$

$$\lambda_5(Q - D_{t-1} - I_{t-1}) = 0 \quad (20)$$

$$\lambda_6(D_{t-1}) = 0 \quad (21)$$

$$\lambda_7(Q) = 0 \quad (22)$$

$$\lambda_8(I_t) = 0 \quad (23)$$

$$\lambda_l \geq 0; \quad l = 1,2,3,4,5,6,7,8. \quad (24)$$

### 3.4.3. Condiciones necesarias de segundo orden o condiciones suficientes de Karush Kuhn Tucker (KKT)

De la función objetivo se realiza la matriz hessiana, en la cual, se organizan las derivadas parciales de segundo orden en una matriz, y se determina la relación de convexidad. La realización de esto, tiene la finalidad de encontrar el valor máximo o mínimo de la función objetivo.

$$H = C^2(I_t, Q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial I_t^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial I_t \partial Q} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial Q \partial I_t} & \frac{\partial^2 f}{\partial Q^2} \end{bmatrix} \quad (25).$$

### 3.4.4. Condiciones necesarias de tercer orden o condiciones de regularidad de Karush Kuhn Tucker (KKT)

En este apartado se calculan las gradientes respectivas, las cuales miden el grado de respuesta al problema de cambio óptimo. Estos cambios van de acuerdo a las variaciones que se encuentran en las restricciones.

$$L = f(x) - \lambda g(x) \quad (26)$$

#### 3.4.4.1. Respecto $I_t$

$$\frac{\partial L}{\partial I_t} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda \left[ I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - D_{t-1} + Q - I_t \right] \quad (27)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_t} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_2 \left( I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - I_{min} \right) \quad (28)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_t} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_3 \left( I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - Q \right) \quad (29)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_t} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_4 \left( I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - Q \right) \quad (30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_t} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_5 (Q - D_{t-1} - I_{t-1}) \quad (31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_t} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_6 (D_{t-1}) \quad (32)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_t} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_7(Q) \quad (33)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_t} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_8(I_t) \quad (34)$$

## 3.4.4.2. Respecto a Q

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda \left[ I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - D_{t-1} + Q - I_t \right] \quad (35)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_2 \left( I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - I_{min} \right) \quad (36)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_3 \left( I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - Q \right) \quad (37)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_4 \left( I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - Q \right) \quad (38)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_5(Q - D_{t-1} - I_{t-1}) \quad (39)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_6(D_{t-1}) \quad (40)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_7(Q) \quad (41)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_8(I_t) \quad (42)$$

### 3.4.4.3. Respecto a $I_{min}$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{min}} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda \left[ I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - D_{t-1} + Q - I_t \right] \quad (43)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{min}} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_2 \left( I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - I_{min} \right) \quad (44)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{min}} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_3 \left( I_{t-1} * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - Q \right) \quad (45)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{min}} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_4 \left( I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) - Q \right) \quad (46)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{min}} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( e^{\frac{I_t}{n}} - 1 \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_5(Q - D_{t-1} - I_{t-1}) \quad (47)$$



$$\frac{\partial L}{\partial I_{\min}} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( \frac{I_t}{e^n - 1} \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_6(D_{t-1}) \quad (48)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{\min}} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( \frac{I_t}{e^n - 1} \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_7(Q) \quad (49)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_{\min}} = \left[ Cm * \frac{\left[ I_t * \left( \frac{I_t}{e^n - 1} \right) + I_t \right]}{2} + Q(Pu + Cp + Cm) \right] - \lambda_8(I_t) \quad (50)$$

Con las ecuaciones y puntos definidos, podemos determinar el inventario en el periodo “t”, el cual está expuesto con la notación  $I_t$ , el inventario mínimo  $I_{\min}$  y la cantidad de pedido  $Q$ . Sin embargo, con la existencia de una demanda estocástica, se dificulta determinar la cantidad de pedido del producto de forma matemática, mucho más, si no se ha definido una función para la demanda o en este caso una función de ventas. Es así que, para recompensar la ausencia de datos, se propone realizar un análisis, cuyo enfoque satisfaga el modelo matemático. Además, se plantea una estrategia de control efectiva, que ayude a mejorar el rendimiento del sistema.

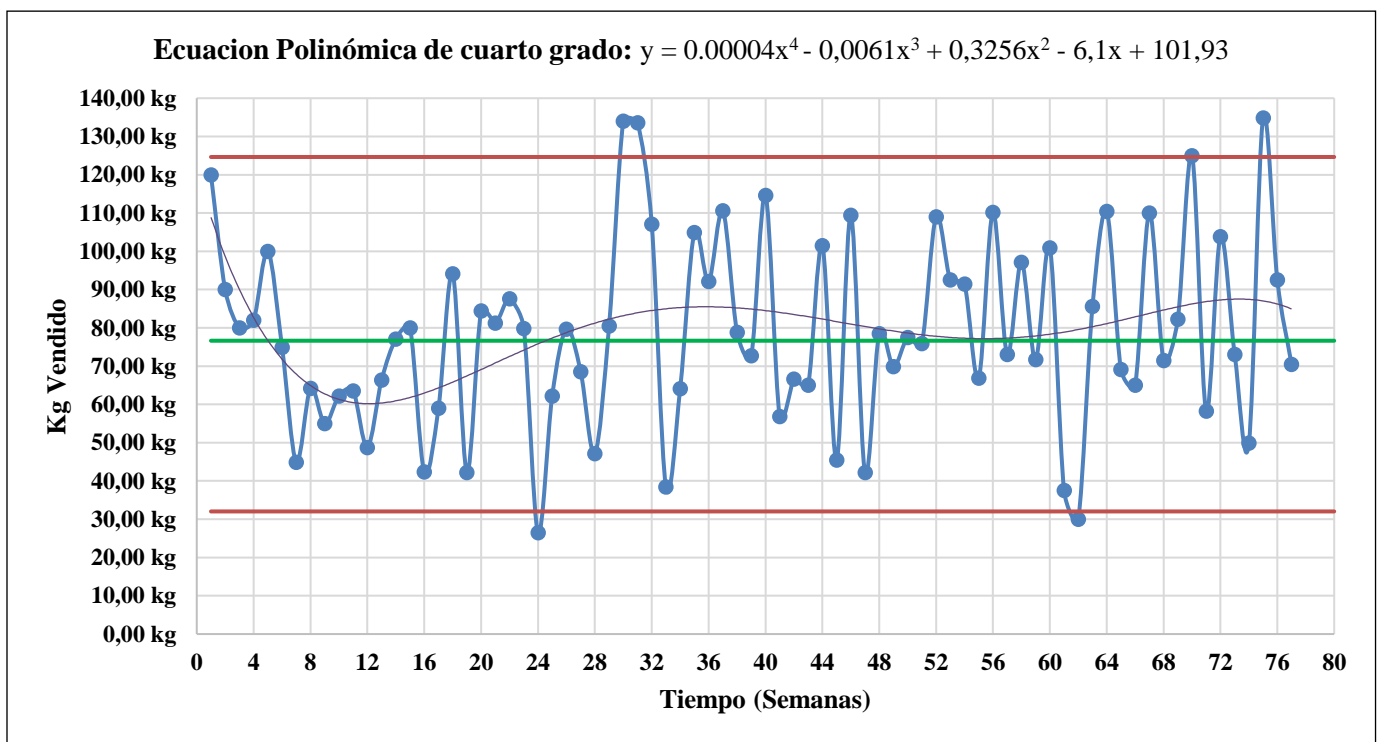
Dentro del sistema se consideran el pedido de los productos y el deterioro de los productos. Aunque, para simplificar el modelo y centralizarse en los factores más importantes, se toma en cuenta las consideraciones expuestas en la sección 3.1, además de las siguientes implicaciones:

1. El inventario en el supermercado es limitado.
2. El tiempo de espera de reabastecimiento es cero, es decir, los proveedores responden inmediatamente a los requerimientos del supermercado.
3. La tasa de una fracción de inventario es constante.
4. El costo mínimo se determina eligiendo el valor óptimo de las variables.
5. Otro tipo de variables como son los costos de pedido y precio unitario, entre otros, son constantes fijas.

## IV. Resultados del estudio y discusiones:

Para los resultados de estudio, se inició con el ajuste de los datos obtenidos de las ventas que se han generado durante 77 semanas, el cual está presentado en la Figura 4, de esta forma para la semana 77 se obtiene la ecuación polinómica de cuarto grado  $y = 0.00004x^4 - 0.0061x^3 + 0.3256x^2 - 6.1x + 101.93$ , el cual se obtiene mediante el software Excel.

**Figura 3**  
Curva de la demanda.



Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

Por lo tanto, para el análisis y resolución del modelo se empleó el software AMPL. En la Figura 4 se muestra las notaciones que se han empleado en el software para la resolución del problema, de esta forma, la notación empleada es la siguiente:

- $X_1$ : Inventario en el periodo  $t$  ( $I_t$ )
- $X_3$ : Cantidad de pedido ( $Q$ )
- $X_4$ : Valor demanda mínima ( $D$ )
- $X_5$ : Inventario mínimo ( $I_m$ )

- **Ecuación Demanda:**  $f(x) = 0.00007*(x^4) - 0.0106*(x^4^3) + 0.5146*(x^4^2) - 8.7931*x^4 + 110.81$ .
- **Inv. Inicial:** 60 kg.
- **Última Demanda (Kg Vendidos):** 110 kg.

**Figura 4**

Resolución del modelo propuesto, con el software AMPL

```

ampl: var x1>=0;
ampl: var x3>=0;
ampl: var x4>=0;
ampl: var x5>=0;
ampl: minimize funcion_objetivo: 0.12*((x1*((exp(x4/9)-1)+x1))/2 )+ 0.08*x3+3*x3+0.12*x3;
ampl: subject to restriccion_1: 60 *((exp(x4/9)-1)) - (0.00007*(x4^4)-0.0106*(x4^3)+0.5146*(x4^2)-8.7931*x4+110.81) +x3 <= x1;
ampl: subject to restriccion_2: 60 *((exp(x4/9)-1))<=x5;
ampl: subject to restriccion_3: (0.00007*(x4^4)-0.0106*(x4^3)+0.5146*(x4^2)-8.7931*x4+110.81) - 60 <= x1*(exp(x4/9)-1);
ampl: subject to restriccion_4: x1*(exp(x4/9)-1)<= (0.00007*(x4^4)-0.0106*(x4^3)+0.5146*(x4^2)-8.7931*x4+110.81);
ampl: subject to restriccion_5: x3>= (0.00007*(x4^4)-0.0106*(x4^3)+0.5146*(x4^2)-8.7931*x4+110.81);
ampl: solve;
MINOS 5.51: optimal solution found.
12 iterations, objective 342.3663687
Nonlin evals: obj = 36, grad = 35, constrs = 36, Jac = 35.
ampl: display x1, x3, x4, x5;
x1 = 36.2651
x3 = 81.9193
x4 = 4.25485
x5 = 36.2651

```

Fuente: Pillco, L.A. (2021). Resolución modelo propuesto con software AMPL [Captura de pantalla].

En el proceso de optimización se ha definido una función de demanda, la cual, se ha obtenido mediante el software Excel y se puede visualizar en la Figura 4. Aquí, se obtiene una línea de tendencia polinómica de cuarto grado, debido a las fluctuaciones de los datos, lo que permite dar ajustes de máximos y mínimos. Cada valor está dado de forma semanal; y para determinar los valores óptimos de cada semana, la función de la demanda va cambiando acorde a las fluctuaciones. Por otro lado, un menor costo se genera, cuando las cantidades de pedido y almacenamiento son las óptimas.

## 4.1. Prueba y validación del modelo

### 4.1.1. Comparativa entre el modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal

Es necesario verificar el modelo que se ha desarrollado, con la finalidad de determinar su comportamiento. Ya que, el objetivo es minimizar los costos, teniendo en cuenta el comportamiento de la demanda, la cantidad de almacenamiento de productos y el deterioro. Con ello la simulación tiene el siguiente escenario: Función de la demanda  $f(x) = 0.00004x^4 - 0.0061x^3 + 0.3256x^2 - 6.1x + 101.93$ , costo de pedido 0.08 \$/Kg; Precio unitario 3 \$/Kg; Costo de mantenimiento 0.15 \$/Kg; inventario inicial de 60,00 kg; tiempo de expiración 9 semanas y como cantidad vendida en la última semana de 110,00 Kg. La función empleada en la demanda es convexa, para poder cumplir con el método empleado. De esta forma, se procede a realizar el cálculo para una semana, lo que permite obtener los siguientes valores de la Tabla 1:

**Tabla 1**

Parámetros y valores Programación no lineal.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Última demanda		110,00	Kg
Inventario Inicial	$I_{t-1}$	60,00	Kg
Cantidad objetivo	$Q$	81,92	Kg
Inventario mínimo	$I_{\min}$	36,27	Kg
Inventario seguridad	$I_t$	36,27	Kg
<b>Cantidad de pedidos.</b>	<b><math>Q</math></b>	<b>81,92</b>	<b>Kg</b>
<b>Costo Mínimo</b>	<b><math>C_{\min}</math></b>	<b>269,34</b>	<b>\$</b>

Sin embargo, para tener un contraste y determinar un grado de precisión del modelo utilizado, se realiza una comparativa con el modelo de revisión periódica tomada de los autores (Chase, Jacobs, y Aquilano, (2014), cuya ecuación es la siguiente:

$$\text{Cantidad de pedido} = \text{Demanda promedio, durante el periodo vulnerable} + \text{Inventarios de seguridad} - \text{Existencias disponibles (más el pedido, en caso de haber alguno)}$$

$$q = \bar{d}(T + L) + z\sigma_{T+L} - I \quad (51)$$

$q$  = Cantidad a pedir.

$T$  = El número de días entre revisiones.

$L$  = Tiempo de entrega en días (tiempo entre el momento de hacer un pedido y recibirlo).

$\bar{d}$  = Demanda diaria promedio pronosticada.

$Z$  = Número de desviaciones estándar para una probabilidad de servicio específica.

$\sigma_{T+L}$  = desviación estándar de la demanda, durante el periodo de revisión y entrega.

$I$  = Nivel de inventario actual (incluyente las piezas pedidas).

De esta forma se aplica la Ecuación 51 con los parámetros que están expuestos en la Tabla 2.

**Tabla 2**

Parámetros y valores en caso de revisión periódica.

Parámetro	Valor	Unidades
Demanda semanal promedio	78,00	Kg/semana
Desviación estándar de la demanda	25	Kg/semana
Nivel de servicio deseada	98	%
Inventario actual	60,00	Kilos
Tiempo entrega	1	Semana
Tiempo de duración	1	Semana
$Z$ (Número de desviaciones entandar)	2,05	-
<b>Cantidad de pedido</b>	<b>168,61</b>	<b>Kg</b>
<b>Costo generado</b>	<b>736,69</b>	<b>\$</b>

De acuerdo con los datos obtenidos de la revisión periódica, se puede observar una gran diferencia en la cantidad de pedidos. De la misma forma, existe un aumento en los costos del inventario, demostrando que el modelo generado es más preciso. Así, se puede utilizar el modelo para un análisis más profundo con más valores y datos, que ayuden a determinar su comportamiento.

## **4.2. Demostración del modelo y análisis de resultados**

Con la validación del modelo, se realizó una demostración similar al caso base. Sin embargo, esta se llevó a cabo en siete semanas, con la finalidad de analizar el rendimiento acorde a los valores generados en la última demostración.

### **4.2.1. Resultados de la simulación**

Se ejecutó una demostración en un periodo de diez semanas, y una vida útil constante de 9 semanas. En la Tabla 3 se pueden ver los resultados obtenidos con el modelo de programación no lineal. De la misma forma, en la Tabla 4, se pueden observar los valores obtenidos mediante la aplicación del sistema de revisión periódica. Además, se adiciona una semana inicial 0 con la finalidad de tener un inicio para los 2 modelos.

**Tabla 3**

Valores obtenidos mediante el modelo de Programación no lineal

Sem anas	Inventario Inicial (Kg)	Cantidad de pedido (Kg)	Inventario total (Kg)	Deman da (Kg)	Inventario final (Kg)	Costo generado (\$)	Inve ntari o Míni mo (Kg)	Pedi do Adic ional (Kg)
7	60,00	81,92	141,92	71,50	70,42	\$ 456,68	36,27	0 kg
8	70,42	85,88	156,30	82,29	74,01	\$ 503,07	33,00	0 kg
9	74,01	87,28	161,29	125,00	36,29	\$ 513,32	31,34	0 kg
10	36,29	73,35	109,64	58,24	51,40	\$ 350,84	36,67	0 kg
11	51,40	78,90	130,30	103,86	26,44	\$ 447,37	37,60	11 kg
12	37,60	74,30	111,90	73,07	38,83	\$ 356,12	37,15	0 kg
13	38,83	75,01	113,84	49,88	63,96	\$ 366,05	37,48	0 kg
14	63,96	82,81	146,77	134,87	11,90	\$ 533,72	34,72	23 kg
15	34,72	73,79	108,51	92,55	15,96	\$ 406,09	36,83	21 kg
16	36,83	74,60	111,43	70,48	40,95	\$ 354,87	37,30	0 kg

**Tabla 4**

Valores obtenidos mediante Revisión Periódica

Sem anas	Inventario Inicial (Kg)	Cantidad de pedido (Kg)	Inventario total (Kg)	Demand a (Kg)	Inventario final (Kg)	Costo generado (\$)
7	60,00	168,61	228,61	71,50	157,11	\$ 736,69
8	157,11	68,60	225,71	82,29	143,42	\$ 740,27
9	143,42	82,29	225,71	125,00	100,71	\$ 731,81
10	100,71	127,90	228,61	58,24	170,37	\$ 744,78
11	170,37	58,24	228,61	103,86	124,75	\$ 748,39
12	124,75	103,86	228,61	73,07	155,54	\$ 746,16
13	155,54	70,17	225,71	49,88	175,83	\$ 744,89
14	175,83	49,88	225,71	134,87	90,84	\$ 735,19
15	90,84	139,77	230,61	92,55	138,06	\$ 744,61
16	138,06	92,55	230,61	70,48	160,13	\$ 755,01

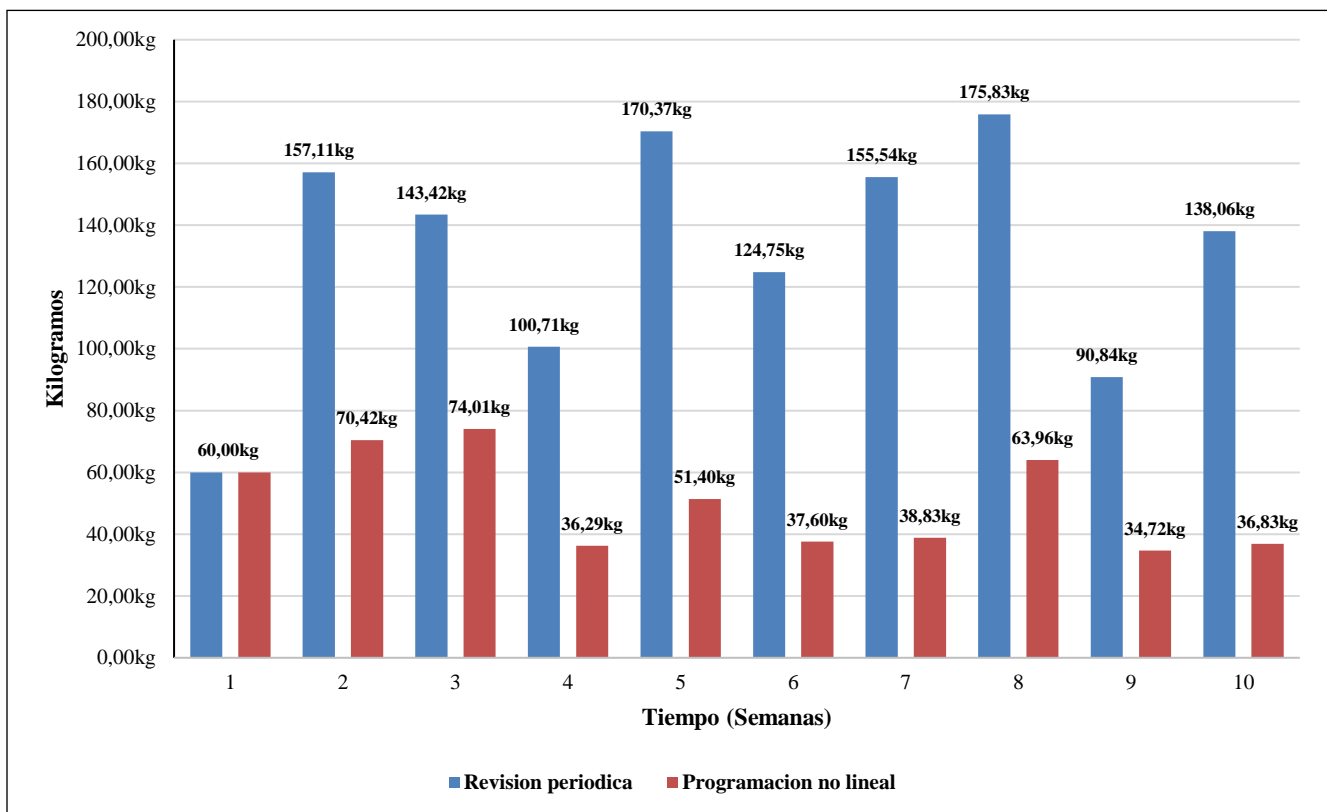
## 4.2.2. Gráficos comparativos de resultados.

Para representar los resultados estadísticos de la información generada, se ha recurrido a la utilización del software Excel, los cuales son presentados a continuación.

### a. Gráfico de barras del inventario inicial

**Figura 5**

Comparativa del inventario inicial del modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal



Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

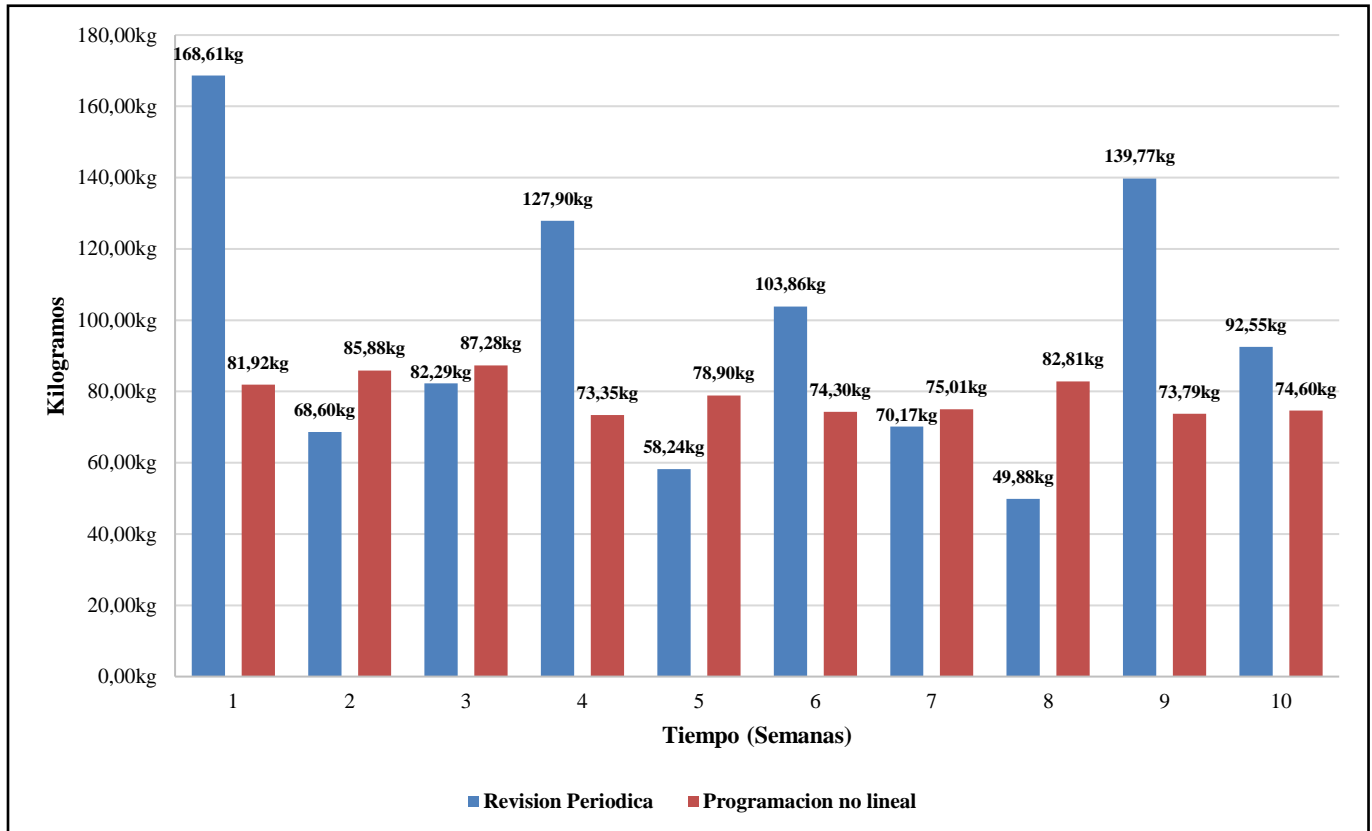
En la Figura 5 se puede observar como el modelo de revisión periódica posee un inventario inicial elevado, en contraste con el inventario inicial generado con el modelo de programación lineal, el cual es bajo.



## b. Gráfico de barras de la cantidad de pedido

**Figura 6**

Comparativa de la cantidad de pedido del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal



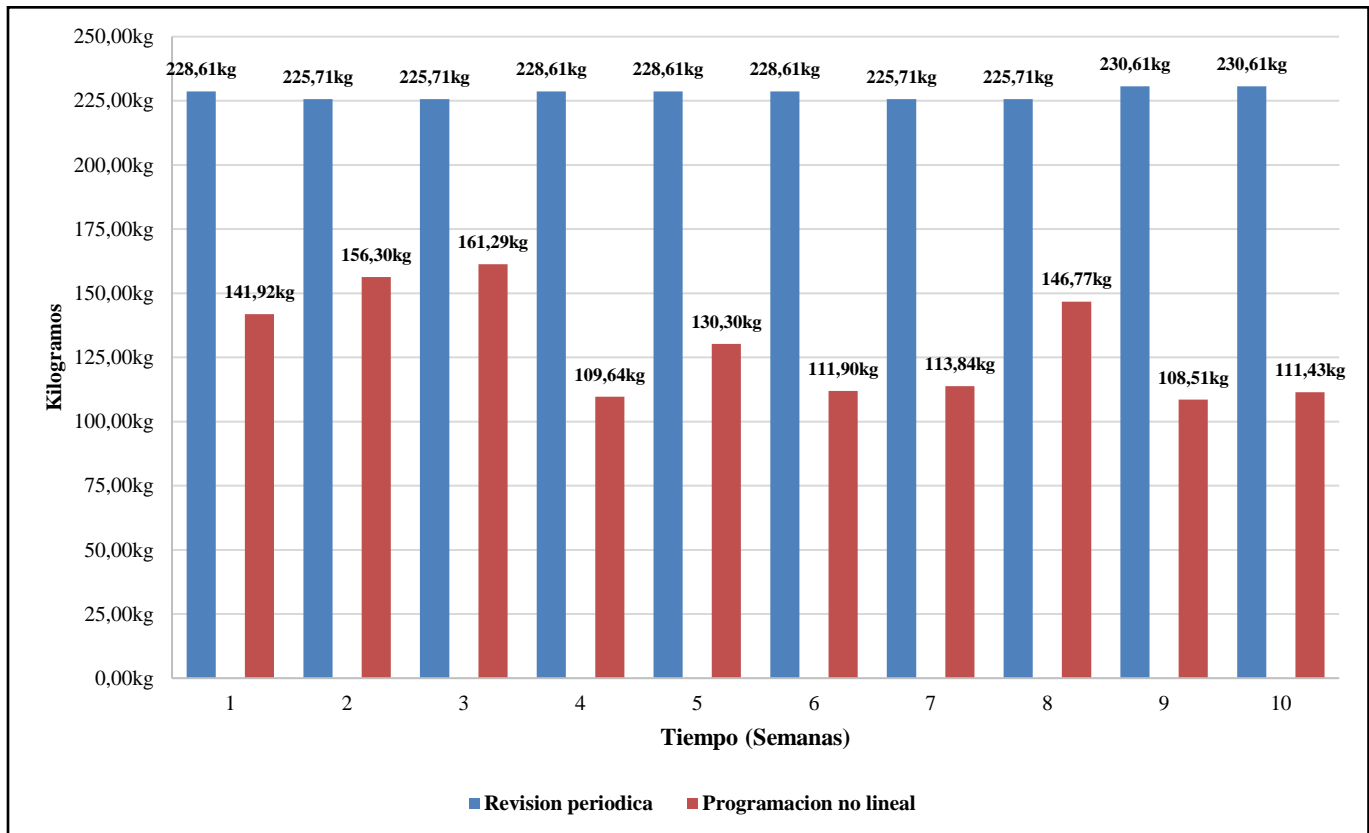
Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

La comparativa de la Figura 6, se observa que de la cantidad de pedido generado por el modelo de revisión periódica, muestra incrementos en ciertas semanas, en comparación de la cantidad de pedido que se genera con el modelo de programación no lineal, el cual se mantiene en un rango de 68 kilogramos hasta los 87 kilogramos.

## c. Gráfico de barras del inventario total

**Figura 7**

Comparativa del inventario total del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal



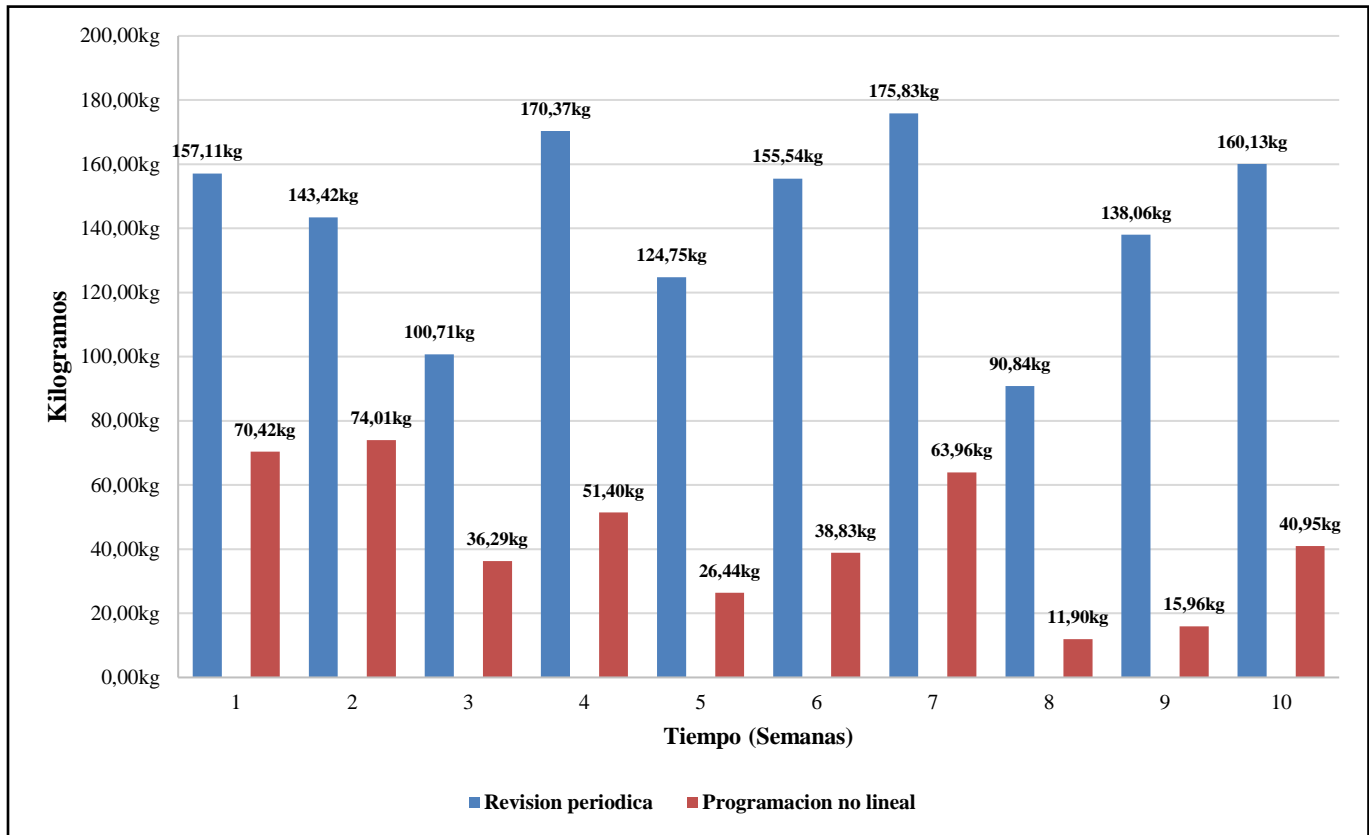
Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

En el caso de la Figura 7, se puede observar como la cantidad de del inventario total de casa semana, es elevado, a la vez se mantiene constante, sin embargo el inventario final generado mediante el modelo de programación no lineal, tiene sus incrementos y disminuciones, a lo largo de las semanas.

## d. Gráfico de barras de Inventario Final

**Figura 8**

Comparativa del inventario final del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal



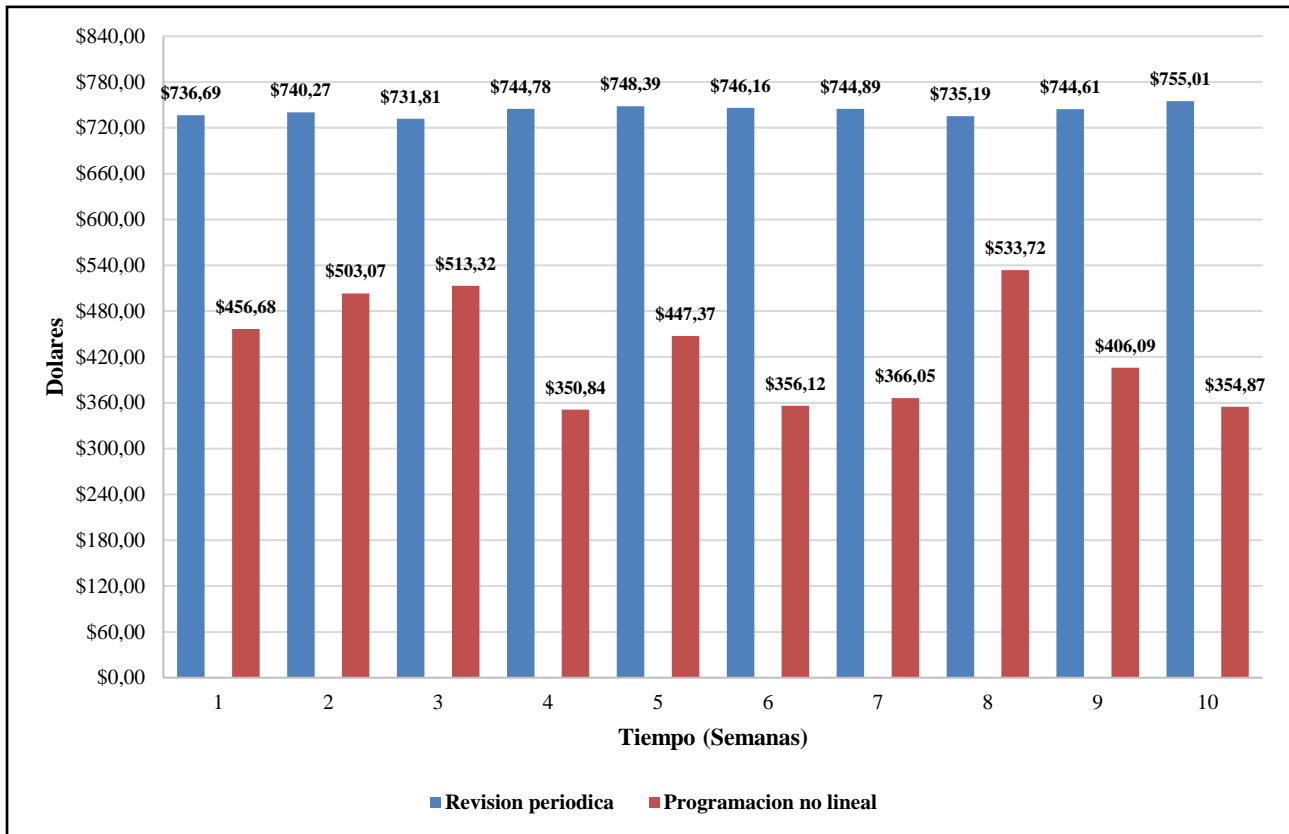
Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

El inventario final, de cada semana, después de haber ocupado el inventario total para las ventas el cual se muestra en la Figura 8, se puede observar que el modelo de revisión periódica mantiene grandes cantidades almacenadas para el siguiente periodo, si embargo con el modelo de programación no lineal las cantidades varían de acuerdo a las cantidades de unidades vendida manteniendo un nivel de inventario bajo.

## e. Gráfico de barras de Costo Generados

**Figura 9**

Comparativa del costo generado del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal



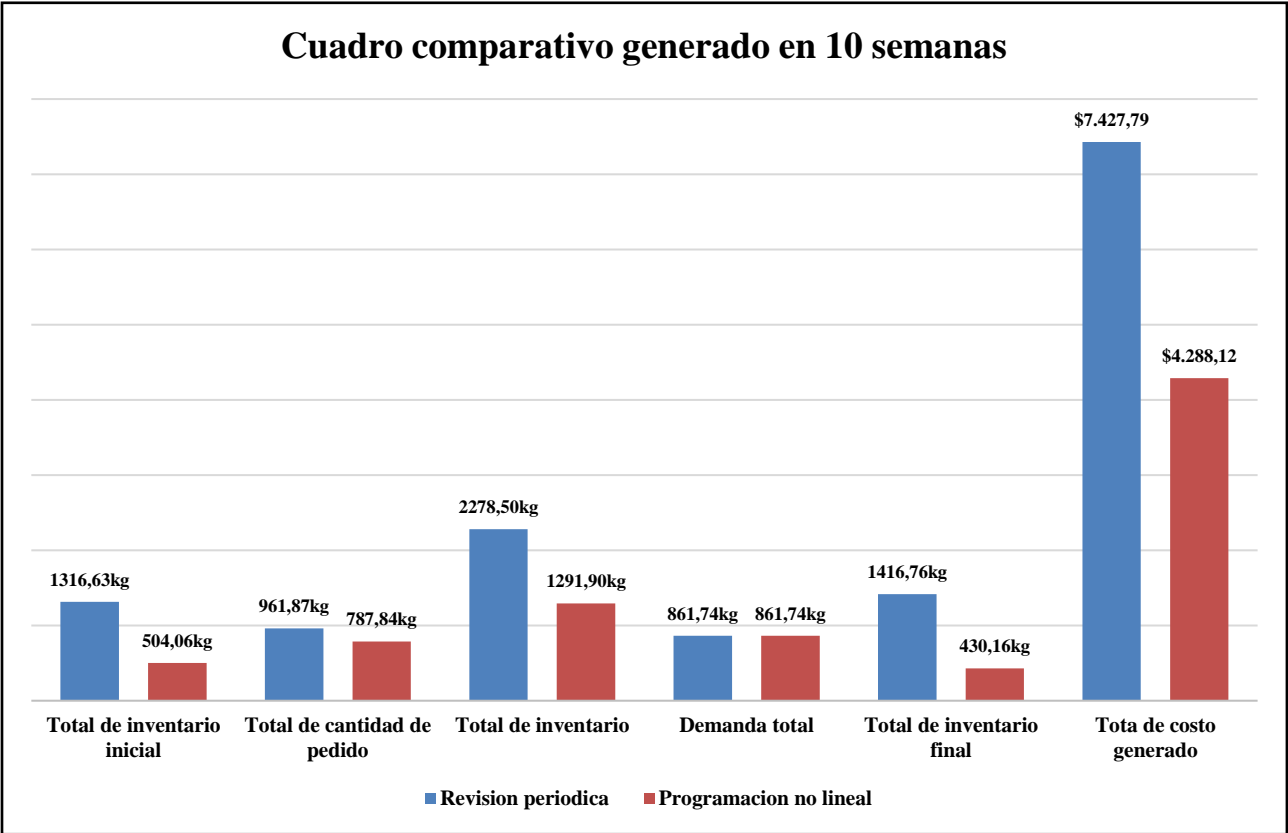
Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

El resultado del costo total generado por cada uno de los modelos, es presentado por la Figura 9, del cual se puede observar que el costo total generado por el modelo de revisión periódica es constante, además de ser elevado, en comparación con el costo generado por el modelo de programación no lineal.

f. Gráfico de barras de los resultados finales en 10 semanas

Figura 10

Comparativo general de 10 semanas del modelo de revisión periódica y el modelo generado mediante programación no lineal



Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

Para presentar los resultados finales entre el modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal, se desarrolló la Tabla 5, la cual mostrará el porcentaje de disminución que existen en cada una de las variables.

Tabla 5

Porcentaje de disminución de los valores obtenidos mediante revisión periódica y el modelo de programación no lineal

Inventario inicial	Cantidad de pedido	Inventario total	Inventario final	Costo generado
812,57 kg	174,03 kg	986,60 kg	986,60 kg	\$ 3139,67
61,72 %	18,09 %	43,30 %	69,64 %	42,27 %

De esta manera, se observa los porcentajes obtenidos en la Tabla 5, además muestra la diferencia entre los resultados obtenidos durante las 10 semanas de análisis de cada una de las variables. Concluyendo que existe una diferencia del 61,72 % del inventario inicial, esto debido a que existe una relación con el inventario final ya que el porcentaje de diferencia es de 69,64 %, debido a que no se logra vender todo el producto pedido. Sin embargo, la diferencia de la cantidad de pedido del producto cárnico congelado es del 18,09 %, teniendo en cuenta que en ciertas semanas existe un incremento del pedido, lo que ocasiona el incremento en el modelo de revisión periódica.

Por otro lado, el inventario total el cual sirve para la venta semanal, posee una diferencia del 43,30 % entre las cantidades obtenidas con el modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal. Finalmente, el costo generado por cada uno por los 2 modelos posee una diferencia del 42,27 %, es decir que existe una diferencia de los 3.139 dólares con 67 centavos, el cual presentaría un ahorro para el supermercado,

#### **4.2.3. Prueba Estadística.**

Para probar la hipótesis del uso de la programación no lineal para el abastecimiento de productos cárnicos en un supermercado, se hará uso del análisis de la varianza (ANOVA). Esto debido a que, permite indagar cómo reaccionan los grupos de estudio, es decir, la diferencia entre el modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal. Además, el análisis ANOVA de un factor, muestra con mayor claridad los resultados de los modelos comparados, con la finalidad de probar las diferencias, entre las medias de los resultados obtenidos.

De esta manera, el ANOVA de un factor se emplea para conocer, si existen diferencias significativas entre las medias de sus variables independientes. Asimismo, permite analizar, como la media de cada variable independiente difiere de las demás, cuál de ellas está vinculada a su variable dependiente, y revelar qué está impulsando ese comportamiento.

Finalmente, para el análisis ANOVA se hace uso del software Excel, el cual, permite mostrar los resultados obtenidos en las tablas que siguen a continuación. Por otro lado, realizar el análisis de la varianza, prueba la hipótesis de que las medias de los resultados obtenidos son iguales, de esta forma la hipótesis nula y alterna son las siguientes:

- **Hipótesis nula:**  $P(\text{significancia}) > 0,05$ . Es decir, se acepta que no existe diferencia significativa entre las medias.
- **Hipótesis alterna:**  $P(\text{significancia}) < 0,05$ . Es decir, se acepta que existe diferencia significativa entre las medias.

#### 4.2.3.1. ANOVA de un factor del Inventario Final

De acuerdo con el resultado del análisis ANOVA de la Tabla 6, se concluye que existe una diferencia significativa entre los resultados del inventario final, mediante el modelo de revisión periódica y de programación no lineal. Este resultado se produce debido al exceso de inventario inicial que posee cada periodo, lo cual dificulta la venta total del producto.

**Tabla 6**

Prueba estadística ANOVA de un factor del inventario final

	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Sig.
<b>Entre grupos</b>	36188,77813	1	36188,77813	55,49961832	6,65818E-07
<b>Dentro de los grupos</b>	11736,98173	18	652,0545406		
<b>Total</b>	47925,75986	19			

#### 4.2.3.2. ANOVA de un factor del inventario total

Los resultados de la prueba estadística ANOVA de la Tabla 7, determinan que existe una diferencia significativa del almacenamiento total, entre el modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal. Este resultado se produce debido a que, los productos pedidos no se logran vender mediante esta estrategia, lo que incrementa la cantidad de mercadería existente en el modelo de revisión periódico. Por otro lado, dicho modelo mantiene un nivel bajo de inventario, todo esto con la finalidad de evitar un exceso y provocar desperdicios.

**Tabla 7**

Prueba estadística ANOVA de un factor del Total almacenado.

	<b>Suma de cuadrados</b>	<b>Grados de libertad</b>	<b>Promedio de los cuadrados</b>	<b>F</b>	<b>Sig.</b>
<b>Entre grupos</b>	36188,77813	1	36188,77813	164,1506065	1,7462E-10
<b>Dentro de los grupos</b>	3968,29485	18	220,460825		
<b>Total</b>	40157,07298	19			

#### 4.2.3.3. ANOVA de un factor del Cantidad de pedido (Q)

Con el valor del nivel de significancia que se puede observar en la Tabla 8 del Análisis ANOVA, se llega a la siguiente conclusión: no existe diferencia significativa entre la cantidad de pedido del modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal.

**Tabla 8**

Prueba estadística ANOVA de un factor de la Cantidad de pedido

	<b>Suma de cuadrados</b>	<b>Grados de libertad</b>	<b>Promedio de los cuadrados</b>	<b>F</b>	<b>Sig.</b>
<b>Entre grupos</b>	1273,129245	1	1273,129245	1,886632438	0,186449239
<b>Dentro de los grupos</b>	12146,68313	18	674,8157294		
<b>Total</b>	13419,81238	19			

#### 4.2.3.4. ANOVA de un factor del Costo generado

En la Tabla 9 se encuentra el valor de significancia, el mismo, representa una diferencia significativa en los costos que se generan en la utilización del modelo de revisión periódica, frente al modelo de programación no lineal. Esta diferencia se debe a que las cantidades almacenadas en el modelo de revisión periódica es muy alto, por lo cual se eleva el costo de mantenimiento. Además, el inventario total entre ambos modelos posee grandes contrastes.



**Tabla 9**

Prueba estadística ANOVA de un factor del Costo generado.

	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Sig.
<b>Entre grupos</b>	359833,6362	1	359833,6362	138,124381	7,05182E-10
<b>Dentro de los grupos</b>	46892,55732	18	2605,142073		
<b>Total</b>	406726,1935	19			

## 1.1.1. Análisis de resultados

Para realizar el análisis de los resultados, primero, se observa el comportamiento del modelo teniendo en cuenta la vida útil del producto y el inventario inicial. Del mismo modelo, se escoge una función  $f(x) = 0.00007x^4 - 0.0106x^3 + 0.5146x^2 - 8.7931x + 110.81$ , la cual, es obtenida con los datos de 68 semanas el cual incluye la última demanda de la semana 7 del año 2022. En las siguientes en la Tablas, se presentan los datos obtenidos:

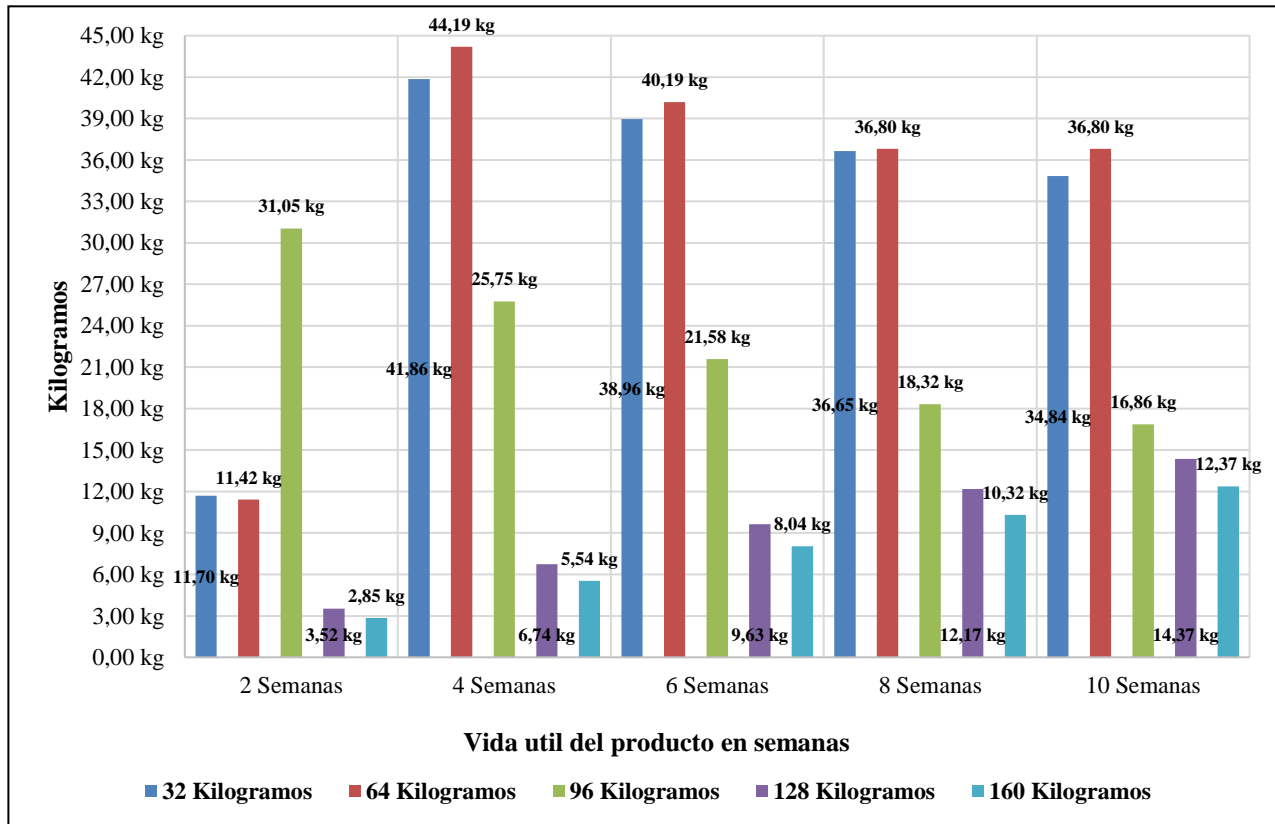
**Tabla 10**

Valores de acuerdo con el tiempo de vida útil del producto y del Inventario inicial.

Vida útil (Semanas)	Inventario inicial				
	32 kilogramos	64 kilogramos	96 kilogramos	128 kilogramos	160 kilogramos
<b>2 semanas</b>	11,70 kg	11,42 kg	31,05 kg	3,52 kg	2,85 kg
<b>4 semanas</b>	41,86 kg	44,19 kg	25,75 kg	6,74 kg	5,54 kg
<b>6 semanas</b>	38,96 kg	40,19 kg	21,58 kg	9,63 kg	8,04 kg
<b>8 semanas</b>	36,65 kg	36,80 kg	18,32 kg	12,17 kg	10,32 kg
<b>10 semanas</b>	34,84 kg	36,80 kg	16,86 kg	14,37 kg	12,37 kg

**Figura 11**

Comparativo de la vida útil del producto con el inventario inicial mediante el modelo de programación no lineal



Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

De acuerdo a los datos proporcionados por la Tabla 10, en la cual sirve posteriormente para la generación de la Figura 11, en el cual, se muestra una comparativa entre el tiempo de caducidad en semanas que inicia desde 2 semanas, hasta llegar a 10 semanas. Por otro lado, el inventario inicial de cada periodo, empieza con 32 kilogramos, alcanzando un máximo de 160 kilogramos. De esta forma, se analiza la Figura 11, en donde se concluye que el de acuerdo a la vida útil en semanas de cada existe un incremento del inventario cuando se eleva la cantidad de inventario inicial, sin embargo, dentro de cada semana, se determinó que existe un incremento de acuerdo a las cantidades del inventario inicial, para llegar a un máximo cuando el inventario inicial es de 64 kilogramos, y posteriormente existe una disminución de la cantidad del inventario inicial. Esto debido a que, a medida que se tiene un inventario grande, el inventario para el siguiente periodo debe mantenerse bajo.

Además, cuando se tiene un inventario inicial de 96 kilogramos se tiene un decrecimiento en el transcurso de las semanas, esto debido a que se encuentra en un rango de la cantidad de pedidos generados de alimentos cárnicos. De esta forma el inventario en el siguiente periodo puede aumentar dentro de los grupos de cada semana. De esta forma, se concluye que existe una relación fuertemente positiva, a acepción cuando se tiene 96 kilogramos, en donde existe una relación fuertemente negativa.

En la Tabla 11 se presentan los resultados obtenidos, cuando se cambia la vida útil del producto con el inventario inicial. De esta forma la vida útil del producto inicia desde las 2 semanas hasta las 10 semanas. De esta forma el resultado de la cantidad de pedido son los siguientes:

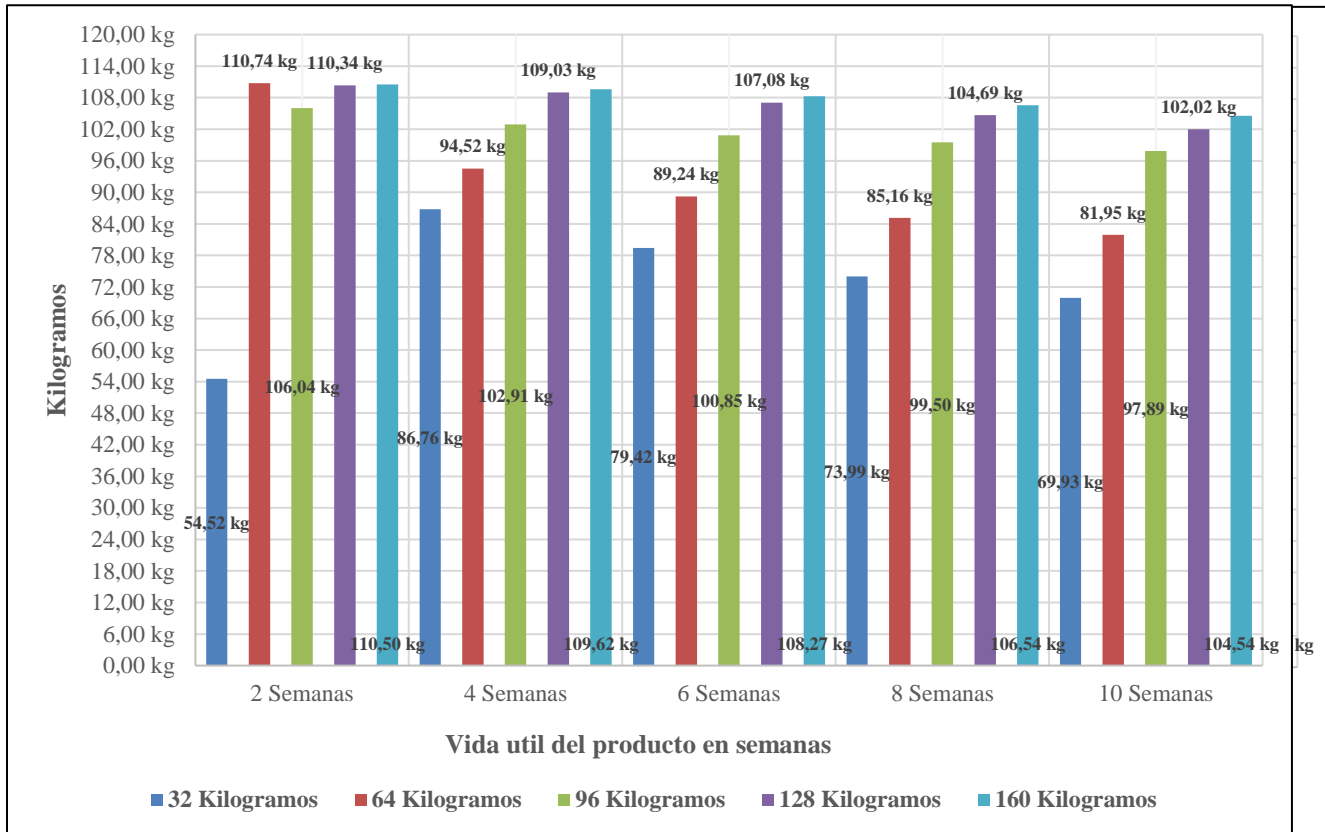
**Tabla 11**

Valores de acuerdo con el tiempo de vida útil del producto y [cantidad de pedido](#).

Vida útil (Semanas)	Cantidad de pedido				
	32 kilogramos	64 kilogramos	96 kilogramos	128 kilogramos	160 kilogramos
<b>2 semanas</b>	54,52 kg	110,74 kg	106,04 kg	110,34 kg	110,50 kg
<b>4 semanas</b>	86,76 kg	94,52 kg	102,91 kg	109,03 kg	109,62 kg
<b>6 semanas</b>	79,42 kg	89,24 kg	100,85 kg	107,08 kg	108,27 kg
<b>8 semanas</b>	73,99 kg	85,16 kg	99,50 kg	104,69 kg	106,54 kg
<b>10 semanas</b>	69,93 kg	81,95 kg	97,89 kg	102,02 kg	104,54 kg

**Figura 12**

Comparativo de la vida útil del producto con cantidad de pedido mediante el modelo de programación no lineal



Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

Con los resultados obtenidos de la Tabla 11, se obtiene la Figura 12, en donde se presenta la relación que existe en cada uno de los valores, observando, que cuando la cantidad de inventario inicial es de 64 kilogramos, 96 kilogramos, 128 kilogramos y 160 kilogramos tienen una correlación fuertemente negativa, llegando a la conclusión de que a medida que aumenta la vida útil del producto o caducidad, la cantidad de pedido disminuirá de acuerdo a la cantidad de inventario inicial que se posea, es decir mientras mayor es el tiempo de caducidad del producto, mayor es el inventario inicial, la cantidad de pedido será baja.

Sin embargo, cuando el inventario inicial es de 32 kilogramos, existe un aumento en la cantidad de pedido cuando la vida útil del producto es de 4 semanas, posteriormente sufre un decrecimiento, esto debido a que está en un punto bajo en el cual se puede abastecer de más producto para poder almacenarlo o venderlo.

En la Tabla 12 se presentan los resultados del inventario mínimo que se debe tener de acuerdo al inventario inicial, con la vida útil del producto.

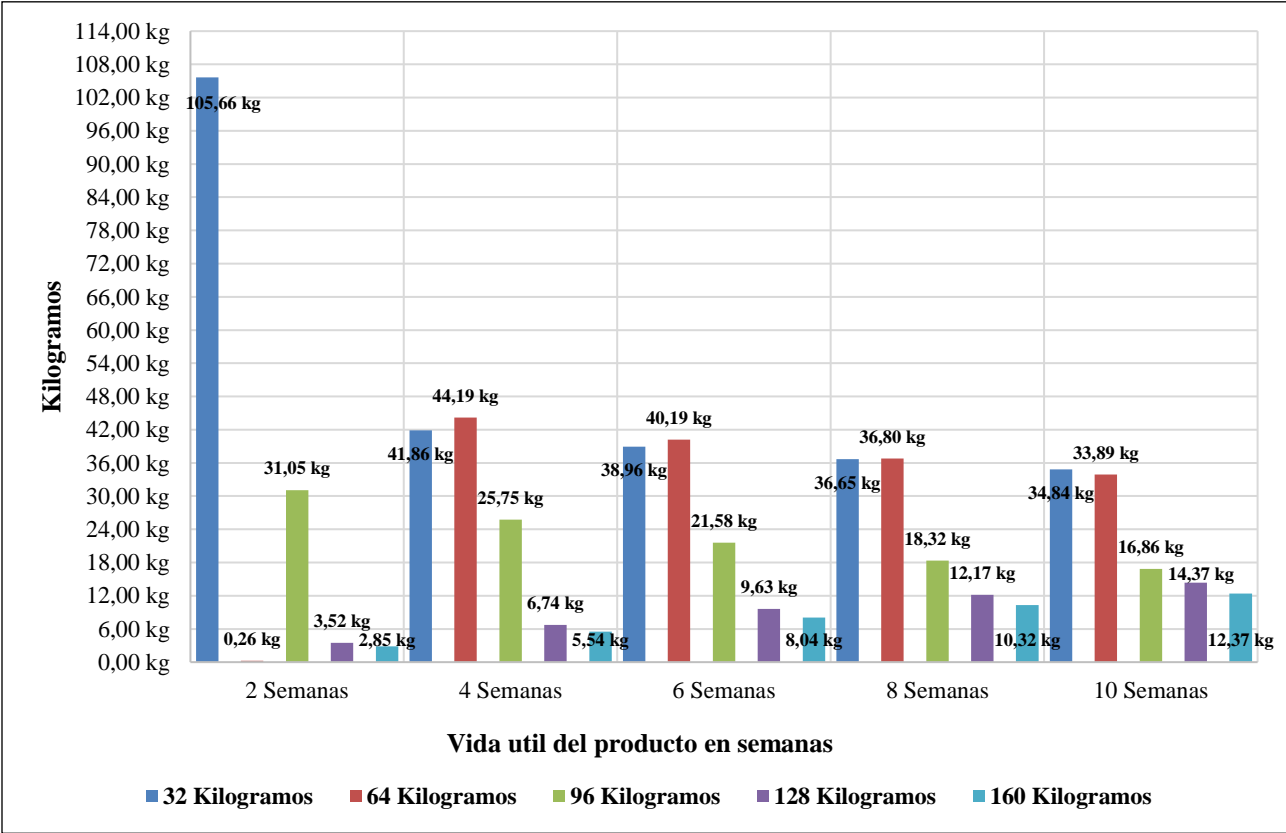
Tabla 12

Valores de acuerdo con el tiempo de vida útil del producto y del inventario mínimo.

Vida útil (Semanas)	Inventario mínimo				
	32 kilogramos	64 kilogramos	96 kilogramos	128 kilogramos	160 kilogramos
2 semanas	105,66 kg	0,26 kg	31,05 kg	3,52 kg	2,85 kg
4 semanas	41,86 kg	44,19 kg	25,75 kg	6,74 kg	5,54 kg
6 semanas	38,96 kg	40,19 kg	21,58 kg	9,63 kg	8,04 kg
8 semanas	36,65 kg	36,80 kg	18,32 kg	12,17 kg	10,32 kg
10 semanas	34,84 kg	33,89 kg	16,86 kg	14,37 kg	12,37 kg

Figura 13

Comparativo de vida útil del producto con el inventario mínimo mediante el modelo de programación no lineal



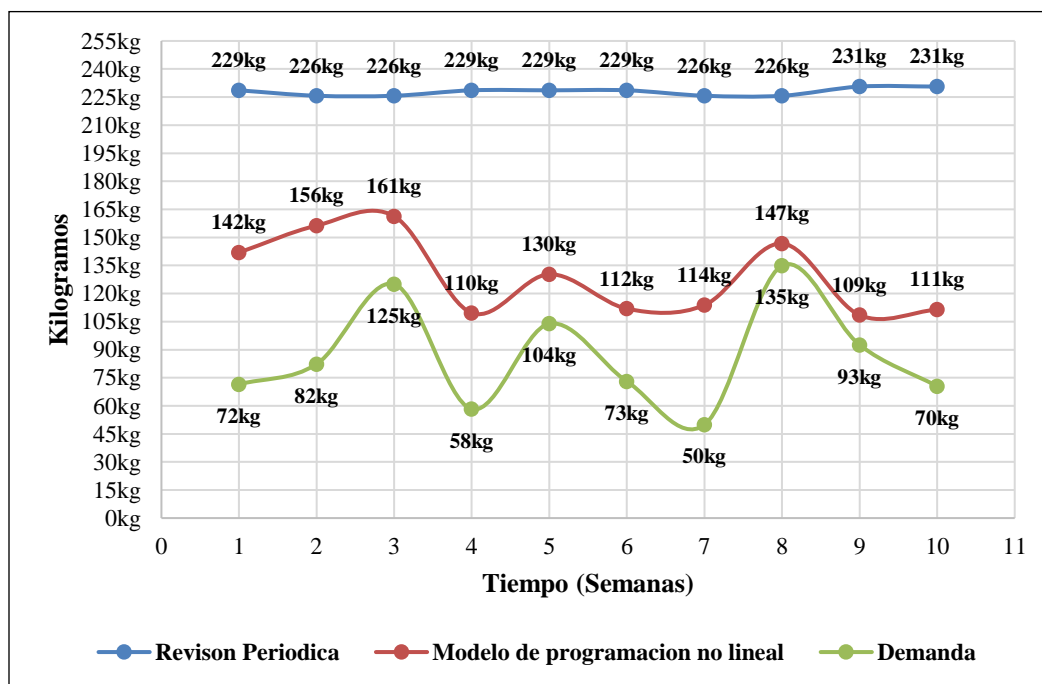
Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

Con la Tabla 12, se genera en la Figura 13, en donde se observa la relación que existe entre la vida útil del producto con el inventario inicial, en donde muestra el inventario mínimo que se debe tener, en este caso se observa que cuando se posee un inventario inicial de 32 kilogramos, 64 kilogramos y 96 kilogramos, existiendo una correlación negativa es decir que la vida útil de los productos se mueve de forma opuesta cuando se tiene un inventario inicial de 32 kilogramos y 64 kilogramos. Por otro lado, existe una correlación positiva cuando hay un inventario inicial de 128 kilogramos y 160 kilogramos, debido a que posee un leve incremento en el inventario mínimo de cada periodo. Este es el resultado se da, debido a la cantidad de un inventario inicial, que es elevado, el cual no es necesario tener un inventario mínimo alto, comparado con los otros valores.

Hasta ahora, se han identificado las cantidades de inventario, costos generados, relaciones entre variables, o el comportamiento del modelo ante los cambios que se ejecutan debido al inventario inicial o al tiempo de vida útil. Sin embargo, a continuación, se analiza el comportamiento del total de inventario semanal generado por el modelo de revisión periódica y el modelo de programación no lineal. De esta forma, en la Figura 15 se muestra el inventario total semanal, en contraste con las cantidades que se venden semanalmente.

**Figura 14**

Comparativa del comportamiento de la cantidad total almacenado con la demanda



Fuente: Elaboración propia mediante software Excel.

De esta forma, se observa en la Figura 15 que la curva del total almacenado es similar a la curva de la cantidad que se vende, de esta forma se llega a tener una respuesta óptima por el modelo de programación no lineal, de esta forma se evita tener una cantidad grande de inventario. Por otro lado, el modelo tuvo una respuesta favorable, durante los incrementos sustanciales en la demanda. Además, existe una brecha de las cantidades almacenadas por cada modelo. Desde ese punto de vista el modelo de programación no lineal, evita una posibilidad de escasez, sin embargo, al mismo tiempo, disminuye levemente los costos generados de mantenimiento o costo de pedido, logrando evitar el exceso de desperdicios o un sobre abastecimiento.

## V. Conclusiones y recomendaciones.

El artículo presenta un modelo de abastecimiento de productos cárnicos mediante la programación no lineal, con una tasa de deterioro constante. El modelo está diseñado para evitar escasez o desperdicios, con la finalidad de disminuir los costos que se generan en un supermercado. Por otra parte, se logró obtener un abastecimiento rentable, además se identificó variables que se correlacionan, como en el caso de la vida útil del producto con la cantidad de pedido. De esta forma se desarrolló una herramienta beneficiosa para el supermercado. De tal manera que se logra el objetivo propuesto de minimizar el costo total y decidir la cantidad adecuada de pedido.

En la resolución del modelo, se determinó que la programación no lineal presenta una respuesta favorable, teniendo en cuenta las restricciones planteadas, de esta forma la utilización de la programación no lineal con el software AMPL y Excel, brindan una respuesta aceptable frente a los modelos tradicionales empleados a diarios, como en el caso del modelo de revisión periódica. Asimismo, permite un control en el reabastecimiento e identifica el costo generado por exceso de un producto perecedero de un supermercado.

Además, al realizar la comparativa con el sistema de revisión periódica, se obtuvo diferencias significativas en cada uno de las variables de interés, teniendo como resultados en el inventario inicial una diferencia del 61,72 %, sin embargo, esta diferencia no afecta en la cantidad de pedido debido la diferencia es del 18,09 %. Por otro lado, el inventario total para las ventas obtuvo una diferencia del 43,30 %. En las variables más importantes, la diferencia del inventario final es del 69,64 %, el cual es un total de 986,60 kg, y en el costo generado hay una diferencia de 42,27 % siendo un total de \$3139, 67. De esta forma se cumple con el objetivo propuesto, de disminuir el costo generado, además tener una cantidad adecuada de productos, que no lleguen a deteriorarse o a faltar.

No obstante, es preferible utilizar la línea de tendencia polinómica de cuarto grado, debido a que ayuda en la precisión de los datos obtenidos, la demanda aumenta de manera drástica, el modelo tiene una respuesta favorable, sin tener efecto en el inventario final, además de no generar escasez. También, el artículo ofrece una alternativa para resolver problemas de abastecimiento de un producto sujeto a deterioro, por lo que, posee un rango de abastecimiento de productos. Igualmente, uno de los parámetros del modelo debe tener una



ecuación polinómica de cuarto grado, y la función objetivo con las restricciones son funciones convexas. De igual forma, se debe exponer que el tiempo de vida útil y el nivel de inventario final afecta al modelo ya sea aumentando o disminuyendo.

Finalizando, el modelo tiene sus limitaciones y debilidades, las cuales permiten realizar varias líneas de investigación en trabajos futuros, que deben considerar una propuesta de un sistema más preciso para calcular una cantidad idónea de abastecimiento, con el objetivo de evitar la escasez. Es decir, si la demanda tiene un incremento muy alto, puede variar “la vida útil de cada una de las reposiciones. Del mismo modo se puede cambiar la tasa de deterioro, o hacer uso de modelos de microbiología predictiva para tener un ajuste más aproximado”. Por último, se podría realizar un estudio que emplee un nivel de servicio a los clientes como el que es usado en el sistema de revisión periódica.

## **VI. Agradecimiento**

Como punto de inicio agradezco al Ingeniero Franklin Guamán, por haberme apoyado, guiado, enseñado y acompañado en este trabajo investigativo. A mi familia por darme fuerza, y ánimos. Además, agradezco a los profesores de la Universidad que me han apoyado y ayudado en el trayecto de la carrera. Finalmente agradezco a Dios por iluminarme en las situaciones adversas del día a día.

## **VII. Dedicatoria**

A la memoria de Jesús Guillermo Pillco Espinoza esposo, padre y abuelo.

## VIII. Bibliografía:

- Belieres, S., Hewitt, M., Jozefowicz, N., Semet, F., y Van Woensel, T. (2020). A Benders decomposition-based approach for logistics service network design. *European Journal of Operational Research*, 523-537.
- Belk, R. W. (1975). Situational Variables and Consumer Behavior. *JOURNAL OF CONSUMER RESEARCH*, 1-8.
- Chase, R., Jacobs, R., y Aquilano, N. (2009). Control de Inventarios . En R. Chase, R. Jacobs, y N. Aquilano, *Administracion de Operaciones: Produccion y cadena de suministros* (págs. 554-587). Punta Santa Fe: The McGraw-Hill.
- Chen, W., Li, J., y Jin, X. (2015). The replenishment policy of agri-products with stochastic demand in integrated agricultural supply chains. *Expert Systems With Applications*, 1-12.
- Corsten, D., y Gruen, T. (2003). Desperately seeking shelf availability: An examination of the extent, the causes, and the efforts to address retail out-of-stocks. *International Journal of Retail & Distribution Management*, 605-617.
- Dobson, G., Pinker, E., y Yildiz, O. (2017). An EOQ model for perishable goods with age-dependent demand rate. *European Journal of Operational Research*, 257 (1), 84–88.
- FAO. (20 de Abril de 2021). fao.org. Obtenido de fao.org: <http://www.fao.org/platform-food-loss-waste/flw-data/es/>
- FAO. (5 de Agosto de 2021). fao.org. Obtenido de fao.org: <http://www.fao.org/state-of-food-agriculture/2019/es/>
- Ghare, P., y Schrader, G. (1963). A model for exponentially decaying inventory. . *Journal of Industrial Engineering*, 14 (5), 238–243.
- Gholami Zanjani, S. M., Saeed Jabalameli, M., y Saman Pishvae, M. (2020). A Resilient-Green Model for Multi-Echelon Meat Supply Chain Planning. *Computers & Industrial Engineering*, 1-48.
- Gholami-Zanjani, S. M., Saeed Jabalameli, M., y Saman Pishvae, M. (2020). A Resilient-Green Model for Multi-Echelon Meat Supply Chain Planning. *Computers & Industrial Engineering*, 1-48.
- Gruzauskas, V., Gimzauskiene, E., y Navickas, V. (2019). Forecasting accuracy influence on logistics clusters activities: The case of the food industry. *Journal of Cleaner Production*, 240-253.
- Gutierrez-Alcoba, A., Rossi, R., Martin-Barragan, B., y M.T. Hendrix, E. (2016). A simple heuristic for perishable item inventory control under non-stationary stochastic demand. *International Journal of Production Research*, 2-13.
- Haijema, R. (2014). Optimal ordering, issuance and disposal policies for inventory management of perishable products. *International Journal of Production Economics*, 157, 158–169.

- Herbon, A., y Khmelnitsky, E. (2017). Optimal dynamic pricing and ordering of a perishable product under additive effects of price and time on demand. *European Journal of Operational Research*, 260 (2), 546–556.
- Howell, S., y Proudlove, N. (2007). A statistical investigation of inventory shrinkage in a large retail chain. *International Review of Retail, Distribution & Consumer Research*, 101-120.
- Janssena, L., Diabatb, A., Sauerd, J., y Herrmanne, F. (2018). A stochastic micro-periodic age-based inventory replenishment policy for perishable goods. *Transportation Research*, 445-465.
- Ji, Y., Du, J., Han, X., Wu, X., Huang, R., Wang, S., y Liu, Z. (2020). A mixed integer robust programming model for two-echelon inventory routing problem of perishable products. *Physica A*, 1-19.
- Ketzenberg, M., Gaukler, G., y Salin, V. (2018). Expiration dates and order quantities for perishables. *European Journal of Operational Research*, 266 (2), 569–584.
- Li, S., Zhang, J., y Tang, W. (2015). Joint dynamic pricing and inventory control policy for a stochastic inventory system with perishable products. *International Journal of Production Research*, 1-14.
- Lu, J., Zhang, J., Lu, F., y Tang, W. (3 de Diciembre de 2017). SpringerLink. Obtenido de SpringerLink: <https://doi.org/10.1007/s12351-017-0366-x>
- Mishra, Umakanta. (2015). A waiting time deterministic inventory model for perishable items in stock and time dependent demand. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. 7. 10.1007/s13198-015-0404-0.
- Muriana, C. (2016). An EOQ model for perishable products with fixed shelf life under stochastic demand conditions. *European Journal of Operational Research*, 255 (2), 388–396.
- Paknejad, J., Nasri, F., y Affisco, J. (2018). A perishable EOQ model subject to distinct demands for conforming and non-conforming items. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 2-8.
- Philip, G. (1974). A generalized EOQ model for items with Weibull distribution deterioration. *AIIE Transactions*, 6 (2), 159–162.
- Reiner, G., Teller, C., y Kotzab, H. (2013). Analyzing the efficient execution of in-store logistics processes in grocery retailing? the case of dairy products. *Production and Operations Management*, 22 (4), 924-939.
- Rekik, Y., y Sahin, E. (2012). Exploring inventory systems sensitive to shrinkage – analysis of a periodic review inventory under a service level constraint. *International Journal of Production Research* 50 (13), 3529-3546.
- Reza Motadel, M., Toloie Eshlagy, A., y Ghasemi, S. (2012). The Presentation of a Mathematical Model to Assess and Control the Inventory Control System through ABC Analysis Approach. *International Journal of Information, Security and Systems Management*, 1-13.
- Sarkar, B. (2012). An EOQ model with delay in payments and time varying deterioration rate. *Mathematical and Computer Modelling*, 55 (3), 367–377.

- Sebatjane, M., y Adetunji, O. (2020). Optimal lot-sizing and shipment decisions in a three-echelon supply chain for growing items with inventory level- and expiration date-dependent demand. *Applied Mathematical Modelling*, 1-49.
- Tadikamalla, P. (1978). An EOQ inventory model for items with gamma distributed deterioration. *AIIE Transactions*, 10 (1), 100–103.
- Tashakkor, N., Mirmohammadi, S., y Iranpoor, M. (2018). Joint optimization of dynamic pricing and replenishment cycle considering variable non-instantaneous deterioration and stock-dependent demand. *Computers & Industrial Engineering*, 232-241.
- Teller, C., Holweg, C., Reiner, G., y Kotzab, H. (2018). Retail store operations and food waste. *Journal of Cleaner Production*, 1-59.
- Yang, Y., Chi, H., Tang, O., Zhou, W., y Fan, T. (2019). Cross perishable effect on optimal inventory preservation control. *European Journal of Operational Research*, 998-1012.