

# Facultad de Ingeniería

Ingeniería Civil

"Construcción de una Mesa Vibratoria y análisis de resultados experimentales obtenidos con Visión Artificial"

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Ingeniero Civil

Autores:

Iván Rodrigo Guerrero Coronel CI:010570442-3 Correo electrónico: rodrigoguerreroing739@gmail.com

Edwin Rafael Nacipucha Sumba CI: 010730180-6 Correo electrónico:

edwin.nacipucha@gmail.com

Director:

Ing. Francisco Xavier Flores Solano CI: 030154741-0

Cuenca, Ecuador

17-junio-2022



#### RESUMEN

Este trabajo de titulación tiene como objetivo determinar y analizar las propiedades dinámicas de Modelos Estructurales Experimentales (MEEs), para este fin se diseñó y construyó una mesa vibratoria, en la que se realizaron ensayos dinámicos a MEEs de 1 y 2 Grados de Libertad (GDL). En los ensayos realizados se obtuvieron los registros de desplazamientos y aceleraciones mediante visión artificial (VA) y acelerómetros respectivamente.

Se determinaron los rangos de trabajo de la mesa vibratoria evaluando la precisión y exactitud del movimiento en diferentes frecuencias y amplitudes. La precisión se calculó al comparar los registros de desplazamiento obtenidos con el encoder óptico incremental en los ensayos realizados y la exactitud se evaluó comparando dichos registros con los teóricos planteados.

Para la aplicación de VA como método de medición de desplazamientos (Choi et al., 2011) plantea un proceso para la corrección del error producido por la curvatura del lente de la cámara; en este trabajo se simplificó el procedimiento de corrección. Se determinó la precisión y exactitud de la VA con el error entre los registros de desplazamientos obtenidos por este método y los obtenidos por el encoder óptico incremental.

Finalmente, partiendo de los registros de desplazamiento y aceleración obtenidos de los ensayos de vibración libre y armónica, se determinaron las propiedades dinámicas de periodo, frecuencia y razón de amortiguamiento de los MEEs. Con las propiedades dinámicas se modeló matemáticamente los MEEs y se compararon sus respuestas en el tiempo con las experimentales.

**PALABRAS CLAVES:** Mesa vibratoria. Visión artificial (VA). Modelos Estructurales Experimentales (MEEs). Propiedades dinámicas. Periodo. Frecuencia. Razón de amortiguamiento. Vibración libre. Vibración armónica.



#### **ABSTRACT**

The objective of this degree work is to determinate and analyze the dynamic properties of Experimental Structural Models (ESM). A shaking table was designed and built to successfully complete the objective. Then, dynamic tests with ESMs of one or two Degree of Freedom (DOF) were executed. The displacement and acceleration records were obtained from the tests through artificial vision (AV) and accelerometers respectively.

The working ranges of the shaking table were determined by the precision and accuracy of the movement evaluations at different frequencies and amplitudes. The precision was calculated comparing the displacement registers obtained with the incremental optical encoder in the tests carried out and, the accuracy was evaluated by comparing the experimental registers with the theoretical ones previously proposed.

For the application of artificial vision as a displacement measurement method, (Choi et al., 2011) proposes a process for correcting the error produced by the curvature of the camera lens. In this work, the correction procedure was simplified. The precision and accuracy of the artificial vision was determined with the error between the displacement records obtained by this method and those obtained by the incremental optical encoder.

Finally, based on the displacement and acceleration records obtained from the free and harmonic vibration tests, the dynamic properties of period, frequency and damping ratio of the ESMs were determined. With these properties, the ESMs were modeled mathematically and their results over time were compared with the experimental ones.

**KEYWORDS:** Shaking table. Artificial vision (AV). Experimental Structural Models (ESMs). Dynamic properties. Period. Frequency. Damping ratio. Free vibration, Harmonic vibration.

### **TABLA DE CONTENIDOS**

R	ESUME	N		 2
Α	BSTRA	CT		 3
ĺΝ	IDICE [	DE FI	GURAS	 6
Α	GRADE	CIM	IENTOS	 15
D	EDICA	ORI	Α	 16
1	INT	ROD	UCCIÓN	 17
	1.1	Ant	ecedentes y Justificación	 17
	1.2	Obj	etivos	 18
	1.2	.1	Objetivo General	 18
	1.2	.2	Objetivos Específicos	 18
	1.3	Org	anización de los capítulos	 18
2	MA	RCO	TEÓRICO	 20
	2.1	Def	iniciones previas	 20
	2.2	Con	ceptos y propiedades dinámicas de las estructuras	 21
	2.2	.1	Método de decaimiento logarítmico	 23
	2.2	.2	Método de ancho de banda	 23
	2.3	Ecu	aciones de movimiento para estructuras de 1 GDL	 25
	2.4	Ecu	aciones de movimiento para estructuras de varios GDL	 27
3	DIS	EÑO	Y CONSTRUCCIÓN DE LA MESA VIBRATORIA	 30
	3.1	Par	te mecánica	 30
	3.2	Sist	ema de control y adquisición de datos	 32
	3.2	.1	Hardware	 32
	3.2	.2	Software	 36
	3.3	Rep	roducción de movimiento	 37
	3.4	Vali	dación del movimiento	 41
	3.4	.1	Error del movimiento	 41
4	VIS	IÓN .	ARTIFICIAL	 46
	4.1	Pro	cedimiento para aplicación de visión artificial	 46
	4.2	Con	sideraciones para la aplicación de visión artificial	 51
	4.3	Vali	dación de la visión artificial como método de medición	 52
5			CIÓN DE PROPIEDADES DINÁMICAS Y VALIDACIÓN	
V	IATEM.		OS	
	5.1	Cara	acterísticas de los MEEs	 54

	5.2	5.2 Ensayo de Vibración Libre	
	5.3	Ensayo de Vibración Armónica	. 56
	5.4	Resultados MEE 1 GDL	. 57
	5.4	.1 Resultados de los ensayos de vibración libre MEE 1 GDL	. 57
	5.4	.2 Resultados de los ensayos de vibración armónica 1 GDL	. 59
	5.5	Resultados MEE 2 GDL	. 63
	5.5	.1 Resultados de los ensayos de vibración libre 2 GDL	. 64
	5.5	.2 Resultados de los ensayos de vibración armónica 2 GDL	. 66
	5.6	Validación de los modelos matemáticos	. 64
	5.6	.1 Modelo Matemático de 1 GDL - Vibración Libre	. 71
	5.6	.2 Modelo Matemático de 1 GDL - Vibración Armónica	. 72
	5.6	.3 Modelo Matemático de 2 GDL - Vibración Libre	. 75
	5.6	.4 Modelo Matemático de 2 GDL - Vibración Armónica	. 76
6	COI	NCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	. 79
	6.1	Conclusiones	. 79
	6.2	Recomendaciones	. 81
7	BIB	LIOGRAFÍA	. 83
8	AN	EXOS	. 84
	8.1	Costo de la mesa vibratoria fabricada y costo de sus mejoras	. 84
	8.2	Códigos e interface creada	. 85
	8.3	Movimientos de onda triangular generados por la mesa vibratoria	. 87
8.4		Movimientos de onda senoidal generados por la mesa vibratoria	. 89
	8.5	Registros Sísmicos generados por la mesa Vibratoria	. 91
	8.6	Movimientos de onda triangular obtenidos con visión artificial	. 92
	8.7	Movimientos de onda senoidal obtenidos con visión artificial	. 94
	8.8	Resultados de desplazamientos en vibración libre 1 GDL	. 96



### **ÍNDICE DE FIGURAS**

Figura 1: Representación de sistemas de 1GDL. (Fuente: Paz, 1992)21
Figura 2: Amplificación dinámica en función de la relación de frecuencias para varios
valores de amortiguación. Fuente: (Chopra, 2014)24
Figura 3: Factor de amplificación de deformación vs Razón entre las frecuencias. Fuente:
(Chopra, 2014)
Figura 4: Componentes mecánicos de la mesa vibratoria (Fuente: Elaboración propia)
Figura 5: Montaje de la parte mecánica, (a) vista frontal; (b) vista en planta (Fuente:
Elaboración propia)
Figura 6: Componentes Electrónicos de la mesa vibratoria (Fuente: Elaboración propia)
Figura 7: Sistema de Control (Fuente: Elaboración propia)
Figura 8: Esquema del funcionamiento del driver y el motor (Fuente: Elaboración propia)
Figura 9: Montaje del encoder óptico incremental a la mesa (Fuente: Elaboración propia)
Figura 10: Esquema de funcionamiento de la mesa vibratoria (Fuente: Elaboración
propia)
Figura 11: Fragmento de la Interfaz gráfica creada para el control de la mesa vibratoria
(Fuente: Elaboración propia)
Figura 12: Discretización de onda triangular (Fuente: Elaboración propia)
Figura 13: Discretización de onda senoidal (Fuente: Elaboración propia)
Figura 14: Relación entre variación desplazamientos y su tiempo (Fuente: Elaboración
propia)
Figura 15: Discretización del intervalo 1 del movimiento de onda triangular (Fuente:
Elaboración propia)
Figura 16: Límites de operación para el movimiento de onda triangular (Fuente:
Elaboración propia)
Figura 17: Límites de operación para el movimiento de onda senoidal (Fuente:
Elaboración propia)
Figura 18: Desplazamientos de onda triangular medidos con encoder óptico (Fuente:
Elaboración propia)
Figura 19: Desplazamiento de onda triangular Teórico vs Experimental - Ensayo 1
(Fuente: Elaboración propia)
Figura 20: Desplazamientos de onda senoidal medidos con encoder óptico (Fuente:
Elaboración propia)
Figura 21: Desplazamientos de onda senoidal Teórico vs Experimental - Ensayo 1
(Fuente: Elaboración propia)
Figura 22: Movimiento de objetivo y distorsión causado por la lente de la cámara
(Fuente: Choi et al., 2011)
Figura 23: (a) Configuración de los objetivos circulares, (b) MEE de 1 GDL, (c) MEE de 2
GDL. (Fuente: Elaboración propia)

Figura 24: Ajuste lineal del CPM obtenidos de videos con calidad 1080x1920 [px].
(Fuente: Elaboración propia)47
Figura 25: Toma de video en ensayo (Fuente: Elaboración propia)48
Figura 26: Procesamiento de imagen con Visión Artificial. (a) Imagen inicial, (b)
Detección del color azul, (c) Detección de objetivos circulares y obtención de sus
centros. (Fuente: Elaboración propia)48
Figura 27: Sistema de referencia para la detección de objetivos circulares y sus centros
(Fuente: Elaboración propia)49
Figura 28: Variación de posición de objetivos, de dos fotogramas consecutivos (Fuente:
Elaboración propia)50
Figura 29: Procesamiento de imagen sin filtro de tamaño (a) Imagen inicial, (b) Detección
del color azul, (c) Detección de objetivos circulares y obtención de sus centros.
(Fuente: Elaboración propia)51
Figura 30: Comparación de desplazamientos con y sin aplicación de filtro SG (Fuente:
Elaboración propia)52
Figura 31: Comparación del desplazamiento de onda triangular obtenido con el Encoder
y con Visión Artificial - Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)52
Figura 32: Comparación del desplazamiento de onda senoidal obtenido con el Encoder
y con Visión Artificial - Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)53
Figura 33: Variación de rigidez lateral, k, con la relación de rigidez de la viga con la
columna, ρ. Fuente: (Chopra, 2014)54
Figura 34: Proceso de Vibración Libre 1GDL. (a) Aplicación de desplazamiento inicial, (b)
Vibración libre, (c) Posición de equilibrio estático. (Fuente: Elaboración propia) 55
Figura 35: Proceso de Vibración Libre 2GDL. (a) Aplicación de desplazamiento inicial, (b)
Vibración libre, (c) Posición de equilibrio estático. (Fuente: Elaboración propia) 55
Figura 36: (a) MEE en reposo, (b) MEE en Vibración Armónica (Fuente: Elaboración
propia) 56
Figura 37: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL- Ensayo 1 (Fuente: Elaboración
propia) 57
Figura 38: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL – Ensayo 1 (Fuente: Elaboración
propia)58
Figura 39: Interfaz gráfica DEGTRA con los resultados de vibración libre - Ensayo 1
(Fuente: Software DEGTRA)59
Figura 40: Espectro de frecuencias obtenidas con FFT - Ensayo 1 (Fuente: Elaboración
propia)59
Figura 41: Respuesta de desplazamiento en vibración armónica a 2 Hz (Fuente:
Elaboración propia)60
Figura 42:Respuesta de desplazamiento en vibración armónica a 2.58 Hz (Fuente:
Elaboración propia)60
Figura 43:Respuesta de desplazamiento en vibración armónica a 2.60 Hz (Fuente:
Elaboración propia)61
Figura 44:Respuesta de desplazamiento en vibración armónica a 3 Hz (Fuente:
Elaboración propia)

Figura 45: Amplificación dinámica en función de relación de frecuencias $\xi$ = 0.053
(Fuente: Elaboración propia)62
Figura 46: Interfaz gráfica DEGTRA con los resultados de vibración armónica de 2.4 a 3
[Hz] (Fuente: Software DEGTRA)62
Figura 47: Espectro de frecuencias obtenidas con FFT - Ensayo de 2.40 a 3 [Hz] (Fuente:
Elaboración propia)63
Figura 48: Respuesta de aceleración en vibración armónica a 2.58 Hz (Fuente:
Elaboración propia)63
Figura 49: Respuesta de desplazamientos MEE 2GDL – Ensayo 1 - Modo 1, (a) Nivel 1, (b)
Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)64
Figura 50: Respuesta de desplazamientos MEE 2GDL – Ensayo 2 - Modo 2, (a) Nivel 1, (b)
Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)65
Figura 51: Espectro de frecuencias del MEE 2GDL- Ensayo 1, (a) Nivel 1, (b) Nivel 2
(Fuente: Elaboración propia)66
Figura 52: Espectro de frecuencias del MEE 2GDL- Ensayo 2, (a) Nivel 1, (b) Nivel 2
(Fuente: Elaboración propia)66
Figura 53: Respuesta de desplazamientos MEE 2GDL– Ensayo a 1.3 [Hz] y 2 [mm], (a)
Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)67
Figura 54: Respuesta de desplazamientos MEE 2GDL— Ensayo a 4.2 [Hz] y 2 [mm], (a)
Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)68
Figura 55: Amplificación dinámica en función de relación de relación de frecuencias para
identificar el modo 1, (a) Nivel 1 - $\xi$ = 0.059, (b) Nivel 2 - $\xi$ = 0.061 (Fuente: Elaboración
propia)69
Figura 56: Amplificación dinámica en función de relación de frecuencias para identificar
el modo 2, (a) Nivel 1 - $\xi$ = 0.061, (b) Nivel 2 - $\xi$ = 0.063 (Fuente: Elaboración propia) 70
Figura 57: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Libre (Fuente: Elaboración
propia)71
Figura 58: Repuesta MPU6050 vs Modelo Matemático – Vibración Libre (Fuente:
Elaboración propia)72
Figura 59: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 2.10 [Hz] (Fuente:
Elaboración propia)72
Figura 60: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 2.10 [Hz] Parte
transitoria (Fuente: Elaboración propia)73
Figura 61: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 2.10 [Hz] Parte
estacionaria (Fuente: Elaboración propia)73
Figura 62: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 2.58 [Hz] (Fuente:
Elaboración propia)74
Figura 63: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 2.4 [Hz] (Fuente:
Elaboración propia)74
Figura 64 : Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Libre - Modo 1, (a) Nivel 1,
(b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)75
Figura 65 : Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Libre - Modo 2, (a) Nivel 1,
(b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

Figura 66: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 1.30 [Hz], (a) Nivel
1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 67: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 4.20 [Hz], (a) Nivel
1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 68: Esquema de funcionamiento del Servo Motor (Fuente: https://teknic.com)
Figura 69: Fragmentos de los códigos cargados en los microcontroladores. (Fuente:
Elaboración propia)
Figura 70: Fragmentos de la Interfaz gráfica creada, (a) Visión Artificial, (b) Post proceso
de datos (Fuente: Elaboración propia)
Figura 71: Comparación del movimiento de onda triangular, teórico vs el generado con
la mesa vibratoria Ensayos 1-4 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 72: Comparación del movimiento de onda triangular, teórico vs el generado con
la mesa vibratoria Ensayos 5-10 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 73 Comparación del movimiento de onda senoidal, teórico vs el generado con la
mesa vibratoria Ensayos 1-4 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 74: Comparación del movimiento de onda senoidal, teórico vs el generado con la
mesa vibratoria Ensayos 5-10 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 75: Comparación de registros sísmicos reales con los generados en la mesa
vibratoria (Fuente: Elaboración propia)
Figura 76: Comparación del movimiento de onda senoidal, Encoder vs Visión Artificial
Ensayos 1-4 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 77: Comparación del movimiento de onda senoidal, Encoder vs Visión Artificial
Ensayos 5-10 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 78: Comparación del movimiento de onda senoidal, Encoder vs Visión Artificial
Ensayos 1-4 (Fuente: Elaboración propia)94
Figura 79: Comparación del movimiento de onda senoidal, Encoder vs Visión Artificial
Ensayos 5-10 (Fuente: Elaboración propia)95
Figura 80: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL- Ensayo 2 (Fuente: Elaboración
propia)
Figura 81: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL- Ensayo 3 (Fuente: Elaboración
propia)
Figura 82: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL- Ensayo 4 (Fuente: Elaboración
propia)
Figura 83: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL- Ensayo 5 (Fuente: Elaboración
propia)
Figura 84: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL– Ensayo 2 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 85: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL—Ensayo 3 (Fuente: Elaboración propia)
Figura 86: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL– Ensayo 4 (Fuente: Elaboración propia)
97
Figura 87: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL – Ensayo 5 (Fuente: Elaboración propia)
97



### **ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 1: Clasificación de las estructuras por su fracción de amortiguamiento 22
Tabla 2: Parámetros de precisión y exactitud del movimiento de onda triangular 1Hz –
6mm44
Tabla 3: Parámetros de precisión y exactitud del movimiento de onda senoidal 1Hz –
6mm45
Tabla 4: Parámetros de precisión y exactitud de la medición del movimiento de onda
triangular y senoidal con VA53
Tabla 5: Materiales y geometría de los elementos que constituyen los MEEs54
Tabla 6: Propiedades dinámicas determinadas con los registros de desplazamiento y
aceleración 57
Tabla 7: Propiedades dinámicas obtenidas de ensayos de vibración libre 58
Tabla 8: Frecuencias para el análisis del ancho de banda62
Tabla 9: Frecuencias para el análisis del ancho de banda - Modo 170
Tabla 10: Frecuencias para el análisis del ancho de banda - Modo 2 71
Tabla 11: Propiedades dinámicas determinadas con los registros de desplazamiento 66
Tabla 12: Resumen de resultados obtenidos de los ensayos realizados en el MEE 1 GDL
79
Tabla 13: Resumen de resultados obtenidos de los ensayos realizados en el MEE 2 GDL
79
Tabla 14: Costo de materiales Mesa Vibratoria84
Tabla 15: Costo de materiales para mejora de Mesa Vibratoria

Yo, Iván Rodrigo Guerrero Coronel en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Construcción de una Mesa Vibratoria y análisis de resultados experimentales obtenidos con Visión Artificial", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 01 de junio de 2022

Iván Rodrigo Guerrero Coronel

C.I: 010570442-3



### Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Edwin Rafael Nacipucha Sumba en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Construcción de una Mesa Vibratoria y análisis de resultados experimentales obtenidos con Visión Artificial", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 01 de junio de 2022

Edwin Rafael Nacipucha Sumba

C.I: 010730180-6



### Cláusula de Propiedad Intelectual

Iván Rodrigo Guerrero Coronel, autor del trabajo de titulación "Construcción de una Mesa Vibratoria y análisis de resultados experimentales obtenidos con Visión Artificial", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 01 de junio de 2022

Iván Rodrigo Guerrero Coronel

C.I: 010570442-3



### Cláusula de Propiedad Intelectual

Edwin Rafael Nacipucha Sumba, autor del trabajo de titulación "Construcción de una Mesa Vibratoria y análisis de resultados experimentales obtenidos con Visión Artificial", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 01 de junio de 2022

Edwin Rafael Nacipucha Sumba

C.I: 010730180-6



#### **AGRADECIMIENTOS**

Agradecemos a Dios por las oportunidades con las que nos bendijo.

A la Universidad de Cuenca y a los docentes de la Facultad de Ingeniería, por los valiosos conocimientos impartidos a lo largo de estos años.

Al Ing. Francisco Flores nuestro profesor y director de tesis, por motivarnos a culminar nuestros estudios, y por ser un ejemplo de ser humano y profesional con una entrega total en su vocación de profesor.

A nuestros padres, familiares y amigos, por brindarnos su apoyo incondicional y acompañamiento durante estos años de formación profesional.



#### **DEDICATORIA**

A Dios, por darme la oportunidad de vivir y tener una familia que me apoyo en todo momento.

A mis padres, Blanca y Rodrigo, quienes con su apoyo, ejemplo y cariño me brindaron la fuerza para seguir adelante y culminar mis estudios. A mis hermanos Rigoberto y Víctor que fueron mi ejemplo a seguir y me apoyaron en todo lo que pudieron.

A mis amigos, en especial a Jank y Gambeta por no foldear la amistad, aunque así nos hubiera ido mejor XD.

**Rodrigo Guerrero Coronel** 

A Dios quien ha sido mi guía, que me dio la oportunidad de vivir y tener una familia maravillosa.

A mis padres, Erlinda y Juan, quienes con su ejemplo, apoyo y cariño incondicional han sido mi soporte y fortaleza para seguir adelante. De igual forma a mis hermanos que estuvieron ahí siempre ayudándome en todo lo posible.

A mis amigos, en especial a Pablo por su paciencia y ayuda constante a lo largo de este trayecto.

**Edwin Nacipucha Sumba** 



#### 1 INTRODUCCIÓN

#### 1.1 Antecedentes y Justificación

Ecuador es un país de riesgo sísmico, con un amplio historial de eventos telúricos, como los sucedidos en Esmeraldas (1906), Guayaquil (1942), Manabí (2016), entre otros. La principal causa de pérdidas humanas en estos eventos fue el colapso de diferentes tipos de estructuras civiles, debido a diseños deficientes y con poco criterio sobre su comportamiento dinámico (ingeniería sísmica). Por lo tanto, los profesionales se ven en la necesidad de comprender de mejor manera las propiedades y comportamientos dinámicos de las estructuras. Esta falencia de conocimientos se podría complementar por medio de análisis en modelos experimentales y, de esa manera añadir la práctica al aprendizaje teórico.

Desde el año 1900 las necesidades prácticas en ingenie ría sísmica han sido cubiertas por el desarrollo de mesas vibratorias (Severn, 2010). De esta manera las mesas vibratorias se han convertido en parte fundamental para la ingeniería sísmica, ya que han demostrado ser efectivas en el estudio de modelos dinámicos estructurales complejos. (Bernal et al., 2015). Se ha demostrado que las mesas vibratorias son muy útiles para el estudio del comportamiento dinámico de estructuras civiles, ya que facilita la comprensión de sus propiedades dinámicas. Así, mediante la combinación de la teoría con la experimentación se pueden comparar los resultados teóricos con las mediciones reales del modelo de estudio. De este modo la mesa vibratoria se transforma en una gran herramienta, principalmente en universidades donde se forman los Ingenieros Civiles. (Oyarce, 2006).

Por otro lado, existen investigaciones que han hecho uso de la VA como método de medición de desplazamientos en estructuras, y han demostrado su precisión y usabilidad de tal manera que pueden reemplazar a métodos de medición convencionales (acelerómetros, transductores, laser, etc.). (Choi et al., 2011). Además, con este método se ha podido constituir sistemas de monitoreo de vibraciones de estructuras como por ejemplo en puentes atirantados, haciendo uso de una cámara de video y reemplazando de esta manera a las redes de acelerómetros y galgas extensiométricas distribuidas a lo largo de la estructura que se conectan a una o varias computadoras. (Liu et al., 2016).

En este trabajo de titulación se realizaron ensayos en los MEEs de 1 y 2 GDL, determinando y analizando sus propiedades dinámicas, mediante el uso de una mesa vibratoria y la aplicación de la VA como método de medición de desplazamientos. Se utilizaron como datos de partida los desplazamientos y aceleraciones obtenidos mediante VA y acelerómetros, respectivamente. Los MEEs fueron sometidos a vibración libre y armónica. Posteriormente, se modelaron matemáticamente los MEEs y se compararon sus respuestas en el tiempo con las experimentales.



Para cumplir los objetivos planteados se diseñó y construyó una mesa vibratoria capaz de reproducir movimientos de onda triangular, senoidal y de registros sísmicos con una precisión y exactitud aceptables. Además, se crearon interfaces gráficas para facilitar el uso de la mesa vibratoria y la implementación de la VA.

Se espera que los instrumentos generados para este trabajo de titulación complementen de manera práctica el estudio de las propiedades dinámicas de las estructuras civiles, ampliando el estudio teórico en las aulas con ensayos de laboratorio. Sirviendo como punto de partida para nuevas líneas de investigación teórico-experimentales en el análisis dinámico de estructuras, su comportamiento y diseño sísmico.

#### 1.2 Objetivos

#### 1.2.1 Objetivo General

- Determinar y analizar las propiedades dinámicas de MEEs, con el uso de una mesa vibratoria y el registro de sus desplazamientos obtenidos mediante visión artificial.

#### 1.2.2 Objetivos Específicos

- 1. Diseñar y construir una mesa vibratoria unidireccional, con software (libre) y hardware de control para realizar ensayos dinámicos.
- 2. Realizar un programa para el procesamiento de desplazamientos y aceleraciones, obtenidos por visión artificial y acelerómetros, respectivamente.
- 3. Diseñar y construir MEEs de uno y dos GDLD, para la ejecución de ensayos con distintos tipos de excitación dinámica: vibración libre, movimiento armónico y excitación sísmica.
- Obtener y analizar las propiedades dinámicas de los MEEs; obtenidos de los ensayos de vibración libre y movimiento armónico, con los métodos de medición de desplazamientos (visión artificial) y aceleración (acelerómetros).
- 5. Validar los modelos matemáticos representativos de los MEEs y comparar sus respuestas en el tiempo con los resultados de los ensayos realizados.

#### 1.3 Organización de los capítulos

Este trabajo de titulación se organiza en 8 capítulos, que se dividen en: Introducción, marco teórico, diseño y construcción de la mesa vibratoria, visión artificial, obtención de propiedades dinámicas y validación de modelos matemáticos, conclusiones y recomendaciones, bibliografía y anexos.

En el capítulo 1, de introducción, se establecen los antecedentes y la importancia del tema a desarrollar, así como la propuesta e hipótesis del presente trabajo de titulación;



también contiene la justificación e importancia del tema elegido, así como los objetivos que se plantean satisfacer. El capítulo 2 contiene el marco teórico con conceptos que ayudarán a comprender el desarrollo de los temas en los posteriores capítulos. En el capítulo 3 se detalla la construcción de la mesa vibratoria con las partes fundamentales de sus sistemas: mecánico y, de control y adquisición de datos. Además, se establecen los rangos de trabajo de la mesa vibratoria. En el capítulo 4 se detalla todo lo referente a la visión artificial, el proceso seguido para el cálculo de desplazamientos a partir de un video digital y su validación como método de medición de desplazamientos. En el capítulo 5 se presentan las respuestas experimentales de desplazamiento y aceleraciones de los distintos ensayos, obtenidos mediante VA y acelerómetros respectivamente; con los que se obtuvieron las propiedades dinámicas de los MEEs y se validan sus modelos matemáticos. En el capítulo 6 se presentan las conclusiones a las que se llegó en cuanto a los movimientos que puede reproducir la mesa vibratoria, la precisión y exactitud de la VA como método de medición de desplazamientos y las recomendaciones de cómo mejorar las herramientas creadas. En el capítulo 7 se muestran las referencias bibliográficas utilizadas para el desarrollo del presente trabajo de titulación. En el capítulo final se muestran los anexos con resultados de algunos ensayos e información adicional.



#### 2 MARCO TEÓRICO

En este capítulo se abordan definiciones y conceptos que son necesarios para entender las propiedades dinámicas de las estructuras civiles. Además de definiciones de otras ramas de la ingeniería que son de interés para el desarrollo de los subsecuentes capítulos.

#### 2.1 Definiciones previas

Un elemento importante para el control de la mesa vibratoria es el microcontrolador, este se comunica con el computador vía comunicación serial. Un microcontrolador es un circuito integrado en el que se graban instrucciones, las cuales se escriben en un determinado lenguaje de programación, son capaces de enviar órdenes a periféricos de entrada y salida de datos (drivers, tarjetas micro SD, acelerómetros, etc.). La comunicación serial permite la transmisión y recepción bit a bit de un byte (8 bits) completo de información. Así con la transmisión de varios bytes se envían instrucciones y datos, del computador a un microcontrolador y viceversa, también de un microcontrolador a un periférico y viceversa.

Es importante conocer las definiciones de posición, movimiento y desplazamiento para una correcta interpretación de los datos obtenidos en los ensayos. La posición es una magnitud vectorial que permite determinar la ubicación de una partícula en un sistema de referencia de coordenadas. El movimiento es el cambio de posición de un cuerpo en un determinado tiempo. El desplazamiento es la longitud y dirección que recorre un cuerpo para desplazarse desde un punto inicial hasta un punto final.

En la validación del correcto funcionamiento de la mesa vibratoria y de la VA, se obtuvieron parámetros de resolución, precisión y exactitud. La resolución es la variación más pequeña posible de detectar por el instrumento de medición. La precisión es el grado de concordancia entre valores medidos, obtenido por mediciones repetidas, en el mismo objeto o en objetos similares, bajo condiciones específicas. La precisión de la medición generalmente se expresa numéricamente como la desviación estándar (Ec. 1), la varianza o el coeficiente de variación. La exactitud es el grado de concordancia entre un valor medido y un valor real de una medición. Una medición es más exacta cuando da un error de medición menor. (VIM, 2012). La exactitud se estima con el error porcentual (Ec. 2).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - d_m)}{n}}$$
 Ec. 1

Donde:

σ: es la desviación estándar.

d<sub>i</sub>: es la magnitud medida.

d<sub>m</sub>: es la magnitud promedio.

n: es número de datos recolectados.



$$\epsilon_{\%} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - d_t)^2}{\sum_{i=1}^{n} (d_t)^2} * 100$$
 Ec. 2

Donde:

 $\epsilon_{\%}$ : es el error porcentual.  $d_i$ : es la magnitud medida.  $d_t$ : es la magnitud verdadera.

n: es número de datos recolectados.

#### 2.2 Conceptos y propiedades dinámicas de las estructuras

Los sistemas de un grado de libertad pueden ser representados por el modelo matemático que se muestra en la Figura 1, que tiene los siguientes componentes: (A) una componente masa m, que representa la masa o propiedad de inercia de la estructura. (B) un componente resorte k, que representa las fuerzas internas de la estructura y su capacidad de almacenar energía potencial (dados por las vigas y columnas). (C) un componente de amortiguación c, que representa las pérdidas de energía y las características friccionales de la estructura (mecanismos de amortiguamiento). (D) la fuerza de excitación F(t), que representa las fuerzas exteriores que actúan sobre la estructura. (Paz, 1992).

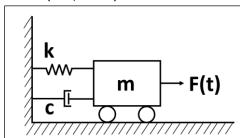


Figura 1: Representación de sistemas de 1GDL. (Fuente: Paz, 1992)

Para sistemas compuestos por más de una masa, el número de desplazamientos independientes requerido para definir las posiciones de todas las masas en relación con su posición inicial se denominan el número de grados de libertad para el análisis dinámico (Chopra, 2014).

Un sistema estructural que no posee la componente de amortiguamiento (C) se conoce como sistema no amortiguado, que ante una excitación externa vibraría indefinidamente. Este caso es una idealización y no se apega a la realidad.

A continuación, se definen conceptos importantes que determinan el comportamiento dinámico de las estructuras, su deducción se puede profundizar en libros de Dinámica Estructural.

El periodo natural de vibración  $(T_n)$  representa el tiempo que necesita una estructura cualquiera, libre de amortiguamiento, para completar una oscilación en desplazamientos (Katsikadelis, 2020). Se puede calcular como el cociente entre  $2\pi$  y la frecuencia natural  $(w_n)$  de la estructura (Ec. 3).



$$T_n = \frac{2\pi}{w_n}$$
 Ec. 3

La frecuencia natural se expresa como la raíz cuadrada de la razón entre la rigidez (k) y la masa (m) de la estructura (Ec. 4).

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
 Ec. 4

La rigidez es la fuerza necesaria para producir un desplazamiento unitario, está en función de las propiedades físicas y geométricas de la estructura. La rigidez a flexión de elementos estructurales (viga y columna) con condiciones de empotramiento en los extremos, se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$k = \frac{12 * E * I}{I^3}$$
 Ec. 5

Donde:

E: es el módulo de elasticidad del material.

I: es la inercia de la sección.

l: es la longitud del elemento.

La constante de amortiguamiento (c) es una medida de la energía disipada en un ciclo de vibración libre o en un ciclo de vibración armónica.

El amortiguamiento crítico es el valor más pequeño de c que inhibe por completo el movimiento de la estructura, se define como:

$$c_{\rm cr} = 2mw_{\rm n} = 2\sqrt{\rm km} = \frac{2\rm k}{w_{\rm n}}$$
 Ec. 6

La razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) es una propiedad del sistema que depende de su masa y rigidez, se calcula como el cociente entre la constante de amortiguamiento y el amortiguamiento crítico (Ec. 7). Por lo general para estructuras reales varía de 0.02 a 0.05.

$$\xi = \frac{c}{c_{\rm cr}}$$
 Ec. 7

De acuerdo al valor de la fracción de amortiguamiento, las estructuras pueden clasificarse como:

Tabla 1: Clasificación de las estructuras por su fracción de amortiguamiento

<b>)</b>	Clasificación
< 1	Sub amortiguada
= 1	Amortiguada crítica
>1	Sobre amortiguada

En estructuras sub amortiguadas, que son las estudiadas en esta investigación, la amplitud de vibración no se mantiene constante durante el movimiento, sino que decrece ciclo a ciclo. Sin embargo, las oscilaciones ocurren en intervalos iguales de tiempo. Este intervalo de tiempo se llama periodo de vibración amortiguado (T<sub>d</sub>).(Paz, 1992).

$$T_{\rm d} = \frac{2\pi}{w_{\rm d}} = \frac{2\pi}{w_{\rm n}\sqrt{1-\xi^2}}$$
 Ec. 8

#### 2.2.1 Método de decaimiento logarítmico

El decaimiento logarítmico se define como el logaritmo natural del cociente entre la amplitud de dos picos máximos consecutivos de una vibración libre amortiguada. Está relacionado a la fracción de amortiguamiento del sistema como se muestra en la Ec. 9 (Chopra, 2014).

$$\delta = \ln\left(\frac{u_i}{u_{i+1}}\right) = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$
 Ec. 9

Para razones de amortiguamiento pequeñas (menores a 0.20),  $\delta$  se puede aproximar como:

$$\delta \cong 2\pi \xi$$
 Ec. 10

Con el decaimiento logarítmico se determina de forma experimental la razón de amortiguamiento de estructuras sub amortiguadas, para esto se recurre a las siguientes ecuaciones:

$$\xi = \frac{1}{2\pi j} \ln \left( \frac{u_i}{u_{i+j}} \right)$$
 Ec. 11

$$\xi = \frac{1}{2\pi j} \ln \left( \frac{\ddot{u}_i}{\ddot{u}_{i+j}} \right)$$
 Ec. 12

Estas ecuaciones están en función del número de ciclos (j) entre los picos máximos, la Ec. 11 en términos de desplazamientos y la Ec. 12 en términos de aceleraciones (Chopra, 2014).

#### 2.2.2 Método de ancho de banda

Es un método que permite determinar la razón de amortiguamiento mediante la relación entre el ancho de banda y el amortiguamiento del sistema. Esta relación se muestra en la Figura 2, en donde las formas de las curvas dependen de la magnitud de la amortiguación, en particular del ancho de banda que es la diferencia entre dos frecuencias que corresponden a una misma amplitud (Paz, 1992).

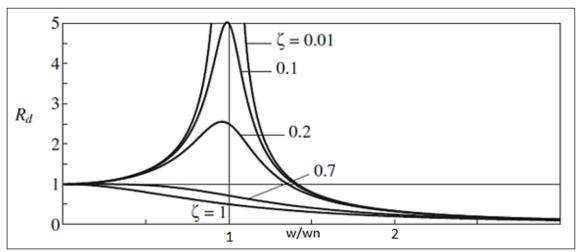


Figura 2: Amplificación dinámica en función de la relación de frecuencias para varios valores de amortiguación. Fuente: (Chopra, 2014)

El factor de amplificación dinámica de deformación  $(R_d)$ , es igual a la razón entre las respuestas máximas estática y dinámica. Para un sistema con vibración armónica con amortiguamiento viscoso se determina mediante la Ec. 13 (Chopra, 2014).

$$R_d = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{w}{w_n}\right)\right]^2}}$$
 Ec. 13

Donde:

 $R_d$ : es el factor de amplificación dinámica.

w: es la frecuencia de aplicación de la carga armónica.

 $w_n$ : es la frecuencia natural del sistema.

 $\xi$ : es la razón de amortiguamiento.

Si  $w=w_n$ , se dice que el sistema está en resonancia y el factor de amplificación es máximo e igual a:

$$R_d = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$
 Ec. 14

Para el cálculo de la razón de amortiguamiento es conveniente medir el ancho de banda a  $1/\sqrt{2}$  de la amplitud máxima como se muestra en la Figura 3.

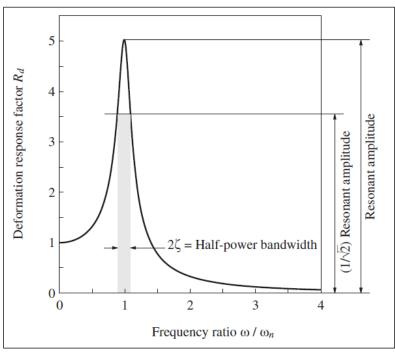


Figura 3: Factor de amplificación de deformación vs Razón entre las frecuencias. Fuente: (Chopra, 2014)

Las frecuencias del ancho de banda mínima  $(w_a)$  y máxima  $(w_b)$ , corresponden a la amplitud resonante multiplicado por  $1/\sqrt{2}$ . La razón de amortiguamiento se determina mediante la Ec. 15.

$$\xi = \frac{w_b - w_a}{2 * w_n}$$
 Ec. 15

#### 2.3 Ecuaciones de movimiento para estructuras de 1 GDL

Las ecuaciones de movimiento para estructuras de 1 GDL sometidas a vibración libre y vibración armónica parten de la ecuación general de movimiento Ec. 16.

$$m * \ddot{u}(t) + c * \dot{u}(t) + k * u(t) = P(t)$$
 Ec. 16

Donde:

m: es la masa [kg].

c: es el coeficiente de amortiguamiento [kg/s].

k: es la rigidez [N/m].

 $\ddot{u}(t)$ : es la aceleración [m/s<sup>2</sup>].

 $\dot{u}(t)$ : es la velocidad [m/s].

u(t): es el desplazamiento [m].

P(t): es la fuerza externa aplicada a la estructura [N].

La ecuación de movimiento para estructuras sometidas a vibración libre se deduce de la Ec. 16, haciendo P(t)=0 y despejando el desplazamiento se obtiene la Ec. 17.

$$u(t) = e^{-\xi w_n t} \rho \cos \left(\phi - w_d t\right)$$
 Ec. 17

$$\rho = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{\dot{u}_0 + \xi w_n u_0}{w_d}\right)^2}$$
 Ec. 18

$$\phi = tg^{-1} \left[ \frac{\left( \frac{\dot{u}_0 + \xi w_n u_0}{w_d} \right)}{u_0} \right]$$
 Ec. 19

#### Donde:

ρ: es la amplitud máxima del movimiento [m].

 $\phi$ : es el ángulo de fase [rad].

 $u_0$ : es el desplazamiento inicial [m].

 $\dot{u}_0$ : es la velocidad inicial [m/s].

 $\xi$ : es la razón de amortiguamiento.

 $w_n$ : es la frecuencia angular natural de la estructura [rad/s].

 $w_d$ : es la frecuencia amortiguada de la estructura [rad/s].

t: es el tiempo [s].

La ecuación de movimiento para estructuras sometidas a vibración armónica se deduce de la Ec. 16, haciendo  $P(t) = P_0 * \sin(wt)$  y despejando el desplazamiento se obtiene la Ec. 20; en la cual se identifican una parte transitoria y una estacionaria.

$$u(t) = e^{-\xi w_n t} \left[ A\cos(w_d t) + B\sin(w_d t) \right] + C\sin(wt) + D\cos(wt)$$
 Ec. 20

Transitoria

Estacionaria

$$C = \frac{P_0}{k} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}$$
 Ec. 21

$$D = \frac{P_0}{k} \frac{-2\xi\beta}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}$$
 Ec. 22

$$\beta = \frac{w}{w_n}$$
 Ec. 23
$$A = u_0 - D$$
 Ec. 24

$$A = u_0 - D$$
 Ec. 24

$$B = \frac{1}{w_d} (\dot{u}_0 + \xi w_n A - Cw)$$
 Ec. 25

#### Donde:

 $P_0$ : es la amplitud de la fuerza armónica aplicada [N].

w: es la frecuencia angular de la fuerza armónica aplicada [rad/s].

A, B, C y D: son constantes en [m].

 $\beta$ : es una constante adimensional.



La fuerza armónica aplicada al MEE se determina a partir del movimiento generado en su base (Ec. 26), que al calcular su segunda derivada se obtiene la aceleración, luego esta se multiplica por la masa del MEE para obtener la fuerza aplicada.

$$r(t) = A_0 * \sin(wt)$$
 Ec. 26

Donde:

r(t): movimiento armónico aplicado [m].

 $A_0$ : es la amplitud del movimiento armónico [m].

w: es la frecuencia angular del movimiento armónico [rad/s].

t: es el tiempo en [s].

#### 2.4 Ecuaciones de movimiento para estructuras de varios GDL

En estructuras de varios GDL, la ecuación general de movimiento es de forma matricial. La solución de esta ecuación, se obtiene dividiendo a la estructura en sistemas de 1 GDL que representan una solución para cada modo de vibración Ec. 27. Para determinar la respuesta real se utiliza el método de superposición modal.

$$M^* * \ddot{q}(t) + C^* * \dot{q}(t) + K^* * q(t) = P^*(t)$$
 Ec. 27

Donde:

 $M^*$ : es la matriz modal de masas [kg].

 $C^*$ : es la matriz modal de coeficientes de amortiguamiento [kg/s].

 $K^*$ : es la matriz modal de rigidez [N/m].

 $\ddot{q}(t)$ : es la aceleración [m/s<sup>2</sup>].

 $\dot{q}(t)$ : es la velocidad [m/s].

q(t): es el desplazamiento [m].

 $P^*(t)$ : es la fuerza externa modal aplicada a la estructura.

Las matrices modales de masa, amortiguamiento y rigidez se obtienen por medio de la Ec. 28, Ec. 29 y Ec. 30 respectivamente.

$$M^* = \phi^T M \phi$$
 Ec. 28

$$C^* = \phi^T C \phi$$
 Ec. 29

$$K^* = \phi^T K \phi$$
 Ec. 30

Donde:

M: es la matriz de masas [kg].

C: es la matriz de amortiguamiento [kg/s].

K: es la matriz de rigidez [N/m].

 $\phi$ : es la matriz modal.



La fuerza modal aplicada se calcula con la Ec. 31

$$P^*(t) = \phi^T * M * I * \ddot{U}_a$$
 Ec. 31

Donde:

I: es el vector de incidencia.

 $\ddot{U}_a$ : es la aceleración del suelo.

La matriz modal se determina con los modos de vibración, los cuales reflejan la combinación lineal de armónicos de los componentes de una estructura. Dicho en otras palabras, es la forma que toma la estructura cuando todos sus grados de libertad empiezan a oscilar de forma armónica en fase (Chopra, 2014). Estos son importantes ya que permiten tener noción de cómo se moverá la estructura ante excitaciones dinámicas en rangos de comportamiento lineal, pues los movimientos que aparentan ser caóticos no son más que la combinación de estos modos de vibración transformados de coordenadas modales a coordenadas reales (Paultre, 2010).

Para determinar los modos de vibración primero se deben obtener las frecuencias naturales de la estructura, estas se calculan mediante un análisis de eigenvalores o valores propios, utilizando conceptos de ecuaciones diferenciales y de álgebra lineal para resolver la ecuación de movimiento (Ec. 16). Se considera las fuerzas externas nulas y se ignora el amortiguamiento, posteriormente se encuentra una solución no trivial (Ec. 32) en la cual se debe determinar los eigenvalores para finalmente obtener las frecuencias naturales al obtener su raíz cuadrada.

$$\det (K - (w_n)^2 * M)$$
 Ec. 32

Donde:

 $(w_n)^2$ : son los eigenvalores.

Los modos de vibración están relacionados con los eigenvectores, a su vez con las frecuencias naturales de la estructura. Para calcular los modos de vibración se emplea la Ec. 33.

$$(K - (w_n)^2 * M) * \phi_j = 0$$
 Ec. 33

Donde:

 $\phi_i$ : es el modo de vibración j.

La ecuación de movimiento para estructuras de varios GDL sometidas a vibración libre (Ec. 34), se determina mediante la superposición de las respuestas modales obtenidas con la Ec. 27, haciendo P(t)=0.

$$u(t) = \sum_{j=1}^{n} \phi_{j} e^{-\xi_{j} w_{n_{j}} t} \left[ q_{j}(0) \cos \left( w_{d_{j}} * t \right) + \frac{\dot{q}_{j}(0) + \xi_{j} w_{n_{j}} q_{j}(0)}{w_{d_{j}}} sen \left( w_{d_{j}} * t \right) \right]$$
 Ec. 34

Donde:

 $\phi_i$ : es el modo de vibración j.

 $q_i(0)$ : es el desplazamiento inicial [m].

 $\dot{q}_{1}(0)$ : es la velocidad inicial [m/s].

 $\xi_i$ : es la razón de amortiguamiento.

 $w_{n_i}$ : es la frecuencia angular natural de la estructura [rad/s].

 $w_{d_i}$ : es la frecuencia amortiguada de la estructura [rad/s].

t: es el tiempo [s].

Para la determinación de la ecuación de movimiento de estructuras sometidas a vibración armónica, al igual que vibración libre, se utiliza el método de superposición modal. Donde  $P(t) = P_0 * \sin(wt)$ , dando como resultado la Ec. 35.

$$u(t) = \sum_{j=1}^{n} \phi_{j} \left\{ e^{-\xi_{j} w_{n_{j}} t} \left[ A_{j} \cos \left( w_{d_{j}} * t \right) + B_{j} \sin \left( w_{d_{j}} * t \right) \right] + C_{j} \sin(wt) + D_{j} \cos(wt) \right\}$$
 Ec. 35

Los coeficientes  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C_j$ , y  $D_j$ , para cada modo de vibración se calculan de la misma manera como se hizo para estructuras de 1GDL sometidas a movimiento armónico.



#### 3 DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE LA MESA VIBRATORIA

Una mesa vibratoria es un dispositivo que simula el movimiento del suelo y de esta manera poder observar sus efectos en las estructuras reales o en modelos a escalados. Es ideal para estudiar y entender la relación entre las propiedades dinámicas de la estructura y el movimiento del suelo, además permite estudiar fenómenos como la resonancia, torsión accidental, etc.

En la mesa construida se identifican dos partes fundamentales. La primera es una parte mecánica que conforma el cuerpo de la mesa vibratoria, que además se encarga del movimiento de su plataforma, mientras que la segunda es un sistema de control y adquisición de datos.

#### 3.1 Parte mecánica

Los mecanismos de movimiento de las mesas vibratorias son variados, por ejemplo, mecanismo biela manivela y yugo escoses. En el modelo propuesto se optó por el mecanismo de tornillo de avance, que es uno de los más versátiles y fáciles de implementar. Este mecanismo se encuentra en algunos modelos de mesas vibratorias del mercado como la Shaking Table 2 de Quanser y en máquinas de control numérico computarizado (CNC), por ejemplo, impresoras 3D, grabadoras laser, cortadoras de plasma, etc.

Es importante entender el mecanismo encargado del movimiento de la mesa, ya que esto nos indica algunas de las variables y constantes que debemos tomar en cuenta para obtener una ecuación de movimiento válida y sencilla de utilizar, de esta manera poder adaptarla a los distintos tipos de movimiento que reproducirá la mesa. En la Figura 4 se observan sus componentes.

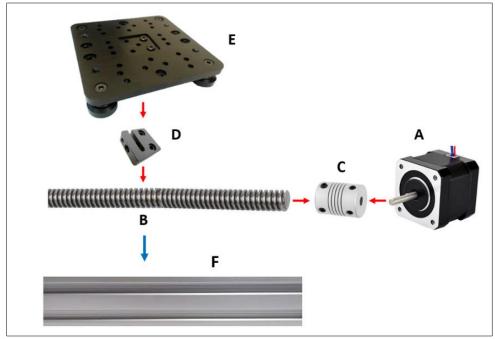


Figura 4: Componentes mecánicos de la mesa vibratoria (Fuente: Elaboración propia)

El funcionamiento del mecanismo de tornillo de avance transmite el movimiento angular del eje del motor (A) a un tornillo de precisión (B) mediante un acople flexible (C). Por otro lado, se acopla una tuerca bloque anti backlash (D) a una plataforma con ruedas (E), y se inserta la tuerca bloque (D) al tornillo de precisión (B). Todo esto se monta en conjunto sobre un perfil de aluminio (F) y de esta manera se restringe el giro de la tuerca sobre el tornillo de precisión. Así, dependiendo del sentido de giro del eje del motor, la tuerca junto con la plataforma avanza en uno de los dos sentidos a lo largo del tornillo de precisión, convirtiéndose el movimiento angular del eje del motor en movimiento lineal de la plataforma de la mesa vibratoria, como se muestra en la Figura 5.

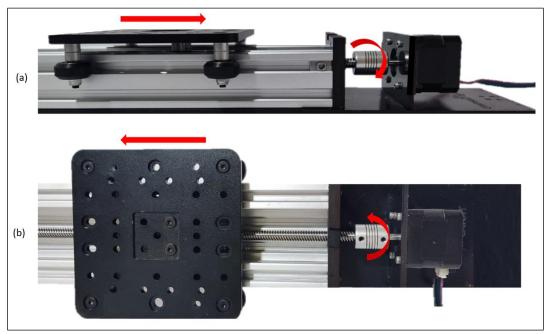


Figura 5: Montaje de la parte mecánica, (a) vista frontal; (b) vista en planta (Fuente: Elaboración propia)

Los componentes mecánicos de la mesa vibratoria son:

#### (A) Motor de pasos

Es un motor de corriente continua sin escobillas, su rotación se divide en un determinado número de pasos resultantes de la estructura del motor. El motor utilizado para la mesa es un Nema 17HS4401 con un eje de 5 [mm] de diámetro y un torque de 4.5 [kg-cm]. Una revolución completa del motor se divide en 200 pasos, dando una resolución a su movimiento angular de 1.8º (como resultado de dividir 360º entre 200). Los límites de velocidad angular de este motor son de 1.8 [rev/s] a 6.25 [rev/s].

#### (B) Tornillo de precisión

El tornillo de precisión es de acero galvanizado con un diámetro de 8 [mm] cuya configuración geométrica garantiza que por cada revolución que da, se avance linealmente 8 [mm] a lo largo del tornillo en cualquiera de sus sentidos. Esta configuración nos da una relación directa entre el movimiento angular y el lineal.



#### (C) Acople Flexible

El acople flexible es un cilindro de aluminio con dos agujeros en sus extremos de 5 y 8 [mm] de diámetro, esto permite acoplar el eje del motor y el tornillo de precisión, transmitiendo de manera directa el movimiento del eje al tornillo.

#### (D) Tuerca Bloque anti backlash

Esta tuerca tiene un diámetro de 8 [mm] con un mecanismo anti backlash que mejora el movimiento ante un cambio brusco de dirección en el giro del tornillo de precisión. De esta manera se impide que la tuerca avance en el tornillo debido a la inercia de la plataforma.

#### (E) Plataforma

Esta plataforma es de aluminio de 4 [mm] de espesor, tiene un conjunto de ruedas con un bajo coeficiente de fricción con el aluminio y con una geometría que facilita su montaje en el cuerpo de la mesa (perfil de aluminio). La plataforma es capaz de soportar hasta 4 [kg] de carga útil.

#### (F) Perfil de Aluminio CNC

Es un perfil de aluminio tipo C 40x80 [mm], comúnmente utilizado en las maquinas CNC, sobre el que se montan los demás componentes mecánicos en conjunto y le proporciona robustez a la mesa.

#### 3.2 Sistema de control y adquisición de datos

En el sistema de control y adquisición de datos se identifican dos partes, la parte electrónica (hardware) y la parte de codificación (software) que trabajan en conjunto para facilitar el control de la mesa vibratoria.

#### 3.2.1 Hardware

El hardware comprende toda la electrónica, se encarga del control del motor mediante un driver, el mismo que le da la posición y velocidad angular al eje del motor. Dicho control es de bucle abierto sin corrección de posición o velocidad, se optó por este control ya que se tomaron en cuenta los factores que afectan a la precisión en el movimiento del eje del motor. Entre los factores se identifican:

- Voltaje e intensidad de corriente de 12 [V] y 0.8 [A] respectivamente, estos valores son los adecuados para no perder torque en el motor ni sobre calentar el driver.
- Duración del impulso, este parámetro se detalla más adelante, su valor debe ser tal que se garantice un paso completo del eje del motor.
- La carga útil en la plataforma se reduce de 4 a 1.5 [kg], para evitar la pérdida de torque en el movimiento del eje del motor.

Además, la parte electrónica toma lectura de dos acelerómetros y de la posición de la plataforma gracias a un encoder óptico incremental, a la vez que guarda y transmite estos datos al computador en tiempo real. En la Figura 6 se observan en detalle los componentes electrónicos.

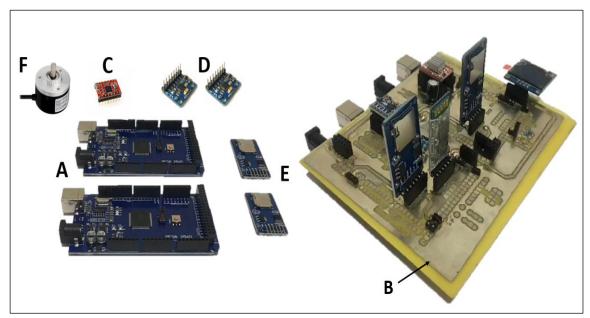


Figura 6: Componentes Electrónicos de la mesa vibratoria (Fuente: Elaboración propia)

La parte electrónica se compone de dos microcontroladores Arduino Mega 2560 (A), sobre los cuales se montó una placa de circuito impreso (B) en la que se conectan los demás componentes electrónicos que son: el driver A4988 (C) dos módulos MPU6050 (acelerómetro-giroscopio) (D), dos lectores de tarjetas micro SD (E), y un encoder óptico incremental (F). Para facilitar la conexión de la mayoría de estos periféricos por parte del usuario, se acondicionaron puertos USB tipo B y se armó una caja que contenga y aísle toda la electrónica. El sistema de control se muestra en la Figura 7.



Figura 7: Sistema de Control (Fuente: Elaboración propia)



#### Descripción de los componentes electrónicos

#### (A) Microcontrolador Arduino Mega2560

Se usan dos microcontroladores Arduino Mega2560 que poseen una velocidad de procesamiento de 12 [MHz], estos reciben y transmiten información mediante comunicación serial. A continuación, se describen las funciones que cumplen cada uno.

- Microcontrolador master. Se encarga de receptar las órdenes enviadas por el computador, de leer los datos de los acelerómetros, de guardar la información en la tarjeta micro SD 1 y de transmitir esta información al computador. También envía las ordenes al microcontrolador esclavo.
- Microcontrolador esclavo. Es el encargado de receptar las órdenes enviadas por el master para el control del motor mediante el driver A4988, controla el encoder óptico que proporciona la posición de la plataforma de la mesa, guarda dichas posiciones en la tarjeta micro SD 2 y transmite esta información al computador.

#### (B) Placa de circuito impreso

También conocido como PCB por sus iniciales en inglés (Printed Circuit Board), facilita el montaje de los diferentes componentes electrónicos. Esta PCB fue diseñada en el programa Fritzing y construida de forma manual.

#### (C) Driver A4988

El driver A4988 permite controlar al motor enviándole impulsos de corriente en intervalos controlados de tiempo en microsegundos [us], los tiempos de cada impulso enviado deben estar en un rango entre 800[us] a 2700[us], con estos tiempos se alcanza la velocidad angular máxima de 6.25 rev/s y mínima de 1.8 rev/s respectivamente. Así por cada impulso correctamente enviado este driver hará que el motor gire un paso (1.8º) en el tiempo que dure dicho impulso y en la dirección preestablecida por el mismo driver. Esto facilita controlar la posición angular del eje del motor y el tiempo en el que se da, se muestra este esquema de funcionamiento en la Figura 8.

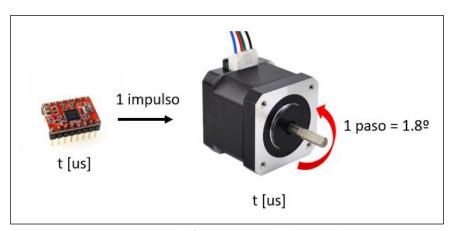


Figura 8: Esquema del funcionamiento del driver y el motor (Fuente: Elaboración propia)



#### (D) Módulo MPU6050

El MPU6050 es una unidad de medición inercial o IMU (Inertial Measurment Units) de 6 grados de libertad, esta unidad combina un acelerómetro de tres ejes con un giroscopio de tres ejes. Este componente es muy utilizado en navegación, goniometría, estabilización, etc. Se calibran antes de su uso para que sean capaces de tomar lecturas de -2g a +2g, su señal de salida es analógica, pero el microcontrolador utilizado internamente convierte dicha señal en digital con una resolución de 16 [bits], sin aplicar un filtro digital. En las siguientes secciones al módulo MPU6050, se lo llamará simplemente acelerómetro.

#### (E) Lector de tarjeta micro SD

Nos permite insertar una memoria micro SD, para la lectura y/o escritura de datos en formato de archivos de texto. El primer módulo permite guardar el tiempo en segundos [s] y el registro de las aceleraciones en metros por segundo al cuadrado [m/s²] de los acelerómetros. Por otro lado, el segundo módulo permite el registro del tiempo en milisegundos [ms] y la posición de la mesa en milímetros [mm].

#### (F) Encoder óptico incremental

El encoder óptico incremental es utilizado para proporcionar la posición de la plataforma de la mesa mientras se mueve. El encoder utilizado genera 600 pulsos por cada revolución completa que da su eje.

El encoder tiene la forma de un cilindro con un eje de 5 [mm] de diámetro que sobre sale de su cuerpo, su eje se une al tornillo de precisión mediante un acople flexible para sincronizar su giro con el del motor. De esta manera se sabe la posición angular del eje del motor y posteriormente la posición lineal de la plataforma de la mesa, su montaje se muestra en la Figura 9.

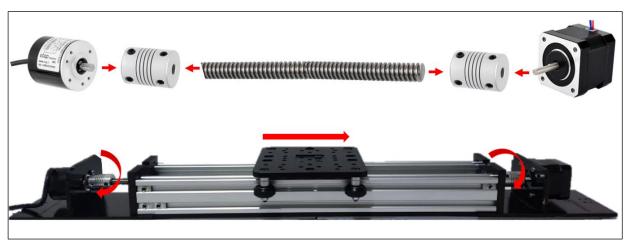


Figura 9: Montaje del encoder óptico incremental a la mesa (Fuente: Elaboración propia)

El costo de materiales en esta mesa vibratoria con su sistema de control y adquisición de datos ronda los \$400, los precios se muestran desglosados en la Tabla 14.



#### 3.2.2 Software

El software fue escrito con dos lenguajes de programación: Arduino (C++ modificado) con el que se programan los microcontroladores y Python que fue usado para crear una interface gráfica para la PC. Esto permite controlar todo de una manera fácil e intuitiva por parte del usuario. Estos se detallan a continuación:

#### **Software para los Microcontroladores**

Se programaron dos códigos en el GUI de Arduino, uno para el microcontrolador master y otro para el esclavo. Los códigos hacen que los microcontroladores sean capaces de establecer una comunicación serial con la PC y así poder recibir las órdenes y enviarle datos. El esquema del funcionamiento se muestra en la Figura 10.

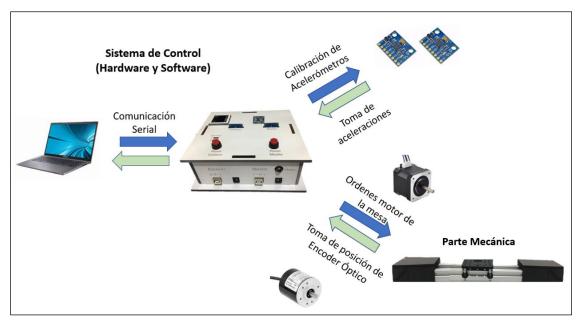


Figura 10: Esquema de funcionamiento de la mesa vibratoria (Fuente: Elaboración propia)

El código en el microcontrolador master hace posible recibir las ordenes desde la PC mediante comunicación serial, calibra y toma lecturas de los acelerómetros en [m/s²]. Además, guarda dichas aceleraciones con sus respectivos tiempos en un archivo de texto en una memoria microSD y es capaz de enviar estos datos directamente a la PC por comunicación serial.

El código en el microcontrolador esclavo hace posible recibir las ordenes de movimiento para el motor, calcula las variables para poder reproducir los distintos tipos de movimiento y mediante el driver envía pulsos al motor para girar su eje en los tiempos calculados. Además, este microcontrolador: toma lecturas de los pulsos que produce el encoder óptico incremental, calcula las posiciones en tiempo real, guarda estas posiciones con su respectivo tiempo en un archivo de texto en una memoria microSD, y envía estos datos directamente a la PC por comunicación serial.

En anexos Figura 69 se muestra la interface de Arduino con dos fragmentos de código programados para cada microcontrolador.



#### Software para la PC

Se creó una interface gráfica con Python para facilitar el control de la mesa por parte del usuario. La interface es capaz de reconocer en que puerto están conectados los microcontroladores y posteriormente establecer una comunicación serial con estos, de esta manera se envían las órdenes al microcontrolador master y se receptan los datos enviados por los microcontroladores master y esclavo.

La interface tiene las siguientes funciones:

- Enviar ordenes de movimiento de onda triangular y senoidal, de amplitud y frecuencia definida.
- Enviar ordenes de movimiento de onda triangular y senoidal, de amplitud, número de ciclos y rango de frecuencias definidas.
- Receptar y procesar datos de los acelerómetros.
- Recepta y procesa datos de posición del encoder.

En la Figura 11 se muestra la interface creada para el control de la mesa.



Figura 11: Fragmento de la Interfaz gráfica creada para el control de la mesa vibratoria (Fuente: Elaboración propia)

#### 3.3 Reproducción de movimiento

Para reproducir adecuadamente el movimiento requerido, este se discretiza en intervalos de desplazamientos rectos. En la Figura 12 y Figura 13 se muestran las discretizaciones aplicadas para la reproducción de los movimientos de onda triangular (movimientos rectos) y onda senoidal (movimientos curvos) respectivamente.

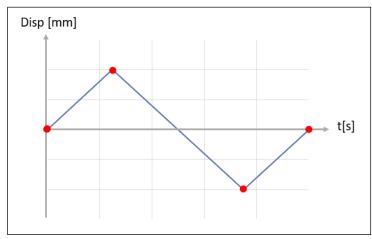


Figura 12: Discretización de onda triangular (Fuente: Elaboración propia)

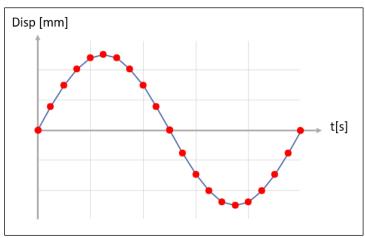


Figura 13: Discretización de onda senoidal (Fuente: Elaboración propia)

La onda triangular de periodo T y amplitud A, se discretizó en tres intervalos rectos; donde el primer y tercer intervalo tienen una duración de T/4 [s] y el segundo intervalo tiene una duración de T/2 [s]. La onda senoidal de periodo T y amplitud A, se discretizó en 20 intervalos rectos que tienen una duración de T/20 [s]. En cada intervalo se mantiene una velocidad constante y de esta manera se facilita el control del movimiento del eje del motor.

El movimiento lineal producido por la mesa vibratoria está en función del movimiento angular generado por el eje del motor, por lo tanto, es necesario conocer la relación que existe entre ambos movimientos. Para esto se utiliza lo expuesto en las secciones 3.1 y 3.2, tomando en cuenta los límites mecánicos del motor.

De las características mecánicas del motor Nema 17HS4401, se tiene:

$$1 \text{ rev} = 200 \text{ pasos}$$
 Ec. 36

$$\omega_{min} = 1.8 \frac{rev}{s}$$
 Ec. 37

$$\omega_{max} = 6.25 \frac{rev}{s}$$
 Ec. 38



De las características geométricas del tornillo de precisión se tiene la siguiente igualdad:

$$1 \text{ rev} = 8 \text{ mm}$$
 Ec. 39

Con la Ec 5 se calcula, en función de las velocidades límites del motor (Ec. 37 y Ec. 38), la velocidad lineal mínima (Ec. 40) y máxima (Ec. 41) que alcanzaría la plataforma de la mesa vibratoria

$$V_{\min} = \omega_{\min} * \frac{8mm}{1 \text{ rev}} = 1.8 \frac{\text{rev}}{\text{s}} * \frac{8mm}{1 \text{ rev}} = 14.4 \text{ mm/s}$$

$$V_{max} = \omega_{max} * \frac{8mm}{1 \text{ rev}} = 6.25 \frac{\text{rev}}{\text{s}} * \frac{8mm}{1 \text{ rev}} = 50 \text{ mm/s}$$
 Ec. 41

Considerando las características del driver y del motor, se tiene que el tiempo de un impulso enviado del driver al motor debe estar en el intervalo de 800 [us] a 2700 [us], para que el eje del motor de un paso sin perder torque.

Al igualar la Ec. 36 con la Ec. 39 se tiene una relación directa entre el movimiento angular del eje del motor y el movimiento lineal que produce (Ec. 42).

$$200 \text{ pasos} = 8 \text{ mm}$$
 Ec. 42

En la práctica, lo que se necesita para definir el movimiento de un intervalo recto es conocer el número de pasos  $(n_i)$ , el tiempo que debe durar cada impulso  $(t_i^*)$  y la dirección del movimiento. Todo esto se logra enviando impulsos eléctricos por los pines STEP y DIR del driver, el pin STEP envía los impulsos al motor para que ejecute los pasos en los tiempos calculados y el pin DIR envía impulsos para definir la dirección del movimiento.

Conociendo el desplazamiento lineal requerido de un intervalo i, se calcula el número de pasos necesarios para producir dicho desplazamiento.

$$\frac{n_i}{200} = \frac{|\Delta x_{ri}|}{8}$$
 Ec. 43

Despejando se obtiene:

$$\begin{aligned} n_i &= \frac{|\Delta x_{ri}|}{8} * 200 \\ n_i &= 25 * |\Delta x_{ri}| \end{aligned} \quad \text{Ec. 44}$$

Donde:

n<sub>i</sub>: es el número de pasos que efectuará el eje del motor.

 $\Delta x_{ri}$ : es el desplazamiento en [mm].

En la Figura 14 se muestra gráficamente la relación que hay entre la variación de desplazamientos reales y el tiempo necesario para que ocurran en cada intervalo.



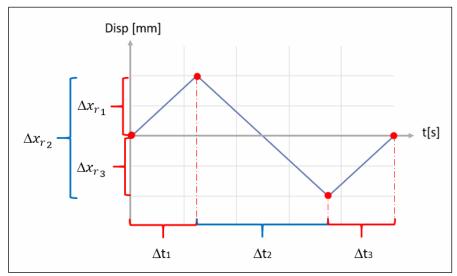


Figura 14: Relación entre variación desplazamientos y su tiempo (Fuente: Elaboración propia)

Una vez calculado el número de pasos necesarios de cada intervalo, se calcula el tiempo que durara cada paso y por tanto la duración de su impulso (tomando en cuenta los límites de tiempo establecidos anteriormente). Dicho tiempo se calcula con la Ec. 45 y se muestra gráficamente en la Figura 15.

$$\Delta t_i^* = \frac{\Delta t_i}{n_i} * 1000000$$
 Ec. 45

Donde:

 $\Delta t_i$ : es el tiempo de cada intervalo en [s].

n<sub>i</sub>: es el número de pasos necesarios.

 $\Delta t_i^*$ : es el tiempo que dura cada paso en [us].

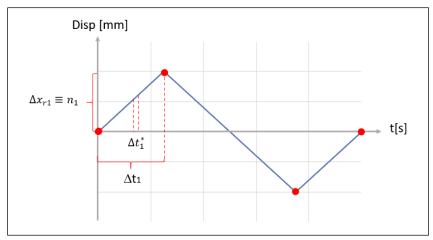


Figura 15: Discretización del intervalo 1 del movimiento de onda triangular (Fuente: Elaboración propia)

Este procedimiento se sigue de la misma manera para la obtención del movimiento de onda senoidal y sigue los mismos principios planteados.

Se intentó reproducir el movimiento de registros sismicos integrandolos numericamente, para obtener los registros de deplazamientos. Al simular el moviemiento se encontró la limitante de no poder reproducirlo de manera satisfactoria,



debido a los limtes de velocidad. En anexos se muestran una comparacion de los registros de desplazamiento reales y los obtenidos por la mesa vibratoria.

#### 3.4 Validación del movimiento

El control del giro del eje del motor es de bucle abierto sin corrección de posición o velocidad, por lo cual se requiere una forma de validar la precisión del movimiento obtenido. Para este fin se utiliza el encoder óptico incremental que produce 600 pulsos por cada revolución que da su eje, esto nos permite plantear la siguiente igualdad:

Los pulsos generados por el encoder se sumarán si el giro es positivo y se restaran si el giro es negativo, obteniendo directamente el desplazamiento de la plataforma de la mesa utilizando la Ec. 47:

$$\frac{n_E}{600} = \frac{x_R}{8}$$

$$x_R = \frac{n_E}{600} * 8$$

$$x_R = 0.013 * n_E$$
Ec. 47

Donde:

x<sub>R</sub>: es la posición real de la plataforma de la mesa en [mm].

 $n_E$ : es el número de pulsos contados por el encoder (+/-).

De la Ec. 47 se tiene que el encoder óptico incremental tiene una resolución de 0.013 [mm/pulso], proporciona una señal digital (sin ruido) y la velocidad de procesamiento en tiempo real no interfiere con el conteo de pulsos del encoder.

#### 3.4.1 Error del movimiento

Se realizaron ensayos de movimiento de onda triangular y senoidal con varias frecuencias y amplitudes definidas con el fin de determinar el rango de funcionamiento de la mesa vibratoria. Con el encoder óptico incremental se obtuvieron los registros de desplazamientos reales de la plataforma en dichos ensayos. Estos registros se compararon entre sí y con sus respectivos registros teóricos, posteriormente se determinó el error cometido en el movimiento de la plataforma utilizando la Ec. 2 (exactitud). La desviación estándar se calculó con las amplitudes medidas en cada ciclo de vibración utilizando la Ec. 1 (precisión).

La Figura 16 y Figura 17 muestran los límites de operación de la mesa vibratoria en reproducción de movimientos de onda triangular y senoidal respectivamente.



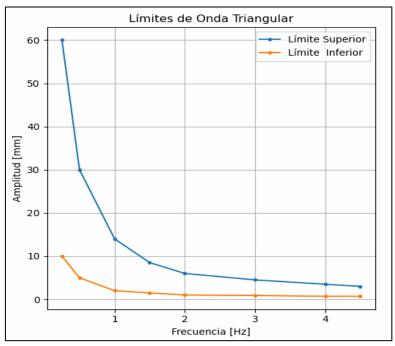


Figura 16: Límites de operación para el movimiento de onda triangular (Fuente: Elaboración propia)

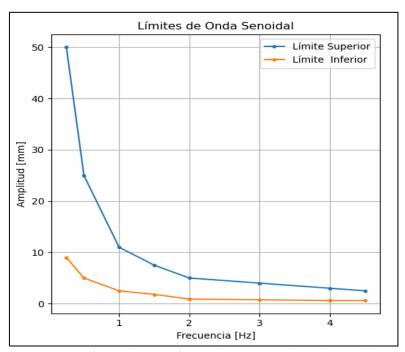


Figura 17: Límites de operación para el movimiento de onda senoidal (Fuente: Elaboración propia)

Para definir los límites de trabajo de la mesa vibratoria, se consideró un error máximo en la reproducción de todo el movimiento del 10%, se optó por este valor ya que en mesas con control PID por desplazamiento consideran un error aceptable de hasta un 11.3% (Bernal et al., 2015), sin embargo, este error disminuye en rangos intermedios. La metodología indicada a continuación sirvió para establecer los rangos de trabajo de la mesa.



En el caso de movimiento con frecuencia de 1 [Hz] y amplitud de 6 [mm], se realizaron 10 ensayos que se muestran en la Figura 18 donde se visualiza un ciclo de movimiento para que se aprecie con más detalle las pequeñas diferencias que se producen. En todos los ensayos la mesa alcanzó una frecuencia de onda de 1.005 [Hz].

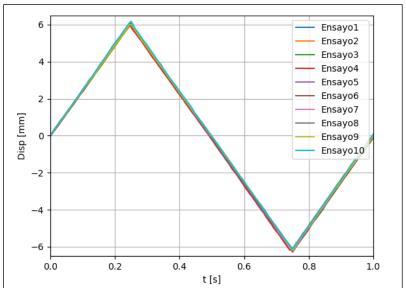


Figura 18: Desplazamientos de onda triangular medidos con encoder óptico (Fuente: Elaboración propia)

En la Figura 19, se muestra la comparación del registro de desplazamiento experimental con el teórico del ensayo 1.

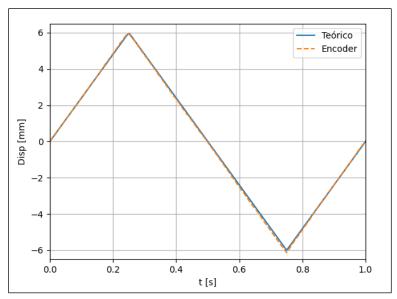


Figura 19: Desplazamiento de onda triangular Teórico vs Experimental - Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)

En la Tabla 2 se muestran los parámetros para la estimación de precisión y exactitud en la reproducción del movimiento de onda triangular generado por la mesa vibratoria, para lo que se usó los registros de desplazamiento de 10 ensayos. Donde:  $\bar{A}$ ,  $A_{min}$  y  $A_{max}$  son las amplitudes promedio, mínima y máxima alcanzadas,  $\sigma_A$  es la desviación estándar de dichas amplitudes,  $\varepsilon_A$  es el error porcentual en la medición de las amplitudes y  $\varepsilon_R$  es



el error porcentual en la medición tiempo historia de todos los registros de desplazamiento.

Tabla 2: Parámetros de precisión y exactitud del movimiento de onda triangular 1Hz – 6mm

Parámetro	Valor	Unidad
$ar{A}$	6.11	[mm]
$A_{min}$	5.79	[mm]
$A_{max}$	6.45	[mm]
$\sigma_{\!A}$	±0.18	[mm]
$\mathcal{E}_{A}$	0.1	[%]
$arepsilon_R$	0.7	[%]

En la reproducción del movimiento de onda senoidal las velocidades en los picos se aproximan a cero, lo que no se ajusta al rango del trabajo del motor, por lo que se da un tiempo extra de espera entre paso y paso para simular velocidades más bajas, aunque esto hace que el motor genere movimiento con vibraciones no deseadas.

En la Figura 20 se muestra la comparación de los desplazamientos producidos en 10 ensayos, donde la mesa vibratoria reprodujo movimientos de onda senoidal con una frecuencia de 1 [Hz] y una amplitud de 6 [mm], únicamente se visualiza 1 ciclo de movimiento para que se aprecie con más detalle las pequeñas diferencias que se producen. En todos los ensayos la mesa alcanzó una frecuencia de onda de 0.999 [Hz].

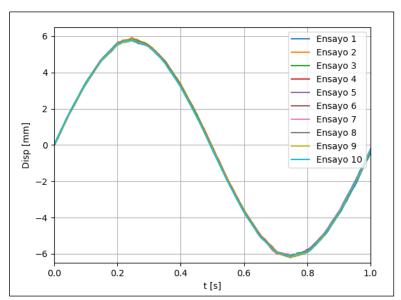


Figura 20: Desplazamientos de onda senoidal medidos con encoder óptico (Fuente: Elaboración propia)



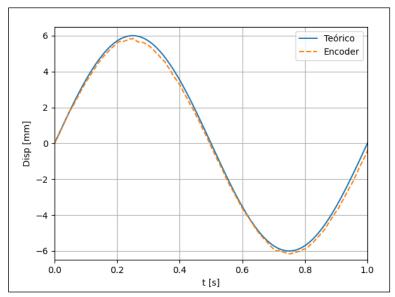


Figura 21: Desplazamientos de onda senoidal Teórico vs Experimental - Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)

En la Tabla 3 se muestran los parámetros para la estimación de precisión y exactitud en la reproducción del movimiento de onda senoidal generado por la mesa vibratoria, para lo que se usó los registros de desplazamiento de 10 ensayos con frecuencia de 1 [Hz] y amplitud de 6 [mm].

Tabla 3: Parámetros de precisión y exactitud del movimiento de onda senoidal 1Hz – 6mm

Parámetro	Valor	Unidad			
$ar{A}$	5.98	[mm]			
$A_{min}$	5.72	[mm]			
$A_{max}$	6.47	[mm]			
$\sigma_{\!A}$	<u>±</u> 0.17	[mm]			
$\mathcal{E}_{A}$	0.1	[%]			
$arepsilon_R$	1.5	[%]			

El movimiento onda triangular es el que menor error presenta en la reproducción general del movimiento porque no tiene muchos cambios de velocidad, pero se produce un error puntual al llegar a las máximas amplitudes por el cambio brusco de velocidad (backlash).



### 4 VISIÓN ARTIFICIAL

La visión artificial se define como el proceso de extracción de información del mundo real a partir de imágenes, utilizando para ello un computador. Permite realizar mediciones, reconocer objetos, realizar procesos de inspección automática sin tener contacto con los objetos (Wahbeh y col., 2003).

La VA es ideal para obtener desplazamientos al ser un método muy eficaz, económico y fácil de implementar una vez programado el algoritmo que procesa el video (Choi et al., 2011; Feng et al., 2015; Fukuda et al., 2013; Liu et al., 2016).

Este trabajo implementa la VA como método de medición de desplazamientos de los MEEs sometidos a distintos tipos de excitación dinámica. El proceso utilizado en la aplicación de la VA es una modificación del método expuesto en (Choi et al., 2011), mismo que comprende el reconocimiento y seguimiento de 5 objetivos circulares para la obtención de desplazamientos en "x" y "y". En este trabajo los objetivos se reducen a 3, ya que únicamente se obtienen los desplazamientos en "x". Para cada fotograma se hace la actualización del coeficiente de conversión de pixeles a milímetros (CPM) que minimiza el error producido por la curvatura de la lente de la cámara, como se ilustra en la Figura 22.

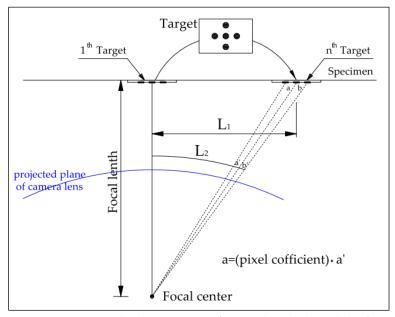


Figura 22: Movimiento de objetivo y distorsión causado por la lente de la cámara (Fuente: Choi et al., 2011)

### 4.1 Procedimiento para aplicación de visión artificial

El procedimiento se divide en 4 pasos principales, los cuales se detallan a continuación.

#### 1) Preparación del ensayo

Para la medición de los desplazamientos se colocan 3 objetivos circulares azules alineados horizontalmente, de los cuales se conocen las distancias dmm entre ellos,



como se muestra en la Figura 23 (a). Se aplica esta configuración para la plataforma de la mesa y para cada grado de libertad de los MEEs, como se muestra en la Figura 23 (b) y (c).

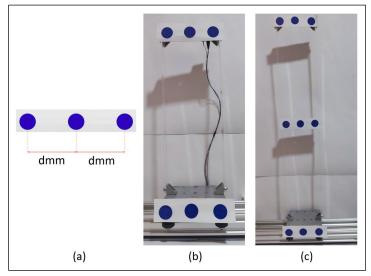


Figura 23: (a) Configuración de los objetivos circulares, (b) MEE de 1 GDL, (c) MEE de 2 GDL. (Fuente: Elaboración propia)

La resolución de la VA como método de medición depende directamente de la distancia de grabación. En la Figura 24 se muestra la relación lineal entre el factor CPM y la distancia de grabación. Para valores pequeños de CPM se obtiene una mejor resolución en la medición.

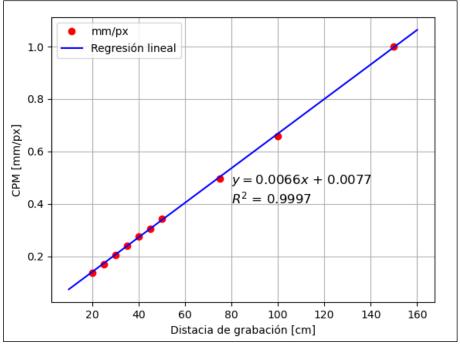


Figura 24: Ajuste lineal del CPM obtenidos de videos con calidad 1080x1920 [px]. (Fuente: Elaboración propia)

# 2) Obtención del video digital



Se configura la cámara de video con una definición de 1080x1920 [px] a 120 [FPS], posteriormente se coloca la cámara paralela al MEEs y se enfoca de manera que se vean todos los objetivos como se muestra en la Figura 25.



Figura 25: Toma de video en ensayo (Fuente: Elaboración propia)

### 3) Análisis de video digital por visión artificial

El proceso a continuación se repite para cada fotograma o imagen del video:

- Lectura de la imagen en colores RGB y transformación a colores HSV.
- Aplicación de filtro para detección de color azul en sus distintas tonalidades (azul claro hasta azul obscuro).
- Detección de objetivos circulares y obtención de la posición de sus centros en pixeles.

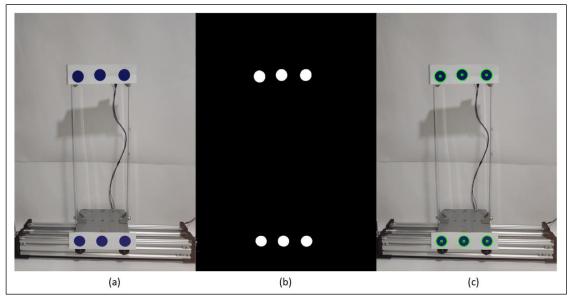


Figura 26: Procesamiento de imagen con Visión Artificial. (a) Imagen inicial, (b) Detección del color azul, (c) Detección de objetivos circulares y obtención de sus centros. (Fuente: Elaboración propia)

Para la obtención de posición de centros en pixeles, hay que tomar en cuenta que los ejes coordenados del plano que conforman cada imagen tiene la orientación mostrada



en la Figura 27 en unidades de pixeles. Esto resulta util para poder definir el sentido positivo y negativo de los desplazamientos medidos e identificar los diferentes niveles de los MEEs.

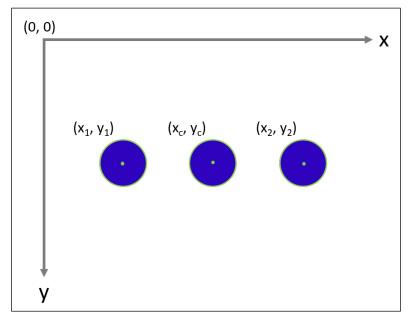


Figura 27: Sistema de referencia para la detección de objetivos circulares y sus centros (Fuente: Elaboración propia)

### 4) Cálculo de desplazamientos

#### A) Calculo del CPM

Una vez obtenidos los centros de los objetivos, se calcula el coeficiente de conversión de pixeles a milímetros de cada fotograma con la Ec. 48.

$$CPM_i = \frac{\text{dmm}}{\sqrt{\text{Npx}_i^2 + \text{Npy}_i^2}}$$
 Ec. 48

Donde:

$$Npx_i = x_c - x_1 \quad \text{\'o} \quad Npx_i = x_c - x_2$$

$$Npy_i = y_c - y_1$$
 ó  $Npy_i = y_c - y_2$ 

 $CPM_i$ : es el coeficiente de conversión del fotograma<sub>i</sub> en [mm/px].

dmm: es la distancia conocida entre dos objetivos en [mm].

 $Npx_i$ : distancia entre dos objetivos dirección horizontal en [px].  $Npy_i$ : distancia entre dos objetivos dirección vertical en [px].

De las formas de calcular  $\mathrm{Npx}_i$  y  $\mathrm{Npy}_i$ , se escoge las que presenten un menor valor  $\mathrm{Npx}_i$  y su correspondiente  $\mathrm{Npy}_i$ , ya que esto indica que los objetivos están más lejos del centro focal del lente de la cámara, lo que provoca una ligera distorsión al estar definidos en una menor cantidad de pixeles. Si no se toma en cuenta este punto, se podría llevar a sub estimaciones de desplazamientos.



### B) Cálculo del desplazamiento

Se calcula la diferencia en pixeles entre las posiciones del objetivo medio entre el fotograma $_i$  y el fotograma $_{i-1}$ . La variación de posición en pixeles (Figura 28) en dirección x se calcula con la Ec. 49.

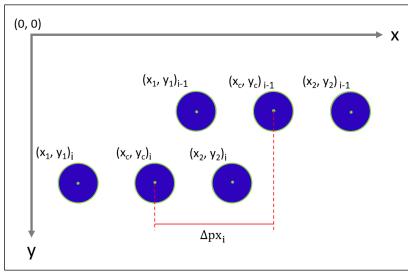


Figura 28: Variación de posición de objetivos, de dos fotogramas consecutivos (Fuente: Elaboración propia)

$$\Delta p x_i = x_{c_i} - x_{c_{i-1}}$$
 Ec. 49

#### Donde:

 $\Delta px_i$ : es la variación de posición del objetivo medio entre dos fotogramas en [px]

 $x_{c_i}$ : es el centro del objetivo medio en el fotograma<sub>i</sub> en [px]

 $x_{c_{i-1}}$ : es el centro del objetivo medio en el fotograma<sub>i-1</sub> en [px]

Posteriormente se pasa la variación de posición de [px] a [mm] con la Ec. 50.

$$\Delta mm_i = CPM_{i-1} * \Delta px_i$$
 Ec. 50

Finalmente se obtiene el desplazamiento del fotograma; con la Ec. 51, tomando en cuenta que  $Disp_0 = 0$ .

$$Disp_i = Disp_{i-1} + \Delta mm_i$$
 Ec. 51

#### Donde:

Disp<sub>i</sub>: es el desplazamiento del objetivo en el fotograma<sub>i</sub>.

 $Disp_{i-1}$ : es el desplazamiento del objetivo en el fotograma<sub>i-1</sub>.

Δmm<sub>i</sub>: es la variación de posición entre el fotograma<sub>i</sub> y fotograma<sub>i-1</sub>.

El tiempo de cada desplazamiento se calcula con el número de FPS del video tomado mediante la suma acumulada de los intervalos de tiempo entre cada fotograma 1/120[s]. Se guardan el tiempo y los desplazamientos calculados en un archivo de texto para posteriormente procesarlos.



#### 4.2 Consideraciones para la aplicación de visión artificial

- Se toma en cuenta que durante el ensayo las marcas pueden variar su color con distintas tonalidades debido a las variaciones de iluminación durante el ensayo, por eso el filtro creado contempla un rango de tonalidades del color azul.
- Se implementó un filtro por tamaño, lo que hace que se eliminen posibles ruidos, producidos por colores propios del entorno (pequeños detalles).

En la Figura 29 se muestra que lo que sucedería si no se aplica el filtro por tamaño, claramente se identifican pequeñas zonas de color azul dando resultados erróneos con detecciones falsas.

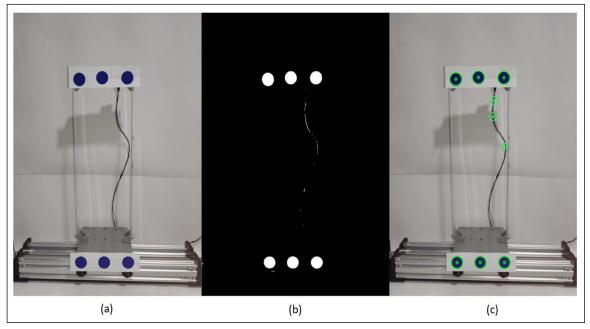


Figura 29: Procesamiento de imagen sin filtro de tamaño (a) Imagen inicial, (b) Detección del color azul, (c) Detección de objetivos circulares y obtención de sus centros. (Fuente: Elaboración propia)

- A los desplazamientos obtenidos se les aplica el filtro Savitzky—Golay que es uno de los más usados en la instrumentación analítica computarizada, su principal ventaja es que tiende a preservar características de la distribución inicial tales como los máximos y mínimos relativos, así como el ancho de los picos, que generalmente desaparecen con otras técnicas de filtrado. (SAVITZKY & GOLAY, 1964). En la Figura 30 se muestra un resultado de la aplicación del filtro en un mínimo local.



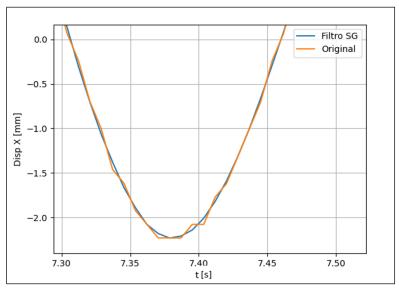


Figura 30: Comparación de desplazamientos con y sin aplicación de filtro SG (Fuente: Elaboración propia)

#### 4.3 Validación de la visión artificial como método de medición

Para validar la VA como un método de medición de desplazamientos, sus resultados se deben comparar con otro método de medición del que se conozca su precisión y exactitud. Se optó por el uso del encoder óptico incremental que es el mismo método con el que se validó la precisión del movimiento de la mesa vibratoria. Para este fin se utilizaron videos tomados de los ensayos realizados para la validación del movimiento de la mesa vibratoria, reproduciendo movimiento de onda triangular y onda senoidal.

La cámara de video se colocó a una distancia de 25 [cm] de los objetivos, dando una resolución al método de VA de 0.17 [mm/px], mientras que el encoder óptico tiene una resolución de 0.013 [mm/pulso]. En la Figura 31 y Figura 32 se muestra la comparación de los desplazamientos obtenidos con VA y con el encoder óptico incremental, de los ensayos de movimiento de onda triangular y senoidal respectivamente.

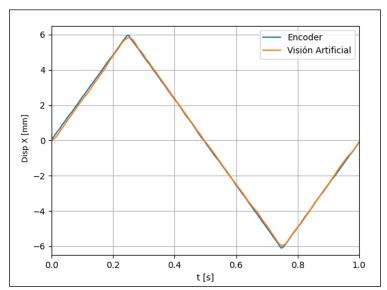


Figura 31: Comparación del desplazamiento de onda triangular obtenido con el Encoder y con Visión Artificial - Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)

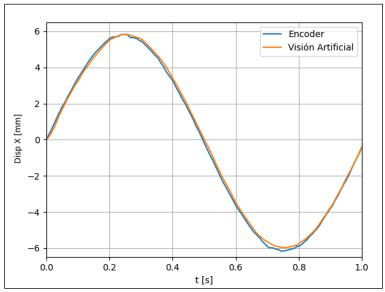


Figura 32: Comparación del desplazamiento de onda senoidal obtenido con el Encoder y con Visión Artificial - Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)

En la Tabla 4 se muestran los parámetros para la estimación de precisión y exactitud de la VA como método de medición aplicado a movimientos de onda triangular y senoidal, se usó los registros de 10 ensayos con cada tipo de movimiento.

Tabla 4: Parámetros de precisión y exactitud de la medición del movimiento de onda triangular y senoidal con VA

		9 ,	
Parámetro	O. Triangular	O. Senoidal	Unidad
$ar{A}$	5.90	5.90	[mm]
$A_{min}$	5.54	5.66	[mm]
$A_{max}$	6.13	6.12	[mm]
$\sigma_{\!A}$	<u>+</u> 0.12	<u>±</u> 0.13	[mm]
$\mathcal{E}_{A}$	0.1	0.1	[%]
$arepsilon_R$	0.8	0.9	[%]



# 5 OBTENCIÓN DE PROPIEDADES DINÁMICAS Y VALIDACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS

En este capítulo se presentan los resultados de desplazamientos y aceleraciones, obtenidos por VA y acelerómetros, respectivamente; en ensayos de vibración libre y vibración armónica. Con estos resultados se calculan las propiedades dinámicas de los MEEs para luego modelarlos matemáticamente.

#### 5.1 Características de los MEEs

Los MEEs se diseñaron como pórticos simples de 1 y 2 niveles, con columnas hechas de acrílico y vigas de madera MDF. Para las conexiones viga-columna y columna-base se usan perfiles de aluminio con tuercas y tornillos de presión, esta configuración de materiales nos permite considerar las conexiones viga-columna infinitamente rígidas y la condición de empotramiento perfecto. A continuación, en la Tabla 5 se detallan las características de los elementos que componen los MEEs.

Tabla 5: Materiales y geometría de los elementos que constituyen los MEEs

	Material	E [N/mm2]	Largo [mm]	Ancho [mm]	Espesor [mm]	I [mm <sup>4</sup> ]
Columna	Acrílico	3138	310	15	2	10
Viga	MDF	2500	125	30	4	160

Por medio de la Ec. 5 se calcula la aproximación de la rigidez a flexión de vigas y columnas como se muestra a continuación:

$$k_{viga} = \frac{12 * E * I}{l^3} = \frac{12 * 2500 * 160}{125^3} = 2.458 \left[ \frac{N}{mm} \right] = 2458 \left[ \frac{N}{m} \right]$$

$$k_{columna} = \frac{12 * E * I}{l^3} = \frac{12 * 3138 * 10}{310^3} = 0.01264 \left[ \frac{N}{mm} \right] = 12.64 \left[ \frac{N}{m} \right]$$

La Figura 33 muestra la variación de la rigidez lateral (k), en función de la relación de rigidez entre la viga y la columna ( $\rho$ ).

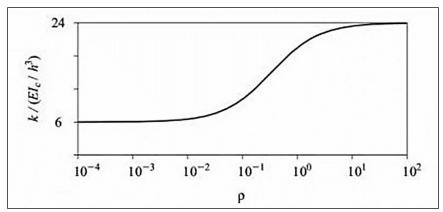


Figura 33: Variación de rigidez lateral, k, con la relación de rigidez de la viga con la columna, ρ. Fuente: (Chopra, 2014)

La rigidez de la viga supera en casi 200 veces la rigidez de la columna, por lo tanto, para la modelación matemática se considera que la rigidez lateral de los MEEs es aportada en su totalidad por las columnas (Ec. 52).



$$k = \frac{24 * E * I}{l^3} = \frac{24 * 3138 * 10}{310^3} = 0.02528 \left[\frac{N}{mm}\right] = 25.28 \left[\frac{N}{m}\right]$$
 Ec. 52

Este valor es una primera aproximación de la rigidez lateral del MEE de 1 GDL, este valor deberá validarse a partir de sus propiedades dinámicas de frecuencia natural angular y masa.

## 5.2 Ensayo de Vibración Libre

En este ensayo, se le aplica al MEE un desplazamiento inicial  $u_0$  y una velocidad inicial  $v_0$ =0, se lo libera y se lo deja vibrar hasta que llegue al reposo. El proceso del ensayo para 1 y 2 GDL se muestran en la Figura 34 y Figura 35 respectivamente.

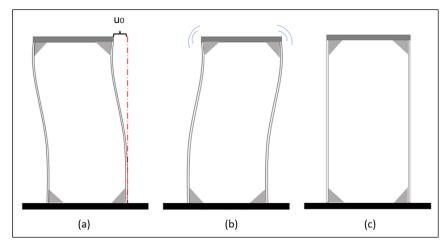


Figura 34: Proceso de Vibración Libre 1GDL. (a) Aplicación de desplazamiento inicial, (b) Vibración libre, (c) Posición de equilibrio estático. (Fuente: Elaboración propia)

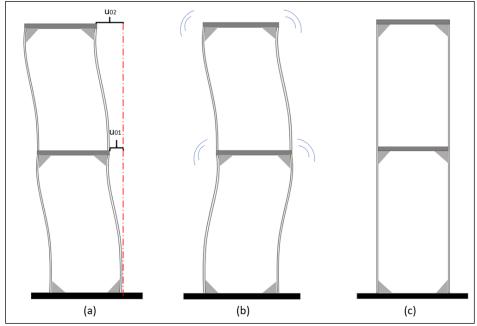


Figura 35: Proceso de Vibración Libre 2GDL. (a) Aplicación de desplazamiento inicial, (b) Vibración libre, (c) Posición de equilibrio estático. (Fuente: Elaboración propia)

En este ensayo, a través de los registros de desplazamiento y aceleración del MEE se calcula su periodo amortiguado ( $T_d$ ) con la Ec. 53 y la razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) con



el método de decaimiento logarítmico utilizando la Ec. 11 y Ec. 12 para desplazamientos y aceleraciones respectivamente.

$$T_d = \frac{T_f}{i}$$
 Ec. 53

Donde:

 $T_d$ : es el periodo amortiguado del MEE en [s]

 $T_f$ : es el tiempo transcurrido en j ciclos de vibración libre en [s]

j: es el número de ciclos tomados en cuenta

### 5.3 Ensayo de Vibración Armónica

En este ensayo, se considera un desplazamiento inicial  $(u_0)$  y una velocidad inicial  $(v_0)$  iguales a cero. Al MEE se le aplica un movimiento de onda senoidal en la base, variando la frecuencia en un rango preestablecido con una amplitud de onda única. Con cada frecuencia se realizan 15 ciclos de vibración para garantizar que se llegue a la respuesta estacionaria y obtener el desplazamiento máximo. La frecuencia natural del MEE, es aquella que provoca el máximo valor de desplazamiento de todos los ensayos en la parte estacionaria de su movimiento. La razón de amortiguamiento se determina por el método de ancho de banda mostrado en el capítulo 2.

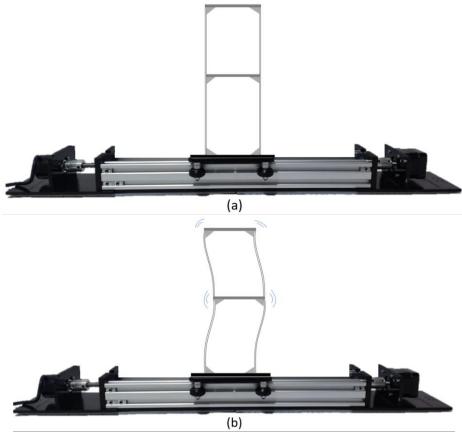


Figura 36: (a) MEE en reposo, (b) MEE en Vibración Armónica (Fuente: Elaboración propia)



#### 5.4 Resultados MEE 1 GDL

En esta sección se obtienen el periodo, la frecuencia y la razón de amortiguamiento del MEE de 1GDL con los datos obtenidos en los ensayos de vibración libre y vibración armónica.

# 5.4.1 Resultados de los ensayos de vibración libre MEE 1 GDL

En la Tabla 6 se muestran los resultados del periodo amortiguado, frecuencia amortiguada y razón de amortiguamiento, obtenidos por VA y acelerómetro en 5 ensayos.

Tabla 6: Propiedades dinámicas determinadas con los reaistros de desplazamiento y aceleración

	good or are an approximation / account or an							
Encovo NO	$u_o$	Visión Artificial			Acelerómetro			
Ensayo №	[mm]	T <sub>d</sub> [s]	$f_d[s]$	ξ	$T_d[s]$	$f_d[s]$	ξ	
1	34.55	0.386	2.591	0.050	0.386	2.591	0.050	
2	33.54	0.388	2.577	0.050	0.383	2.612	0.051	
3	32.32	0.386	2.591	0.050	0.386	2.591	0.051	
4	33.60	0.388	2.577	0.050	0.386	2.591	0.050	
5	34.87	0.388	2.577	0.050	0.383	2.612	0.050	

En la Figura 37 y la Figura 38 se muestran los resultados del ensayo 1 de desplazamientos y aceleraciones respectivamente. En anexos se adjuntan los resultados de los demás ensayos.

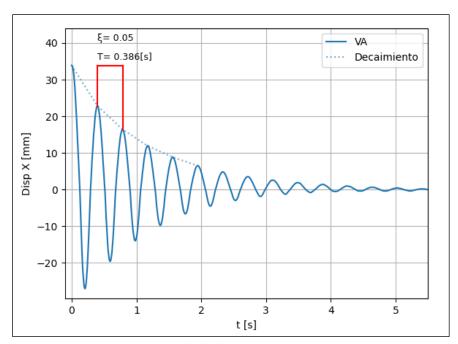


Figura 37: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL— Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)



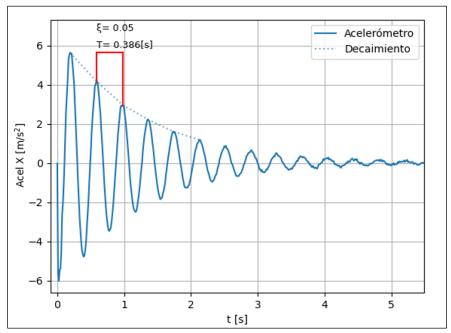


Figura 38: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL — Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)

En la Tabla 7 se muestran los promedios de las propiedades dinámicas obtenidas de la respuesta de desplazamiento y aceleración.

Tabla 7: Propiedades dinámicas obtenidas de ensayos de vibración libre

Parámetro	Visión Artificial	Acelerómetro	Unidad
$T_d$	0.387	0.385	[s]
$f_d$	2.583	2.599	[Hz]
$\mathbf{W}_{d}$	16.227	16.328	[rad/s]
$\mathbf{W}_{n}$	16.248	16.349	[rad/s]
ξ	0.050	0.050	-

Las propiedades dinámicas obtenidas por ambos métodos difieren en menos del 1%. Las lecturas de las aceleraciones al ser analógicas se estabilizaron utilizando el valor medio de 5 lecturas consecutivas en cada instante. Dando como resultado lecturas menos erráticas, aunque esto provocó un retraso en las mismas y que disminuyeran los datos que se pueden tomar por segundo de 200 a 85.

Adicionalmente, se obtuvo la frecuencia amortiguada del MEE ingresando en el programa DEGTRA, el registro de desplazamientos del primer ensayo. Este programa aplica la trasformada rápida de Fourier (FFT) para identificar las frecuencias dominantes. En la Figura 39 se muestra la interface del programa y en la Figura 40 el espectro resultante con la frecuencia dominante, cuyo valor es de 2.580 [Hz] el cual difiere en menos del 1% de los valores obtenidos con VA y el acelerómetro, mostrados en la Tabla 7.



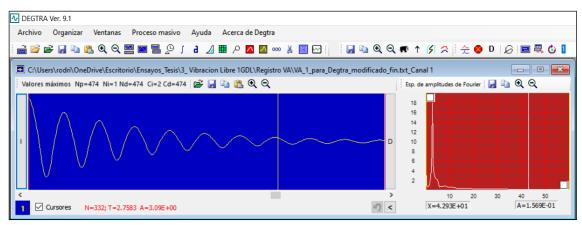


Figura 39: Interfaz gráfica DEGTRA con los resultados de vibración libre - Ensayo 1 (Fuente: Software DEGTRA)

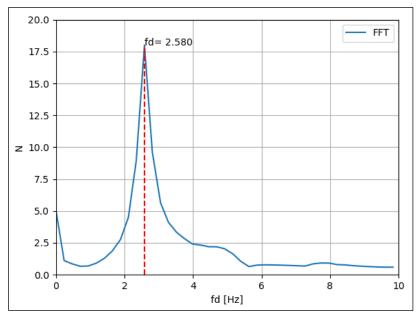


Figura 40: Espectro de frecuencias obtenidas con FFT - Ensayo 1 (Fuente: Elaboración propia)

### 5.4.2 Resultados de los ensayos de vibración armónica 1 GDL

La frecuencia del movimiento varió en un rango de 2 a 3 [Hz] con una única amplitud de 3 [mm]. En la Figura 41, Figura 42, Figura 43 y Figura 44 se muestran las respuestas de desplazamientos de 4 ensayos con frecuencias de: 2, 2.58, 2.60 y 3 [Hz], en cada una se visualizan los valores máximos de desplazamiento de la parte estacionaria.

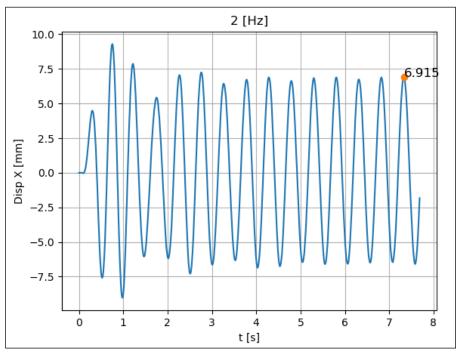


Figura 41: Respuesta de desplazamiento en vibración armónica a 2 Hz (Fuente: Elaboración propia)

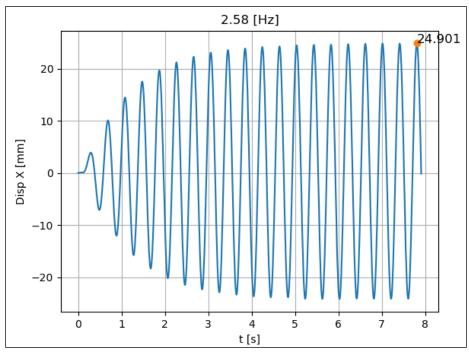


Figura 42:Respuesta de desplazamiento en vibración armónica a 2.58 Hz (Fuente: Elaboración propia)

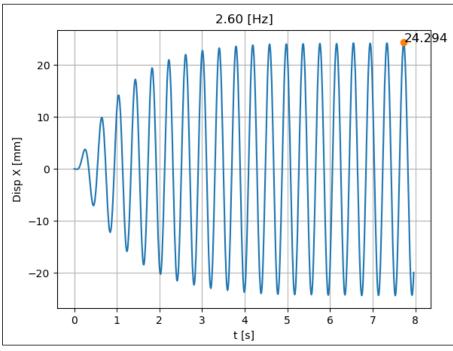


Figura 43:Respuesta de desplazamiento en vibración armónica a 2.60 Hz (Fuente: Elaboración propia)

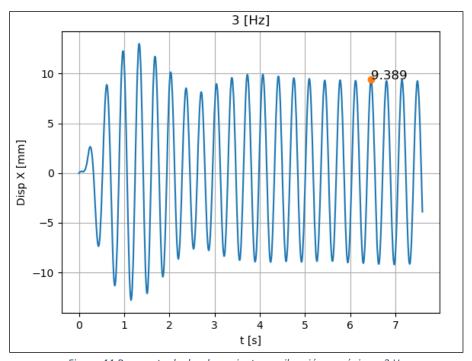


Figura 44:Respuesta de desplazamiento en vibración armónica a 3 Hz (Fuente: Elaboración propia)

De los ensayos se obtuvo que la frecuencia de 2.580 [Hz] provocó el máximo desplazamiento de 24.90 [mm], por lo tanto, se reconoce a esta como la frecuencia amortiguada (fd) del MEE. Una vez determinada la frecuencia del MEE, se aplica el método de ancho de banda (Ec. 15) para determinar la razón de amortiguamiento. En la Figura 45 se observan los máximos desplazamientos alcanzados con cada frecuencia y el ancho de banda considerado para el análisis. Se obtuvo  $\xi$  =0.053, las frecuencias utilizadas para su cálculo se muestran en la Tabla 8.



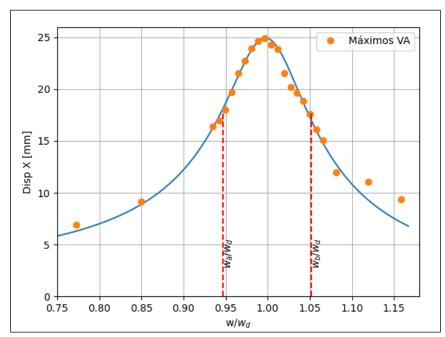


Figura 45: Amplificación dinámica en función de relación de frecuencias  $\xi$  = 0.053 (Fuente: Elaboración propia)

Tabla 8: Frecuencias para el análisis del ancho de banda

	[Hz]		[rad/s]
$f_{\text{d}} \\$	2.580	Wd	16.211
$f_a$	2.452	Wa	15.406
$f_b$	2.723	Wb	17.110

Adicionalmente, se realizó un ensayo al MEE donde fue sometido a vibración armónica en un rango de frecuencias de 2.4 a 3 [Hz] con una amplitud de onda de 3 [mm]. De la misma manera se ingresó el registro de desplazamiento al programa DEGTRA y se obtuvo una frecuencia amortiguada del MEE de 2.46 [Hz], como se muestra en la Figura 46.

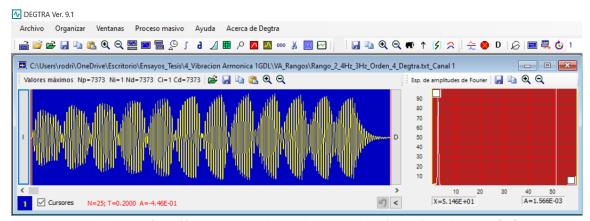


Figura 46: Interfaz gráfica DEGTRA con los resultados de vibración armónica de 2.4 a 3 [Hz] (Fuente: Software DEGTRA)



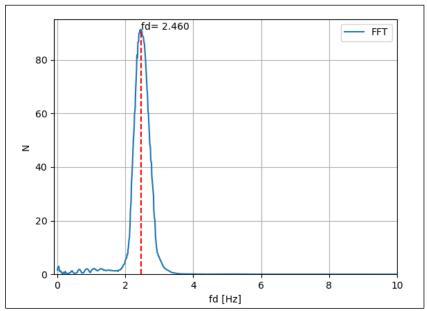


Figura 47: Espectro de frecuencias obtenidas con FFT - Ensayo de 2.40 a 3 [Hz] (Fuente: Elaboración propia)

En estos ensayos no se utilizó el acelerómetro, ya que entregaba lecturas muy erráticas como para considerarlo un método confiable de medición. Esto se debe a que el acelerómetro utilizado no es capaz de capturar los pequeños cambios de aceleración que se producen al someter al modelo a vibración armónica, en la Figura 48 se muestran las aceleraciones obtenidas con la frecuencia de 2.58 [Hz].

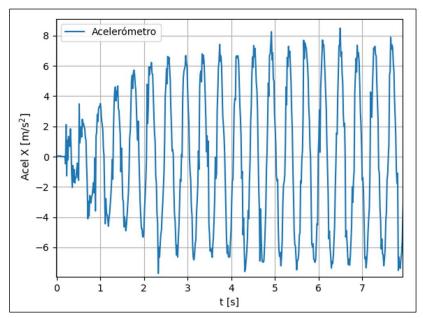


Figura 48: Respuesta de aceleración en vibración armónica a 2.58 Hz (Fuente: Elaboración propia)

# 5.5 Resultados MEE 2 GDL

En esta sección se obtienen los periodos amortiguados, las frecuencias amortiguadas y las razones de amortiguamiento del MEE de 2GDL con los datos obtenidos en los ensayos de vibración libre y vibración armónica.



# 5.5.1 Resultados de los ensayos de vibración libre 2 GDL

Se realizaron ensayos de vibración libre, partiendo con la forma modal del primer y segundo modo del MEE. En la Figura 49 y Figura 50 se muestran los resultados de desplazamientos obtenidos. Las formas modales se aproximaron analíticamente (Ec. 33), utilizando la rigidez y masa del MEE de 1 GDL para ambos niveles.

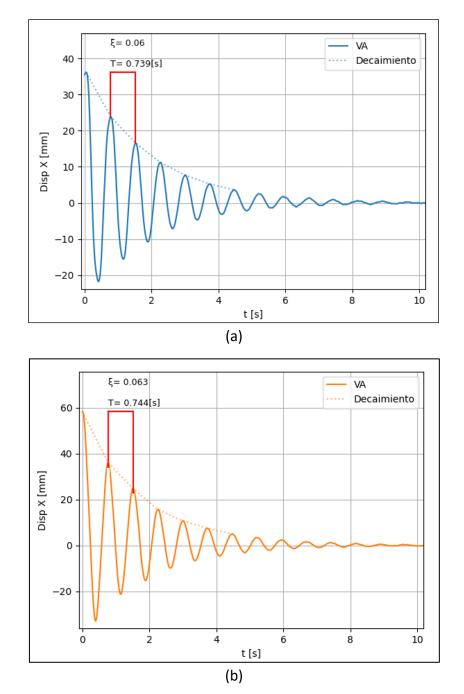
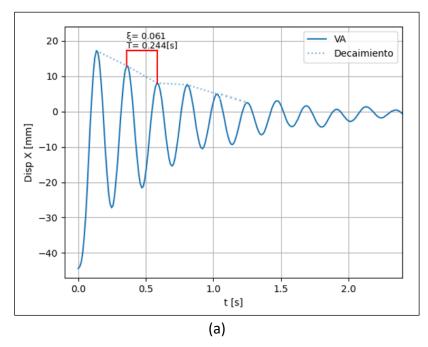


Figura 49: Respuesta de desplazamientos MEE 2GDL – Ensayo 1 - Modo 1, (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

El primer modo se alcanzó de manera satisfactoria en la práctica, esto se observa por la forma que tiene el decaimiento en ambos niveles, y se comprueba con el espectro de frecuencias mostrado en la Figura 51 donde se observa la participación del modo 1, sin ninguna participación del modo 2.





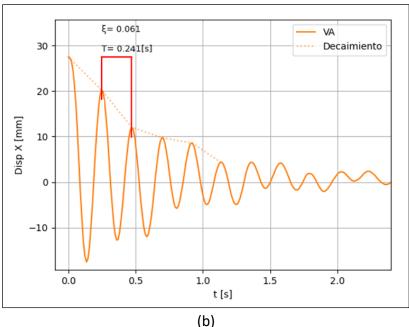


Figura 50: Respuesta de desplazamientos MEE 2GDL – Ensayo 2 - Modo 2, (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

El segundo modo no se alcanzó de manera satisfactoria en la práctica, esto se observa por la forma que tiene el decaimiento en ambos niveles, y se comprueba con el espectro de frecuencias mostrado en la Figura 52 donde se observa una pequeña participación del modo 1.

En la Tabla 9 se muestran los resultados del periodo amortiguado, frecuencia amortiguada y razón de amortiguamiento, obtenidos por VA de los dos ensayos con los valores promedio de los 2 niveles para cada modo de vibración.



Tabla 9: Propiedades dinámicas determinadas con los reaistros de desplazamiento

Encavo No	U <sub>01</sub>	U <sub>o2</sub>	T <sub>d</sub>	$f_d$	ξ
Ensayo №	[mm]	[mm]	[s]	[Hz]	
1	35.50	58.35	0.742	1.348	0.062
2	-44.40	27.51	0.243	4.115	0.061

Adicionalmente se obtuvieron las frecuencias amortiguadas del primer y segundo modo, ingresando los registros de desplazamientos en el programa DEGTRA. En la Figura 51 y Figura 52 se muestran los espectros resultantes con las frecuencias dominantes.

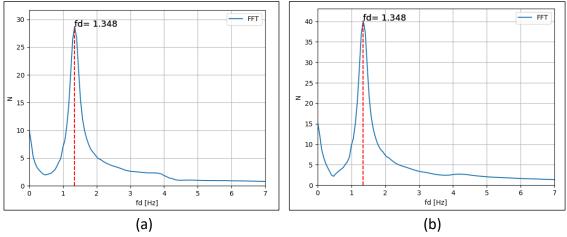


Figura 51: Espectro de frecuencias del MEE 2GDL—Ensayo 1, (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

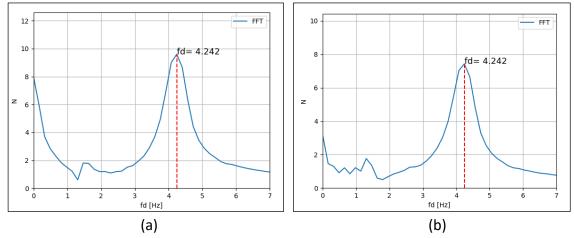


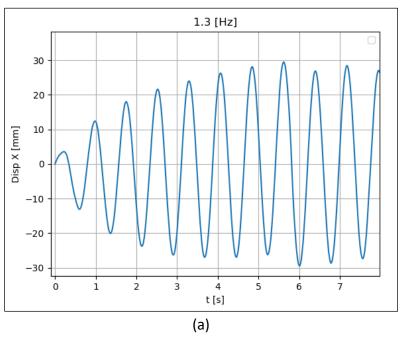
Figura 52: Espectro de frecuencias del MEE 2GDL— Ensayo 2, (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

Para una mejor aproximación de las formas modales, estas se pueden estimar de manera experimental aplicando funciones de transmisibilidad a un registro de desplazamientos (Moreno, 2017).

# 5.5.2 Resultados de los ensayos de vibración armónica 2 GDL

La frecuencia del movimiento de la mesa varió en un rango de 1.1 a 1.6 [Hz] con una amplitud de 6 [mm] para identificar la frecuencia resonante del primer modo. Para el segundo modo el movimiento varió en un rango de 3.7 a 4.5 [Hz] con una amplitud de 2

[mm]. En la Figura 41 y Figura 42 se muestran las respuestas de desplazamientos de 2 ensayos con frecuencias de 1.3 y 4.2 [Hz]. Para determinar la amplitud máxima de la parte estacionaria del movimiento, se calculó un promedio entre los picos, debido a las variaciones que estas presentaron.



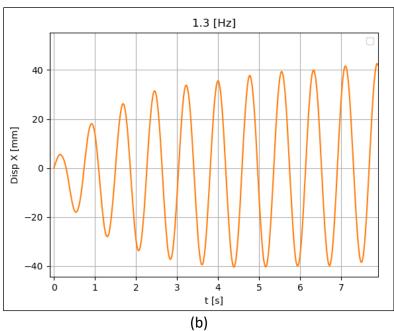
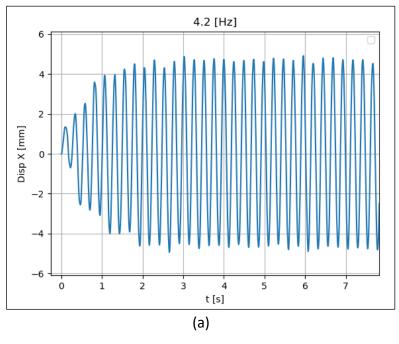


Figura 53: Respuesta de desplazamientos MEE 2GDL– Ensayo a 1.3 [Hz] y 2 [mm], (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)



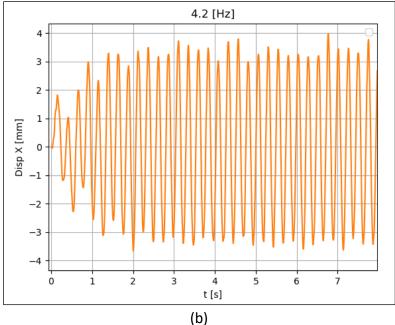
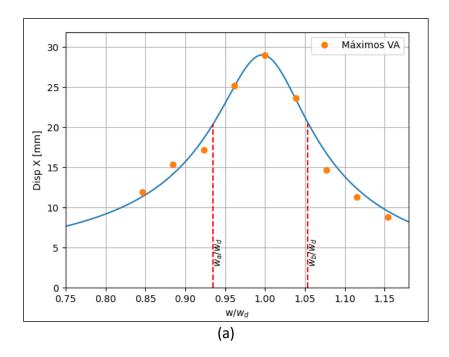


Figura 54: Respuesta de desplazamientos MEE 2GDL—Ensayo a 4.2 [Hz] y 2 [mm], (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

De los ensayos se obtuvo que el movimiento de onda senoidal con frecuencia de 1.30 [Hz] provocó los máximos desplazamientos de 28.96 y 39.65 [mm], para el nivel 1 y 2 respectivamente, por tanto, se reconoce a esta como la frecuencia resonante amortiguada ( $f_d$ ) del modo 1. Mientras que el movimiento con frecuencia de 4.20 [Hz] provocó los máximos desplazamientos de 4.69 y 3.40 [mm], para el nivel 1 y 2 respectivamente, por tanto, se reconoce a esta como la frecuencia resonante amortiguada ( $f_d$ ) del modo 2.

Para ambos modos se aplica el método de ancho de banda (Ec. 15) para determinar su razón de amortiguamiento. En la Figura 55 y Figura 56 se observan los máximos desplazamientos alcanzados con cada frecuencia y el ancho de banda considerado para

el análisis. Se obtuvo  $\xi_1$ =0.060 y  $\xi_2$  =0.061 para el modo 1 y 2 respectivamente, que corresponden a los valores promedio de los 2 niveles. Las frecuencias utilizadas para su cálculo se muestran en la Tabla 10 y Tabla 11.



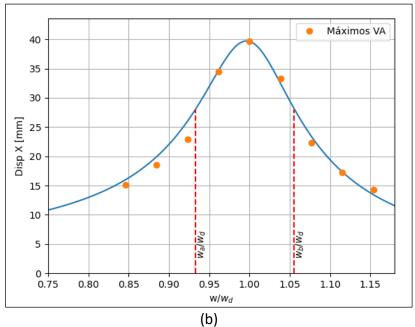
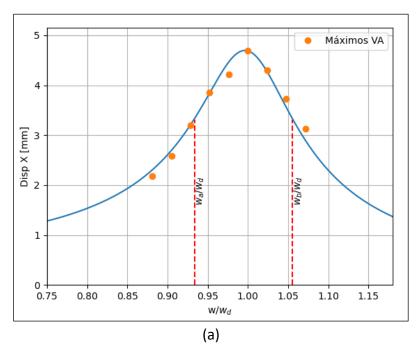


Figura 55: Amplificación dinámica en función de relación de relación de frecuencias para identificar el modo 1, (a) Nivel 1 -  $\xi$  = 0.059, (b) Nivel 2 -  $\xi$  = 0.061 (Fuente: Elaboración propia)



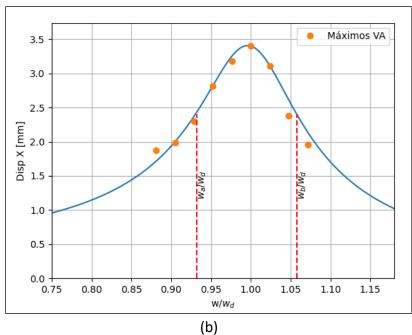


Figura 56: Amplificación dinámica en función de relación de frecuencias para identificar el modo 2, (a) Nivel 1 -  $\xi$  = 0.061, (b) Nivel 2 -  $\xi$  = 0.063 (Fuente: Elaboración propia)

Tabla 10: Frecuencias para el análisis del ancho de banda - Modo 1

Nivel 1				Niv	vel 2		
	[Hz]		[rad/s]		[Hz]		[rad/s]
f <sub>d</sub>	1.300	Wd	8.168	$f_d$	1.300	Wd	8.168
$f_{a}$	1.215	Wa	7.635	$f_a$	1.213	Wa	7.622
f <sub>b</sub>	1.369	Wb	8.604	$f_b$	1.372	Wb	8.623



Table 44. Factorial designation	-1 61:-:1-1 -	and a large of a large of an	11-1-2
Tabla 11: Frecuencias para e	zi anaiisis aei d	ancno ae banaa -	- IVIOAO Z

Nivel 1				Niv	vel 2		
	[Hz]		[rad/s]		[Hz]		[rad/s]
f <sub>d</sub>	4.200	Wd	26. 389	f <sub>d</sub>	4.200	Wd	26.389
$f_a$	3.921	Wa	24.638	$f_{a}$	3.913	Wa	24.588
$f_b$	4.433	Wb	27.856	$f_b$	4.442	Wb	27.910

#### 5.6 Validación de los modelos matemáticos

Con las propiedades dinámicas obtenidas, se modeló matemáticamente en Python la vibración libre y armónica de los MEEs de 1 y 2 GDL, con el fin de comparar estas respuestas teóricas con las experimentales.

#### 5.6.1 Modelo Matemático de 1 GDL - Vibración Libre

En la modelación matemática se utilizaron los promedios de las propiedades dinámicas  $T_D = 0.387$  [s] y  $\xi = 0.05$  obtenidas con VA de los ensayos de vibración libre mostrados en la Tabla 7. Estos datos se ingresaron en la Ec. 17 para determinar la respuesta de desplazamientos en el tiempo con las condiciones iniciales de  $u_0$ =34.55 [mm] y  $v_0$ =0 [mm/s]. Además, se calculó la segunda derivada de la respuesta de desplazamientos para obtener la respuesta de aceleraciones. En la Figura 57 y Figura 58 se muestra la comparación de la respuesta teórica con la experimental de desplazamientos y aceleraciones respectivamente.

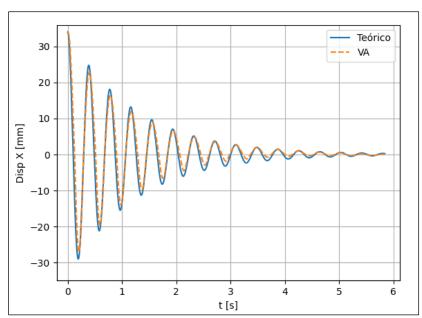


Figura 57: Repuesta VA vs Modelo Matemático — Vibración Libre (Fuente: Elaboración propia)



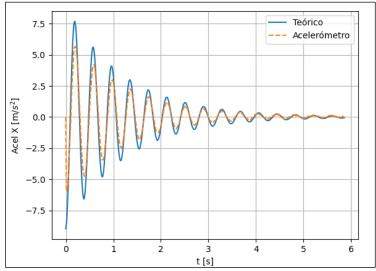


Figura 58: Repuesta MPU6050 vs Modelo Matemático — Vibración Libre (Fuente: Elaboración propia)

El error al comparar el tiempo historia de desplazamientos es de 7.6%, mientras que al comparar aceleraciones el error es de 12.9%.

### 5.6.2 Modelo Matemático de 1 GDL - Vibración Armónica

Para este modelo matemático se utilizaron los valores de  $\xi$  = 0.05 y w<sub>n</sub> = 16.248 [rad/s], obtenidos de los ensayos de vibración libre. La masa se obtuvo pesando el MEE considerando la mitad de la masa de las columnas en una balanza con precisión de 1 [gr], obteniendo m=108 [gr]. La rigidez se calculó del despeje de la Ec. 4, y con la Ec. 5, dando como resultado 28.55 [N/m] y 25.28 [N/m] respectivamente. Para el modelo matemático se tomó el valor obtenido con la Ec. 4 ya que este se calculó con las propiedades dinámicas obtenidas experimentalmente. A continuación de la Figura 59 a la Figura 63 se muestra la comparación de las respuestas de desplazamientos teóricas con las experimentales en vibración armónica.

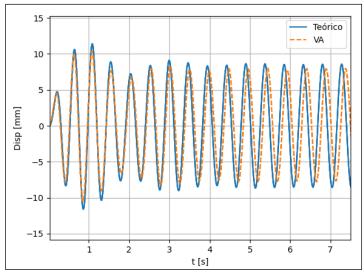


Figura 59: Repuesta VA vs Modelo Matemático — Vibración Armónica 2.10 [Hz] (Fuente: Elaboración propia)



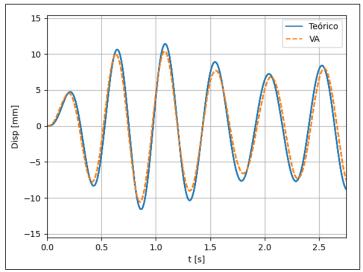


Figura 60: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 2.10 [Hz] Parte transitoria (Fuente: Elaboración propia)

En el tiempo historia de la parte transitoria de la respuesta (0 a 2.5 [s]) se obtuvo un error de 2.2 %.

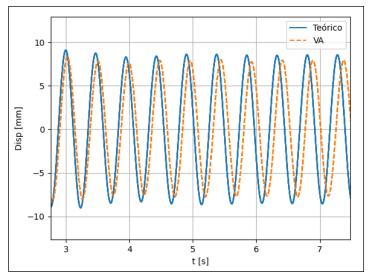


Figura 61: Repuesta VA vs Modelo Matemático — Vibración Armónica 2.10 [Hz]
Parte estacionaria (Fuente: Elaboración propia)

En el tiempo historia de la parte estacionaria (2.5 a 7.5 [s]) existe un desfase de las respuestas teórica con la experimenta, pero se las amplitudes alcanzadas tienen una diferencia promedio de 0.59 [mm], que representa un 6.7% de error. El desfase se debe a que en el modelo matemático se considera un amortiguamiento viscoelástico, que es un modelo muy simplificado y se considera constante en todo el tiempo historia.



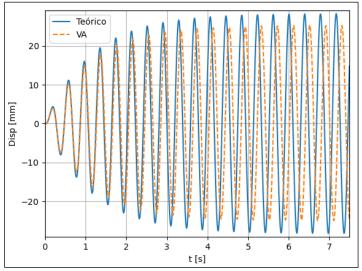


Figura 62: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 2.58 [Hz] (Fuente: Elaboración propia)

En el ensayo de vibración armónica a 2.58 [Hz] (frecuencia de resonancia), en la parte transitoria de la respuesta (0 a 3.5 [s]) se obtuvo un error del 5.6%. En la parte estacionaria (3.5 a 7.5 [s]) existe un desfase de la respuesta teórica con la experimental, por otro lado, sus amplitudes máximas tienen una diferencia de 3.01 [mm] que representa un error del 10.7%.

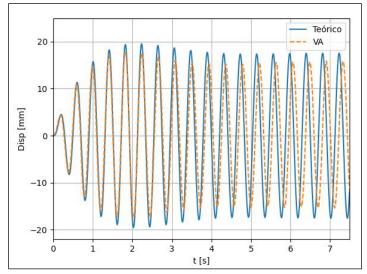


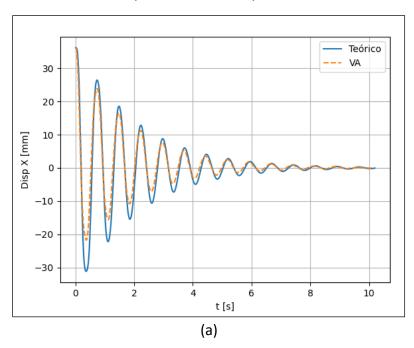
Figura 63: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 2.4 [Hz] (Fuente: Elaboración propia)

En el ensayo de vibración armónica a 2.4 [Hz], en la parte transitoria de la respuesta (0 a 3.5 [s]) se obtuvo un error del 5.1 %. En la parte estacionaria (3.5 a 7.5 [s]) existe un desfase de las respuestas teórica con la experimental, por otro lado, sus amplitudes máximas tienen una diferencia de 1.73 [mm], que representa un error del 9.8%.



#### 5.6.3 Modelo Matemático de 2 GDL - Vibración Libre

En la modelación matemática se utilizaron las propiedades dinámicas mostradas en la Tabla 9:  $T_{D1}$  = 0.742 [s],  $T_{D2}$  = 0.243 [s],  $\xi_1$  = 0.62 y  $\xi_2$  = 0.61 obtenidas con VA de los ensayos de vibración libre. Para el modo 1 se aplicaron desplazamientos iniciales  $u_{01}$  = 35.50 [mm] para el nivel 1 y  $u_{02}$  = 58.35 [mm] para el nivel 2. Para el modo 2 se aplicaron desplazamientos iniciales  $u_{01}$  = -44.40 [mm] y  $u_{02}$  = 27.51 [mm], para el nivel 1 y 2 respectivamente. Estos datos se ingresaron en la Ec. 34 para determinar la respuesta de desplazamientos en el tiempo. En la Figura 64 y Figura 65 se muestra la comparación de la respuesta teórica con la experimental de desplazamientos de los 2 niveles.



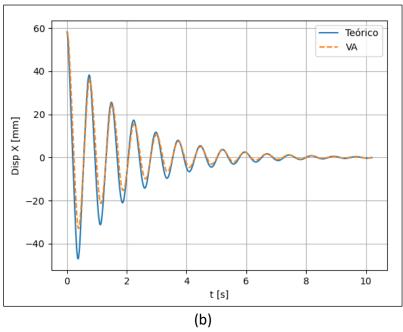
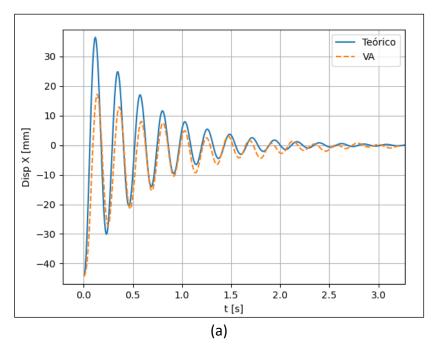


Figura 64 : Repuesta VA vs Modelo Matemático — Vibración Libre - Modo 1, (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)





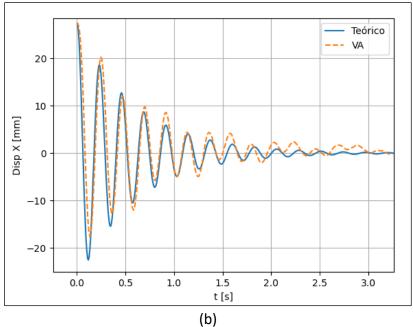


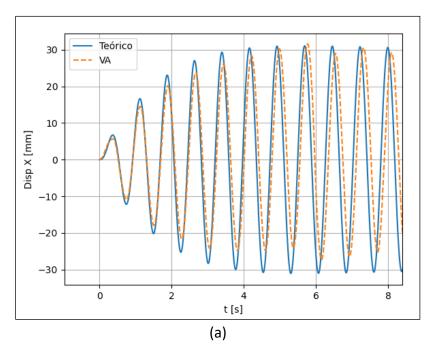
Figura 65 : Repuesta VA vs Modelo Matemático — Vibración Libre - Modo 2, (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

En el modo 1 se tiene un error máximo de 29.1% en las amplitudes de desplazamiento, mientras que el tiempo historia presenta un error de 13.0%. El modo 2 presenta un mayor error en las amplitudes que llega a ser de hasta el 43.2% y en el tiempo historia del 24%. Sin embargo, sus comportamientos se asemejan a las respuestas de los modelos matemáticos.

#### 5.6.4 Modelo Matemático de 2 GDL - Vibración Armónica

Para esta modelación matemática, además, de las propiedades dinámicas del MEE de 2GDL mostrados en la Tabla 9, se incluyó la rigidez k = 28.55 [N/m] y la masa m = 0.108 [kg] que se obtuvieron del MEE de 1GDL, se consideró que estos valores son iguales para

ambos niveles del MEE de 2GDL ya que tienen la misma configuración geométrica y de materiales. Estos datos se ingresaron en la Ec. 35 para determinar la respuesta de desplazamientos en el tiempo. En la Figura 66 y Figura 67 se muestra la comparación de las respuestas teóricas con las experimentales de desplazamiento de los dos niveles para cada modo de vibración.



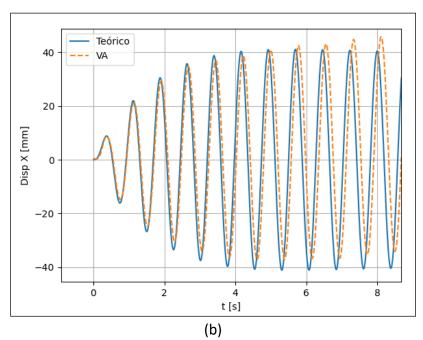
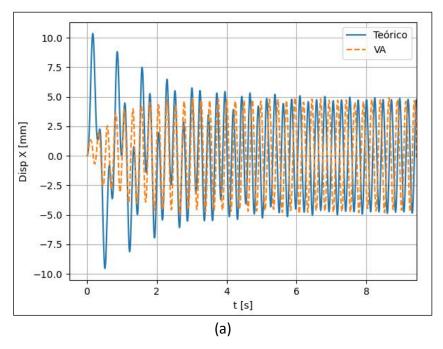


Figura 66: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 1.30 [Hz], (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

Se observa un desfase entre las respuestas teóricas y experimentales en la parte estacionaria del movimiento. En cuanto a las amplitudes máximas alcanzadas en la parte estacionaria en el nivel 1 difieren hasta en un 14.7%, mientras que en el nivel 2 difieren hasta en un 15.6%.





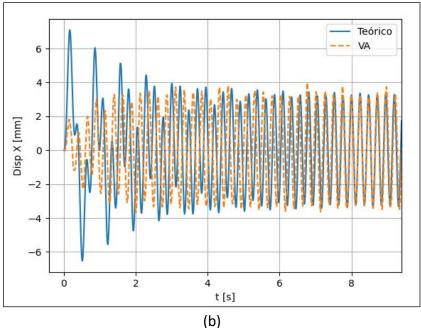


Figura 67: Repuesta VA vs Modelo Matemático – Vibración Armónica 4.20 [Hz], (a) Nivel 1, (b) Nivel 2 (Fuente: Elaboración propia)

En la parte transitoria las respuestas matemáticas difieren significativamente con las experimentales, esto se debe a que en el modelo matemático existe una participación del Modo 1 y Modo 2. En la parte estacionaria se asemejan ambas respuestas, tanto en sus amplitudes como en su periodo. El error entre sus amplitudes difiere aproximadamente en un 6.3% para el nivel 1 y 11.4 % para el nivel 2.



#### 6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 6.1 Conclusiones

Con el uso de la mesa vibratoria y la implementación de la visión artificial se obtuvieron los registros de desplazamientos del MEE de 1GDL y 2GDL, con estos registros se determinaron las propiedades dinámicas realizando ensayos de vibración libre y armónica. En la Tabla 12 y Tabla 13 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 12: Resumen de resultados obtenidos de los ensayos realizados en el MEE 1 GDL

Ensayo	Herramienta	Método	MEE 1 GDL			
			$T_d[s]$	f <sub>d</sub> [Hz]	ξ	
Vibración Libre	Visión Artificial	Decaimiento	0.387	2.583	0.050	
	Acelerómetro	Logarítmico	0.385	2.599	0.050	
	DEGTRA	FFT	0.388	2.580	-	
Vibración Armónica	Visión Artificial	Ancho de banda	0.388	2.580	0.053	

Para el MEE de 1 GDL, se comprobaron las frecuencias amortiguadas haciendo uso de la FFT a los registros de desplazamiento de cada ensayo. Las frecuencias amortiguadas ( $f_d$ ) obtenidas por los métodos de decaimiento logarítmico y ancho de banda difieren en 0.1% y la razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) difiere en un 6.0%. Los resultados del acelerómetro y la aplicación de FFT al registro de desplazamientos sirven para comprobar los resultados obtenidos con visión artificial.

Tabla 13: Resumen de resultados obtenidos de los ensayos realizados en el MEE 2 GDL

Ensayo	Herramienta	Método	MEE 2 GDL					
			$T_{d1}[s]$	$f_{d1}\left[Hz\right]$	$\xi_1$	$T_{d1}[s]$	$f_{d2}\left[Hz\right]$	$\xi_2$
Vibración Libre	Visión Artificial	Decaimiento Logarítmico	0.741	1.348	0.062	0.243	4.115	0.061
	DEGTRA	FFT	0.741	1.348	-	0.234	4.242	-
Vibración Armónica	Visión Artificial	Ancho de banda	0.769	1.300	0.060	0.238	4.200	0.062

Para el MEE de 2 GDL se obtuvo que las frecuencias amortiguadas ( $f_d$ ) obtenidas por los métodos de decaimiento logarítmico y ancho de banda difieren en 3.6% para el modo 1 y 2.0% para el modo 2. La razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) difiere en un 3.2% y 1.6% para el modo 1 y 2 respectivamente. La aplicación de FFT al registro de desplazamientos sirven para comprobar los resultados obtenidos con visión artificial.

Los movimientos de onda triangular y senoidal que reproduce la mesa vibratoria dentro del rango de trabajo establecido son aceptables con un error máximo del 10%.

La mesa vibratoria es una herramienta que permite determinar las propiedades dinámicas de modelos estructurales a través de ensayos de vibración armónica, además, ayuda a comprender de mejor manera el comportamiento dinámico de dichos modelos.



El error en la reproducción de movimiento de la mesa vibratoria se reduce al trabajar en valores intermedios de los límites de rango de trabajo establecidos. En el caso particular de la reproducción de movimiento con frecuencia de 1 [Hz] y amplitud de 6 [mm] que se encuentra dentro del rango de trabajo establecido (Figura 16 y Figura 17), la mesa vibratoria tuvo una precisión de ±0.18 [mm] y ±0.17 [mm] para movimiento de onda triangular (movimientos rectos) y de onda senoidal (movimientos curvos) respectivamente. Mientras que el error cometido en la reproducción de onda triangular fue de 0.1% en la reproducción de amplitudes de onda y de 0.7% en la reproducción de todo el movimiento. Y en la reproducción de onda senoidal, es de 0.1% en la reproducción de amplitudes de la onda y de 1.5% en la reproducción de todo el movimiento. Por tanto, se recomienda trabajar en un rango intermedio de los límites de trabajo de la mesa para disminuir el error en la reproducción de movimiento.

La reproducción de registros sísmicos escalados fue insatisfactoria, debido a que el motor trabajaba en el límite de sus velocidades máxima y mínima, provocando que la aceleración sea constante en la mayor parte de los registros. En anexos Figura 75 se muestran los registros símicos alcanzados.

La exactitud de la Visión Artificial con una resolución de 0.17 [mm/px] fue estimada mediante el error entre los registros de desplazamiento adquiridos con este método y los adquiridos con el encoder óptico incremental cuya resolución es de 0.013 [mm/px]. Se obtuvieron errores menores al 1% en la medición de movimientos de onda triangular como senoidal, lo que representa un alto grado de exactitud, para una distancia de grabación de 25 [cm].

La precisión de la Visión Artificial fue evaluada al comparar los registros de desplazamiento adquiridos en los ensayos con una resolución de 0.17 [mm/px]. Se obtuvo una precisión de ±0.12 [mm/px] en movimientos de onda triangular (movimientos rectos) y ±0.13 [mm/px] en onda senoidal (movimientos curvos). Estos valores para una distancia de grabación de 25 [cm].

La resolución del algoritmo de Visión Artificial se estima en la Figura 24, donde el valor depende directamente de la distancia de grabación y la calidad de la cámara. A mayor calidad de la cámara y menores distancias de grabación este algoritmo tendrá una mejor resolución.

En base a la investigación realizada, se concluye que la Visión Artificial es un método de medición de desplazamientos válido por su buena precisión y exactitud, a más de ser muy fácil de implementar una vez programada.

La interface gráfica creada para la implementación de la Visión Artificial agilizó el procesamiento de los videos obtenidos en los ensayos por su facilidad de uso. Además, se utilizó para el control de la mesa vibratoria, y el post procesado de datos de desplazamientos y aceleraciones.

En la comparación de las respuestas de desplazamiento de los modelos matemáticos con los resultados experimentales de 1 GDL, se obtuvo un error en el tiempo historia de



7.6% en los ensayos de vibración libre. Por otro lado, en los ensayos de vibración armónica los errores en la parte transitoria son menores al 5% y en la parte estacionaria existe un desfase que se debe a que en el modelo matemático considera el amortiguamiento viscoelástico, que es una idealización que no contempla cambios de rigidez del modelo durante el movimiento. Sin embargo, en todos los ensayos el modelo matemático representa de manera aproximada el comportamiento real del MEE.

Al comparar las respuestas de desplazamiento en vibración libre del MEE de 2 GDL el error en el tiempo historia del modo 1 y modo 2 es de 13% y 24% respectivamente, para disminuir estos errores, se puede aplicar funciones de transmisibilidad a los registros de desplazamientos y así calcular de manera más exacta las propiedades modales de forma experimental. En vibración armónica modo 1 en la parte transitoria se observa un comportamiento muy similar entre la respuesta experimental y teórica, mientras en la parte estacionaria existe un pequeño desfase debido el tipo de amortiguamiento asumido en el modelo matemático. En vibración armónica modo 2 se observa una mayor divergencia en la parte transitoria de los resultados experimentales con los teóricos debido a que el modelo matemático existe una participación de ambos modos de vibración hasta estabilizarse en la parte estacionaria donde solo se observa un pequeño desfase de las respuestas. No obstante, en todas las comparaciones de los resultados experimentales con los teóricos, se observa una tendencia similar en su comportamiento.

Las herramientas generadas pueden aportar en el aprendizaje, sumando la parte práctica a la teoría y abrir una nueva línea de investigación teórico-experimental.

#### 6.2 Recomendaciones

Los rangos de trabajo de la mesa vibratoria pueden ampliarse para mejorar su precisión y exactitud, implementando un servo motor que tenga incorporado un sistema de control PID (proporcional, integral y derivativo) de posición.

Para mejorar el mecanismo de movimiento de la mesa vibratoria, se recomienda incorporar un mecanismo de esferas recirculantes en vez de la tuerca bloque anti backlash, el mismo que mejoraría el movimiento ante un cambio brusco de dirección. Además, se puede cambiar la plataforma que se apoya sobre cuatro ruedas por rodamientos lineales que disminuyan el rozamiento a la vez que mejoran la eficiencia del motor.

Se puede mejorar el sistema de control y adquisición de datos en tiempo real, utilizando microcontroladores con mejores prestaciones, por ejemplo, el ESP32 que posee dos núcleos y una velocidad de procesamiento de hasta 240 [MHz], en comparación con el único núcleo del Arduino Mega2560 que alcanza una velocidad de procesamiento



máximo de 12 [MHz]. Es decir que se podría mejorar 20 veces la capacidad de procesamiento, esta capacidad extra se puede usar para controlar más motores, es decir que se pueden incorporar movimientos en otras direcciones.

Se recomienda la incorporación del Servo Motor ClearPath modelo CMP SDSK-3446P-ELS con un torque de 20 [kg-cm] (más de 4 veces del motor actual) y velocidad angular máxima de 26 [rev/s] (más de 4 veces del motor actual). Junto con el sistema actual de movimiento, se puede llegar a una resolución de movimiento de 1.29 [µm] (31 veces mejor) y una precisión de 0.6 [µm] (250 veces mejor). Con esta mejora ya se podría reproducir de manera satisfactoria registros sísmicos escalados. En anexos Tabla 15 se muestra que el costo de estas mejoras suma \$1072 y en la Figura 68 se muestra su esquema.

Se recomienda hacer el uso de funciones de transmisibilidad a los registros de desplazamientos obtenidos por Visión Artificial, ya que con estas funciones se pueden estimar las propiedades modales experimentalmente y de esta manera se tendría una mejor aproximación de los desplazamientos iniciales para alcanzar los modos en vibración libre.

Para capturar el desplazamiento de estructuras de mayores frecuencias, se puede configurar la cámara utilizada a 240 [FPS], esto permitirá capturar el movimiento producido en intervalos de 0.00416 [s], pero también repercutirá en el costo computacional de procesamiento al ser archivos de videos de mayor tamaño.

Para mayor precisión de la visión artificial se recomienda incorporar en los ensayos una fuente de luz de corriente continua, esto impedirá que los objetivos cambien de tonalidad en cada fotograma.

Para el uso de la interface creada en otros computadores, se recomienda exportarla como un archivo ejecutable, de esta manera no se necesitará tener instalado Python y sus librerías.

La visión artificial se puede usar para abordar otros problemas como: obtener la deflexión de una viga en diferentes puntos de interés, estudiar los efectos torsionales debido a una mala distribución de rigidez o de masa en modelos y capturar los desplazamientos de diferentes tipos de estructuras, no solo modelos 2D o 3D simplificados si no reales y, de esta manera monitorear la salud estructural.

### 7 BIBLIOGRAFÍA

- Choi, H.-S., Cheung, J.-H., HyoKim, S., & HeeAhn, J. (2011). Structural dynamic displacement vision system using digital image processing. *NDT&E International44*, 12.
- Chopra, A. k. (2014). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Upper Saddle River: N.J: Pearson/Prentice Hall.
- JCGM. (2012). Vocabulario Internacional de Metrología Conceptos fundamentales y generales, y terminos asociados (VIM). España.
- Katsikadelis, J. (2020). Dynamic Analysis of Structures. *ELSEVIER*, https://www.elsevier.com/books/dynamic-analysis-of-structures/katsikadelis/978-0-12.
- Paultre, P. (2010). Dynamics of structures. Wiley-ISTE.
- SAVITZKY, A., & GOLAY, M. (1964). Smoothing and Differentiation of Data. *Analytical Chemistry*, 36.
- Bernal, M., Aponte, J., & Carrillo, J. (2015). Control systems for shake tables: A critical review. *Ingeniería y Desarrollo*, 33(2), 331–355. https://doi.org/10.14482/inde.33.2.5865
- Feng, D., Feng, M. Q., Ozer, E., & Fukuda, Y. (2015). A vision-based sensor for noncontact structural displacement measurement. *Sensors (Switzerland)*, 15(7), 16557–16575. https://doi.org/10.3390/s150716557
- Fukuda, Y., Feng, M. Q., Narita, Y., & Tanaka, T. (2013). Vision-Based Displacement Sensor for Monitoring Object Search Algorithm. 13(12), 4725–4732.
- Liu, B., Zhang, D., Guo, J., & Zhu, C. (2016). Vision-based displacement measurement sensor using modified Taylor approximation approach. *Optical Engineering*, *55*(11), 114103. https://doi.org/10.1117/1.oe.55.11.114103
- Moreno, R. L. I. (2017). Facultad De Ciencias Físicas Y Matemáticas Manuel Javier Rodríguez Vivanco Miembros De La Comisión: 1–67. repsitorio universidad de chile
- Paz, M. (1992). Dinámica Estructural; Teoría Y Cálculo Mario Paz.pdf (p. 648).
- Severn, R. T. (2010). The Contribution of Shaking Tables to Early Developments in Earthquake Engineering. *Geotechnical, Geological and Earthquake Engineering*, *17*, 383–409. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9544-2\_16
- Ordaz M., Montoya D. C. "DEGTRA" (programa para análisis de señales). Instituto de Ingeniería, UNAM



### 8 ANEXOS

### 8.1 Costo de la mesa vibratoria fabricada y costo de sus mejoras

Tabla 14: Costo de materiales Mesa Vibratoria

Componente	Costo Unitario \$	Cantidad	Costo Total \$
Encoder óptico incremental	60	1	60
Microcontrolador Arduino MEGA 2560	25	2	50
Motor de pasos Nema 17HS4401	18	1	18
Driver A4988	4	1	4
Módulo MPU6050	7.5	2	15
Pantalla OLED 0.96"	10	1	10
PCB	25	1	25
Lector de Memoria microSD	5	2	10
Memoria Micro SD	6.5	2	13
Adaptadores para puertos USB	5	1	5
Cable USB tipo A-B	4	2	8
Fuente de poder 12 V - 5 A	12	1	12
Perfil de Aluminio C 40x80	30	1	30
Plataforma deslizante de aluminio	35	1	35
Tornillo de precisión 8 mm	25	1	25
Tuerca de bloque anti backlash	8	1	8
Acople flexible Aluminio de 5 a 8 mm	6.5	2	13
Corte laser e impresión 3D (piezas)	35	1	35
Goma antideslizante	5.5	1	5.5
Tornillos y tuercas de presión 5 y 3 mm	10	1	10
Cautín, cables, llave hexagonal y estaño	9	1	9
Rodamientos 625	1	2	2
		Total \$	402.5

Tabla 15: Costo de materiales para mejora de Mesa Vibratoria

Componente	Costo Unitario \$	Cantidad	Costo Total \$
Servo Motor ClearPath modelo CMP SDSK-3446P-ELS	678	1	678
Fuente de poder	262	1	262
Centro de distribución de energía DC	109	1	109
Cable de control	23	1	23
	_	Total \$	1072



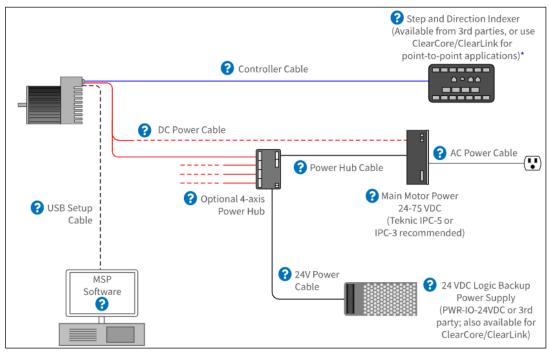


Figura 68: Esquema de funcionamiento del Servo Motor (Fuente: https://teknic.com)

#### 8.2 Códigos e interface creada



Figura 69: Fragmentos de los códigos cargados en los microcontroladores. (Fuente: Elaboración propia)



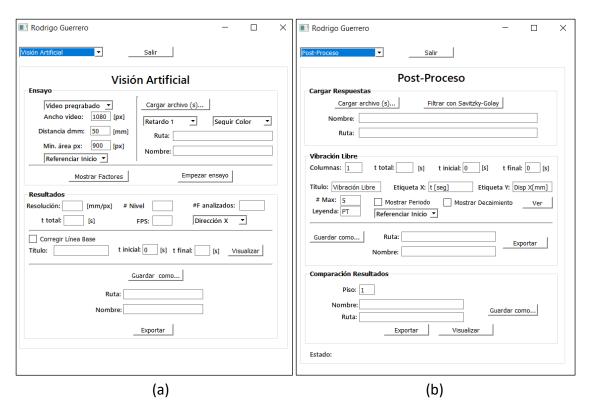
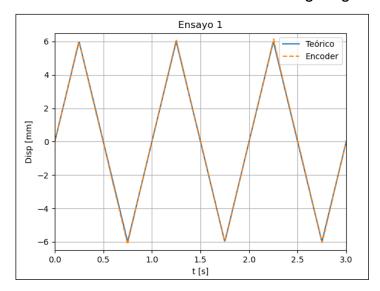
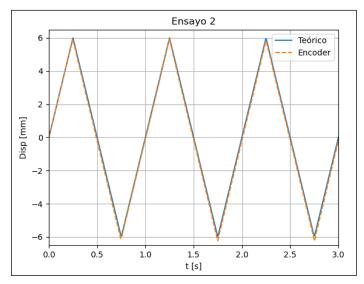
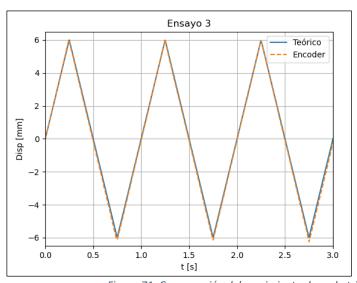


Figura 70: Fragmentos de la Interfaz gráfica creada, (a) Visión Artificial, (b) Post proceso de datos (Fuente: Elaboración propia)

### 8.3 Movimientos de onda triangular generados por la mesa vibratoria







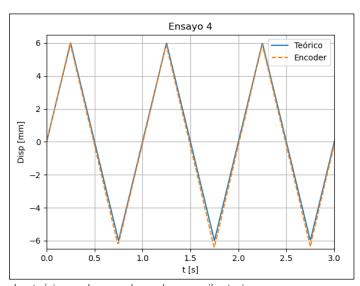


Figura 71: Comparación del movimiento de onda triangular, teórico vs el generado con la mesa vibratoria Ensayos 1-4 (Fuente: Elaboración propia)

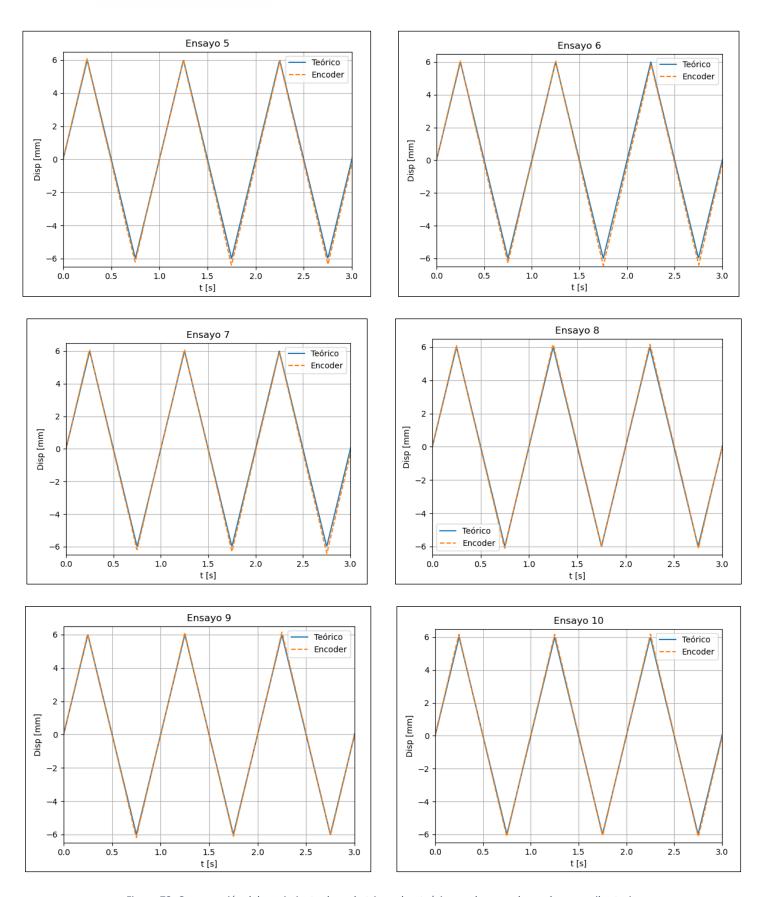
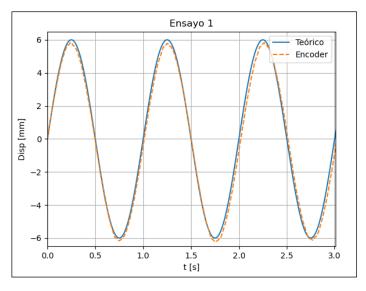
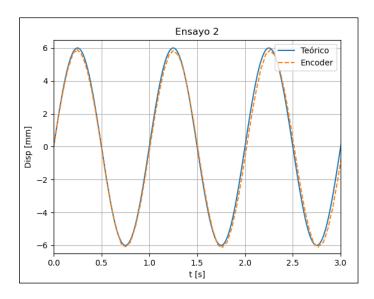
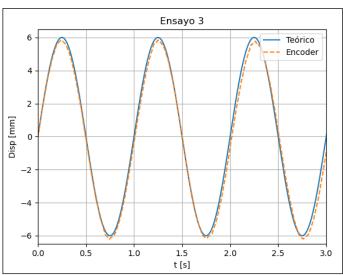


Figura 72: Comparación del movimiento de onda triangular, teórico vs el generado con la mesa vibratoria Ensayos 5-10 (Fuente: Elaboración propia)

### 8.4 Movimientos de onda senoidal generados por la mesa vibratoria







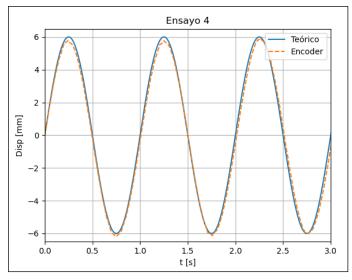


Figura 73 Comparación del movimiento de onda senoidal, teórico vs el generado con la mesa vibratoria Ensayos 1-4 (Fuente: Elaboración propia)

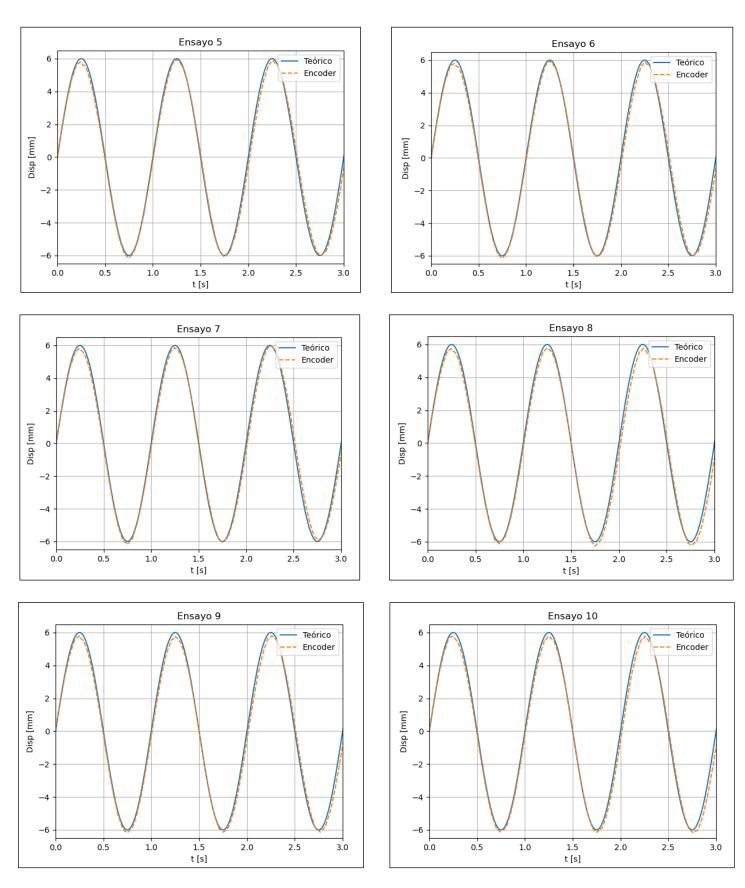
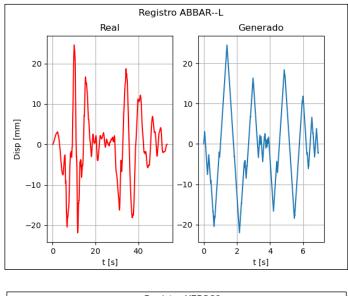
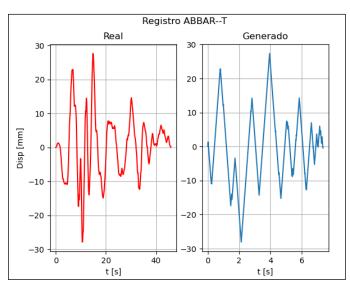
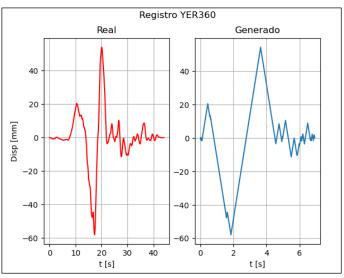


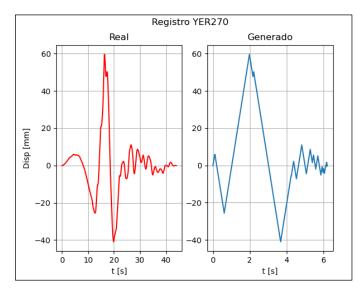
Figura 74: Comparación del movimiento de onda senoidal, teórico vs el generado con la mesa vibratoria Ensayos 5-10 (Fuente: Elaboración propia)

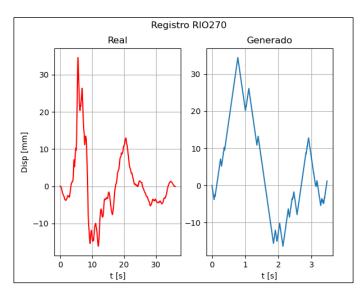
### 8.5 Registros Sísmicos generados por la mesa Vibratoria











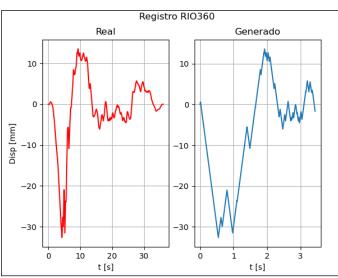
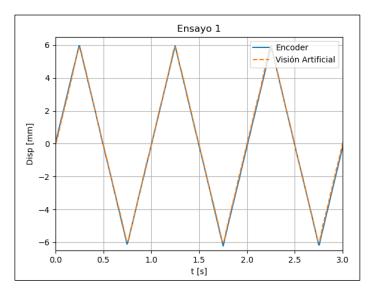
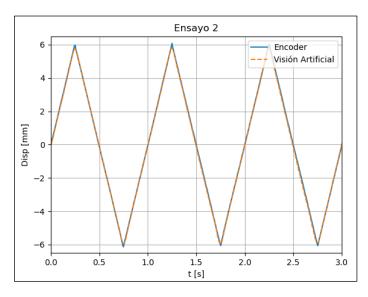
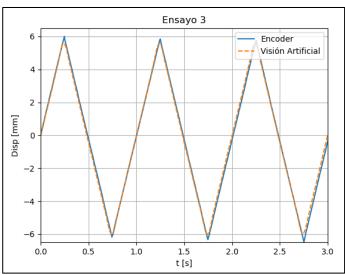


Figura 75: Comparación de registros sísmicos reales con los generados en la mesa vibratoria (Fuente: Elaboración propia)

### 8.6 Movimientos de onda triangular obtenidos con visión artificial







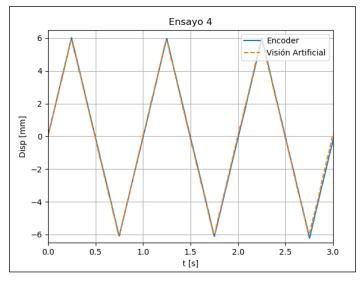


Figura 76: Comparación del movimiento de onda senoidal, Encoder vs Visión Artificial Ensayos 1-4 (Fuente: Elaboración propia)

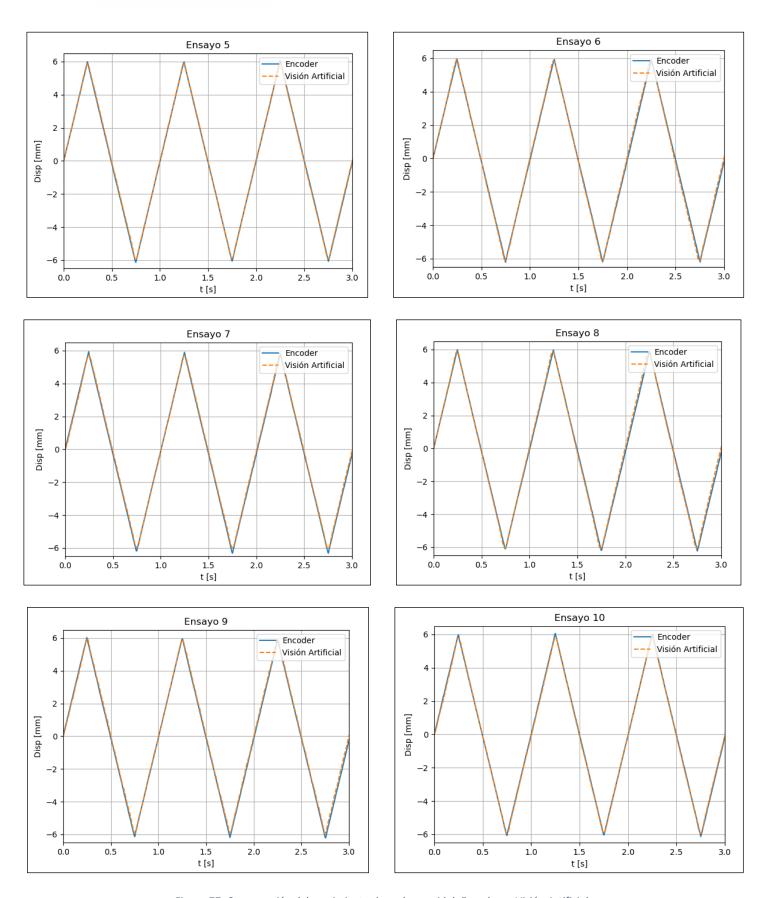
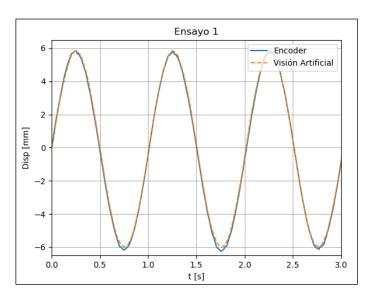
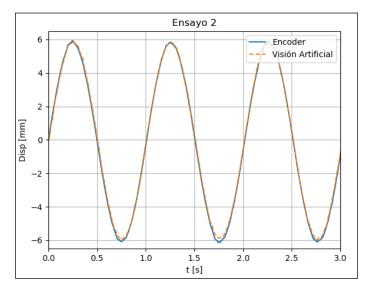
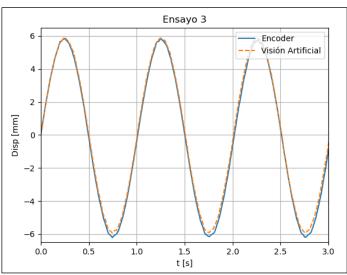


Figura 77: Comparación del movimiento de onda senoidal, Encoder vs Visión Artificial Ensayos 5-10 (Fuente: Elaboración propia)

### 8.7 Movimientos de onda senoidal obtenidos con visión artificial







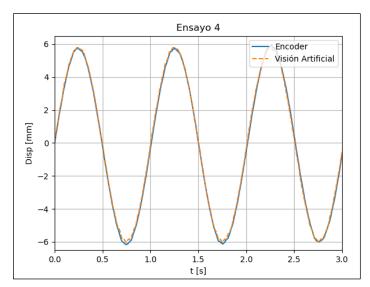


Figura 78: Comparación del movimiento de onda senoidal, Encoder vs Visión Artificial Ensayos 1-4 (Fuente: Elaboración propia)

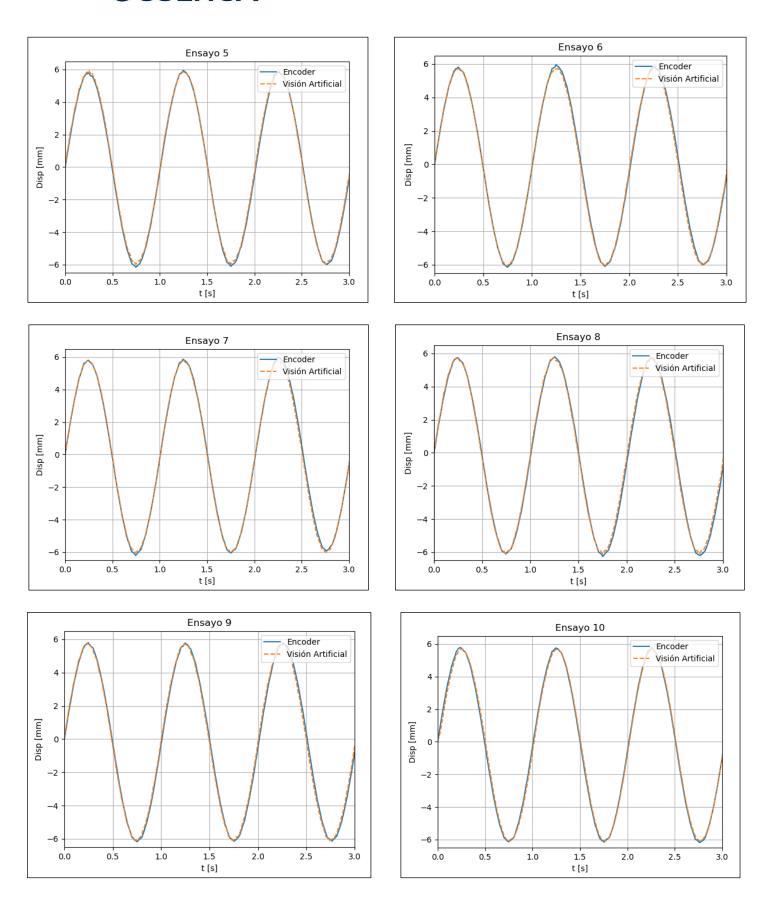


Figura 79: Comparación del movimiento de onda senoidal, Encoder vs Visión Artificial Ensayos 5-10 (Fuente: Elaboración propia)

### 8.8 Resultados de desplazamientos en vibración libre 1 GDL

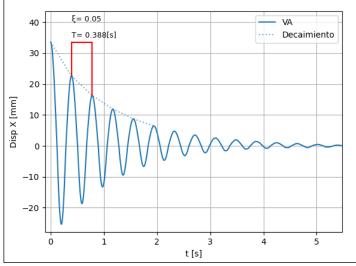


Figura 80: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL- Ensayo 2 (Fuente: Elaboración propia)

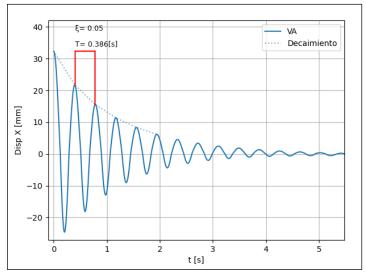


Figura 81: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL- Ensayo 3 (Fuente: Elaboración propia)

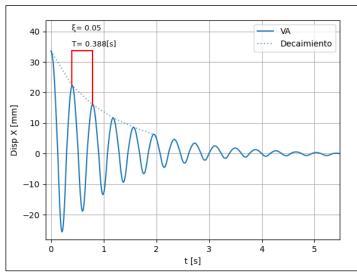


Figura 82: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL- Ensayo 4 (Fuente: Elaboración propia)

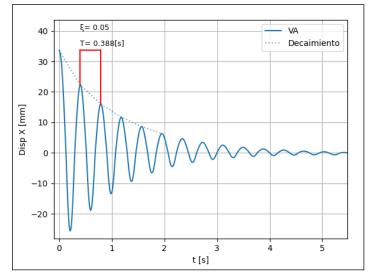


Figura 83: Respuesta de desplazamientos MEE 1GDL— Ensayo 5 (Fuente: Elaboración propia)

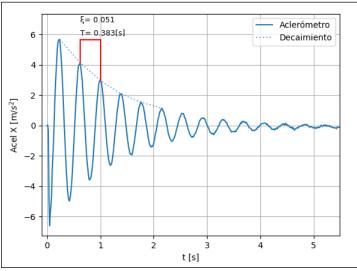


Figura 84: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL— Ensayo 2 (Fuente: Elaboración propia)

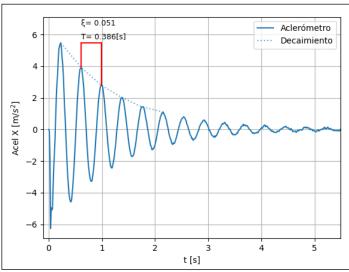


Figura 85: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL— Ensayo 3 (Fuente: Elaboración propia)

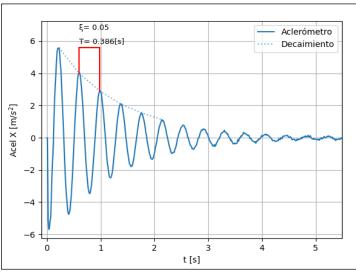


Figura 86: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL- Ensayo 4 (Fuente: Elaboración propia)

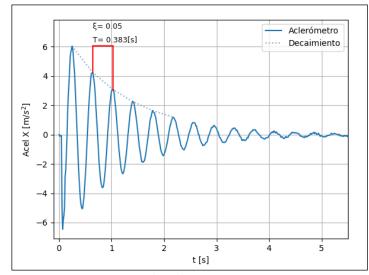


Figura 87: Respuesta de aceleraciones MEE 1GDL- Ensayo 5 (Fuente: Elaboración propia)