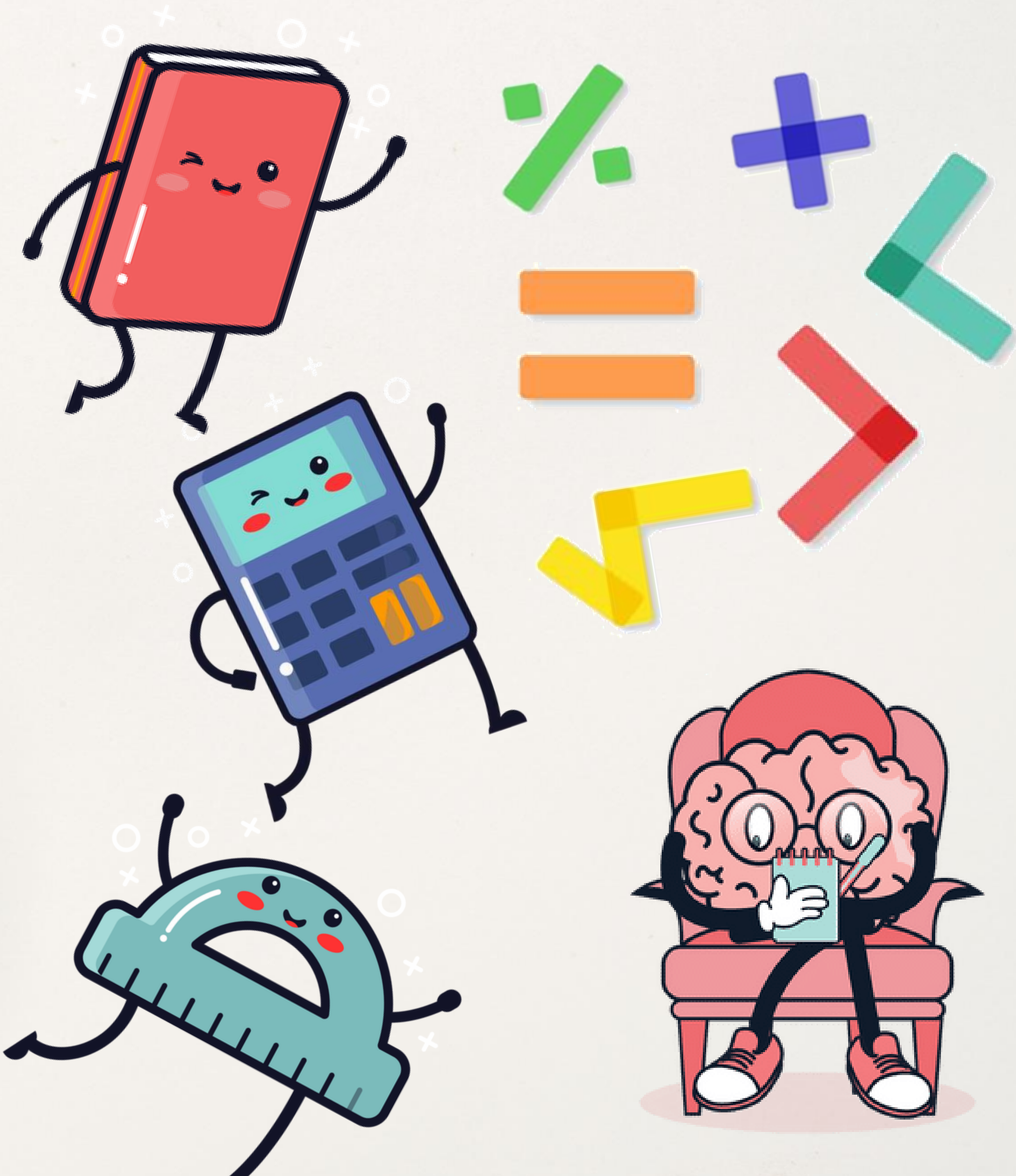
INECUACIONES

DE PRIMERO Y SEGUNDO GRADO



MARÍA FAJARDO & ERIKA LAZO

UNIVERSIDAD DE CUENCA

GUÍA DIDÁCTICA

DIRIGIDA AL DOCENTE

INECUACIONES

de primero y segundo grado

Escrita e ilustrada por:

María Fajardo & Erika Lazo

Tutoría y dirección:

Msc. Eulalia Calle

Universidad de Cuenca
INECUACIONES DE PRIMERO Y SEGUNDO GRADO
GUÍA DIDÁCTICA Y RECURSOS EDUCATIVOS
Texto para el docente
Cuenca – Ecuador, 2021
Fajardo, M. Lazo, E.

PRESENTACIÓN

La presente guía didáctica está dirigida al docente, la cual recoge las ideas del constructivismo y contiene las pautas necesarias para guiar al docente en el proceso de enseñanza de inecuaciones de primero y segundo grado.

Esta propuesta didáctica consta de ocho clases, todas ellas estructuradas en base a tres momentos: anticipación, construcción y consolidación, en cada uno de los cuales se proponen diversas actividades en busca de que el estudiante sea quien construya su aprendizaje.

Se incluye el uso de diversos recursos educativos como: material concreto, tecnológicos y manipulables, problemas contextualizados y aplicaciones en la vida cotidiana. Así mismo, se potencia el dinamismo de la clase mediante trabajos en pareja y grupales considerando que el trabajo colaborativo intensifica las capacidades intelectuales y sociales de los estudiantes.

Además, teniendo en cuenta que cada estudiante es un mundo diferente y aprenden de diversas maneras, la variedad de actividades va desde lo visual, auditivo hasta lo kinestésico, para trabajar con las distintas habilidades de cada uno.

CONTENIDO

CLASE 1

Relaciones de orden y recta numérica

Destreza con criterio de desempeño

M.4.1.30. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números reales utilizando la recta numérica y la simbología matemática (=,<,≤,>,≥).

Duración sugerida: 80 minutos

ANTICIPACIÓN

1. Para iniciar, plantear la siguiente dinámica:

a) Proponer a los estudiantes contar el número de objetos que tienen en sus respectivas cartucheras.
b) Anotar en el pizarrón el número de objetos que contó cada estudiante.
c) En conjunto con los estudiantes determinar quién tiene más objetos y quién tiene menos.

2. En una tabla como la del ejemplo que se encuentra a continuación, colocar aleatoriamente los distintos números mencionados en la actividad anterior y colocarlos frente a frente para hacer la respectiva comparación de orden, determinando cuál es menor y cuál es mayor en cada caso.

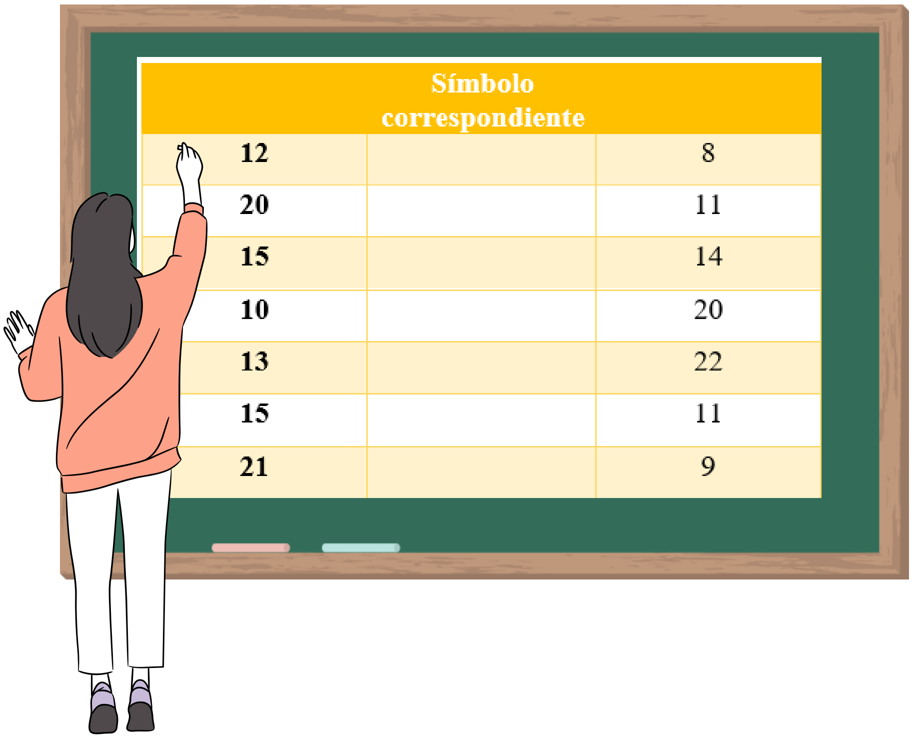
¡RECUERDA!

EJEMPLO:

Supongamos que los estudiantes mencionaron los siguientes números:

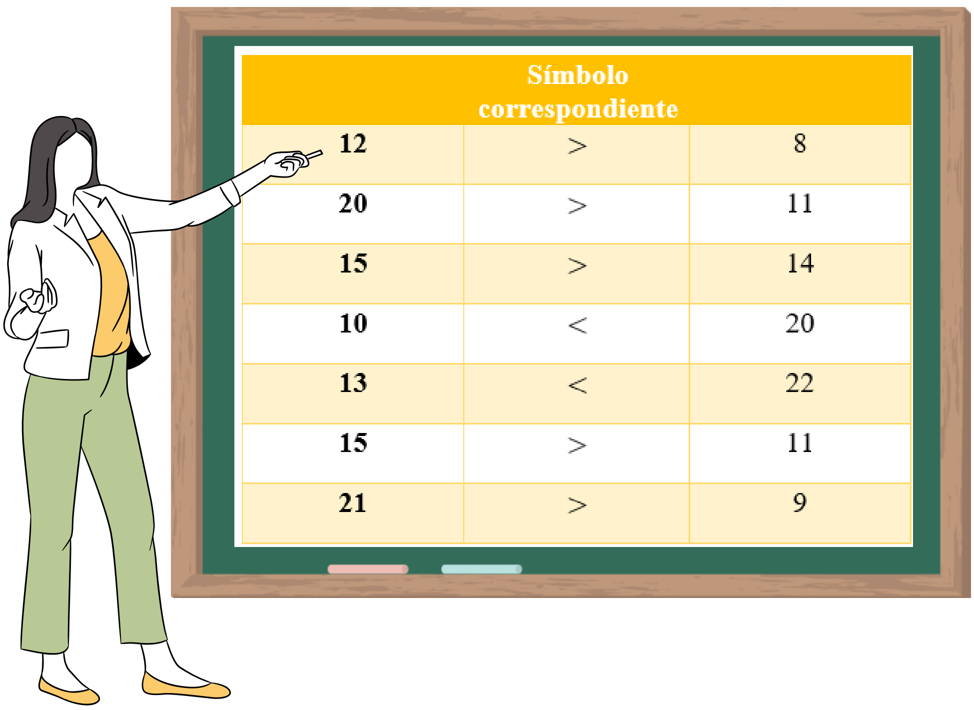
12, 20, 15, 10, 13, 15, 21, 8, 11, 14, 20, 22, 11, 10, 9, 21

Entonces, se construye una tabla como la siguiente:



	Símbolo correspondiente	
12		8
20		11
15		14
10		20
13		22
15		11
21		9

Una vez completada la tabla, en conjunto con los estudiantes, se establece las relaciones de orden. Siguiendo con el ejemplo, se obtendría:



	Símbolo correspondiente	
12	>	8
20	>	11
15	>	14
10	<	20
13	<	22
15	>	11
21	>	9

CONSTRUCCIÓN

1.Presentar el conjunto de los números reales con ayuda de un Diagrama de Venn. A medida que se lo realiza dar breves definiciones de cada conjunto, recordando también su representación.

Número naturales: Son los que utilizamos en la vida cotidiana para contar u ordenar.

Representación: **N**

Número enteros: Conjunto numérico que contiene a la totalidad de los números naturales, a sus inversos negativos y al cero.

Representación: **Z**

Número racionales: Son aquellos números que puede representarse como el cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero.

Representación: **Q**

Número irracionales: Poseen infinitas cifras decimales no periódicas, por tanto, no se pueden expresar en forma de fracción.

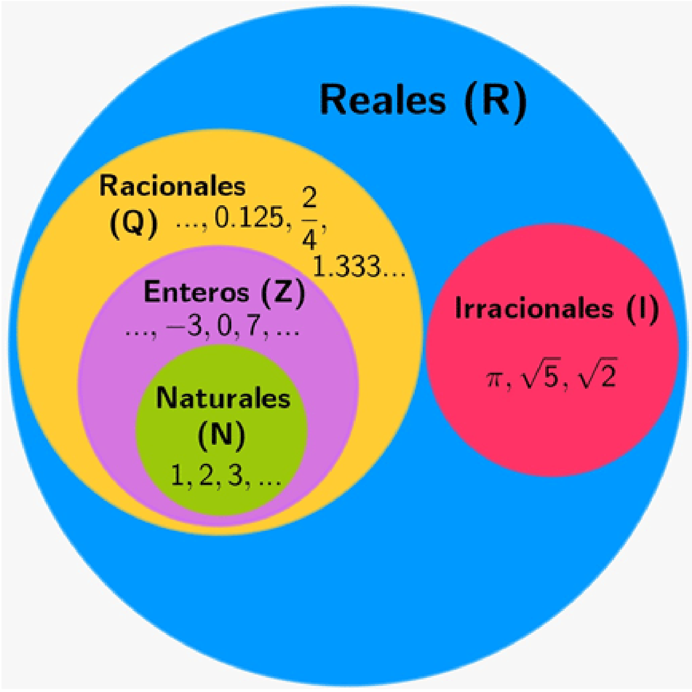
Representación: **I**

Número reales: Incluye los números naturales, enteros, racionales e irracionales.

Representación: **R**

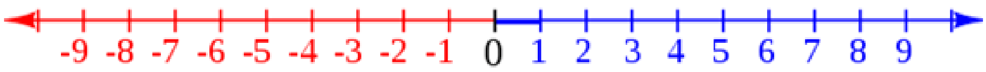
2.Complementar el diagrama presentado, con ejemplos mencionados por los estudiantes. Pedir mínimo 4 ejemplos de números pertenecientes a cada uno de los conjuntos .

Tras realizar dicha actividad, se obtendrá un diagrama de Venn como el siguiente:



Los ejemplos de números para cada conjunto variarán dependiendo de los mencionados por los estudiantes.

3. Presentar la recta numérica a los estudiantes. Se la puede graficar en el pizarrón o puede proyectarse una imagen de la misma.

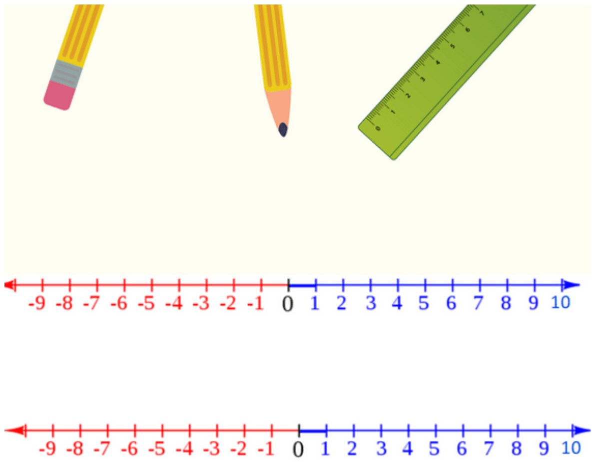


4. Preguntar a los estudiantes lo que observan respecto a la recta numérica, a fin de conocer todas las características de la misma.

Respuestas esperadas:

- Es una línea recta horizontal.
- A la derecha se encuentran los enteros positivos.
- A la izquierda se encuentran los enteros negativos.
- Los enteros negativos y positivos se encuentran separados por el cero.
- Cada espacio entre los números es igual.
- Se extiende hacia el infinito en ambas direcciones, es decir, tanto hacia la izquierda como hacia la derecha.

Para facilitar las siguientes actividades es necesario proyectar en el pizarrón dos rectas numéricas y una tabla como la siguiente:



	Símbolo correspondiente	

(La hoja completa y en tamaño A4 se encuentra al final de esta clase, de tal manera que pueda proyectarse la hoja completa. Así mismo, se la encuentra en la carpeta de Google Drive en la carpeta de la clase respectiva. El enlace para acceder a esta, se encuentra al final del libro)

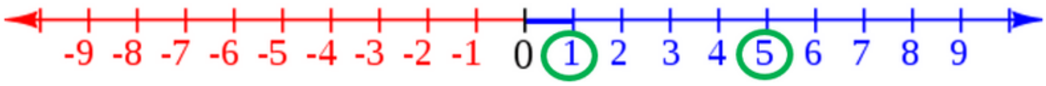
Actividad 1

a) Tomar 2 pares de números enteros positivos de los mencionados por los estudiantes como ejemplos y de dos en dos identificarlos en la recta numérica

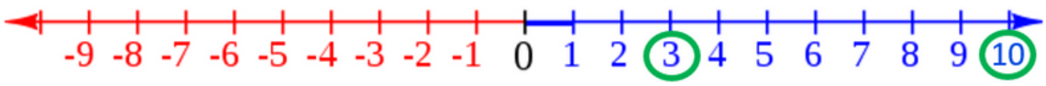
Ejemplo:

Suponiendo que los números enteros positivos mencionados fueron 1, 5 ,3 ,10 ,12 ,4.

- Entonces, tomar el 1 y el 5 e identificar cada uno de ellos en la recta numérica, de la siguiente manera:



- Lo mismo con el siguiente par de números, en este caso el 3 y el 10:



b) Colocar los números representados en la recta numérica en una tabla, procurando que al momento de pedir a los estudiantes identificar el símbolo a usar en cada caso, en uno de ellos deban colocar el símbolo mayor que y en el otro el menor que, de la siguiente manera:

	Símbolo correspondiente	
1	<	5
10	>	3

c) Preguntar a los estudiantes lo siguiente:

Al comparar dos números positivos teniendo en cuenta su representación en la recta numérica, ¿cuál es mayor y cuál es menor?

Las conclusiones que se deben establecer al conversar alrededor de la pregunta son las siguientes:

1. Entre dos números reales positivos, es mayor el que se encuentra más a la derecha en la recta numérica.
2. Entre dos números reales positivos, es menor el que se encuentra más a la izquierda en la recta numérica.

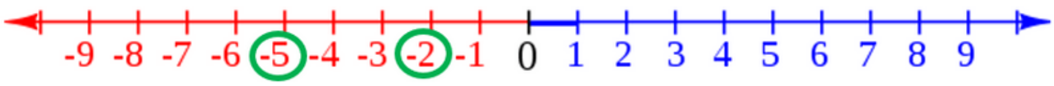
Actividad 2

a) Tomar 2 pares de números enteros negativos que los estudiantes mencionaron como ejemplos e identificarlos en la recta numérica.

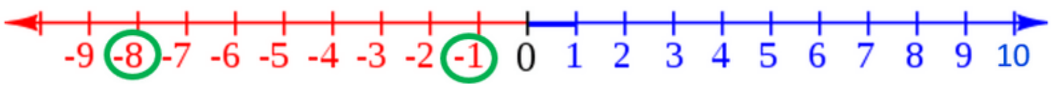
Ejemplo:

Suponiendo que los números enteros negativos mencionados fueron -2, -5, -8, -1.

- Entonces, tomar el -2 y el -5 e identificar cada uno de ellos en la recta numérica, de la siguiente manera:



- Realizamos lo mismo con el siguiente par de números, en este caso el -8 y el -1:



b) Colocar los números representados en la recta numérica en la tabla, procurando que al momento de pedir a los estudiantes identificar el símbolo a usar en cada caso, en uno de ellos deban colocar el símbolo mayor que y en el otro el menor que, de la siguiente manera:

	Símbolo correspondiente	
-5	$>$	-2
-8	$<$	-1

c) Preguntar a los estudiantes lo siguiente:

Al comparar dos números negativos teniendo en cuenta su representación en la recta numérica, ¿cuál es mayor y cuál es menor?

Las conclusiones que se deben establecer al conversar alrededor de la pregunta son las siguientes:

1. Entre dos números reales negativos es mayor el que se encuentra más a la derecha en la recta numérica.
2. Entre dos números reales negativos es menor el que se encuentra más a la izquierda en la recta numérica.

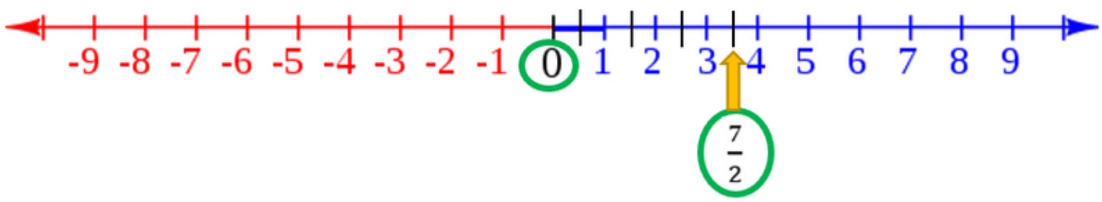
Actividad 3

a) Escoger otros dos números mencionados por los estudiantes anteriormente, uno de ellos debe ser positivo y el otro negativo. Identificar dichos números en la recta numérica y compararlos con el cero.

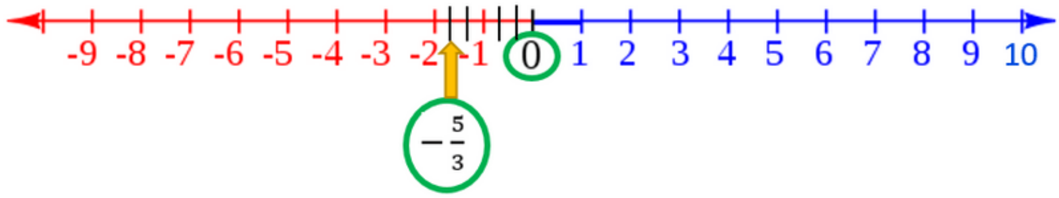
Ejemplo:

Suponiendo que otros números mencionados fueron $\frac{7}{2}, -\frac{5}{3}$.

- Entonces, tomar $\frac{7}{2}$ y representarlo en la recta numérica con ayuda de los estudiantes. Además, identificar el cero, de la siguiente manera:



- Realizar lo mismo con el siguiente número, en este caso el $-\frac{5}{3}$, representarlo en la recta numérica y también identificar el cero, de la siguiente manera:



b) Colocar los números representados en la recta numérica en la tabla. En la primera columna poner los números distintos de cero y en la segunda columna el cero. Luego pedir a los estudiantes que identifiquen el símbolo adecuado a colocar entre ambos números en cada caso, de la siguiente manera:

	Símbolo correspondiente	
$\frac{1}{3}$	$>$	0
$-\frac{5}{3}$	$<$	0

c) Preguntar a los estudiantes lo siguiente:

Al comparar un número con el cero teniendo en cuenta su representación en la recta numérica, ¿cuál es mayor y cuál es menor?

Las conclusiones que se deben establecer al conversar alrededor de la pregunta son las siguientes:

1. Al comparar un número con el cero, entre ambos es mayor el encuentra más a la derecha en la recta numérica.
2. Al comparar un número con el cero, entre ambos es menor el encuentra más a la izquierda en la recta numérica.

Actividad 4

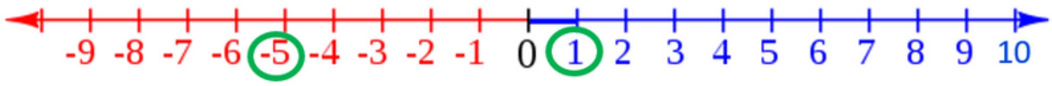
a) Escoger 4 números de los mencionados anteriormente por los estudiantes, dos de ellos deben ser positivos y dos de ellos negativos.

Ejemplo:

Suponiendo que otros números mencionados fueron -2, -5, 1 y 10.

- Entonces, tomar un número positivo y uno negativo, en este caso se seleccionó el -2 y el 10. Identificar cada uno de ellos en la recta numérica, de la siguiente manera:

- Lo mismo con el siguiente par de números, en este caso el -5 y el 1; identificarlos en la recta numérica, de la siguiente manera:



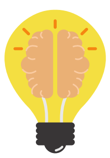
b) Colocar los números representados en la recta numérica en la tabla. El número positivo del primer par de números irá en la primera columna, así como el número negativo del segundo par. Luego pedir a los estudiantes que identifiquen el símbolo adecuado a colocar entre ambos números en cada caso, de la siguiente manera:

	Símbolo correspondiente	
10	>	-2
-5	<	1

c) Preguntar a los estudiantes lo siguiente:

Al comparar un número positivo con uno negativo, ¿cuál es mayor y cuál es menor?

Las conclusiones que se deben establecer al conversar alrededor de la pregunta son las siguientes:



1. Al comparar un número positivo con uno negativo, es mayor el positivo, puesto que se encuentra más a la derecha en la recta numérica.
2. Al comparar un número positivo con uno negativo, es menor el negativo, puesto que se encuentra más a la izquierda en la recta numérica.

Conclusión final

Pedir a los estudiantes que analicen todas las conclusiones obtenidas anteriormente, para lograr obtener una conclusión general de todo lo anterior.

En conjunto con los estudiantes debe construirse la siguiente conclusión:

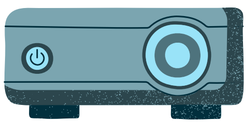
En general, teniendo en cuenta la representación de los números en la recta numérica:

- Al comparar dos números, será mayor el que se encuentre más a la derecha en la recta numérica.
- Al comparar dos números, será menor el que se encuentre más a la izquierda en la recta numérica.

CONSOLIDACIÓN

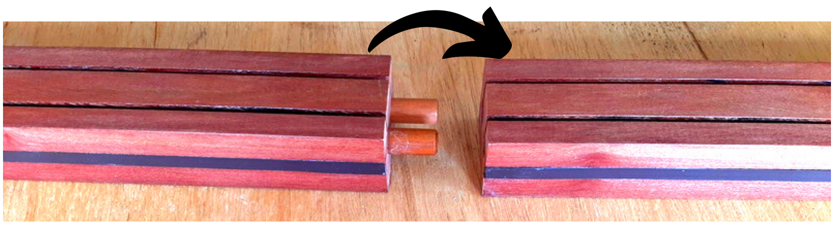
Para la siguiente actividad solicitar a los estudiantes que se agrupen en parejas. En caso de que el número de estudiantes del curso sea impar, entonces existirá un grupo conformado por 3 integrantes.

Instrumentos necesarios:
- Proyector
- Material concreto (Recta numérica)



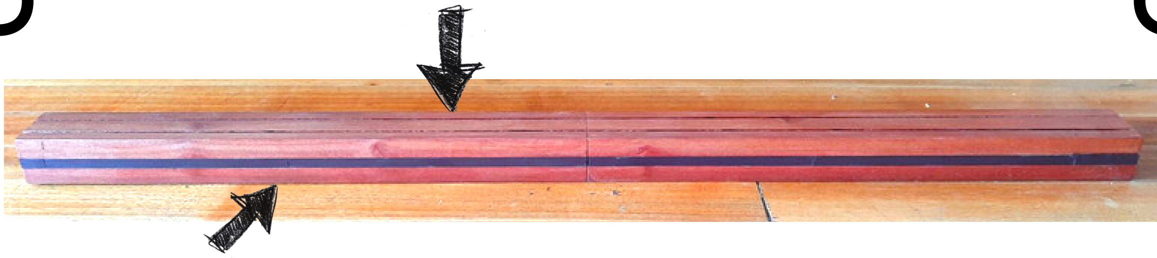
Instrucciones para armar y utilizar el material concreto: Recta Numérica

1. Unir las dos partes que forman la recta numérica, de la siguiente manera:



Para su uso apropiado, procurar que los rieles queden en la parte superior, y la placa negra (imán) en la parte frontal.

Parte superior



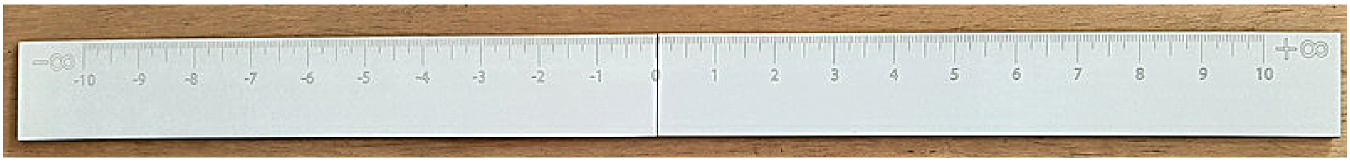
Parte frontal

2. Elegir una de las 3 reglas a disposición, seleccionando la que se acomode a las necesidades de acuerdo al ejercicio en cuestión.

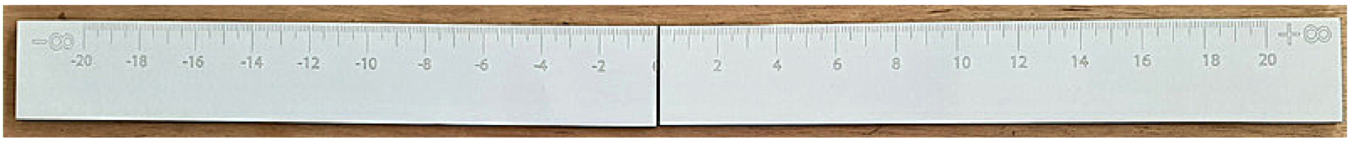
Reglas disponibles:

Cada regla se forma uniendo las dos partes respectivas.
De tal manera, se tendrán las 3 siguientes reglas:

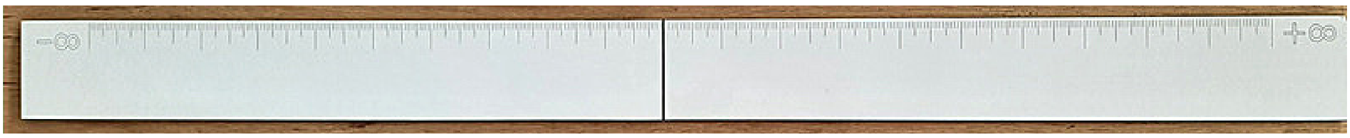
1. Una regla numerada de uno en uno del -10 al 10, útil para representar números dentro de ese intervalo.



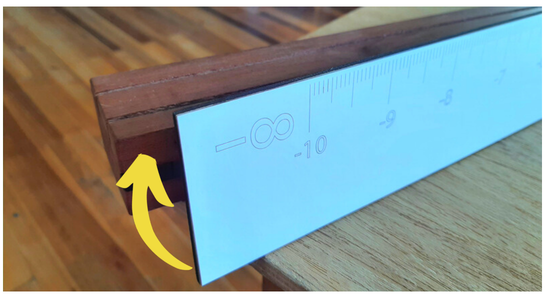
2. Una regla numerada de dos en dos del -20 al 20, útil para representar números dentro de ese intervalo.



3. Una regla sin numerar pero con las divisiones respectivas, útil para escribir la numeración que mejor se acople al ejercicio o problema en cuestión, en caso de que ninguna de las 2 reglas anteriores se adapte a nuestras necesidades.



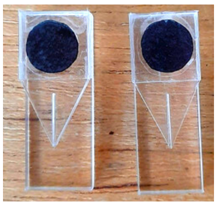
3. Adherir la regla que se desea utilizar a la parte frontal de la recta numérica:



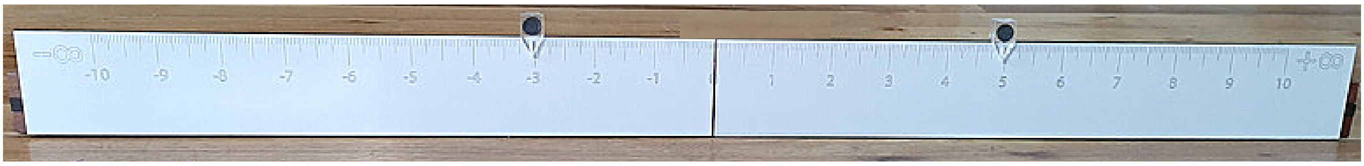
De tal manera que al adherir una regla, la recta numérica quedará de la siguiente manera:

4. Para seleccionar algún o algunos números, utilizar los pasadores que contienen un círculo relleno y deslizarlos sobre la regla ubicándolos en la posición deseada:

Pasadores con círculo relleno



Ejemplo: Supongamos que se desea ubicar los números -3 y 5, entonces:

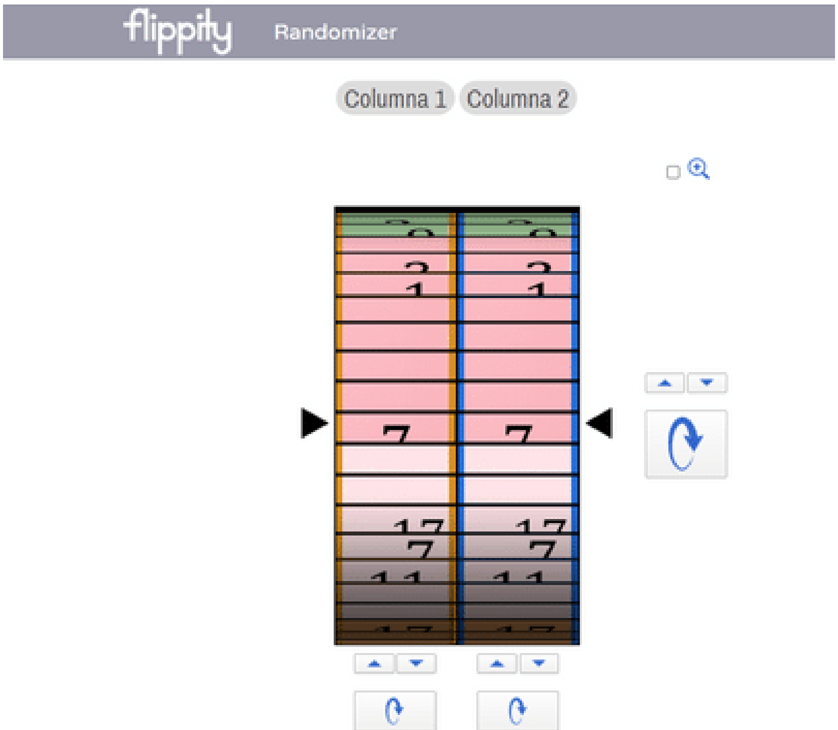


Actividad

1. Proyectar la página que se vizualiza tras acceder al siguiente enlace:

https://www.flippity.net/ra.asp?k=1YmZ6rbvfTIBIuHm1RkEWCk-H8RTCsh14X9kRrZ3U3bA

Aparecerá la página que se encuentra a continuación:

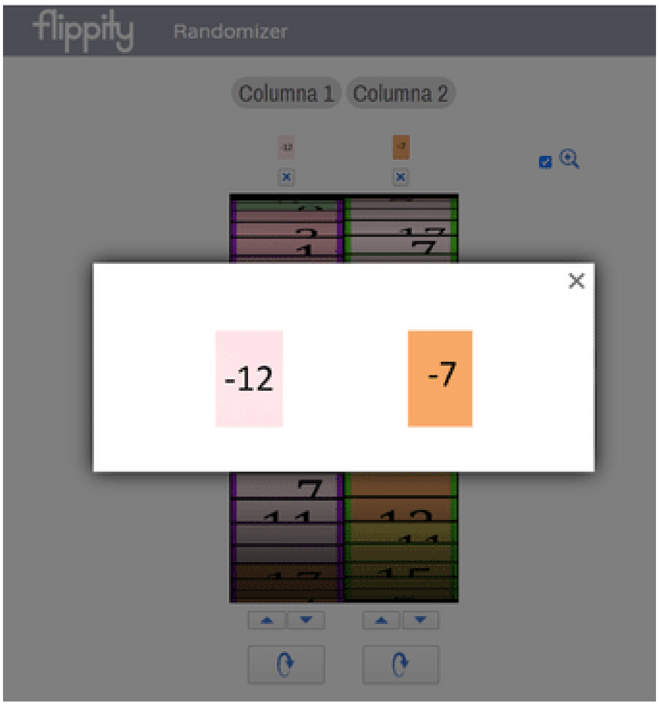


2. Activar el zoom haciendo clic en el recuadro en blanco que se encuentra junto a la lupa de la parte superior derecha. Esto es necesario para una mejor visualización de la pareja de números que se obtenga.

3. Indicar a los estudiantes que el botón a continuación permitirá girar ambas columnas y obtener dos parejas de números aleatorios.

4. Solicitar que uno de los integrantes de la primera pareja accione el botón para hacer girar ambas columnas.

Tras realizar aquella acción, se obtendrá una pareja de números como la siguiente:



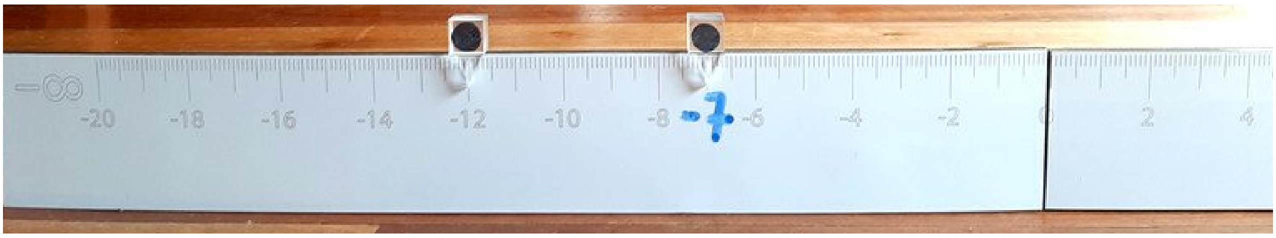
5. Pedir que el siguiente integrante de la pareja identifique ambos números sobre la recta numérica haciendo uso del material concreto, eligiendo la regla pertinente en este caso y utilizando los pasadores con círculo relleno.

Trabajando con la pareja de números anterior, -12 y -7, entonces el estudiante debe ejecutar lo siguiente:

1. Seleccionar la regla numerada de -20 a 20, ya que ambos números están dentro de aquel intervalo.
2. Adherir la regla seleccionada a la parte frontal de la recta numérica.
3. Identificar la pareja de números y colocar sobre cada uno el indicador con círculo relleno.

Como la regla a utilizar está numerada del -20 al 20 de dos en dos, solo tiene escrita números pares, por tanto, se puede proporcionar un marcador de pizarra al estudiante para que sobre la misma escriba el número -7, de tal manera que sea más visual para todos.

Tras realizar los pasos mencionados anteriormente, el estudiante tendrá lo siguiente:



6. Pedir a la pareja de estudiantes que establezca una relación de orden entre los números, indicando cuál es mayor o cuál es menor y porqué.

Alternativas de respuestas:

-12 es menor que -7 porque se encuentra más a la izquierda en la recta numérica.

-7 es mayor que -12 porque se encuentra más a la derecha en la recta numérica.

7. Una vez que han brindado una respuesta exitosa, solicitar que uno de los estudiantes de la pareja escriba en medio de los números proyectados el signo mayor que, menor que o igual según corresponda.

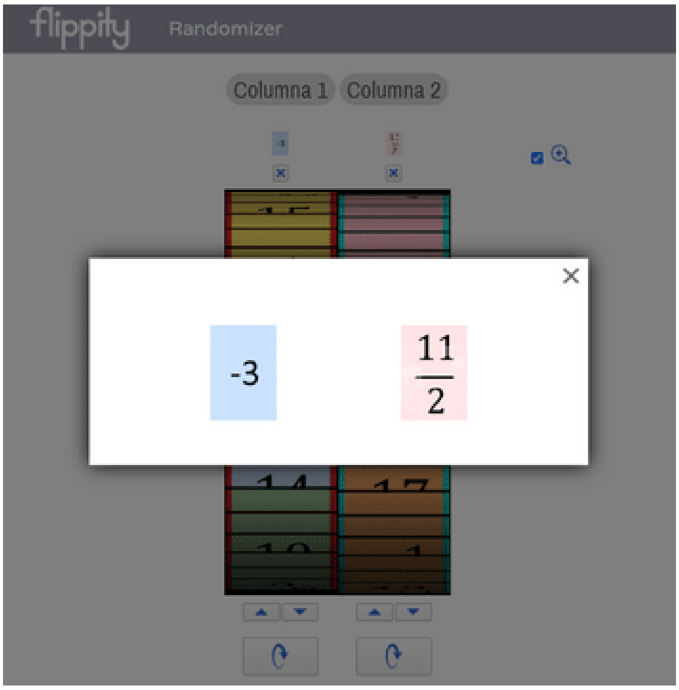
En base al ejemplo, lo correcto es:

$-12 < -7$

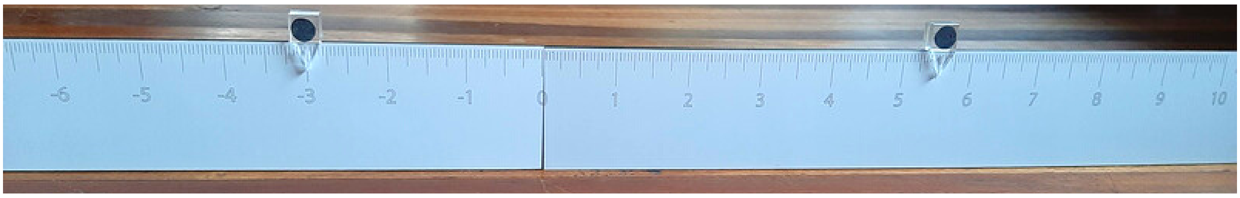
Se procede de la misma manera con cada grupo de estudiantes hasta que todos hayan participado.

A continuación se presentará otro ejemplo:

Suponiendo que tras accionar el botón que hará girar ambas columnas se obtiene la siguiente pareja de números:



Entonces, haciendo uso de la recta numérica, la regla adecuada y los pasadores con círculo relleno, el estudiante identificará ambos números sobre el material concreto de la siguiente manera:



Después del respectivo análisis, el símbolo correcto a colocar en medio de los números es el "menor que":

$$-3 < \frac{11}{2}$$

Tarea

1. Compartir con los estudiantes el link utilizado en la actividad anterior.

https://www.flippity.net/ra.asp?k=1YmZ6rbvfTIBIuHm1RkEWCk-H8RTCsh14X9kRrZ3U3bA

2. Mencionar a los estudiantes que como tarea para la casa ingresen al link y en sus cuadernos anoten 10 parejas de números obtenidas tras hacer girar las dos columnas. Posteriormente, pedir que coloquen en medio de cada par de números el símbolo mayor que, menor que o igual según sea el caso.

3. Adicionalmente, solicitar que escriban lo siguiente:

a) 5 números mayores que -5

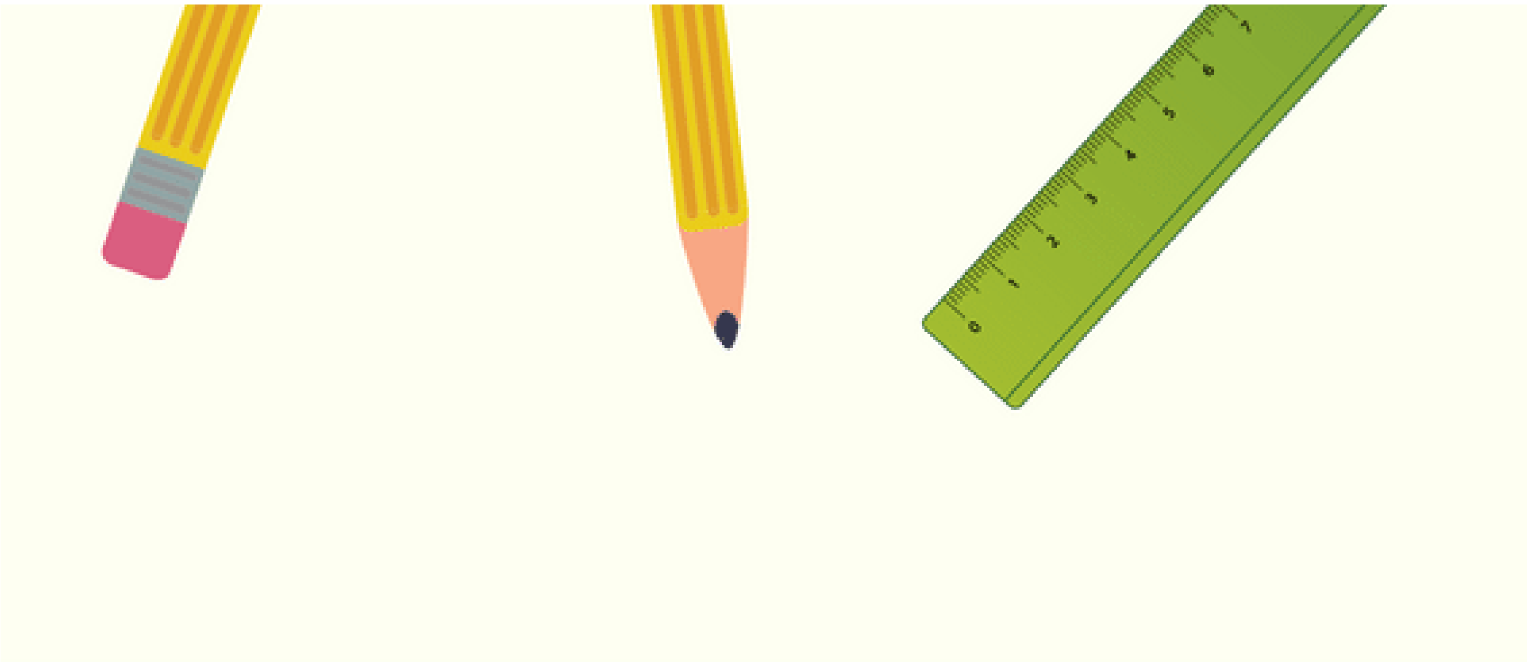
b) 5 números menores que -10

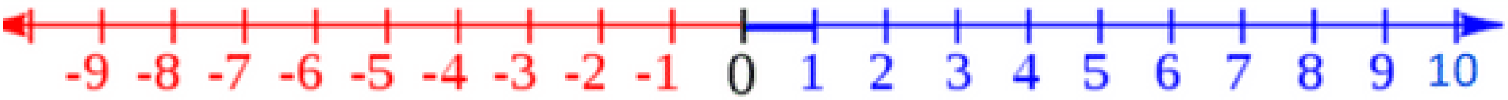
c) 3 números mayores que 0

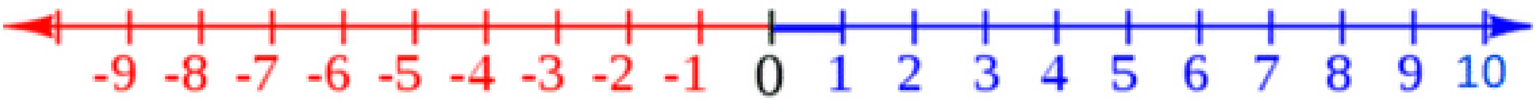
d) 3 números menores que 7

e) 4 números menores que 0

Imagen a proyectar para realizar las actividades de construcción



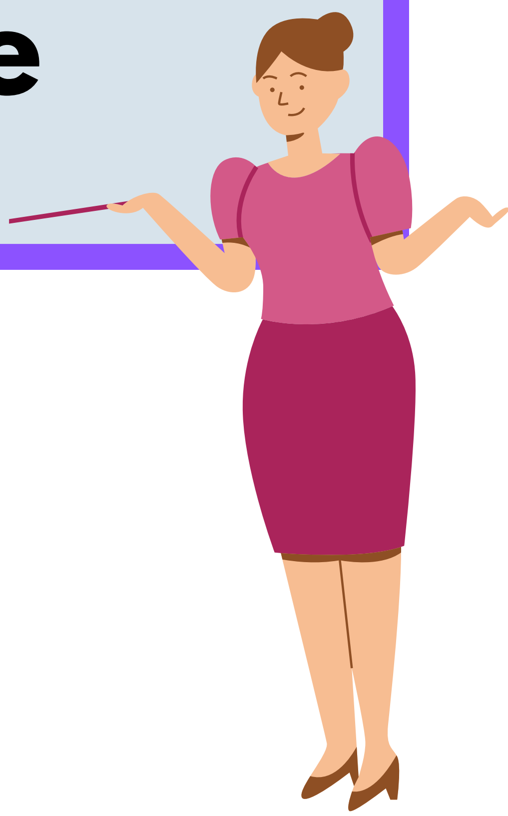




	Signo correspondiente	

Clase 2

Símbolos mayor o igual que y menor o igual que



Destreza con criterio de desempeño

M.4.1.30. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números reales utilizando la recta numérica y la simbología matemática (=,<,≤,>,≥).

Duración sugerida: 40 minutos

ANTICIPACIÓN

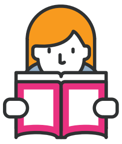
Para la siguiente actividad a realizar, es necesario que previamente los estudiantes:

- Estén formados en grupos de 3 integrantes.
- Se organicen para por grupo traer el tablero y las fichas indicadas recortadas, las mismas deben estar a color ya que es necesario visualizar los colores en la actividad a realizar, y de preferencia en cartulina.
- Cada estudiante de manera individual debe armar y traer consigo el dado respectivo.

Importante

El tablero y fichas requeridas por grupo se encuentran tanto en la carpeta de Google Drive como al final de la clase en la "**Hoja de material del estudiante**", así como el dado correspondiente que debe traer cada uno individualmente. Compartir dicho material con el salón de clases.

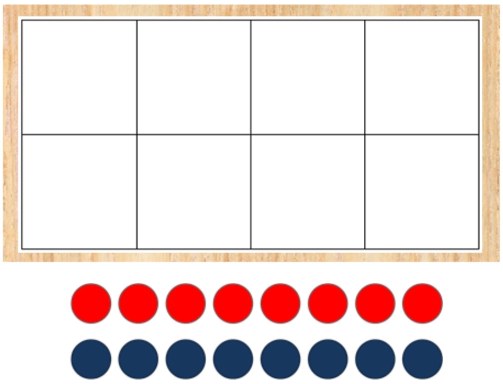
Actividad



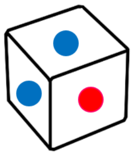
1. Repasar el uso de los símbolos igual, mayor que y menor que. Para ello seguir las respectivas instrucciones.

a) Pedir que los estudiantes se reúnan en los grupos respectivos y preparen el material necesario para la actividad.

Materiales por grupo



Material por estudiante



b) Explicar a los estudiantes en qué consiste la actividad.

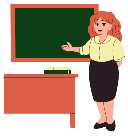
1. Cada estudiante lanza su dado en su turno, y en base al color que le ha tocado toma una ficha del mismo color y la coloca en uno de los recuadros (el que desee) y así sucesivamente cada uno realiza lo mismo hasta que estén todas las casillas llenas.

2. Después, tendrán que separar las fichas por colores y contar cuántas hay de cada color. Un estudiante por grupo pasará al pizarrón para anotar dichos valores en una tabla como la que se encuentra a la derecha.

3. Otro estudiante de cada grupo pasará a comparar los valores obtenidos, colocando entre ellos el símbolo que corresponda: >, < ó =.

Nº de fichas rojas		Nº de fichas rojas

CONSTRUCCIÓN

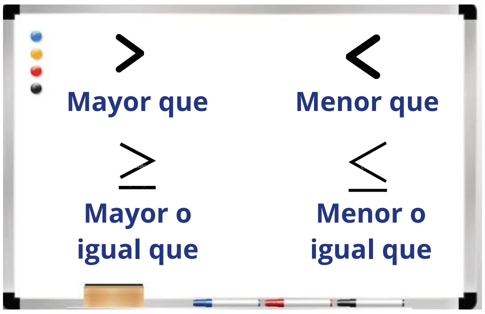


1. Dibujar en el pizarrón los símbolos mayor que y menor que.

2. Pedir a los estudiantes que identifiquen los símbolos y mencionen el nombre de cada uno.

3. Anotar debajo de cada símbolo el nombre correcto mencionado por los estudiantes.

4. Colocar debajo de cada uno el símbolo mayor o igual que y menor o igual que según corresponda, con su respectivo nombre.

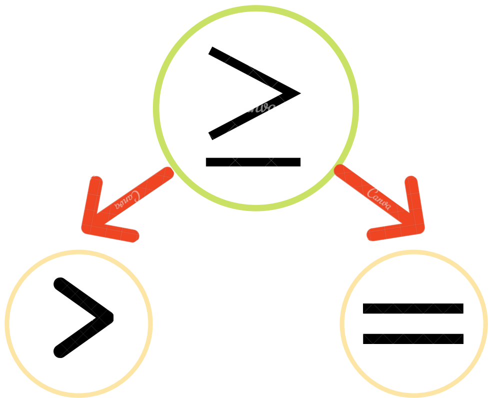


5. Solicitar a los estudiantes que identifiquen las diferencias entre los símbolos.

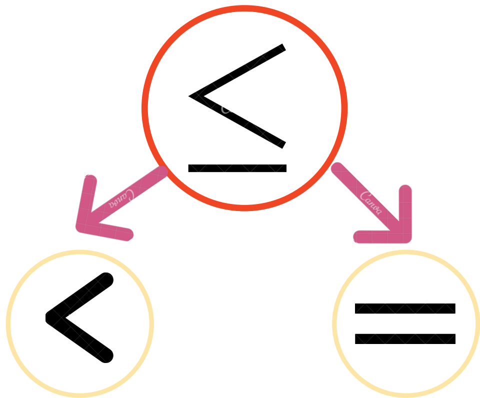
6. Dividir en dos componentes al símbolo mayor o igual que y al símbolo menor o igual que, a fin de que los estudiantes puedan identificar los dos conceptos que involucran estos símbolos.

Mayor o igual que

Menor o igual que



Mayor que Igual



Menor que Igual

7. Trabajar ejercicios junto con los estudiantes haciendo uso de los símbolos mayor o igual que y menor o igual que. Realizar 5 ejercicios de la siguiente manera:

a) Presentar un ejercicio a los estudiantes y pedir que descompongan el símbolo presente.

b) Solicitar que mencionen ejemplos que cumplan con cada una de las condiciones.

A continuación se presentan ejemplos de ejercicios a proponer:

Ejemplo 1:

$5 \leq \ ?$

$<$ $=$

6, 7, 10, 21, 35 5

Ejemplo 2:

$-3 \geq \ ?$

$>$ $=$

-4, -5, -11, -13, -24 -3

Ejemplo 3:

$0 \geq \ ?$

$>$ $=$

-1, -2, -5, -12, -15 0

Ejemplo 4:

$-12 \leq \ ?$

$<$ $=$

-11, -10, -2, 0, 6 -12

Ejemplo 5:

$$\frac{7}{5} \geq ?$$

$$> \qquad =$$

1, 0, -1, -3, -8 $\qquad \frac{7}{5}$

7. Contrastar la interpretación de los símbolos mayor que y menor que, con los símbolos mayor o igual que y menor o igual que, según corresponda.

Mayor que

$>$

Permite únicamente valores **mayores** a cierta cantidad.

$\longleftrightarrow$

Mayor o igual que

$\geq$

Permite valores **mayores** a cierta cantidad así como el valor que es **igual** a la misma.

Menor que

$<$

Permite únicamente valores **menores** a cierta cantidad.

$\longleftrightarrow$

Menor o igual que

$\leq$

Permite valores **menores** a cierta cantidad así como el valor que es **igual** a la misma.

CONSOLIDACIÓN

1. Pedir a los estudiantes que entreguen sus fichas, tanto las azules como las rojas.

2. Colocar en una bolsa 5 fichas rojas y el resto serán fichas azules, de tal forma que al sumar todas el total sea igual al número de estudiantes del curso.

 +  = N° de estudiantes

3. Pedir que cada estudiante saque una ficha de la bolsa.

4. Pedir al primer estudiante con la ficha roja que proceda a resolver en el pizarrón el enunciado a continuación y solicitar que cada estudiante lo realice también en su cuaderno a fin de verificar su resultado. En caso de ser necesario realizar las correcciones pertinentes a la respuesta obtenida.

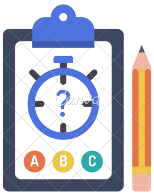
Así todos los estudiantes con una ficha roja resolverán un enunciado en su respectivo turno.

Enunciado 1

José y su madre se encuentran en el supermercado realizando compras. José observa que un niño tiene 5 chocolates en su mano, entonces él le pide a su madre que le compre una cantidad mayor o igual a la que el niño posee. Mencione las 5 cantidades más pequeñas de chocolates que su madre puede comprarle.

Respuesta: 5, 6, 7, 8, 9

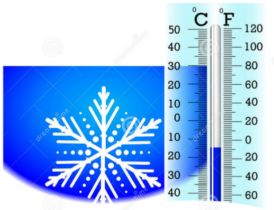
Enunciado 2



Rosaura para aprobar la asignatura de matemáticas debe obtener una nota perfecta en su examen. Hasta el momento ha resuelto correctamente 9 preguntas de 10, pero en la última tiene ciertas dudas, esta pregunta dice: **Con respecto al -4, ¿cuáles son los 3 primeros números enteros que cumplen con la condición de ser menor o igual a dicho número ?** ¿Cuál debe ser la respuesta que Lourdes para lograr aprobar la asignatura?

Respuesta: -4, -5, -6

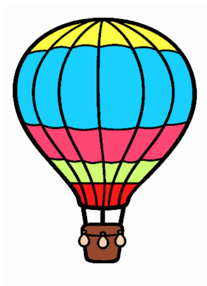
Enunciado 3



De acuerdo al pronóstico del clima, el día de hoy en New York se espera temperaturas menores o iguales a 7° bajo cero. Mencione los 8 números enteros que más se aproximan a dicha predicción climática.

Respuesta: -7, -8, -9, -10, -11, -12, -13, -14

Enunciado 4



Cierto globo aerostático está diseñado de tal manera que vuela perfectamente hasta cierta altura. Si el globo aerostático alcanza valores mayores o iguales a 800m comenzará a presentar fallos en su funcionamiento. ¿Cuáles son las 6 alturas mas cercanas a partir de las que el globo empieza a fallar? (Considere solo cantidades enteras de alturas)

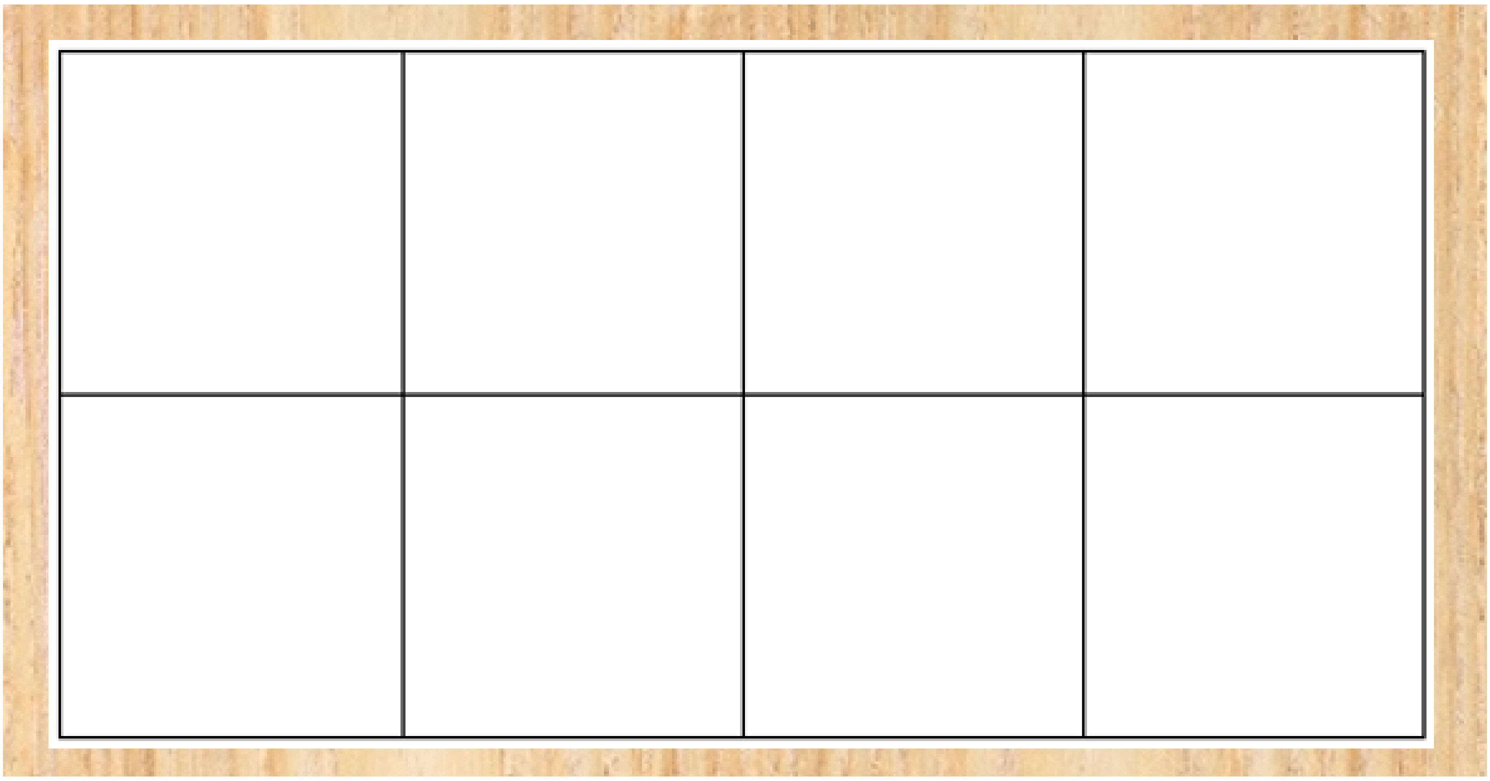
Respuesta: 800, 801, 802, 803, 804, 805

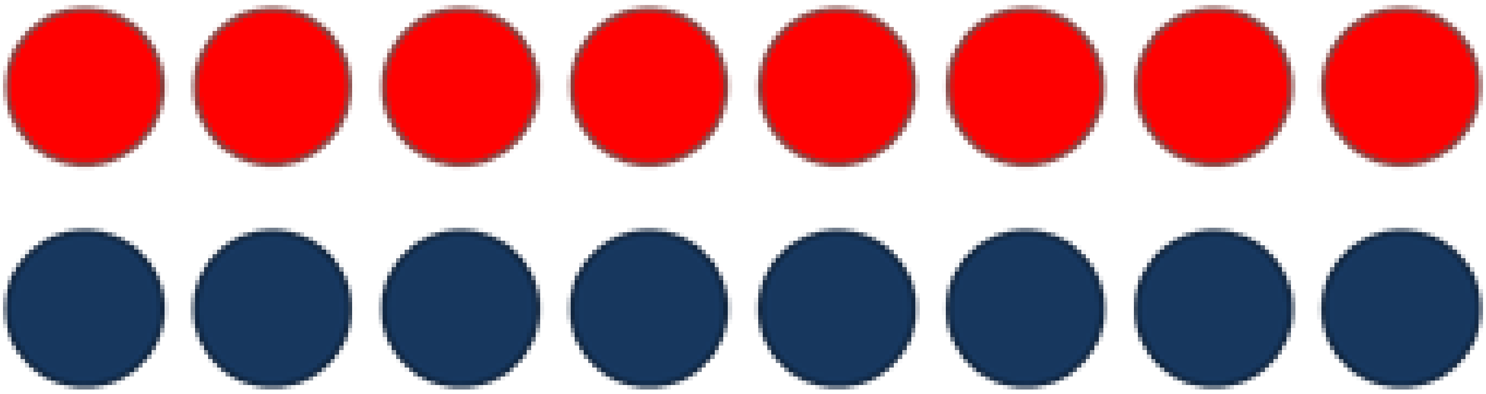
Enunciado 5

En un centro de nivelación académica cada curso está conformado por un número menor o igual a 15 estudiantes. ¿Cuáles son las 3 posibilidades más grandes permitidas de número de estudiantes?

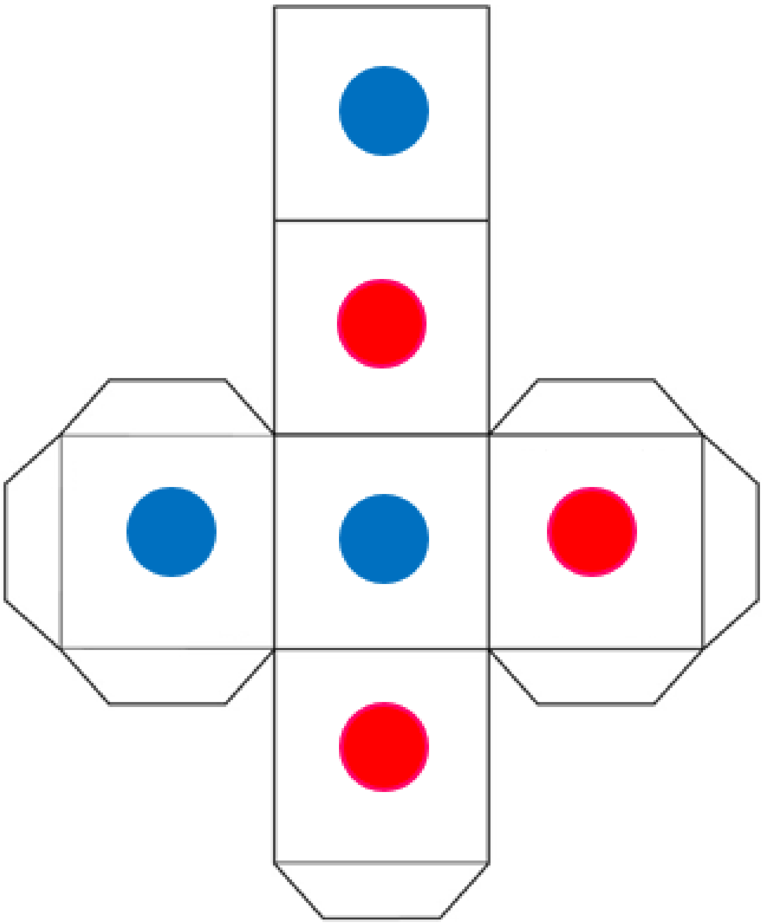
Respuesta: 13, 14, 15

Recortar un tablero y fichas por grupo.



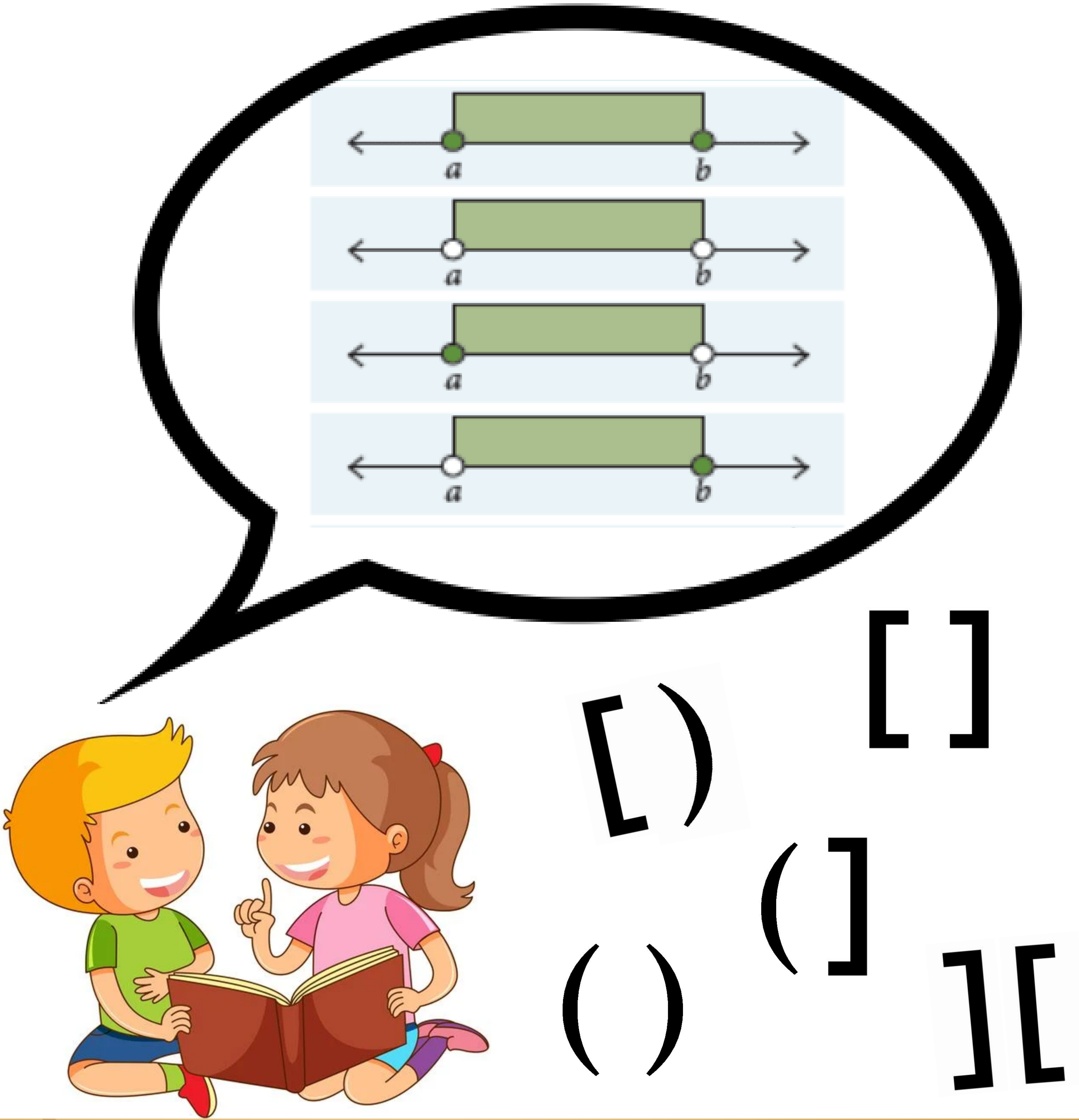


Recortar y armar un dado por estudiante.



Clase 3

Intervalos



Destreza con criterio de desempeño

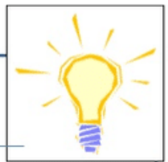
M.4.1.39. Representar un intervalo en R de manera algebraica y gráfica, y reconocer el intervalo como la solución de una inecuación de primer grado con una incógnita en R.

Duración sugerida: 80 minutos

ANTICIPACIÓN

1.Proponer a los estudiantes la lectura "**Los Intervalos y el Calendario**".

Curiosidades Matemáticas



Los Intervalos y el Calendario

Los Intervalos se han utilizado prácticamente desde la existencia del hombre, quién mediante la observación de los fenómenos naturales, comenzó a registrar el tiempo a través de marcas en los árboles o en su cueva.

Con el tiempo, se estableció el año de 360 días en 12 meses y 4 estaciones; pero las civilizaciones que usaban este calendario se percataron de que este cálculo no era exacto y tenían que agregar días para predecir el periodo de siembra y cosecha.

Fue en 45 a. C. cuando el emperador romano Julio César fijó la duración del año en 365 días y ordenó que se acumularan 6 horas por año, y que cada cuatrienio se aplicara un día más, lo cual debía llevarse a cabo en febrero; así surgió el año bisiesto,

Aunque el cálculo de Julio César fue muy aproximado, cometió un error, ya que al año solar no le sobran 6 horas, sino 5 horas, 48 minutos y 46 segundos. Esa pequeña diferencia no fue grave al principio, pero hacia el siglo XVI ya había producido una diferencia tan grande y un desplazamiento de las estaciones que pro ello, en 1582, el papa astrónomo Gregorio XIII determinó que el calendario fuera adelantado 19 días para actualizarse. Su calendario fue más preciso: apenas tiene un error de 1 día, 4 horas y 48 minutos en 4000 años

- Lectura disponible en:

https://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1SCHVHCGY-1GFY27C-3964/LECTURA%20SOBRE%20INTERVALOS.jpg

Google Drive - También la encuentra en Google Drive, en la carpeta de la clase correspondiente.

2. Realizar una lluvia de ideas con las siguientes preguntas:

1. ¿Qué fue lo más interesante de la lectura?
2. ¿Qué intervalos de tiempo podemos reconocer en un calendario?
3. ¿Qué entiende por intervalo?

3. Preguntar a los estudiantes su estatura. Anotar los resultados en el pizarrón.

Estatura de los estudiantes

4. Pedir a los estudiantes que reconozcan el intervalo de estaturas existente dentro del curso.

Ejemplos de respuesta:

- Los estudiantes del curso tienen una estatura de entre 1,45m y 1,62 m
- El intervalo de estaturas en el curso es de 1,45m a 1,62 m

5. Preguntar a los estudiantes su edad y anotar las respuestas en el pizarrón.

Edad de los estudiantes

6. Solicitar a los estudiantes que reconozcan el intervalo de edades que existe dentro del curso.

Ejemplos de respuesta:

- En el curso la edad de los estudiantes está entre 13 y 15 años.
- El intervalo de edades en el curso es de 13 a 15 años.

CONSTRUCCIÓN

Importante

Para realizar las actividades propuestas en la construcción, previamente se debe conformar 6 grupos de estudiantes, y pedir a cada uno de ellos traer una cinta métrica y una tijera.

1.Pedir a los estudiantes que se reúnan en los grupos respectivos y preparen los materiales para la actividad.

Materiales:

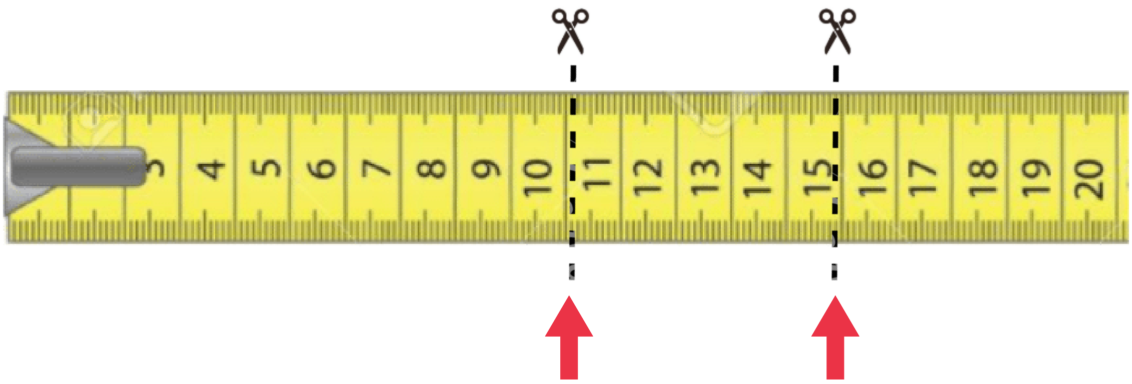
2. Indicar que cada grupo de estudiantes tendrá que realizar 9 cortes, de tal manera que la cinta métrica quede divida en 10 pedazos. Los cortes deben ser realizados por las líneas en donde están marcados los centímetros, de tal manera que en uno de los lados quede incluida dicha línea y en el otro no.

Para una mejor comprensión y visualización de la actividad a realizar, es ideal que el docente lleve también una cinta métrica y realice paso a paso las instrucciones con los estudiantes.

Los cortes a solicitar que realicen teniendo en cuenta las indicaciones, constan en la tabla a continuación:

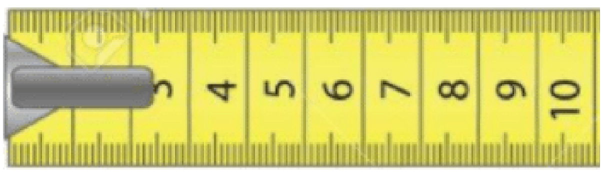
Cortes	Indicaciones
Corte en 10 cm	La línea que marca 10 cm debe quedar incluida en el primer pedazo.
Corte en 15 cm	La línea que marca 15 cm no debe quedar incluida en el segundo pedazo.
Corte en 30 cm	La línea que marca 30 cm debe quedar incluida en el tercer pedazo.
Corte en 52 cm	La línea que marca 52 cm no debe quedar incluida en el cuarto pedazo.
Corte en 68 cm	La línea que marca 68 no debe quedar incluida en el quinto pedazo.
Corte en 97 cm	La línea que marca 97 cm debe quedar incluida en el sexto pedazo.
Corte en 100 cm	La línea que marca 100cm debe quedar incluida en el séptimo pedazo.
Corte en 117 cm	La línea que marca 117 cm no debe quedar incluida en el octavo pedazo.
Corte en 138 cm	La línea que marca 138 cm debe quedar incluida en el noveno pedazo.

Entonces, siguiendo las indicaciones, los dos primeros cortes deberían realizarse de la siguiente manera:

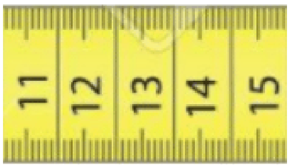


Obteniéndose los siguientes pedazos:

Primer pedazo



Segundo pedazo



3. Pedir que cada estudiante, de manera individual, en una tabla indique el número de pedazo y junto al mismo coloquen el centímetro que corresponde a cada uno de los extremos de los pedazos, indicando si ese valor está incluido o no.

Guiar a los estudiantes completando los valores correspondientes a los dos primeros pedazos para una mejor comprensión de lo que deben realizar.

La tabla completada debe quedar de la siguiente manera:

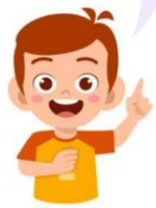
N° de pedazo	Extremo de la izquierda	Extremo de la derecha
1	0 cm incluido	10 cm incluido
2	10 cm sin incluir	15 cm sin incluir
3	15 cm incluido	30 cm incluido
4	30 cm sin incluir	52 cm sin incluir
5	52 cm incluido	68 cm sin incluir
6	68 cm incluido	97 cm incluido
7	97 cm sin incluir	100 cm incluido
8	100 cm sin incluir	117 cm sin incluir
9	117 cm incluido	138 cm incluido
10	138 cm sin incluir	150 incluido

4. Explicar la definición y los tipos de intervalos existentes. Utilizar la simbología adecuada y también la recta numérica (material concreto del docente).

Definición de intervalo:

Intervalo es el conjunto de números reales comprendidos entre dos extremos a y b.

Así, por ejemplo, cada pedazo de cinta métrica recortado anteriormente representa un intervalo.



Tipos de intervalos:

a) Intervalo abierto

Un intervalo abierto es aquel que **no incluye** los extremos entre los cuales está comprendido, pero sí todos los valores ubicados entre estos.

Consideremos un intervalo abierto de extremos a y b:

Representación	Gráfica en la recta numérica
$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ ó $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{x} < \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$	

Entonces, para representar un intervalo abierto la simbología adecuada es:

Al representar como intervalo:

Paréntesis ( )

Sobre la recta numérica:

Círculos sin rellenar ◯ ◯

Ejemplo:

Represente el intervalo abierto de extremos -1 y 6 con la notación adecuada y en la recta numérica.

Para realizar el ejemplo hacer uso de la recta numérica (material concreto del docente) eligiendo la regla pertinente, los pasadores adecuados y las placas de colores, para ello siguir las instrucciones a continuación:

A) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar un intervalo abierto?

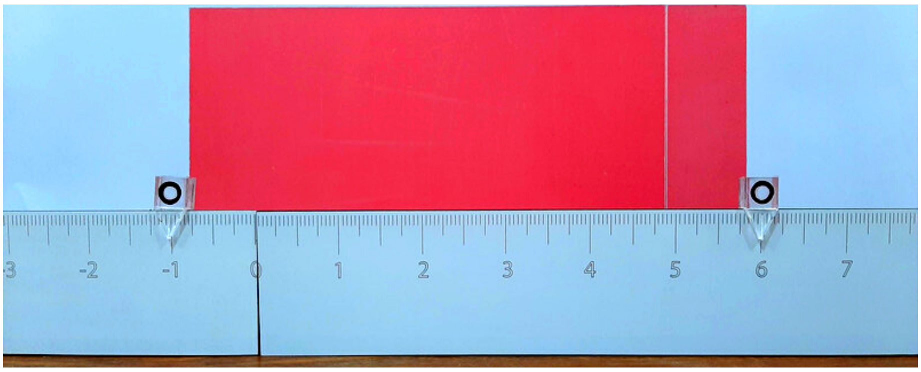
Respuesta esperada:

Círculos sin rellenar

B) Pedir a un estudiante que seleccione los pasadores que tienen dicha simbología, así como una regla que contenga ambos extremos del intervalo y la adhiera al frente de la recta numérica. Posteriormente, solicitar que sobre la misma, identifique los extremos del intervalo en cuestión y coloque los pasadores sobre estos.

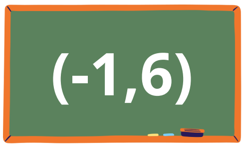
C) Indicar a otro estudiante que sombree el área del intervalo, para ello mencionar que debe seleccionar un color de placas para trabajar, y que sobre el primer riel deslice las mismas de tal manera que se cubra todo el intervalo correspondiente. Señalar que se pueden combinar las placas entre sí para obtener lo deseado.

Tras realizar todos los pasos, se obtendrá lo siguiente:



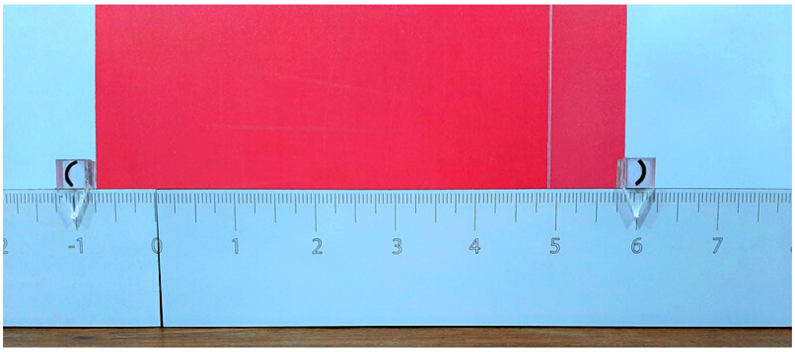
D) Pedir a un estudiante que escriba en el pizarrón el intervalo que se encuentra representado sobre la recta numérica.

Manera correcta de expresar el intervalo:



E) Sustituir los pasadores con círculo sin rellenar sobre la recta numérica por los pasadores con paréntesis, con el fin de reforzar la simbología apropiada a utilizar en intervalos abiertos.

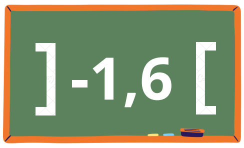
De la siguiente manera:

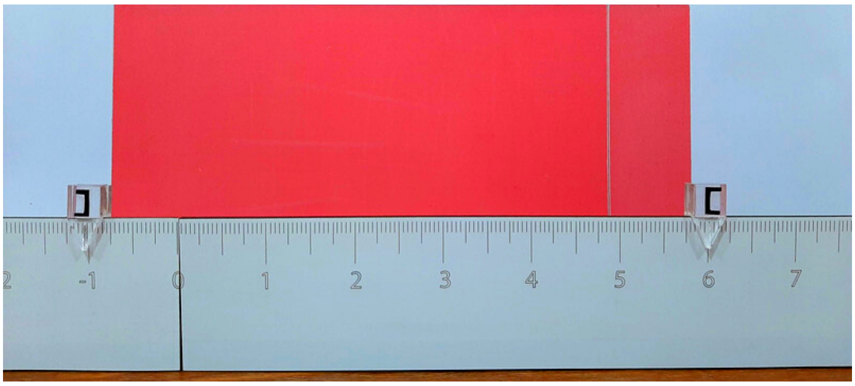


Tener en cuenta que en lugar de utilizar paréntesis ( ), puede usarse la simbología] [, y por tanto un intervalo abierto se representa también como]a, b[

F) Colocar los pasadores con corchetes sobre la recta numérica para que los estudiantes tengan en cuenta la otra manera de representar un intervalo abierto. Además escribir el mismo sobre el pizarrón.

Tal como se muestra a continuación:





G) Preguntar a los estudiantes:

¿Qué números forman parte del intervalo y cuáles quedan excluidos? ¿Por qué?

Respuesta esperada:

Forman parte del intervalo todos los números comprendidos entre -1 y 6, quedando excluidos estos dos, ya que es un intervalo abierto.

H) Pedir a los estudiantes que enuncien la respuesta anterior asociándola con los símbolos mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que según corresponda.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ Todos los números mayores a -1 y menores que 6.

i) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón, a manera de desigualdad haciendo uso de la simbología pertinente.

Lo correcto es:

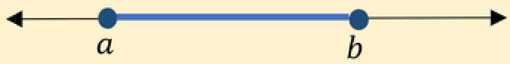
$$-1 < x < 6 \,,\, x \in \mathbb{R}$$

Es importante indicar a qué hace referencia la variable x.

b) Intervalo cerrado

Un intervalo cerrado es aquel que **incluye** los extremos del intervalo y todos los valores comprendidos entre estos.

Consideremos un intervalo cerrado de extremos a y b:

Representación	Gráfica en la recta numérica
$[a, b]$ ó $a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R}$	

Entonces, para representar un intervalo cerrado la simbología adecuada es:

Al representar como intervalo:

Corchetes [ ]

Sobre la recta numérica:

Círculos rellenos ●●

Ejemplo:

Represente el intervalo cerrado de extremos -5 y 7 con la notación adecuada y en la recta numérica.

Utilizar la recta numérica y sus accesorios (material concreto del docente) y seguir las instrucciones a continuación:

A) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar un intervalo cerrado?

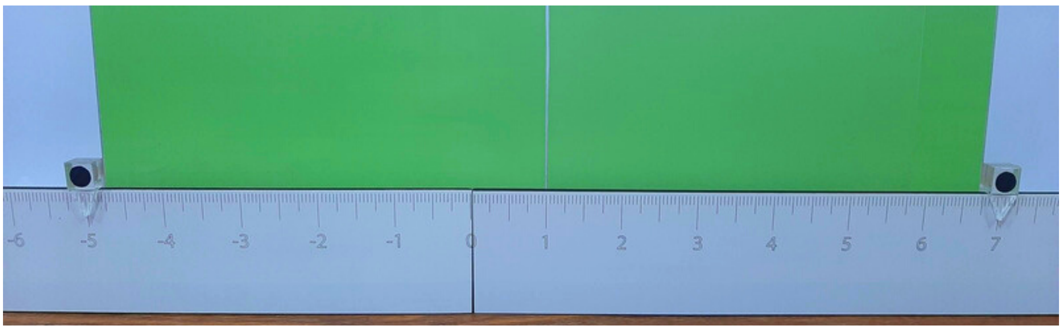
Respuesta esperada:

Círculos rellenos

B) Pedir a un estudiante que seleccione los pasadores que tienen dicha simbología, así como una regla que contenga ambos extremos del intervalo y la adhiera al frente de la recta numérica. Posteriormente, solicitar que sobre la misma, identifique los extremos del intervalo en cuestión y coloque los pasadores sobre estos.

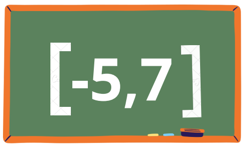
C) Indicar a otro estudiante que sombree el área del intervalo, escogiendo un color de placas y deslizándolas sobre el primer riel hasta cubrir todo el intervalo en cuestión.

Tras realizar todos los pasos, se obtendrá lo siguiente:



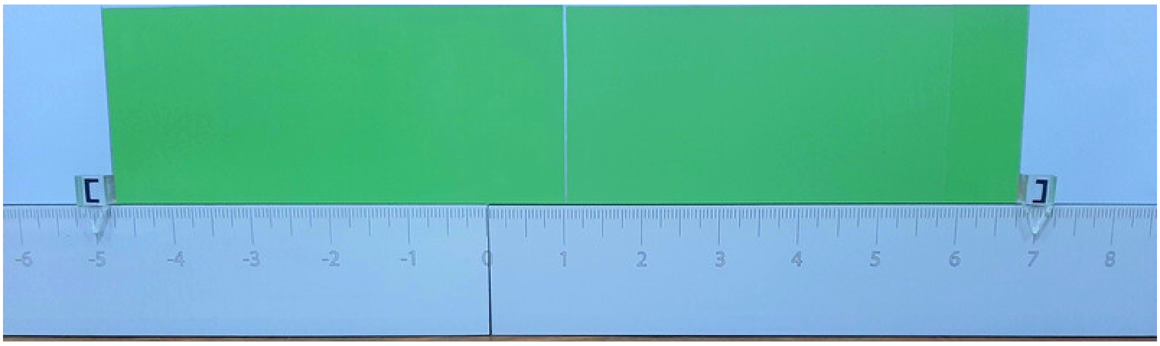
D) Pedir a un estudiante que escriba en el pizarrón el intervalo que se encuentra representado sobre la recta numérica.

Manera correcta de expresar el intervalo:



E) Sustituir los pasadores con círculo relleno sobre la recta numérica por los pasadores con corchetes, con la finalidad de reforzar la simbología apropiada a utilizar en intervalos cerrados.

De la siguiente manera:



F) Preguntar a los estudiantes:

¿Qué números forman parte del intervalo y cuáles quedan excluidos? ¿Por qué?

Respuesta esperada:

Forman parte del intervalo los números -5 y 7 así como todos los valores comprendidos entre ellos, ya que es un intervalo cerrado.

G) Pedir a los estudiantes que enuncien la respuesta anterior relacionándola con los símbolos mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que según corresponda.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ Todos los números mayores o iguales a -5 y menores o iguales que 7

H) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón a manera de desigualdad, haciendo uso de la simbología pertinente.

Lo correcto es:

$$-5 \leq x \leq 7 \text{ , } x \in \mathbb{R}$$

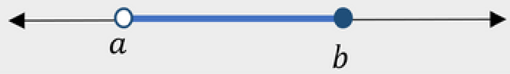
c) Intervalo semiabierto

Un intervalo semiabierto es aquel que **incluye** tan solo uno de los extremos de los valores que están entre ellos, de modo que el otro extremo queda **excluido**.

Al hablar de intervalos semiabiertos podemos tener las siguientes situaciones:

I. Intervalo semiabierto por la izquierda:

Considerando un intervalo de extremos a y b, **no incluirá el extremo de la izquierda, en este caso a, pero sí el extremo b** y todos los números reales comprendidos entre a y b.

Representación	Gráfica en la recta numérica
$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$ ó $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$	

Entonces, para representar un intervalo semiabierto por la izquierda la simbología adecuada es:

Al representar como intervalo:

Paréntesis para el extremo que no se incluye **(**

Corchete para el extremo que se incluye **]**

Sobre la recta numérica:

Círculo sin rellenar para el extremo que no se incluye ○

Círculo relleno para el extremo que se incluye ●

Ejemplo:

Represente el intervalo semiabierto por la izquierda de extremos 0 y 6 con la notación adecuada y en la recta numérica.

Utilizar la recta numérica y sus accesorios (material concreto del docente) y seguir las instrucciones a continuación:

A) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar un intervalo semiabierto por la izquierda?

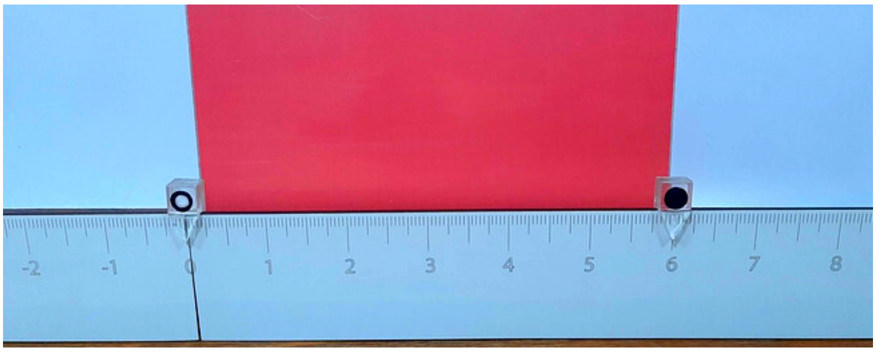
Respuesta esperada:

Un círculo sin rellenar para el extremo izquierdo y un círculo relleno para el extremo derecho.

B) Pedir a un estudiante que seleccione la regla pertinente para el ejemplo y que tras adherirla al frente de la recta numérica, coloque los pasadores con la simbología respectiva en los extremos del intervalo en cuestión como corresponden.

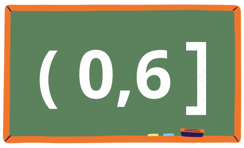
C) Indicar a otro estudiante que sombree el área del intervalo con las placas de color, deslizándolas sobre el primer riel hasta cubrir todo el intervalo correspondiente.

Tras realizar todos los pasos, se obtendrá lo siguiente:



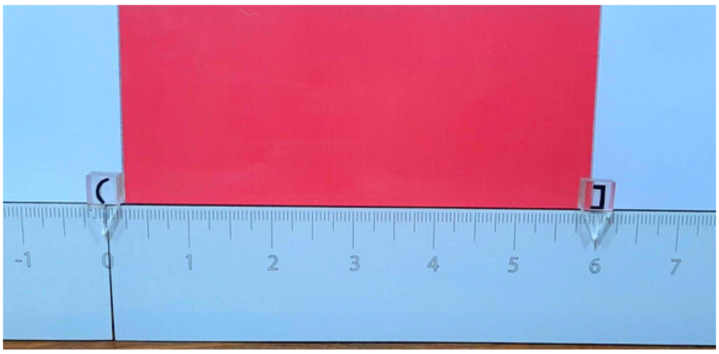
D) Pedir a un estudiante que escriba en el pizarrón el intervalo que se encuentra representado sobre la recta numérica.

Manera correcta de expresar el intervalo:



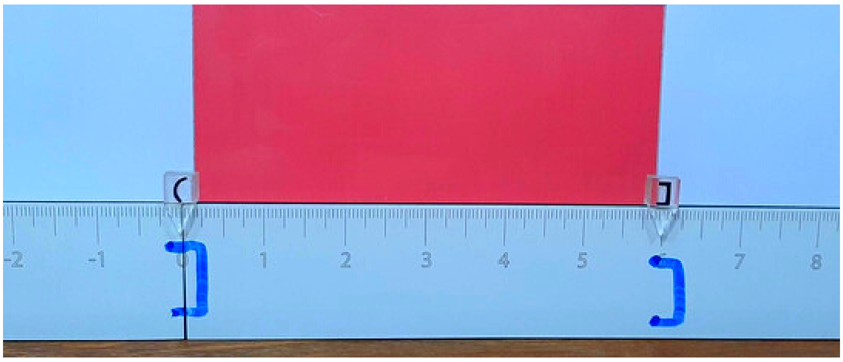
E) Sustituir los pasadores con círculo sin rellenar y círculo relleno sobre la recta numérica por los pasadores que tienen paréntesis y corchete según corresponda.

De la siguiente manera:

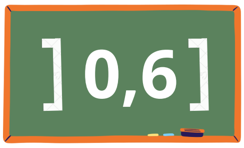


F) Pedir a los estudiantes que recuerden la simbología que se puede colocar en lugar de un paréntesis. Posteriormente, solicitar a un estudiante que debajo de los extremos del intervalo, en la recta numérica, escriba con marcador la otra representación posible para el mismo.

Tal como se muestra a continuación:



G) Otro estudiante será el encargado de escribir el intervalo con la simbología alternativa en el pizarrón, debajo de la primera representación trabajada, con la finalidad de apreciar ambas maneras de expresar el intervalo.



H) Preguntar a los estudiantes:

¿Qué números forman parte del intervalo y cuáles quedan excluidos? ¿Por qué?

Respuesta esperada:

Al tratarse de un intervalo semiabierto por la izquierda, quedará excluido el extremo izquierdo, en este caso el 0, y se incluirá el extremo derecho, el 6, así como todos los números comprendidos entre 0 y 6.

I) Pedir a los estudiantes que enuncien la respuesta anterior asociándola con los símbolos mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que según corresponda.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ Todos los números mayores a 0 y menores o iguales que 6.

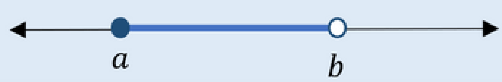
J) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón a manera de desigualdad haciendo uso de la simbología pertinente.

Lo correcto es:

$$0 < x \leq 6 \ , \ x \in \mathbb{R}$$

II. Intervalo semiabierto por la derecha:

Considerando un intervalo de extremos a y b, **no incluirá el extremo de la derecha, en este caso b, pero sí el extremo a** y todos los números reales comprendidos entre a y b.

Representación	Gráfica en la recta numérica
$[a,b)$ ó $a \leq x < b \, , x \in \mathbb{R}$	

Entonces, para representar un intervalo semiabierto por la derecha la simbología adecuada es:

Al representar como intervalo:

Paréntesis para el extremo que no se incluye)

Corchete para el extremo que se incluye [

Sobre la recta numérica:

Círculo sin rellenar para el extremo que no se incluye ○

Corchete para el extremo que se incluye ●

Ejemplo:

Represente el intervalo semiabierto por la derecha de extremos -5 y 4 con la notación adecuada y en la recta numérica.

Utilizar la recta numérica y sus accesorios (material concreto del docente) y seguir las instrucciones a continuación:

A) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar un intervalo semiabierto por la derecha?

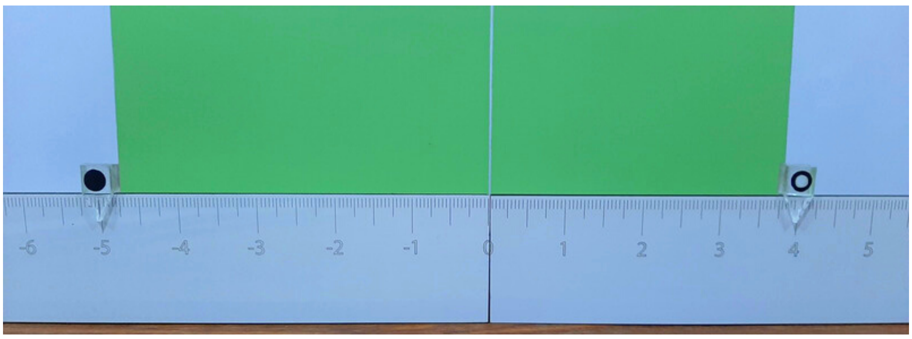
Respuesta esperada:

Un círculo relleno para el extremo izquierdo y un círculo sin rellenar para el extremo derecho.

B) Pedir a un estudiante que adhiera la regla apropiada para el ejemplo al frente de la recta numérica y que coloque los pasadores con la simbología apropiada sobre los extremos del intervalo en cuestión según corresponda.

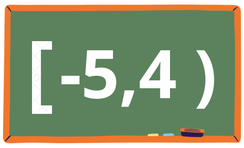
C) Indicar a otro estudiante que sombree el área del intervalo, utilizando las placas de color y deslizándolas sobre el primer riel hasta cubrir todo el intervalo correspondiente.

Tras realizar todos los pasos, se obtendrá lo siguiente:



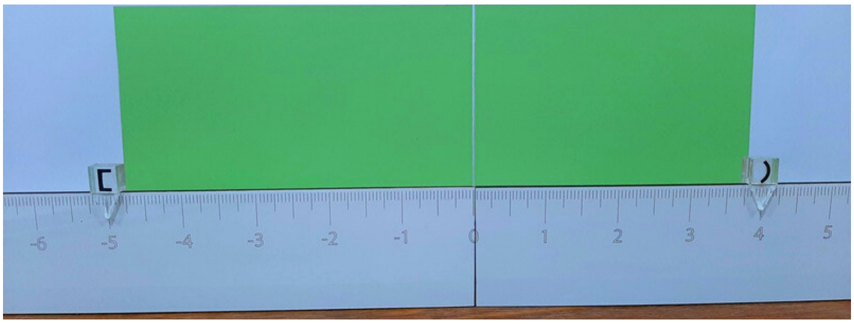
D) Pedir a un estudiante que escriba en el pizarrón el intervalo que se encuentra representado sobre la recta numérica.

Manera correcta de expresar el intervalo:



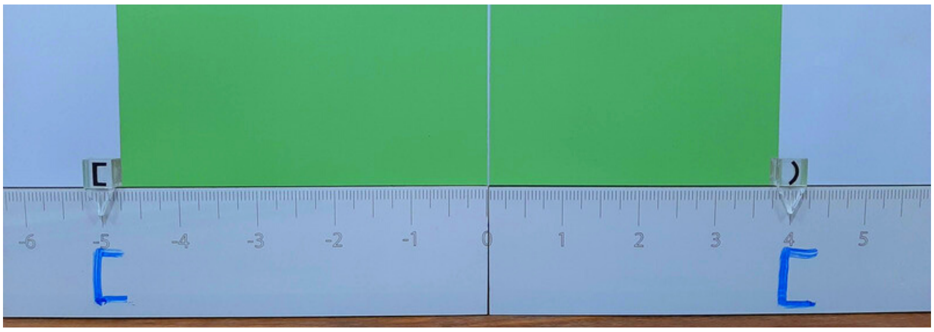
E) Sustituir los pasadores con círculo sin rellenar y círculo relleno sobre la recta numérica por los pasadores que tienen paréntesis y corchete según corresponda.

De la siguiente manera:

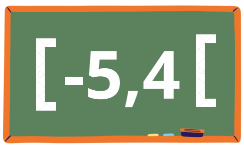


F) Pedir a los estudiantes que recuerden la simbología que se puede utilizar en lugar de paréntesis. Posteriormente, solicitar a un estudiante que debajo de los extremos del intervalo,en la recta numérica, escriba con marcador la otra representación posible para el mismo.

Tal como se muestra a continuación:



G) Otro estudiante será el encargado de escribir el intervalo con la simbología alternativa en el pizarrón, debajo de la primera representación trabajada, con la finalidad de apreciar ambas maneras de expresar el intervalo.



H) Preguntar a los estudiantes:

¿Qué números forman parte del intervalo y cuáles quedan excluidos? ¿Por qué?

Respuesta esperada:

Al tratarse de un intervalo semiabierto por la derecha, quedará excluido el extremo derecho, en este caso el 4, y se incluirá el extremo derecho, el -5, así como todos los números comprendidos entre -5 y 4.

I) Pedir a los estudiantes que enuncien la respuesta anterior asociándola con los símbolos mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que según corresponda.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ Todos los números mayores o iguales a -5 y menores que 4.

J) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón a manera de desigualdad haciendo uso de la simbología pertinente.

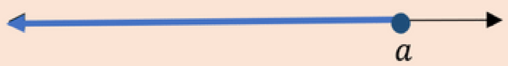
Lo correcto es:

$$\boxed{-5 \leq x < 4,\ x \in \mathbb{R}}$$

d) Intervalo infinito

Un intervalo infinito es aquel que tiene un valor infinito en uno o ambos extremos. El extremo que posea el infinito será un extremo abierto. En caso de que ambos extremos sean infinitos, el intervalo corresponderá a toda la recta real.

Se pueden presentar las siguientes situaciones:

Representación	Gráfica en la recta numérica
$[a, \infty)$ ó $x \geq a, x \in \mathbb{R}$	
(a, ∞) ó $a > x, x \in \mathbb{R}$	
$(-\infty, a]$ ó $x \leq a, x \in \mathbb{R}$	
$(-\infty, a)$ ó $x < a, x \in \mathbb{R}$	
$(-\infty, \infty)$	

Entonces, para representar un intervalo infinito la simbología adecuada es:

Al representar como intervalo:

Paréntesis para el extremo que se extiende al infinito ( )

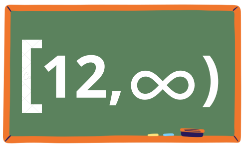
Corchetes o paréntesis para el otro extremo, sea este cerrado o abierto según corresponda [ ]( )

A continuación se realizará un ejemplo para cado caso de intervalo infinito, para ello, se utilizará la recta numérica y sus accesorios (material concreto del docente).

Ejemplo 1:

Representar el intervalo $[12, \infty)$ sobre la recta numérica. Seguir las instrucciones a continuación:

A) Escribir en el pizarrón el intervalo con el cuál se trabajará.



B) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar este intervalo?

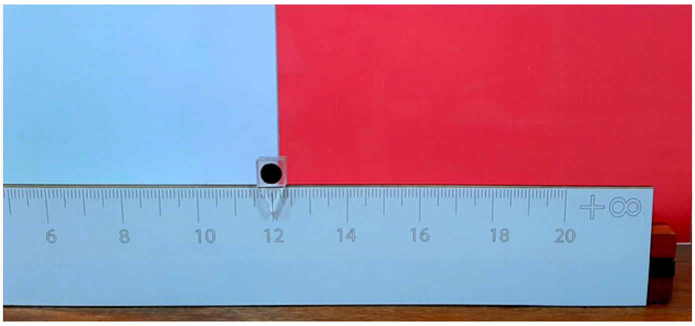
Respuesta esperada:

Únicamente un círculo relleno en el extremo izquierdo.

C) Pedir a un estudiante que seleccione la regla pertinente para el ejemplo y la adhiera al frente de la recta numérica. Adicionalmente será el encargado de identificar los extremos del intervalo en cuestión y colocar sobre ellos los pasadores con la simbología apropiada según corresponda.

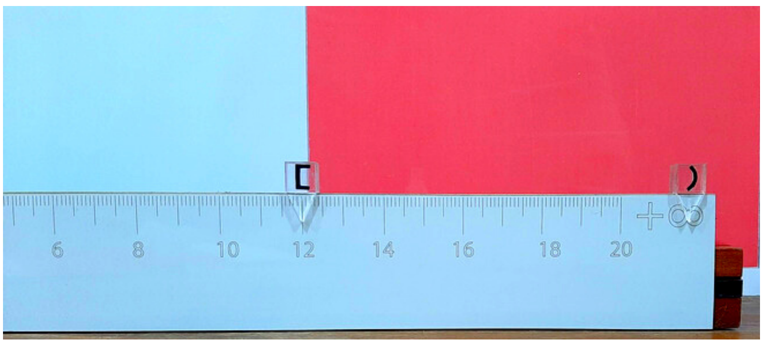
D) Indicar a otro estudiante que sombree el área del intervalo deslizando las placas de color por el primer riel hasta cubrir todo el intervalo correspondiente.

Tras realizar todos los pasos, se obtendrá lo siguiente:



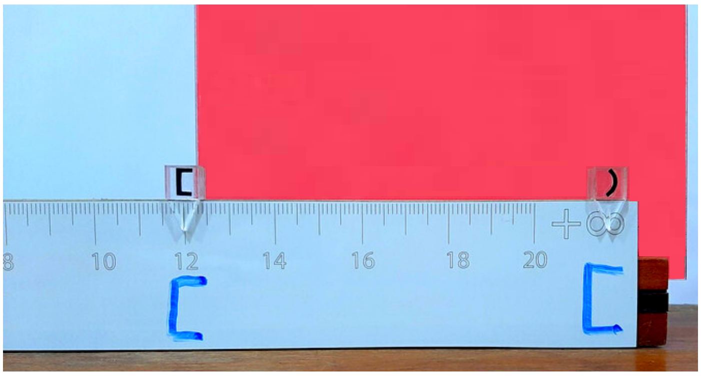
E) Sustituir el pasador con círculo relleno sobre la recta numérica, por un pasador con un corchete en la dirección correspondiente. Adicionalmente, colocar un paréntesis al final del extremo derecho de la regla, para indicar que el intervalo se extiende hacia más infinito, con la finalidad de reconocer la relación entre la simbología sobre la recta numérica con los símbolos utilizados para representar el intervalo como tal.

De la siguiente manera:

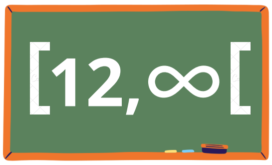


F) Pedir a los estudiantes que recuerden el símbolo que se puede colocar en lugar de un paréntesis. Posteriormente, solicitar a un estudiante que debajo de los extremos del intervalo,en la recta numérica, escriba con marcador la otra representación posible para el mismo.

Tal como se muestra a continuación:



G) Otro estudiante será el encargado de escribir el intervalo con la simbología alternativa en el pizarrón, debajo de la primera representación trabajada, con la finalidad de apreciar ambas maneras de expresar el intervalo.



H) Pedir a los estudiantes que mencionen los números que forman parte del intervalo haciendo uso de los símbolos mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que según corresponda.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ Todos los números mayores o iguales que 12.

I) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón a manera de desigualdad haciendo uso de la simbología pertinente.

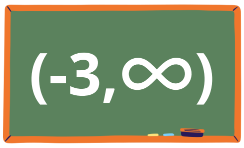
Lo correcto es:

$$\boxed{x \geq 12 \text{ , } x \in \mathbb{R}}$$

Ejemplo 2:

Representar el intervalo $\left(-3 \text{ , } \infty\right)$ sobre la recta numérica. Seguir las instrucciones a continuación:

A) Escribir en el pizarrón el intervalo con el cuál se trabajará.



B) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar este intervalo?

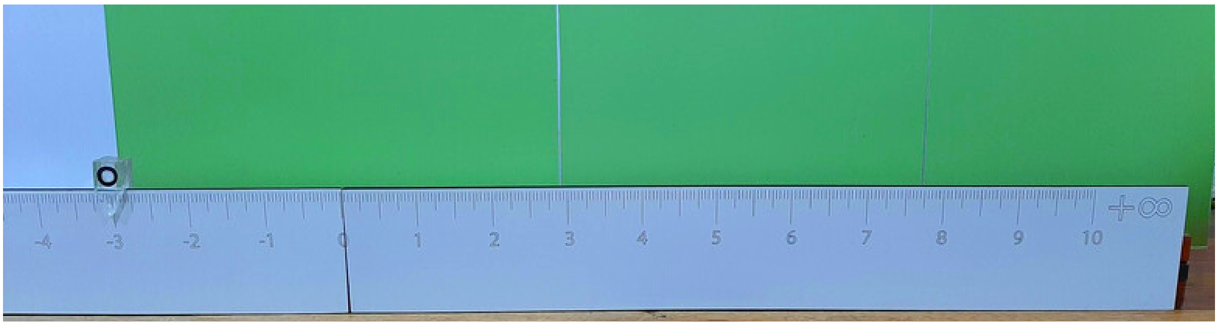
Respuesta esperada:

Únicamente un círculo sin rellenar en el extremo izquierdo.

C) Pedir a un estudiante que escoja la regla pertinente para el ejemplo y que tras adherirla al frente de la recta numérica, coloque el pasador con la simbología adecuada sobre el extremo que corresponde.

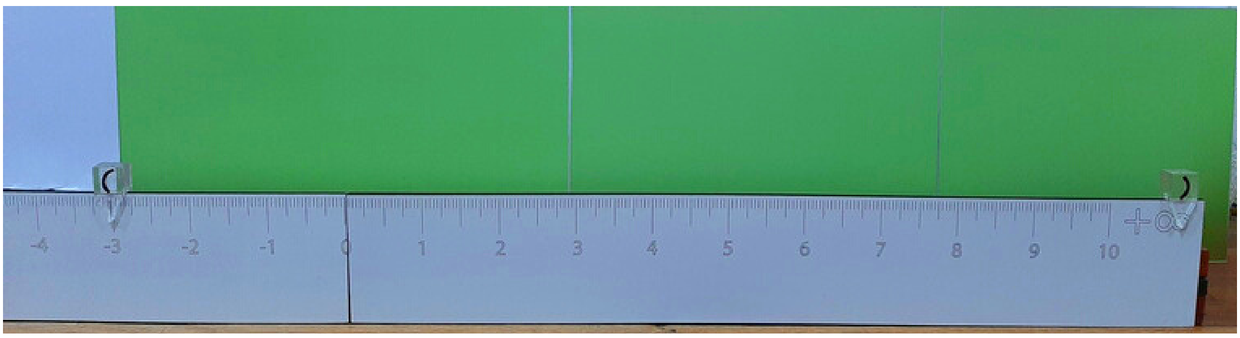
D) Indicar a otro estudiante que sombree el área del intervalo usando las placas de colores y deslizándolas sobre el primer riel de la recta numérica hasta cubrir todo el intervalo correspondiente.

Tras realizar todos los pasos, se obtendrá lo siguiente:



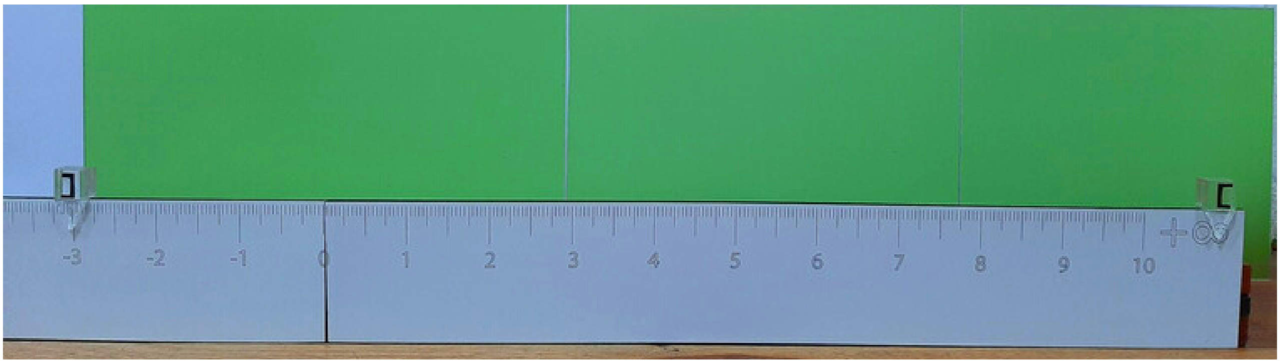
E) Sustituir el pasador con círculo sin rellenar, sobre la recta numérica, por un pasador con un paréntesis en la dirección correspondiente. Adicionalmente, colocar un paréntesis al final del extremo derecho de la regla, para indicar que el intervalo se extiende hacia más infinito , a fin de reconocer la relación entre la simbología sobre la recta numérica con los símbolos utilizados para representar el intervalo como tal.

De la siguiente manera:

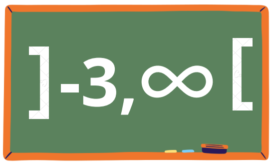


F) Pedir a los estudiantes que recuerden el símbolo que se puede colocar en lugar de un paréntesis. Posteriormente, solicitar a un estudiante que sustituya los pasadores con paréntesis por los pasadores que contengan la simbología alternativa.

Tal como se muestra a continuación:



G) Otro estudiante será el encargado de escribir el intervalo con la simbología alternativa en el pizarrón, debajo de la primera representación trabajada, con la finalidad de apreciar ambas formas de expresar el intervalo.



H) Pedir a los estudiantes que mencionen los números que forman parte del intervalo haciendo uso de los símbolos mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que según corresponda.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ Todos los números mayores que -3.

I) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón a manera de desigualdad haciendo uso de la simbología pertinente.

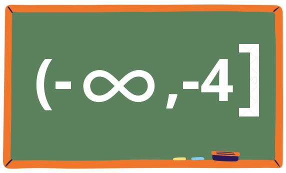
Lo correcto es:

$$x > -3 \,,\; x \in \mathbb{R}$$

Ejemplo 3:

Representar el intervalo $(-\infty, -4]$ sobre la recta numérica. Seguir las instrucciones a continuación:

A) Escribir en el pizarrón el intervalo con el cuál se trabajará.



B) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar este intervalo?

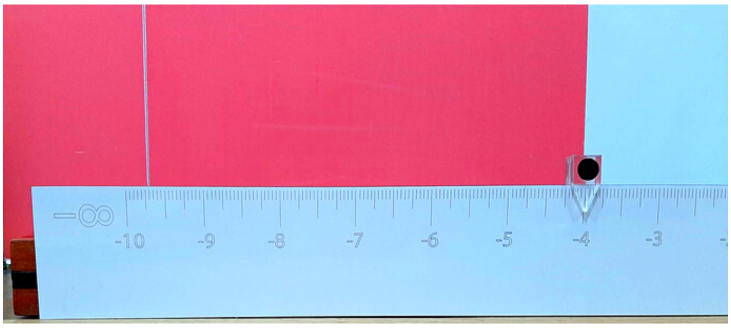
Respuesta esperada:

Únicamente un círculo relleno en el extremo derecho.

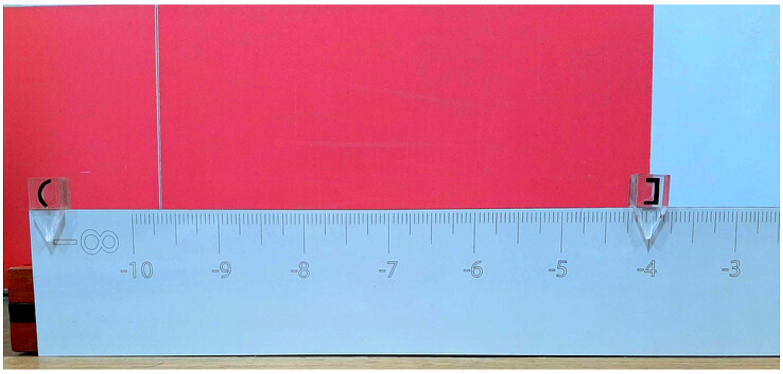
C) Pedir a un estudiante que adhiera la regla pertinente al frente de la recta numérica y que coloque el pasador con la simbología correspondiente sobre el extremo respectivo.

D) Indicar a otro estudiante que sombree el área del intervalo utilizando las placas de colores y deslizándolas sobre el primer riel hasta cubrir todo el intervalo correspondiente.

Tras realizar todos los pasos, se obtendrá lo siguiente:

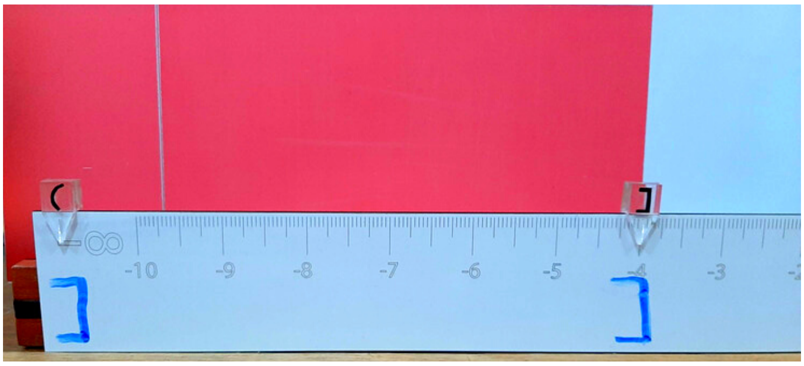


E) Sustituir el pasador con círculo relleno sobre la recta numérica, por un pasador con un corchete en la dirección correspondiente. Adicionalmente, colocar un paréntesis al final del extremo derecho de la regla, para indicar que el intervalo se extiende hacia menos infinito, a fin de reconocer la relación entre la simbología sobre la recta numérica con los símbolos utilizados para representar el intervalo como tal.

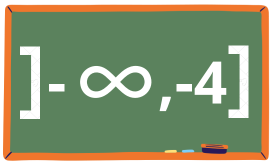


F) Pedir a los estudiantes que recuerden el símbolo que se puede colocar en lugar de un paréntesis. Posteriormente, solicitar a un estudiante que debajo de los extremos del intervalo,en la recta numérica, escriba con marcador la otra representación posible para el mismo.

Tal como se muestra a continuación:



G) Otro estudiante será el encargado de escribir el intervalo con la simbología alternativa en el pizarrón, debajo de la primera representación trabajada, con la finalidad de apreciar ambas maneras de expresar el intervalo.



H) Pedir a los estudiantes que mencionen los números que forman parte del intervalo haciendo uso de los símbolos mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que según corresponda.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ Todos los números menores o iguales que -4.

I) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón a manera de desigualdad haciendo uso de la simbología pertinente.

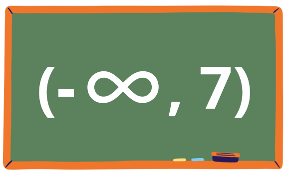
Lo correcto es:

$$\boxed{x \leq -4 \,,\, x \in \mathbb{R}}$$

Ejemplo 4:

Representar el intervalo **(-∞ , 7)** sobre la recta numérica. Seguir las instrucciones a continuación:

A) Escribir en el pizarrón el intervalo con el cuál se trabajará.



B) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar este intervalo?

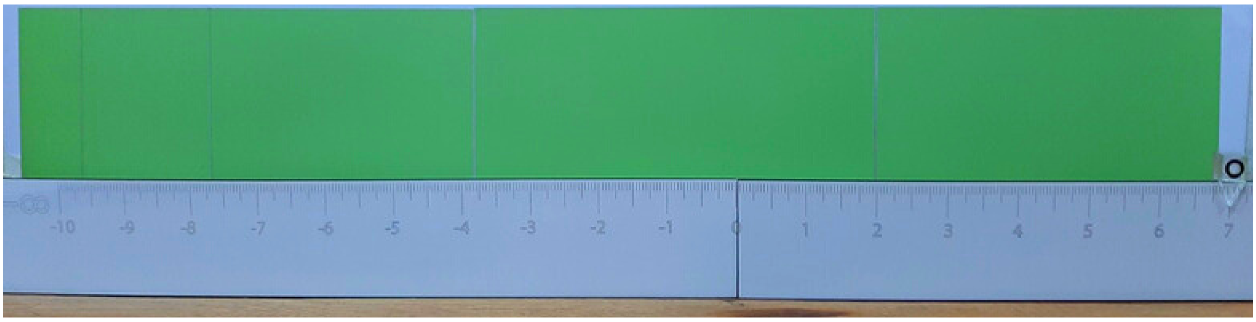
Respuesta esperada:

Únicamente un círculo sin rellenar en el extremo derecho.

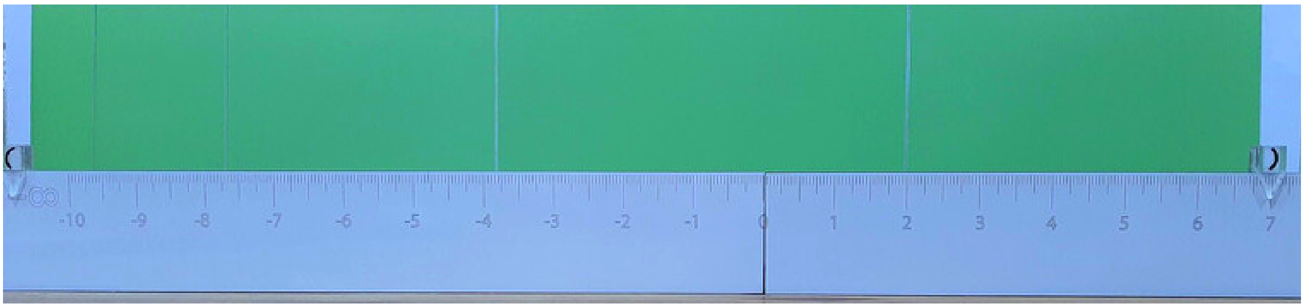
C) Pedir a un estudiante que selecciona una regla apropiada para el ejemplo y la adhiera al frente de la recta numérica. Adicionalmente indicar que coloque el pasador con la simbología pertinente sobre el extremo que corresponde.

D) Indicar a otro estudiante que sombree el área del intervalo deslizando las placas de color por el primer riel hasta cubrir todo el intervalo correspondiente.

Tras realizar todos los pasos, se obtendrá lo siguiente:

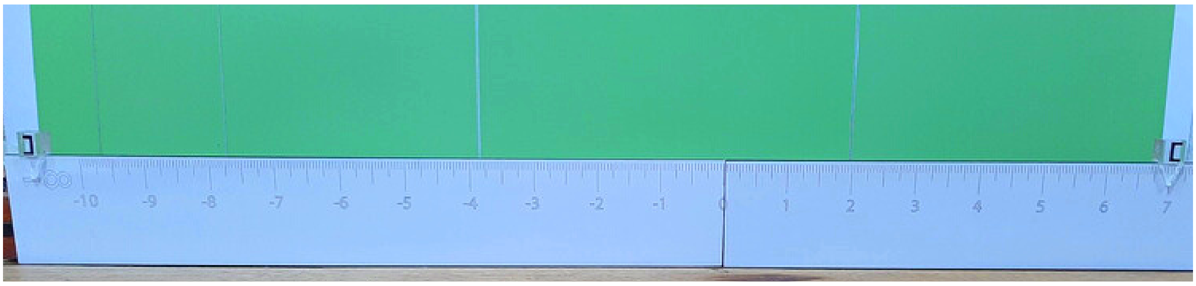


E) Sustituir el pasador con círculo relleno sobre la recta numérica, por un pasador con un paréntesis en la dirección correspondiente. Adicionalmente, colocar un paréntesis al final del extremo derecho de la regla, para indicar que el intervalo se extiende hacia menos infinito, a fin de reconocer la relación entre la simbología sobre la recta numérica con los símbolos utilizados para representar el intervalo como tal.

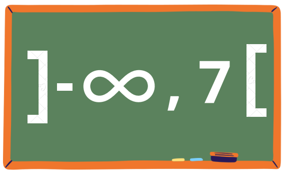


F) Pedir a los estudiantes que recuerden el símbolo que se puede colocar en lugar de un paréntesis. Posteriormente, solicitar a un estudiante que sustituya los pasadores con paréntesis por los pasadores que contengan la simbología de la otra representación posible.

Tal como se muestra a continuación:



G) Otro estudiante será el encargado de escribir el intervalo con la simbología alternativa en el pizarrón, debajo de la primera representación trabajada, con la finalidad de apreciar ambas maneras de expresar el intervalo.



H) Pedir a los estudiantes que mencionen los números que forman parte del intervalo haciendo uso de los símbolos mayor que, menor que, mayor o igual que y menor o igual que según corresponda.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ Todos los menores que 7.

I) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón a manera de desigualdad haciendo uso de la simbología pertinente.

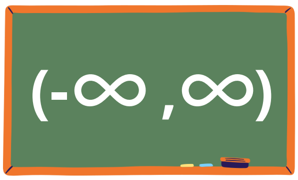
Lo correcto es:

$$x < -7 \text{ , } x \in \mathbb{R}$$

Ejemplo 5:

Representar el intervalo **(-∞ , ∞)** sobre la recta numérica. Seguir las instrucciones a continuación:

A) Escribir en el pizarrón el intervalo con el cuál se trabajará.



B) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

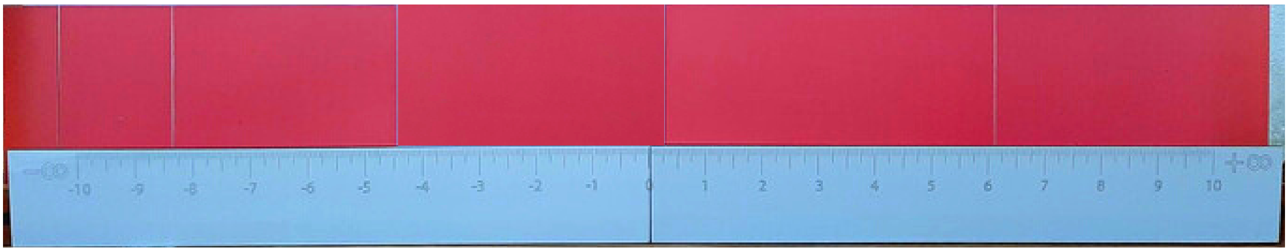
¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica para representar este intervalo?

Respuesta esperada:

No se coloca ninguna simbología, únicamente se sombrea el área correspondiente a la recta real para indicar que el intervalo comprende todos los números reales.

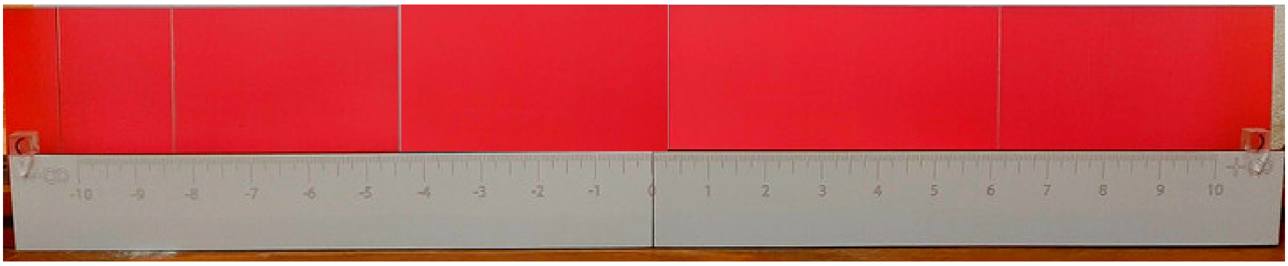
C) Pedir a un estudiante que sombree el área del intervalo deslizando las placas de color por el primer riel de la recta numérica hasta cubrir todo el intervalo correspondiente.

Tras realizar aquello se obtendrá lo siguiente:



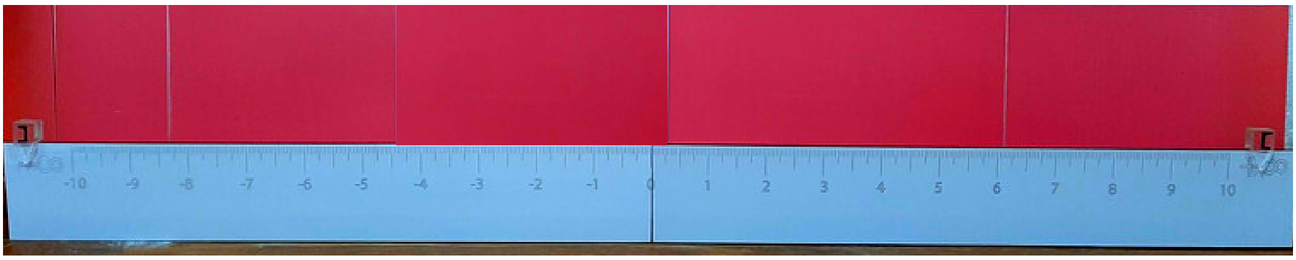
D) Colocar los pasadores con paréntesis en ambos extremos de la recta numérica, con la finalidad de que los estudiantes identifican la simbología usada al escribir el intervalo como tal.

De la siguiente manera:

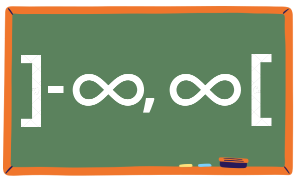


E) Solicitar a los estudiantes que recuerden el símbolo que se puede colocar en lugar de un paréntesis. Posteriormente, pedir a un estudiante que sustituya los pasadores con paréntesis por aquellos que contengan la otra simbología posible para el intervalo.

Tal como se muestra a continuación:



F) Otro estudiante será el encargado de escribir el intervalo con la simbología alternativa en el pizarrón, debajo de la primera representación trabajada, con la finalidad de apreciar ambas maneras de expresar el intervalo.



G) Pedir a los estudiantes que mencionen los números que forman parte del intervalo.

Respuesta esperada:

El intervalo se traduce como:

✓ El conjunto de los números reales.

H) Solicitar a un estudiante que exprese aquello algebraicamente en el pizarrón haciendo uso de la simbología pertinente.

Lo correcto es:

$$x \in \mathbb{R}$$

1. Colocar en el pizarrón por un lado los paréntesis ( ) y por otro lado los corchetes [ ] para junto con los estudiantes establecer las siguientes conclusiones generales:

	( )	[ ]
Se utiliza para:	Intervalos abiertos	Intervalos cerrados
Símbolos que se le asocian:	$>$, $<$	$\geq$, $\leq$
Sobre la recta numérica se utiliza:	○	●
Simbología equivalente:	] [	

2. Pedir a los estudiantes que representen los intervalos que poseen en cada uno de los pedazos de la cinta métrica, con la simbología adecuada y que coloquen el tipo de intervalo que es cada uno.

Mencionar que expresen los intervalos de más de una forma de ser posible.

(Esta actividad puede ser realizada de manera individual, en parejas o máximo en grupo de 3 personas)

La forma correcta de representar cada uno de los intervalos con su respectivo nombre consta en la tabla a continuación:

Nº de pedazo	Representación en forma de intervalo	Tipo de intervalo
1	[0 , 10]	Cerrado
2	(10 , 15) ó]10 , 15[	Abierto
3	[15 , 30]	Cerrado
4	(30 , 52) ó]30 , 52[	Abierto
5	[52 , 68) ó [52 , 68[	Semiabierto por la derecha
6	[68 , 97]	Cerrado
7	(97 ,100] ó]97 , 100]	Semiabierto por la izquierda
8	(100 , 117) ó]100 , 117[	Abierto
9	[117 , 138]	Cerrado
10	(138 ,150] ó]138 , 150]	Semiabierto por la izquierda

Al finalizar, es importante socializar las respuestas a fin de verificarlas y corregir errores en caso de ser necesario.

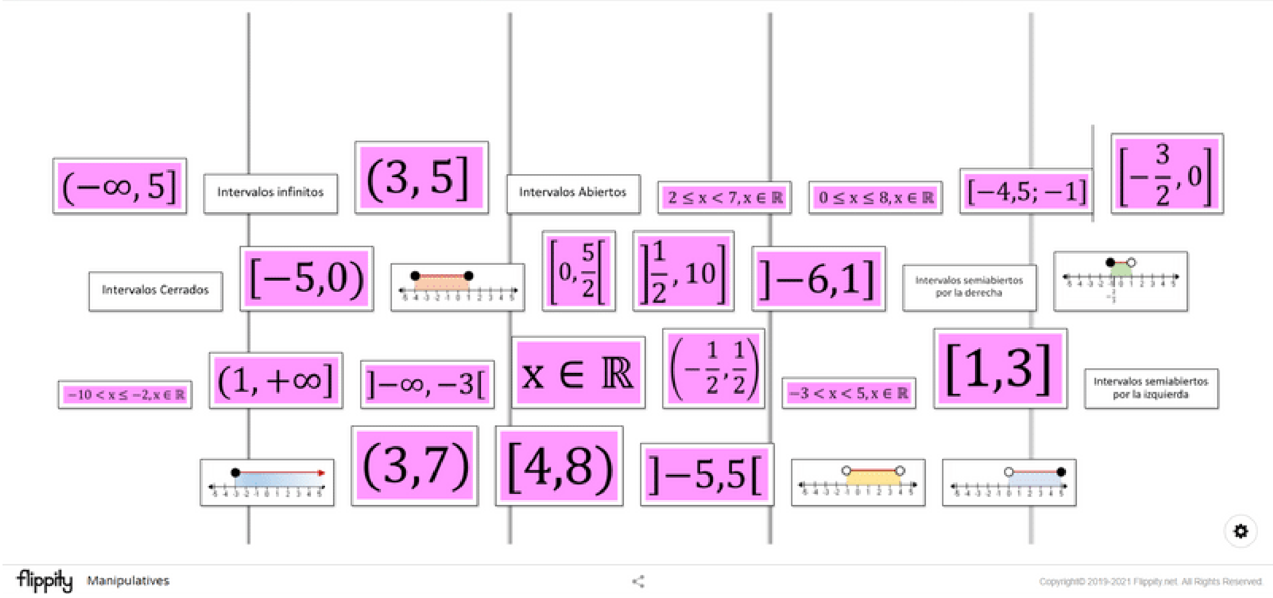
Para la casa

1. Compartir los siguientes enlaces con los estudiantes:

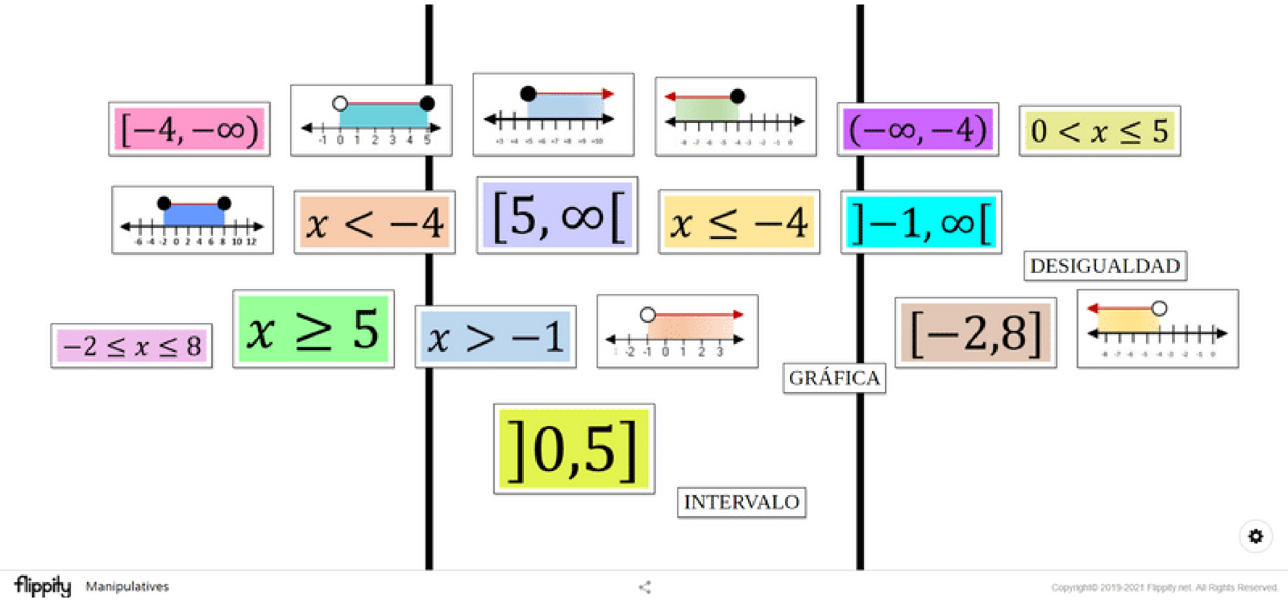
1 https://www.flippity.net/ma.php?k=1LHie6Bg6ZCJU3v36FnTtawhReUVIjgdsNGekzUb16F8

2 https://www.flippity.net/ma.php?k=1LHie6Bg6ZCJU3v36FnTtawhReUVIjgdsNGekzUb16F8

Tras ingresar al primer link, a los estudiantes les aparecerá la página que se encuentra a continuación:



Con el segundo link aparecerá la siguiente página:



2. Mencionar las indicaciones para ambas actividades:

En general:

Las actividades constan de tarjetas manipulables que se pueden arrastrar a cualquier posición requerida, para ello llevar el cursor a la tarjeta que se desee mover y sobre ella mantener presionada clic derecho para desplazarla. Una vez que la tarjeta está en la posición deseada, dejar de presionar y continuar con las demás tarjetas de la misma manera.

Para la primera actividad:

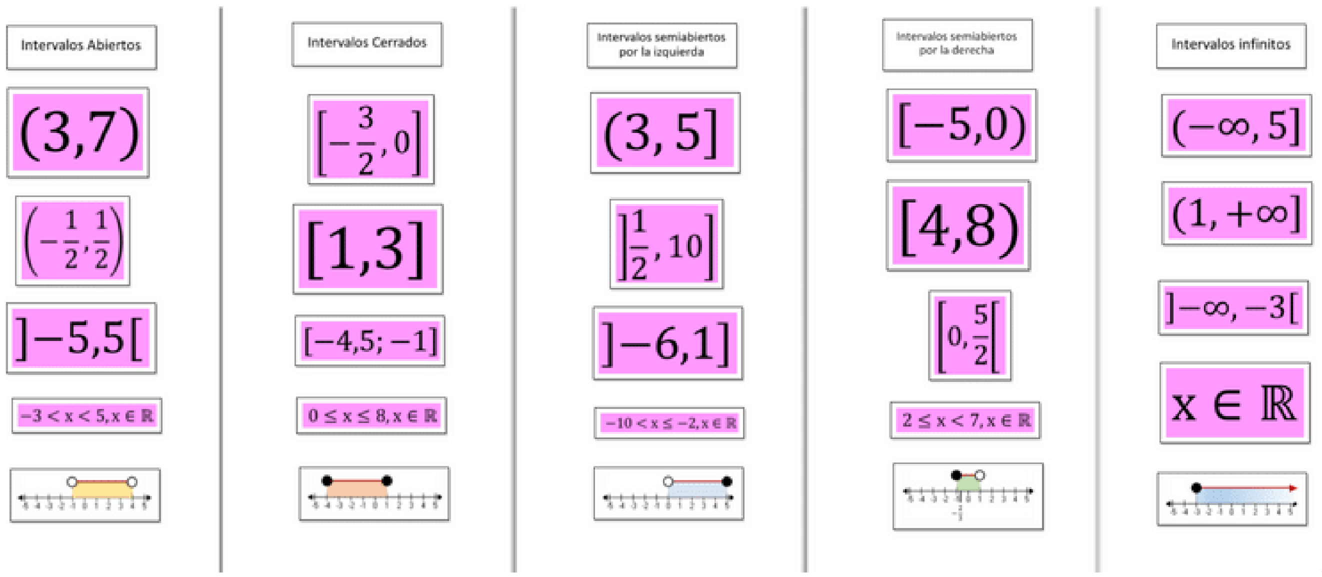
a) Formar 5 columnas asignando a cada uno de ellas el nombre de un tipo de intervalo, para ello, arrastrar las tarjetas que tienen los nombres de los distintos tipos de intervalos. Ponerlos en el orden deseado.

b) Colocar debajo de cada columna los diferentes ejemplos de intervalos, identificando a que clasificación pertenece cada uno.

c) Tomar una captura de pantalla una vez que estén ordenadas todas las tarjetas y compartirlas con el docente.

(Estas capturas de pantalla pueden ser enviadas por correo electrónico, cargadas a Google classroom o algún sitio digital del docente o en su defecto incluso pueden ser impresas y entregadas posteriormente. Esto dependerá exclusivamente de lo que el docente considere pertinente)

Actividad 1 resuelta:



Para la segunda actividad:

a) Indicar que se tiene 6 ejemplos de intervalos, cada uno de ellos representado de 3 maneras distintas.

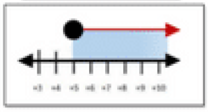
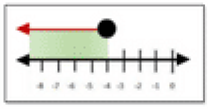
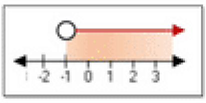
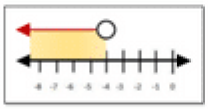
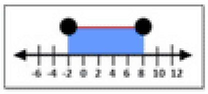
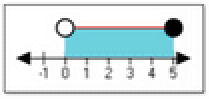
b) Formar tres columnas arrastrando las palabras: INTERVALO, DESIGUALDAD y GRÁFICA, en cualquier orden deseado.

c) Colocar debajo de cada columna lo que corresponda.

d) Tomar una captura de pantalla una vez que estén ordenadas todas las tarjetas y compartirlas con el docente.

(La manera de receptar estas capturas de pantalla, dependerá exclusivamente de lo que el docente considere pertinente)

Actividad 2 resuelta:

DESIGUALDAD	GRÁFICA	INTERVALO
$x \geq 5$	$[5, \infty[$	
$x \leq -4$	$[-4, -\infty)$	
$x > -1$	$]-1, \infty[$	
$x < -4$	$(-\infty, -4)$	
$-2 \leq x \leq 8$	$[-2,8]$	
$0 < x \leq 5$	$]0,5]$	

También puede encontrar las actividades resueltas en Google Drive, en la carpeta de la clase respectiva.

Clase 4

Inecuación: definición y propiedades

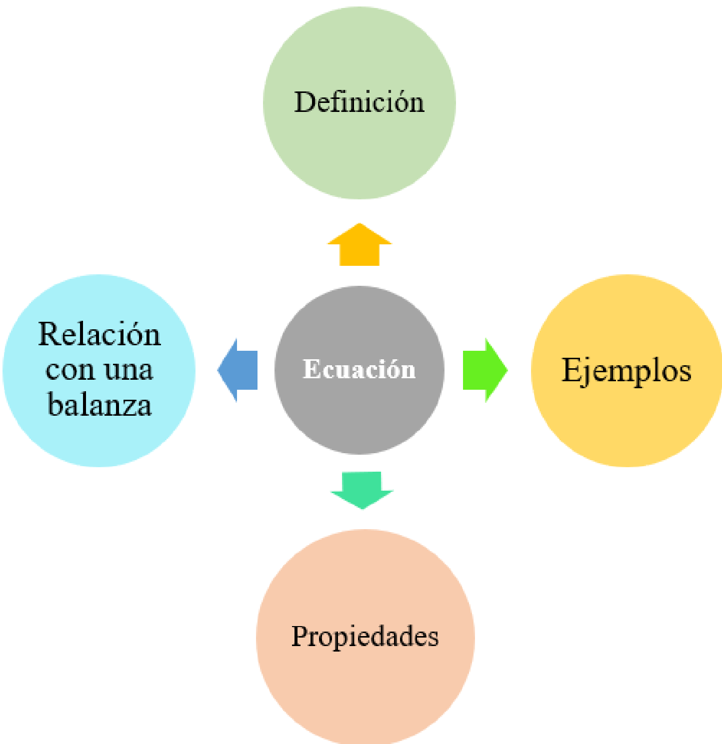
Destreza con criterio de desempeño

M.5.1.8. Aplicar las propiedades de orden de los números reales para resolver ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita y con valor absoluto.

Duración sugerida: 80 minutos

ANTICIPACIÓN

1.Realizar una lluvia de ideas pidiendo a los estudiantes que mencionen todo lo que recuerdan acerca de ecuaciones. Preguntar por los siguientes aspectos relacionados con una ecuación:



Al socializar las respuestas obtenidas se espera llegar a lo siguiente:

DEFINICIÓN

Una ecuación es una **igualdad** entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas.

EJEMPLOS

Se espera que los estudiantes mencionen al menos un ejemplo de ecuación lineal y otro de ecuación cuadrática, como:

$$\mathrm{x} + 5 = 6 \quad , \; x^2 + 6 - 2 = 0$$

PROPIEDADES

Después de escuchar las propiedades que los estudiantes mencionan se debe llegar a la siguiente conclusión general:

Toda ecuación se transforma en otra equivalente cuando se ejecutan operaciones elementales iguales en ambos miembros.

Por ello:

Una ecuación puede compararse con una **balanza de platillos en equilibrio**. Para mantener el perfecto equilibrio es necesario tener la misma masa en ambos lados. Entonces, por ejemplo, si se aumenta la masa en el platillo de la izquierda, la balanza se inclinará hacia la izquierda, por lo tanto, para mantenerla equilibrada será necesario aumentar a la derecha la misma cantidad de masa.

CONSTRUCCIÓN

1. Presentar a los estudiantes 4 ejemplos de inecuaciones de primer grado. Procurar usar en cada ejemplo un símbolo distinto . Puede usar los ejemplos modelo o basarse en los mismos.

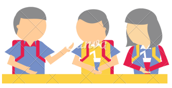
Ejemplos modelo de inecuaciones:

$$\boxed{x + 3 > 7}$$

$$\boxed{2z - 5 < -4}$$

$$\boxed{x - y \geq 3}$$

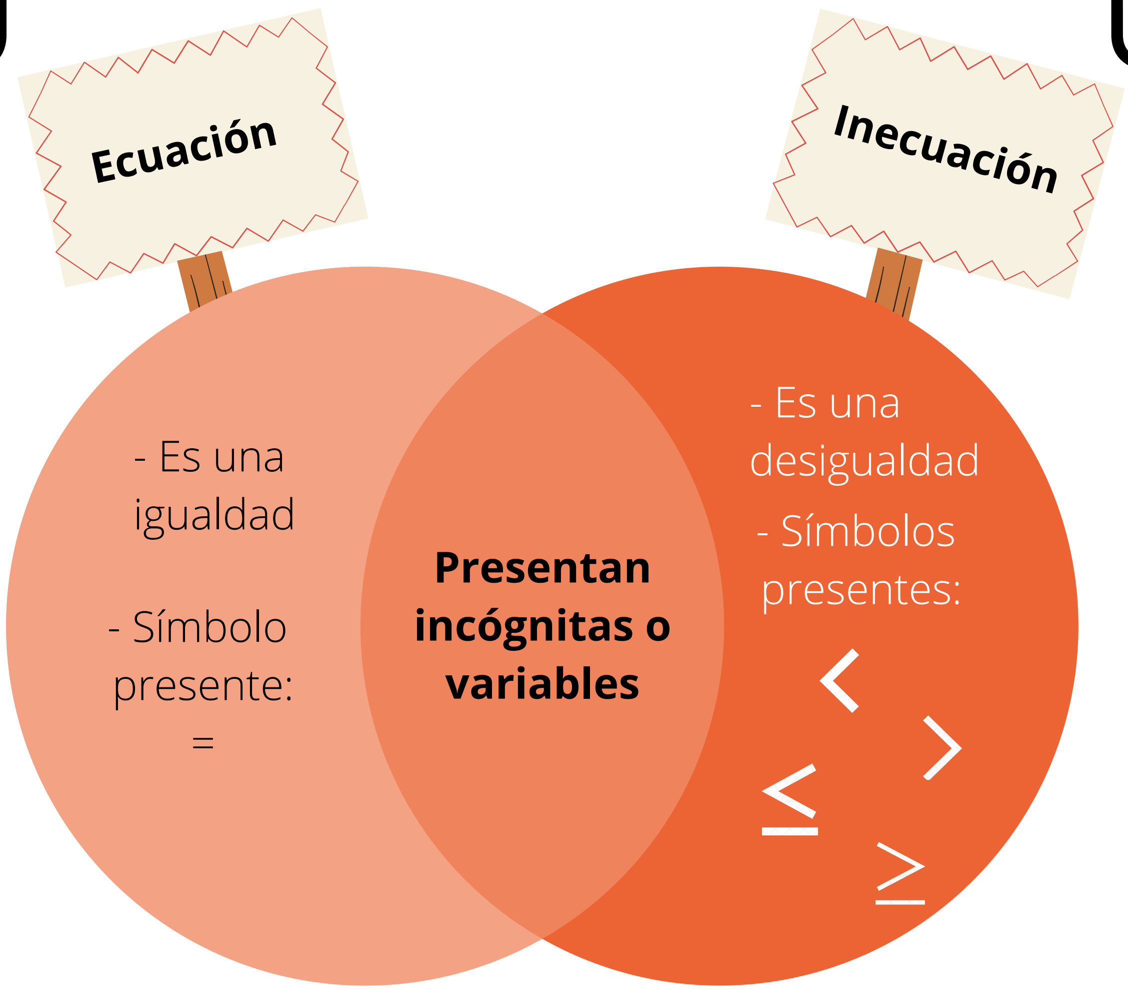
$$\boxed{-m + 10 \leq 2}$$



2. Pedir a los estudiantes que mencionen 4 ejemplos de ecuaciones, y colocarlas junto a las inecuaciones escritas con anterioridad.

3. Solicitar a los estudiantes que identifiquen las diferencias y semejanzas que encuentran entre las inecuaciones y las ecuaciones. Con las respuestas obtenidas realizar un diagrama comparativo.

El diagrama comparativo a construir debe ser similar al siguiente:



4. Establecer la definición de inecuación.

Una inecuación es una relación de desigualdad entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas.

Al hablar de desigualdad, se hace referencia a los símbolos:

$<, >, \leq, \geq$

5. Indicar a los estudiantes el funcionamiento básico de una balanza de platillos. Para ello utilizar el material concreto (balanza) y realizar las actividades indicadas a continuación.

Material concreto: Balanza de platillos

Actividades

Para una mejor visualización de las actividades es recomendable quitar las masas de la base de la balanza.

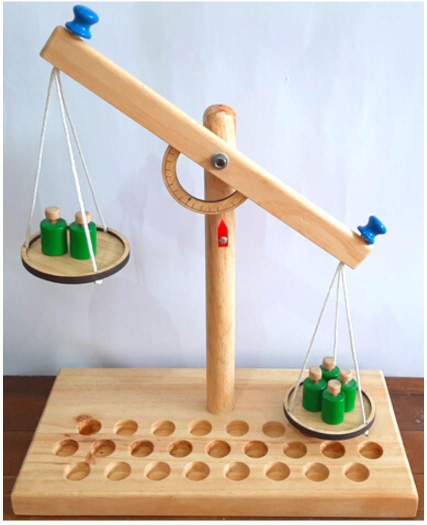
a) Colocar 5 masas iguales en el platillo izquierdo de la balanza y 3 de las mismas en el platillo derecho.

Tal como se muestra a continuación:

b) Pedir a los estudiantes mencionar lo que observan que sucede.

c) Colocar 2 masas iguales en el plato izquierdo de la balanza, y 4 de las mismas en el plato derecho.

De la siguiente manera:



d) Pedir a los estudiantes que mencionen lo que observan y establecer una conclusión acerca del funcionamiento de la balanza de 2 platos..

Conclusión

En una balanza de 2 platos, el lado con MAYOR peso baja, mientras el lado con MENOR peso se mantiene elevado.

Para realizar la siguiente actividad es necesario pedir previamente a los estudiantes que recorten las figuras que se presentan en la "Hoja de recortables" que se encuentra al final de esta clase o en Google Drive en la carpeta de la clase correspondiente. Solicitar a cada uno que traiga una goma.

6. Presentar a los estudiantes la siguiente situación y entregarles la "Hoja de actividades 1" que se encuentra al final de la clase o también en Google Drive.

Una madre y sus 2 hijos realizan compras en el mercado 10 de Agosto. La madre pide a su hijos que le ayuden a cargar las compras, y para ello divide cada uno de los productos comprados de manera que el hijo menor cargue menos que ella, y el hijo mayor cargue más que ella.

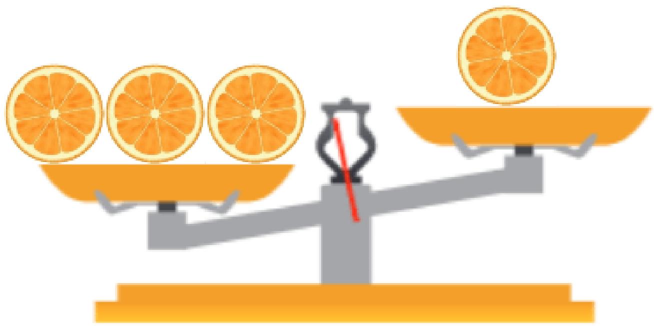
"Hoja de actividades 1" resuelta

Para las siguientes actividades utilizar los recortables.

a) Colocar la balanza correcta para la siguiente situación, poniendo en cada platillo lo que corresponde.

La madre compró 4 naranjas y procurando que su hijo menor cargue menos que ella, le da 1 naranja a él.

Madre **Hijo menor**



b) ¿ Cuál es la diferencia de naranjas entre la madre y su hijo menor?

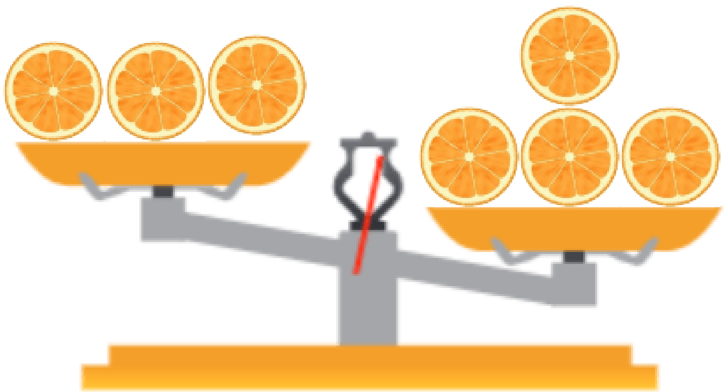
Entre la madre y el hijo menor existe una diferencia de 2 naranjas.

c) La madre se encuentra con su hermana, quien le regala 3 naranjas más a la madre, y ella se las da a su hijo menor. ¿Quién cargará más naranjas y porqué?

El hijo menor cargará más naranjas pues tendrá 4 y la madre 3.

d) Representar la situación anterior utilizando la balanza adecuada.

Madre **Hijo menor**



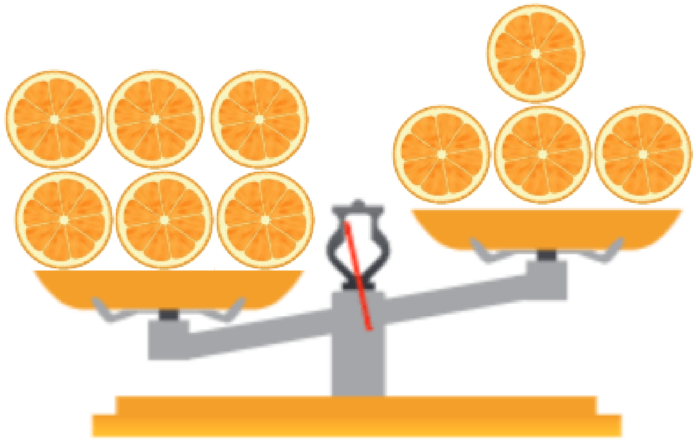
e) ¿Cuántas naranjas adicionales debe tener la madre, para lograr que el hijo menor cargue menos naranjas que ella y con la misma diferencia de naranjas que inicialmente existía entre ellos? Representarlo en la balanza pertinente.

Diferencia de naranjas que debe haber entre la madre y el hijo menor: 2

Naranjas que debe tener la madre: 6

Naranjas a añadir: 3

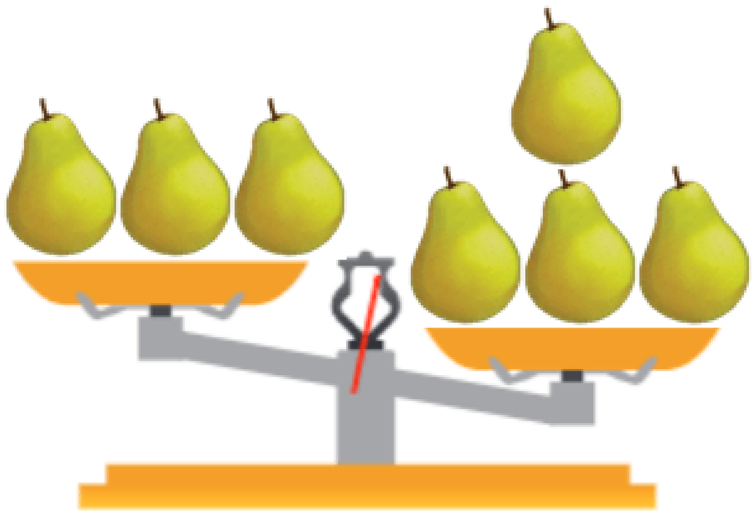
Madre Hijo menor



f) Colocar la balanza correcta para la siguiente situación, poniendo en cada platillo lo que corresponde.

La madre compró también 7 peras y procurando que su hijo mayor cargue más que ella, le da 4 peras a él.

Madre Hijo mayor



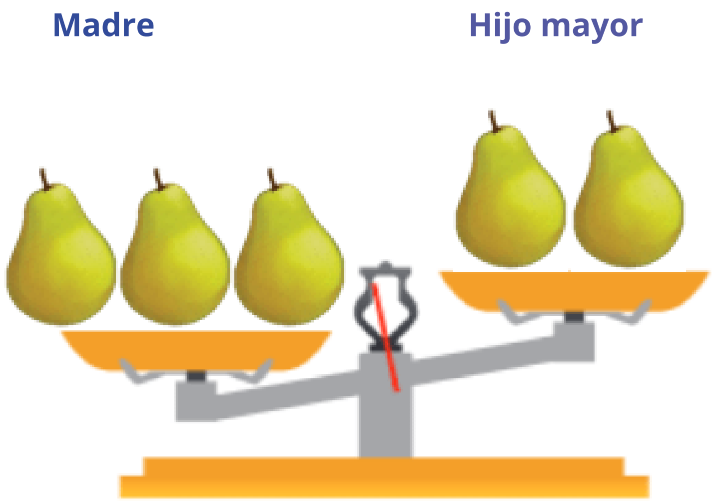
g) ¿Cuál es la diferencia de peras entre la madre y su hijo mayor?

Entre la madre y el hijo mayor existe una diferencia de 1 pera.

h) Dos de las peras que tiene el hijo mayor están dañadas, por lo que la madre las desecha. ¿Quién cargará más peras y porqué?

La madre cargará más peras pues tendrá 3 y el hijo mayor 2.

i) Representar la situación anterior utilizando la balanza adecuada.

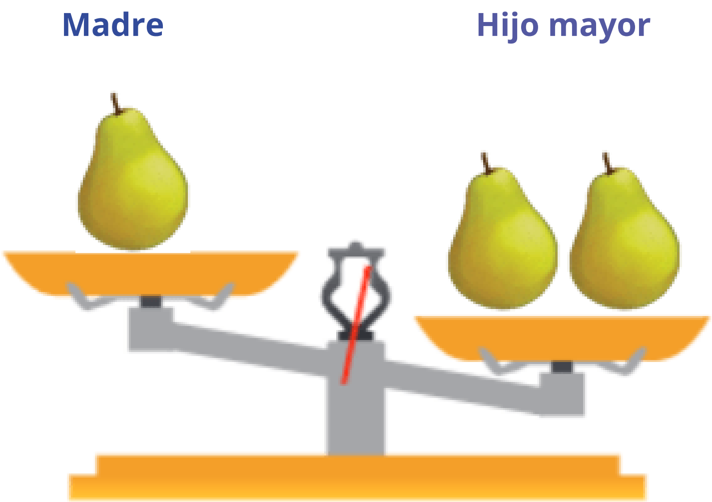


j) La madre va a desechar algunas peras que ella tiene. ¿Cuántas peras debe quitar de su bolsa para lograr que su hijo mayor cargue más peras que ella y con la misma diferencia de peras que inicialmente existía entre ellos? Representarlo en la balanza pertinente.

Diferencia de peras que debe haber entre la madre y el hijo mayor: 1

Peras que debe tener la madre: 1

Peras *a quitar:* 2



El tiempo estimado para que los estudiantes completen la hoja de actividades es de 15 minutos.

7. Hacer uso de la balanza de platillos (material concreto) para retroalimentar el trabajo de los estudiantes, para ello seguir las instrucciones a continuación.

Para estas actividad es preferible que los estudiantes se organicen en círculo alrededor de la balanza.

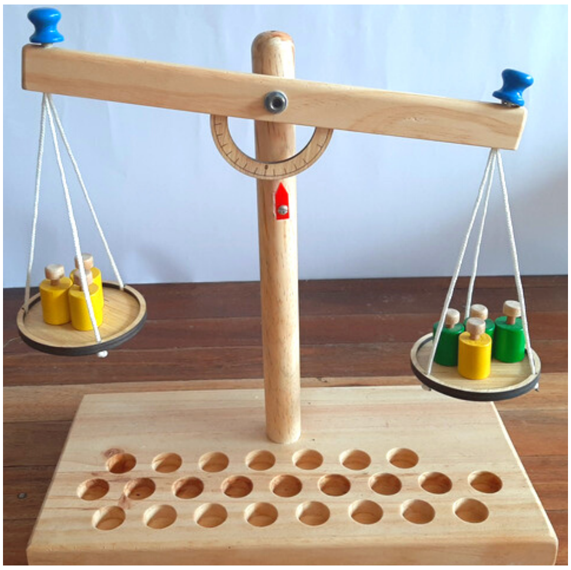
A) Representar la primera situación planteada en la "Hoja de actividades 1" mediante la balanza de platillos. Utilizar las masas del color que más se acople a la situación.

Procurar que la balanza se encuentre encerada.

La madre compró 4 naranjas y procurando que su hijo menor cargue menos que ella, le da 1 naranja a él.

B) Pedir a los estudiantes apreciar la posición que se marca sobre regla graduada.

C) Agregar 3 masas de un color diferente en el platillo derecho de la balanza y pedir a los estudiantes que observen la nueva posición que se marca en la regla graduada, así como la nueva inclinación de los platillos de la balanza.



D) Preguntar a los estudiantes:

¿Qué se debe realizar en el platillo izquierdo para volver a la desigualdad inicial? ¿Por qué?

Respuesta esperada:

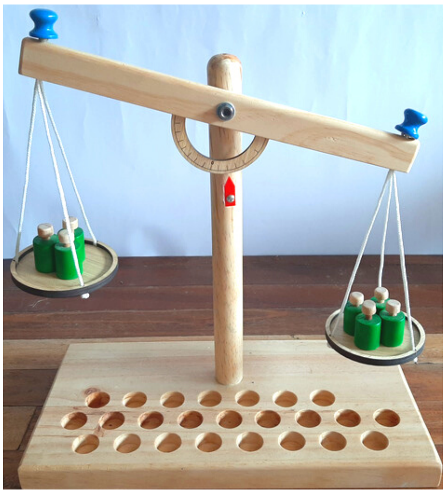
Se deben agregar 3 masas, ya que en el platillo izquierdo se colocaron 3 masas adicionales a las que habían en la desigualdad inicial.

E) Pedir a un estudiante colocar las 3 masas adicionales en el platillo derecho y que observe la posición marcada en la regla graduada.

Coincide con la posición que marcaba en la desigualdad inicial.

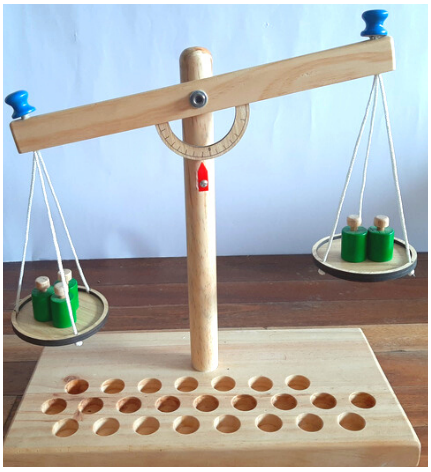
G) Representar la segunda situación planteada en la "Hoja de actividades 1" mediante la balanza de platillos. Utilizar las masas del color que más se acople a la situación.

La madre compró también 7 peras y procurando que su hijo mayor cargue más que ella, le da 4 peras a él.



H) Pedir a los estudiantes apreciar la posición que se marca sobre regla graduada.

I) Quitar dos masas del platillo derecho de la balanza y pedir a los estudiantes que observen el cambio en la posición tanto en la regla graduada, así como en la inclinación de la balanza.



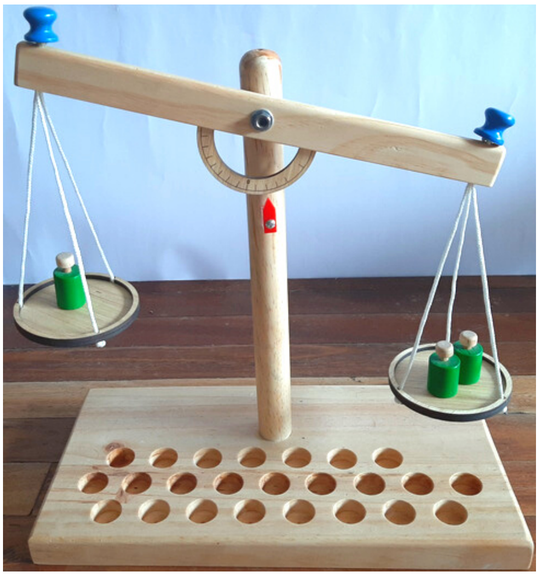
J) Preguntar a los estudiantes:

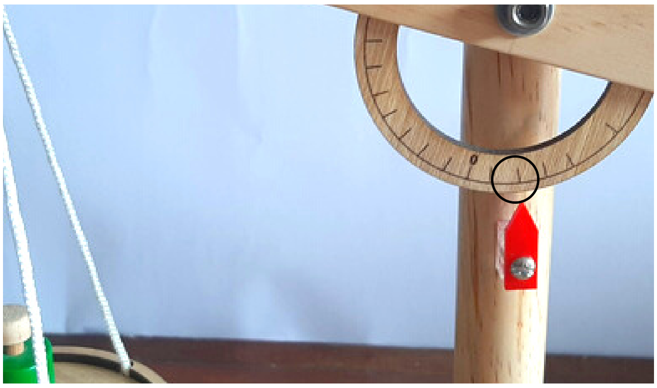
¿Qué se debe realizar en el platillo izquierdo para volver a la desigualdad inicial? ¿Por qué?

Respuesta esperada:

Se deben quitar 2 masas, ya que en el platillo derecho se quitaron 2 masas de las que habían en la desigualdad inicial.

K) Pedir a un estudiante que quite las masas correspondiente del platillo izquierdo y que observe la posición marcada en la regla graduada.





Coincide con la posición que marcaba en la desigualdad inicial.

8. Realizar las siguientes preguntas a los estudiantes y extraer una conclusión al respecto.

a) ¿Para mantener la desigualdad, que sucede si añado cierta cantidad a uno de los lados de la balanza de platos?

Respuesta esperada:
Se debe añadir la misma cantidad al otro lado de la balanza.

b) ¿Para mantener la desigualdad, que sucede si quito cierta cantidad de uno de los lados de la balanza de platos?

Respuesta esperada:
Debo quitar la misma cantidad del otro lado de la balanza.

Conclusión

Si a los dos miembros de una desigualdad se les **suma** o se les **resta** un mismo número, la desigualdad resultante es equivalente y su sentido es el mismo que el inicial.

9. Anotar las siguientes desigualdades en el pizarrón, separadas entre sí, de la siguiente manera:

$$5 < 10 \qquad 21 > 7$$

10. Multiplicar por 3 al primer miembro de la desigualdad de la izquierda y realizar las pregunta indicadas:

$$5 < 10$$
$$5(3) < 10$$
$$15 < 10$$

a) ¿Es correcta la desigualdad obtenida? ¿Por qué?

Respuesta esperada:
No es correcta, pues 15 no es menor a 10, sino mayor.

b) ¿Qué se debe realizar para obtener una desigualdad equivalente a la original?

Respuesta esperada:
Multiplicar el miembro derecho de la desigualdad por el mismo valor que se multiplicó el miembro derecho, en este caso por 3.

11. Pedir a un estudiante que realice la operación que corresponde en el miembro de la desigualdad respectivo y coloque el resultado correcto.

Se obtendrá lo siguiente:

$$5 < 10$$

$$5(3) < 10(3)$$

$$15 < 30$$

12. Dividir por 7 al primer miembro de la desigualdad de la izquierda y realizar las pregunta indicadas:

$$21 > 7$$

$$\frac{21}{7} > 7$$

$$3 > 7$$

a) ¿Es correcta la desigualdad obtenida? ¿Por qué?

Respuesta esperada:

No es correcta, pues 3 no es mayor a 7, sino menor.

b) ¿Qué se debe realizar para obtener una desigualdad equivalente a la original?

Respuesta esperada:

Dividir el miembro derecho de la desigualdad por el mismo valor que se dividió el miembro derecho, en este caso para 7.

13. Pedir a un estudiante que realice la operación correspondiente en el miembro de la desigualdad respectivo y coloque el resultado correcto.

$$21 > 7$$

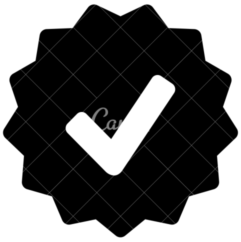
$$\frac{21}{7} > \frac{7}{7}$$

$$3 > 1$$

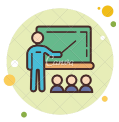
14. En conjunto con los estudiantes, extraer una conclusión en base a los ejercicios realizados.

Conclusión

Si a los dos miembros de una desigualdad se les **multiplica** o **divide** por un mismo **número positivo,** la desigualdad resultante es equivalente y su sentido es el mismo que el inicial.



Es importante recalcar que al multiplicar o dividir por una misma cantidad ambos miembros de la desigualdad, dicha cantidad debe ser un "**NÚMERO POSITIVO**" para que el sentido de la misma no varíe, en caso de ser negativo su sentido cambiará.



15. Realizar en conjunto con los estudiantes las siguientes actividades.

A) Pedir que mencionen 4 números positivos y 4 números negativos.

Ejemplo: 2, 5, 1, 8, -3, -10, -1, -4

B) Completar una tabla como la que se encuentra a continuación, formando con los números anteriormente mencionados las parejas que se solicitan.

Instrucciones	**Dos números positivos**	**Dos números negativos**	**Un número positivo y uno negativo**	**Un número negativo y uno positivo**
Parejas de números	2 y 5	-3 y -10	1 y -1	-4 y 8
Colocar el símbolo $<$ o $>$ según corresponda	$2 < 5$	$-3 > -10$	$1 > -1$	$-4 < 8$
Multiplicar cada número de la pareja por el valor indicado	**-1**	**-2**	**-4**	**-2**
Resultado	$2(-1) = -2$ $5(-1) = -5$	$-3(-2) = 6$ $-10(-2) = 20$	$1(-4) = -4$ $-1(-4) = 4$	$-4(-2) = 8$ $-2(8) = -16$
Colocar el símbolo $<$ o $>$ según corresponda	$-2 > -10$	$6 < 20$	$-4 < 4$	$8 > -16$

C) Realizar la siguiente pregunta a los estudiantes:

¿Qué sucede con el símbolo de desigualdad entre cada una de las parejas de números tras multiplicarlas a cada una por un mismo número negativo?

Respuesta esperada: El símbolo de la desigualdad cambia de sentido.

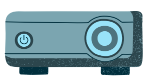
D) En base a la respues anterior establecer la conclusión al respecto.

Conclusión

Si a los dos miembros de una desigualdad se les multiplica o divide por un mismo **número negativo**, la desigualdad resultante **cambia de sentido** y es equivalente a la dada.

Como una inecuación es una desigualdad, las propiedades que se han estudiado son totalmente válidas y aplicables para resolver inecuaciones.

CONSOLIDACIÓN



- Proyectar la "Hoja de actividades 2" en el pizarrón. Para cada ejercicio pedir que los estudiantes participen y pasen a resolverlos.
- También se puede entregar una hoja de las mismas a cada uno y pedir que la resuelvan en parejas o de manera individual en su casa.

A continuación se encuentran las respuestas para cada una de las actividades y al final de la clase la hoja para el estudiante. El material también se encuentra en Google Drive.

"Hoja de actividades 2" resuelta

1.Defnir qúe es una inecuación y colocar 3 ejemplos.

Una inecuación es una relación de desigualdad entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas.

Ejemplos:

$$y - 4 \leq 5$$

$$x + y > -1$$

$$x^2 - 3 \geq 0$$

2. Complete en los espacios en blanco la operación y valor correspondientes en cada caso para obtener las inecuaciones equivalentes presentadas.

a) Inecuación: $x + 7 \leq 4$

$x + 7$ __- 6__ $\leq$ 4 __- 6__

Inecuación equivalente: $x + 1 \leq -2$

b) Inecuación: $-x + 3 > -1$

$-x + 3$ __+ 3__ $>$ -1 __+ 3__

Inecuación equivalente: $-x + 6 > 2$

c) Inecuación: $-x \geq 5$

$-x$ __$\cdot(-2)$__ $\geq$ 5 __$\cdot(-2)$__

Inecuación equivalente: $2x \leq -10$

d) Inecuación: $3x < -12$

$3x$ __$\div 3$__ $<$ -12 __$\div 3$__

Inecuación equivalente: $x < -4$

e) Inecuación: $-12x > -1$

$$-12x \; \underline{\div(-2)} > -1 \; \underline{\div(-2)}$$

f) Inecuación: $x^2 + 4 \leq -23$

$$x^2 + 4 \; \underline{+10} \leq -23 \; \underline{+10}$$

Inecuación equivalente: $x^2 + 14 \leq -13$

g) Inecuación: $x - y > -6$

$$x + y \; \underline{+5} > -6 \; \underline{+5}$$

Inecuación equivalente: $x + y > -1$

h) Inecuación: $-\frac{x}{2} \geq 3$

$$-\frac{x}{2} \; \underline{\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)} \geq 3 \; \underline{\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)}$$

Inecuación equivalente: $\frac{x}{8} \leq -\frac{3}{4}$

i) Inecuación: $-x < 8$

$$-x \; \underline{\div 2} < 8 \; \underline{\div 2}$$

Inecuación equivalente: $-\frac{x}{2} < 4$

j) Inecuación: $x^2 - 4 \leq -7$

$$x^2 - 4 \; \underline{-12} < 7 \; \underline{-12}$$

Inecuación equivalente: $x^2 - 16 \leq -5$

Hoja de actividades 1

Para las siguientes actividades utilizar los recortables.

a) Colocar la balanza correcta para la siguiente situación, poniendo en cada platillo lo que corresponde.

La madre compró 4 naranjas., y procurando que su hijo menor cargue menos que ella, le da 1 naranja a él.

Madre **Hijo menor**

b) ¿ Cuál es la diferencia de naranjas entre la madre y su hijo menor?

____

c) La madre se encuentra con su hermana, quien le regala 3 naranjas más a la madre, y ella se las da a su hijo menor. ¿Quién cargará más naranjas y porqué?

____

d) Representar la situación anterior utilizando la balanza adecuada.

Madre **Hijo menor**

e) ¿Cómo lograr que el hijo menor cargue menos naranjas que la madre y con la misma diferencia de naranjas que inicialmente existía entre ellos? Representarlo en la balanza pertinente.

Diferencia de naranjas que debe haber entre la madre y el hijo menor:

Naranjas que debe tener la madre:

Naranjas a añadir:

Madre **Hijo menor**

f) Colocar la balanza correcta para la siguiente situación, poniendo en cada platillo lo que corresponde.

La madre compró también 7 peras, y procurando que su hijo mayor cargue más que ella, le da 4 peras a él.

Madre **Hijo mayor**

g) ¿Cuál es la diferencia de peras entre la madre y su hijo mayor?

____

h) Dos de las peras que tiene el hijo mayor están dañadas, por lo que la madre las desecha. ¿Quién cargará más peras y porqué?

---

i) Representar la situación anterior utilizando la balanza adecuada.

Madre **Hijo mayor**

j) La madre va a desechar algunas peras que ella tiene. ¿Cuántas peras debe quitar de su bolsa para lograr que su hijo mayor cargue más peras que ella y con la misma diferencia de peras que inicialmente existía entre ellos? Representarlo en la balanza pertinente.

Diferencia de peras que debe haber entre la madre y el hijo mayor:

Peras que debe tener la madre:

Peras *a quitar:*

Madre **Hijo mayor**

Hoja de actividades 2

1.Defnir qúe es una inecuación y colocar 3 ejemplos.

____

____

____

Ejemplos:

2. Complete en los espacios en blanco la operación y valor correspondientes en cada caso para obtener las inecuaciones equivalentes presentadas.

a) Inecuación: $x + 7 \leq 4$

$x + 7$ ______ $\leq$ 4 ______

Inecuación equivalente: $x + 1 \leq -2$

b) Inecuación: $-x + 3 > -1$

$-x + 3$ ______ $>$ -1 ______

Inecuación equivalente: -$x + 6 > 2$

c) Inecuación: $-x \geq 5$

$-x$ ______ $\geq$ 5 ______

Inecuación equivalente: $2x \leq -10$

d) Inecuación: $3x < -12$

$3x$ ______ $<$ -12 ______

Inecuación equivalente: $x < -4$

e) Inecuación: $-12x > -1$

$-12x$ ______ $>$ -1 ______

Inecuación equivalente: $6x < \frac{1}{2}$

f) Inecuación: $x^2 + 4 \leq -23$

$x^2 + 4$ ______ $\leq$ -23 ______

Inecuación equivalente: $x^2 + 14 \leq -13$

g) Inecuación: $x - y > -6$

$x + y$ ______ $>$ -6 ______

Inecuación equivalente: $x + y > -1$

h) Inecuación: $-\frac{x}{2} \geq 3$

$-\frac{x}{2}$ ______ $\geq$ 3 ______

Inecuación equivalente: $\frac{x}{8} \leq -\frac{3}{4}$

i) Inecuación: $-x < 8$

$-x$ ______ $<$ 8 ______

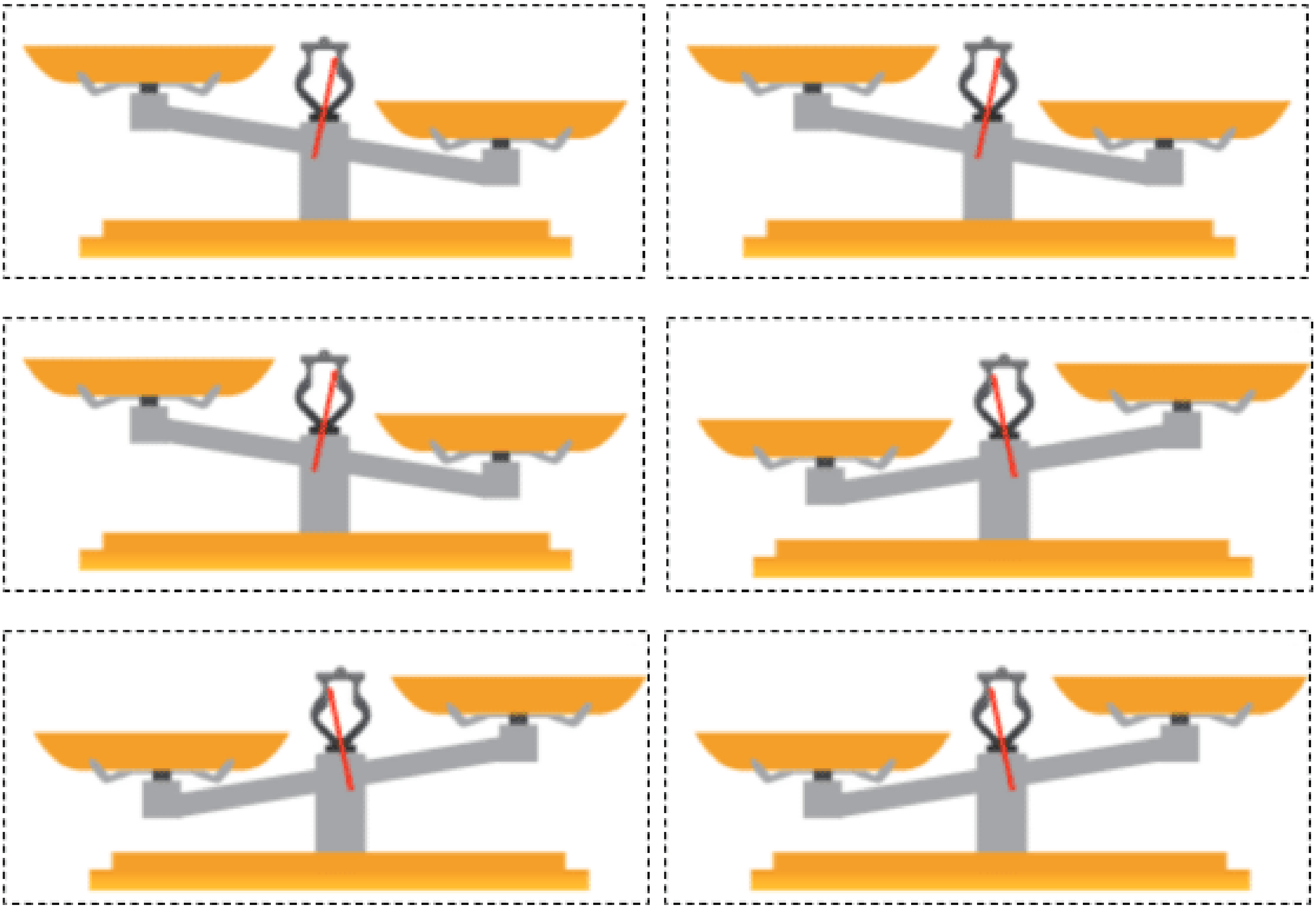
Inecuación equivalente: $-\frac{x}{2} < 4$

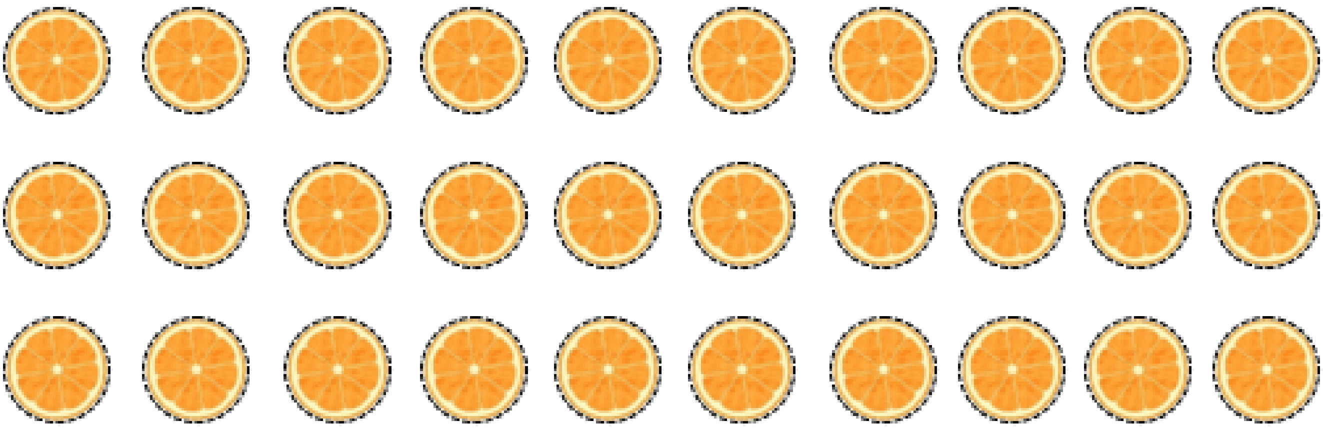
j) Inecuación: $x^2 - 4 \leq -7$

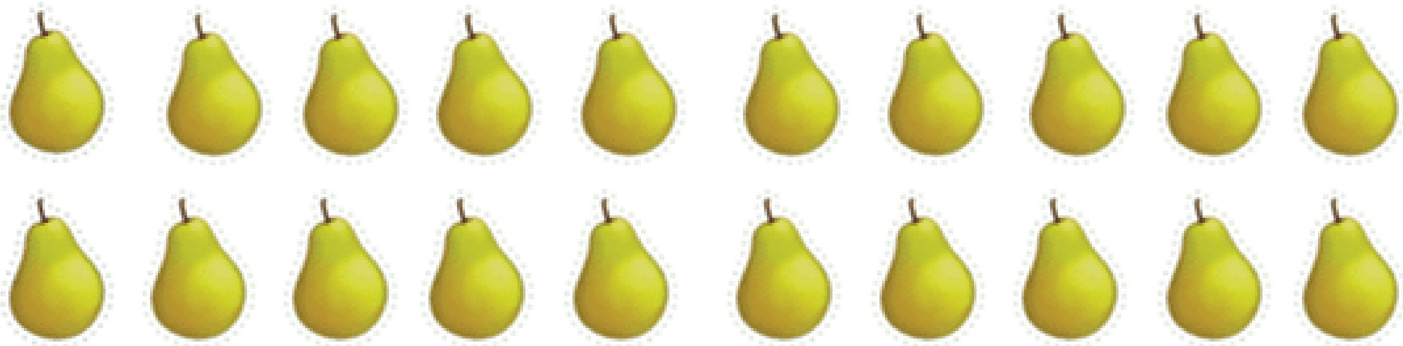
$x^2 - 4$ ______ $<$ 7 ______

Inecuación equivalente: $x^2 - 16 \leq -5$

Hoja de recortables

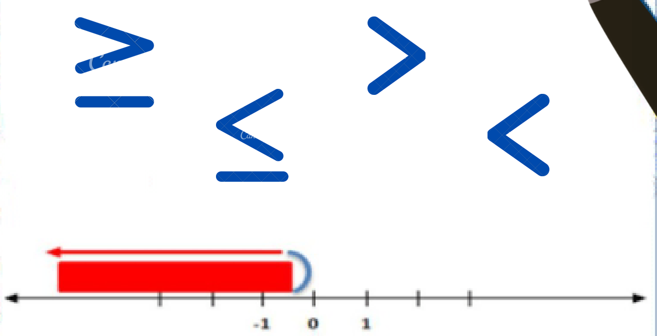






Clase 5

Inecuaciones de primer grado con una incógnita



Destrezas con criterio de desempeño

M.4.1.22. Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones o inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

M.4.1.39. Representar un intervalo en R de manera algebraica y gráfica, y reconocer el intervalo como la solución de una inecuación de primer grado con una incógnita en R.

M.5.1.8. Aplicar las propiedades de orden de los números reales para resolver ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita y con valor absoluto.

Duración sugerida: 80 minutos

ANTICIPACIÓN

1. En conjunto con los estudiantes realizar un mapa conceptual de araña que recopile las propiedades de las desigualdades, así como el que se encuentra a continuación:

Propiedades de las desigualdades

1. Si a los dos miembros de una desigualdad se les suma o se les resta un mismo número, la desigualdad resultante es equivalente y su sentido es el mismo que el inicial.

2. Si a los dos miembros de una desigualdad se les multiplica o divide por un mismo **número positivo**, la desigualdad resultante es equivalente y su sentido es el mismo que el inicial.

3. Si a los dos miembros de una desigualdad se les multiplica o divide por un mismo **número negativo**, la desigualdad resultante **cambia de sentido** y es equivalente a la inicial.

Tener en cuenta que, como una inecuación es una desigualdad, sus propiedades son totalmente válidas y aplicables para resolver inecuaciones.

2. Presentar a los estudiantes dos ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Ejemplos de ecuaciones de primer grado a presentar

$3x-4 = x+5$

$-m+7 = 2+9m$

$8-7y = 1+3y$

$t-1 = -8t+25$

3. Pedir a los estudiantes que identifiquen el tipo de ecuaciones que se han presentado y que mencionen las características de las mismas.

Debajo de las ecuaciones colocadas anteriormente como ejemplos, recopilar la información obtenida en un diagrama como el siguiente:

Procurar utilizar solo la mitad del pizarrón, pues la otra mitad se requerirá para otra actividad.

Ejemplos de ecuaciones

$-m+7 = 2+9m$

$t-1 = -8t+25$

Tipo de ecuaciones

De primer grado
o
Lineales

Características

- Poseen una sola variable o incógnita
- La variable está elevada al exponente 1

CONSTRUCCIÓN

1. Preguntar a los estudiantes: ¿cuáles serán las características de una inecuación lineal o de primer grado? Posteriormente solicitar que mencionen 5 ejemplos.

Junto al diagrama anterior, en la otra mitad del pizarrón, colocar las respuestas mencionadas por los estudiantes tal como se encuentra a continuación, con el fin de los estudiantes puedan apreciar las semejanzas entre ecuaciones e inecuaciones lineales.

Inecuación de primer grado o lineal

↓ Características

- Poseen una sola variable o incógnita
- La variable está elevada al exponente 1

↓ Ejemplos

Colocar aquí los ejemplos de inecuaciones mencionados por los estudiantes

2. Pedir a los estudiantes que mencionen cuál es el valor o valores que puede tomar la variable o incógnita en una ecuación lineal.

Respuesta esperada:

La variable o incógnita en una ecuación lineal puede tomar un **único valor**, de tal manera que la igualdad presente sea verdadera.

? 3. Plantear la siguiente pregunta:

¿Qué valor o valores puede tomar la variable o incógnita en una inecuación lineal?

4. Con la intención de responder la pregunta anterior, realizar las siguientes actividades con ayuda de la balanza de 2 platos.

A) Colocar en el platillo izquierdo de la balanza 7 masas de un mismo color, y al lado derecho 2 masas iguales de otro color.

B) Solicitar a los estudiantes que identifiquen la desigualdad presente.

Respuesta esperada: $7 > 2$

C) Escribir en el pizarrón lo siguiente:

Símbolo **x (n° de masas añadidas)**

$7 \ \square \ 2 + \square$

$7 \ \square \ 2 + \square$

$7 \ \square \ 2 + \square$

$7 \ \square \ 2 + \square$

$7 \ \square \ 2 + \square$

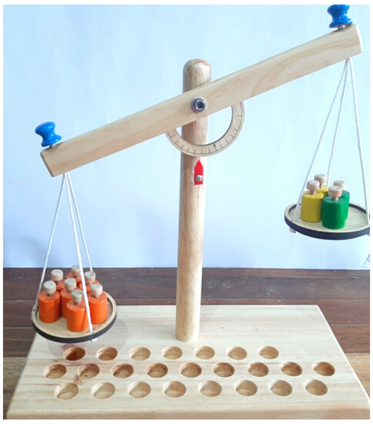
D) Pedir que 5 estudiantes pasen uno por uno a colocar una masa en el platillo derecho de la balanza. El color de las masas a añadir debe ser diferente del utilizado en el platillo derecho e izquierdo. A medida que los estudiantes van colocando una masa adicional, solicitar a cada uno que complete la información que falta en los recuadros en blanco, escribiendo el valor total de masas que se encuentran añadidas hasta su respectivo turno y el símbolo correspondiente, en base a si la balanza se mantiene en desequilibrio o no.

Al realizar lo mencionado, se espera obtener lo siguiente:

1er estudiante

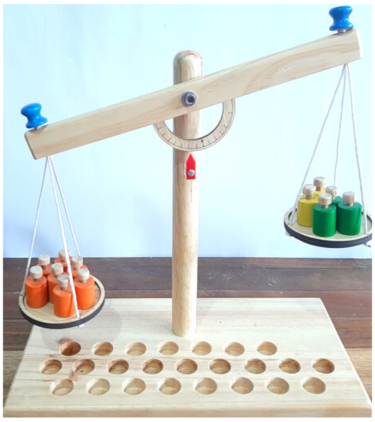
$7 \ \boxed{>} \ 2 + \boxed{1}$

2do estudiante



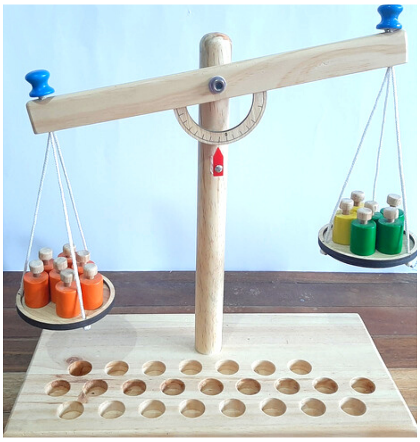
$7 \ \boxed{>} \ 2 + \boxed{2}$

3er estudiante



$7 \ \boxed{>} \ 2 + \boxed{3}$

4to estudiante



$7 \boxed{>} 2 + \boxed{4}$

5to estudiante

$7 \boxed{=} 2 + \boxed{5}$

E) Realizar las siguientes preguntas a los estudiantes:

a) Con respecto a la balanza, ¿cuándo tenemos una desigualdad y cuándo una igualdad?

Respuesta esperada:

Si la balanza se encuentra en desequilibrio tenemos una desigualdad, mientras que si permanece en equilibrio se trata de una igualdad.

b) ¿Cuántas masas de una unidad pueden colocarse al lado derecho de la balanza de tal manera que esta siga en desequilibrio?

Respuesta esperada:

1, 2, 3 o 4 masas

c) ¿Cuándo queda equilibrada la balanza?

Respuesta esperada:

La balanza se encuentra en equilibrio solo cuando se colocan 5 masas, es decir, al tener igual cantidad de masas en los dos platillos.

Una inecuación es una desigualdad, mientras que una ecuación es una igualdad.

F) En conjunto con los estudiantes relacionar las situaciones en las que la balanza se encuentra en desequilibrio con la inecuación correspondiente, y para cuando se encuentra en equilibrio asociarla a la ecuación en cuestión realizando un esquema como el siguiente:

Balanza en desequilibrio

x = valores posibles para mantener el desequilibrio

$$7 > 2+x$$

$\downarrow$

Puedo tomar los valores de: **x = 1, 2, 3 o 4**

Balanza en equilibrio

x = valor posible para mantener el equilibrio

$$7 = 2+x$$

$\downarrow$

Puedo tomar solo el valor de **x = 5**

G) Establecer la siguiente conclusión:

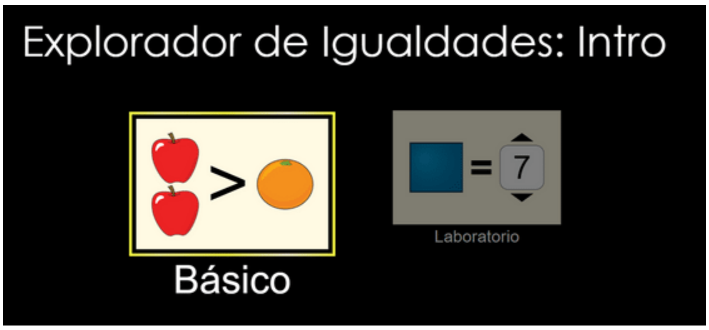
Las inecuaciones de primer grado o lineales, tienen un **conjunto solución**, es decir, un conjunto de valores que puede tomar la variable para verificar la inecuación en cuestión.

La misma actividad puede realizarse con apoyo del recurso tecnológico *"PhET Interactive Simulations"*, para ello siga las instrucciones a continuación:

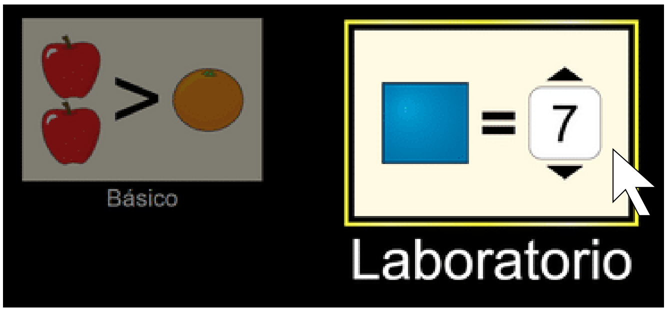
a) Ingresar en el siguiente enlace:

https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer-basics/latest/equality-explorer-basics_es.html

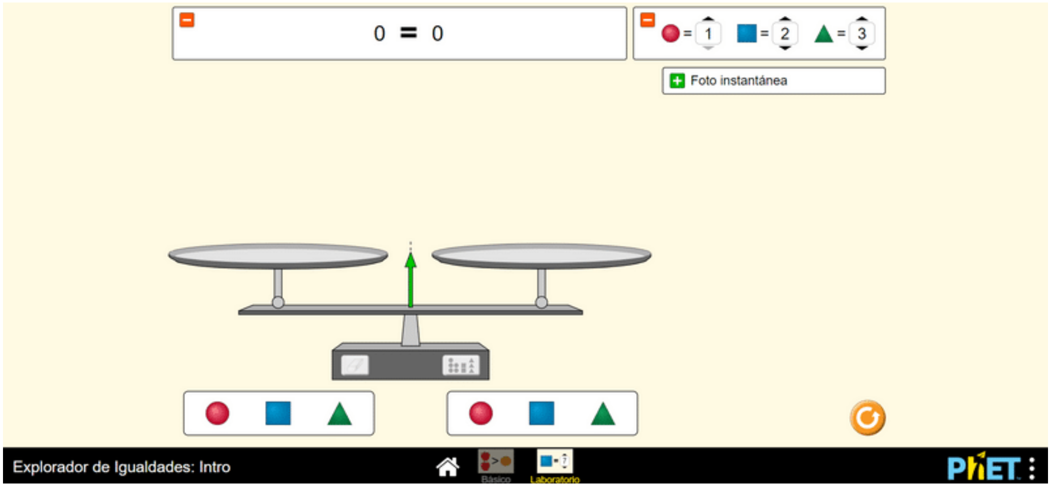
Aparecerá la página que se presenta a continuación:



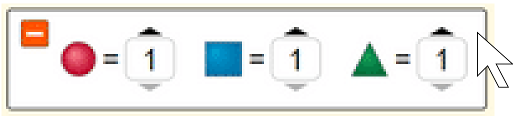
b) Escoger la opción "Laboratorio" dando clic sobre el recuadro correspondiente:



Entonces, nos redirigirá a la siguiente página:



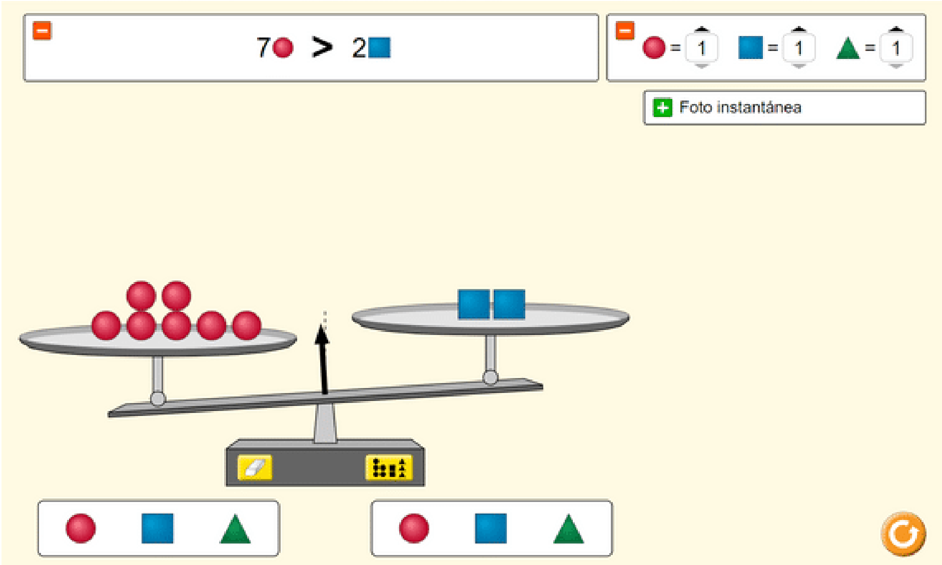
c) En la parte superior derecha, asignar el valor de 1 a cada figura.



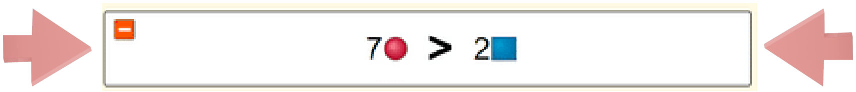
En este caso se utilizará el mismo ejemplo trabajado con la balanza (material concreto), pero el docente puede modificarlo dependiendo de lo que considere pertinente. Podrá usar número distinto de masas así como colores distintos.

d) Colocar 7 masas de color rojo en el plato izquierdo de la balanza y 2 masas de color verde en la derecha.

De la siguiente manera:



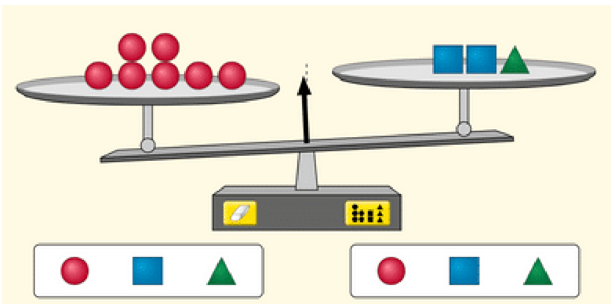
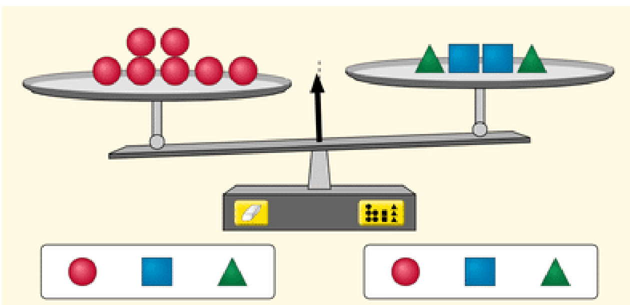
e) Pedir a los estudiantes que identifiquen la desigualdad asociada a la balanza.



f) Añadir una masa de color verde en el lado derecho de la balanza. Pedir a los estudiantes que identifiquen si la balanza se mantiene en desequilibrio o llega al equilibrio, observando para ello el recuadro superior que se encuentra sobre la balanza.

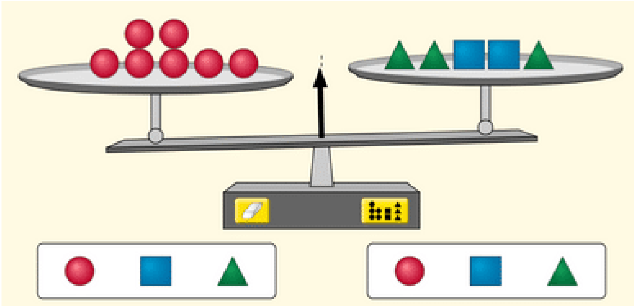
Continuar añadiendo masa tras masa de color verde, hasta obtener una balanza en equilibrio, y por tanto, una igualdad en la parte superior.

Se obtendrá de manera consecutiva lo presentado a continuación:

Balanza	Expresión correspondiente
1 	7● > 2■ + 1▲
2 	7● > 2■ + 2▲

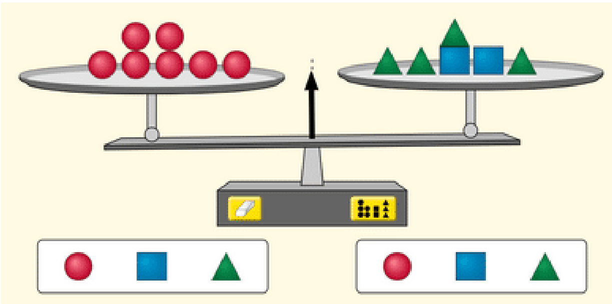
Balanza	Expresión correspondiente

3



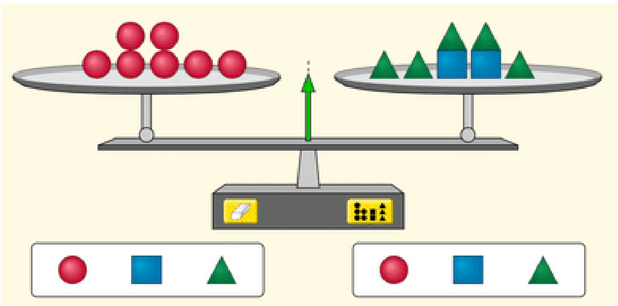
7● > 2■ + 3▲

4



7● > 2■ + 4▲

5



7● = 2■ + 5▲

g) Realizar las siguientes preguntas a los estudiantes:

¿Cuántas masas de una unidad pueden colocarse al lado derecho de la balanza de tal manera que esta siga en desequilibrio?

Respuesta esperada:

1, 2, 3 o 4 masas.

¿Cuándo queda equilibrada la balanza?

Respuesta esperada:

La balanza se encuentra en equilibrio solo cuando se colocan 5 masas, es decir, al tener igual cantidad de masas en los dos platillos.

Por tanto, es posible establecer la misma conclusión:

Las inecuaciones de primer grado o lineales, tienen un **conjunto solución**, es decir, un conjunto de valores que puede tomar la variable para verificar la inecuación en cuestión.

5. Resolver la siguiente inecuación en el pizarrón indicando paso a paso lo que se realiza y las propiedades que se van aplicando en el transcurso.

$$2(x-3) \leq 4x+2$$

1. Eliminar los paréntesis, aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma, y teniendo en cuenta la ley de los signos.

$$2x-6 \leq 4x+2$$

2. Despejar la incógnita aplicando las propiedades de inecuaciones y realizando las operaciones correspondientes.

$$2x-6+6 \leq 4x+2+6$$

$$2x \leq 4x+8$$

$$2x-4x \leq 4x+8-4x$$

$$-2x \leq 8$$

Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o se les resta un mismo número, la inecuación resultante es equivalente y su sentido es el mismo que el inicial.

$$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{8}{-2}$$

$$\boxed{x \geq -4}$$

Si a los dos miembros de una inecuación se les divide por un mismo **número negativo**, la desigualdad resultante **cambia de sentido** y es equivalente a la dada.

Para la siguiente actividad utilizar la recta numérica (material concreto del docente).

6. Pedir a los estudiantes que interpreten la solución obtenida y la expresen en forma de intervalo así como sobre la recta numérica haciendo uso de la simbología pertinente, para ello, seguir las instrucciones que se mencionan:

A. Solicitar a los estudiantes que den lectura a la solución obtenida.

Respuesta esperada:

Todos los números **mayores o iguales** a -4

B. Preguntar a los estudiantes:

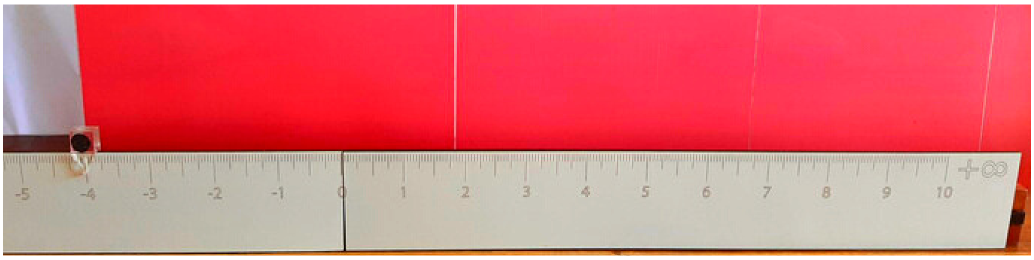
¿Qué valores forman parte del conjunto solución?

Respuesta esperada:

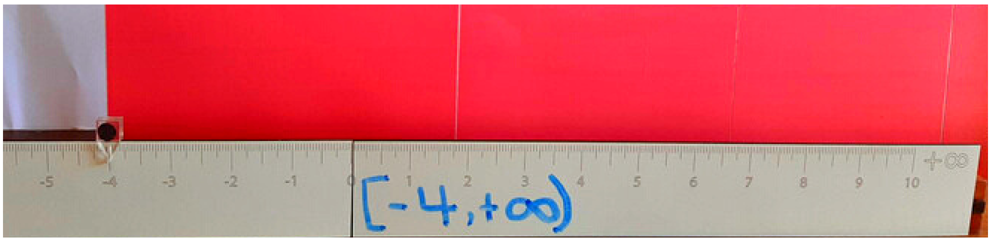
El conjunto solución incluye al -4 así como a todos los valores mayores al mismo.

C. Pedir a un estudiante que utilizando la regla adecuada, el o los pasadores con la simbología pertinente y las placas de colores represente el conjunto solución sobre la recta numérica.

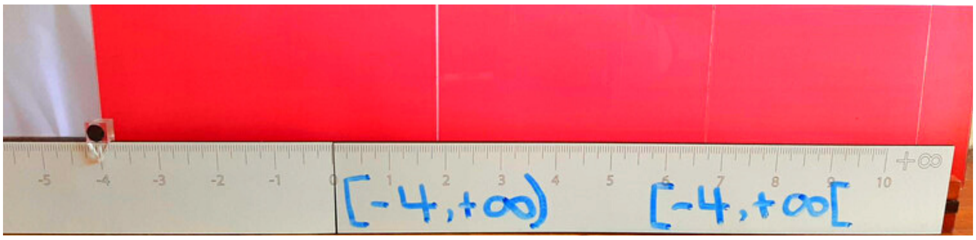
Se obtendrá lo siguiente:



D. Otro estudiante será el encargado de anotar en la regla adherida a la recta numérica, debajo del área sombreada, el intervalo que expresa lo representado sobre la misma:



E. Solicitar a otro estudiante que junto al intervalo anotado, reescriba el mismo pero con la otra simbología que se puede utilizar.

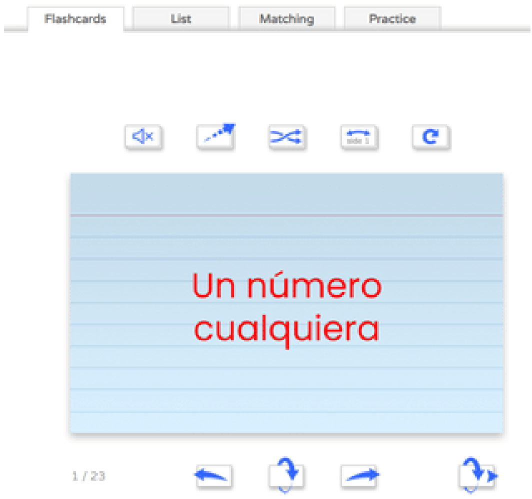


Para la siguiente actividad será necesario un proyector.

5. Proyectar la actividad de "Flashcards" ingresando al siguiente link:

https://www.flippity.net/fc.php?k=1lpM7PTTibnjpNSmZGcTDuYKTXM2q8Lkw6wNrQLYXf5I

Aparecerá la página que se muestra a continuación:



¿De qué se trata la actividad?

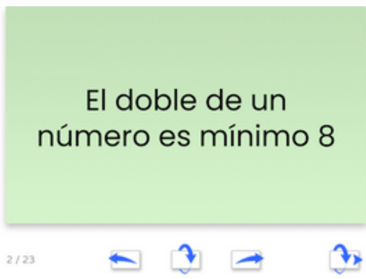
La actividad se relaciona con el lenguaje común y su traducción al lenguaje algebraico, lo cual es muy útil para plantear inecuaciones.

¿Cómo funciona la actividad?

- La actividad contiene distintas tarjetas, algunas con lenguaje algebraico y otras con lenguaje común. Observe los ejemplos a continuación para comprender su manejo:

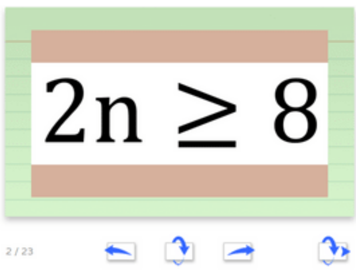
Ejemplo 1:

- Supongamos que la primera tarjeta que nos aparece tras ingresar a la página presenta un enunciado en lenguaje común como la siguiente:



- Para revelar la expresión correspondiente en lenguaje algebraico, dar clic sobre el botón de "Flip Card":

Entonces, aparecerá la siguiente tarjeta:



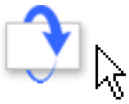
- Para avanzar al siguiente par de tarjetas correspondiente, dar clic sobre el botón "Next Card":

- Si se desea regresar a la pareja de tarjetas anterior para volverla a repasar, dar clic sobre el botón "Previous Card":

Ejemplo 2:

- Supongamos que la tras avanzar a la siguiente pareja de tarjetas, ahora inicialmente nos aparece una que posee una expresión algebraica como la siguiente:

- Entonces, para revelar el lenguaje común asociado a dicha expresión, dar clic sobre el botón "Flip Card":



Se revelerá la tarjeta que se presenta a continuación:

Una vez finalizado el repaso de todas las tarjetas, si se desea volverlas a revisar en un orden diferente dar clic sobre el botón "Shuffle Card":

6. Una vez proyectada la página, repasar con los estudiantes la traducción del lenguaje algebraico y viceversa mediante el uso de tarjetas, para ello seguir las instrucciones a continuación:

A) En caso de que la primera tarjeta contenga un enunciado en lenguaje común, pedir a los estudiantes que mencionen cómo ellos lo expresarían en lenguaje algebraico, y en caso de que la tarjeta contenga una expresión algebraica, solicitar que mencionen cómo lo traducirían a lenguaje común.

Lenguaje común

Lenguaje algebraico

B) Una vez que los estudiantes han brindado una o varias posibilidades de respuesta, voltear la tarjeta con el fin de verificar la traducción de la misma, ya sea a lenguaje común o lenguaje algebraico según corresponda.

C) En caso de ser necesario, dar una breve explicación de la traducción de las tarjetas en las que se evidencia existe dificultad o confusión.

7. Proponer el siguiente enunciado a los estudiantes y trabajar en el pizarrón como se indica a continuación:

Adicionalmente se utilizará la recta numérica y balanza (material concreto).

Enunciado

Miriam y Alicia tuvieron ayer un partido de baloncesto en el parque de la Madre. Miriam anotó 2 aros más que Alicia, pero entre ambas anotaron menos de 8 aros. ¿Cuántos aros pudo haber anotado Alicia?

A) Escoger las variables para trabajar el problema, indicar a los estudiantes que, por ejemplo, se puede utilizar las iniciales de los nombres para identificar claramente de quien se está hablando. Entonces:

M → Miriam

A → Alicia

B) En conversación con los estudiantes traducir lo que el problema menciona a lenguaje algebraico. El problema tiene dos enunciados, entonces, como expresión algebraica de cada uno se pretende llegar a lo siguiente:

1 Miriam anotó 2 aros más que Alicia

Expresión algebraica correspondiente → $M = A + 2$

2 Entre ambas anotaron menos de 8 aros.

Expresión algebraica correspondiente → $M + A < 8$

C) Preguntar a los estudiantes el grado de la inecuación planteada así como el número de incógnitas o variables que tiene:

Respuesta esperada:

Es una inecuación de primer grado con dos incógnitas:

D) Pedir a los estudiantes analizar qué debe hacerse para que la inecuación tenga una única incógnita.

Respuesta esperada:

Reemplazar la variable M por su expresión equivalente.

E) Solicitar a un estudiante que realice en el pizarrón lo mencionado y despeje la variable indicando la propiedad que aplica durante el proceso. De la siguiente manera:

$$M + A < 8$$

$$A + A + 2 < 8$$

$$2A + 2 < 8$$

$$2A + 2 - 2 < 8 - 2 \rightarrow$$

Si a los dos miembros de una inecuación se les suma o se les resta un mismo número, la inecuación resultante es equivalente y su sentido es el mismo que el inicial.

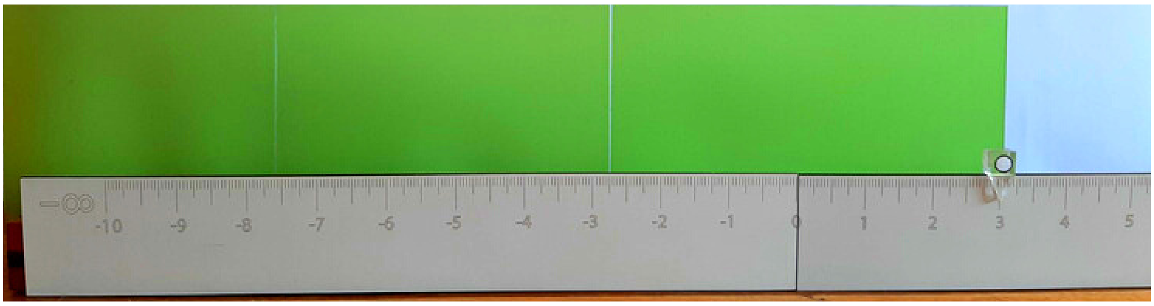
$$2A < 6$$

$$\frac{2A}{2} < \frac{6}{2} \rightarrow$$

Si a los dos miembros de una desigualdad se les multiplica o divide por un mismo **número positivo**, la desigualdad resultante es equivalente y su sentido es el mismo que el inicial.

$$\boxed{A < 3}$$

F) Pedir a un estudiante que utilizando el material concreto (recta numérica), represente el conjunto solución considerando todos los valores que harían verdadera la desigualdad obtenida, sin considerar el contexto del problema:



G) Conversar con los estudiantes alrededor de la siguiente preguntar y obtener una conclusión al respecto:

Teniendo en cuenta que la variable A representa los aros anotados por Alicia, ¿es correcto considerar también los valores negativos? ¿Por qué?

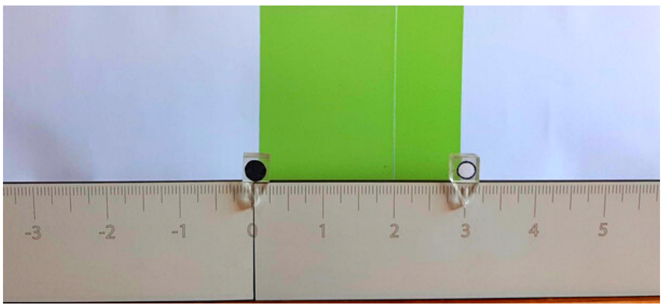
Se espera que las respuestas de los estudiantes estén relacionadas con lo que se menciona a continuación:

No es correcto considerar los valores negativos, ya que al hablar de aros anotados no podemos hablar de ellos utilizando números negativos, por ejemplo no se puede decir anoté -5 aros en la partido o he anotado -2 aros.

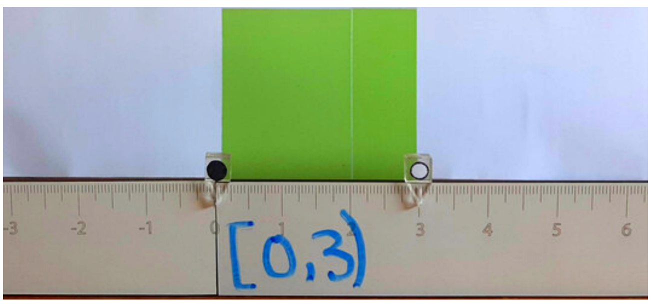
Conclusión:
El conjunto solución de una inecuación puede verse restringido por el contexto del problema.

H) Solicitar a un estudiante que modifique el área sombreada sobre la recta numérica, utilizando la simbología pertinente y de tal manera que las placas de colores cubran únicamente el conjunto solución que es apropiado al contexto del problema.

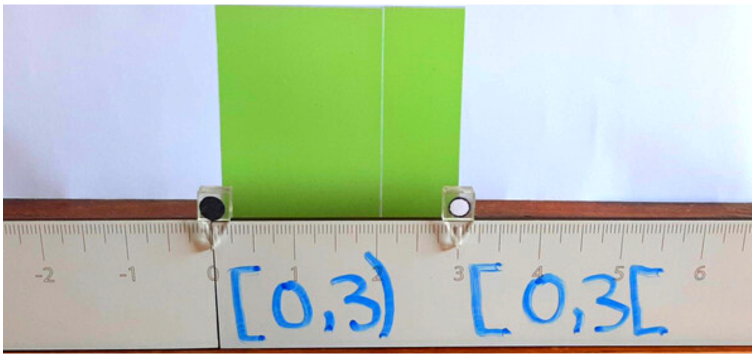
Se obtendrá lo siguiente:



I) Pedir a otro estudiante que sobre la regla adherida a la recta numérica y debajo del área sombreada, coloque con marcador lo representado en forma de intervalo.



J) Solicitar a otro estudiante que junto al intervalo anotado, reescriba el mismo pero con la otra simbología que se puede utilizar.



K) Indicar a los estudiantes que den respuesta a la pregunta del problema.

Respuesta esperada:

Alicia pudo haber anotado 0, 1 o 2 aros.

I) Verificar el conjunto solución haciendo uso de la balanza (material concreto), para ello indicar lo que representará cada color de masas:

Color tomate → Aros que pudo haber anotado Miriam

Color amarillo → Aros que pudo haber anotado Alicia

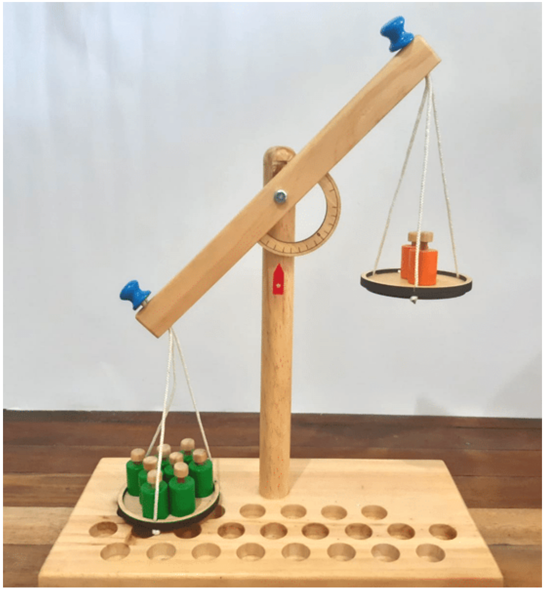
Color verde → Número de aros al que debe ser menor los anotados por ambas

J) Colocar las 8 masas de color verde en el platillo izquierdo de la balanza, después pedir a distintos estudiantes que representen cada una de las posibilidades de respuesta, mencionando los aros que pudo haber anotado Alicia y en consecuencia los que anotaría Miriam. Entonces, se obtendrá lo siguiente:

Primer estudiante

Aros anotados por Alicia: 0

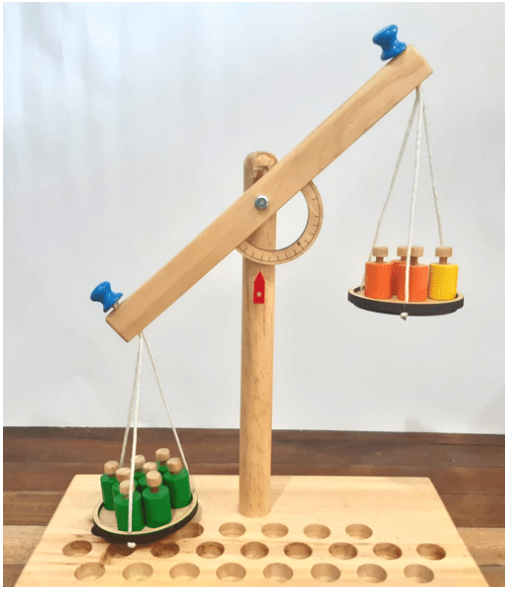
Aros anotados por Miriam: 2



Segundo estudiante

Aros anotados por Alicia: 1

Aros anotados por Miriam: 3



Tercer estudiante

Aros anotados por Alicia: 2

Aros anotados por Miriam: 4

K) Para apreciar mejor el porqué Alicia no pudo haber anotado 3 goles, considerar esa posibilidad y representarla con la balanza. Solicitar a los estudiantes que observen que sucede.

Aros anotados por Alicia: 3

Aros anotados por Miriam: 5

La condición es que los aros anotados entre Alicia y Miriam sean menores a 8, al considerarse la posibilidad de que Alicia anote 3 aros, entre ambas tendrían 8, no cumpliendo lo establecido.

L) Preguntar a los estudiantes lo siguiente:

¿Qué debería mencionar el enunciado para que el 3 formara parte del conjunto solución? Y de ser así, ¿qué símbolo se utilizaría en la inecuación ?

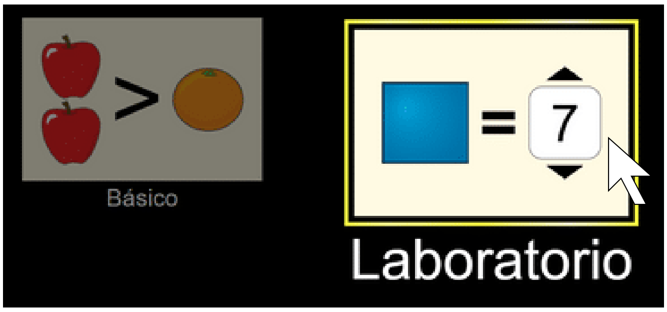
Respuesta esperada:

El enunciado debería mencionar que entre Alicia y Miriam marcaron 8 o menos aros, y entonces en la inecuación se utilizaría el símbolo "mayor o igual que", dando a entender que el 3 también es parte del conjunto solución.

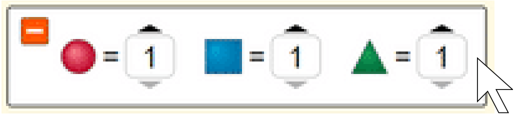
Para verificar la solución, también puede utilizarse el recurso tecnológico *"PhET Interactive Simulations".* Para ello, tener en cuenta las siguientes instrucciones:

a) Ingresar en el siguiente enlace y seleccionar la opción de "Laboratorio":

https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer-basics/latest/equality-explorer-basics_es.html



b) En la parte superior derecha, asignar el valor de 1 a cada figura.



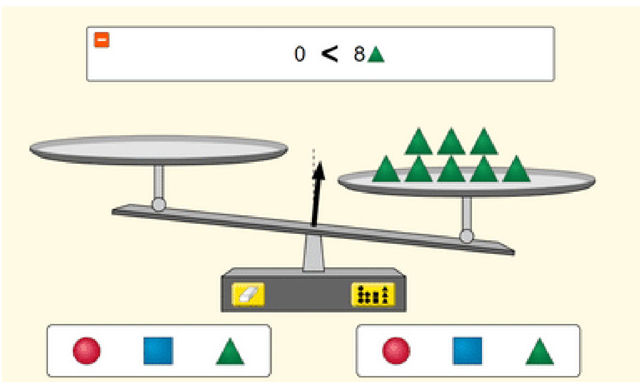
c) Elegir un color para hacer referencia a los aros anotados por Miriam, otro color para los anotados por Alicia y uno distinto para indicar el números de aros al cual debe ser menor los anotados por ambas. En este caso, a manera de ejemplo, trabajaremos con los siguientes colores:

Color rojo → Aros que pudo haber anotado Miriam

Color azul → Aros que pudo haber anotado Alicia

Color verde → Número de aros al que debe ser menor los anotados por ambas

d) Colocar las 8 masas de color verde en el platillo izquierdo de la balanza. Esto es necesario ya que debe trabajarse con el hecho de que entre ambas anotaron menos de 8 aros.



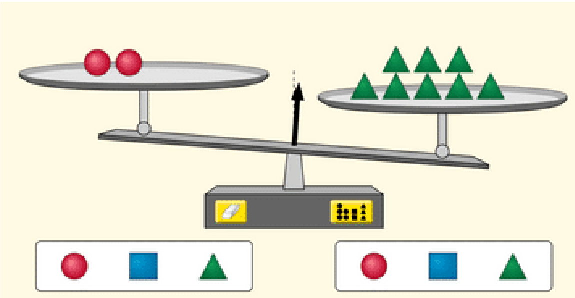
e) Preguntar a los estudiantes cuáles son las posibilidades de respuesta, es decir, los aros que pudo haber anotado Alicia y en consecuencia los que anotaría Miriam. Representarlos en la balanza, utilizando los colores que corresponden.

1

Aros anotados por Alicia: 0

Aros anotados por Miriam: 2

2● < 8▲

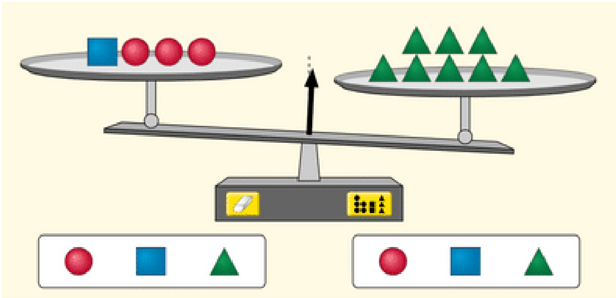


2

Aros anotados por Alicia: 1

Aros anotados por Miriam: 3

3● + 1■ < 8▲

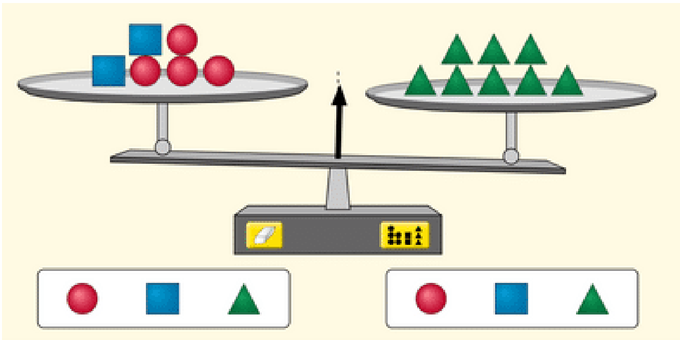


3

Aros anotados por Alicia: 2

Aros anotados por Miriam: 4

4● + 2■ < 8▲

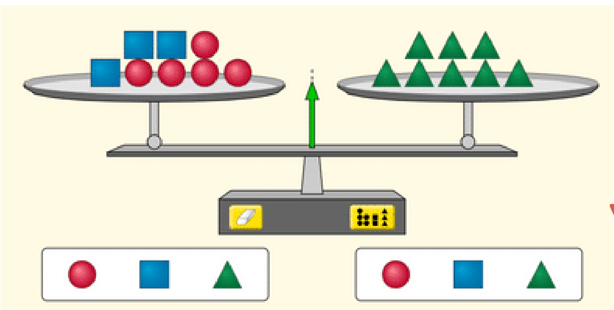


f) Cuestionar a los estudiantes acerca del por qué Alicia no pudo haber anotado 3 aros. Representar aquella situación con apoyo del simulador.

Aros anotados por Alicia: 3

Aros anotados por Miriam: 5

5● + 3■ = 8▲



La condición es que los aros anotados entre Alicia y Miriam sean **menores a 8**, al considerarse la posibilidad de que Alicia anote 3 aros, entre ambas tendrían 8, no cumpliendo lo establecido.

Por ello, la respuesta es que Alicia pudo haber marcado 0, 1 o 2 aros.

Para la siguiente actividad es necesario un proyector.

8. Proyectar cada uno de los ejemplos que se presentan a continuación y pedir a los estudiantes que mencionen la manera de representarlos usando una inecuación. Tanto al final de la clase como en Google Drive, encontrará la "Hoja para proyectar" correspondiente a esta actividad.

Primer ejemplo

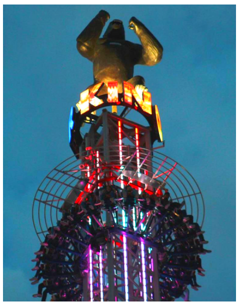
Esta señal de tránsito se utiliza para indicar el máximo de velocidad permitida en un tramo de vía para cualquier medio de transporte. Su fin es evitar accidentes según el diseño de la vía.

Siendo **x** la velocidad de cualquier medio de transporte, ¿cómo representar la velocidad que deben llevar dentro del límite establecido?

Respuesta esperada:

$$x \leq 50$$

Segundo ejemplo



En el parque de atracciones para utilizar el juego mecánico Mega King Tower o Torre King Kong el único requisito es alcanzar la altura óptima, considerada como regla de seguridad. Entonces, solo personas con estatura mínima de 1,50 metros podrán utilizarlo y vivir la experiencia.

Siendo **h** la altura de cualquier persona, ¿cómo representar la regla de seguridad que debe cumplirse?

Respuesta esperada:

$$h \geq 1{,}50$$

Pedir a los estudiantes que participen mencionando más ejemplos de la vida cotidiana que puedan representarse con el uso de inecuaciones.

CONSOLIDACIÓN

En clase

1. Presentar a los estudiantes las 5 inecuaciones que se encuentran a continuación.

1. $2(x+1)-3(x-2)<x+6$

2. $\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}>15$

3. $\frac{2x}{9}-\frac{2}{3}\leq 2-\frac{x+2}{6}$

4. $\frac{2}{3}\left[x-\left(1-\frac{x-2}{3}\right)\right]+1\leq x$

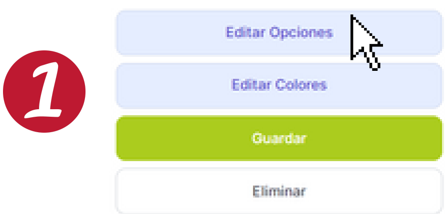
5. $2x+3+2(x+1)<-3(1-x)$

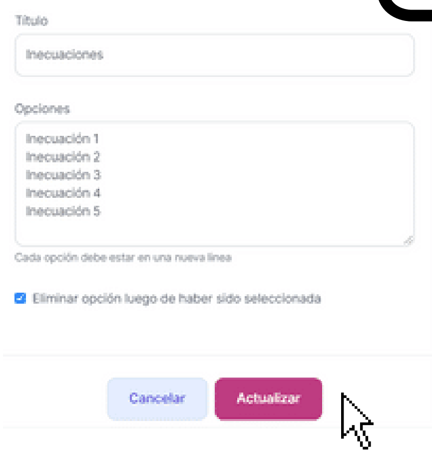
2. Proyectar la página a la que redirige el siguiente enlace:

https://app-sorteos.com/wheel/D5Q383

Aparecerá la página que se muestra a continuación:

3. Dar clic sobre "Editar Opciones" y seleccionar la casilla "Eliminar opción luego de haber sido seleccionada"con la finalidad de evitar que se repita la inecuación que previamente ha sido seleccionada. Finalmente presionar "Actualizar" para guardar los cambios realizados.





4. Girar la ruleta, para ello dar clic sobre el botón girar que se encuentra en el centro de la misma.

5. Pedir a un estudiante que resuelva la inecuación escogida aleatoriamente por la ruleta. Procurar que en esta actividad y las posteriores participen estudiantes que aún no lo han hecho.

Por ejemplo supongamos que tras hacer girar la ruleta se selecciona la siguiente inecuación:

Entonces, el estudiante debe resolver la inecuación número 1 de las 5 presentadas al inicio de la actividad, en este caso:

$$2(x+1)-3(x-2)<x+6$$

6. Una vez resuelta la inecuación, verificar que esté correcto el proceso o caso contrario, junto con los estudiantes, realizar las correcciones que sean pertinentes a modo de retroalimentación.

7. Solicitar a otro estudiante que utilizando la recta numérica (material concreto) represente el conjunto solución seleccionando los accesorios adecuados.

8. Otro estudiante será el encargado de escribir debajo del conjunto solución, su representación en forma de intervalo. Adicionalmente, indicar que en caso de ser posible lo represente usando los dos tipos de simbología equivalente.

9. Girar nuevamente la ruleta y trabajar con los estudiantes la inecuación ahora seleccionada de la misma manera que la primera.

Por ejemplo, si al hacer girar nuevamente la ruleta la inecuación seleccionada es la siguiente:

Entonces, el estudiante debe resolver la inecuación número 5, en este caso:

$$2x + 3 + 2(x + 1) < -3(1 - x)$$

Otros estudiantes serán los encargados de representar el conjunto solución sobre la recta numérica (material concreto) y escribir debajo su representación en forma de intervalo.

A continuación se presenta la resolución de cada inecuación, así como su representación sobre la recta numérica y en forma de intervalo.

1 $2(x + 1) - 3(x - 2) < x + 6$

$$2x + 2 - 3x + 6 < x + 6$$

$$-x + 8 < x + 6$$

$$-x - x < 6 - 8$$

$$-2x < -2$$

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{-2}{-2}$$

$$\boxed{x > 1}$$

2 $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} > 15$

mcm: 6

$$6 \cdot \frac{1}{3}x - 6 \cdot \frac{1}{2} > 6 \cdot 15$$

$$2x - 3 > 90$$

$$2x > 90 + 3$$

$$2x > 93$$

$$\frac{2x}{2} > \frac{93}{2}$$

③ $\frac{2x}{9} - \frac{2}{3} \leq 2 - \frac{x+2}{6}$

mcm: 18

$$18 \cdot \frac{2x}{9} - 18 \cdot \frac{2}{3} \leq 18 \cdot 2 - 18 \cdot \left(\frac{x+2}{6}\right)$$

$$2 \cdot 2x - 6 \cdot 2 \leq 36 - 3(x+2)$$

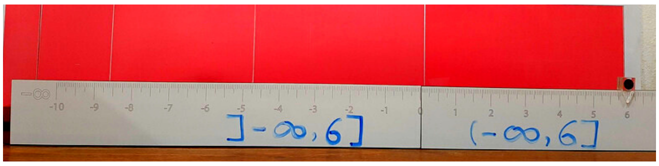
$$4x - 12 \leq 36 - 3x - 6$$

$$4x + 3x \leq 36 - 6 + 12$$

$$7x \leq 42$$

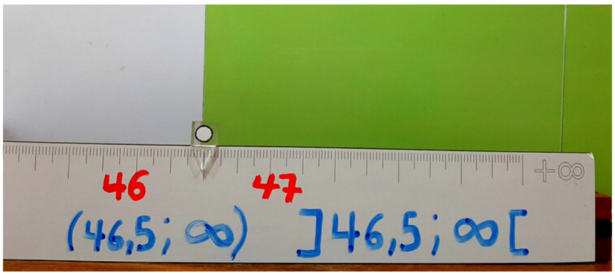
$$\frac{7x}{7} \leq \frac{42}{7}$$

$$\boxed{x \leq 6}$$



$$x > \frac{93}{2}$$

$$\boxed{x > 46{,}5}$$



④ $\frac{2}{3}\left[x - \left(1 - \frac{x-2}{3}\right)\right] + 1 \leq x$

$$\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + \frac{2(x-2)}{9} + 1 \leq x$$

mcm: 9

$$9 \cdot \frac{2}{3}x - 9 \cdot \frac{2}{3} + 9 \cdot \frac{2(x-2)}{9} + 9 \cdot 1 \leq 9x$$

$$3 \cdot 2x - 3 \cdot 2 + 2(x-2) + 9 \leq 9x$$

$$6x - 6 + 2x - 4 + 9 \leq 9x$$

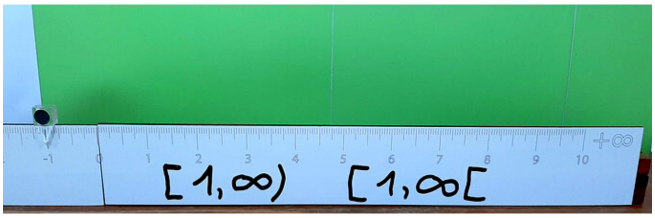
$$8x - 1 \leq 9x$$

$$8x - 9x \leq 1$$

$$-x \leq 1$$

$$\frac{-x}{-1} \leq \frac{1}{-1}$$

$$\boxed{x \geq -1}$$



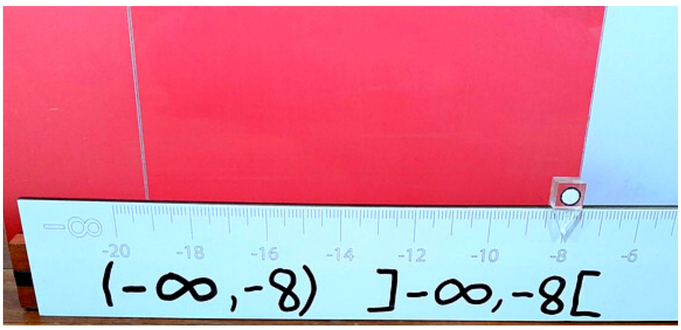
⑤ $2x + 3 + 2(x+1) < -3(1-x)$

$$2x + 3 + 2x + 2 < -3 + 3x$$

$$4x + 5 < -3 + 3x$$

$$4x - 3x < -3 - 5$$

$$\boxed{x < -8}$$



Para la casa

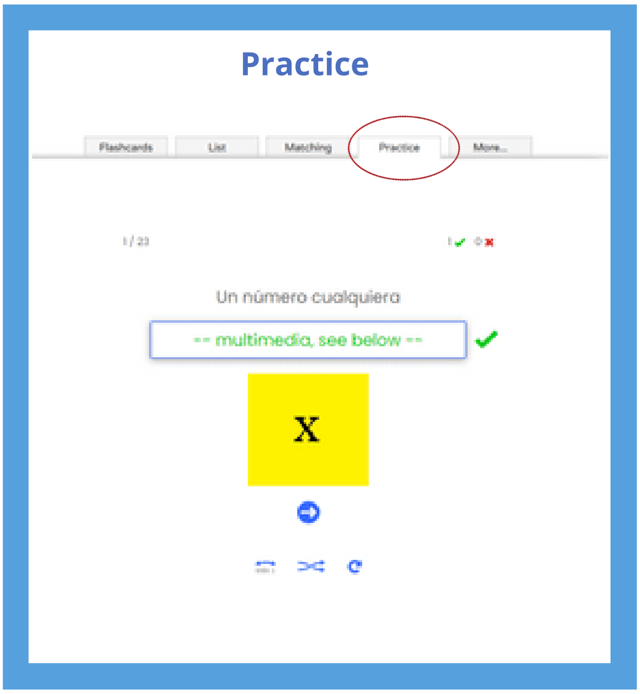
1. Las 3 inecuaciones que no fueron seleccionadas por la ruleta serán enviadas de tarea para los estudiantes. Pedir que realicen lo siguiente:

- Resolver la inecuación.
- Graficar el conjunto solución sobre la recta numérica.
- Expresar la solución como intervalo.

2. Compartir con los estudiante el enlace de la actividad de "Flashcards" y solicitar que practiquen la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa, seleccionando las actividades "List", "Matching" o "Practice" que se encuentran en la barra superior de la actividad.

https://www.flippity.net/fc.php?k=1lpM7PTTibnjpNSmZGcTDuYKTXM2q8Lkw6wNrQLYXf5I

Así los estudiantes tendrán 3 actividades dinámicas distintas para practicar:



Matching

3. Solicitar a los estudiantes que planteen la inecuación correspondiente a cada uno de los enunciados a continuación, la resuelven, interpreten la solución obtenida y la representen sobre la recta numérica y en forma de intervalo. Posteriormente dar respuesta a la pregunta correspondiente de cada enunciado.

Recalcar que es importante considerar el contexto del problema para interpretar correctamente la solución obtenida.

Enunciado 1

En el valle de Yunguilla la familia Suárez tiene dos terrenos; uno de ellos tiene la forma de un triángulo equilátero de lado **a** y el otro es un rectángulo que posee de ancho 4 dam y de largo **a.** Determine para qué valores de **a** el perímetro del terreno rectangular es superior al del terreno triangular.

Enunciado 2

El padre de Lucía le propuso resolver el siguiente desafío a su hija para darle permiso de asistir a la fiesta de 15 años de su amiga: "*el doble de la suma de un número más tres unidades es más grande que el triple de este número más diez unidades, ¿de qué número se trata*?" ¿A que solución debe llegar Lucía para poder acudir a la fiesta?

Enunciado 3

El letrero del ascensor de un edificio dice: "Peso máximo 450 kilos". Pedro, el conserje del edificio, quien pesa 98 kilos, debe subir cajas del primer al quinto piso. Si cada caja pesa 35 kilos,

a) ¿Cuál es el número máximo de cajas que Pedro puede colocar en el ascensor si él decide subir por la escalera?

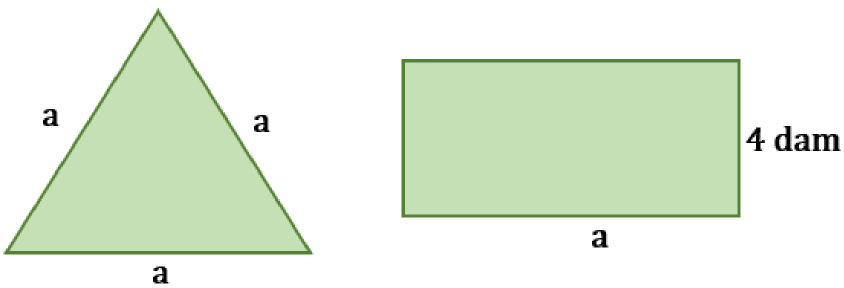
b) ¿Cuántas podrá llevar en cada viaje si Pedro decide subir también en el ascensor?

Planteo, resolución y representación del conjunto solución de cada enunciado:

Enunciado 1

- Esquema que ayuda a resolver el problema:

Terreno triangular   Terreno rectangular



- Planteamiento y resolución:

$$P_{rectángulo} > P_{triángulo}$$

$$a + a + 4 + 4 > a + a + a$$

$$2a + 8 > 3a$$

$$2a - 3a > -8$$

$$-a > -8$$

$$\frac{-a}{-1} > \frac{-8}{-1}$$

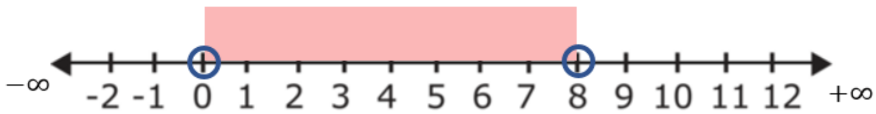
$$\boxed{a < 8}$$

- Interpretación de la solución obtenida:

Como el problema hace referencia a medidas de un terreno, no es correcto considerar los valores negativos y tampoco el 0, ya que con este valor no existiría terreno, por tanto, no habría perímetro de ningún terreno para realizar alguna comparación. Entonces el conjunto solución es:

$$0 < a < 8$$

- Gráfica sobre la recta numérica:



- Conjunto solución en forma de intervalo:

$$(0\,,8) \;\; o \;\;]0\,,8[$$

- Respuesta:

El perímetro del terreno rectangular es mayor al perímetro del terreo triangular para los valores de a mayores a 0 y menores a 8 dam.

Enunciado 2

- Planteamiento y resolución:

Representando el número como x:

$$2(x+3) > 3x+10$$

$$2x+6 > 3x+10$$

$$2x-3x > 10-6$$

$$-x > 4$$

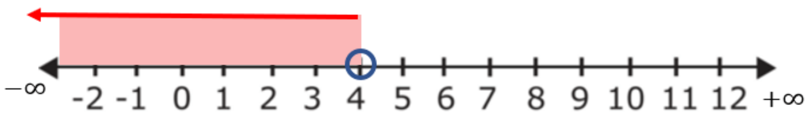
$$\frac{-x}{-1} > \frac{4}{-1}$$

$$\boxed{x < -4}$$

- Interpretación de la solución obtenida:

Como el enunciado no menciona que el número se restringe a algún conjunto numérico en específico, entonces, se considera todo el conjunto solución obtenido.

- Gráfica sobre la recta numérica:



- Conjunto solución en forma de intervalo:

$$(-\infty\,,4)\;\; o\;\;]-\infty\,,4[$$

- Respuesta:

Para poder acudir a la fiesta, Lucía debe llegar a la solución de que el número solicitado se trata de cualquier valor menor a 4.

Enunciado 3

- Planteamiento y resolución para el literal a):

Representaremos con la variable n al número de cajas:

$$35n \leq 450$$

$$\frac{35}{35}n \leq \frac{450}{35}$$

$$n \leq \frac{90}{7}$$

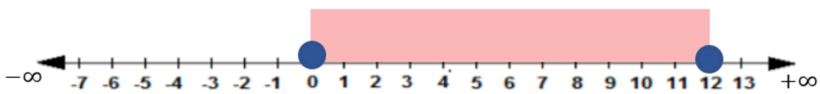
$$\boxed{n \leq 12{,}85}$$

- Interpretación de la solución obtenida:

Como el problema se refiere al número de cajas, solo se debe considerar cantidades enteras positivas y el cero, así el conjunto solución se vería limitado y el número de cajas que cumplen con el peso máximo se representaría como:

$$0 \leq n \leq 12$$

- Gráfica sobre la recta numérica:



- Conjunto solución en forma de intervalo:

$$[0\,,12]$$

- Respuesta:

Si Pedro decide subir por la escalera puede colocar en el ascensor máximo 12 cajas.

- Planteamiento y resolución para el literal b):

Representaremos con la variable n al número de cajas:

$$35n + 98 \leq 450$$

$$35n \leq 450 - 98$$

$$35n \leq 352$$

$$\frac{35}{35}n \leq \frac{352}{35}$$

$$n \leq \frac{352}{35}$$

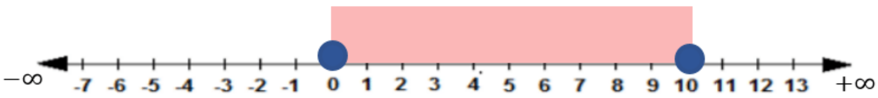
$$\boxed{n \leq 10{,}06}$$

- Interpretación de la solución obtenida:

Como el problema se refiere al número de cajas, solo se debe considerar cantidades enteras positivas y el cero, así el conjunto solución se vería limitado y el número de cajas que cumplen con el peso máximo se representaría como:

$$0 \leq n \leq 10$$

- Gráfica sobre la recta numérica:



- Conjunto solución en forma de intervalo:

$$[0\,,10]$$

- Respuesta:

Si Pedro decide subir también por el ascensor podrá llevar en cada viaje máximo 10 cajas.

Puede proyectar la hoja con los enunciados y pedir a los estudiantes que los copien, entregar a cada uno una hoja de manera impresa o subir el documento a la plataforma virtual que el docente utilice. Este material lo encuentra al final de la clase y también en la carpeta de Google Drive en la carpeta respectiva.

Google Drive

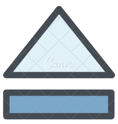
Problemas: Inecuaciones de primer grado con una incógnita

- Plantear la inecuación correspondiente a cada uno de los enunciados
- Resolver la inecuación planteada
- Interpretar la solución obtenida y la representarla sobre la recta numérica y en forma de intervalo.

Dar respuesta a la pregunta correspondiente de cada enunciado.

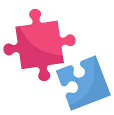
Recordar que es importante considerar el contexto del problema para interpretar correctamente la solución obtenida.

Enunciado 1



En el valle de Yunguilla la familia Suárez tiene dos terrenos; uno de ellos tiene la forma de un triángulo equilátero de lado **a** y el otro es un rectángulo que posee de ancho 4 dam y de largo **a.** Determine para qué valores de **a** el perímetro del terreno rectangular es superior al del terreno triangular.

Enunciado 2



El padre de Lucía le propuso resolver el siguiente desafío a su hija para darle permiso de asistir a la fiesta de 15 años de su amiga: "*el doble de la suma de un número más tres unidades es más grande que el triple de este número más diez unidades, ¿de qué número se trata*?" ¿A que solución debe llegar Lucía para poder acudir a la fiesta?

Enunciado 3

El letrero del ascensor de un edificio dice: "Peso máximo 450 kilos". Pedro, el conserje del edificio, quien pesa 98 kilos, debe subir cajas del primer al quinto piso. Si cada caja pesa 35 kilos,

a) ¿Cuál es el número máximo de cajas que Pedro puede colocar en el ascensor si él decide subir por la escalera?

b) ¿Cuántas podrá llevar en cada viaje si Pedro decide subir también en el ascensor?

CLASE 6

Inecuaciones de segundo grado con una incógnita

x^2

Las inecuaciones de segundo grado con una incógnita, son un contenido adicional al propuesto por el currículo ecuatoriano.

Objetivo General

- Al concluir esta clase, el estudiante planteará y resolverá inecuaciones cuadráticas con una incógnita, identificará su conjunto solución sobre la recta numérica y lo expresará en forma de intervalo, así como interpretará el resultado obtenido dentro del contexto del problema.

Duración sugerida: 80 minutos

ANTICIPACIÓN

1. Plantear ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita y pedir a los estudiantes que determinen a qué grado pertenecen cada una.

Ejemplo de ecuaciones a plantear:

$$x^2 - 3x + 5 = 2x - 3$$

$$x^2 = x + 2$$

$$x - 12 + 8x = 0$$

$$x^2 - 3x + 5 = 2x - 3$$

$$-4x = -x + 24$$

2. Preguntar a los estudiantes: ¿De qué depende el grado de una ecuación?

Al socializar las respuestas obtenidas se espera llegar a lo siguiente:

El grado de una ecuación lo determina el mayor exponente de la incógnita o variable.

3. Pedir a los estudiantes que recuerden con qué nombre se les conoce a los valores que son solución de una ecuación en general.

A los valores que son solución de una ecuación también se les conoce como **raíces de la ecuación.**

4. Recordar a los estudiantes la manera en la que se puede encontrar las raíces de una ecuación cuadrática.

Dependiendo de la ecuación cuadrática existen 3 alternativas para encontrar sus raíces:

1. Factorizando utilizando el método de aspas.
2. Mediante la aplicación de la fórmula general. $\mathbf{x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$
3. Completando el cuadrado.

CONSTRUCCIÓN

1. En base a las respuestas anteriores, preguntar a los estudiantes: ¿Qué es una inecuación de segundo grado?

Establecer la siguiente conclusión:

Una inecuación de segundo grado es una desigualdad algebraica en donde la variable de mayor exponente es de grado dos.

A una inecuación de segundo grado también se la conoce como **inecuación cuadrática.**

2. Solicitar a los estudiantes que mencionen ejemplos de inecuaciones de segundo grado con una incógnita. Anotarlas en el pizarrón.

Inecuaciones de segundo grado con una incógnita

En caso de que algún ejemplo mencionado sea erróneo dar una explicación apropiada del por qué.

3. Resolver en el pizarrón la siguiente inecuación de segundo grado. Indicar paso a paso lo que se realiza.

$$(x-2)^2 \geq -2(x^2-12)$$

$$x^2-4x+4 \geq -2x^2+24$$

Eliminar paréntesis

$$x^2-4x+4+2x^2-24 \geq 0$$

Transposición de términos aplicando las propiedades de las desigualdades, de tal manera que en el miembro derecho no quede ningún término.

$$3x^2-4x-20 \geq 0$$

Realizar las operaciones indicadas entre términos semejantes

$$3x^2-4x-20 \geq 0$$

$$\begin{array}{lcrcr} 3x & & -10 & = & -10x \\ x & & 2 & = & 6x \\ \hline & & & = & -4x \end{array}$$

Factorizar

$$(3x-10)(x+2) \geq 0$$

Escribir la inecuación factorizada

$$3x-10=0 \quad y \quad x+2=0$$

Igualar a cero cada uno de los factores

$$3x=10 \quad y \quad x=-2$$

Despejar la variable en cada caso

$$\boxed{x=\frac{10}{3} \quad y \quad x=-2}$$

A estos valores los llamaremos **"Puntos críticos"**

Indicar que también se pueden hallar esos puntos si se aplica la fórmula general, de la siguiente manera:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 3$

$b = -4$

$c = -20$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(3)(-20)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 240}}{6}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{256}}{6}$$

$$x = \frac{\cancel{4} \pm \cancel{16}}{\cancel{6}}$$

$$x = \frac{2 \pm 8}{3}$$

$$x_1 = \frac{2+8}{3} \quad y \quad x_2 = \frac{2-8}{3}$$

$$x_1 = \frac{10}{3} \quad y \quad x_2 = \frac{-6}{3}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{10}{3} \quad y \quad x_2 = -2}$$

Puntos críticos

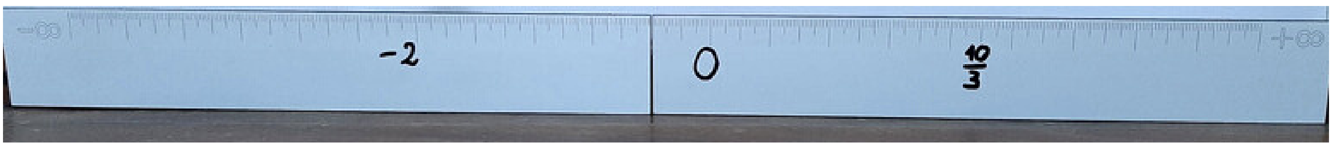
A continuación se trabajará con la recta numérica (material concreto).

4. Preguntar a los estudiantes:
¿Qué simbología se utiliza sobre la recta numérica cuando el símbolo de la inecuación es "mayor o igual que" así como cuando es "menor o igual que"?

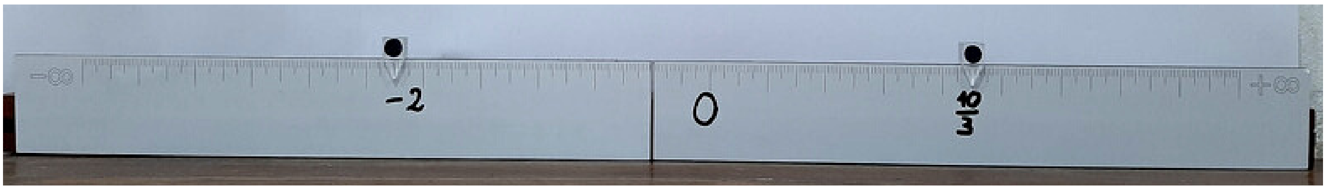
Respuesta esperada:

Sobre la recta numérica se utiliza círculos rellenos.

5. Pedir a un estudiante que adhiera al frente de la recta numérica la regla sin numeración y que sobre esta, con marcador, coloque el cero y los puntos críticos, ya sea a la izquierda o derecha del cero según corresponda.

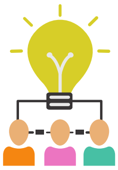


6. Solicitar a otro estudiante que sobre los puntos críticos coloque la simbología que corresponde.



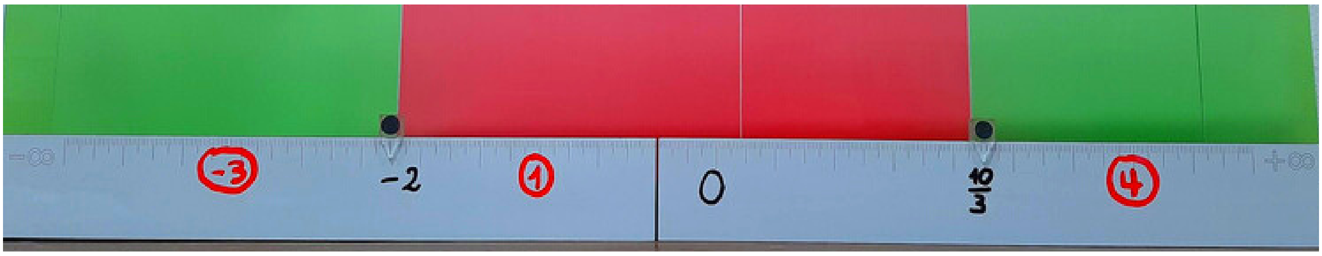
7. Indicar a los estudiantes que se han formado 3 intervalos distintos sobre la recta numérica. Para diferenciarlos, deslizar placas de colores por el primer riel de manera que cubran cada intervalo. Para diferenciar cada uno de estos, alternar el color de las placas.

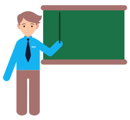
Tal como se muestra a continuación:



8. Pedir a los estudiantes que mencionen números que formen parte de cada intervalo, diferentes del punto crítico. Colocar cada uno de ellos en la recta numérica y encerrarlos con un círculo.

Por ejemplo:





9. En conjunto con los estudiantes, en el pizarrón, tomar los puntos seleccionados de cada intervalo y evaluarlos:

Se evaluará en $(3x - 10)(x + 2)$

$$P(-3) = (3 \cdot (-3) - 10)(-3 + 2)$$
$$P(-3) = (-9 - 10)(-1)$$
$$P(-3) = (-19)(-1)$$
$$P(-3) = 19$$

$$P(1) = (3 \cdot 1 - 10)(1 + 2)$$
$$P(1) = (3 - 10)(3)$$
$$P(1) = (-7)(3)$$
$$P(1) = -21$$

$$P(4) = (3 \cdot 4 - 10)(4 + 2)$$
$$P(4) = (12 - 10)(6)$$
$$P(4) = (2)(6)$$
$$P(4) = 12$$

10. Colocar debajo de cada intervalo el signo que se obtuvo en el resultado tras evaluar un punto perteneciente a cada uno.

Tal como se muestra a continuación:

11. Realizar las siguientes preguntas a los estudiantes:

a) Considerando que en la inecuación se establece que el resultado debe ser mayor o igual a cero, entonces, teniendo en cuenta el signo de un número, **¿qué valores son mayores a cero?**

Respuesta esperada:

Los números positivos.

b) ¿Dentro de que intervalo se obtuvo una respuesta positiva?

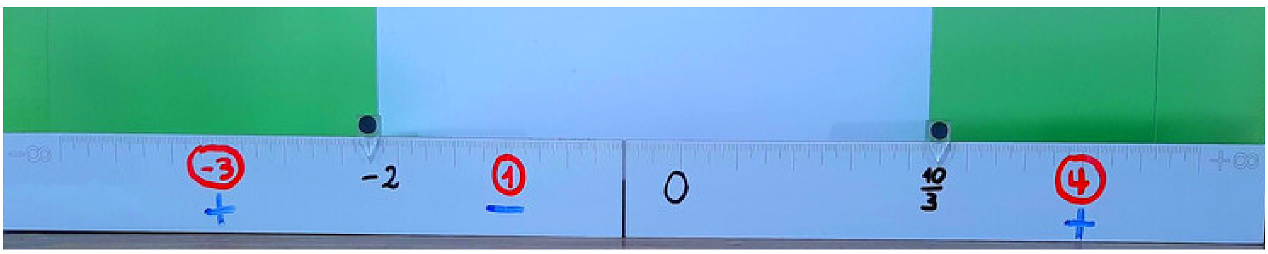
Respuesta esperada:

Dentro del intervalo comprendido de **$-\infty$** a **-2** y también en el intervalo comprendido de $\mathbf{\frac{10}{3}}$ a $\mathbf{\infty}$.

Entonces el conjunto solución corresponderá a la **unión** de ambos intervalos.

12. Mantener las placas de color en el intervalo con signo positivo y quitar las placas de color que se encuentran en el intervalo con signo negativo.

Entonces, se obtendrá lo siguiente:



Corresponde a la representación gráfica del conjunto solución

13. Solicitar a un estudiante que exprese en forma de intervalo lo que se encuentra representado sobre la recta numérica. Indicar que de ser posible represente de dos maneras usando la simbología alternativa.

1. $(-\infty, -2] \cup [\frac{10}{3}, \infty)$
2. $]-\infty, -2] \cup [\frac{10}{3}, \infty[$

Corresponde al conjunto solución en forma de intervalo

Tener en cuenta que en matemáticas existen distintos caminos para llegar a una misma solución.

A continuación revisaremos un problema relacionado con inecuaciones de segundo grado con una incógnita, resuelto de distintas maneras.

Para la siguiente actividad es necesario un proyector y la recta numérica (material concreto).

14. Ingresar al siguiente enlace:

https://es.liveworksheets.com/hf2587403ej

Nos redirigirá a una ficha interactiva que debe ser llenada en conjunto con los estudiantes.


Inecuaciones de segundo grado con una incógnita

Plantear la inecuación correspondiente a la siguiente situación:

María José llevó $120 a un centro comercial para comprar juguetes. Ella tiene cierta cantidad de juguetes cuyo costo unitario excede en 2 al número de juguetes.

a) Determine cuántos juguetes pudo haber comprado.
b) Si compró la máxima cantidad de juguetes posible, ¿cuánto dinero le quedó después de dicha compra?

Inecuación correspondiente:

Si **n** corresponde al número de juguetes:

Arrastrar la inecuación adecuada

$n(n+2) \geq 120$ $n(n+2) \leq 120$ $n(n+2) < 120$

Una vez resuelta la inecuación, colocar los puntos críticos obtenidos. Primero escribir el menor valor obtenido y posteriormente el mayor.

Puntos críticos: n = ☐ y n = ☐

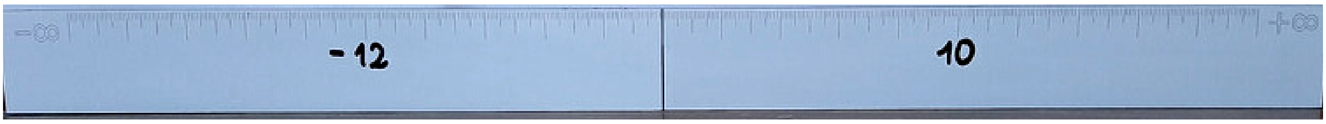
15. Seguir las instrucciones a continuación:

A) Para completar la primer actividad propuesta, leer el problema planteado y decidir en conjunto con los estudiantes la inecuación apropiada para el mismo.

B) Pedir a los estudiantes que la resuelvan en su cuaderno, y mencionen los puntos críticos obtenidos, con la finalidad de completar la segunda actividad.

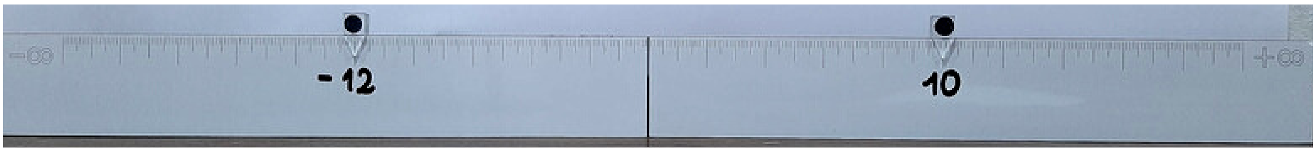
C) Solicitar a un estudiante que sobre la recta numérica adhiera la regla sin numeración y ubique los puntos críticos obtenidos.

Se obtendrá lo siguiente:



D) Pedir a otro estudiante que coloque sobre los puntos críticos la simbología apropiada de acuerdo al símbolo de la inecuación.

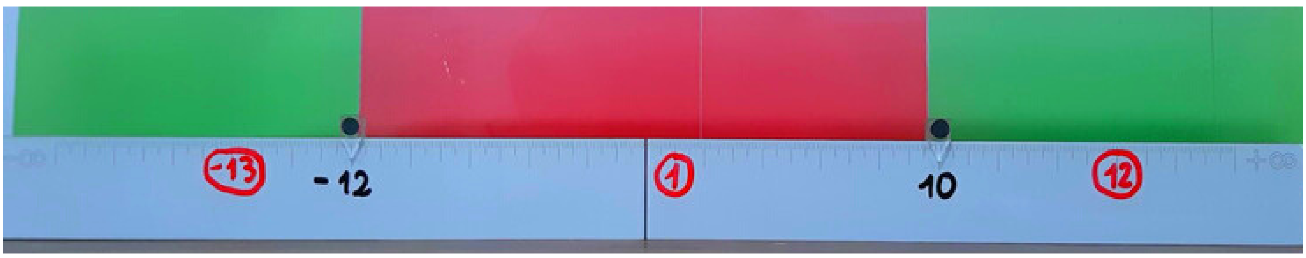
Obteniéndose lo que se indica a continuación:



E) Deslizar sobre el primer riel las placas de colores, alternándolas a fin de diferenciar los 3 intervalos que se han formado.

F) Los estudiantes serán los encargados de identificar en cada intervalo un valor que forma parte del mismo. Ubicar estos números en la recta numérica y encerrarlos en un círculo.

Por ejemplo:



G) Solicitar a los estudiantes que evalúen cada uno de los valores.

Tomando los números del ejemplo:

Se evaluará en $\rightarrow$ $(n+12)(n-10)$

$$P(-13) = (-13+12)(-13-10)$$
$$P(-13) = (-1)(-23)$$
$$P(-13) = 23$$

$$P(1) = (1+12)(1-10)$$
$$P(1) = (13)(-9)$$
$$P(1) = -117$$

$$P(12) = (12+12)(12-10)$$
$$P(12) = (24)(2)$$
$$P(12) = 48$$

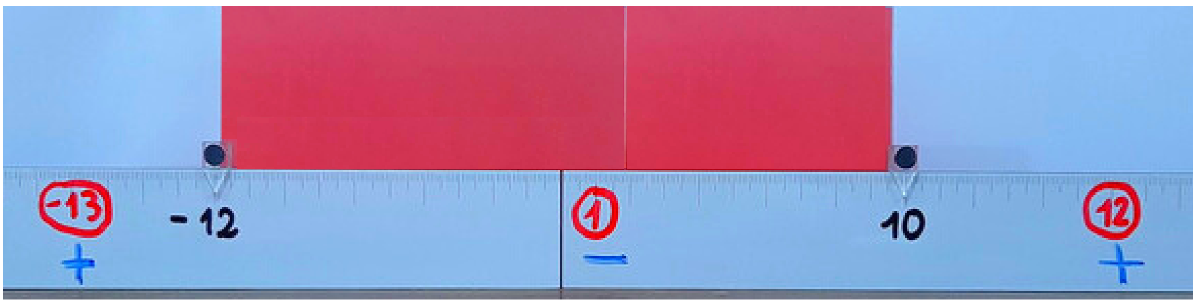
H) Pedir a un estudiante que debajo de cada intervalo coloque el signo que se obtuvo tras evaluar un punto perteneciente a cada uno.

I) Preguntar a los estudiantes: ¿cuál es el intervalo solución correspondiente a la inecuación del problema? De acuerdo a la respuesta, quitar las placas de color que se encuentran sobre el o los intervalos que no forman parte de la solución.

Respuesta esperada:

El intervalo solución corresponde a la región en la que se encuentra el signo negativo.

Sobre la recta numérica:



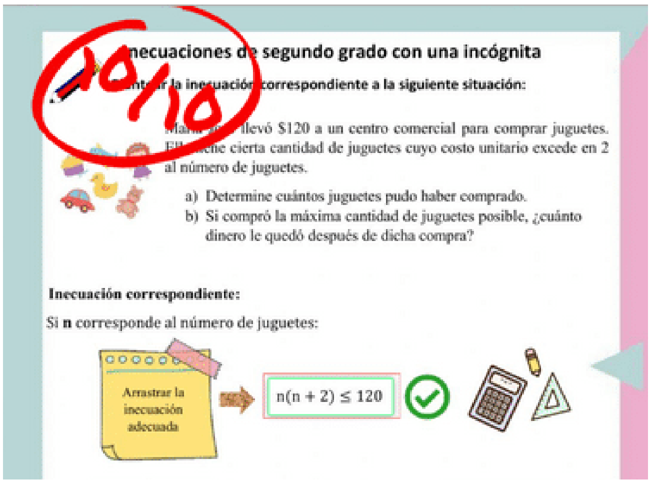
J) En base a lo representado sobre la recta numérica, en conjunto con los estudiantes continuar realizando las siguientes actividades de la ficha interactiva.

El docente debe guiar a los estudiantes y despejar sus dudas, en caso de haberlas, al momento de completar las actividades de la ficha interactiva. Además, será el encargado de realizar las respectivas aclaraciones en los otros métodos de resolución del problema.

16. Al finalizar la clase dar clic sobre el botón ¡Terminado! con el fin de apreciar la calificación obtenida por el curso. También se visualizarán los errores en caso de haberlos cometido.

La calificación aparecerá en la parte superior de la primera página de la ficha interactiva.

Es importante que el docente realice la retroalimentación apropiada.



Al ingresar al siguiente enlace tendrá acceso a la carpeta con el material respectivo cada una de las clases. Ingresar a la carpeta **Clase 6** para visualizar la interactiva resuelta.

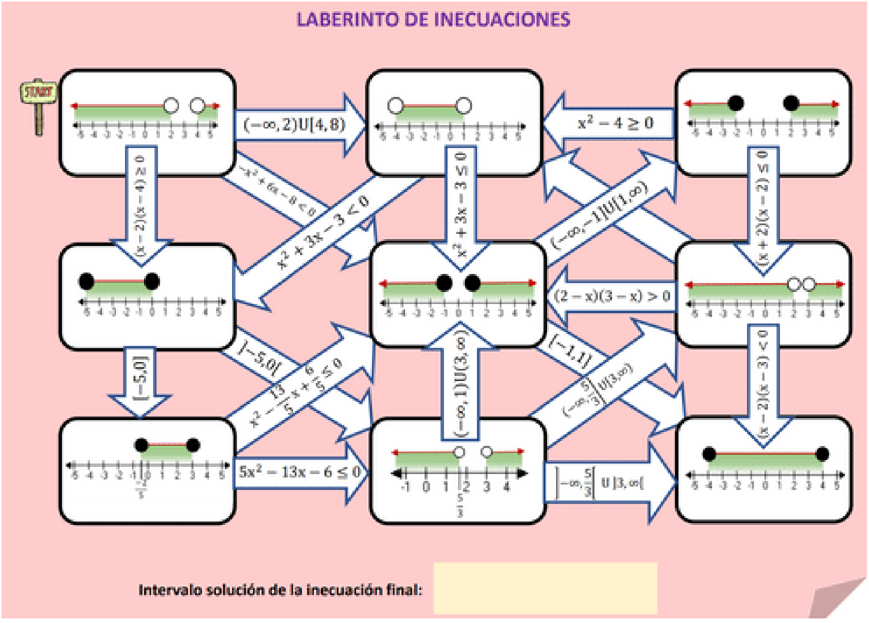
https://drive.google.com/drive/folders/18iEtwJ6DSkYj_wHCrfjH3CQpivmJj5sk?usp=sharing

CONSOLIDACIÓN

Para la casa

1. Entregar a cada estudiante un laberinto de inecuaciones de segundo grado con una incógnita. El laberinto se encuentra en la carpeta de Google Drive en la clase respectiva y también al final de esta clase.

Laberinto de inecuaciones ACTIVIDAD.pdf



2. Explicar a los estudiantes en qué consiste la actividad.

1. La actividad inicia en la recta numérica junto al letrero de **START.**

2. Decidir cuál de los caminos contiene la inecuación o solución que corresponde a lo representado sobre la recta numérica.

3. Colorear el camino elegido, el cual conducirá a la siguiente recta numérica. Nuevamente decidir cuál camino contiene una inecuación o intervalo solución apropiada y colorearlo. Realizar lo mismo hasta donde sea posible.

4. Al llegar a la última inecuación, expresar lo representado sobre la recta numérica en el recuadro inferior.

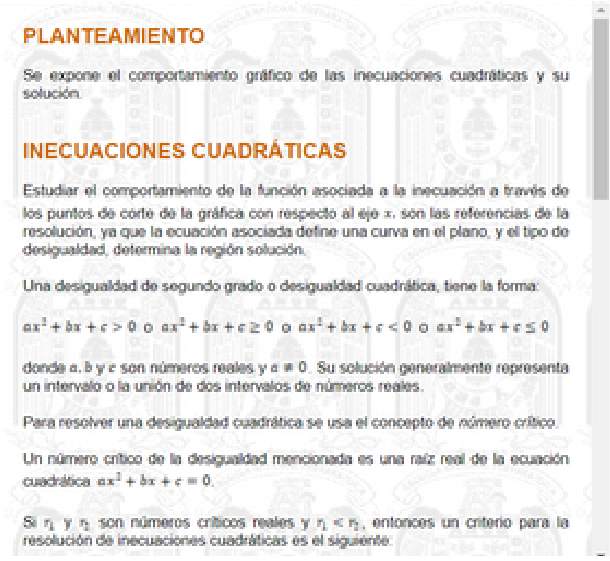
Intervalo solución de la inecuación final:

Para justificar la elección de cada camino, pedir a los estudiantes que realicen en su cuaderno de trabajo el procedimiento de resolución de las inecuaciones planteadas.

Se ha revisado 3 métodos de resolución distintos, en cada inecuación utilizar un proceso de resolución diferente para ponerlos en práctica.

4. Compartir con los estudiantes el siguiente enlace, el cual los redirigirá a una página que permite encontrar el conjunto solución de una inecuación cuadrática con una incógnita, graficando la parábola asociada a la misma con ayuda del software GeoGebra.

http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/tsm/Applets_Geogebra/grainecuad.html



PLANTEAMIENTO

Se expone el comportamiento gráfico de las inecuaciones cuadráticas y su solución.

INECUACIONES CUADRÁTICAS

Estudiar el comportamiento de la función asociada a la inecuación a través de los puntos de corte de la gráfica con respecto al eje x, son las referencias de la resolución, ya que la ecuación asociada define una curva en el plano, y el tipo de desigualdad, determina la región solución.

Una desigualdad de segundo grado o desigualdad cuadrática, tiene la forma:

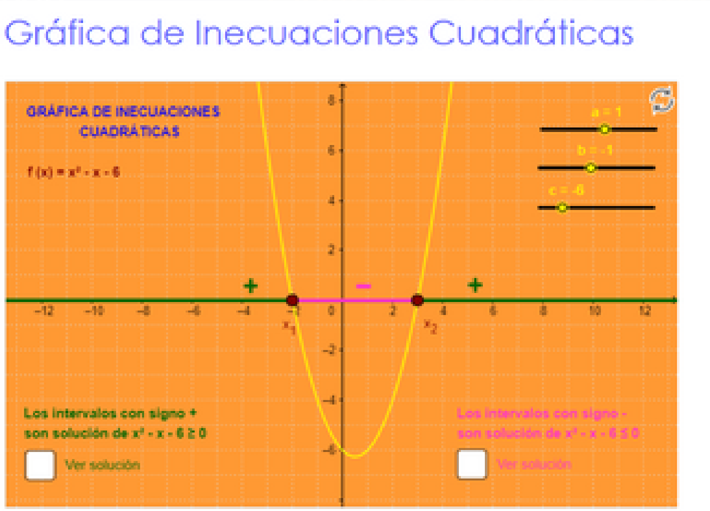
$ax^2+bx+c>0$ o $ax^2+bx+c\geq 0$ o $ax^2+bx+c<0$ o $ax^2+bx+c\leq 0$

donde a, b y c son números reales y $a\neq 0$. Su solución generalmente representa un intervalo o la unión de dos intervalos de números reales.

Para resolver una desigualdad cuadrática se usa el concepto de *número crítico*.

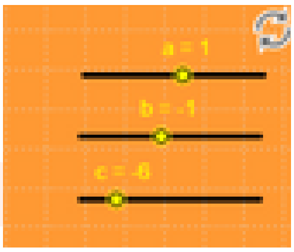
Un número crítico de la desigualdad mencionada es una raíz real de la ecuación cuadrática $ax^2+bx+c=0$.

Si r_1 y r_2 son números críticos reales y $r_1<r_2$, entonces un criterio para la resolución de inecuaciones cuadráticas es el siguiente:

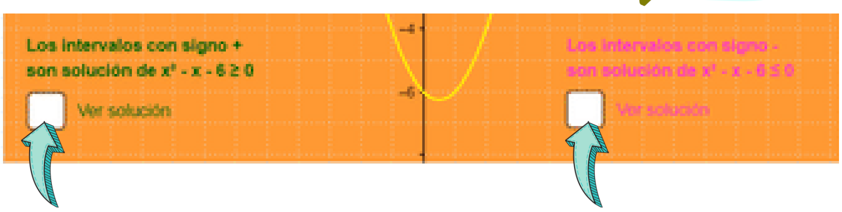


5. Mencionar a los estudiantes que pueden usar esta página como medio de verificación de sus resultados. Dar una breve explicación de su funcionamiento.

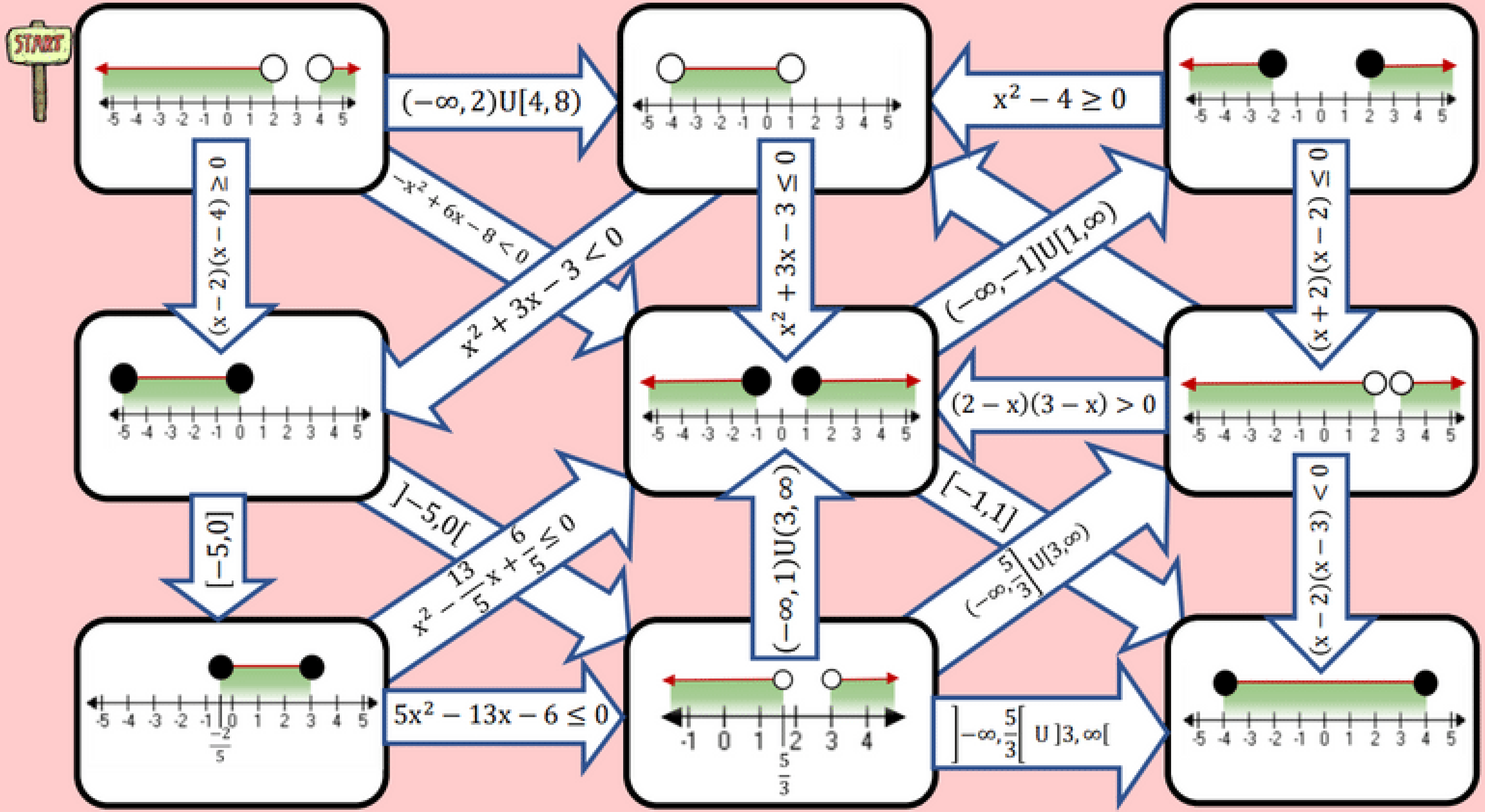
Indicar que moviendo los deslizadores de la parte superior derecha pueden ir generando la función a la inecuación correspondiente.



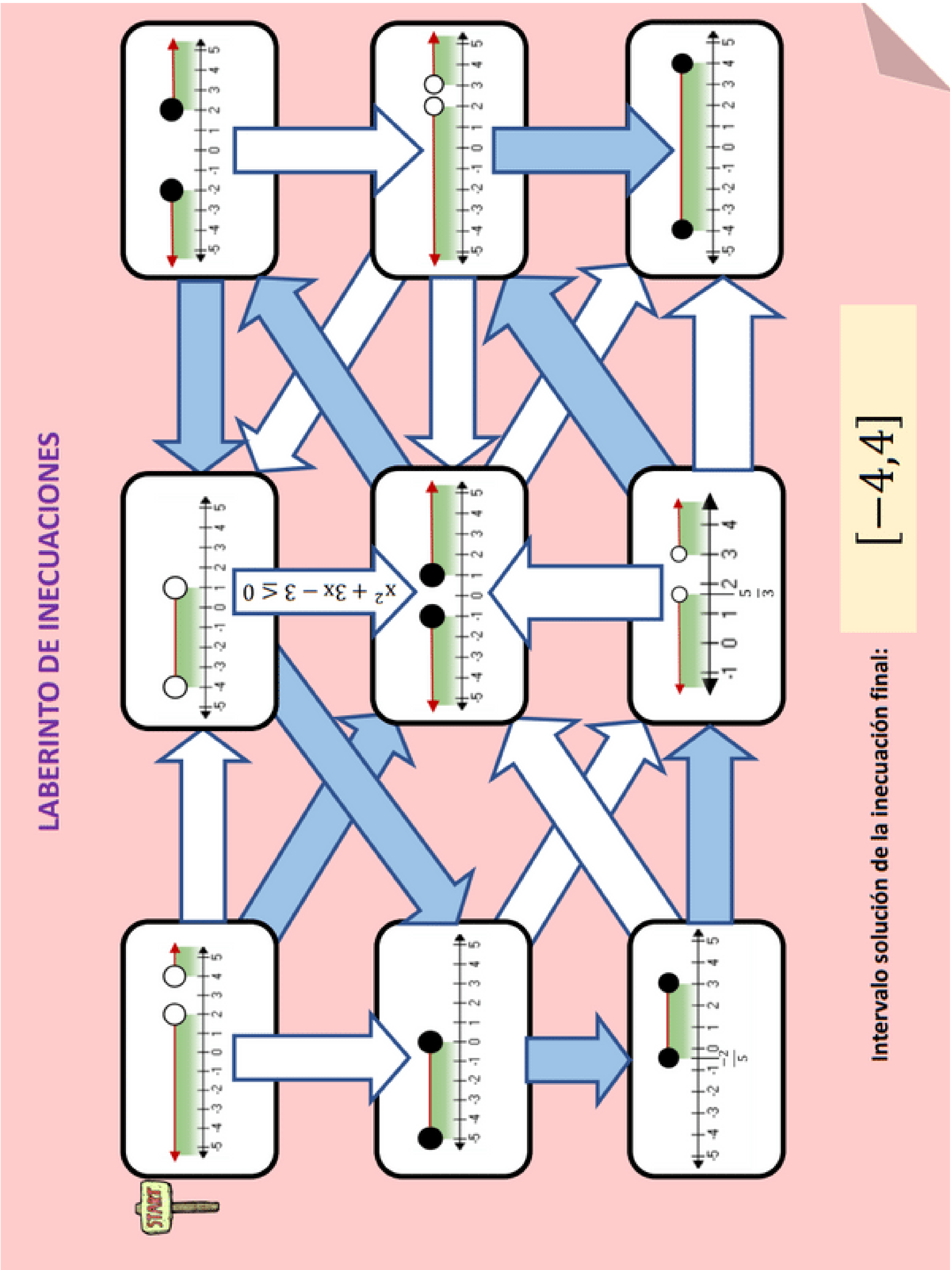
Señalar que de acuerdo al símbolo de la inecuación deben marcar las casillas de la parte inferior para visualizar la solución correspondiente.



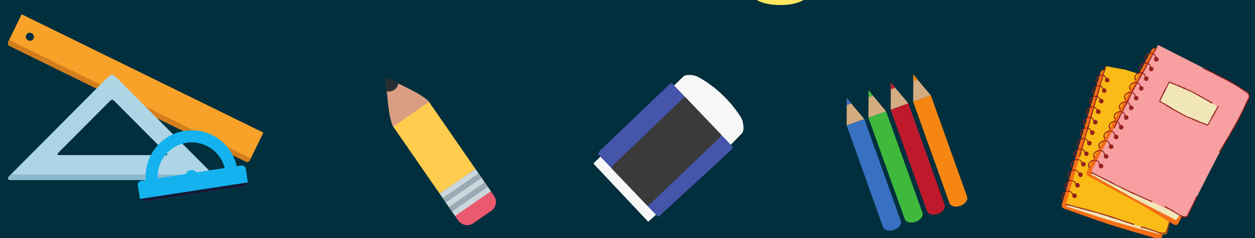
LABERINTO DE INECUACIONES



Intervalo solución de la inecuación final:


LABERINTO DE INECUACIONES
$x^2 + 3x - 3 \le 0$
START
Intervalo solución de la inecuación final:
$[-4,4]$

Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas

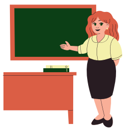


Destreza con criterio de desempeño

M.4.1.40. Resolver de manera geométrica una inecuación lineal con dos incógnitas en el plano cartesiano sombreando la solución.

Duración sugerida: 60 minutos

ANTICIPACIÓN



1. Presentar a los estudiantes los siguientes ejemplos de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

Ejemplo de ecuaciones a plantear:

$$x + y = -12$$

$$2x - 5y = -25$$

$$-x + 4y = 12$$

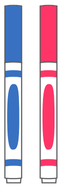
$$-3x - 2y = 15$$

$$7x + 3y = -1$$

2. Pedir a los estudiantes que observen las ecuaciones presentadas y mencionen cuántas incógnitas tiene cada una de ellas.

Respuesta esperada:

Cada una de las ecuaciones presentadas poseen dos incógnitas.



3. Solicitar a diferentes estudiantes que encierren las incógnitas o variables en cada una de las ecuaciones. De preferencia utilizar dos colores diferentes, uno para cada incógnita.

De la siguiente manera:

$$x + y = -12$$

$$2x - 5y = -25$$

$$-x + 4y = 12$$

$$-3x - 2y = 15$$

$$7x + 3y = -1$$

4. Preguntar a los estudiantes: ¿qué grado tiene cada una de las incógnitas de las ecuaciones presentadas?

Respuesta esperada:

Las incógnitas de las ecuaciones presentadas son de grado 1.

A este tipo de ecuaciones se las conoce como **ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.**

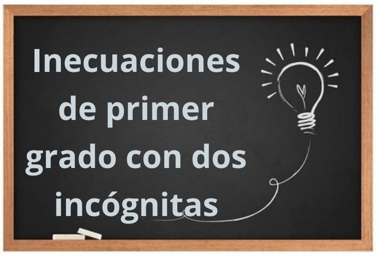
5. Teniendo en cuenta las características de una ecuación de primer grado con dos incógnitas, pedir a los estudiantes que mencionen qué condiciones debe poseer una inecuación para que sea de primer grado y con dos incógnitas.

Al socializar las respuestas obtenidas se espera establecer la siguiente conclusión:

Una inecuación es de primer grado con dos incógnitas si posee dos variables diferentes y cada uno de ellas es de primer grado.

CONSTRUCCIÓN

1. Con base en la conclusión establecida anteriormente, solicitar a los estudiantes que indiquen ejemplos de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Anotarlos en el pizarrón.



En caso de que algún ejemplo mencionado sea erróneo brindar una explicación apropiada del por qué.

Las inecuaciones de primer grado con dos incógnitas de manera general tienen alguna de las siguientes formas básicas:

$ax+by+c < 0$	$ax+by+c > 0$
$ax+by+c \leq 0$	$ax+by+c \geq 0$

2. Trabajar la siguiente inecuación de segundo grado con dos incógnitas, explicando paso a paso el proceso de resolución de la misma.

$$x-2y \leq -3$$

a) Graficar la recta asociada a la inecuación, para ello la convertimos en igualdad, cambiando el símbolo de desigualdad por el símbolo igual, entonces:

$$x-2y \leq -3 \longrightarrow x-2y = -3$$

Recta correspondiente

Recordar que existen diversas maneras para llegar a la gráfica de una recta, a continuación repasaremos una de ellas:

Una de las formas de graficar una recta es encontrando sus cortes con los ejes cartesianos, de la siguiente manera:

Para hallar el corte en el **eje y** reemplazamos x=0 en la ecuación de la recta:

Para hallar el corte en el **eje x** reemplazamos y=0 en la ecuación de la recta:

Solicitar a los estudiantes que reemplacen lo que corresponde en cada caso y mencionen los valores obtenidos.

Reemplazando correctamente se obtendrá:

Con **x=0**

$$0 - 2y = -3$$

$$-2y = -3$$

$$\frac{-2}{-2}y = \frac{-3}{-2}$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$y = 1{,}5$$

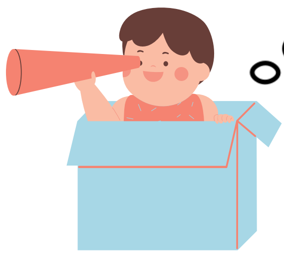
Con **y=0**

$$x - 2(0) = -3$$

$$x - 0 = -3$$

$$x = -3$$

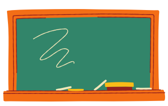
Entonces, ¿cuáles son los puntos de cortes con los ejes cartesianos? Pedir a los estudiantes que indiquen las coordenadas de cada uno.



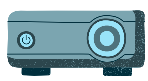
Respuesta esperada:

$P(-3{,}0)$ → **Corte con el eje x**

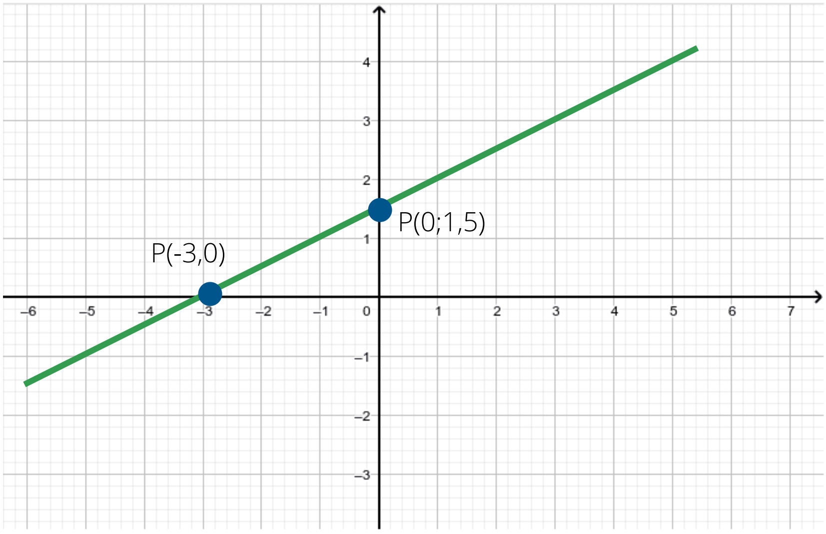
$P(0; 1{,}5)$ → **Corte con el eje y**



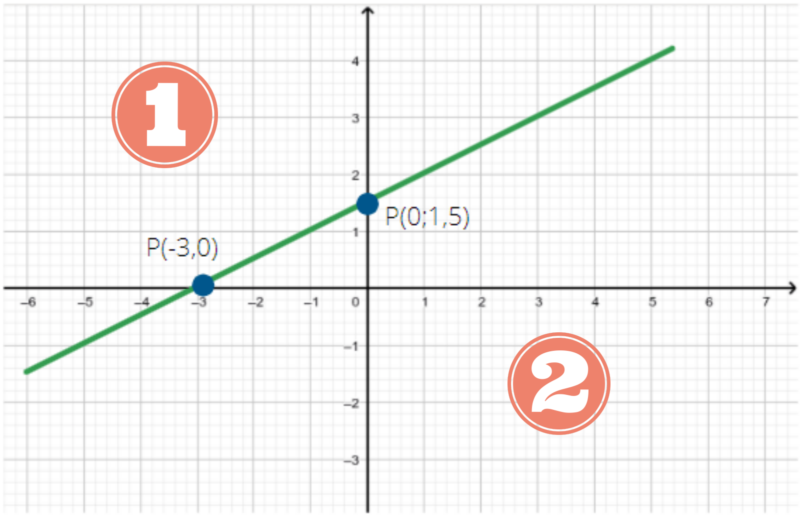
Para graficar la recta, dibujar un plano cartesiano sobre el pizarrón o proyectarlo. El plano cartesiano lo encuentra en la carpeta de Google Drive respectiva o al final de la clase.



Pedir a un estudiante que identifique los puntos de corte sobre el plano de cartesiano y grafique la recta.



b) Indicar a los estudiantes que el plano cartesiano ha quedado dividido por la recta en dos semiplanos.



c) Pedir a los estudiantes que identifiquen pares ordenados que forman parte de cada semiplano. Anotarlos en el pizarrón.

Por ejemplo:

Primer semiplano	**Segundo semiplano**
(-2,2)	(0,0)
(-1,4)	(3,1)
(-5,0)	(6,-1)
(-6,-1)	(5,-3)

d) Solicitar a los estudiantes que reemplacen un punto del primer semiplano y uno del segundo semiplano en la inecuación, y verifiquen si se cumple la desigualdad.

Entonces tomando como ejemplo los siguientes puntos se obtendrá:

$x-2y \leq -3$

Primer semiplano	Segundo semiplano
(-2,2)	(3,1)
$-2-2(2) \leq -3$	$3-2(1) \leq -3$
$-2-4 \leq -3$	$3-2 \leq -3$
$\boxed{-6 \leq -3}$	$\boxed{0 \leq -3}$

e) Preguntar a los estudiantes:
¿En dónde se verificó la desigualdad?

Respuesta esperada:

Se verificó en un punto del primer semiplano.

Por tanto, el conjunto solución comprende la región abarcada por el primer semiplano.

f) Adicionalmente, pedir que mencionen pares ordenados que formen parte de la recta trazada. Reemplazar uno de ellos en la inecuación y comprobar si se verifica la desigualdad.

Los puntos de corte con los ejes cartesiano forman parte de la recta, así que se puede tomar uno de ellos y verificar la desigualdad.

Por ejemplo, tomando el punto de corte (-3,0):

$$3-0 \leq -3$$

$$\boxed{-3 \leq -3}$$

Se verifica la desigualdad

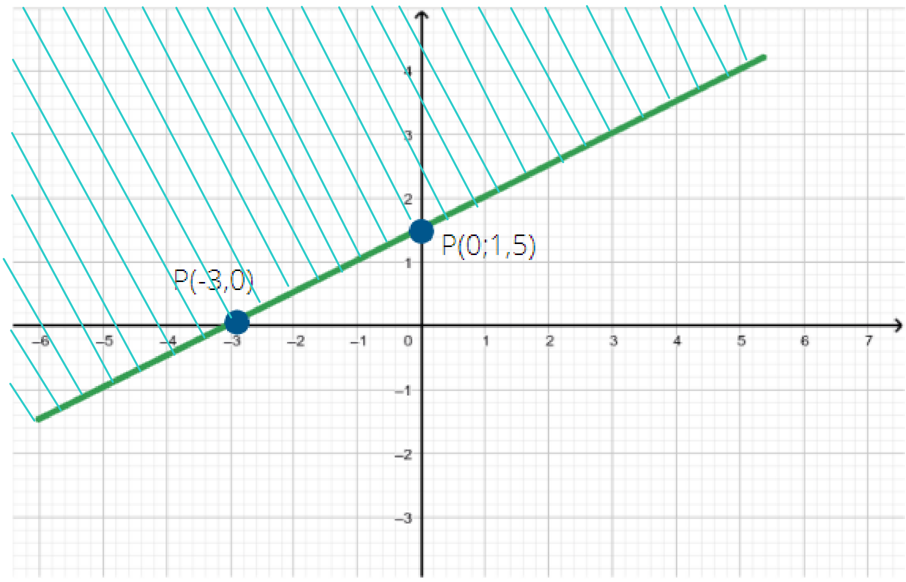
g) Pedir a los estudiantes que deduzcan ¿cuándo se incluye los pares ordenados de la propia recta como solución?

Respuesta esperada:

Cuando el símbolo de la inecuación sea $\geq$ o $\leq$

Entonces, finalmente el conjunto solución de la inecuación es toda la región comprendida por el primer semiplano así como la propia recta.

h) Un estudiante será el encargado de sombrear la región solución de la inecuación.



3. Proponer la siguiente situación a los estudiantes:

En caso de que la inecuación tuviese el símbolo $<$ o $>$, ¿cuál sería el conjunto solución? ¿Se incluirá a los pares ordenados de la recta?

Respuesta esperada:

La solución corresponderá a la región abarcada por el semiplano correspondiente y sin incluir a los pares ordenados de la recta en cuestión.

¿Cómo representamos el hecho de que la recta no forma parte de la región solución?

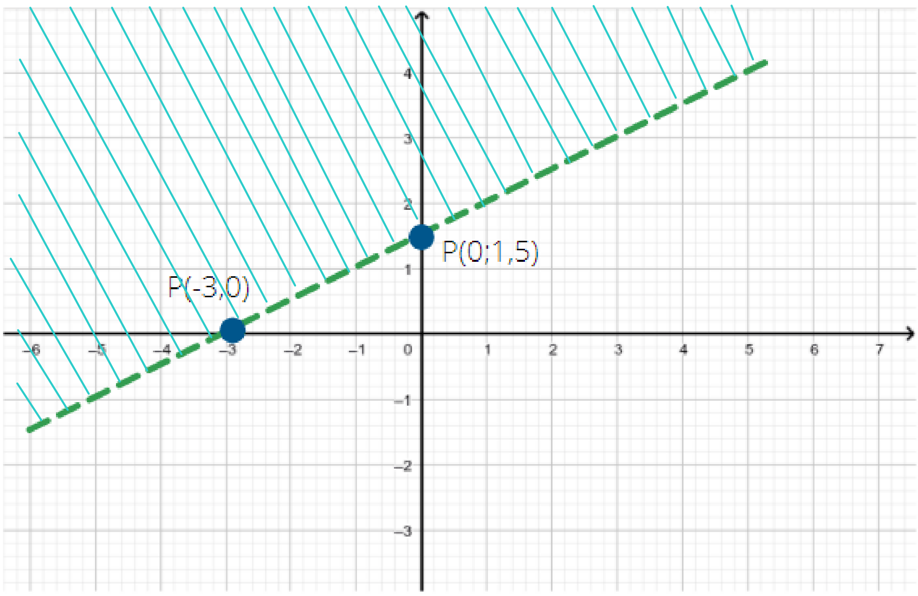
La recta se graficará con **líneas punteadas** para indicar que dentro del conjunto solución de la inecuación **no se incluyen** los pares ordenados que forman parte de la recta.

4. Con base a lo mencionado anteriormente, solicitar a un estudiante que indique la región solución que corresponderá a la siguiente inecuación:

$$x-2y<-3$$

Observar que en comparación con la inecuación inicialmente trabajada, lo único que cambia es el signo de desigualdad, entonces el gráfico es muy parecido solo con una pequeña modificación en el trazado de la recta.

La gráfica correspondiente a la inecuación con su respectiva región solución es:

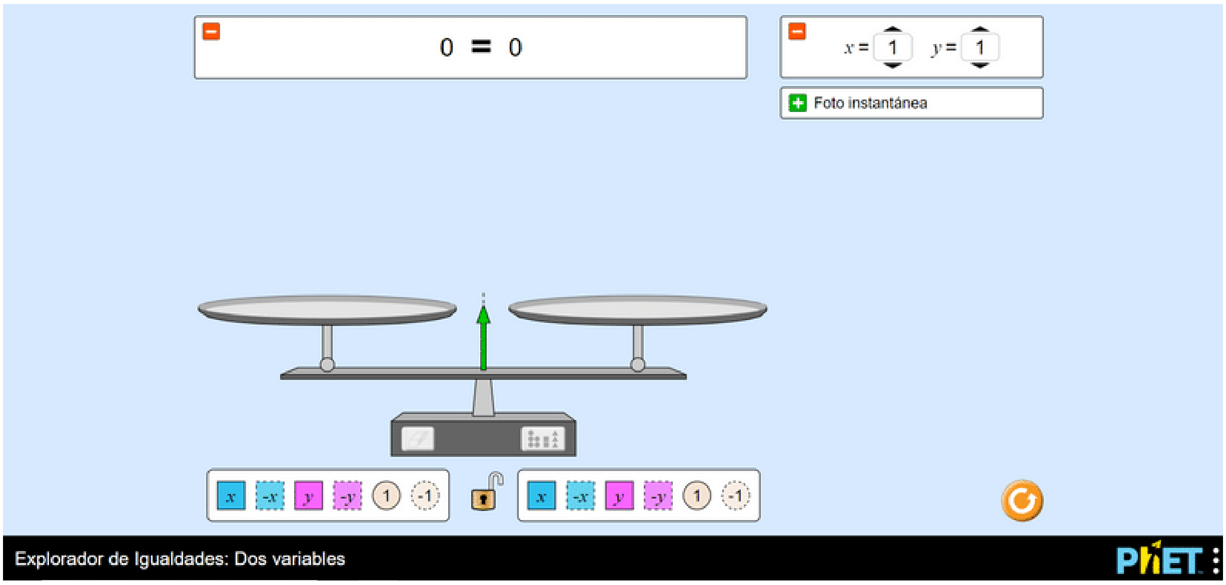


Podemos verificar si la región solución seleccionado es la correcta, utilizando la herramienta tecnológica *"PhET Interactive Simulations"*. Para ello, siga las instrucciones a continuación:

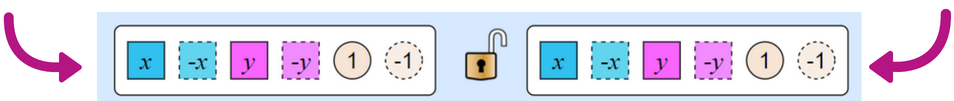
a) Ingresar en el siguiente enlace:

https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer-two-variables/latest/equality-explorer-two-variables_es.html

Aparecerá la página que se presenta a continuación:



b) Con ayuda de los elementos debajo de la balanza, formar la inecuación deseada, colocando en los platillos lo que corresponda.

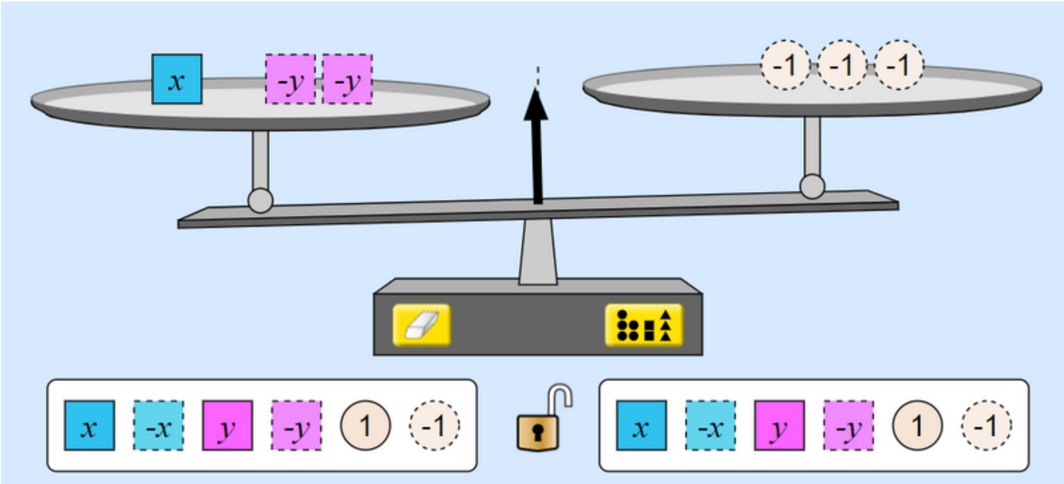


Por ejemplo, retomando la inecuación trabajada anteriormente:

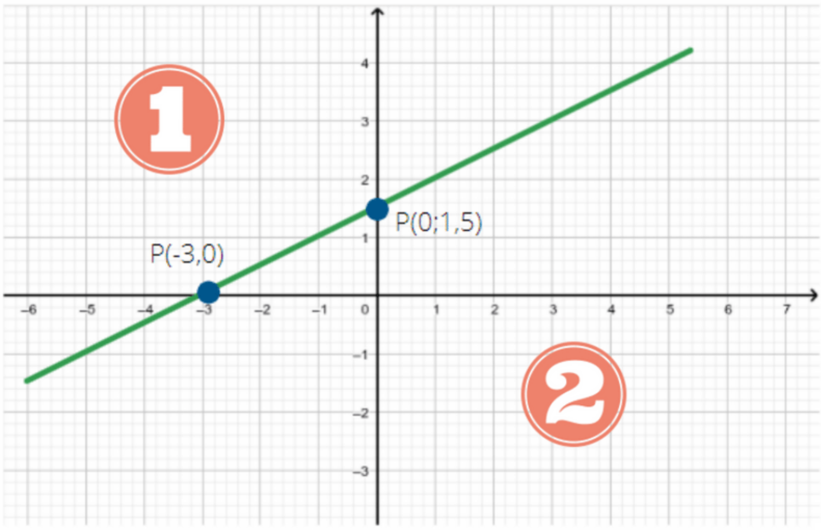
$$x-2y \leq -3$$

- Se colocará los términos del primer miembro de la inecuación, en el platillo de la derecha.
- Los términos del segundo miembro deben ser colocados en el segundo platillo.

Obteniéndose lo siguiente:



c) Teniendo en cuenta la gráfica de la recta asociada a la inecuación, seleccionar puntos de ambos semiplanos para verificar en cuál de ellos se cumple la inecuación:



Por ejemplo:

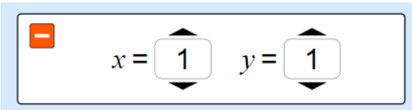
Puntos para el primer semiplano:

(-4,1)
(-1,3)
(2,5)

Puntos para el segundo semiplano:

(1,0)
(5,-3)
(-2,-1)

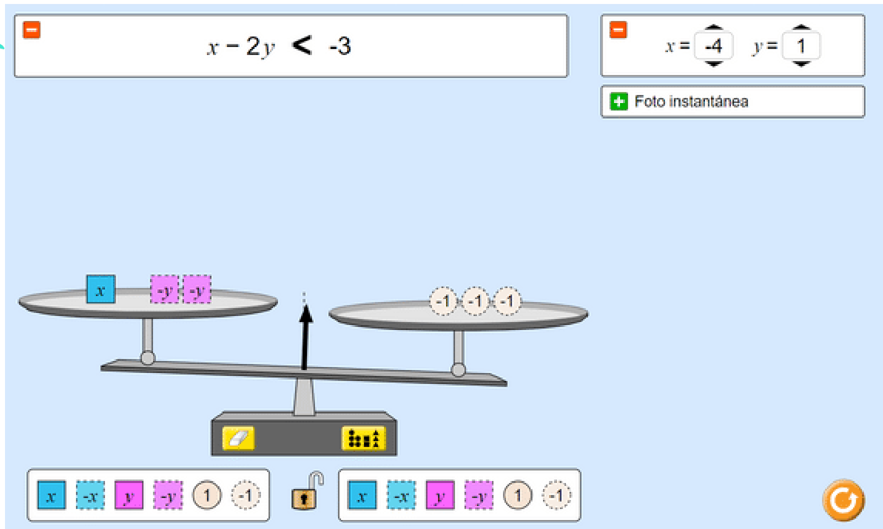
d) Reemplazar cada uno de los puntos, para ello, asignar el valor que le corresponde a "x" y el correspondiente a "y", desplazando las flechas hasta el valor deseado en el recuadro de la parte superior derecha. A la vez, verificar si se cumple la inecuación, observando el símbolo obtenido en el recuadro sobre la balanza.

1 

Punto → 2 $x - 2y > -3$ **Verificación**

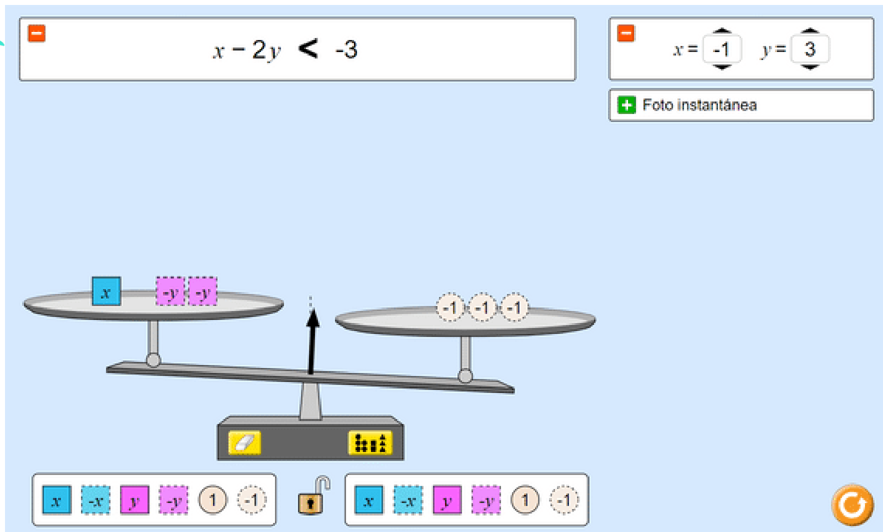
- Entonces, se obtendrá lo siguiente para los puntos del primer semiplano:

Con el punto (-1,3)



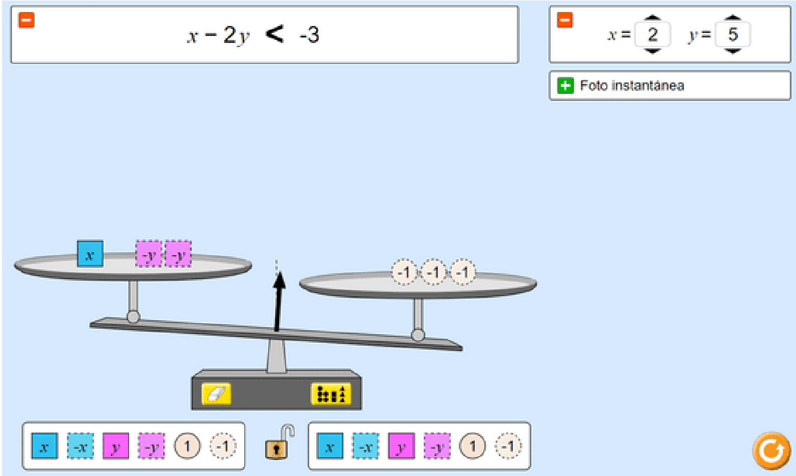
Se verifica la inecuación (no cambia el símbolo de desigualdad)

Con el punto (-4,1)



Se verifica la inecuación (no cambia el símbolo de desigualdad)

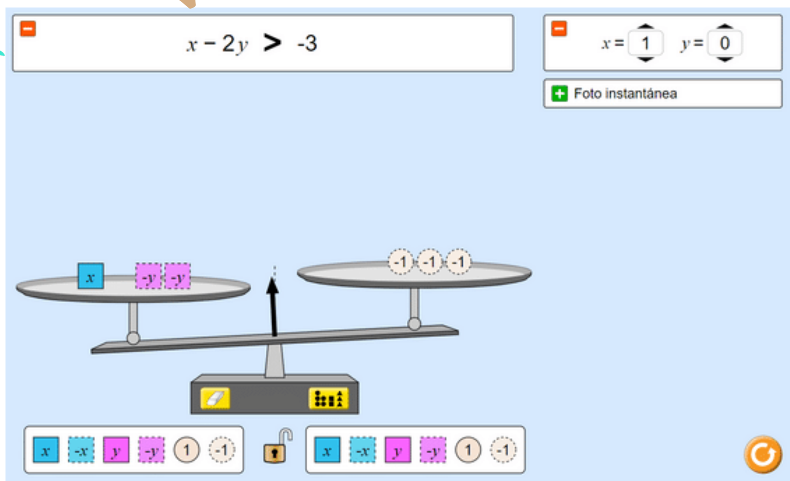
Con el punto (2,5)



Se verifica la inecuación (no cambia el símbolo de desigualdad)

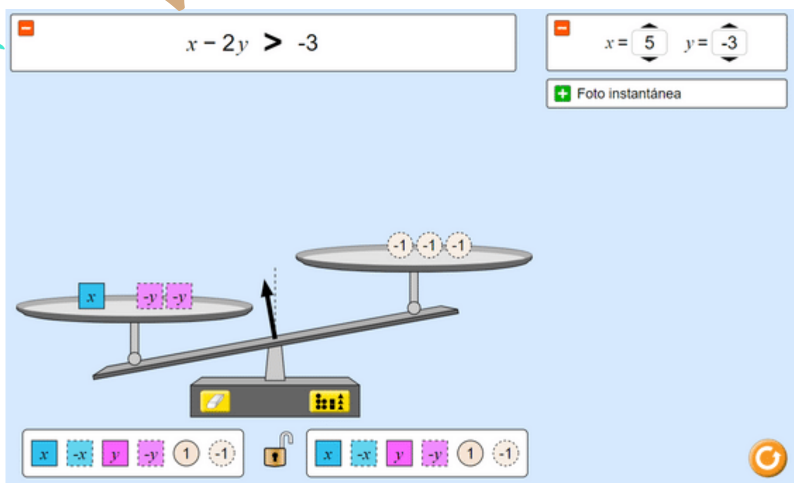
- Con los puntos del segundo semiplano:

Con el punto (1,0)



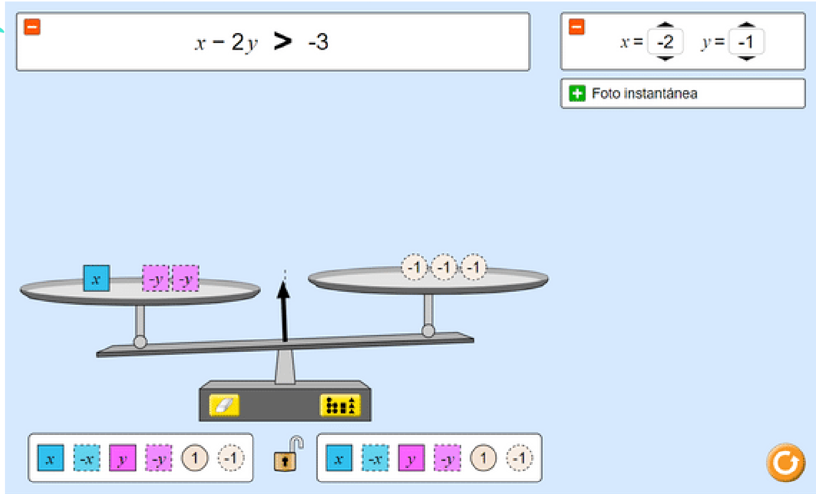
No se verifica la inecuación (cambia el símbolo de desigualdad)

Con el punto (5,-3)



No se verifica la inecuación (cambia el símbolo de desigualdad)

Con el punto (-2,-1)



No se verifica la inecuación (cambia el símbolo de desigualdad)

Por tanto, el primer semiplano corresponde a la región solución de la inecuación

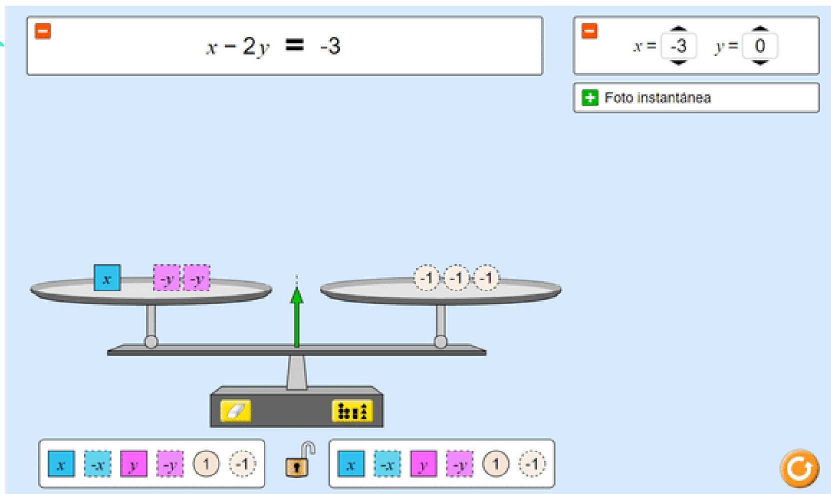
x-2y ≤ -3

e) Elegir uno o dos puntos pertenecientes a la recta, para verificar si los puntos de la recta pertenecen a la región solución.

Ejemplo de puntos que pertenecen a la recta:

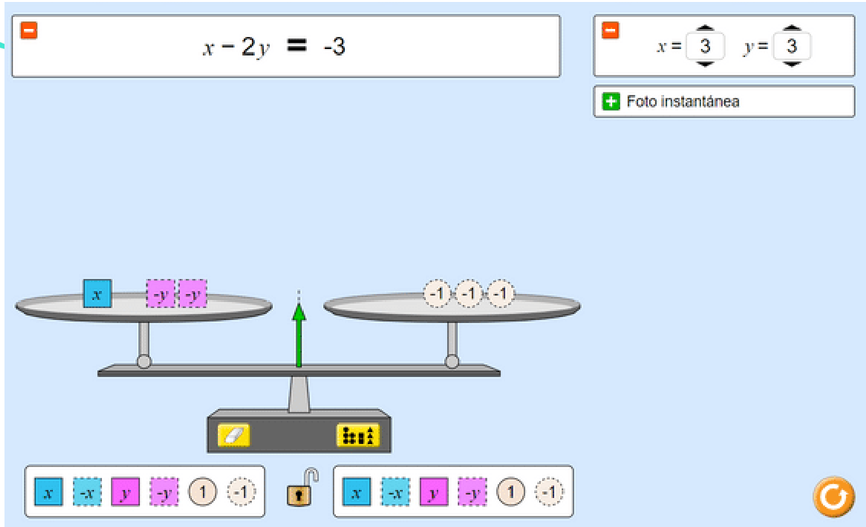
(-3,0)
(3,3)

Con el punto (-3,0)



Verifica la inecuación (el símbolo de inecuación "≤" indica que admite valores cuyo resultado sea igual a -3)

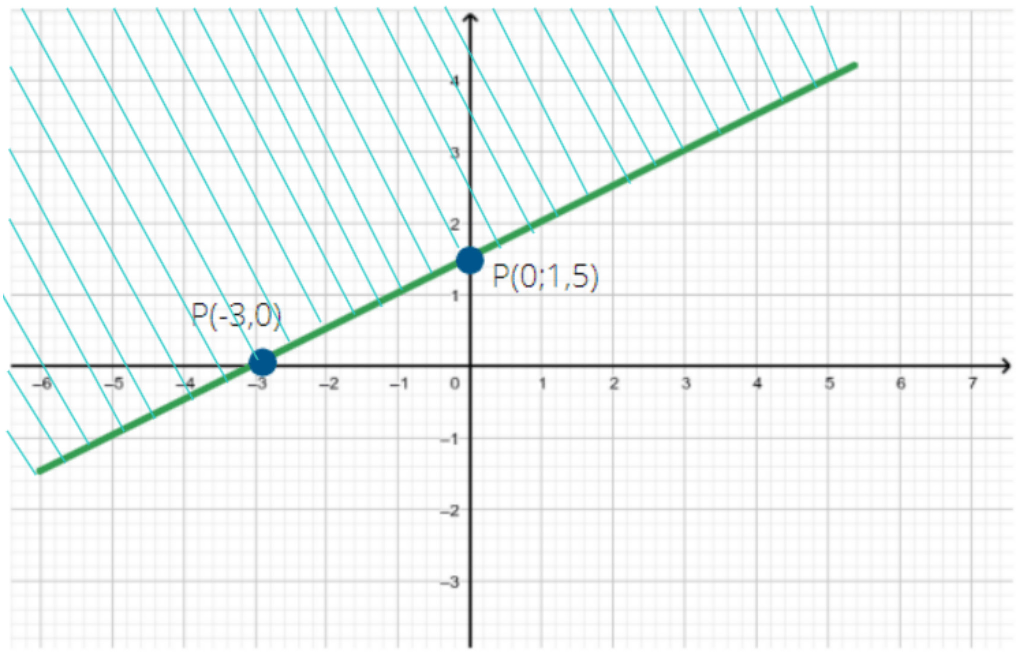
Con el punto (3,3)



Verifica la inecuación (el símbolo de inecuación " ≤ " indica que admite valores cuyo resultado sea igual a -3)

Por tanto, los puntos que pertenecen a la resta en cuestión, también forma región solución de la inecuación **x-2y ≤ -3**.

Por tanto, se verifica que la región solución obtenido corresponde a:



CONSOLIDACIÓN

Para realizar la siguiente actividad es necesario pedir previamente a los estudiantes que de manera individual lleven tijeras y goma.

1. Entregar a cada estudiante la hoja de trabajo "Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas" que se encuentra al final de esta clase o también en la carpeta de Google Drive respectiva.

Explicación de la actividad

A) Los estudiantes deben representar en cada plano cartesiano la recta asociada a cada inecuación propuesta, trazando con una línea continua o línea punteada según corresponda.

B) Decidir cuál es el semiplano que contiene la región solución de la inecuación correspondiente.

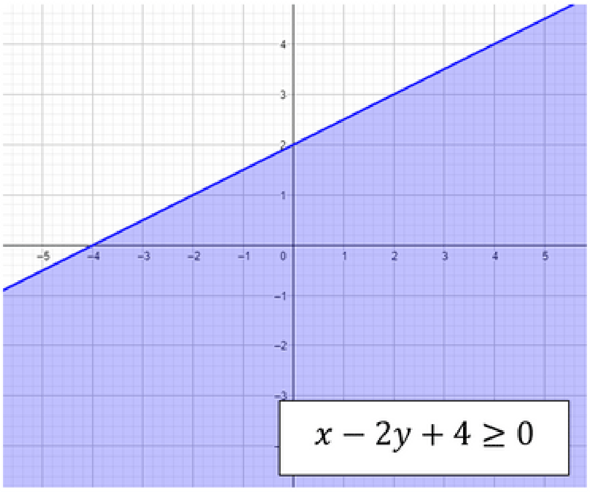
C) Elegir un color y recortarlo siguiendo la forma del semiplano que tiene la solución de la inecuación que se esté trabajando. Posteriormente pegarla en donde corresponde.

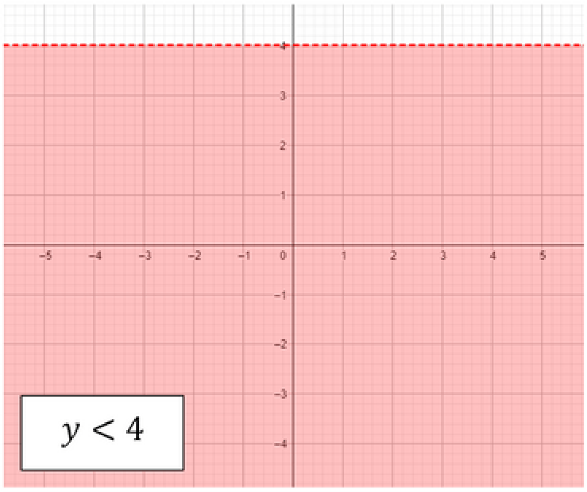
D) Recortar las inecuaciones del cuadro de la parte inferior y colocarlas en la región solución según corresponda.

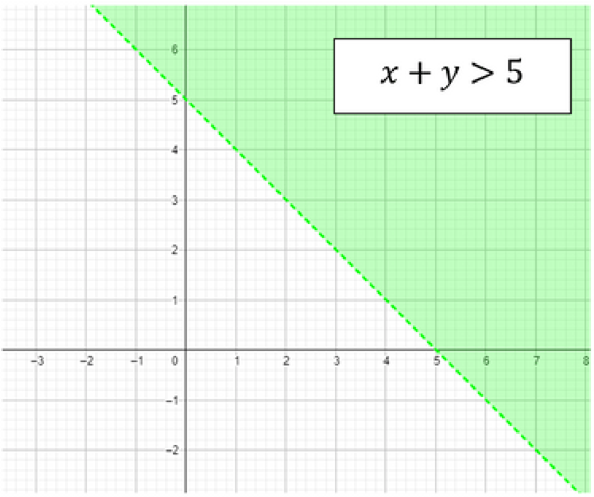
Así se procederá hasta trabajar con todas las inecuaciones propuestas.

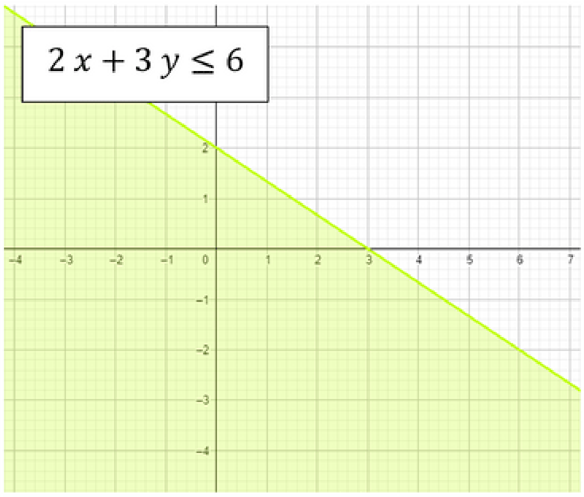
A continuación se presenta la hoja de actividades resuelta, la cual también la encuentra en la carpeta de Google Drive en la carpeta respectiva:

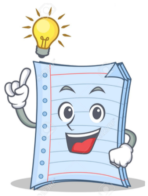
$x - 2y + 4 \geq 0$
$y < 4$
$x + y > 5$
$2\,x + 3\,y \leq 6$











Nota: Los colores de la región solución pueden variar dependiendo del color que el estudiante decida asignarle a cada uno.

HOJA DE TRABAJO

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Nombre: ____

Curso: ____

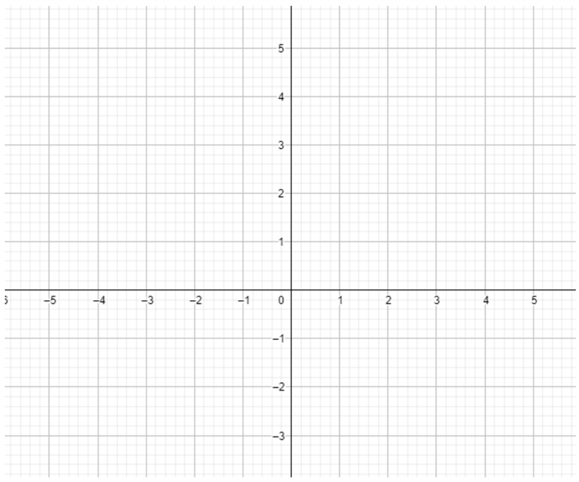
MATERIALES:

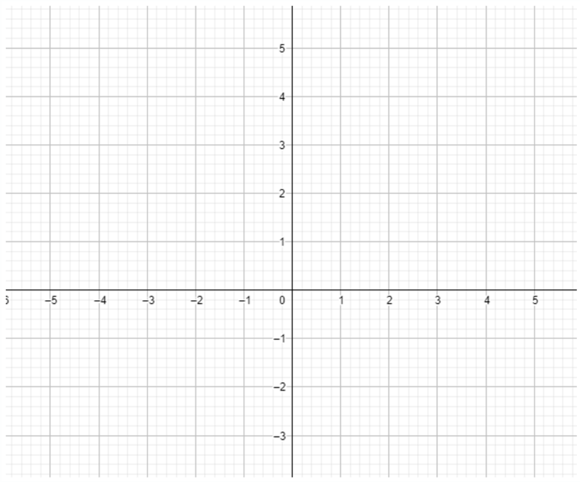
- Lápiz
- Borrador
- Regla
- Tijera
- Pegamento

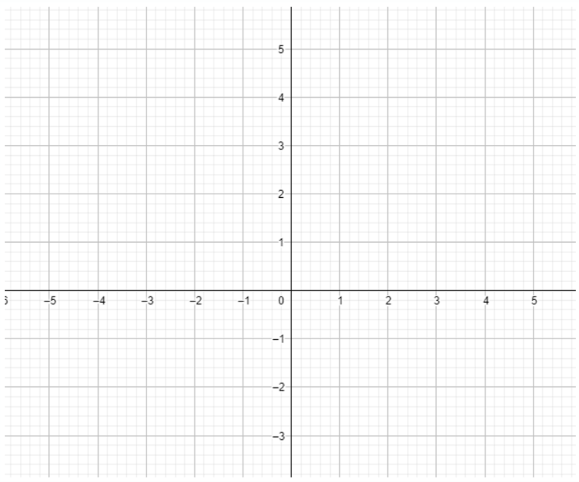
<u>INDICACIONES:</u>

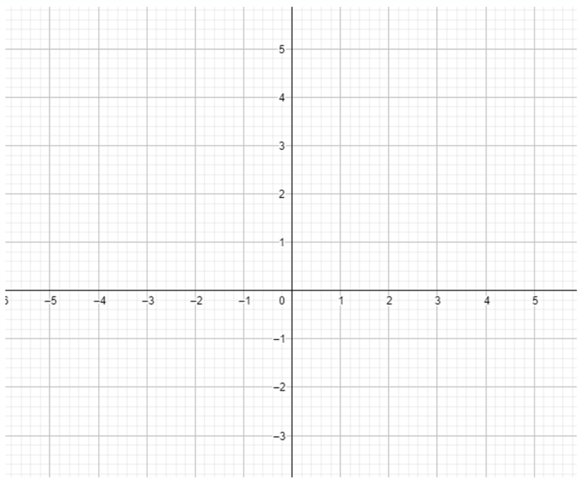
- Dadas las siguientes inecuaciones represéntelas en el plano cartesiano.
- Para la región sombreada de la inecuación utilice los cuadrados que se encuentran en la parte inferior, recórtelos y péguelos según como corresponda.

$x - 2y + 4 \geq 0$
$y < 4$
$x + y > 5$
$2\,x + 3\,y \leq 6$



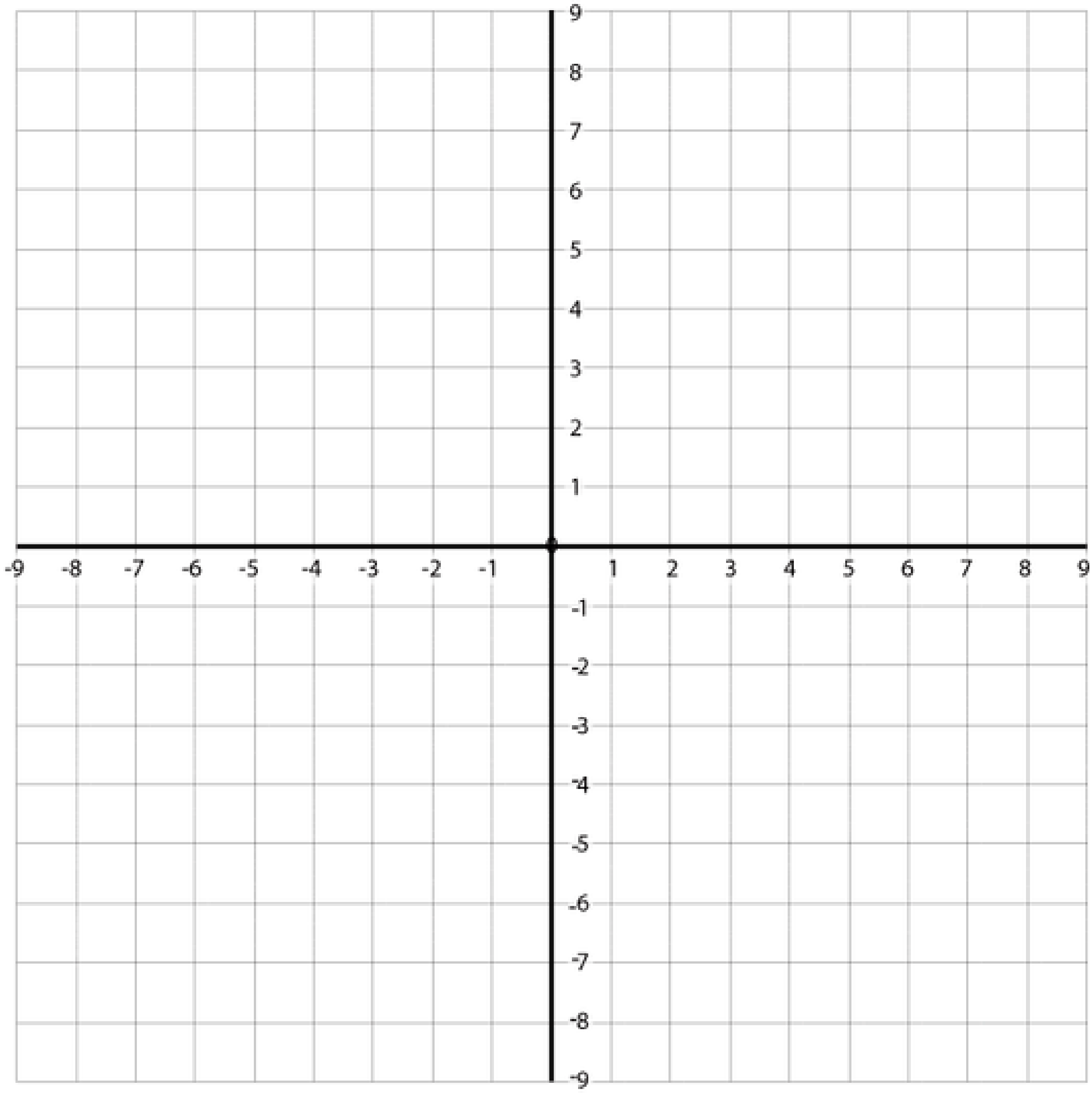






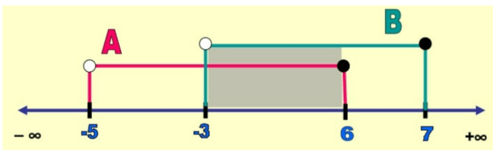
$x - 2y + 4 \geq 0$
$y < 4$
$x + y > 5$
$2x + 3y \leq 6$

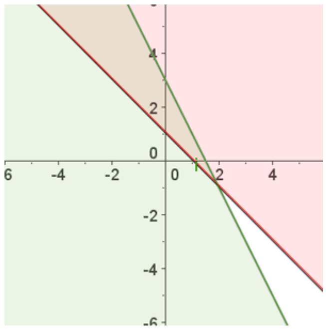
Plano cartesiano



CLASE 8

Sistemas de inecuaciones





Destrezas con criterio de desempeño

M.5.1.7. Aplicar las propiedades de orden de los números reales para realizar operaciones con intervalos (unión, intersección, diferencia y complemento), de manera gráfica (en la recta numérica) y de manera analítica.

M.4.1.41. Resolver un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas de manera gráfica (en el plano) y reconocer la zona común sombreada como solución del sistema.

Duración sugerida: 100 minutos

ANTICIPACIÓN

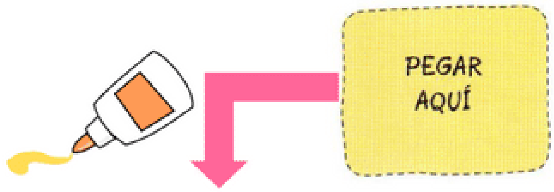
Para la siguiente actividad, previamente pedir a cada estudiante de manera individual traer tijeras y goma.

Solicitar a los estudiantes que se agrupen formando parejas.

En caso de tener un curso con número impar de estudiantes, uno de los grupos tendrá 3 integrantes.

1. Repasar los tipos de inecuaciones revisadas. Para ello entregar a cada pareja de estudiantes la Hoja de actividades "Sistema de Inecuaciones" que se encuentre al final de la clase o en la carpeta de Google Drive donde corresponde.

A continuación se presenta la actividad resuelta, la cual también la encuentra en Google Drive:



1. Inecuaciones de primer grado con una incógnita	2. Inecuaciones de segundo grado con una incógnita	3. Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas
$y-5 \leq 3y+4$	$x^2-6x+5<0$	$w+z \geq -8$
$-\frac{1}{2}m < m+5$	$36t+12 > -t^2$	$a-b > -1$
$9 \leq -10a+7$	$5x-3 < 2x^2$	$c+5d > -2d+4$
$n+6n \geq 0$	$0 < p^2-9$	$0 > -m+n$
$4+t \leq -t+2$	$4c^2-16 \geq 0$	$-x \leq -y+3$

2. Realizar las siguientes preguntas a los estudiantes, con la finalidad de recordar la gráfica y representación de la solución para cada tipo de inecuación. Socializar las respuestas obtenidas.

Para inecuaciones de primer grado con una incógnita:

a) ¿Dónde se representa la solución de una inecuación de primer grado con una incógnita?

Conclusión general esperada:

Se representa sobre la recta numérica.

b) ¿Cómo se representa sobre la recta numérica la solución?

Conclusión general esperada:

Para representar la solución obtenida, se utiliza la simbología pertinente, es decir, un círculo relleno o círculo sin rellenar según corresponda y se sombrea la solución en la dirección adecuada.

Para inecuaciones de segundo grado con una incógnita:

c) ¿Dónde se representa la solución de una inecuación de segundo grado con una incógnita?

Conclusión general esperada:

Se representa sobre la recta numérica.

d) ¿Cómo se representa sobre la recta numérica la solución obtenida?

Conclusión general esperada:

Para representar la solución obtenida, se utiliza la simbología pertinente, es decir, círculos rellenos o círculos sin rellenar según corresponda y se sombrea el intervalo que contenga la solución.

Para inecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

e) ¿Dónde se representa la solución de una inecuación de primer grado con dos incógnitas?

Conclusión general esperada:

Se representa sobre el plano cartesiano.

f) ¿Cómo se representa sobre el plano cartesiano la solución obtenida?

Conclusión general esperada:

Para representar la solución se traza la recta con línea continúa o línea punteada de acuerdo al símbolo de la inecuación y se selecciona el semiplano que contiene los puntos que verifican la inecuación en cuestión.

CONSTRUCCIÓN

1. Presentar a los estudiantes los siguientes sistemas de inecuaciones. Pedir que identifiquen el tipo de inecuaciones presentes y con ello la clase de sistema de inecuaciones presentado.

1 $\begin{cases} 3p + 2 > 5 \\ -1 + p \geq 4 \end{cases}$ → Sistema de inecuaciones de primer grado con una incógnita

2 $\begin{cases} x - 2y < 2 \\ -3x + 2y \geq 4 \end{cases}$ → Sistema de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas

3 $\begin{cases} s^2 - 14 \leq 2 \\ 4 + s > 1 \end{cases}$ → Sistema de inecuaciones de primero y segundo grado con una incógnita

2. Explicar el proceso para resolver sistemas de inecuaciones, representar gráficamente la solución obtenida e interpretarla. Para ello, en cada caso, seguir las instrucciones a continuación:

Resolución paso a paso de los sistemas de inecuaciones

1 $\begin{cases} 3p + 2 > 5 \\ -1 + p \geq 4 \end{cases}$

A) En conjunto con los estudiantes, resolver cada inecuación de primer grado por separado, aplicando correctamente las propiedades:

$$3p + 2 > 5$$

- Restar dos unidades a ambos miembros de la inecuación:

$$3p + 2 - 2 > 5 - 2$$

$$3p > 3$$

- Dividir para tres ambos miembros de la inecuación:

$$\frac{3p}{3} > \frac{3}{3}$$

- Obteniéndose la siguiente solución:

$$\boxed{p > 1}$$

$$-1 + p \geq 4$$

- Sumar una unidad a ambas miembros de la inecuación:

$$-1 + p + 1 \geq 4 + 1$$

- Obteniéndose la siguiente solución:

$$\boxed{p \geq 5}$$

B) Representar la solución de cada inecuación; para ello, utilizar el material concreto (recta numérica). Usar un color diferente de placas para cada una. Seguir las siguientes indicaciones:

Para cada inecuación utilizar lo siguiente:

Primera inecuación → Placas de color rojo → Deslizarlas por el primer riel de la recta numérica

Segunda inecuación → Placas de color verde → Deslizarlas por el segundo riel de la recta numérica

a) Representar la solución de la primera inecuación, para ello:

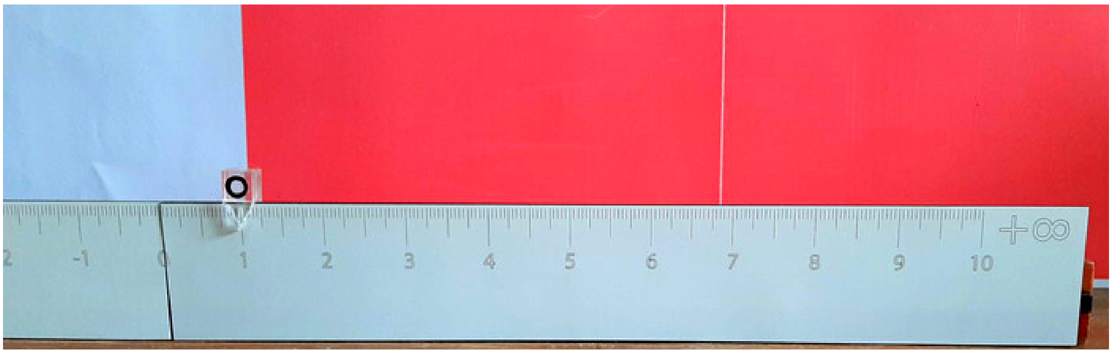
- Preguntar a los estudiantes que simbología debe utilizarse sobre la recta numérica.
- Solicitar que un estudiante represente la solución deslizando las placas de color rojo sobre el primer riel de la recta numérica y seleccionando la regla pertinente.

$$\boxed{p > 1}$$

Respuesta esperada:

Sobre la recta numérica debe colocarse un círculo sin rellenar en el número 1.

Gráfica esperada:



b) Representar la solución de la segunda inecuación, para ello:

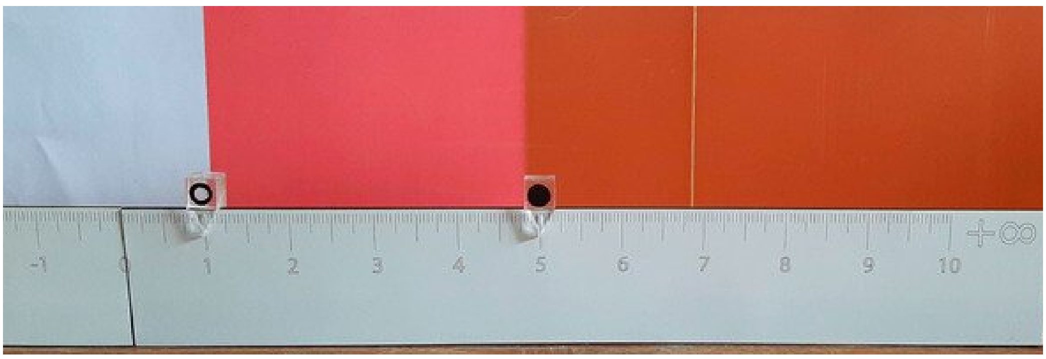
- Preguntar a los estudiantes la simbología que debe utilizarse sobre la recta numérica.
- Solicitar que un estudiante represente la solución, deslizando las placas de color verde sobre el segundo riel de la recta numérica.

$$\boxed{p \geq 5}$$

Respuesta esperada:

Sobre la recta numérica debe colocarse un círculo relleno en el número 5.

Gráfica esperada:



c) Pedir a los estudiantes que mencionen lo que observan en la gráfica sobre la recta numérica:

Respuesta esperada:

Se observa una zona en donde se cruzan las soluciones de ambas inecuaciones.

La zona en donde se cruzan las soluciones de las inecuaciones, se conoce como **Intersección** y corresponde a la zona común de ambas soluciones.

d) Solicitar a los estudiantes que seleccionen un valor fuera de la intersección de ambas soluciones y un punto dentro de la misma y lo reemplacen en ambas inecuaciones del sistema, a fin de comprobar si se verifica o no cada una de ellas:

Como ejemplo consideraremos los siguientes valores:

Valor fuera de la intersección: 3

Valor que pertenece la intersección: 8

- Reemplazando los valores se obtendrá:

Con $p = 3$:

Primera inecuación	Segunda inecuación
$3p + 2 > 5$	$-1 + p \geq 4$
$3(3) + 2 > 5$	$-1 + 3 \geq 4$
$9 + 2 > 5$	$\boxed{2 \geq 4}$
$\boxed{7 > 5}$	**No verifica**
Sí verifica	

Con $p = 8$

Primera inecuación	Segunda inecuación
$3(8) + 2 > 5$	$-1 + 8 \geq 4$
$24 + 2 > 5$	$7 \geq 4$
$26 > 5$	**Sí verifica**
Sí verifica	

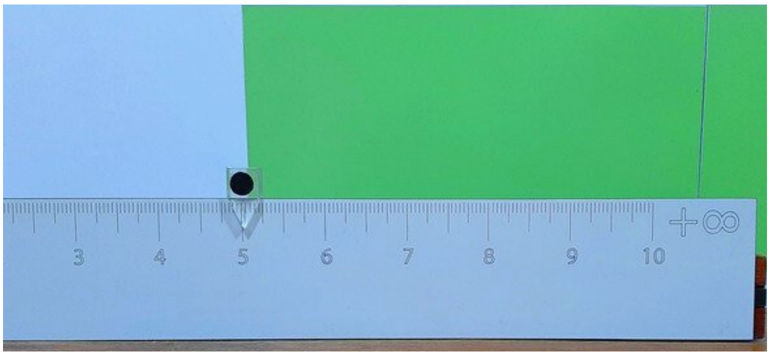
e) En base a los resultados obtenidos, pedir a los estudiantes que deduzcan cuál es la solución del sistema de inecuaciones.

Respuesta esperada:

La solución del sistema de inecuaciones corresponde a la **intersección** de ambas soluciones obtenidas.

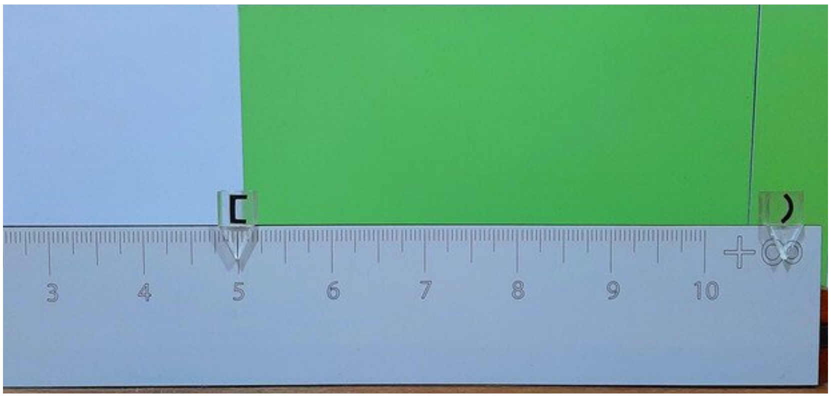
f) Solicitar a un estudiante que retire las placas de color y pasador correspondientes, de tal manera que únicamente se aprecie la solución del sistema de inecuaciones.

De la siguiente manera:

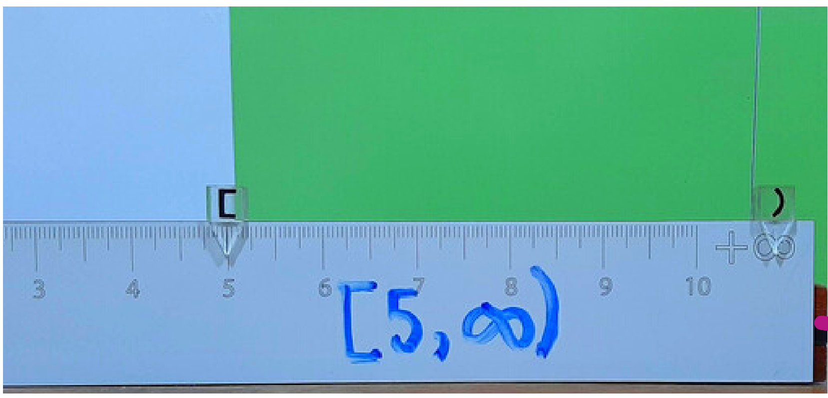


g) Pedir a otro estudiante que sobre la recta numérica, coloque los pasadores que contienen la simbología a utilizar para representar la solución en forma de intervalo:

Como se muestra a continuación:



h) Indicar a un estudiante que debajo de la región solución, con marcador, escriba la solución en forma de intervalo.



Solución del sistema de inecuaciones

$$
\text{②} \quad \begin{cases} x - 2y < 2 \\ -3x + 2y \leq 4 \end{cases}
$$

C) Graficar en el plano cartesiano las recta asociadas a cada una de las inecuaciones. Para ello, seguir las instrucciones a continuación:

a) Reemplazar la simbología de la inecuación por el símbolo igual:

Primera inecuación:

$$x - 2y = 2$$

Segunda inecuación:

$$-3x + 2y = 4$$

b) En conjunto con los estudiantes hallar los puntos de corte para la primera recta:

$$x - 2y = 2$$

Corte con el eje x:

$x = 0:$

$$(0) - 2y = 2$$

$$-2y = 2$$

$$-\frac{2y}{-2} = \frac{2}{-2}$$

$$y = -1$$

$$\boxed{P_1(0,-1)}$$

Corte con el eje y:

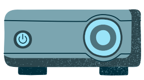
$y = 0:$

$$x - 2(0) = 2$$

$$x - 0 = 2$$

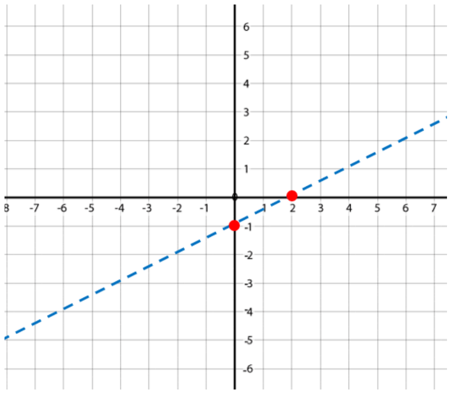
$$x = 2$$

$$\boxed{P_2(2,0)}$$



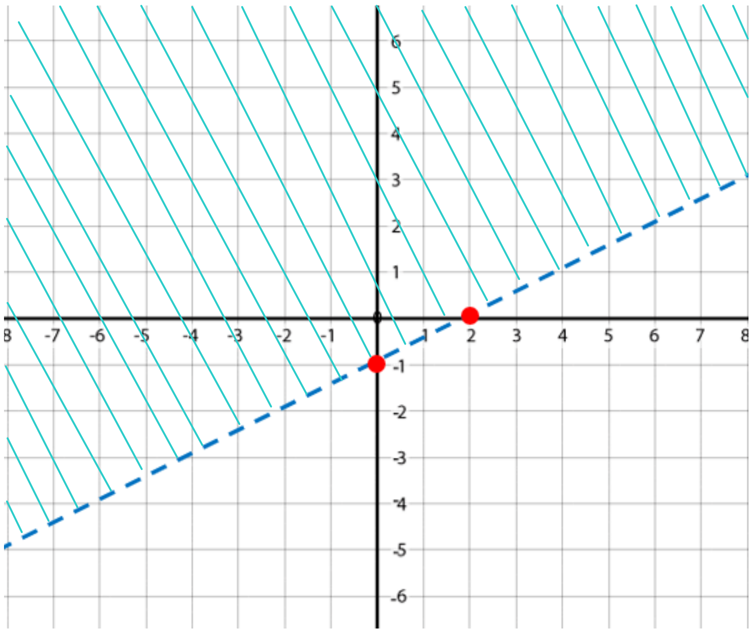
Para graficar la recta, dibujar un plano cartesiano en el pizarrón o proyectar el plano cartesiano, el cual se encuentra al final de la clase en la carpeta de Google Drive respectiva.

c) Graficar la recta en el plano cartesiano, con línea punteada o línea continúa según corresponda, de acuerdo al símbolo de inecuación de la cual proviene:



d) Pedir a los estudiantes detectar el semiplano que contiene la región solución. Posteriormente sombrearla.

Recordar que para encontrar la región solución, se debe reemplazar un punto de cada semiplano a fin de verificar en cuál de ellos se verifica la inecuación.



e) En conjunto con los estudiantes encontrar los puntos de corte para la segunda recta:

$$-3x + 2y = 4$$

Corte con el eje x:

$$x = 0:$$

$$-3(0) + 2y = 4$$

$$2y = 4$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{4}{2}$$

$$y = 2$$

$$\boxed{P_3(0,2)}$$

Corte con el eje y:

$$y = 0:$$

$$-3x + 2(0) = 4$$

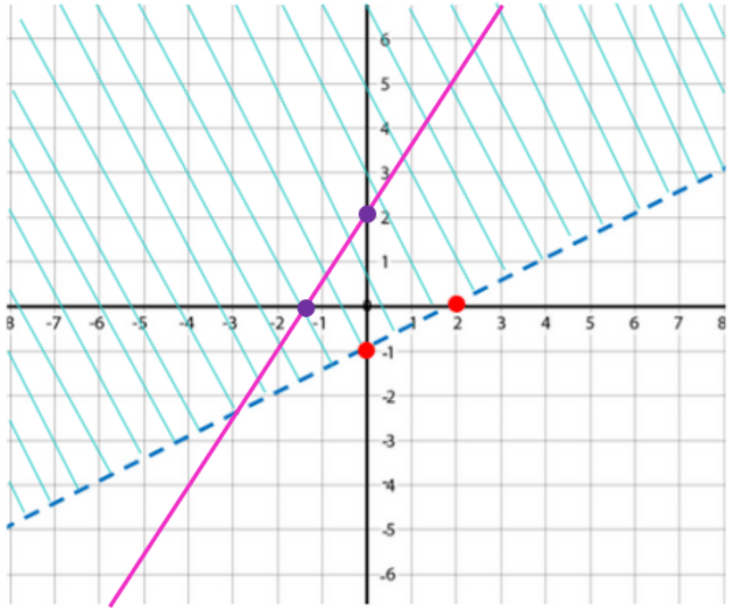
$$-3x + 0 = 4$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{4}{-3}$$

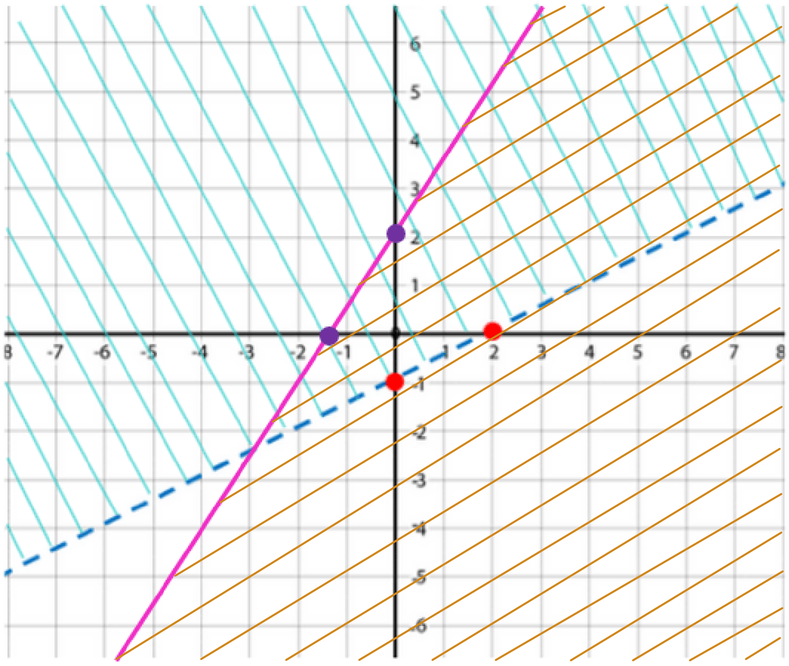
$$x = -\frac{4}{3}$$

$$\boxed{P_4\left(-\frac{4}{3},0\right)}$$

f) Graficar la recta sobre el mismo plano cartesiano, con línea punteada o línea continúa según corresponda.



g) Pedir a los estudiantes detectar el semiplano que contiene la región solución de la segunda recta. Posteriormente sombrearla.

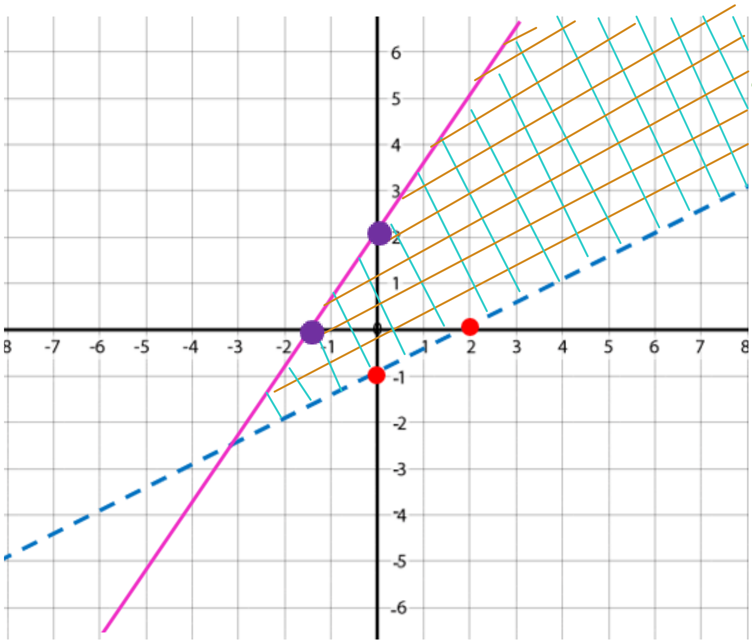


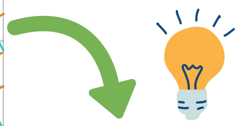
h) Los estudiantes deben deducir cuál es la región solución del sistema de inecuaciones.

Respuesta esperada:

La solución del sistema de inecuaciones corresponde a la **intersección** de ambas soluciones obtenidas.

i) Solicitar a un estudiante eliminar las regiones que no forman parte de la solución, de tal manera que únicamente se aprecie la región solución para el sistema de inecuaciones.





Solución del sistema de inecuaciones

j) Pedir a los estudiantes seleccionar dos puntos dentro de la región solución a fin de verificarla. Reemplazar los puntos en cada una de las inecuaciones del sistema.

Por ejemplo:

Con $P(3,1)$

Primera inecuación	Segunda inecuación
$x - 2y < 2$	$-3x + 2y \leq 4$
$3 - 2(1) < 2$	$-3(3) + 2(1) \leq 4$
$3 - 2 < 2$	$-9 + 2 \leq 4$
$\boxed{1 < 2}$	$\boxed{-7 \leq 4}$
Sí verifica	**Sí verifica**

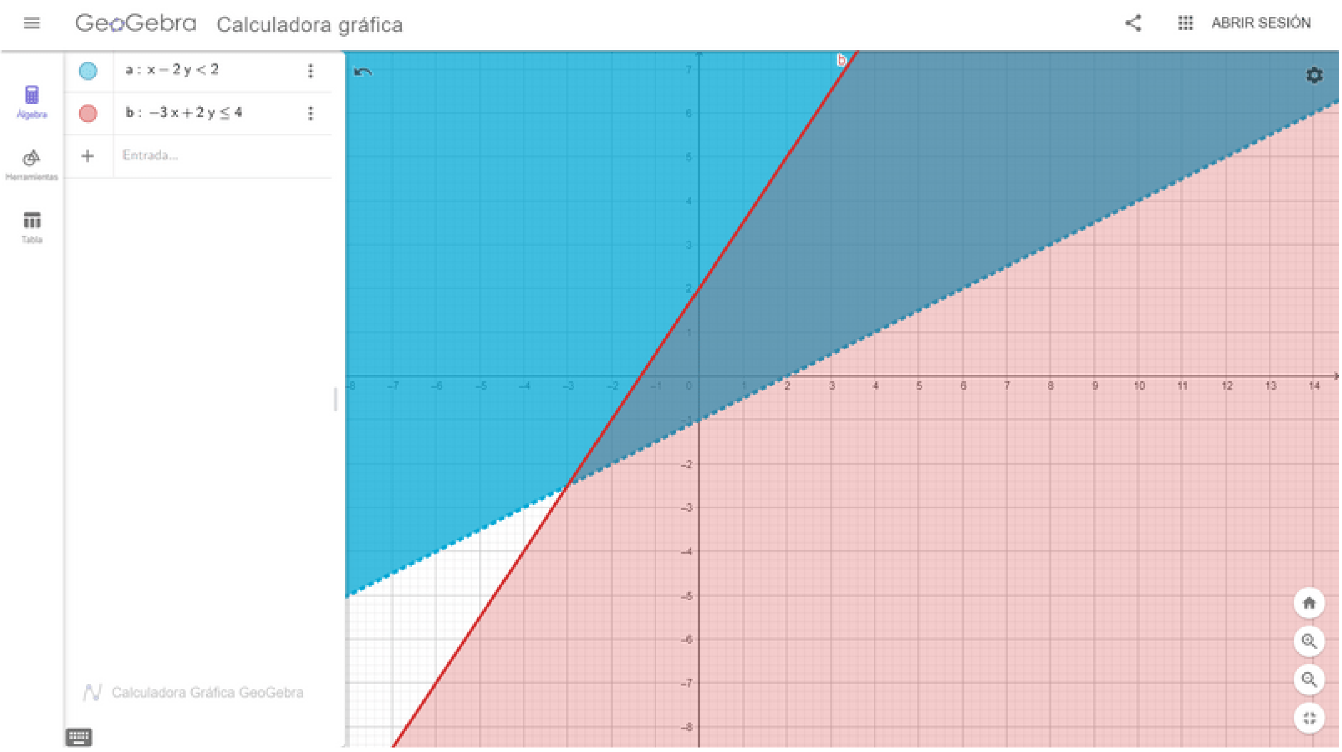
Con $P(-1,-1)$

Primera inecuación	Segunda inecuación
$-1 - 2(-1) < 2$	$-3(-1) + 2(-1) \leq 4$
$-1 + 2 < 2$	$3 - 2 \leq 4$
$\boxed{1 < 2}$	$\boxed{1 \leq 4}$
Sí verifica	**Sí verifica**

Adicionalmente, se puede verificar la solución utilizando la herramienta tecnológica "*Geogebra*". Puede descargarla en su computadora o acceder a su plataforma online a través del siguiente enlace:

https://www.geogebra.org/graphing?lang=es

Ingresar las inecuaciones del sistema, tras la cual se obtendrá:



En donde, se aprecia que la región solución obtenida está correcta.

3
$$\begin{cases} s^2 - 14 \leq 2 \\ 4 + s > 1 \end{cases}$$

C) En conjunto con los estudiantes, encontrar la región solución de la inecuación cuadrática. Para ello, seguir las instrucciones a continuación:

a) Encontrar los puntos críticos de la inecuación:

$$s^2 - 14 \leq 2$$

$$s^2 - 14 = 2$$

$$s^2 - 14 - 2 = 2 - 2$$

$$s^2 - 16 = 0$$

$$(s + 4)(s - 4) = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} s_1 &= -4 \\ s_2 &= 4 \end{aligned}}$$

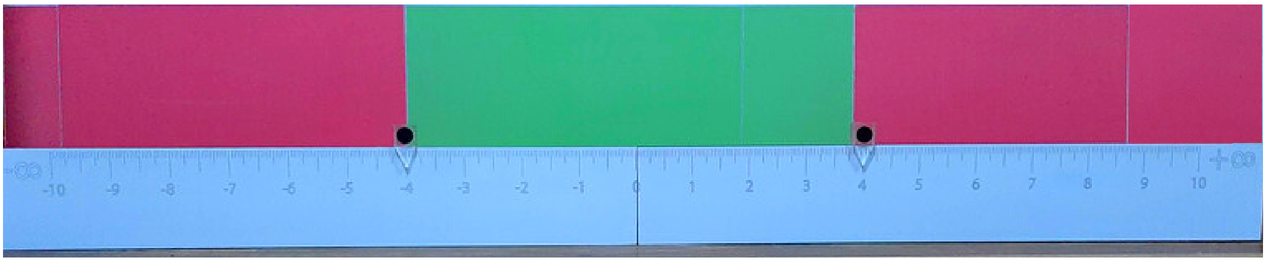
b) Hallar la región solución de la inecuación cuadrática, utilizando el material concreto (recta numérica). Para lo cual:

- Preguntar a los estudiantes la simbología que debe utilizarse sobre los puntos críticos.
- Pedir a un estudiante que reconozca los 3 intervalos formados, diferenciándolos deslizando sobre el primer riel placas de color alternadas para cada caso. Utilizar la regla pertinente.

Respuesta esperada:

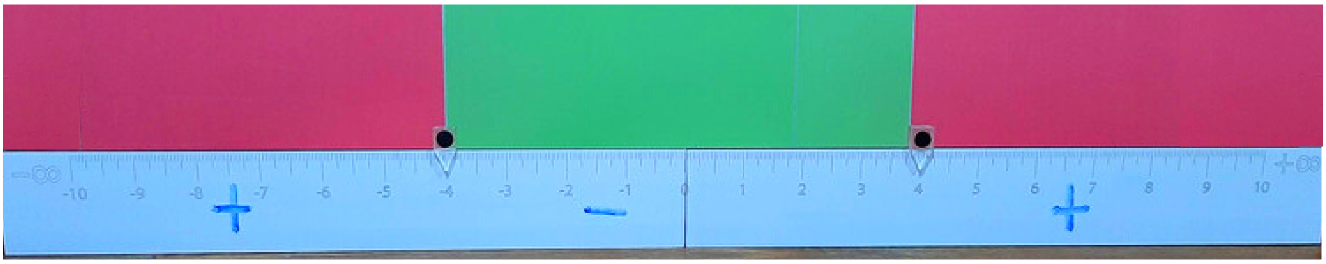
Sobre los puntos críticos debe colocarse círculos rellenos.

Gráfica esperada:

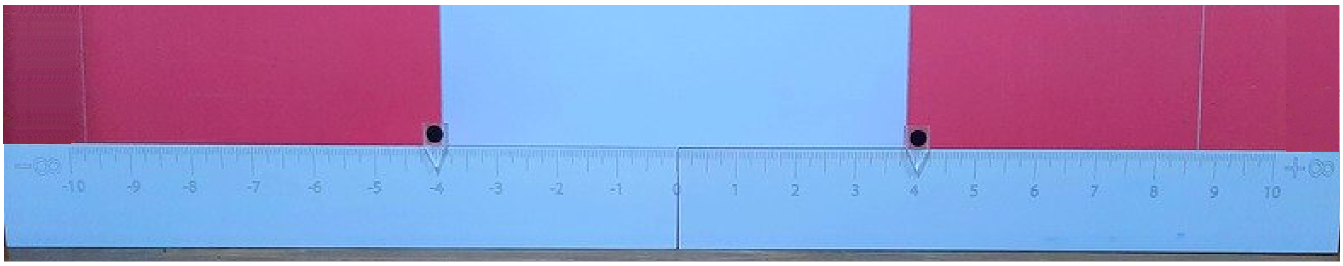


c) Pedir a los estudiantes que identifiquen el conjunto solución, seleccionando un valor de cada intervalo y reemplazándolos en la inecuación para averiguar el signo que le corresponde a cada uno.

Tras realizarlo de manera adecuada, se obtendrá lo siguiente:



d) Interpretar cuál es la solución de la inecuación y retirar las placas de color que no pertenecen a la misma así como los signos colocados.



e) Resolver la inecuación de primer grado aplicando correctamente las propiedades.

$$4 + s > 1$$

$$4 + s - 4 > 1 - 4$$

$$s > -3$$

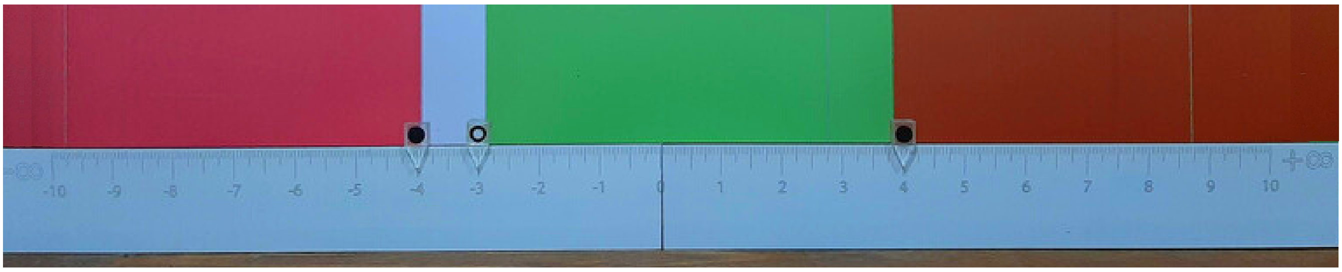
f) Representar la solución de la primera inecuación, para ello:

- Preguntar a los estudiantes la simbología que debe utilizarse sobre la recta numérica.
- Solicitar que un estudiante represente la solución, deslizando las placas de color diferente a las correspondiente de la inecuación cuadrática, sobre el segundo riel de la recta numérica.

Respuesta esperada:

Sobre la recta numérica debe colocarse un círculo sin rellenar en el número -3.

Gráfica esperada:



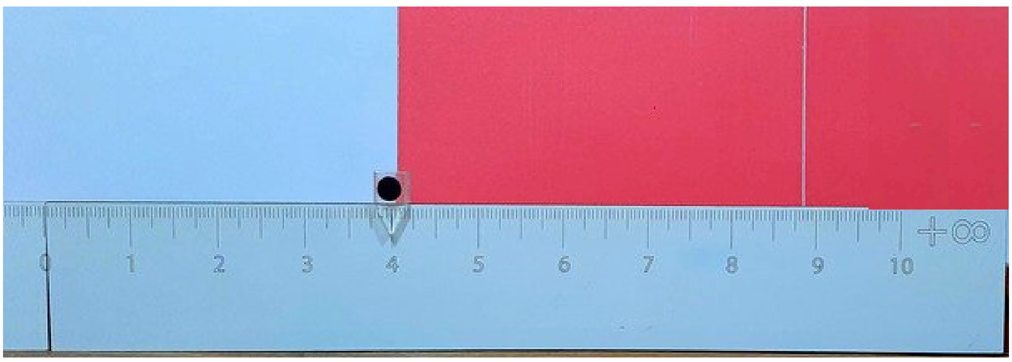
g) Solicitara a los estudiantes que deduzcan cuál es la solución del sistema de inecuaciones.

Respuesta esperada:

La solución del sistema de inecuaciones corresponde a la **intersección** de ambas soluciones obtenidas.

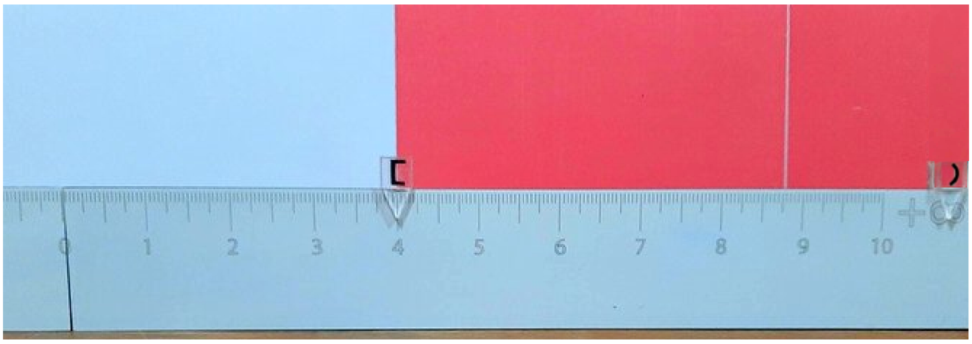
h) Pedir a un estudiante que retire las placas de color y los pasadores correspondientes, de tal manera que únicamente se aprecie la solución del sistema de inecuaciones.

De la siguiente manera:

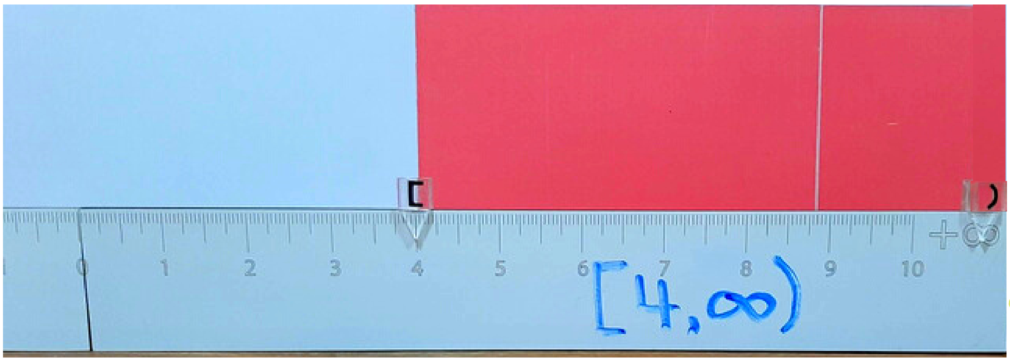


i) Pedir a otro estudiante que sobre la recta numérica, coloque los pasadores que contienen la simbología a utilizar para representar la solución en forma de intervalo.

Como se muestra a continuación:



j) Indicar a un estudiante que debajo de la región solución, con marcador, escriba la solución en forma de intervalo.



Solución del sistema de inecuaciones

En conjunto con los estudiantes, extraer la siguiente conclusión referente a los sistemas de inecuaciones:

La solución de un sistema de inecuaciones es la **intersección** o **zona común** de las regiones que corresponden a la solución de cada inecuación.

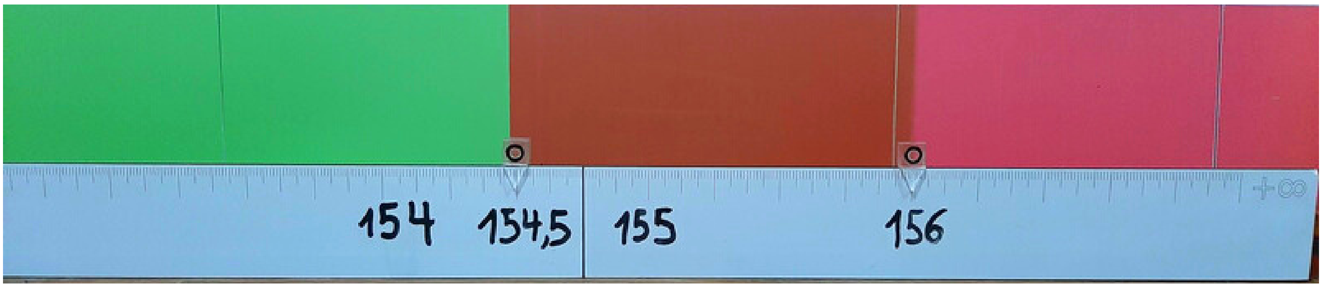
3. Presentar los siguientes vídeos a los estudiantes. Para cada solución obtenida, representarla sobre la recta numérica (material concreto) en conjunto con los estudiantes, con la finalidad de apreciar la intersección de las soluciones y verificar la respuesta obtenida en cada caso.

Primer video https://www.youtube.com/watch?v=eYlnoyHtUZo

Segundo video https://www.youtube.com/watch?v=xJFjTkpU-E8&t=55s

A continuación se presenta la solución sobre la recta numérica para cada problema:

Representación gráfica de la solución obtenida para el primer problema:



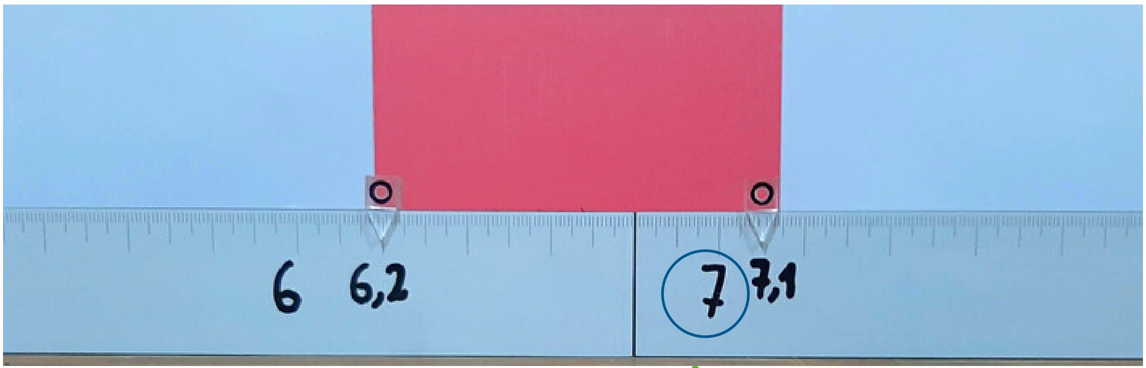
La solución corresponde a la zona de intersección, por tanto:

El problema pide hallar el **número de viviendas de la urbanización**, por tanto, de acuerdo al contexto, la respuesta es un **número entero**. El único número entero que pertenece al intervalo solución es 155, siendo esta la respuesta.

Respuesta: El número de viviendas de la urbanización es de 155.

Representación gráfica de la solución obtenida para el segundo problema:

La solución corresponde a la zona de intersección, por tanto:



El problema solicita encontrar el **número de hermanos de Karla,** por tanto, de acuerdo al contexto, la respuesta es un **número entero**. El único número entero que pertenece al intervalo solución es 155, siendo esta la respuesta.

Respuesta: Karla tiene 7 hermanos.

CONSOLIDACIÓN

Para la siguiente actividad, es necesario que el docente previamente recorte las cartillas del "BINGO" de sistemas de Inecuaciones. Las cuales las encuentra al final de la clase o en la carpeta de Google Drive respectiva.

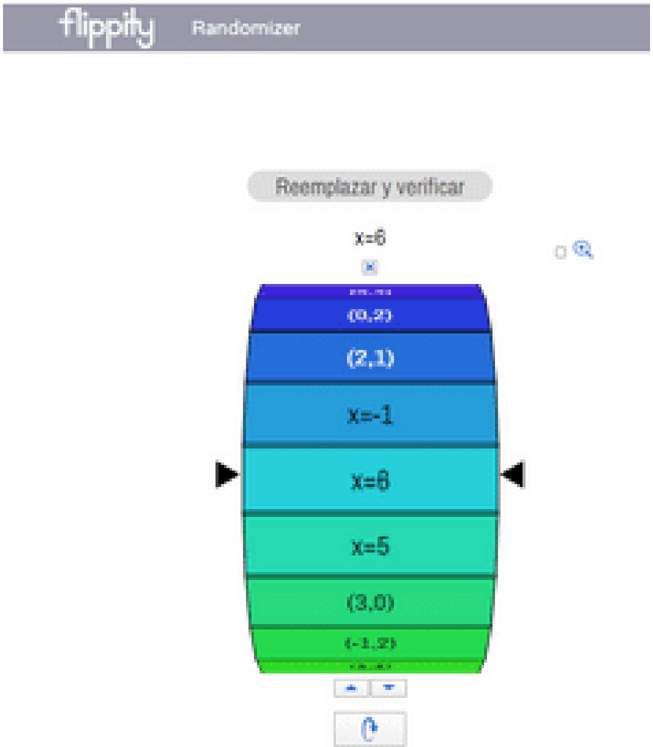
1. Pedir a los estudiantes que formen grupos de 3 integrantes. La actividad también se puede trabajar en parejas si el docente así lo considera pertinente.

2. Entregar a cada grupo conformado, una cartilla de BINGO.

3. Acceder al siguiente enlace y proyectar la página que se visualiza:

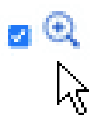
https://www.flippity.net/ra.php?k=1AIlpWJDg_wr4ojnNXw508AcKToxOfvYXdQflxgi7zi0

Aparecerá la página que se encuentra a continuación:



4. Girar la ruleta haciendo clic sobre el siguiente símbolo:

5. Tras obtener un resultado, es recomendable activar el zoom haciendo clic en el recuadro en blanco que se encuentra junto a la lupa de la parte superior derecha, para permitir una mejor visualización.



6. Indicar que el resultado obtenido en la ruleta, deben reemplazarlo en los sistemas de inecuaciones que sean posibles, con la finalidad de verificar si forma parte de su solución o no, entonces:

Si se obtiene un **valor de x**, se lo puede reemplazar en **sistemas de inecuaciones lineales o cuadráticas con una incógnita**.

Si se obtiene una **coordenada**, se la puede reemplazar en sistemas de **inecuaciones lineales con dos incógnitas**.

Recalcar que existe la posibilidad de que un valor de x o una coordenada, verifique más de un sistema de inecuaciones.

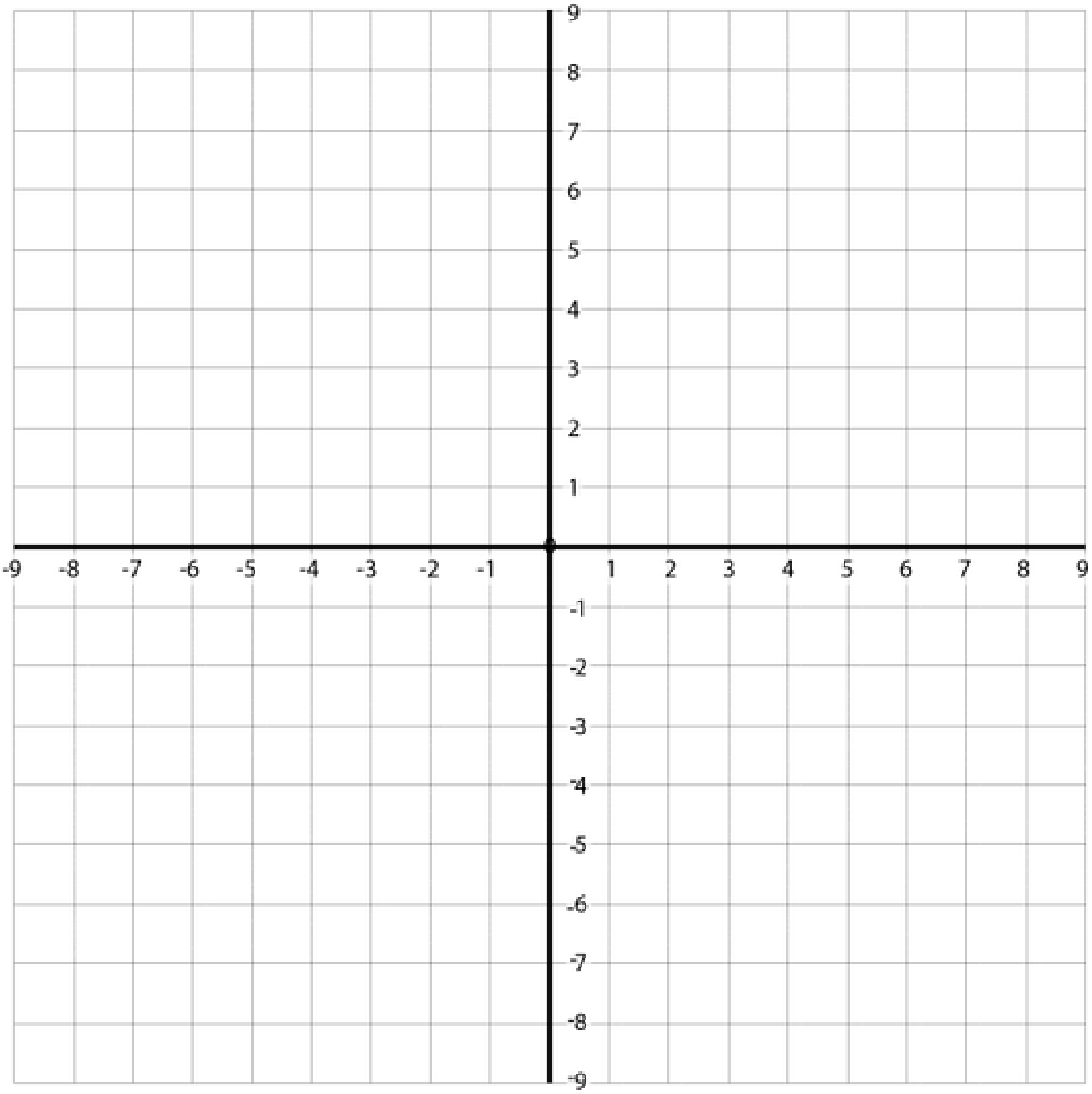
7. Girar la ruleta hasta que un grupo de estudiantes complete toda la cartilla de BINGO.

Indicar que una vez que el grupo complete la cartilla, deberá decir en voz alta **¡BINGO!**

Para comprobar si el grupo ha completada acertadamente la cartilla, el docente debe anotar los valores de x y las coordenadas obtenidas tras cada giro de la ruleta.

El BINGO termina una vez que algún grupo haya completado exitosamente la cartilla.

Plano cartesiano



Cartillas para el BINGO de sistemas de inecuaciones

BINGO		
$\begin{cases} x+y\le 1 \\ x-y<3 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+3\ge 1 \\ -x+2<-1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-x-2>0 \\ 3x+3\le 8 \end{cases}$
$\begin{cases} 2x+y\le 3 \\ x+y\ge 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2+3\le 7 \\ x-1\ge 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x-y\ge -3 \\ x+y<2 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2-7x+10\ge 0 \\ x\le 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-3\le 6 \\ 4-2x>6 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y\le 5 \\ -2x+y>6 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} x+y\le 5 \\ -2x+y>6 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-7x+10\ge 0 \\ x\le 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y\le 3 \\ x+y\ge 1 \end{cases}$
$\begin{cases} x+y\ge 0 \\ 2x-y<0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y\le 1 \\ x-y<3 \end{cases}$	$\begin{cases} x\le 2 \\ x\ge 0 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2-5x+6>0 \\ x-3\ge 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+3\ge 1 \\ -x+2<-1 \end{cases}$	$\begin{cases} x+5\le 0 \\ x+3>4 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} x+y\ge 0 \\ 2x-y<0 \end{cases}$	$\begin{cases} x\le 2 \\ x\ge 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x-y\ge -3 \\ x+y<2 \end{cases}$
$\begin{cases} 3x-3\le 6 \\ 4-2x>6 \end{cases}$	$\begin{cases} x+5\le 0 \\ x+3>4 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2+3\le 7 \\ x-1\ge 0 \end{cases}$
$\begin{cases} x+y>2 \\ -3x+y\le 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-7x+10\ge 0 \\ x\le 5 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y\le 1 \\ x-y<3 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} x+y\le 1 \\ x-y<3 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y<5 \\ -x+y\ge -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2+2x>15 \\ 3-2x<7 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2-6+8>0 \\ x-5\ge 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+3\ge 1 \\ -x+2<-1 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y\ge 0 \\ 2x-y<0 \end{cases}$
$\begin{cases} 4x-3<1 \\ x+6>2 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-5x+6>0 \\ x-3\ge 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y>2 \\ -3x+y\le 3 \end{cases}$

BINGO

$\begin{cases} x^2-7x+10\geq 0 \\ x\leq 5 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y>2 \\ -3x+y\leq 3 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x-3<1 \\ x+6>2 \end{cases}$
$\begin{cases} x\leq 2 \\ x\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-6+8>0 \\ x-5\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y\leq 3 \\ x+y\geq 1 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2-x-2>0 \\ 3x+3\leq 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y\leq 5 \\ -2x+y>6 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y\geq 0 \\ 2x-y<0 \end{cases}$

BINGO

$\begin{cases} x^2-x-2>0 \\ 3x+3\leq 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x+5\leq 0 \\ x+3>4 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-3\leq 6 \\ 4-2x>6 \end{cases}$
$\begin{cases} 2x-y\geq -3 \\ x+y<2 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-5x+6>0 \\ x-3\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y<5 \\ -x+y\geq -1 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2+3\leq 7 \\ x-1\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x-3<1 \\ x+6>2 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y\leq 1 \\ x-y<3 \end{cases}$

BINGO

$\begin{cases} x+y\geq 0 \\ 2x-y<0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x-y\geq -3 \\ x+y<2 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x-3<1 \\ x+6>2 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2+2x>15 \\ 3-2x<7 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y\leq 5 \\ -2x+y>6 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-5x+6>0 \\ x-3\geq 0 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2+3\leq 7 \\ x-1\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+5\leq 0 \\ x+3>4 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y<5 \\ -x+y\geq -1 \end{cases}$

BINGO

$\begin{cases} x\leq 2 \\ x\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y<5 \\ -x+y\geq -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x+5\leq 0 \\ x+3>4 \end{cases}$
$\begin{cases} x+y>2 \\ -3x+y\leq 3 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-3\leq 6 \\ 4-2x>6 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-6+8>0 \\ x-5\geq 0 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2-7x+10\geq 0 \\ x\leq 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+3\geq 1 \\ -x+2<-1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2+2x>15 \\ 3-2x<7 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ 3x + 3 \leq 8 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - y \geq -3 \\ x + y < 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$
$\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y < 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + 3 \leq 7 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2 - 6 + 8 > 0 \\ x - 5 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 5 \leq 0 \\ x + 3 > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - 3 \leq 6 \\ 4 - 2x > 6 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} x^2 - 6 + 8 > 0 \\ x - 5 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 > 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y > 2 \\ -3x + y \leq 3 \end{cases}$
$\begin{cases} 2x + y < 5 \\ -x + y \geq -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ 3x + 3 \leq 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + 2x > 15 \\ 3 - 2x < 7 \end{cases}$
$\begin{cases} x + 5 \leq 0 \\ x + 3 > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ -2x + y > 6 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 - 7x + 10 \geq 0 \\ x \leq 5 \end{cases}$	$\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$
$\begin{cases} 2x - y \geq -3 \\ x + y < 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ 3x + 3 \leq 8 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$
$\begin{cases} 3x - 3 \leq 6 \\ 4 - 2x > 6 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y > 2 \\ -3x + y \leq 3 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} 2x + y < 5 \\ -x + y \geq -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ -2x + y > 6 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y < 3 \end{cases}$
$\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 > 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + 3 \leq 7 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2 - 6 + 8 > 0 \\ x - 5 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y \geq 0 \\ 2x - y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 3 \geq 1 \\ -x + 2 < -1 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} 2x+3 \geq 1 \\ -x+2 < -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-6+8>0 \\ x-5 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-3 \leq 6 \\ 4-2x > 6 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2-7x+10 \geq 0 \\ x \leq 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x-3 < 1 \\ x+6 > 2 \end{cases}$
$\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y \leq 5 \\ -2x+y > 6 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x-y \geq -3 \\ x+y < 2 \end{cases}$

BINGO		
$\begin{cases} x^2+3 \leq 7 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y \geq 0 \\ 2x-y < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-5x+6>0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases}$
$\begin{cases} x^2-6+8>0 \\ x-5 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y \leq 1 \\ x-y < 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2-x-2>0 \\ 3x+3 \leq 8 \end{cases}$
$\begin{cases} 2x+3 \geq 1 \\ -x+2 < -1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y < 5 \\ -x+y \geq -1 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y > 2 \\ -3x+y \leq 3 \end{cases}$

El material respectivo para cada clase, mencionados en el desarrollo de las actividades, se encuentra organizado en Google Drive. La carpeta es de libre acceso y gratuita para las personas que hagan uso de esta guía didáctica. Acceda a la carpeta ingresando en el enlace a continuación:

https://drive.google.com/drive/folders/18iEtwJ6DSkYj_wHCrfjH3CQpivmJj5sk?usp=sharing

FACULTAD DE FILOSOFÍA
LETRAS y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

FONS VITAE ERUDITIO POSSIDENTIS

UNIVERSIDAD DE CUENCA