UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
Carrera de Matemáticas y Física

"Enseñanza de Inecuaciones de primero y segundo grado, con apoyo de una Guía didáctica y recursos educativos"

Trabajo de titulación previo a la obtención del Título de Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física

AUTORAS:

Fajardo Heredia María Elisa
C.I. 0107327223
Correo electrónico: mariaelisafajardo123@gmail.com

Lazo Tuba Erika Lisseth
C.I. 0106437585
Correo electrónico: erikalis_99@hotmail.com

TUTORA:
Msc. Carmen Eulalia Calle Palomeque
C.I. 0301166708

Cuenca – Ecuador
27 de abril de 2022

RESUMEN

A lo largo de los años, el desarrollo de temas matemáticos ha presentado diversas dificultades. Entre las principales causas, radica la falta de métodos de enseñanza y uso de metodologías activas en el aula de clase que garanticen un aprendizaje significativo en los estudiantes. En particular, varios estudios demuestran serias falencias en la forma de enseñar inecuaciones de primero y segundo grado, como el uso de técnicas tradicionales que generan vacíos en los conocimientos de los estudiantes y terminan estimulando procesos mecanicistas, que no despiertan interés por comprender estos temas. Por esta razón, la presente investigación toma por objeto de estudio esta problemática, utilizando en términos metodológicos un enfoque mixto. Inicialmente, se revisó fuentes bibliográficas para comprender el estado del arte de los principales conceptos de la investigación. Posteriormente, se aplicaron entrevistas a docentes del área de Matemáticas de diferentes establecimientos educativos y pruebas dirigidas a estudiantes de Educación General Básica (EGB) y Bachillerato General Unificado (BGU) de la Unidad Educativa "San José de La Salle".

De los resultados obtenidos se encontró que los estudiantes presentan dificultades para resolver inecuaciones, interpretar soluciones y graficarlas. Por su parte, los docentes consideran relevante incorporar recursos educativos en las clases, así como contextualizar los problemas. En consecuencia, se construyó una guía didáctica dirigida a docentes para la enseñanza de inecuaciones de primero y segundo grado, que en términos epistemológicos toma al constructivismo como paradigma. Además, esta guía al ceñirse al perfil de salida del bachiller ecuatoriano, incluye pautas para que el docente guíe el aprendizaje con actividades complementadas con el uso de recursos educativos, las cuales promueven la relación entre el conocimiento y el entorno del educando facilitando la resolución e interpretación de problemas.

Palabras claves: Inecuaciones. Guía didáctica. Constructivismo. Recursos educativos. Metodologías activas.

ABSTRACT

Over the years, the development of mathematical themes has presented several difficulties. Among the main causes is the absence of teaching methods and the use of active methodologies in the classroom that would guarantee meaningful learning for students. In particular, several studies have shown serious shortcomings in the way that linear and quadratic inequalities are taught, such as the use of traditional techniques that generate gaps in the students' knowledge and end up stimulating mechanistic processes that do not spark interest in understanding these topics. For this reason, the present research was aimed at studying this problem, using a mixed approach in methodological terms. Initially, bibliographic sources were reviewed to understand the state of the art of the main concepts of the research. Subsequently, interviews were conducted with mathematics teachers from different educational schools and tests were administered to students of General Basic Education (EGB) and General Unified High School (BGU) of the "San José de La Salle" School.

From the results obtained, they have shown that students present difficulties in solving inequalities, interpreting solutions and graphing them. On the other hand, the teachers consider relevant to incorporate educational resources in the classes, as well as to contextualize the problems. Consequently, a didactic guide was designed for teachers to assist the teaching of linear and quadratic inequalities, which in epistemological terms aims at constructivism as a paradigm. In addition, this guide, by adjusting to the profile of the Ecuadorian high school graduate, includes guidelines for the teacher to guide learning with activities complemented with the use of educational resources, which promote the relationship between knowledge and the environment of the learner, facilitating the resolution and interpretation of problems.

Keywords: Inequalities. Didactic guide. Constructivism. Educational resources. Active methodologies.

ÍNDICE DE CONTENIDO

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE TABLAS

Cláusula de Propiedad Intelectual

María Elisa Fajardo Heredia, autora del trabajo de titulación "Enseñanza de Inecuaciones de primero y segundo grado, con apoyo de una Guía didáctica y recursos educativos", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 27 de abril de 2022

María Elisa Fajardo Heredia

C.I: 0107327223

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

María Elisa Fajardo Heredia en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Enseñanza de Inecuaciones de primero y segundo grado, con apoyo de una Guía didáctica y recursos educativos", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 27 de abril de 2022

María Elisa Fajardo Heredia

C.I: 0107327223

Cláusula de Propiedad Intelectual

Erika Lisseth Lazo Tuba, autora del trabajo de titulación "Enseñanza de Inecuaciones de primero y segundo grado, con apoyo de una Guía didáctica y recursos educativos", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 27 de abril de 2022

Lazo Erika

Erika Lisseth Lazo Tuba

C.I: 0106437585

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Erika Lisseth Lazo Tuba en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Enseñanza de Inecuaciones de primero y segundo grado, con apoyo de una Guía didáctica y recursos educativos", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 27 de abril de 2022

Lazo Erika

Erika Lisseth Lazo Tuba

C.I: 0106437585

DEDICATORIA

En primer lugar, este trabajo de titulación se lo dedico a Dios, quien ha estado presente en toda mi vida y me ha brindado la sabiduría, inteligencia y fortaleza para alcanzar cada una de mis metas.

De manera especial a mis padres, Manuel y Eliza, que me han apoyado de manera incondicional en todo momento, son el pilar fundamental de mi vida; siempre he podido contar con ellos y me impulsan a ser mejor cada día y cumplir con mis sueños. Gracias por su amor, cuidados, paciencia y por ayudarme a crecer en todos los aspectos.

A mis hermanos Juanito y Manu, que siempre se han preocupado por mi bienestar y han estado para mí cuando los he necesitado, llenando mi vida de momentos muy especiales.

A mi tío Julio, quien es mi modelo a seguir y la persona que me inspiró a ser docente. Desde pequeña él ha estado muy presente en mi vida, me ha apoyado y me ha brindado oportunidades para aprender y ser mejor cada día. Lo admiro y lo aprecio mucho.

De manera especial a mi mejor amiga Erika, quien es como una hermana para mí, desde los inicios de la carrera universitaria ella ha estado conmigo, ha sido mi cómplice y consejera. Gracias por recorrer todo este camino junto a mí, por dar color a mis días, tu amistad es un tesoro muy valioso para mí y espero que juntas logremos muchas metas.

A mis amigos José, Jorge, Johanna y Stalin, gracias por formar parte importante de mi vida y ser un apoyo fundamental en todo momento.

A mis queridos docentes, Magíster Eulalia Calle y Magíster Juan Carlos Bernal, a quienes admiro muchísimo y agradezco todo lo que me han enseñado, ustedes me inspiran a ser una mejor docente cada día.

A todos, gracias por enseñarme, gracias por confiar en mí y gracias por ayudarme a crecer.

María Elisa

DEDICATORIA

En primer lugar, este trabajo de titulación se lo dedico a mis padres Mauricio y Eulalia, quienes estando a la distancia siempre fueron el motor para superarme día tras días, valoro su apoyo incondicional y sus palabras de aliento que me ayudaron a ser la mujer que soy ahora.

A mi hermanita Ashley que la vida nos permita estar siempre juntas y que este trabajo de titulación sea un claro ejemplo de que todo lo que te propones se puede lograr con constancia, esfuerzo y dedicación.

A toda familia, quienes a lo largo del camino me brindaron todo su apoyo y sabiduría, en determinadas etapas de mi vida, gracias por ser parte de este proceso y por sus palabras.

A mi mejor amiga María que con su inmenso corazón soporto mis altos y bajos y a pesar de eso siempre estuvo ahí; le agradezco a la vida porque te puso en mi camino y por ser ese apoyo para lograr concluir con una meta más en mi vida, te dedico este trabajo y sigas siendo participe de más logros míos y al igual yo espero estar en los tuyos.

Finalmente, lo dedico a la mujer más importante de mi vida, mi abuelita Imelda quien con su amor incondicional me apoyó desde pequeña, gracias por estar en los momentos más importantes de mi vida y por supuesto no podía faltar este, gracias por todo.

Erika

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, queremos agradecer a Dios por la vida de nuestros padres, también porqué cada día bendice nuestras vidas con la oportunidad de estar y disfrutar a lado de las personas que más amamos, así como por permitirnos terminar con éxito nuestra carrera universitaria.

A nuestros padres, por ser los principales promotores de nuestros sueños, gracias a ellos por confiar y creer en nosotras, gracias por su apoyo incondicional en todo momento, por impulsarnos a cumplir con nuestras metas y enseñarnos a ser perseverantes en todo lo que nos propongamos.

A nuestros familiares y amigos que durante todo este camino nos han brindado su apoyo, confianza y amistad. Cada uno ha aportado de manera significativa en nuestras vidas permitiéndonos llegar hasta este punto.

A la Universidad de Cuenca por aportarnos con grandes experiencias educativas y permitirnos convertir en profesionales en lo que tanto nos apasiona. Gracias a cada maestro que hizo parte de este proceso de formación, en particular al Magister Juan Carlos Bernal, quien ha sido un apoyo fundamental y cuyas enseñanzas nos motivan a ser mejores docentes y personas cada día.

De manera especial, agradecemos a nuestra tutora, Mgs. Eulalia Calle, quien con su experiencia y conocimiento nos ha ayudado desde el inicio de la carrera, ha sido paciente con nosotras y nos ha apoyado incondicionalmente en el proceso de elaboración del trabajo de titulación, gracias por motivarnos y dejarnos grandes enseñanzas.

Finalmente, de la manera más sincera, muchas gracias a todos los que nos apoyaron y creyeron en nosotras.

María y Erika

INTRODUCCION

Uno de los objetivos del área de matemáticas es “el desarrollo máximo del pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana” (Ministerio de Educación, 2016, p. 51). Para ello, en el currículo de Matemáticas del Ministerio de Educación, la enseñanza se rige bajo los principios del constructivismo; enfoque en el cual el estudiante es el protagonista de su propio aprendizaje, para construirse de este modo en un sujeto competente, autónomo y crítico. En la medida que las desigualdades e inecuaciones son aplicadas en varias áreas relacionadas con las Matemáticas, como la Economía, Análisis Matemático, entre otras, es necesario promover su aprendizaje desde tempranas edades y sentar bases sólidas; entonces, en virtud de mejorar la enseñanza de inecuaciones de primero y segundo grado, este trabajo tiene como finalidad construir una guía didáctica con diferentes recursos educativos para docentes interesados en el tema, que brinde la posibilidad de generar aprendizajes significativos en los educandos.

En el Capítulo I, se aborda el tratamiento de las inecuaciones en el contexto curricular ecuatoriano, los fundamentos teóricos del constructivismo, así como problemáticas relacionadas con inecuaciones observadas en investigaciones realizadas por varios autores. Además, este apartado se complementa tanto con aspectos teóricos referentes a la enseñanza, estructura y diseño de una guía didáctica, como con aspectos relevantes en cuanto a los recursos educativos.

En el Capítulo II, se presenta el marco metodológico que orientará la investigación. En la primera parte, se exponen las técnicas utilizadas para la recopilación de datos cualitativos y cuantitativos, para posteriormente presentar el análisis y la discusión de los resultados.

Por último, en el Capítulo III, se presenta la propuesta del trabajo de titulación, la cual en líneas generales consiste en la elaboración de una guía didáctica que comprenderá recursos educativos y estrategias pedagógicas que los docentes del área de matemáticas podrán aprovechar para mejorar la enseñanza de inecuaciones de primero y segundo grado. Todo ello, buscando despertar el interés en los estudiantes por aprender y desarrollar conocimientos auténticos que puedan utilizarlos en la aplicación de problemas de diferente naturaleza.

Al término del trabajo, se presentan conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

1.1 Las inecuaciones en el contexto curricular ecuatoriano

Las inecuaciones forman parte de los contenidos de estudio del área de matemáticas para los subniveles de Educación General Básica y Bachillerato General Unificado. Específicamente, el estudio de las inecuaciones pertenece al Bloque 1. Álgebra y funciones, en donde:

> Se aborda de forma progresiva cada uno de los conjuntos numéricos: naturales (N), enteros (Z), racionales (Q), y reales (R); se tratan las operaciones de adición y producto, sus propiedades algebraicas, y la resolución de ecuaciones. Asimismo, se estudia el orden y sus propiedades, que son aplicadas a la resolución de inecuaciones (Ministerio de Educación, 2016, p. 224).

La complejidad de los contenidos sobre los conjuntos numéricos dependerá no solo del curso que reciba esta asignatura, sino del tipo de inecuaciones que se enseñan. Por ejemplo, si en determinado curso sólo se han trabajado números enteros, el tema de inecuaciones se desarrollará a través de ejercicios relacionadas con dicho conjunto numérico; pero, si en un curso superior se han introducido números racionales, al abordar inecuaciones se los deberá incorporar; de esta manera, las soluciones podrán ser interpretadas dentro del conjunto de números del cual el estudiante tiene conocimiento. Esta es una de las razones para abordar las inecuaciones de manera secuencial, dependiendo del conjunto de números con los que se esté trabajando en un determinado nivel, como se puede observar en la siguiente figura:

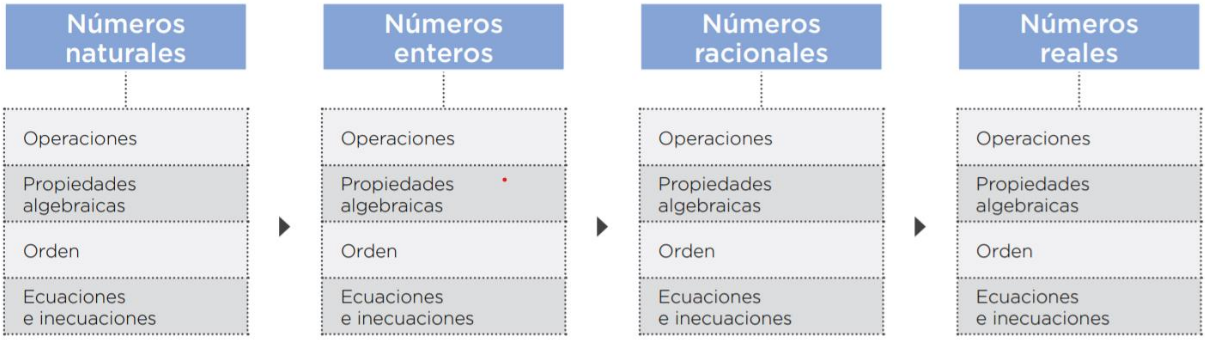


Figura 1: Tratamiento secuencial de conjuntos numéricos

El currículo ecuatoriano no contempla el estudio de inecuaciones de segundo grado, a pesar de que se imparten todos los conocimientos considerados como prerrequisitos: inecuaciones de primer grado y ecuaciones de segundo grado. Dada la relevancia de las inecuaciones cuadráticas en diferentes ámbitos de estudio, se torna necesario la implementación de este ámbito de las matemáticas en diferentes niveles, incluido el bachillerato.

1.1.1 Orientaciones metodológicas que constan en el currículo para la enseñanza

Como punto de partida para la discusión de este apartado, es importante señalar lo expuesto por el Ministerio de Educación (2016) sobre los métodos de enseñanza y aprendizaje:

> Las instituciones educativas desarrollarán métodos que tengan en cuenta los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes, favoreciendo su capacidad de aprender por sí mismos y promoviendo el trabajo en equipo, así lo que esencialmente fomenta es llevar una metodología centrada en la actividad y participación de los estudiantes que favorezca el pensamiento racional y crítico, el trabajo individual y cooperativo del alumnado en el aula, que conlleve la lectura y la investigación, así como las diferentes posibilidades de expresión. (p. 17)

Un aspecto esencial de lo expuesto, radica en que el currículo ecuatoriano reconoce y realza el papel que tiene la lectura en el desarrollo de las capacidades de los estudiantes, de modo que es necesario recuperar su valor e incluirla como un soporte fundamental de todas las áreas. Asimismo, se enfatiza el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación, consideradas dentro del currículo como instrumentos que facilitan los procesos de enseñanza - aprendizaje.

En cuanto, a la didáctica y metodología del área de Matemáticas, el Ministerio de Educación (2016), señala que estas deben estar articuladas:

> […] a las actividades lúdicas que fomentan la creatividad, la socialización, la comunicación, la observación, la investigación y la solución de problemas cotidianos; el aprendizaje es intuitivo, visual y, en especial, se concreta a través de la manipulación de objetos para obtener las propiedades matemáticas deseadas e introducir a su vez nuevos conceptos. Posteriormente se van complejizando de forma sistemática los contenidos y procesos matemáticos, los estudiantes utilizan definiciones, teoremas y demostraciones lo que conlleva al desarrollo de un pensamiento reflexivo y lógico que les permite resolver problemas de la vida real. (p. 344)

Las matemáticas contribuyen significativamente en la construcción del perfil de salida del bachiller ecuatoriano; es indiscutible su rol y su importancia en la generación de estudiantes creativos, autónomos, comunicativos, capaces de aportar nuevas ideas a los desafíos y retos de la contemporaneidad.

Finalmente, otro de los aspectos destacados de la enseñanza de las matemáticas reside en "el desarrollo máximo del pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida cotidiana" (Ministerio de Educación, 2016, p. 51). Por ello, la efectividad de la enseñanza dependerá también de la importancia que se le atribuya al contexto del estudiante; es decir, su entorno más cercano, siendo necesario involucrarlo en la resolución de ejercicios, problemas y otras actividades, para que esta ciencia no pierda esa íntima relación con la vida diaria.

1.1.2 Fundamentos epistemológicos y pedagógicos

Dentro del currículo, la enseñanza de las matemáticas encuentra su base epistemológica en el enfoque pragmático-constructivista (Font, 2003), en el cual "se considera que el estudiante alcanza un aprendizaje significativo cuando resuelve problemas de la vida real aplicando diferentes conceptos y herramientas matemáticos" (Ministerio de Educación, 2016, p. 53). Basado en la resolución de problemas o situaciones reales, este paradigma, permite al estudiante, entre otras cosas:

- Interpretar a través del lenguaje (términos, expresiones algebraicas o funcionales, modelos, gráficos, entre otros) el problema.
- Plantear acciones (técnicas, algoritmos) alrededor de conceptos (definiciones o reglas de uso).
- Utilizar propiedades de los conceptos y acciones, y con argumentaciones (inductivas, deductivas, entre otras) resolver el problema.
- Juzgar la validez de su resultado e interpretarlo.

Bajo estos aspectos, resulta pertinente analizar las pautas y las herramientas presentadas por el currículo, en la medida que son los vehículos empleados para poner en marcha una didáctica adecuada que favorezca al estudiante, procurando desarrollar las capacidades del educando y brindar soluciones inmediatas e ingeniosas a problemas que se puedan presentar en la sociedad.

Por lo expuesto, es necesario que los docentes de matemáticas planifiquen sus clases, seleccionen estrategias que respondan a lo planteado en el currículo, promuevan en los estudiantes el interés por aprender inecuaciones y fomenten su participación activa en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

1.2 La enseñanza de las inecuaciones: Dificultades y Limitaciones

Las inecuaciones constituyen una temática de primer orden para el desarrollo de otras más avanzadas, por lo cual los conocimientos adquiridos sobre inecuaciones deberían ser sólidos. Sin embargo, existen dificultades que se han generado en los estudiantes al resolver inecuaciones y desigualdades, muchas de las cuales se repiten año tras año. Para autores como Garrote, Hidalgo y Blanco (2004) los déficits de la enseñanza de inecuaciones se pueden resumir en los siguientes puntos:

- No se introducen las propiedades de inecuaciones, por lo que en su resolución se utilizan las aplicadas en ecuaciones, mencionando frases como “lo que está sumando pasa restando”, “lo que está multiplicando pasa dividiendo”, generando en los estudiantes un proceso memorístico de resolución sin introducir la idea de inecuación equivalente que se relaciona con la aplicación adecuada de las propiedades de inecuaciones.
- En la misma línea, suele trabajarse sin mayor reflexión sobre el concepto de inecuación, para centrarse directamente en su resolución rápida a través de técnicas.
- No tener en cuenta los conocimientos previos: los docentes pasan por alto la claridad de los símbolos utilizados en inecuaciones, así como su diferenciación y su interpretación apropiada.

Los mismos autores, en su estudio realizado a 91 alumnos, procedentes de 4 centros educativos distintos, matriculados en el primer curso de Bachillerato de las opciones

Tecnología o Ciencias de la Naturaleza y la Salud; encontraron los siguientes errores y debilidades en la enseñanza de los conceptos y los usos de desigualdades e inecuaciones.

- La comprensión del concepto de inecuación es deficiente en una parte importante de los alumnos, específicamente no se establecen diferencias significativas entre este concepto y el de ecuación, es decir, no logran apreciar la diferencia entre unas y otras, como es el símbolo que las componen; mientras que en las ecuaciones se utiliza el símbolo “=”, en las inecuaciones se utilizan los símbolos “$<, \leq, >, \geq$”.
- Al no dominar los símbolos que se utilizan en inecuaciones y; por tanto, no interpretarlos adecuadamente, se manifiestan dificultades al leer de izquierda a derecha o de derecha izquierda, es decir, debilidades para reconocer la equivalencia de las expresiones x > 1 y $1 <$ x.
- Aparecen serias falencias al momento de pasar de un enunciado literal a una expresión algebraica, debida a la introducción excesivamente rápida de este tipo de expresiones.
- Para buena parte de los alumnos, el álgebra es “operar” con números y letras, sin otro objeto que obtener valores para las mismas tras la aplicación de algoritmos para su resolución. Así, cuando se tiene una expresión de la forma -7x < 5, el objetivo es dejar sola la incógnita y para ello “se pasa el –7 dividiendo al otro lado de la inecuación” como si se tratase de una ecuación, en la que queda en un segundo plano la búsqueda de los valores para la incógnita que hagan cierta la desigualdad. (p. 10)

Por su parte, Barbosa (2006), hace notar la limitación de las técnicas de resolución de inecuaciones enseñadas de manera tradicional; por lo cual, considera que las mismas deben ser modificadas adoptando nuevas metodologías y técnicas de enseñanza, enfocadas a responder a las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los conceptos previos necesarios para la comprensión de inecuaciones?
- ¿Cómo construye o entiende el alumno el concepto de inecuación?
- ¿Cuáles son las estructuras mentales y las conexiones con otros contenidos matemáticos necesarios para la comprensión de la idea de inecuación?
- ¿Cómo puede influir en la resolución de problemas relacionados la interpretación de inecuación?

Sobre la base de estas preguntas, difícilmente se negará la importancia que tienen los saberes previos para abordar y dominar inecuaciones. Lo mismo se podría decir de los diferentes estilos de aprendizaje; por ello, resulta oportuno reemplazar las metodologías tradicionales generalmente utilizadas por una metodología de enseñanza que se adapte a las necesidades de los estudiantes.

En la misma línea de investigación, Borello (citado en Monje, 2017) en su trabajo sobre los tipos de errores relacionados con la representación gráfica de inecuaciones, muestra que las dificultades surgen cuando se enseña a graficar casi exclusivamente con el método de tabulación, es decir, identificando puntos en el plano sin mayor interpretación. A la misma conclusión llegan Vrancken, Müller y Engler (2010), quienes sostienen que los estudiantes recurren generalmente a la resolución algebraica frente a la gráfica.

Así mismo, en un estudio realizado en la Unidad Educativa Particular Paulo Freire, ubicada en la Ciudad de Guayaquil, Naula y Carrera (2020) identificaron que los estudiantes de Segundo Año de Bachillerato presentan problemas cuando tratan de identificar el intervalo solución de los sistemas de inecuaciones, tanto de manera gráfica como analítica. Adicionalmente, encontraron que los docentes emplean un número reducido de softwares educativos como recursos didácticos para complementar sus clases. Este es un signo, que permite afirmar la prevalencia de modelos de enseñanza tradicional, los cuales no motivan la utilización de la tecnología como un medio de autoaprendizaje.

En este punto de la exposición, es importante subrayar el sin número de aplicaciones que las inecuaciones tienen en diversas áreas y ciencias como: economía, cálculo diferencial, computación, análisis matemático, etc., sin embargo, los estudiantes en muchas ocasiones no logran reconocer su aplicación e importancia; y, en cierta medida, el descrédito se explica por la poca importancia que el docente atribuye a las inecuaciones. Borello (2008), en el estudio que desarrolló en la Universidad de São Paulo, menciona que: "se han estado utilizando técnicas tradicionales para la resolución de las mismas y se ha evidenciado el hecho de que los maestros no dan mucha importancia a las inecuaciones ni buscan maneras de mejorar su didáctica".

Por otro lado, los problemas y ejercicios seleccionados por el docente para abordar la temática, así como el proceder de su resolución, desembocan en la posible formación de un encuadramiento mental y memorístico en los estudiantes. Frente a este problema, se encuentra con frecuencia que "los docentes disminuyen la dificultad de los problemas que se les plantea resolver a los estudiantes para que ellos puedan hacerlo" (Barbosa, 2003, p. 201), sin considerar el efecto negativo que tiene sobre los alumnos. Esta forma de plantear las inecuaciones menoscaba las capacidades con las que cuentan los estudiantes para afrontar nuevos retos o inecuaciones de mayor dificultad, generando una enseñanza vacía al no brindar las herramientas necesarias al alumnado para solucionar problemas desafiantes de manera autónoma, creativa y reflexiva.

Un buen manejo de la clase y del tema por parte del docente es fundamental para sentar bases sólidas en el estudiante; de tal manera que los conocimientos adquiridos puedan aplicarlos adecuadamente en diferentes situaciones de su vida y no solo se vean limitados en una mera resolución de ejercicios. Después de realizar entrevistas a diversos docentes del área de Matemáticas, Torres (2013) subraya que los maestros se muestran sinceros al aceptar su desconocimiento o débil manejo de diferentes herramientas para el abordaje de inecuaciones, así como la falta de claridad en cuanto a las Teorías de Enseñanza y los criterios para guiar la actuación en la clase. En su conjunto, estas falencias dificultan la comprensión de una temática "más avanzada" o de aplicación como lo son las inecuaciones; al mismo tiempo que demuestran cuan necesario es estructurar clases bajo una adecuada secuencialidad y contar con herramientas oportunas para ello.

Autores como Santos y Lozada (2010), sostienen que la enseñanza de las inecuaciones se mantiene en un orden teórico y mecanicista, que no favorece en lo absoluto su aplicación en problemas de la vida cotidiana y, precisamente, en una clase al no buscar la manera de asociarlas al diario vivir, el estudiante no reconoce su importancia; por tanto, tiende a perder el interés por realmente aprenderlas, dado que un factor importante de motivación para ellos es cuando logran reconocer la utilidad del tema a tratar.

Finalmente, Campos y Balderas (2000) defienden que el propósito de la enseñanza de las matemáticas reside en ofrecer condiciones que permitan al estudiante entender los problemas desde una perspectiva flexible, que incluya formas representacionales equivalentes para su solución y manipulaciones simbólicas particulares. Esto exige al docente buscar distintos caminos para guiar el conocimiento del estudiante, brindándole diferentes modos de representar una solución e interpretar correctamente las inecuaciones. En último término, se persigue que el estudiante sea capaz de reconocer la coherencia ineludible entre el resultado y el ejercicio, planteamiento o problema propuesto; además, se pretende que esté capacitado para afrontar y resolver problemas asociados a la vida cotidiana. En suma, la enseñanza de inecuaciones supone un inmenso esfuerzo para los responsables en educación matemática, estrechamente relacionado con la construcción de propuestas pedagógicas que promuevan aprendizajes significativos.

1.3 Metodologías activas. El constructivismo

Las orientaciones metodológicas y los fundamentos tanto epistemológicos como pedagógicos del currículo ecuatoriano, enfatizan el papel fundamental que el estudiante tiene en su propio proceso de aprendizaje, de modo que el docente realiza únicamente una figura de mediador que orienta la adquisición de conocimientos sólidos y significativos en busca de formar estudiantes reflexivos, críticos, investigativos y creativos. Por lo expuesto, el presente trabajo se remitirá a las metodologías activas y al constructivismo.

1.3.1 Metodologías activas

De acuerdo con Fernández (2020), las metodologías activas se refieren a todas aquellas estrategias de enseñanza que convierten al educando en protagonista de su aprendizaje; en un sujeto competente, autónomo y crítico. Además, se trata de una enseñanza contextualizada en problemas del mundo real, que enriquece su visión y permite afrontar retos del escenario económico, político, social, ambiental futuro. La introducción de metodologías activas dentro del aula, promueve aprendizajes auténticos y significativos. En opinión de Fernández (2020), este tipo de metodologías:

> Permite empoderar al alumnado y convertirlo en el centro de su propio aprendizaje**,** haciéndolo consciente de que aprender está en sus manos. El docente ahora supone supervisar, hacer de guía, orientar a los estudiantes en las decisiones que van tomando a lo largo de su trabajo, además, en este nuevo modelo, tiene la oportunidad de crear contenido y desarrollar tareas de construcción de procesos de aprendizaje más cercano a los intereses y motivaciones del alumnado.

Dentro de las metodologías activas, el trabajo cooperativo es un recurso valioso para promover valores, facultades como la creatividad y el pensamiento crítico, así como la motivación, brindando a los estudiantes la oportunidad de paso a paso ir creando su propio aprendizaje. Además, el trabajo en equipo genera debate y discusión entre ideas; "brinda la posibilidad de que cada estudiante aporte con su razonamiento ante distintas situaciones, contrasten puntos de vista diferentes" (*Educación 3.0*, 2017). Sopesar y analizar argumentos desde diferentes criterios, no solo fomenta la interiorización y el dominio de los conocimientos, sino que estimula la crítica, la reflexión, la participación y la creatividad en las respuestas y soluciones; ya que, por sí mismos, tras juzgar y analizar con argumentos las distintas perspectivas presentadas, construirán conclusiones que formarán parte de su nuevo aprendizaje.

En suma al trabajo cooperativo, las metodologías activas brindan una gama amplia de herramientas que se pueden usar e implementar dentro de las actividades para llevar a cabo las clases, seleccionando las más pertinentes de acuerdo a las destrezas que se pretende alcancen los estudiantes, entre ellas tenemos: aprendizaje basado en problemas, el método del caso, aprendizaje basado en proyectos, simulación, aprendizaje cooperativo, visual thinking, aula invertida, entre otras.

Es importante señalar que uno de los signos de identidad de las metodologías activas radica en "su predisposición a rechazar procesos memorísticos en favor de un espíritu mucho más crítico" (*Educación 3.0*, 2017); para ello, es preciso que, aunque el docente pase a un segundo plano, y el estudiante asuma el rol de protagonista principal de su propio aprendizaje, él será quien personalice su proceso de aprendizaje, en busca de forjar una personalidad crítica y responsable involucrando a los educandos directamente en el proceso. La consumación de los objetivos dependerá de una selección oportuna de actividades y herramientas. Son muy diferentes los objetivos perseguidos a través de trabajos de cooperación que aquellos buscados lograr a través de juegos con fines académicos o los que involucran la manipulación de objetos, lecturas previas, etc.

No obstante, es posible combinar técnicas; no existe limitantes para enseñar y aún menos se trata de seguir al pie de la letra un "manual"; todo dependerá del uso adecuado de la amplia gama de herramientas disponibles para la enseñanza. Por consiguiente, "el contenido en las metodologías activas es valioso, pero lo es aún más las actividades que se le planteen al alumno. En consecuencia, el rol del profesor es clave para la implementación de estas en su curso" (*e-Learning Masters*, 2019).

1.3.2 Constructivismo

Existen diversos enfoques para orientar los procesos educativos; todos tienen una presencia significativa, así como características particulares en cuanto al aprendizaje y a la enseñanza. Cada uno de los mismos, cuenta con su propia base teórica - explicativa, instrumentos metodológicos y tecnológicos para conducir dichos procesos desde diferentes dimensiones. En el Ecuador, el Ministerio de Educación, consciente de los cambios suscitados en el campo educativo y de las diferencias que caracterizan a las nuevas generaciones, plantea entre sus objetivos, propiciar "calidad educativa, la formación integral de los jóvenes e incrementar las capacidades y el desempeño de los estudiantes" (Ministerio de Educación, 2016). No es extraño que, debido a este objetivo, esta institución priorice el modelo pedagógico constructivista y la aplicación de metodologías activas.

Para autores como Pimienta (2007), si bien existen diversas interpretaciones sobre los beneficios del constructivismo, la mayoría coinciden en que supone un cambio notable en el interés de la enseñanza al colocar en el centro de la empresa educativa los esfuerzos del estudiante por entender. En esta dinámica, el docente cede su protagonismo al estudiante, quien asume el papel fundamental en su propio proceso de formación; por ello, el profesor no solo tendrá que emplear diversos materiales físicos, interactivos y manipulables, sino que utilizará terminología pertinente cognitiva tal como: clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar, pensar; así mismo, será el encargado de "desafiar a los estudiantes a indagar haciendo preguntas que necesitan respuestas bien reflexionadas y también los desafiará a que se hagan preguntas entre ellos" (Bolaños, 2011, p. 3).

El constructivismo es una teoría ampliamente aceptada y utilizada, la cual afirma que "el estudiante no adquiere el conocimiento de una forma pasiva sino activa lo que propicia un aprendizaje significativo, utilizando enfoques que reconocen la importancia de emplear y cuestionar los modelos mentales ya presentes en los estudiantes" (Coll, 1993, citado por Tigse, 2019). Con el enfoque constructivista de enseñanza, como menciona Coll (como se citó en Tigse, 2019), se pretende que los estudiantes desarrollaren un sin número de habilidades metacognitivas, cognitivas y socio-afectivas, para determinarse como sujetos autónomos que afronten desafíos globales a través de la indagación, la acción, y la reflexión. En el constructivismo, los estudiantes aprenderán haciendo, comprometiéndose y poniendo en acción su cuerpo y mente para adquirir diversos conocimientos, habilidades y destrezas.

Un docente debe procurar ser un guía eficaz para la construcción del conocimiento de los estudiantes, para ello como se menciona en Edacom (2019), el profesor procurará:

- Impulsar la autonomía e iniciativa del alumno.
- Proponer de forma vivencial tareas constructivistas como: clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar, pensar.
- Investigar la comprensión de conceptos que tienen los estudiantes antes de compartir con ellos su propia comprensión.
- Impulsar la indagación y motiva la reflexión para encontrar las respuestas. (p. 2)

Además, tanto los "profesores, alumnos y contenido, deben interactuar entre sí para producir un aprendizaje efectivo; es decir, sin la creatividad e imaginación de los niños, o la guía docente, los materiales se convierten en simples objetos sin vida" (*Edacom*, 2019, p. 5); por ello, todos los participantes del proceso educativo y lo utilizado en el transcurso del mismo tienen que ir de la mano, resultando esencial que cada uno de los pasos y decisiones tomadas por el docente cuenten con una intención clara y objetivos bien definidos.

1.3.2.1 Aportes del constructivismo para la enseñanza

Alrededor del constructivismo, varios autores han desarrollado teorías que cuentan con aportes significativos. Coll (como se citó en Tigse, 2019), distingue cuatro tipos de constructivismo:

1. El constructivismo que se deriva de la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget.
2. El constructivismo basado en las teorías del aprendizaje verbal significativo, de los organizadores previos, así como de la asimilación, de Ausubel.
3. Constructivismo inspirado en la psicología cognitiva.
4. Constructivismo desprendido de la teoría sociocultural de Vygotsky. (pp. 26-27)

Cada uno con sus ideas promueven que el estudiante sea el actor principal en su aprendizaje; al tomarlas como referencia y posteriormente ponerlas en acción se logrará el cometido.

Para el constructivismo piagetiano, el aprendizaje es el resultado de una relación entre los esquemas mentales del educando y el medio. Debido a la naturaleza de esta relación, se deriva la importancia de los espacios, herramientas y recursos necesarios que el docente debe proporcionar al estudiante para promover aprendizajes significativos.

Por su parte, la teoría de Ausubel critica al aprendizaje memorístico, dado que no permite conectar los nuevos conocimientos adquiridos con los anteriores. Lo mismo recalca Torres (2019), quien sostiene que, al aprender de esa manera, los nuevos contenidos se van acumulando en la memoria sin quedar vinculados a los conocimientos previos por medio de la significación; como consecuencia, dificulta la expansión del conocimiento real y torna la información volátil y fácil de olvidar. Por ello, el principal aporte de la teoría de Ausubel al constructivismo es un modelo de enseñanza por exposición, en busca de promover el aprendizaje significativo en lugar del aprendizaje de memoria.

A grandes rasgos, el aprendizaje significativo implica que "los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del estudiante, cuando este relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente obtenidos" (Ausubel, 1983), por tanto, los conocimientos previos y la solidez de los mismos ocupan un lugar central en la enseñanza de nuevos saberes. Otro de los aportes de esta teoría, se refiere al concepto de "organizadores anticipados"; los cuales son medios que sirven de apoyo al estudiante frente a la nueva información, funcionando como un puente entre el nuevo material y el conocimiento previo del alumno. El éxito de aprendizajes significativos dependerá del uso adecuado de material y de la motivación, entendida esta como un factor fundamental para que el alumno se interese por aprender. Las actividades a desarrollar, deben contar con una planificación adecuada, así como con herramientas y recursos pertinentes para promover conocimientos, habilidades y destrezas útiles para el futuro del estudiante.

Ahora bien, Lev Vygotsky defiende que la estructura cognitiva es el resultado de un proceso colaborativo, en el que participan e interactúan los estudiantes con el ambiente que los rodea. Por esta razón, surge la necesidad de desarrollar actividades cooperativas, estrechamente relacionados con el contexto del estudiante. Para Regader (2019), las actividades grupales permiten interiorizar las estructuras de pensamiento de la sociedad a su alrededor**,** para apropiarse de las mismas. La cooperación, es una condición indispensable para que los estudiantes "construyan su propio conocimiento, su propio esquema, a partir de la información que reciben" (Rodríguez, 2019), la cual surge del medio en el que los estudiantes viven y sobre el que construyen sus experiencias. Como diría Vygotsky:

"El conocimiento que no proviene de la experiencia no es realmente un saber" (L.S. Vygotsky)

1.4 Las Guías Metodológicas en la enseñanza de las Inecuaciones

En la medida que los estudiantes frecuentemente presentan dificultades cuando afrontan inecuaciones, es necesario utilizar diferentes metodologías en la planificación de las actividades de enseñanza. Por su complejidad, la explicación de las inecuaciones debe partir con la clarificación de conceptos, propiedades y reglas; esta es una condición indispensable para que los estudiantes apliquen inecuaciones sin complicación en problemas de diferente naturaleza. Por ello, en busca de superar dichas dificultades, es importante enriquecer la enseñanza de este tema brindando al docente herramientas de apoyo al momento de desarrollar las respectivas clases, como una guía metodológica, que conjuntamente con los recursos educativos adecuados, complementarán el proceso de enseñanza y contribuirán a superar aquellos errores que se presentan relacionados con inecuaciones; los cuales con el transcurso del tiempo se convierten en obstáculos para avanzar hacia temáticas posteriores.

La enseñanza de conceptos como igualdad, desigualdad y de sus respectivos símbolos se introducen en las bases curriculares; para ello, se pretender describir y registrar la igualdad y la desigualdad como equilibrio o desequilibrio mediante actividades oportunas y utilizando herramientas adecuadas para lograrlo. En este sentido, una guía metodológica es de suma importancia para el apoyo docente; la guía como menciona Quevedo (2006), es un documento que permite al profesor planificar, orientar y controlar el trabajo independiente de los estudiantes tanto dentro como fuera del aula, la cual al tener en ella precisadas las actividades y tareas a realizar procura una efectiva orientación para el desarrollo de clases interesantes y estimulantes que faciliten el logro de los objetivos y metas planteadas para la correspondientes.

Si bien, las funciones de una guía didáctica no se pueden agotar en la siguiente lista, cabe destacar que estas son tres de las más importantes:

1. Orientación para la enseñanza.
2. Promoción del aprendizaje autónomo y la creatividad.
3. Autoevaluación del aprendizaje

Todas ellas están encaminadas con la finalidad de que el estudiante sea quien construya su conocimiento, siendo el docente el orientador mediante actividades bien planificadas de distinta índole y con objetivos claros.

Además de las funciones mencionadas, la guía didáctica responde a la necesidad de "una planificación que nos permita reducir el nivel de incertidumbre y anticipar lo que sucederá en el desarrollo de las sesiones; así se otorga rigurosidad y coherencia a la tarea pedagógica" (Civanto, 2010, p.4). Una guía metodológica orienta el camino a seguir por parte del docente, a partir de actividades secuenciales que cuenten con todas las nociones necesarias para ayudar a superar a los estudiantes los errores o dificultades encontradas. Así mismo, como manifiesta García (2009):

> Una guía didáctica bien elaborada, y al servicio del estudiante; será un elemento motivador de primer orden para despertar el interés por la materia o asignatura correspondiente. Se convierte totalmente en un instrumento idóneo para guiar y facilitar el aprendizaje, ayudar a comprender y, en su caso, aplicar, los diferentes conocimientos, así como para integrar todos los medios y recursos que se presentan al estudiante como apoyos para su aprendizaje. Ahí se marca el camino adecuado para el logro del éxito de los estudiantes. (p. 2)

Otros autores como García y Cruz (2014) coinciden en la importancia de las guías metodológicas dentro de la pedagogía y la didáctica, al actuar como elementos mediadores entre el profesor y el estudiante. Su principal objetivo, reside en concretar el papel orientador del docente y consolidar la actividad independiente del alumno; por tanto, el vínculo entre el docente y las actividades estará bien establecido al contar con las pautas necesarias para guiar al estudiante en su aprendizaje de tal manera que se apropie de los conocimientos adquiridos.

Finalmente, la elaboración de las guías didácticas y metodológicas deben construirse como un instrumento más de reflexión de la práctica docente, orientada hacia su valoración y mejora continua (Calle & Breda., 2019).

1.5 Recursos educativos que facilitan el estudio de las Inecuaciones

Los recursos educativos "funcionan como mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del alumno, favoreciendo el proceso de enseñanza y facilitando la interpretación del contenido que el docente ha de enseñar" (González, 2015, p. 15). Además, representan un apoyo indispensable para el docente, en el sentido que amplifican la gama de opciones del aprendizaje de los estudiantes. Dentro de los recursos, se incluyen medios sonoros, impresos, audiovisuales, concretos y relacionados con las TICS. En estos términos, la clase de un docente se puede enriquecer en diversas direcciones y posibilidades.

En un estudio realizado por Naula y Carrera (2020), en el que emplearon el programa GeoGebra como herramienta para desarrollar las actividades diseñadas para estudiantes de Décimo Año de la Unidad Educativa Particular "Paulo Freire", se concluyó que el uso de programa como recurso didáctico y mediador del aprendizaje permitió a los educandos visualizar de mejor manera la solución gráfica de las inecuaciones y realizar una argumentación más compleja de su solución.

Por su parte, Bermúdez (2016), tras implementar el uso de las TIC en la enseñanza de inecuaciones mediante la creación de un curso virtual en las plataformas Moodle y Erudito, determinó que la incorporación de este tipo de recursos tuvo un impacto positivo en los estudiantes. En particular, se incrementó el interés y la motivación por aprender inecuaciones.

El autor insiste en su trabajo, que las TICS no solo deben vincularse con problemas de naturaleza matemática, sino que deben involucrarse en otras asignaturas.

De manera similar, Castro (2015), diseñó una secuencia de actividades y talleres para fomentar el trabajo colaborativo a través de medios educativos digitales. Entre los resultados, encontró que el uso del material didáctico digital es un recurso pedagógico que contribuye a que los estudiantes comprendan fácilmente el proceso de desarrollo de las ecuaciones e inecuaciones lineales.

De las investigaciones señaladas, se puede evidenciar que recursos educativos como las TIC influyen positivamente en la enseñanza, en la medida que estos instrumentos no solo repercuten directamente en las formas que los estudiantes aprenden, comprenden y asimilan el conocimiento, sino que también estimulan la motivación y el interés.

Los recursos educativos pueden ser enfocados de manera auditiva, visual, kinestésica, o bajo una mixtura que permita al docente trabajar con los distintos estilos de aprendizaje y conseguir conocimientos significativos en los estudiantes. Las actividades enfocadas desde este principio, poseen grandes ventajas, debido a que:

> Los recursos educativos en el aula representan una opción a tener en cuenta a la hora de diseñar actividades lúdicas que presenten retos a los alumnos, los mismos que estimularán el conocimiento mediante la exploración de su entorno más próximo, permitiéndoles ahondar en sus propias inquietudes; lo que ayuda a crear aprendizajes permanentes. (Muñoz, 2014, p.1)

Para Francisco Mora (2019), la clave no consiste en fomentar emociones en el aula sino en enseñar con emoción. Un profesor calificado es capaz de convertir cualquier concepto, incluso de apariencia trivial, en algo atractivo y estimulante. Tener buenas herramientas es un paso lúdico para tratar y discutir conceptos abstractos relacionados con matemáticas, que, si bien pueden considerarse difíciles en principio, pueden tornarse llamativos e interesantes con apoyo de una serie de recursos pertinentes; de tal manera que, esta transformación muy bien puede conseguir que los estudiantes tengan mayor predisposición para aprender y participar. En suma, los recursos educativos “son diseñados para interactuar con el estudiante, motivándolo y permitiendo que los procesos de aprendizaje sean autónomos en los que se consolidan los principios del "aprender a aprender", siendo el estudiante partícipe directo o guía de su propia formación” (Vargas, 2017, p. 69).

De una opinión similar es Gonzáles (2015), quien sostiene que:

> Estos recursos sirven como eje fundamental dentro del proceso de transmisión de conocimientos entre el alumno y el profesor porque generan necesidad de participación. Su modo de representación a la hora de emitir la información es fundamental para su asimilación por el estudiante, pues su correcta utilización va a condicionar la eficacia de su proceso formativo. (p.15)

En referencia al paradigma constructivista, defendido por el Ministerio de Educación del Ecuador para conseguir una educación de calidad, estas herramientas se ajustan a dicho enfoque, en el grado que cumplen las siguientes funciones según Maroto (2013):

- Propiciar el descubrimiento y la construcción de nuevos conocimientos, utilizando la experimentación, la investigación, la creatividad, la solución de problemas, permitiendo construir y modificar conceptos.
- Proponer retos, situaciones críticas, presentación de problemas, experiencias significativas, etc., las cuales al estar acordes con la edad cronológica y de desarrollo de cada estudiante, va a reducir en gran medida la frustración que muchas veces los estudiantes presentan al no comprender al tema, entonces más bien los va a motivar a aprender.

- Estimular tanto el trabajo individual, como el cooperativo y solidario, siempre con una reflexión tras cada nuevo conocimiento.

Por lo anterior, el docente debe tener claro los recursos educativos que dispondrá para conseguir los resultados esperados. En consecuencia, es notoria la estrecha relación entre los recursos educativos y una guía didáctica en donde se explique la manera correcta de implementarlos y lograr mejorar la enseñanza, convirtiéndose así en un complemento y apoyo para el docente en sus clases; puesto que, las actividades contenidas estarán planificadas en busca de activar el interés del alumno y orientar el trabajo bajo los diferentes estilos de aprendizaje, con total participación del estudiante motivándolo a involucrarse de manera activa en su formación.

CAPITULO II

METODOLOGÍA Y RESULTADOS

2.1. Metodología

La investigación posee un enfoque mixto, en la medida que su objetivo consiste en determinar las limitaciones en cuanto a la enseñanza de inecuaciones de primero y segundo grado, para posteriormente construir una propuesta que permita dar solución a las dificultades que se presentan respecto a la temática.

Las técnicas utilizadas son cualitativas y cuantitativas. En cuanto a las primeras, se cuenta con entrevistas realizadas a docentes de diferentes instituciones educativas, cuya finalidad consistió en examinar la existencia de semejanzas o diferencias en la enseñanza de inecuaciones. El tipo de técnica es importante porque permite explorar las experiencias que se encuentran tras el ejercicio docente, y que se expresan en diferentes puntos de vista sobre temas de interés, así como en errores y limitaciones en la enseñanza de las inecuaciones.

Entre las técnicas cuantitativas, se realizó una prueba en forma de cuestionario, con ejercicios y problemas relacionados con el tema bajo distintos niveles de dificultad, así como también preguntas articuladas con conceptos esenciales de las inecuaciones. La relevancia de este instrumento radica en que posibilita analizar los conocimientos que tienen los estudiantes y permite un acercamiento a los aspectos relevantes relacionados con inecuaciones que representan dificultad.

Ha sido necesario combinar este tipo de técnicas para garantizar que los datos cuantitativos y cualitativos, no solo permitan confrontar puntos de vista tanto de los docentes como de estudiantes; sino que también aporten con información para construir la propuesta de mejora en la enseñanza de las inecuaciones.

2.1.1. Entrevista

Para la recopilación de los datos cualitativos, se realizó una entrevista a dos docentes del área de Matemáticas de la Unidad Educativa Fiscomisional “San Roque” y de la Unidad Educativa Fiscal “San José de la Salle”. La entrevista comprende 10 preguntas abiertas, planteadas con la finalidad de cumplir el objetivo de la investigación. La aplicación de este instrumento fue de manera virtual mediante la plataforma Zoom; su duración aproximada fue de 40 minutos; y su constancia queda registrada en las grabaciones realizadas. Previamente, los docentes conocieron el cuestionario y guía de orientación. Las respuestas fueron posteriormente transcritas a Word para el análisis respectivo.

2.1.2 Prueba

Para el tipo de metodología cuantitativa se elaboraron dos pruebas en forma de cuestionario; una destinada a estudiantes de Décimo año de Educación General Básica (EGB) y otra para los de tercero de Bachillerato General Unificado (BGU). La prueba para Décimo año EGB contó con una muestra de 55 estudiantes de la Unidad Educativa “San José de La Salle”, quienes, de acuerdo al currículo ecuatoriano en sus tres años consecutivos de estudio, abordaron el tema de inecuaciones de primer grado. La prueba para Tercero de BGU fue aplicada a 53 estudiantes de la misma institución, quienes durante 5 años de estudio trabajaron con contenidos referentes a inecuaciones, a excepción de Segundo BGU que no considera estos temas en su planificación.

Para la elaboración de las preguntas de la prueba se utilizaron los contenidos relacionados con inecuaciones que constan en el currículo ecuatoriano para los cursos de Octavo, Noveno y Décimo de EGB; así como de Primero y Tercero de BGU, según corresponda. Se revisaron los libros de matemáticas del Ministerio de Educación y se seleccionaron ejercicios y problemas bajo criterios como los distintos niveles de dificultad.

Es importante tener en cuenta que las inecuaciones de segundo grado no son parte del contenido del currículo ecuatoriano; por tanto, los ejercicios planteados están relacionados únicamente con inecuaciones de primer grado.

Esencialmente, los ejercicios fueron planteados con el objetivo de medir la solidez de los conocimientos de los estudiantes cuando son aplicados en la resolución de problemas y ejercicios de inecuaciones de primer grado, así como reconocer los principales errores que se presenten en su resolución y buscar alternativas para superarlos.

Para el análisis de los resultados obtenidos, se tomó por referencia tanto las destrezas con criterio de desempeño correspondientes, como los criterios de evaluación estipulados en el currículo ecuatoriano.

Entre los criterios de evaluación para la prueba dirigida a Décimo EGB se seleccionó el siguiente:

CE.M.4.1. Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas (adición y multiplicación), las operaciones con distintos tipos de números (Z, Q, I) y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones y ecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.

Por su parte, para la prueba de Tercero BGU se empleó como guía el siguiente criterio de evaluación:

CE.M.5.1. Emplea conceptos básicos de las propiedades algebraicas de los números reales para optimizar procesos, realizar simplificaciones y resolver ejercicios de ecuaciones e inecuaciones, aplicadas en contextos reales e hipotéticos.

Cabe mencionar que la mayoría de las consignas que constan en la prueba fueron recuperadas de los libros de Matemática propuestos por el Ministerio de Educación del

Ecuador en los diferentes niveles; en tanto que otros ejercicios, se obtuvieron del currículo chileno debido a la similitud de objetivos y al interés de la propuesta.

Una vez seleccionados los ejercicios y problemas correspondiente a cada una de las pruebas, se solicitó a los estudiantes que resolvieran de manera online a través de la herramienta *Classkick*. Los resultados obtenidos fueron recopilados y tabulados mediante Excel, así como representados en tablas y gráficos que resumen la información y facilitan su análisis e interpretación.

2.2 Análisis de resultados

2.2.1 Entrevista

A continuación, en la Tabla 1 se presenta el análisis de las respuestas obtenidas a las 10 peguntas realizadas a los docentes de la Unidad Educativa Fiscomisional "San Roque" y la Unidad Educativa Fiscal "San José de la Salle", con el objetivo de conocer la respectiva metodología, herramientas que utilizan y dificultades que acompañan a la enseñanza de inecuaciones.

Tabla 1
Análisis de la entrevista

Preguntas	Profesor A	Profesor B	Análisis
¿Cuáles son los conceptos previos que deben tener los estudiantes al momento de aprender inecuaciones?	Deben dominar el tema de ecuaciones; comparar magnitudes en la balanza, establecer comparaciones entre diferentes objetos, lugares, fenómenos físicos, entre otros.	Igualdades, ecuaciones, desigualdades e intervalos.	De acuerdo a las opiniones de los docentes se puede concluir que los conceptos previos necesarios que los estudiantes deben dominar para posteriormente avanzar en la enseñanza de las inecuaciones son las relaciones de orden, igualdades, ecuaciones, desigualdades e intervalos.
¿Considera que el tema de inecuaciones tiene un grado de dificultad alto, medio o bajo? ¿Por qué?	Tiene un nivel de dificultad alto porque los estudiantes no están habituados al uso de inecuaciones en la vida cotidiana.	El grado de dificultad es medio porque los estudiantes requieren varias habilidades como despejar una variable, en lo cual	Para ambos docentes el tema referente a inecuaciones es un reto debido a su grado de complejidad. El docente A enfatiza que aquello se debe a que los estudiantes no evidencian su importancia y uso en la vida cotidiana.

Preguntas	Profesor A	Profesor B	Análisis
		los presentan dificultades hasta los niveles superiores. Además, agregar nuevas reglas para resolver desigualdades, representa un reto, que a pesar de no ser imposible si resulta un tanto difícil para los estudiantes. Además, necesitan otras habilidades previas.	Mientras que el docente B, recalca que las debilidades presentes en los conocimientos previos necesarios para comprenderlas son un obstáculo. Adicionalmente, al incorporar nuevas propiedades relacionadas con inecuaciones resulta un tanto difícil para los estudiantes.
¿Cuáles son las mayores dificultades que muestran los estudiantes al momento de aprender inecuaciones?	Entre los problemas tenemos: interpretar los signos mayor que, menor que. También el sentido en el cual los estudiantes leen las inecuaciones, suelen confundirse cuando leen de izquierda a derecha y viceversa. Otro problema muy frecuente se presenta al despejar la variable y al momento de interpretar y representar la respuesta en la recta numérica.	Primero, saber diferenciar entre los signos “mayor que y menor que”. También, al despejar la variable multiplicando un número negativo se olvidan de cambiar el signo de desigualdad. Finalmente comprender el resultado como un intervalo y no como solo un número.	Los docentes entrevistados coinciden en que las principales dificultades presentadas por los estudiantes al aprender inecuaciones son al momento de diferenciar los signos de desigualdad, despejar la incógnita o variable en cuestión e interpretar la solución obtenida ya sea en forma de intervalo o su representación sobre la recta numérica. Otra dificultad se presenta en el sentido en el cual los estudiantes leen las inecuaciones, puesto que suelen confundirse cuando leen de izquierda a derecha y viceversa. También, son notorias las falencias al aplicar las propiedades de inecuaciones, especialmente cuando la variable está multiplicada por un número negativo, ya que al momento de despejarla los estudiantes olvidan cambiar el sentido del símbolo de desigualdad.
En base a su experiencia, ¿cuáles son las principales causas de dichas dificultades?	Trabajar con estudiantes solo a nivel teórico estos conceptos abstractos, sin material concreto. Entre otra de las dificultades que suele	Una de las principales causas es la metodología de la enseñanza, ya que varios estudiantes requieren realizar	Según la experiencia de los entrevistados, antes de comenzar con la enseñanza de las inecuaciones es importante considerar la solidez de los saberes previos ya que en base a ello deberían

Preguntas	Profesor A	Profesor B	Análisis
	observarse en las aulas es que no se planifica las actividades de acuerdo a los conocimientos previos del estudiante, no se valora cuanto conoce el estudiante realmente como por ejemplo las ecuaciones, es difícil abordar un nuevo tema sin esos conocimientos previos y sin que los mismos sean sólidos.	otro tipo de actividad para comprender y aprender los temas.	planificarse las actividades y es evidente la relevancia de contextualizar al entorno los problemas relacionados con inecuaciones. Adicionalmente, se debe acoplar la metodología de enseñanza a las necesidades de los estudiantes y tener en cuenta la retroalimentación para analizar la solidez de los nuevos saberes antes de pasar a un tema nuevo para evitar dejar vacíos en lo referente a inecuaciones.
¿Qué metodología usa para enseñar el tema de inecuaciones a sus estudiantes?	Ciclo del aprendizaje: experiencia, reflexión, conceptualización, aplicación. Es decir, en primer lugar busco enganchar al estudiante a través de una experiencia concreta que pueda resultarle familiar y asociarla para despertar su interés, después busco que reflexionen a partir de aquella experiencia y por lo general responder a preguntas que propician el avance en el conocimiento, luego se explica la información del tema, los aspectos más significativos de diversas maneras y por último el estudiante realiza trabajos, tareas, lección o se busca la manera que ponga en práctica lo visto relacionado con el tema. Entonces en cuanto a las inecuaciones lo que hago es buscar todo el material e información necesaria acerca de	Exposición magistral, resolución de problemas y trabajo autónomo o colaborativo.	Es notorio que uno de los docentes para desarrollar el tema de inecuaciones y planificar las actividades a desarrollar durante la clase se apoya en las ideas del constructivismo, buscando que tras cada conocimiento exista una reflexión por parte del estudiante de manera que sea muy participativo. Además, es importante el conocimiento por parte del docente acerca del tema, por tanto, las definiciones, propiedades y conceptos relacionados con inecuaciones deben ser claros y dominarlos totalmente. Por otro lado, aún se utilizan técnicas tradicionales de enseñanza como la clase magistral, que es un método por parte del profesor al alumnado de forma unidireccional, siendo el docente el transmisor del conocimiento mientras el alumnado escucha; sin embargo, se lo complementa con procesos basados en el constructivismo como son el trabajo colaborativo y autónomo.

Preguntas	Profesor A	Profesor B	Análisis
	inecuaciones y luego las divido conforme a las etapas del ciclo de aprendizaje.		
¿Emplea recursos didácticos para abordar el tema de inecuaciones? ¿Qué tipo de recursos?	En ocasiones sí, por ejemplo, suelo utilizar herramientas de las TICs como Kahoot, Quizlet y Quizziz para trabajar ejercicios y problemas relacionados con inecuaciones en clase de manera grupal, o de manera individual como tarea.	Uso recursos audiovisuales y tecnológicos.	Ambos docentes implementan el uso de herramientas de las TICs para abordar el tema de inecuaciones, por ejemplo, Kahoot, Quizlet, Quizziz u otros recursos audiovisuales y tecnológicos.
¿Es necesario el uso de recursos didácticos para el aprendizaje de las inecuaciones?	Considero que es muy necesario el uso de recursos didácticos para el aprendizaje de las inecuaciones, por ejemplo, me gustaría tener un termómetro para salir e ir constatando y registrando conjuntamente con los estudiantes la variación de la temperatura de acuerdo a las diferentes horas del día, así como una balanza para verificar las variaciones de pesos de diferentes objetos y establecer comparaciones. También considero pertinente contar con material didáctico que permita realizar actividades que se adapten a las diferentes necesidades de los estudiantes.	En mi opinión sí es muy necesario contar con un material didáctico que sea de apoyo para llevar la enseñanza.	Los docentes consideran necesario el uso de recursos didácticos, como apoyo para sus clases. Así tenemos a uno de los docentes que piensa sería de gran utilidad materiales como un termómetro y una balanza para establecer comparaciones entre valores, así como contar con material didáctico que permita llevar a cabo actividades que se adapten a las distintas necesidades de los estudiantes.
¿Los problemas de inecuaciones, que plantea a los estudiantes, están relacionados con el contexto?	Intento que la mayoría de los problemas que planteo a los estudiantes estén relacionados con el contexto, por ejemplo, trato de relacionarlos	Algunos de los problemas que les planteo a los estudiantes están relacionados con el contexto, pero hay otros que no, ya	De acuerdo a la información obtenida de los entrevistados se aprecia el interés de los docentes por contextualizar los problemas de inecuaciones. La enseñanza de este tema puede

Preguntas	Profesor A	Profesor B	Análisis
	con eventos cotidianos; así pues, podemos revisar el informe de un examen de sangre e identificar los parámetros normales establecidos de las diferentes variables que contiene el mismo, es decir dentro de que intervalo se puede considerar que determinado parámetro está dentro de lo normal o no. Sin embargo, considero que plantear problemas o situaciones apropiadas para el curso respectivo a quien se enseña inecuaciones es un tanto difícil, pues deben ser muy comprensibles para ellos.	que los extraigo de diferentes libros y sitios web.	relacionarse con experiencias, sucesos y eventos relacionados a nuestro diario vivir; por tanto, resulta interesante analizar la manera en que las inecuaciones se encuentran presentes en nuestra vida cotidiana y determinar problemas que sean apropiados para que los estudiantes los resuelvan.
¿Los errores y dificultades que presentan los estudiantes en las evaluaciones de inecuaciones, sirven de retroalimentación para el aprendizaje? ¿De qué manera se pueden disminuir estos errores?	Las evaluaciones son una excelente herramienta para analizar los aciertos y errores de los estudiantes, y posteriormente retroalimentar los aspectos en los que se evidencian mayores falencias. Estos errores que se observan, son una oportunidad para uno como maestro ir mejorando la práctica docente, e ir reconociendo falencias en los estudiantes para de acuerdo a lo observado replanificar las actividades planeadas.	Si sirven, y podrían disminuir los errores brindando más tiempo al docente para aplicar otros recursos.	De acuerdo a la experiencia de los docentes, es importante analizar los errores que los alumnos van presentando a lo largo del avance del tema, para así replanificar las actividades previamente planteadas; por ello, se evidencia que la disponibilidad e interés del docente porque sus alumnos aprendan es un factor relevante al momento de intentar disminuir las dificultades presentadas en el tema; ya que, si se notan estos errores es importante buscar otras vías de enseñanza para lograr despejar las dudas manifestadas; entonces, valerse de nuevos recursos puede ayudar a reforzar la solidez de los conocimientos por parte de los estudiantes.

Preguntas	Profesor A	Profesor B	Análisis
¿Qué implementaría para innovar y mejorar una clase acerca de inecuaciones?	Trabajar con material concreto e investigar el uso de las inecuaciones en la vida cotidiana y compartir con los estudiantes, para que ellos reconozcan la importancia del tema y como podrán aplicarlo en la vida cotidiana.	Situaciones didácticas y material concreto o un mejor material audiovisual.	Se evidencia que, para un tema abstracto como el de inecuaciones, ambos docentes consideran de vital importancia la utilización de distintos recursos educativos apropiados como material concreto, audiovisual y situaciones didácticas adecuadas, para lograr clases más innovadoras que permitan al estudiante reconocer la importancia del tema y asociarlo con la vida cotidiana, despertando su interés por aprender e involucrándolo de manera activa en su aprendizaje.

2.2.2 Prueba

Para las consignas 1 y 2 dirigidas a estudiantes de Décimo EGB, se recopilaron actividades del libro de Matemáticas del Ministerio de Educación del Ecuador para Octavo, Noveno y Décimo de EGB, sobre relaciones de orden en los diferentes conjuntos numéricos, cuya destreza con criterio de desempeño es la siguiente:

M.4.1.30. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números reales utilizando la recta numérica y la simbología matemática (=, <, ≤, >, ≥).

A continuación, se presenta un análisis de los resultados obtenidos después de aplicar la prueba.

Consigna 1: **Escriba el signo =, < o > según corresponda: (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB)**

a) $-2 \square 0$
b) $\frac{2}{3} \square \frac{1}{5}$
c) $-7 \square -11$
d) $\frac{35}{4} \square 8$
e) $\frac{1}{2} \square -\frac{1}{2}$
f) $6 \square \frac{18}{3}$
g) $7 \square 9$

Tabla 2
Resultados obtenidos para la consigna 1 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Responden correctamente*	*Porcentaje (%)*	*Responden incorrectamente*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Literal a)	45	82%	10	18%	55	100%
Literal b)	41	75%	14	25%	55	100%
Literal c)	42	76%	13	24%	55	100%
Literal d)	30	55%	25	45%	55	100%
Literal e)	37	67%	18	33%	55	100%
Literal f)	26	47%	29	53%	55	100%
Literal g)	49	89%	6	11%	55	100%

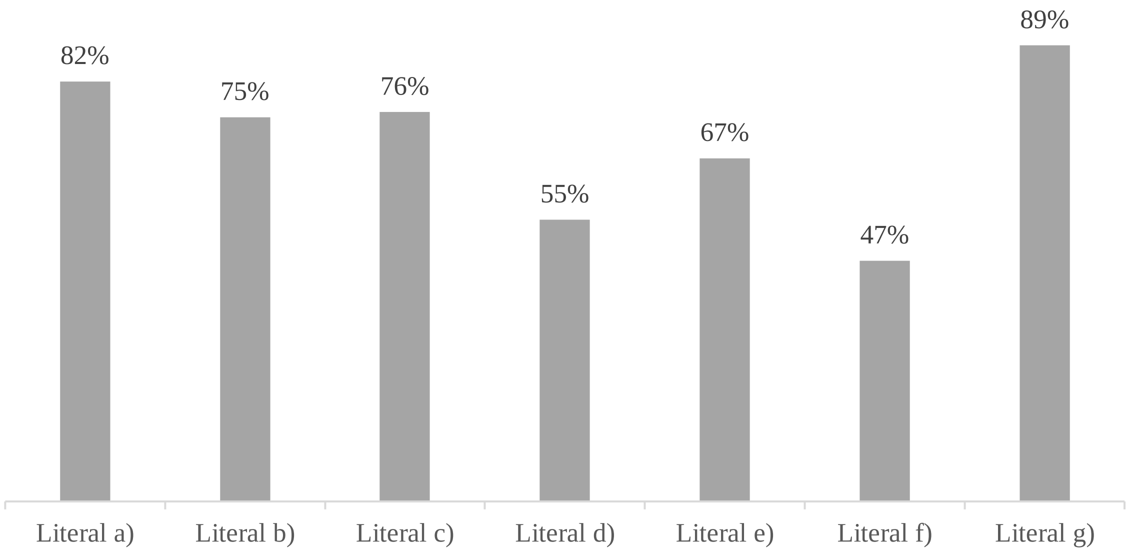


Figura 2. Respuestas correctas para la consigna 1 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Como se puede observar, los estudiantes tienen mayor dificultad cuando comparan un número racional con un entero. Específicamente, en los literales d) y f), aproximadamente la mitad de ellos tuvieron una respuesta incorrecta.

En estos ejercicios, los principales errores cometidos por los estudiantes fueron los siguientes:

- No identifican adecuadamente el número correspondiente a la expresión fraccionaria, por lo tanto, no colocan el signo correcto al compararlo con otro número.
- Al observar dos números opuestos entre sí; es decir, mismo valor absoluto, pero signo contrario, colocan el signo “igual”; sin reconocer que todo número real positivo es mayor a cualquier número real negativo.
- Algunos estudiantes tampoco fueron capaces de identificar cual es el número mayor y menor entre el 0 y un número negativo, comparándolos incorrectamente; en consecuencia, colocan un signo que no corresponde.

Consigna 2: **Escriba un número que cumpla con la condición que se enuncia en cada caso: (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB)**

a) $5 \leq \square > 4$
b) $\square > -3 > \square$
c) $-2 < \square < \square$
d) $1 \geq \square < 2$
e) $1 < \square > -4$

Tabla 3
Resultados obtenidos para la consigna 2 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Responden correctamente*	*Porcentaje (%)*	*Responden incorrectamente*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Literal a)	38	69%	17	31%	55	100%
Literal b)	34	62%	21	38%	55	100%
Literal c)	37	67%	18	33%	55	100%
Literal d)	41	75%	14	25%	55	100%
Literal e)	40	72%	15	28%	55	100%

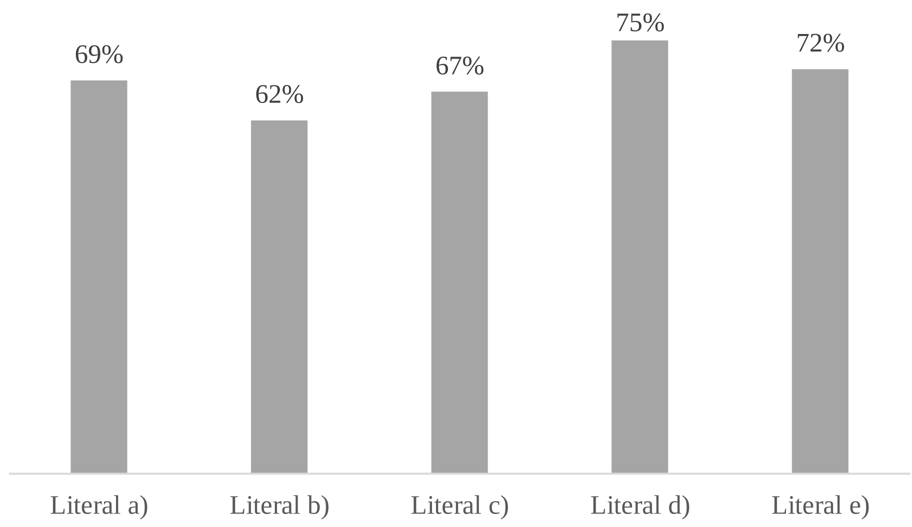


Figura 3. Respuestas correctas para la consigna 2 de la prueba aplicada a 10mo EGB

En cada ejercicio planteado en esta consigna, al menos un cuarto de los estudiantes falla y comete errores. Entre los más comunes se señalan los siguientes:

- Al trabajar con números reales negativos consideran que mientras más grande sea el valor que acompaña al signo, mayor será el número, cuando en el orden de los números negativos no sucede de esa manera; ya que, se considera mayor al número que se encuentra más cerca del 0 y menor mientras más alejado esté del mismo.
- Cuando debían colocar un número que cumpliese dos condiciones dadas, como en el literal a), d) y e), el número colocado por los estudiantes solo cumplía con una; es decir, no identificaban un número que perteneciera a ambos rangos de valores.
- En los literales b) y c), en donde debían colocar dos números que cumpliesen las relaciones de orden presentes, solo uno de éstos era correcta, o en ciertos casos ninguno ya que no interpretaban bien el signo involucrado en cada una de las relaciones de orden.

La consigna 3 y 6 dirigida a estudiantes de Décimo EGB y las consignas 1, 2 y 3 asignadas a estudiantes de Tercero BGU, fueron recuperadas de los textos de Décimo EGB y Primero BGU del Ministerio de Educación. Estas consignas se relacionan entre sí y fueron consideradas para analizar el conocimiento de los estudiantes en temas relacionados con intervalos, sus formas de representación e interpretación. Estos ejercicios obedecen a las siguientes destrezas:

M.4.1.39. Representar un intervalo en R de manera algebraica y gráfica, y reconocer el intervalo como la solución de una inecuación de primer grado con una incógnita en R.

M.5.1.7. Aplicar las propiedades de orden de los números reales para realizar operaciones con intervalos (unión, intersección, diferencia y complemento), de manera gráfica (en la recta numérica) y de manera analítica.

Consigna 1: **Calcula el intervalo común a cada una de las siguientes parejas de intervalos: (Recogido del cuestionario dirigido a Tercero BGU)**

a) (-6,2) y (2,3]

b) (-3,5] y (0,3]

c) (-11,1) y (0,1)

d) [6,9) y [6,7]

Tabla 4
Resultados obtenidos para la consigna 1 de la prueba aplicada a Tercero BGU

	Responden correctamente	*Porcentaje (%)*	*Responden incorrectamente*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Literal a)	15	28%	38	72%	53	100%
Literal b)	28	53%	25	47%	53	100%
Literal c)	23	43%	30	57%	53	100%
Literal d)	22	42%	31	58%	53	100%

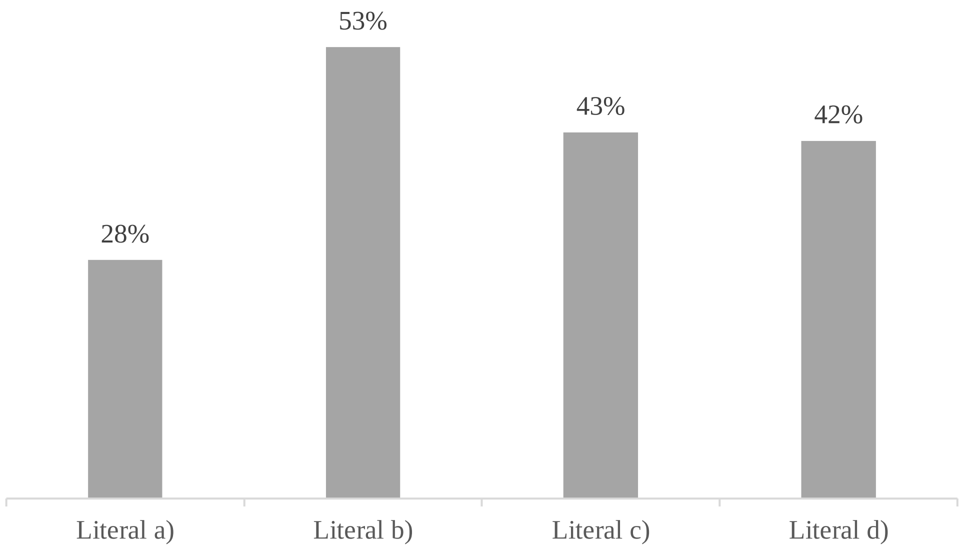


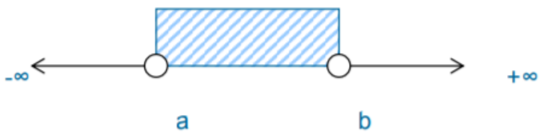
Figura 4. Respuestas correctas para la consigna 1 de la prueba aplicada a Tercero BGU

En la consigna 1 dirigida a estudiantes de Tercero BGU, que tuvo similitud con la consigna 6 presentada al grupo de Décimo EGB, el resultado fue idéntico; se presentaron los mismos errores en ambos grupos. En esta consigna se solicitó calcular el intervalo común, es decir la intersección de la pareja de intervalos presentada. En los literales a), c) y d), menos de la mitad de estudiantes lograron encontrar el intervalo común para la pareja correspondiente, mientras que para el literal b) un 47% tuvo falencias. Entre los principales errores se pueden apreciar los siguientes:

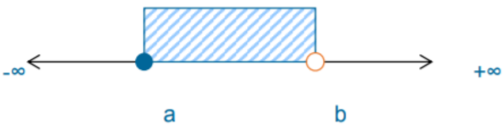
- Al leer intervalo común, lo interpretan erróneamente como la unión de intervalos y no como la intersección; de esta manera su respuesta no es correcta debido a que escogen los extremos erróneos de la pareja de intervalos en cuestión.
- Al no tener claro el concepto de intervalo común, escogen un intervalo al azar para utilizarlo como respuesta.
- Señalan un número que se encuentra entre la intersección de los intervalos.
- Hallan el intervalo correcto, pero al momento de escribir la simbología confunden los paréntesis y los corchetes; es decir, no identifican cuando usar respectivamente cada

uno de éstos y consecuentemente, no reconocen que los paréntesis se usan en el caso de que no se incluya el extremo del intervalo, mientras que los corchetes, en caso de que este se incluya dentro del intervalo correspondiente.

Consigna 3: **Exprese en forma de intervalo lo representado en cada una de las rectas numéricas: (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB)**

a) 

b) 

c) 

d) 

Tabla 5
Resultados obtenidos para la consigna 3 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Representan correctamente*	*Porcentaje (%)*	*Representan incorrectamente*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Recta numérica a)	34	62%	21	38%	55	100%
Recta numérica b)	32	58%	23	42%	55	100%
Recta numérica c)	28	51%	27	49%	55	100%
Recta numérica d)	11	20%	44	80%	55	100%

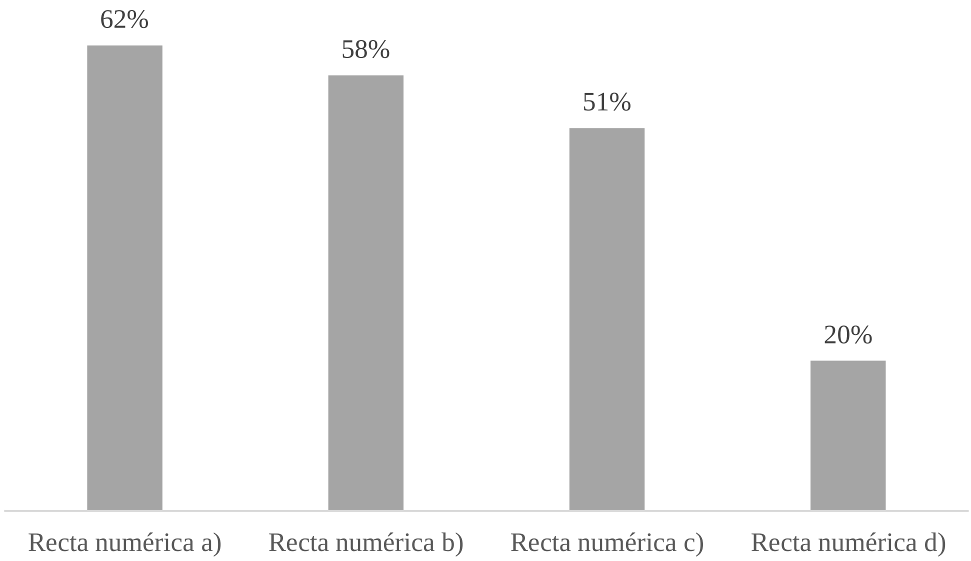


Figura 5. Respuestas correctas para las rectas numéricas de la consigna 3 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Son evidentes las dificultades que tienen los estudiantes al momento de expresar en forma de intervalo la región representada en la recta numérica, especialmente en los que se extienden hasta el infinito como en el literal d); siendo un 80% de los estudiantes quienes no lograron representarlo adecuadamente. Además, en intervalos semiabiertos, como el presentado en el literal c), el 49% de los estudiantes tampoco lo representa de manera acertada. Los principales errores cometidos se detallan a continuación:

- Aunque lo solicitado en la consigna 3 consiste en representar la recta numérica en forma de "intervalo", ciertos estudiantes representan más bien la "desigualdad" asociada a la misma. Esto demuestra las dificultades que tienen para distinguir la diferencia entre los dos tipos de representaciones. Además, al representar en forma de desigualdad, utilizan símbolos inadecuados, especialmente cuando son intervalos cerrados, colocan el símbolo "$<$", cuando lo correcto es "$\leq$" por ser "cerrado", dado que incluye los valores extremos del intervalo.

- Confunden la simbología de intervalo cerrado con intervalo abierto. Una representación de recta numérica con intervalo cerrado, lo expresan mediante un paréntesis ( ), mientras que, para el abierto, lo hacen con corchetes [ ].
- La confusión de simbología entre intervalos abiertos y cerrados, deriva en consecuencias más complejas cuando se debe representar un intervalo semiabierto. Particularmente, en la recta numérica c) lo hacen incorrectamente; colocan la simbología al revés; es decir, para el intervalo semiabierto por la izquierda colocan "$[x)$", cuando lo correcto es "$(x]$".
- En el intervalo infinito representado en la recta numérica d), los estudiantes colocan un corchete delante de $-\infty$, cuando lo correcto es colocar un paréntesis: $(-\infty, b]$; tampoco reconocen que el intervalo en cuestión, proviene de $-\infty$ en lugar de ir hacia $+\infty$. Finalmente, el intervalo al ser cerrado por la derecha, debe colocarse un corchete "] " , y no un paréntesis ")" como la gran mayoría lo realizó.

Las consignas 4 y 5 dirigidas tanto a estudiantes de Décimo EGB como a los de Tercero BGU, comprenden el desarrollo de la siguiente destreza:

M.5.1.8. Aplicar las propiedades de orden de los números reales para resolver ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita y con valor absoluto.

***Consigna 5*: La representación** 

es equivalente a la expresión: (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB)

a) $x \leq -3$

b) $-3 \leq x$

c) $x < -3$

Tabla 6
Resultados obtenidos para la consigna 5 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Opción	*Cantidad*	*Porcentaje (%)*
Literal a)	22	40%
Literal b)	10	18%
Literal c)	23	42%
Total	55	100%

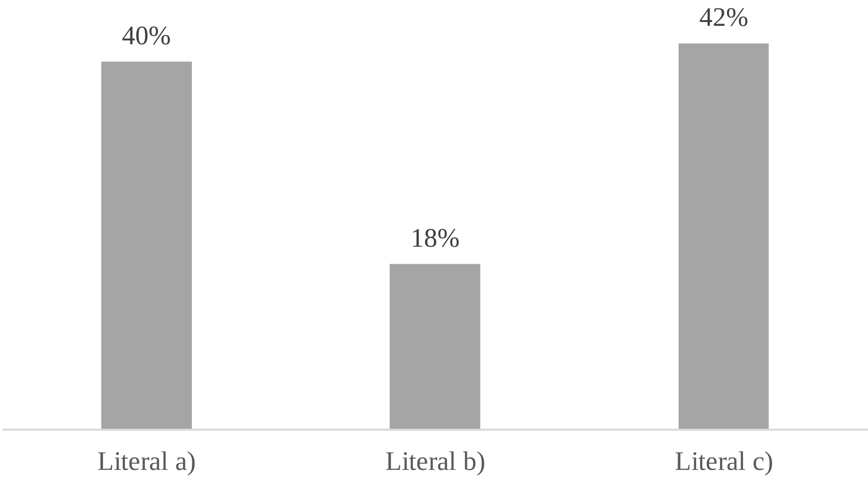


Figura 6*.* Respuestas para la consigna 5

Para esta consigna, cuya opción correcta es el literal a), el 60% de los estudiantes no lograron asociar la expresión adecuada para lo representado en la recta numérica. Se pueden observar errores en la identificación del significado que se encuentra tras la simbología utilizada; en este caso, el círculo relleno sobre el -3, lo cual indica que este valor sí forma parte de la solución; siendo el símbolo apropiado "≤". A pesar de que ciertos estudiantes interpretan correctamente el sentido de la inecuación, no asocian la simbología sobre la recta numérica con el símbolo de desigualdad adecuado; consideran correcto colocar simplemente el símbolo "<", cuando no lo es.

Las consignas 7, 8 y 9 dirigidas a Décimo EGB y la consigna 6 dirigida a Tercero BGU tuvieron por objetivo analizar la forma en que los estudiantes asocian las inecuaciones con situaciones de desequilibrio y por tanto cómo las vinculan con representaciones gráficas a través de balanzas. La consigna 7 supuso mayores dificultades para los estudiantes cuando trataron de resolverla. Esta actividad fue recogida del currículo chileno de Séptimo de Básica.

Consigna 7: **Basados en los dibujos de las balanzas, elabora las inecuaciones presentadas y escribe en los recuadros respectivos. (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB)**

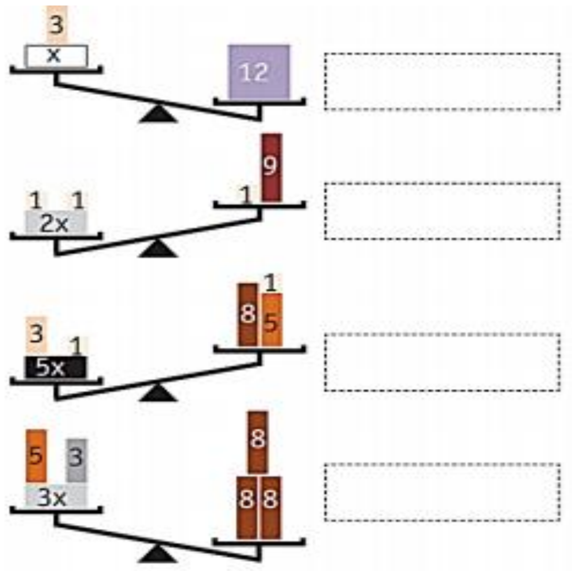


Figura 7: Actividad propuesta en el currículo chileno de séptimo de básica

Tabla 7
Resultados obtenidos para la consigna 7 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Inecuación correcta*	*(%)*	*Inecuación incorrecta*	*(%)*	*No Realizan*	*(%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
1^{era} Balanza	4	7%	41	75%	10	18%	55	100%
2^{da} Balanza	4	7%	38	69%	13	24%	55	100%
3^{ra} Balanza	4	7%	37	67%	14	26%	55	100%
4^{ta} Balanza	4	7%	36	66%	15	27%	55	100%

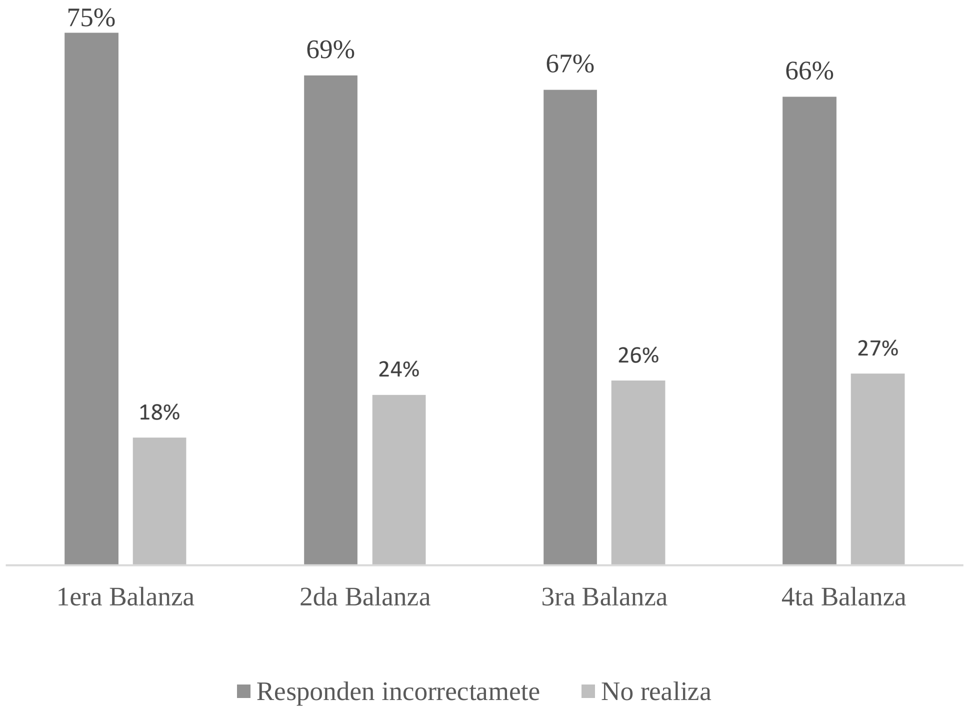


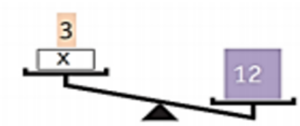
Figura 8. Respuestas incorrectas para la consigna 7 de la prueba aplicada a 10mo EGB y porcentaje de estudiantes que no la realizan.

Se puede apreciar que únicamente el 7% de estudiantes plantearon una inecuación correcta para cada una de las representadas a través de las balanzas. En el revés, entre el 66% y el 75% de los estudiantes plantean una inecuación incorrecta, mientras que entre el 18% y 27% no realiza esta actividad; la mayoría alega no recordar la forma en que debería ser ejecutada. A la luz de estos resultados, la mayoría de estudiantes no asocian las inecuaciones de manera adecuada como situaciones de desequilibrio y no logran identificar su representación a través de balanzas. Entre los principales errores cometidos se encuentran los siguientes:

- Los estudiantes no reconocen el símbolo de inecuación que se debe utilizar según el lado hacia el cual se encuentre inclinado la balanza; la principal causa es no considerar que el platillo más pesado es el que se encuentra más cerca del piso, debido a lo cual, es el mayor; por otro lado, el platillo que se encuentra elevado es el más liviano, es decir, es el menor. Entonces, en la primera y cuarta balanza, inclinadas hacia la derecha, les corresponde el símbolo “<” (menor que), pero los estudiantes colocan “>” (mayor que). La misma situación ocurre en la segunda y tercera balanza, que, al encontrarse inclinada hacia la izquierda, el símbolo correspondiente a la inecuación es “>” (mayor que), sin embargo, la mayoría de estudiantes colocan “<” (menor que).

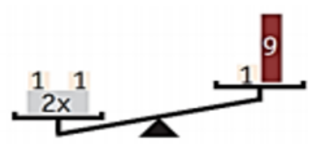
- Al momento de escribir la expresión asociada con la balanza, colocan el símbolo “=” (igual) y no el símbolo “>” (mayor que) o “<” (menor que) según corresponda, es decir, no identifican que frente a situaciones de desequilibrio como las representadas, lo pertinente es plantear una inecuación y no una ecuación, en la medida que las balanzas no se encuentran equilibradas.
- No escriben de forma correcta la expresión correspondiente para cada uno de los miembros de la inecuación; en lugar de colocar una suma entre los valores de los “bloques” colocan otras operaciones entre sí, como:

Primera balanza



La expresión adecuada para el miembro de la izquierda es 3+x, en su lugar los estudiantes colocan: 3x o $\frac{3}{x}$.

Segunda balanza

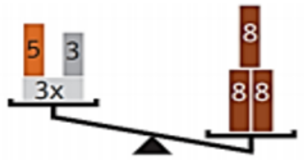


La expresión correcta para el miembro de la izquierda es 2x+2, en vez de aquello los estudiantes colocan: 4x, $\frac{11}{2x}$ o $\frac{1(1)}{2x}$, además al lado derecho de la balanza le corresponde el valor de 10, pero la mayoría coloca 19 o 9.

Tercera balanza

La expresión adecuada para el miembro de la izquierda es 5x+4, en su lugar los estudiantes colocan: 9x, $\frac{31}{5x}, \frac{3}{5x}$ o $\frac{3}{2x}$, además al lado derecho de la balanza le corresponde el valor de 14, pero la mayoría coloca $\frac{1}{85}, \frac{1}{8(5)}, \frac{1}{8+5}$ o 85.

Cuarta balanza



La expresión acertada para el miembro de la izquierda es 3x+8, en lugar de aquello los estudiantes colocan: 11x, $\frac{53}{3x}, \frac{5(3)}{3x}$ o $\frac{3}{3x}$, además al lado derecho de la balanza le corresponde el valor de 24, pero la mayoría coloca $\frac{8}{88}, \frac{8}{8+8}$ o $\frac{8}{8(8)}$.

Las consignas 10, 11 y 12 del cuestionario presentado a estudiantes de Décimo EGB y las consignas 7, 8 y 9 dirigidas al grupo de Tercero BGU tienen la misma estructura, pero con diferente grado de dificultad. Estas consignas fueron planteadas con el objetivo de analizar la forma en que los estudiantes relacionan situaciones específicas con inecuaciones, así como la manera de resolverlas e identificar la solución factible en base al contexto del enunciado. Además, se busca conocer su capacidad para construir un enunciado en base a inecuaciones con el fin de identificar el uso apropiado que le dan al lenguaje algebraico. Los ejercicios que se presentaron en cada caso, fueron recuperados de los textos de Matemáticas del Ministerio de Educación del Ecuador.

M.4.1.22. Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones o inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

Consigna 11: **Resuelva los siguientes problemas: (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB)**

a) Julio y Manuel juegan en un mismo equipo de fútbol. El sábado pasado Julio marcó 3 goles más que Manuel, pero entre ambos marcaron menos de 9 goles. ¿Cuántos goles pudo haber marcado Manuel?

b) Jéssica necesita un promedio de 85 puntos durante todo el bachillerato para optar por une beca. Durante los primeros cinco años de bachillerato sus promedios fueron 87, 81, 85, 90 y 78. ¿Cuál es la nota mínima que debe obtener Jéssica para ganar la beca?

Esta consigna, dirigida a los estudiantes de Décimo EGB, generó mayores dificultades, por tanto, se la ha seleccionado para el respectivo análisis. En particular, los estudiantes cometen errores en el planteamiento, así como en la resolución e interpretación de la solución de las inecuaciones. Por esta razón, se analizó por separado los aciertos y errores en el planteamiento, resolución y respuesta para cada uno de los problemas. Igualmente, la información es presentada de forma separada para cada uno de estos aspectos.

Tabla 8
Resultados obtenidos para la consigna 11 en cuanto al planteamiento de los problemas propuestos de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Plantean correctamente*	*Porcentaje (%)*	*Plantean incorrectamente*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Problema a)	5	9%	50	91%	55	100%
Problema b)	12	22%	43	78%	55	100%

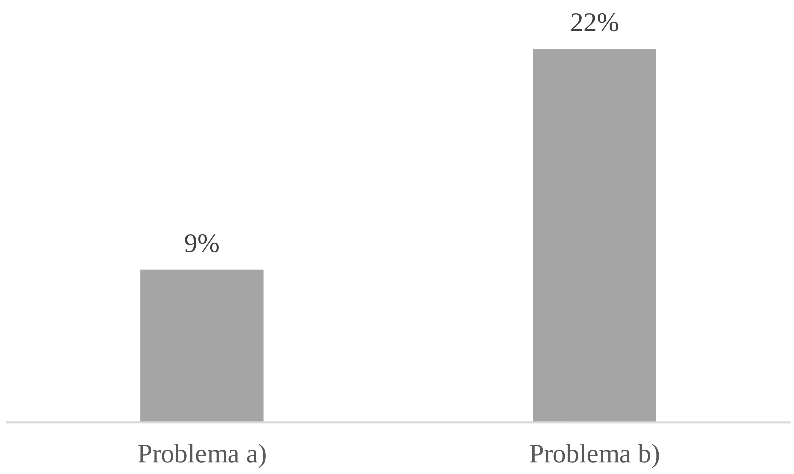


Figura 9. Estudiantes que plantean la inecuación correcta para cada problema de la consigna 11 de la prueba aplicada a 10mo EGB

En lo referente al primer problema, es reducido el grupo de estudiantes que logran plantearlo de manera correcta. Esto evidencia problemas para relacionar el lenguaje común con el lenguaje algebraico. El 91% de estudiantes no consigue expresar satisfactoriamente a través de una inecuación lo mencionado en el enunciado. Entre los principales errores cometidos por los estudiantes se identifican los siguientes:

- La mayoría de estudiantes coloca que Manuel tuvo que haber marcado 3 goles porque Julio al marcar 6 le ganaría con 3 goles a Manuel y en total tendríamos los 9 goles. Lo anterior es incorrecto desde el hecho que entre ambos marcaron menos de 9 goles y no exactamente ese valor, como menciona el problema. Así mismo, no reconocen la relación del enunciado con una inecuación que brindará todas las alternativas de goles que Manuel pudo haber marcado si cumpliera con las condiciones establecidas en el problema.
- Por otro lado, algunos estudiantes consideran a $x + 3 < 9$ como la inecuación correspondiente al problema, representando con "x" a los goles marcados por Manuel. Entonces, infieren incorrectamente que Manuel pudo marcar entre 1 a 5 goles, lo cual es incorrecto porque, por ejemplo, si se considera que Manuel marca 5 goles, como Julio

marcó 3 goles adicionales a los de él, pudo haber marcado 8 y entre ambos obtendrán 13 goles, valor mayor a 9 y no menor como establece el problema. Por esta razón, son notorias las debilidades en la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico, puesto que al simplemente plantear $x + 3 < 9$, se está considerando que Julio marcó 3 goles y más los goles de Manuel, representados con "x", son menor a 9. Por tanto, no representan de manera correcta lo mencionado en el problema: "Julio marcó 3 goles más que Manuel", lo cual no es igual a decir que Julio marcó únicamente 3 goles.

En cuanto al segundo problema, se observa que el 78% no logra identificar y plantear una inecuación coherente. Esta dificultad evidencia nuevamente las debilidades que existen cuando se relaciona el lenguaje común con el algebraico. El principal error radica en que:

- La mayoría de estudiantes no plantea ninguna inecuación, simplemente hallan el promedio de las 5 calificaciones mencionadas en el problema, obteniendo 84,2; entonces, colocan que la nota mínima es 0,8 ya que al sumar 84,2+0,8 se obtiene 85. Por tanto, es notorio los errores existentes al interpretar el problema y se les dificulta asociarlo a una expresión algebraica adecuada.

Ahora, considerando a los estudiantes que plantearon acertadamente la inecuación correspondiente para cada uno de los problemas, se procederá a analizar los aciertos y errores en cuanto a la resolución de cada una de ellas, así como de sus resultados obtenidos. Es importante tener en cuenta que únicamente 5 estudiantes plantearon correctamente la inecuación para el problema a) y 12 para el problema b). Por este motivo, se presenta únicamente la resolución realizada por ellos en cada caso.

Tabla 9

Resultados obtenidos para la consigna 11 en cuanto a la resolución de cada uno de los problemas propuestos de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Resuelve correctamente*	*Porcentaje (%)*	*Resuelve incorrectamente*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Problema a)	4	80%	1	20%	5	100%
Problema b)	10	83%	2	17%	12	100%

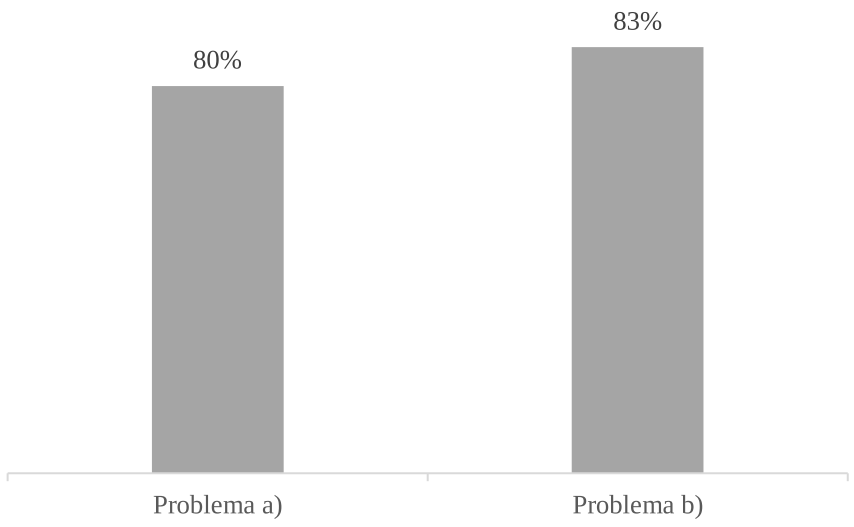


Figura 10. Estudiantes que resuelven correctamente la inecuación para cada problema de la consigna 11 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Una vez que los estudiantes plantean correctamente la inecuación correspondiente tanto para el problema a) como para el problema b), se puede observar que la mayoría lo resuelve de manera adecuada, sin embargo, aún existen errores en el proceso de resolución, como:

- En el problema a) al tener la inecuación $2x + 3 < 9$, al despejar la incógnita y colocar el 3 en el miembro de la izquierda ciertos estudiantes cambian el sentido del símbolo de la inecuación, es decir colocan $2x > 9 - 3$, lo cual es incorrecto porque una de las propiedades de las inecuaciones menciona que el símbolo de inecuación solo se ve afectado, es decir cambia su sentido, en caso de multiplicar o dividir por un número negativo ambos miembros de la inecuación y en este caso para despejar la incógnita se resta a ambos miembros de la inecuación el valor de 3, por tanto no hace falta cambiar el sentido del símbolo de la misma.

- En el problema b), de igual manera cambian erróneamente el sentido del símbolo de inecuación. Un buen número de estudiantes realizan lo siguiente:

$$\frac{87+81+85+90+78+x}{6} \geq 85$$

$$87+81+85+90+78+x \leq 85(6)$$

Es decir, consideran que al multiplicar 6 a ambos miembros de la inecuación, debe cambiarse el sentido del símbolo de la misma, lo que constituye un análisis incorrecto. De acuerdo con la propiedad de inecuaciones, estaría correcto cambiarlo si el número que multiplicáramos fuese negativo.

A continuación, se presenta un análisis sobre la interpretación que los estudiantes dieron al resultado obtenido para cada uno de los problemas.

Tabla 10
Resultados obtenidos para la consigna 11 en cuanto al resultado obtenido para cada uno de los problemas propuestos de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Interpretación correcta del resultado*	*Porcentaje (%)*	*Interpretación incorrecta del resultado*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Problema a)	1	20%	4	80%	5	100%
Problema b)	10	83%	2	17%	12	100%

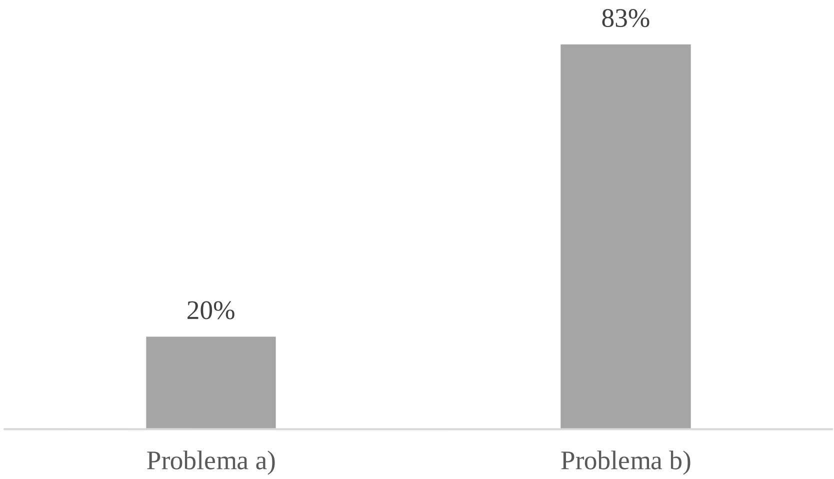


Figura 11. Estudiantes que interpretan de forma correcta el resultado obtenido para cada problema de la consigna 11 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Se puede apreciar que para el problema a), la mayoría de estudiantes cuando llegan al resultado de la inecuación no lo interpretan correctamente, por tanto, su respuesta es errónea. Para el problema b), la mayoría de estudiantes logran interpretar bien el resultado obtenido y por tanto brindar una respuesta acertada para lo solicitado por el problema. Entre los errores detectados en la interpretación del resultado, se identificaron los siguientes:

- En lo referente al problema a), la mayoría de estudiantes colocó que Manuel pudo haber marcado 1 o 2 goles, lo cual es correcto, pero de acuerdo al contexto del problema e interpretando el resultado, $x < 3$, les falta considerar la posibilidad de que Manuel no haya marcado ningún gol, así la respuesta completa y acertada es 0,1 o 2 goles. Además, en otro de los casos, un estudiante incluía la posibilidad de que Manuel marque hasta 3 goles, lo cual no es factible; ya que, analizando el símbolo del resultado de la inecuación, $x < 3$, no debe incluirse dicho valor como parte de la solución.
- En cuanto al problema b), de igual manera se visualizó falencias al momento de interpretar correctamente el resultado, puesto que al tener $x \geq 89$, colocan que la nota

mínima que Jéssica debe obtener es 90 o 100, analizando erróneamente lo solicitado por el problema, es decir, la nota mínima, lo cual equivale a la menor nota perteneciente a la solución. Al tener en el resultado el símbolo "≥" (mayor o igual que) está incluido el valor en cuestión dentro de la solución, en este caso 89, correspondiente a la nota mínima para que Jéssica mantenga su beca.

La consigna 13, dirigida a estudiantes de Décimo EGB junto con la consigna 10, 11 y 12 de la prueba para estudiantes de Tercero BGU, estuvieron orientadas para conocer la forma de aplicación de las propiedades de inecuaciones en su resolución, así como su interpretación y la representación gráfica en la recta numérica utilizando la simbología apropiada. Las actividades planteadas en cada una de estas consignas fueron recogidas de los libros de Matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación del Ecuador.

M.4.1.22. Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones o inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

M.4.1.39. Representar un intervalo en R de manera algebraica y gráfica, y reconocer el intervalo como la solución de una inecuación de primer grado con una incógnita en R.

Consigna 13: **Encuentra y representa en una recta numérica los valores de x que satisfacen cada inecuación dada (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB).**

a) $-(3x-7) < 5x-(3-x)$

b) $\frac{-5x+1}{6} \leq \frac{2}{3}$

Para esta consigna se analizará por separado la resolución de cada una de las inecuaciones, la interpretación, y la forma de representación en la recta numérica.

Tabla 11
Resultados obtenidos para la consigna 13 en cuanto a la resolución de las inecuaciones planteadas de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Resuelve correctamente*	*Porcentaje (%)*	*Resuelve incorrectamente*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Inecuación a)	15	27%	40	73%	55	100%
Inecuación b)	13	24%	42	76%	55	100%

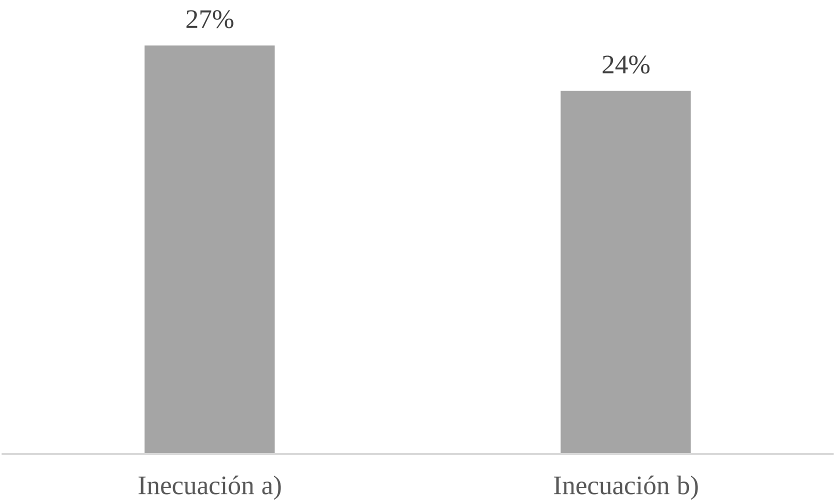


Figura 12. Estudiantes que resuelven de forma correcta las inecuaciones propuestas en la consigna 13 de la prueba aplicada a 10mo EGB

La mayoría de estudiantes no logran resolver las inecuaciones planteadas de manera correcta y cometen errores en el proceso. Entre las debilidades se identificaron las siguientes:

- En referencia a la inecuación que consta en el literal a), cuando eliminan los paréntesis de la inecuación, no realizan los cambios respectivos de signos, de modo que al ejecutar las operaciones respectivas y despejar la incógnita, obtienen valores incorrectos. Por lo tanto, la respuesta que obtienen al final del proceso es errónea.
- Al resolver la inecuación y llegar a $-9x < -10$, para despejar la incógnita no cambian el sentido del símbolo; en su lugar colocan:

$$x < \frac{-10}{-9}$$

$$x < \frac{10}{9}$$

Esto demuestra la falta de conocimiento de las propiedades de inecuaciones. Al multiplicar o dividir ambos miembros de la inecuación por un mismo número negativo, se debe cambiar el sentido del símbolo de la misma para obtener una inecuación equivalente. En este caso, para despejar la incógnita se divide ambos miembros de la inecuación para -9; de modo que, al ser un valor negativo, lo correcto es cambiar el sentido de su símbolo, para obtener $x > \frac{10}{9}$. Al comparar este resultado con el obtenido por los estudiantes, es notorio su error, el cual repercute directamente en la gráfica de la recta numérica.

- En cuanto a la segunda inecuación, sucede lo mismo. Al tener $-15x \leq 9$, despejan la incógnita de la siguiente manera:

$$x \leq -\frac{9}{15}$$

$$x \leq -\frac{3}{5}$$

Así persisten en una respuesta errónea, siendo lo correcto $x \geq -\frac{3}{5}$.

A continuación, se procede al análisis de la representación de la solución obtenida a través de la recta numérica.

Tabla 12
Resultados obtenidos para la consigna 13 en cuanto a la representación de la solución sobre la recta numérica de las inecuaciones planteadas de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Representa correctamente*	*Porcentaje (%)*	*Representa incorrectamente*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Inecuación a)	10	18%	45	82%	55	100%
Inecuación b)	8	15%	47	85%	55	100%

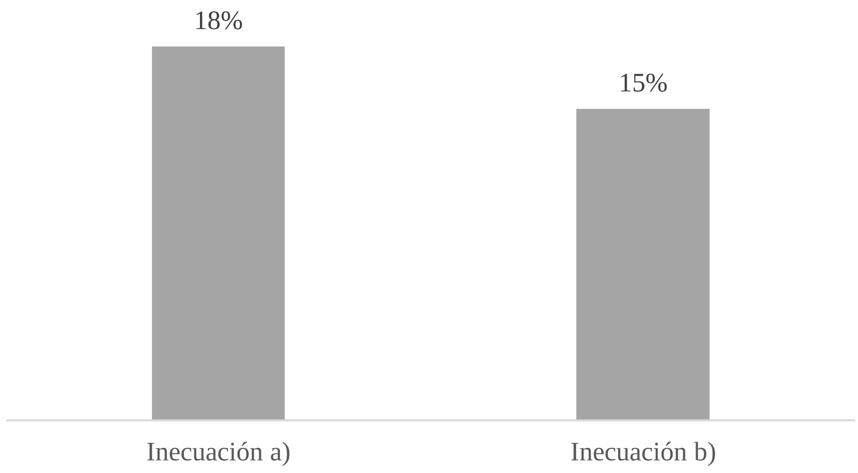
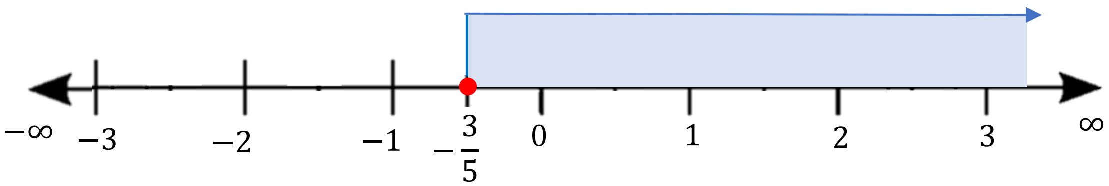


Figura 13. Estudiantes que representan correctamente sobre la recta numérica la solución obtenida para las inecuaciones de la consigna 13 de la prueba aplicada a 10mo EGB

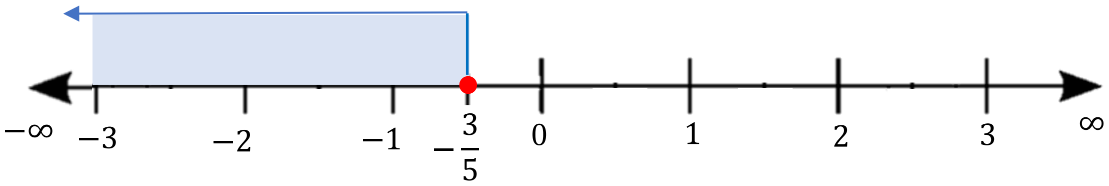
Se puede apreciar que la mayoría de estudiantes no representa apropiadamente la solución para cada una de las inecuaciones en la recta numérica. El 82% de estudiantes lo realizan de manera incorrecta para la primera inecuación y el 85% falla en la segunda. Entre los errores cometidos se tienen los siguientes:

- En la recta numérica, aunque los estudiantes señalan la región solución correspondiente en cada caso, no colocan la simbología apropiada. Para ambas inecuaciones no se aprecia un círculo sin rellenar o un círculo relleno sobre la recta numérica respectiva, por lo que no se especifica si se incluye o no dentro de la solución al valor en cuestión.
- En lo referente a la primera inecuación, al llegar a la solución $x > \frac{10}{9}$, es evidente que $\frac{10}{9}$ no se incluye dentro de la misma; por tanto, sobre la recta numérica en el punto $\frac{10}{9}$, debe colocarse un círculo sin rellenar para ser consecuente; pero en su lugar, un número de estudiantes colocan un círculo relleno, lo cual indica que están incluyendo este valor, que termina en una solución errada.

- En la segunda inecuación, al llegar a la solución $x \geq -\frac{3}{5}$, se aprecia que $-\frac{3}{5}$ forma parte de la misma, por lo cual, lo correcto es colocar un círculo relleno en el punto $-\frac{3}{5}$ de la recta numérica; pero en su lugar, varios estudiantes ponen un círculo sin rellenar haciendo referencia a que $-\frac{3}{5}$ no se incluye, lo cual nuevamente, es incorrecto. Por consiguiente, es evidente la existencia de dificultades en el empleo de la simbología apropiada para representar soluciones de inecuaciones sobre la recta numérica.
- Otra debilidad encontrada radica en la interpretación del símbolo de inecuación presente en la solución. Dependiendo de éste última, la región solución se coloreará en determinado sentido, hacia la izquierda o hacia la derecha según corresponda, pero al interpretarlo de forma errónea los estudiantes colorean en sentido contrario. Por ejemplo, en la segunda inecuación, la solución $x \geq -\frac{3}{5}$, representa “valores mayores o iguales a $-\frac{3}{5}$”, siendo lo correcto señalar la región:



Pero en su lugar, los estudiantes sombrean:



La pregunta 14 dirigida al grupo de Décimo EGB y las preguntas 13, 14 y 15 correspondientes al de Tercero BGU, se enfocan en el dominio que los estudiantes poseen en inecuaciones lineales con dos incógnitas y la forma de representación de su solución en el plano cartesiano.

M.4.1.40. Resolver de manera geométrica una inecuación lineal con dos incógnitas en el plano cartesiano sombreando la solución.

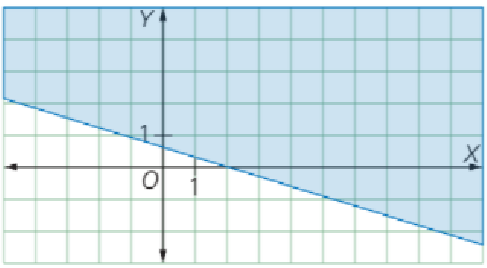
Consigna 14: **Relaciona la inecuación con la gráfica correspondiente a su solución. (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB)**

a) $3x - 2y > 1$

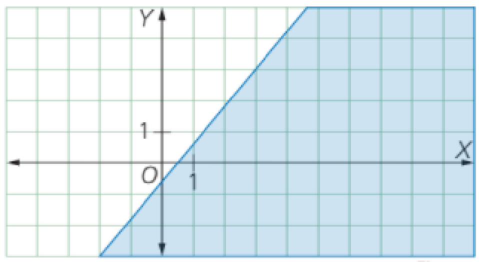
b) $-x + y < -4$

c) $3x - 4y < -2$

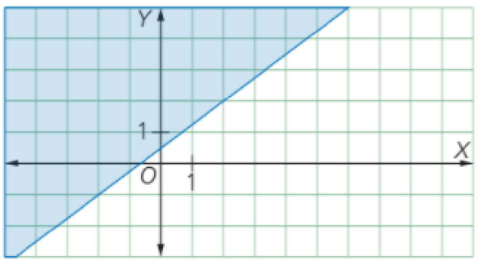
d) $x + 3y > 2$



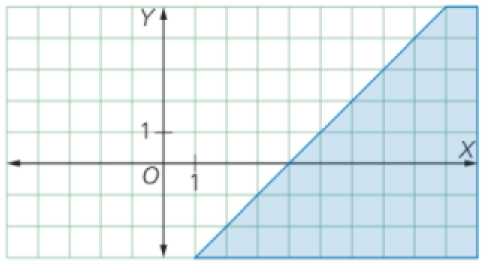
Respuesta:



Respuesta:



Respuesta:



Respuesta:

Tabla 13
Resultados obtenidos para la consigna 14 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Ejercicio	*Gráfica correcta*	*Porcentaje (%)*	*Gráfica incorrecta*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Inecuación a)	21	38%	34	62%	55	100%
Inecuación b)	20	36%	35	64%	55	100%
Inecuación c)	22	40%	33	60%	55	100%
Inecuación d)	24	44%	31	56%	55	100%

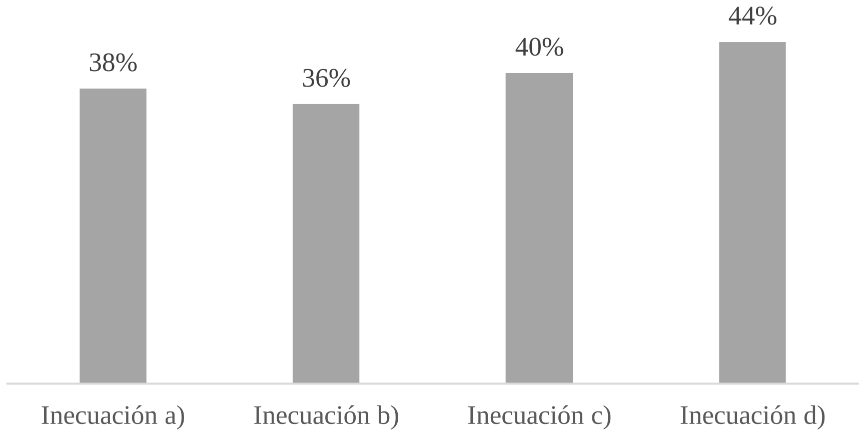


Figura 14. Estudiantes que asocian correctamente cada inecuación de la consigna 14 con su respectiva gráfica sobre el plano cartesiano de la prueba aplicada a 10mo EGB

En cuanto a esta consigna, se puede apreciar que, para cada inecuación lineal con dos incógnitas, alrededor del 36% al 44% de estudiantes logran asociarla satisfactoriamente con su respectiva solución en el plano cartesiano. Sin embargo, más de la mitad de estudiantes en cada caso, no consigue hacerlo. En la medida que algunos estudiantes mencionaron que no recordaban como reconocer la región solución para este tipo de inecuaciones, se evidencia la falta de solidez en los conocimientos, la falta de bases tanto para reconocer situaciones que involucren inecuaciones lineales con dos incógnitas, como para interpretarlas y asociarlas con su región solución.

La consigna 15 dirigida a los estudiantes de Décimo EGB y la consigna 16 dirigida a Tercero BGU fue planteada con el objetivo de analizar la manera en la que los estudiantes resuelven un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y representan su solución en el plano cartesiano.

M.4.1.41. Resolver un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas de manera gráfica (en el plano) y reconocer la zona común sombreada como solución del sistema.

Consigna 15: **Resuelva el siguiente sistema de inecuaciones, grafique la respuesta indicando correctamente la región solución e indique 3 puntos que formen parte de la misma. (Recogido del cuestionario dirigido a Décimo EGB)**

$$\begin{cases} 2(x-1)-y<2 \\ y>0 \end{cases}$$

Tabla 14
Resultados obtenidos para la consigna 15 de la prueba aplicada a 10mo EGB

Sistema de inecuaciones	*Correcta*	*Porcentaje (%)*	*Incorrecta*	*Porcentaje (%)*	*Total (Cantidad)*	*Total (Porcentaje)*
Resolución	9	16%	46	84%	55	100%
Representación gráfica	5	9%	50	91%	55	100%

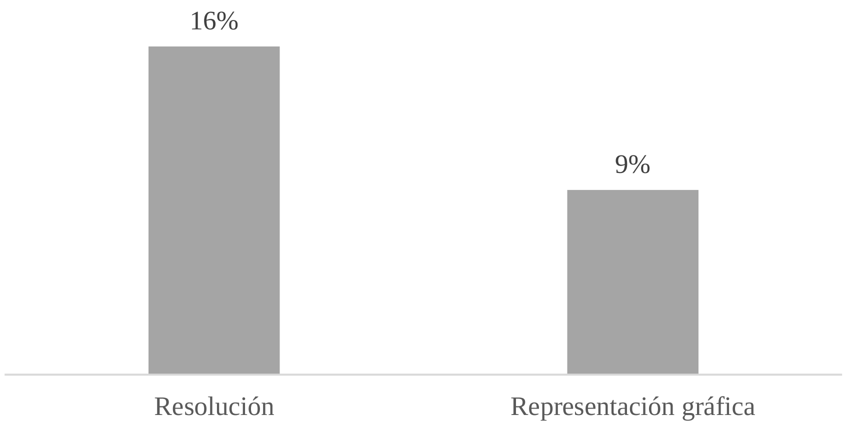


Figura 15. Estudiantes que resuelven correctamente el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y representan la solución en el plano cartesiano de la prueba aplicada a 10mo EGB

Como se puede visualizar, solo un grupo reducido de estudiantes resuelven correctamente el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas; el 84%, comete errores en el proceso y apenas un 9% de estudiantes son capaces de reconocer la zona común correspondiente a las inecuaciones del sistema e interpretarlas como solución del mismo, Este último grupo, responde acertadamente sobre 3 puntos que forman parte de la solución, mientras que el 91% no lo logra. Entre los errores más frecuentes de la resolución y la representación del sistema de inecuaciones, se hallan los siguientes:

- La mayoría de estudiantes trabaja con la primera inecuación transformándola en una ecuación, y opta por despejar la variable "y", pero lo hacen sin aplicar adecuadamente las propiedades; por tanto, los puntos considerados para representar la recta correspondiente son erróneos, lo cual afecta directamente a la representación gráfica de la solución.
- A pesar de que ciertos estudiantes representan acertadamente las dos rectas correspondientes a las inecuaciones, no identifican la región factible para cada una de ellas y sombrean la región equivocada. Para la primera inecuación, sombrean la región que incluye puntos que no la verifican; igual sucede con la segunda inecuación. En estos términos, es notable que no realizan un análisis adecuado para identificar la región solución factible, de modo que la zona común obtenida por los estudiantes tampoco corresponde con el sistema de inecuaciones. A su vez, colocan puntos erróneos, que evidencian una falta de verificación.
- Por otro lado, algunos estudiantes identifican adecuadamente las rectas que deben graficar sobre el plano cartesiano y se observa la intersección de las soluciones de ambas inecuaciones que forman parte del sistema, pero no reconocen que dicha zona común es la solución del sistema y, al momento de mencionar tres puntos que son la

solución del mismo, colocan puntos que no satisfacen ambas inecuaciones; toman, de este modo, valores fuera de la zona sombreada.

A manera de conclusión, tanto las entrevistas realizadas a los docentes como la prueba aplicada a los estudiantes, evidencian las limitaciones y las dificultades de la enseñanza de inecuaciones de primero y segundo grado. El análisis de los resultados obtenidos en la prueba aplicada a los estudiantes, dan cuenta de una serie de problemas de orden teórico como práctico del tema. Se deduce que un alto porcentaje de estudiantes no reconocen los símbolos de las desigualdades, no aplican adecuadamente sus definiciones y propiedades, tampoco grafican ni interpretan correctamente la solución obtenida en la recta numérica. Los estudiantes no definen conceptos de intervalo como conjunto de números; tienen dificultades para relacionar problemas con la inecuación correspondiente e interpretar la solución en función de su contexto. Además, cometen errores que demuestran el desconocimiento de prerrequisitos necesarios para abordar la temática, entre ellos: identificar las relaciones de “mayor que”, “menor que, “menor o igual que”, “mayor o igual que”, el uso de la ley de los signos, el despeje de incógnitas, el manejo del plano cartesiano para representar y encontrar la región solución en inecuaciones de dos variables, entre otras. Estos resultados preocupantes, han sido corroborados por los docentes entrevistados, quienes manifiestan el desinterés de los estudiantes por aprender estos temas.

CAPITULO III

PROPUESTA

3.1 Esquema de la propuesta

En virtud de los resultados encontrados en esta investigación, se presenta una propuesta de guía didáctica complementada con recursos educativos como: medios impresos, material concreto, recursos tecnológicos y problemas contextualizados. La guía se dirige a docentes del área de Matemáticas interesados en optar por una enseñanza didáctica para el tema de inecuaciones de primero y segundo grado. Esta propuesta está diseñada en base a los principios del constructivismo, sus metodologías de enseñanza, fundamentos epistemológicos y pedagógicos. Adicionalmente, se ha considerado el perfil de salida del bachiller propuesto por el Ministerio de Educación del Ecuador.

La propuesta de la guía didáctica cuenta con el desarrollo de ocho clases secuenciales, las cuales parten desde los prerrequisitos necesarios para abordar el tema de inecuaciones de primero y segundo grado. Las clases están estructuradas en función de los tres momentos del aprendizaje: anticipación, construcción y consolidación. Las actividades de enseñanza buscan que el estudiante sea quien construya su aprendizaje bajo la orientación pertinente del docente; se incluyen actividades dinámicas tanto individuales como grupales, retos, problemas contextualizados, juegos lúdicos; entre otros. En su conjunto, estas actividades y los recursos educativos oportunos, tienen por objeto estimular la participación activa del alumno dentro o fuera del aula de clases. De esta manera, se espera conseguir aprendizajes significativos.

3.2 Estructura de la propuesta

Tabla 15

Guía didáctica para la enseñanza de inecuaciones de primero y segundo grado

Guía didáctica para la enseñanza de inecuaciones de primero y segundo grado			
Temas	**Anticipación**	**Construcción**	**Consolidación**
1. Relaciones de orden y recta numérica	- Dinámica: comparación de objetos en clase.	- Clasificación de los números reales mediante un diagrama de Venn. - Identificación de números en la recta numérica. - Comparación y relaciones de orden entre los números utilizando la recta numérica. - Conclusiones generales.	- Actividad en parejas: relaciones de orden mediante material concreto y el recurso tecnológico “Flippity”. - Actividad en casa: relaciones de orden de números a través del recurso tecnológico “Flippity”.
2. Símbolos mayor o igual que y menor o igual que	- Actividad grupal: repaso de los símbolos de desigualdad utilizando un tablero, dados y fichas de colores.	- Actividad colectiva: diferencias entre los símbolos de desigualdad. - Reconocer los dos conceptos que involucran estos símbolos de desigualdad. - Ejercicios relacionados con los símbolos mayor o igual que y menor o igual que.	- Actividad en clase: problemas contextualizados que involucren los símbolos mayor o igual que y menor o igual que.
3. Intervalos	- Lectura propuesta: “Los Intervalos y el Calendario”. - Actividad colectiva: reconocer el intervalo de estaturas existentes dentro del curso.	- Actividad grupal: tipos de intervalos utilizando cinta métrica y tijeras. - Explicación de los disantos intervalos mediante material concreto.	- Resumen de lo abordado a través de un esquema. - Representación de intervalos con la simbología adecuada. - Actividades de identificación de intervalos y su gráfica sobre la recta numérica mediante el recurso tecnológico “Flippity”.

4. Inecuación: Definición y propiedades	- Lluvia de ideas acerca de ecuaciones. - Proponer ejemplos de ecuaciones. - Conclusiones sobre las ecuaciones y su relación con la balanza.	- Construcción de un cuadro comparativo entre ecuaciones e inecuaciones. - Definición de inecuación. - Propiedades de las desigualdades a través del material concreto y recortables. - Construcción de una tabla con propiedades de desigualdades para la multiplicación y división por un número negativo.	- Hoja de actividades acerca de la definición y propiedades de las inecuaciones.
5. Inecuaciones de primer grado con una incógnita	- Mapa conceptual de araña sobre las propiedades de desigualdades. - Ejemplos de inecuaciones de primer grado con una incógnita para identificar sus características.	- Identificar las características de una inecuación lineal mediante preguntas claves. - Reconocer la solución que se obtiene en una inecuación de primer grado con una incógnita utilizando material concreto y el recurso tecnológico “PhET Interactive Simulations”. - Resolución paso a paso de una inecuación lineal y explicación de las propiedades que intervienen. - Representar solución de una inecuación lineal usando material concreto. - Transformar del lenguaje común al algebraico y viceversa utilizando el recurso tecnológico “Flippity”. - Resolución de problemas contextualizados con apoyo de material	- Resolución de inecuaciones aleatorias mediante el recurso tecnológico “AppSorteos”. - Identificar la solución de inecuaciones utilizando material concreto. - Actividad en casa: resolución de inecuaciones, gráfica sobre la recta numérica y representación en forma de intervalo de la solución obtenida. - Refuerzo de la transformación del lenguaje común al lenguaje algebraico mediante el recurso tecnológico “Flippity”. - Planteamiento y resolución de problemas contextualizados sobre inecuaciones.

		concreto y recursos tecnológicos. - Aplicaciones de las inecuaciones en la vida cotidiana.	
6. Inecuaciones de segundo grado con una incógnita	- Repaso acerca del grado de una ecuación y sus raíces.	- Definición de una inecuación de segundo grado y ejemplos. - Resolución de una inecuación de segundo grado con una incógnita paso a paso y con apoyo de material concreto. - Revisión de métodos diferentes de resolución de una inecuación cuadrática mediante una ficha interactiva utilizando el recurso tecnológico “Liveworksheets”.	- Actividad en casa: Laberinto de inecuaciones de segundo grado con una incógnita. - Verificación de los resultados obtenidos mediante el software “GeoGebra”.
7. Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas	- Reconocer las características de una ecuación de primer grado con dos incógnitas. - Definición de inecuación de primer grado con dos incógnitas.	- Ejemplos de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas. - Descripción del procedimiento para graficar una inecuación de primer grado con dos incógnitas sobre el plano cartesiano. - Identificar la región solución de la inecuación: explicación e interpretación. - Verificación de solución obtenida a través del recurso tecnológico “PhET Interactive Simulations”. - Conclusión acerca de la solución que se obtiene en las inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.	- Actividad individual: rompecabezas de sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita.

8. Sistemas de inecuaciones	- Clasificación de las inecuaciones. - Socialización sobre la gráfica y representación de la solución para cada caso.	- Resolución de sistemas de inecuaciones utilizando material concreto y tecnológico según corresponda. - Problemas contextualizados referentes a sistemas de inecuaciones.	- Actividad en grupo: Bingo de sistemas de inecuaciones.

CONCLUSIONES

- El currículo ecuatoriano contempla las destrezas con criterio de desempeño referidas a las inecuaciones lineales, que el estudiante debe desarrollar en su formación como bachiller. Los contenidos para lograr los objetivos van desde la Educación General Básica, hasta el Bachillerato; proponiendo estrategias metodológicas para la enseñanza de las inecuaciones lineales.
- El presente trabajo de titulación, evidencia serias dificultades en la enseñanza de Inecuaciones de primero y segundo grado provocadas por distintos factores tales como: carencias de metodologías pertinentes para la enseñanza, limitado uso de recursos educativos y escasa o nula aplicación de problemas contextualizados en relación al tema.
- Los errores más frecuentes detectados en los estudiantes de los niveles de Educación General Básica Superior y el Bachillerato, al resolver problemas y ejercicios de inecuaciones de primero y segundo grado, van desde los prerrequisitos necesarios para abordar la temática como comparaciones y despeje de incógnitas, hasta la aplicación y análisis de resultados de sistemas de inecuaciones.
- Como producto del análisis de resultados obtenidos y la revisión de documentos bibliográficos se ha elaborado una guía didáctica que aporte a la enseñanza de Inecuaciones de primero y segundo grado y contiene una serie de metodologías, estrategias, recursos educativos y actividades que colocan al estudiante como constructor activo de su propio conocimiento y al docente como su orientador.

RECOMENDACIONES

- Para la enseñanza de Inecuaciones de primer grado es necesario trabajar desde la perspectiva constructivista, ya que permite al estudiante generar conocimientos significativos al ser partícipe activo en el proceso de adquisición de conocimientos, lo cual está sugerido en el currículo educativo ecuatoriano, haciendo extensivo a las inecuaciones de segundo grado que, aunque no contempla el currículo, se lo ha incorporado en este estudio, debido a la importancia y necesidad de su conocimiento.
- Es fundamental iniciar el estudio de las inecuaciones, fortaleciendo los conocimientos previos y prerrequisitos necesarios, condición que va de la mano con la capacidad del docente para abordar el tema, así como un buen manejo de los recursos educativos a utilizar y una adecuada planificación del tiempo que se dedicará a cada actividad.
- Los docentes deben utilizar la guía didáctica propuesta como apoyo para la enseñanza de las inecuaciones, ya que cuenta con una variada planificación de actividades, utilizando diferentes metodologías y una selección pertinente de recursos educativos para abordarla, despertando el interés en el estudiante por aprender y brindándole una visión de la importancia del tema en la vida cotidiana.
- En consideración que cada estudiante aprende de diferente manera, el docente debe modificar o adaptar las actividades propuestas a esas necesidades y de acuerdo al nivel de estudio; elaborar si es necesario, otras guías didácticas que sirvan de apoyo para la mejora de la práctica docente.

BIBLIOGRAFÍA

Ausubel, D., Novak., J, D., y Hanesian, H. (1983). Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México: Trillas.

Barbosa, K. (2003, noviembre). La enseñanza de inecuaciones desde el punto de vista de la teoría APOE. *Revista SUMA.* Recuperado de: https://www.redalyc.org/pdf/335/33560302.pdf

Bolaños, S. (2011). Constructivismo. *Paradigma Constructivista.* Recuperado de: https://constructivismo.webnode.es/paradigma-constructivista/

Borello, M. (2008). Desigualdades en la educación matemática: la necesidad de perspectivas complementarias. *Universidad de São Paulo*. Recuperado de: https://core.ac.uk/download/pdf/33251667.pdf

Calle, E., & Breda, A. (2019). Reflexión sobre la complejidad de los objetos matemáticos en la formación inicial de profesores. *La Investigación Educativa en un Mundo en Constante Transformación*, 29-50.

Campos, M. & Balderas, P. (2000). Las representaciones semióticas como fundamento de una didáctica de las Matemáticas. *Pensamiento Educativo, Revista de Investigación latinoamericana,* Vol. 27. Diciembre 2000. p. 169-194. Recuperado de: http://redae.uc.cl/index.php/pel/article/view/26013

Civanto, H. (2010). Unidad Didáctica: Ecuaciones e Inecuaciones. *Universidad de Granada.* Recuperado de: https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Helena_Civanto.pdf

Edacom. (10 de julio de 2019). ¿Qué es la enseñanza constructivista? *Edacom Tecnología Educativa.* Recuperado de: https://blog.edacom.mx/que-es-constructivismo#:~:text=La%20ense%C3%B1anza%20bajo%20el%20constructivismo,(conocimiento%20formal%2C%20cient%C3%ADfico).

Educación 3.0. (31 de marzo de 2017). Metodologías activas para el aula: ¿Cuál escoger? España. *Educación 3.0 Líder informativo en innovación educativa*. Recuperado de: https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/metodologias-activas-en-el-aula-cual-escoger/

e-Learning Masters. (28 de junio de 2019). ¿Qué son las metodologías activas y cómo implementarlas en tus cursos virtuales? *Enseñanza virtual.* Recuperado de: http://elearningmasters.galileo.edu/2019/06/28/metodologias-activas/

García, A. (2009). La guía didáctica. *Boletín Electrónico de Noticias de Educación a Distancia BENED*. Recuperado de: https://www2.uned.es/catedraunesco-ead/editorial/p7-2-2009.pdf

García, I. & Cruz, G. (2014, diciembre). L as guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. *Revista EDUMECENTRO.* Recuperado de: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-28742014000300012

Garrote, M., Hidalgo, M. & Blanco, L. (2004, junio). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones en alumnos de primer curso de Bachillerato. *Revista SUMA, 46 (*37-44). Recuperado de: https://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/documentos/2004%20Garrote,%20Hidalgo,%20Blanco%20Inecuaciones%20Suma.pdf

González, I. (2015, agosto). El recurso didáctico. Usos y recursos para el aprendizaje dentro del aula. *Universidad de Palermo.* Argentina. Recuperado de: https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/archivos/571_libro.pdf

Maroto, A. (2013). Propuesta para la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones lineales. Revista Educación 37(2), 1-16. Recuperado de: https://www.redalyc.org/pdf/440/44029444001.pdf

Martínez, A. (2002). Significado y aprendizaje significativo. Universidad de México. Recuperado de: https://www.arnaldomartinez.net/docencia_universitaria/ausubel02.pdf

Ministerio de Educación. (2016). Planificación estratégica. Recuperado de: https://educacion.gob.ec/objetivos/

Ministerio de Educación (2016). Currículo 2016. Recuperado de: https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/Curriculo1.pdf

Mora, F. (2019). Francisco Mora: "El cerebro sólo aprende si hay emoción". *Educación 3.0.* Recuperado de: https://www.educaciontrespuntocero.com/entrevistas/francisco-mora-el-cerebro-solo-aprende-si-hay-emocion/33224.html

Mosquera, I. (2020). ¿Qué son las metodologías activas? Cuatro docentes lo explican. *Unir Revista.* Recuperado de: https://www.unir.net/educacion/revista/noticias/que-son-las-metodologias-activas-cuatro-docentes-nos-lo-explican/549204884435/

Muñoz, C. (2014). Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas. *Universidad de la Rioja.* Recuperado de: https://es.calameo.com/books/003590462eeacdc30f91b

Naula, I. & Carrera, S. (2020). Aprendizaje significativo para el análisis y resolución de sistemas de Inecuaciones Lineales. Propuesta: Guía Didáctica con actividades prácticas implementadas en Geogebra para el análisis y resolución de sistemas de Inecuaciones Lineales. *Universidad de Guayaquil.* Recuperado de: http://repositorio.ug.edu.ec/bitstream/redug/51249/1/BFILO-PFM-20P03.pdf

Pimienta, J. (2007). Metodología constructivista. México: Pearson Educación.

Quevedo, I. (2006). Las guías didácticas para el desarrollo de habilidades profesionales en los estudiantes de la carrera de lenguas extranjeras. *Ilustrados.* Recuperado de: http://www.ilustrados.com/tema/8150/guias-didacticas-para-desarrollo-habilidades-profesionales.html

Regader, B. (2019). La teoría Sociocultural de Lev Vygotsky. *Psicología y Mente.* Recuperado de: https://psicologiaymente.com/desarrollo/teoria-sociocultural-lev-vygotsky

Rodríguez, E. (06 de mayo de 2019). Teoría sociocultural del desarrollo cognitivo de Vygotsky. *La mente es maravillosa*. Recuperado de: https://lamenteesmaravillosa.com/teoria-sociocultural-del-desarrollo-cognitivo-de-vygotsky/

Santos, J., & Lozada, A. (2010). Una propuesta para la construcción de los conceptos desigualdad e inecuación mediante el modelo de situaciones didácticas y a partir del desarrollo de la solución de problemas. *Universidad Distrital Francisco José de Caldas.* Recuperado de: https://core.ac.uk/download/pdf/12341573.pdf

Tigse, M. (2019). El constructivismo, según bases teóricas de César Coll. *Revista Andina de Educación.* Recuperado de: http://hdl.handle.net/10644/7649 2(1).

Torres, A. (2019). La teoría del Aprendizaje significativo de Ausubel. Psicología y Mente. Recuperado de: https://psicologiaymente.com/desarrollo/aprendizaje-significativo-david-ausubel

Torres, A. (2013). Aplicación del Enfoque Gráfico en la enseñanza de Inecuaciones: Una revisión de la experiencia didáctica desde la perspectiva ontosemiótica. Universidad

Nacional Experimental del Táchira. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/14793/1/Torres2013Aplicacion.pdf

Vargas, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza aprendizaje. *Scielo.* Recuperado de: http://www.scielo.org.bo/scielo.php?pid=S1652-67762017000100011&script=sci_arttext

Vrancken, S., Müller, D., & Engler, A. (2010). Inecuaciones Algebraicas. Una Experiencia Didáctica Articulando Diversos Sistemas de Representación. *Yupana*, *1*(5), 55-66. Recuperado de: https://doi.org/10.14409/yu.v1i5.261

ANEXOS

Anexo 1. Cuestionario para entrevista a docentes

UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física: Entrevista a Docentes de Matemáticas

Objetivo: La presente tiene como objetivo, recoger información que servirá de aporte para el desarrollo del Trabajo de Titulación: “Enseñanza de Inecuaciones de primero y segundo grado con apoyo de una guía didáctica y recursos educativos”. Está dirigida a docentes que imparten la asignatura de Matemáticas en la Unidad Educativa “San José de la Salle” así como de la Unidad Educativa Fiscomisional “San Roque”.

La información proporcionada es confidencial y será utilizada estrictamente, para fines estadísticos; razón por la cual, se solicita a los participantes, responder de acuerdo a su criterio, las preguntas expuestas a continuación.

Información del entrevistado:

Nombre:

Institución Educativa:

1. ¿Cuáles son los conocimientos previos que deben tener los estudiantes para iniciar el aprendizaje de inecuaciones?
2. ¿Considera que el tema de inecuaciones tiene un grado de dificultad alto, medio o bajo? ¿Por qué?
3. ¿Cuáles son las mayores dificultades que tienen los estudiantes al momento de aprender inecuaciones?
4. En base a su experiencia, ¿cuáles son las principales causas de dichas dificultades?
5. ¿Qué metodología utiliza para enseñar el tema de inecuaciones a sus estudiantes?
6. ¿Emplea recursos didácticos para abordar el tema de inecuaciones? ¿Qué tipo de recursos?

7. ¿Es necesario el uso de recursos didácticos para el aprendizaje de las inecuaciones?
8. ¿Los problemas de inecuaciones, que plantea a los estudiantes, están relacionados con el contexto?
9. ¿Los errores y dificultades que presentan los estudiantes en las evaluaciones de inecuaciones, sirven de retroalimentación para el aprendizaje? ¿De qué manera se pueden disminuir estos errores?
10. ¿Qué implementaría para innovar y/o mejorar la enseñanza de las inecuaciones?

Agradeciendo la participación.

Cuenca, 06 de julio de 2021

Atentamente,

María Fajardo	Erika Lazo
C.I. 0107327223	C.I. 0106437585
Estudiante de la Universidad de Cuenca	Estudiante de la Universidad de Cuenca

Anexo 2. Oficio para aplicar prueba a estudiantes de Décimo EGB de la Unidad Educativa "San José de la Salle".

UNIVERSIDAD DE CUENCA
Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
CARRERA DE MATEMATICAS Y FISICA

Cuenca, 12 de mayo del 2021

Magister

Walter Duran

RECTOR DE LA UNIDAD EDUCATIVA "SAN JOSE DE LA SALLE"
Presente. -

De nuestra consideración:

Nosotras, María Fajardo y Erika Lazo portadoras de la cédula de ciudadanía No 0107377223 y 0106437585, estudiantes de la carrera Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, solicitamos de la manera más comedida nos autorice aplicar un cuestionario a los estudiantes de Decimo de Básica, con el fin de analizar estadísticamente los recursos que utilizó el docente al momento de impartir el tema de inecuaciones y desigualdades, para desarrollar la tesis de pregrado denominada **ENSEÑANZA DE INECUACIONES DE PRIMERO Y SEGUNDO GRADO, CON APOYO DE UNA GUÍA DIDÁCTICA Y RECURSOS EDUCATIVOS** bajo la dirección de la Mg. Eulalia Calle.

Dicha encuesta será aplicada a la brevedad posible, siempre bajo la buena predisposición de las autoridades y docentes involucrados; además por la emergencia sanitaria la misma será de manera virtual y tendrá una duración máxima de 40 min.

Agradecemos la atención que sabrá dar a la presente y en espera de su respuesta.

Atentamente:

María Fajardo | Lazo Erika

Fajardo María | Lazo Erika

C.I: 0107377223 | C.I: 0106437585

Teléfono de contacto: 0987119895 – 0959994840

Email: maria.fajardo1907@ucuenca.edu.ec - lisseth.lazo@ucuenca.edu.ec

Anexo 3. Oficio para aplicar prueba a estudiantes de Tercero de Bachillerato de la Unidad Educativa "San José de la Salle".

UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

CARRERA DE MATEMATICAS Y FISICA

Cuenca, 12 de mayo del 2021

Magister

Walter Duran

RECTOR DE LA UNIDAD EDUCATIVA "SAN JOSE DE LA SALLE"
Presente. -

De nuestra consideración:

Nosotras, María Fajardo y Erika Lazo portadoras de la cédula de ciudadanía No 0107377223 y 0106437585, estudiantes de la carrera Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, solicitamos de la manera más comedida nos autorice aplicar un cuestionario a los estudiantes de Tercero de Bachillerato, con el fin de analizar estadísticamente los recursos que utilizó el docente al momento de impartir el tema de inecuaciones y desigualdades, para desarrollar la tesis de pregrado denominada **ENSEÑANZA DE INECUACIONES DE PRIMERO Y SEGUNDO GRADO, CON APOYO DE UNA GUÍA DIDÁCTICA Y RECURSOS EDUCATIVOS** bajo la dirección de la Mg. Eulalia Calle.

Dicha encuesta será aplicada a la brevedad posible, siempre bajo la buena predisposición de las autoridades y docentes involucrados; además por la emergencia sanitaria la misma será de manera virtual y tendrá una duración máxima de 40 min.

Agradecemos la atención que sabrá dar a la presente y en espera de su respuesta.

Atentamente:

María Fajardo — Lazo Erika

Fajardo María — Lazo Erika

C.I: 0107377223 — C.I: 0106437585

Teléfono de contacto: 0987119895 – 0959994840

Email: maria.fajardo1907@ucuenca.edu.ec - lisseth.lazo@ucuenca.edu.ec

Anexo 4. Recopilación de ejercicios y problemas aplicados a estudiantes de Décimo EGB.

Subnivel Superior de Educación General Básica

Destrezas con criterio de desempeño:

M.4.1.22. Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones o inecuaciones de primer grado con una incógnita en Q, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.
M.4.1.30. Establecer relaciones de orden en un conjunto de números reales utilizando la recta numérica y la simbología matemática (=, <, ≤, >, ≥).
M.4.1.39. Representar un intervalo en R de manera algebraica y gráfica, y reconocer el intervalo como la solución de una inecuación de primer grado con una incógnita en R.
M.4.1.40. Resolver de manera geométrica una inecuación lineal con dos incógnitas en el plano cartesiano sombreando la solución.
M.4.1.41. Resolver un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas de manera gráfica (en el plano) y reconocer la zona común sombreada como solución del sistema.

Criterio de evaluación:

CE.M.4.1. Emplea las relaciones de orden, las propiedades algebraicas (adición y multiplicación), las operaciones con distintos tipos de números (Z, Q, I) y expresiones algebraicas, para afrontar inecuaciones y ecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos, y resolver problemas de la vida real, seleccionando la forma de cálculo apropiada e interpretando y juzgando las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema; analiza la necesidad del uso de la tecnología.

1. **Escriba el signo =, < ó > según corresponda.**

$-2 \ \square \ 0$

$\frac{2}{3} \ \square \ \frac{1}{5}$

$-7 \ \square \ -11$

$\frac{35}{4} \ \square \ 8$

$\frac{1}{2} \ \square \ -\frac{1}{2}$

$6 \ \square \ \frac{18}{3}$

$7 \ \square \ 9$

2. Escribe un número que cumpla con la condición que se enuncia en cada caso.

5 ≤ □ > 4

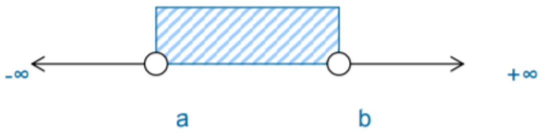
□ > -3 > □

-2 < □ < □

1 ≥ □ < 2

1 < □ > - 4

3. Exprese en forma de intervalo lo representado en cada una de las rectas numéricas:

e) 

f) 

g) 

h) 

4. La representación gráfica 

corresponde a:

a) Todos los números mayores que siete.

b) Todos los números mayores o iguales que siete.

c) Todos los números mayores que siete incluido el infinito.

5. La representación 

es equivalente a la expresión...

d) $x \leq -3$

e) $-3 \leq x$

f) $x < -3$

6. Identifique el número más pequeño del conjunto [0,1[es:

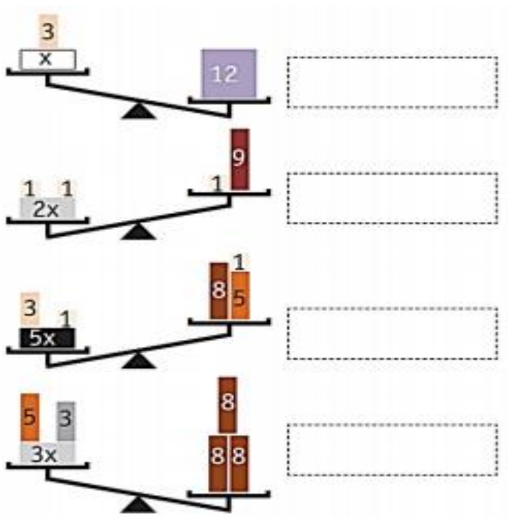
a. 0.0000001

b. 1

c. -∞

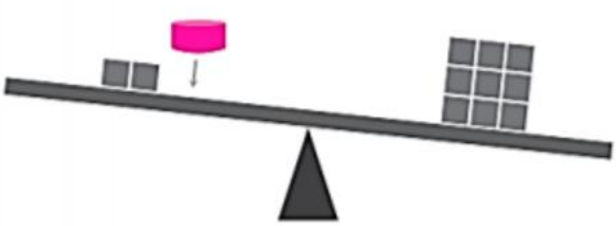
d. 0

7. Basados en los dibujos de las balanzas, elabora las inecuaciones presentadas y escribe en los recuadros respectivos.



8. Explica dónde está el error. Un estudiante representó gráficamente $x > 2$ como se muestra a continuación en el ejemplo. Responde, ¿qué hizo mal el estudiante?

9. Observe la siguiente imagen y responda:



¿Cuánto pueden pesar, en unidades, los objetos que se agreguen a las dos unidades del lado izquierdo para que la balanza siga en desequilibrio? Anote todos los valores enteros posibles.

10. Plantea una inecuación para cada caso:

a) El doble de un número es mayor que 18.

b) La diferencia entre un número y 12 es máximo 10.

11. Resuelva los siguientes problemas:

c) Julio y Manuel juegan en un mismo equipo de fútbol. El sábado pasado Julio marcó 3 goles más que Manuel, pero entre ambos marcaron menos de 9 goles. ¿Cuántos goles pudo haber marcado Manuel?

d) Jéssica necesita un promedio de 85 puntos durante todo el bachillerato para optar por une beca. Durante los primeros cinco años de bachillerato sus promedios fueron 87, 81, 85, 90 y 78. ¿Cuál es la nota mínima que debe obtener Jéssica para ganar la beca?

12. Escriba la expresión verbal que puede estar representada en cada desigualdad.

a) $5x - 8 > 2x$

b) $13n - 4 \leq 323$

13. Encuentra y representa en una recta numérica los valores de x que satisfacen cada inecuación dada.

c) $-(3x - 7) < 5x - (3 - x)$

d) $\frac{-5x+1}{6} \leq \frac{2}{3}$

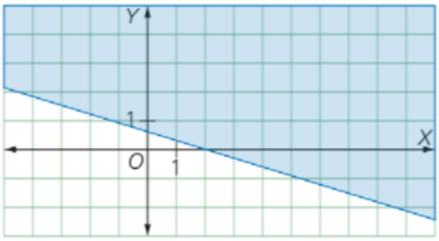
14. Relaciona la inecuación con la gráfica correspondiente a su solución.

e) $3x - 2y > 1$

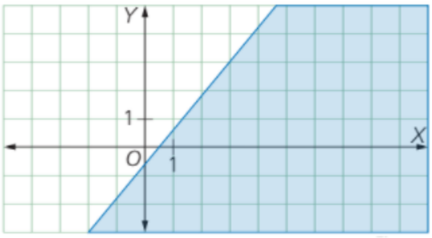
f) $-x + y < -4$

g) $3x - 4y < -2$

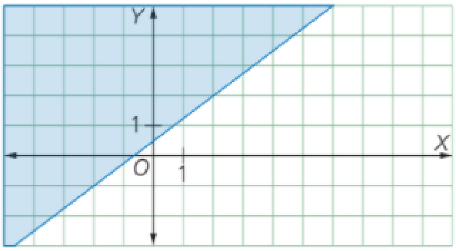
h) $x + 3y > 2$



Respuesta:



Respuesta:



Respuesta:

Respuesta:

15. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 2(x-1) - y < 2 \\ y > 0 \end{cases}$$

Anexo 5. Recopilación de ejercicios y problemas aplicados a estudiantes de Tercero BGU.

Nivel de Bachillerato General Unificado

Destreza con criterio de desempeño:

M.5.1.8. Aplicar las propiedades de orden de los números reales para resolver ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita y con valor absoluto.

Criterio de evaluación:

CE.M.5.1. Emplea conceptos básicos de las propiedades algebraicas de los números reales para optimizar procesos, realizar simplificaciones y resolver ejercicios de ecuaciones e inecuaciones, aplicados en contextos reales e hipotéticos.

1. **Calcula el intervalo común a cada una de las siguientes parejas de intervalos.**

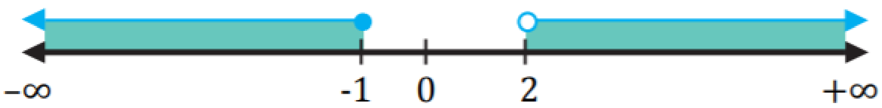
   a) $(-6, 2)\ y\ (-2, 3]$

   b) (-3, 5] y (0, 3]

   c) $(-11, 1)\ y\ (0, 1)$

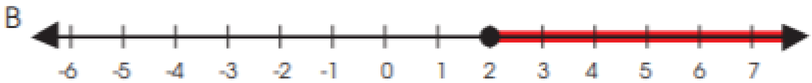
   d) $[6, 9)\ \ y\ [6, 7]$

2. **Escriba en forma de intervalo lo representado en la recta numérica:**



3. **Expresa los intervalos que corresponden a estos gráficos:**

a) 

b) 

c) 

4. La representación 

es equivalente a la expresión

   a. $x \geq -5$

b. $x \leq -5$

c. $-5 < x$

5. La representación 

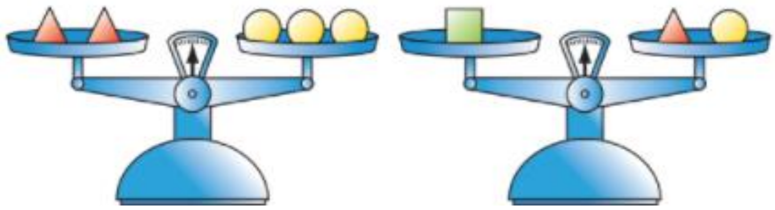
es equivalente a

a. $1 < x$

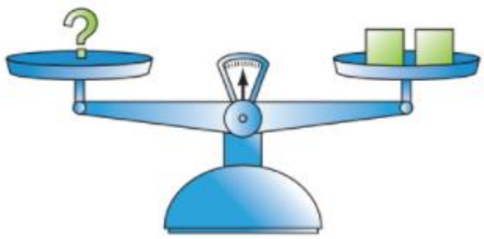
b. $x \geq 1$

c. $1 \geq x$

6. Supón que estas dos balanzas están equilibradas.



a) ¿Cuántas bolas equilibran esta tercera balanza?



b) ¿Cuántas bolas en el platillo izquierdo inclinan la balanza hacia la derecha?

c) ¿Cuántas bolsa en el platillo izquierdo inclinan la balanza hacia la izquierda?

7. El doble de la edad de Juan aumentada en 7 es, como mínimo, 56 años.

a) ¿Cuál es la inecuación que representa el enunciado anterior?

$2x + 7 \geq 56$ $2x + 7 > 56$

$2x + 7 \leq 56$ $2x + 7 < 56$

b) ¿Cuál es la edad mínima que puede tener Juan?

8. José tiene 2 años más que Isaac y la suma de las dos edades no puede ser mayor a 18. La inecuación que representa el enunciado es:

a) $x + 18 > 2$

b) $2x - 2 < 18$

c) $x + 1 \leq 9$

d) $2x - x \geq 9$

9. Plantee la inecuación adecuada a cada caso y resuélvala.

a) Un camión pesa 875 kg. La diferencia entre el peso del camión vacío y el peso de la carga que lleve no debe ser inferior a 41 kg. Si hay que cargar 4 cajas iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada una de ellas para poder llevarlas en el camión?

b) Si al doble de la edad de Camilo se le restan 17 años, resulta ser menos de 35; pero si a la mitad de la edad de Camilo se le suman 3 años, el resultado es mayor que 15. ¿Cuántos años tiene Camilo?

10. Escriba dos intervalos que satisfagan las dos condiciones dadas en cada caso.

a) $x - 5 < 10\,; x + 3 > 2$

b) $\frac{x}{2} \leq 9\,; \frac{-x}{3} - 1 < 4$

11. Resuelva y justifique su respuesta.

¿En qué es diferente el gráfico y solución de y+5<12 con respecto al gráfico de y+5≤12?

$$\left\{ \; 4x + 3 \geq 2(x + 2) \right.$$

13. Considere el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} ① \; 3x - 2y < 5 \\ ② \; x + y \geq -1 \end{cases}$$

Indique los puntos que son solución del sistema:

a) $(0, 0)$

b) $(-2, -1)$

c) $(3, 0)$

d) $(2, -2)$

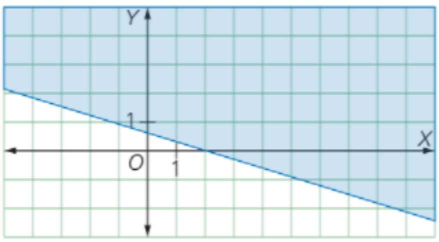
14. Relaciona la inecuación con la gráfica correspondiente a su solución.

i) $3x - 2y > 1$

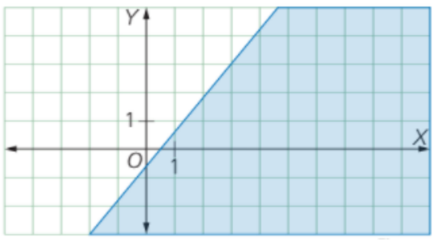
j) $-x + y < -4$

k) $3x - 4y < -2$

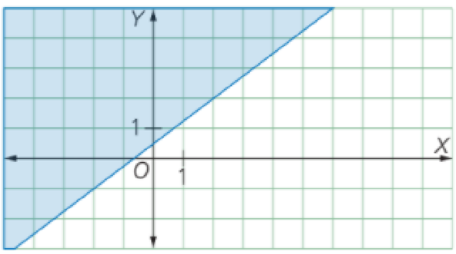
l) $x + 3y > 2$



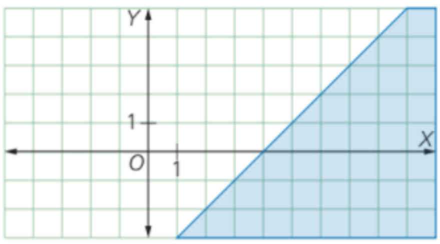
Respuesta:



Respuesta:

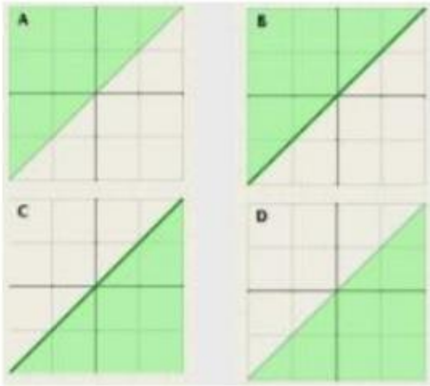


Respuesta:



Respuesta:

15. Indica cuál de las siguientes imágenes representa el conjunto solución de la inecuación $x < y$



16. Defina un sistema de inecuaciones cuya solución, sea la región resaltada en la siguiente gráfica.