



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y Física

Juegos didácticos como recurso para el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales en el Bachillerato General Unificado.

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física.

Autores:

Rómulo Stalin Arcentales Cabrera

CI: 0105973259

rarcentalescabrera@gmail.com

Daniela Catalina Guanga Nacipucha

CI: 0106458359

dan-95@outlook.com

Director:

Msc. César Augusto Trelles Zambrano

CI: 0103757340

Cuenca-Ecuador

18-febrero-2022



RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo la elaboración de una guía didáctica basada en juegos, para crear un aprendizaje significativo de las funciones logarítmicas y exponenciales; la necesidad de crear esta guía, está fundamentada en la categorización de los errores en la matemática, sugerida por Radatz (1979); mediante la aplicación de un cuestionario dirigido a estudiantes de tercero de bachillerato de la unidad educativa Luis Roberto Bravo, se concluye que, más de la mitad de la muestra tiene una deficiencia de conceptos y aplicaciones acerca de estas funciones; por diversas razones, cuales pueden ser, un aprendizaje tradicionalista, falta de motivación y/o un aprendizaje memorístico. Los docentes del plantel educativo, por medio de una entrevista, dieron su opinión acerca de la complejidad de la enseñanza de estos temas; además también estuvieron a favor, en cuanto a enseñar las funciones exponencial y logaritmo, mediante una gamificación contextualizada. Conforme a la categorización de los errores, y con los análisis obtenidos, se requiere crear un aprendizaje significativo, a través de un material atractivo para los estudiantes que permita generar una respuesta positiva en la interiorización de conceptos. Gracias a la competitividad, cooperatividad e ingenio de los juegos didácticos, creemos conveniente enseñar estas funciones a través de estos recursos, poniendo a prueba al estudiantado en actividades lúdicas contextualizadas y no contextualizadas planteadas en esta propuesta.

Palabras clave: Lúdica. Funciones exponenciales y logarítmicas. Enseñanza. Aprendizaje significativo. Errores matemáticos. Juegos.



ABSTRACT

The goal of this research is to elaborate a didactic guide based on games, in order to create a significant apprenticeship of logarithmic and exponential functions; the need of creating this guide, is fundamented in the categorization of the mistakes in math, suggested by Radatz (1979); with the support of a questionnaire, addressed to the seniors of “Unidad Educativa Luis Roberto Bravo,” which concludes that, more than half of the sample has a deficiency in concepts and applications about these functions; for many reasons, which might be, a traditional teaching, lack of motivation or a memorable teaching. Teachers in the campus, through an interview, gave their opinion about the complexity of teaching these themes, they agreed to teaching exponential and logarithmic functions, through a contextualized gamification. With the categorization of mistakes, and with the obtained analysis, it is required to create a significant apprenticeship, through an attractive material for the students that allows to generate a positive response in the internalization of concepts. Thanks to the competitiveness, cooperativity and ingenuity of the didactic games, we believe that it is convenient to teach these functions, testing the student body on contextualized playful activities and not on real-life contextualized activities on this proposal.

Key words: Playful. Logarithmic and exponential functions. Teaching. Significant learning. Mathematical mistakes. Games.



INDICE

Contenido

RESUMEN	2
ABSTRACT	3
INDICE	4
Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional	5
Cláusula de Propiedad Intelectual	6
Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional	7
Cláusula de Propiedad Intelectual	8
AGRADECIMIENTO	9
DEDICATORIA	10
DEDICATORIA	11
1. Capítulo I	12
1.1. Introducción.....	12
1.2. Antecedentes.....	13
2. Capítulo II: Marco teórico	15
2.1. Funciones logarítmicas y exponenciales	15
2.2. Aprendizaje Significativo	18
2.3. Errores en el aprendizaje de las matemáticas	22
2.4. Juegos en la matemática	25
2.5. Gamificación.....	28
3. Capítulo III.....	29
3.1. Metodología.....	29
4. Capítulo IV: Análisis de Resultados	31
4.1. Análisis de los resultados del cuestionario de los estudiantes	31
4.2. Análisis de los resultados de la entrevista de los docentes	42
5. Capítulo V: Propuesta metodológica.....	44
6. Capítulo V	44
6.1. Conclusiones.....	44
6.2. Recomendaciones.....	45
6.3. Bibliografía	46
6.4. Anexos.....	52



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Guanga Nacipucha Daniela Catalina, en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación “Juegos didácticos como recurso para el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales en el Bachillerato General Unificado”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca a 18 de febrero de 2022

Guanga Nacipucha Daniela Catalina

C.I: 0106458359



Cláusula de Propiedad Intelectual

Guanga Nacipucha Daniela Catalina, autor/a del trabajo de titulación “Juegos didácticos como recurso para el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales en el Bachillerato General Unificado”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca a 18 de febrero de 2022



Guanga Nacipucha Daniela Catalina

C.I: 0106458359



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Arcentales Cabrera Rómulo Stalin, en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación “Juegos didácticos como recurso para el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales en el Bachillerato General Unificado”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca a 18 de febrero de 2022

Arcentales Cabrera Rómulo Stalin

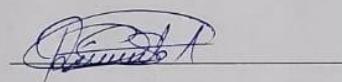
C.I: 0105973259



Cláusula de Propiedad Intelectual

Arcentales Cabrera Rómulo Stalin, autor del trabajo de titulación “Juegos didácticos como recurso para el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales en el Bachillerato General Unificado”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca a 18 de febrero de 2022



Arcentales Cabrera Rómulo Stalin

C.I: 0105973259



AGRADECIMIENTO

Nos van a faltar páginas para agradecer a Dios por bendecirnos la vida, por guiarnos a lo largo de nuestra carrera, ser el apoyo y fortaleza en aquellos momentos de dificultad y de debilidad.

Gracias a nuestros padres por ser los principales promotores de nuestros sueños, por depositar toda su confianza en nosotros y brindarnos todo su apoyo, para que culminemos con éxito nuestra carrera.

A las personas que se han involucrado en la realización de este trabajo, en especial a nuestro tutor el Magister César Augusto Trelles Zambrano, quien nos ha guiado con su paciencia, experiencia, conocimiento y motivación durante todo este proceso.



DEDICATORIA

Dedico esta tesis a Dios y a la Virgen María, por brindarme su bendición a diario.

A mis padres: Jorge Guanga y Carmen Nacipucha, por su amor, trabajo y sacrificio en todos estos años, gracias a ellos he logrado llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy.

A mis hermanos Eduardo, María, Gabriela y Mateo por estar siempre presentes, acompañándome y por el apoyo moral que me brindaron a lo largo de esta etapa de mi vida.

A mi esposo y amigo Diego por haber sido mi fuente de inspiración.

DANIELA GUANGA



DEDICATORIA

El presente trabajo lo dedico a Dios y a mi familia. Mi único motor y motivación de haber llegado tan lejos, es mi madre, le debo todo, incluso la vida; sé que nunca me dejará solo. Para ella en especial, está dedicado todo este esfuerzo.

STALIN ARCENTALES



1. Capítulo I

1.1. Introducción

El presente trabajo de titulación consiste en la elaboración de una guía didáctica para lograr un aprendizaje significativo en la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas, mediante estrategias lúdicas. Dentro de nuestro país, en ocasiones se abarcan estos conceptos de una forma tradicionalista, obligando a memorizar los contenidos, cuando se sabe que los logaritmos y exponenciales surgieron porque facilitan la resolución de cálculos complejos, los cuales han contribuido al avance y al desarrollo de la ciencia.

En países vecinos como Colombia se ha estudiado que la información almacenada por los estudiantes no tiene gran valor, debido a que al momento de enfrentarse a un problema real tienen dificultades al razonar y buscar la solución con eficacia.

Las funciones exponenciales y logarítmicas, constituyen un tema de estudio de valor muy significativo, porque nacieron como una herramienta para resolver problemas prácticos; su importancia está en la simplificación que supone para la multitud de cálculos, entre los muchos avances a los que ha contribuido está; el de la astronomía, en la navegación marítima, la matemática aplicada, en la economía, en la música, en la topografía, en la biología, etc. Este conocimiento, por tanto, es vital para la formación de los estudiantes de Bachillerato, porque les brindará elementos de juicio, sobre la manera en que ellos podrían entender estos conceptos mediante juegos.

En la actualidad el proceso de enseñanza-aprendizaje, está enfocado desde una corriente pedagógica llamada el constructivismo, que busca proveer a los estudiantes, las herramientas



necesarias para que construyan su conocimiento significativo de una forma dinámica y participativa. En definitiva, crear esta propuesta didáctica recurriendo a estrategias lúdicas, como son los juegos, supone mostrar que este contenido matemático se puede enseñar desde otra perspectiva, de tal manera que, el uso del pizarrón sea cada vez menor y que la enseñanza de estos contenidos pueda impartirse en el grupo por medio de la manipulación de elementos, que servirán para construir los nuevos saberes.

1.2. Antecedentes

En la enseñanza de funciones, en ocasiones se suele poner énfasis en los procedimientos de análisis y algoritmos y no se considera la estructura cognitiva de los estudiantes, que aplican el método sin considerar los conceptos matemáticos y la perspectiva visual de la enseñanza. El concepto de función, no se convierte en el papel dominante hasta que se considera una fórmula, es decir, hasta que se logra la integración entre los campos del álgebra y la geometría. La complejidad de los conceptos funcionales se refleja en los diversos conceptos y representaciones que enfrentan estudiantes y docentes (Paz, 2018).

Además, para Alvaréz (2017) “el alumno aprende las matemáticas de una forma mecánica, esto se ve reflejado al momento de estudiar para una prueba debido a que el estudiante copia y transcribe lo aprendido, pero *nuca/sic/* llega a un razonamiento lógico” (p. 20).

En el caso de las funciones logarítmicas y exponenciales, Rivera (2009), manifiesta:

Las dificultades que tienen los estudiantes para construir la noción de función exponencial, se las puede categorizar como: dificultades para elevar números a distintas potencias e interpretar el significado de esas operaciones, dificultades para interpretar la naturaleza y estructura de la función exponencial y dificultades para relacionarla con la función logarítmica. (p. 17)



La aparición de las calculadoras electrónicas y su fácil acceso podría suponer que el uso de los logaritmos, pierda sentido y parte del alumnado los vea como un simple botón en la calculadora (Weber, 2016).

Investigaciones previas, han tenido por objetivo, identificar las dificultades en relación al aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales, se observa que algunos de los principales problemas son: el desconocimiento de los conceptos, además de un descuido en el uso de las propiedades de estas funciones. Entre estos errores se pudo identificar, que los estudiantes con dichas dificultades suelen confundir el valor de un logaritmo, con el logaritmo de dicho valor; y el uso incorrecto de las propiedades al expandir y simplificar una expresión logarítmica (Aziz, Pramudiani y Purnomo, 2017).

A través del juego, se pueden crear situaciones con mayor valor educativo y cognitivo, de manera que, se puedan realizar experimentos, investigaciones, resolución de problemas, descubrimientos y reflexiones. El significado de la recreación, la naturaleza del juego, la suavidad de la emoción y el espíritu de moderación, son fuente de motivación y brindan un camino diferente a los métodos de aprendizaje tradicionales (Corbalán y Deulofeu, 1996).

Además, para Blatner y Blatner (1997), el juego implica una serie de procesos que contribuyen al desarrollo integral, emocional y social de las personas, no solamente de los niños, sino también de los jóvenes y adultos.

Jiménez (2003) sostiene que, “los juegos son actividades amenas que indudablemente requieren esfuerzo físico y mental, sin embargo, el alumnado las realiza con agrado; no percibe el esfuerzo y sí la distracción”.



En muchos casos, el juego es un medio para poner a prueba los conocimientos de un individuo, favoreciendo de forma natural la adquisición de un conjunto de destrezas, habilidades y capacidades de gran relevancia para el desarrollo tanto personal como social (Rojas, 2009).

El estudio "La matemática realista en el aula: el colectivo y las operaciones de suma y resta" en el contexto de las escuelas holandesas (Collado M., Bressan A. y Gallego F., 2003) muestran que los juegos grupales han evolucionado, para convertirse en modelo de otras situaciones de la misma naturaleza. Por tanto, el contexto, tiene una especial relevancia para dar significado a números y operaciones. De este estudio se concluyó, que la estrategia colectiva es un gran método para utilizar los conocimientos previos de la vida diaria de los estudiantes y transformarlos en un aprendizaje significativo.

Una investigación realizada en Perú, llamada "Actitudes lúdicas para desarrollar la capacidad de cálculo en alumnos del segundo grado de educación primaria de la I.E.80407 Gonzalo Ugás Salcedo del distrito de Pacasmayo" (Gómez M. y Chávez M., 2009); señaló, que la memoria, la atención y la percepción, son elementos que deben inspirarse en diferentes juegos. Por lo expuesto, lo que se pretende con esta investigación, es mejorar por medio de métodos didácticos, a través de juegos, todos esos vacíos que presentan los estudiantes.

2. Capítulo II: Marco teórico

2.1. Funciones logarítmicas y exponenciales

Los logaritmos simplifican procesos, análogamente nos permiten convertir el producto en una suma, ya que para el estudiantado es más fácil sumar que multiplicar; asimismo, el cociente en resta, porque es más fácil restar que dividir; una potencia en una multiplicación y una raíz en



una simple división (Mahecha y Durán. 2006). Cuando se estudia los temas de funciones logarítmicas y exponenciales, por lo general, el punto de partida es la definición, dar algunos ejemplos, luego enunciar e ilustrar los atributos y finalmente practicar. Del mismo modo, los ejercicios suelen ser, una larga lista de los que se deben aplicar directamente o utilizar atributos para calcular el logaritmo de un número con una base diferente. De lo contrario, finalmente se utiliza el antilogaritmo para calcular el número. En muchos casos, la enseñanza de logaritmos se realiza de forma algorítmica y descontextualizada, no se nombra para que sirven. Confrey (1996) y Lezama (1999), creen en un obstáculo epistemológico, desde la enseñanza de la estructura aditiva y su uso, así como también, la enseñanza de la estructura multiplicativa, a la hora de generalizar las características funcionales del exponente; y de ahí, la relación logarítmica de la función, está acostumbrando a los estudiantes a razonar, sin demasiados detalles en los exponenciales.

El logaritmo como función se entiende como “la correspondencia entre dos conjuntos de elementos bajo una regla, en donde se da el cambio entre dos variables” (Escobar. 2012. p. 48); teniendo en cuenta que existen valores constantes; asíntotas y cortes; los mismos que dependerán del tipo de función logarítmica que se quiera representar, sin embargo, para la función logarítmica base, existe un corte en el eje de las abscisas, siendo el logaritmo de 1 igual a 0; además de la asíntota, el eje ordenado y pues no existe un logaritmo negativo.

Las funciones logarítmicas y exponenciales, son aplicadas en distintos campos de estudio como: la economía, se puede aplicar en la oferta y la demanda; la estadística, para calcular el crecimiento de la población; la medicina, ayuda al entendimiento de ciertos fenómenos; la psicología, se utiliza la ley de Weber-Fechner, de estímulo-respuesta; la física, cuando una partícula es lanzada con una velocidad inicial; la geología, las ecuaciones logarítmicas para la



geología sirven para el cálculo de la intensidad de un evento; la astronomía, para determinar una magnitud (Berezovski. 2006).

Otros aspectos necesarios para focalizar el estudio en la función logarítmica son, tanto el paso de lo discreto a lo continuo, como el estudio de las curvas y su posterior cambio de mirada a dichas característica, a través de expresiones analíticas que denotan las transformaciones en el concepto de función. Como lo expresa Ferrari (2001) cuando se logra asociar un número con su logaritmo se hace explícita la función logaritmo. Es de anotar que es Euler quien clasifica dichas funciones como trascendentales¹.

Para las gráficas de la función exponencial, existe una constante al igual que en la función logarítmica; misma que dependerá del tipo de función exponencial que se nos presente, para la función exponencial base $f(x) = e^x$, tiene un corte en el eje de las ordenadas en 1, mientras que su asíntota es el eje de las abscisas, ya que nunca $f(x) = 0$.

Los temas logaritmos y exponenciales en muchos casos, se han convertido para los estudiantes, en un obstáculo para el logro de sus objetivos escolares; de manera que han trascendido la parte académica y se han establecido como un impedimento cognitivo y emocional. Lo que el estudiantado siente, percibe y cree, influye directamente en su aprendizaje. Aunado a lo anterior, lo que el docente siente, percibe, sus expectativas, creencias y actitudes respecto a la disciplina, también juegan un importante papel en el tipo de enseñanza que realiza y la dimensión afectiva de sus estudiantes. (Gamboa. 2014).

El presente trabajo tiene como compromiso abordar, basado en aspectos teóricos de varios autores, algunos elementos de la dimensión creativa, a partir de ellos, mostrar elementos

¹ Funciones Trascendentales: funciones donde la variable (x), se encuentra como exponente; o está afectado por logaritmo; o las funciones, trigonométricas o sus inversas.



concernientes, tanto a docentes como a estudiantes y su relación con la enseñanza y aprendizaje de la matemática, partiendo de la premisa de que la matemática es un producto de la construcción humana, la sociedad y la cultura; creemos que para consolidarse, cada objeto matemático² debe pasar por varias etapas o momentos. Se parte de ser utilizado sin profundizar la comprensión, a ser manipulado, ampliado, expuesto y dotado de una representación y significado más precisos, hasta insertarse en una teoría con características propias.

2.2. Aprendizaje Significativo

David Ausubel, es el teórico que propone el aprendizaje significativo, dentro de una época donde el conductismo imperante tomaba forma como alternativa de modelo de aprendizaje-enseñanza. (Rodríguez, 2011, p. 30). Esta teoría parte del estudio del ámbito donde surge la enseñanza, en la escuela, en casa, en cualquier entorno propicio para que un ser humano logre aprender; así mismo, está relacionada con el estudio de los factores que afectan psicológicamente al estudiante para que el aprendizaje sea interiorizado y se guarde en una memoria a largo plazo o pasiva, misma que se recuperará de manera eficaz cada vez que esta persona necesite ese aprendizaje. Para Rodríguez “la finalidad del aprendizaje significativo es aportar todo lo que pueda garantizar la adquisición, asimilación y retención de los contenidos y destrezas que la escuela pueda ofrecerle a los estudiantes” (2011, p. 31). Para llegar a este propósito, Ausubel plantea su teoría de manera que pueda ocuparse de entender y explicar el aprendizaje verbal y simbólico, a este lo llamó, teoría del aprendizaje verbal significativo (Ausubel, 1976 como se citó en Rodríguez, 2011). La manera en la que se puede lograr que un aprendizaje sea significativo, es mediante el

² Objeto matemático: construcción abstracta para dar significado a la realidad, mediante la matemática; algunos objetos matemáticos pueden ser: los números, operaciones matemáticas, funciones, integrales, derivadas, etc.



docente, quien tiene el papel fundamental de ser un guía en el aprendizaje del estudiante, al igual que en el cognitivismo, este crea situaciones y ambientes propicios para que se desarrolle el aprendizaje significativo, en este caso, también toma las experiencias de los estudiantes como punto de partida para generar un aprendizaje nuevo; sin embargo, la enseñanza no se da individualmente, sin que el profesor tome la tutela manipulando estos conocimientos basados en experiencias para recrear situaciones que el alumnado conoce, de esta manera impartir aprendizajes nuevos, es decir, aprendizajes significativos.

Para Coll C. y Solé I. (1989) las condiciones necesarias para que exista un aprendizaje significativo en el entorno educativo son dos principalmente, la primera que aquello que se vaya a enseñar sea significativo; es decir, el tema, el material y el método a utilizarse sea claro y conciso; y la segunda condición hace referencia al estudiante, principalmente a sus experiencias o conocimientos previos; un niño no puede generar un aprendizaje significativo, si no conoce de manera previa sobre lo que se habla, a manera de ejemplo, el sujeto no puede interiorizar para que sirve un martillo, sino conoce un martillo.

Considerando la primera condición del aprendizaje significativo, habla de que el tema y el material a ocupar para enseñar debe ser significativo de la misma manera; esta condición garantiza que lo que el estudiante aprende, lo interiorice y relacione con sus conocimientos previos; entonces ¿es malo el aprendizaje que no sea significativo?, por el contrario, para Ausubel D. (2002). “las variedades de aprendizaje proposicional basadas en la recepción y en el descubrimiento, intervienen sucesivamente en etapas distintas del proceso de resolución de problemas” p. 32; esto quiere decir, que ambos tipos de aprendizaje, por recepción y por descubrimiento, son igual de importantes, por lo tanto, para un estudiante es tan importante conocer la gráfica de un logaritmo, cómo entender los valores que debieron darse para crear dicha gráfica, ya que ambos



conocimientos, aunque uno significativo y el otro no, van de la mano de manera secuencial para la resolución de problemas; al momento de dar solución a un problema de estas funciones, el estudiante estaría en la capacidad de entender, cómo se desarrolla la gráfica solo al reconocer la palabra logaritmo; una vez empiece con la resolución, recordará el conocimiento significativo que generó, mismo que le ayuda a comprender que la gráfica con la que va a trabajar hace referencia a un incremento o decremento de los valores del problema.

Existe una relación importante entre el material de aprendizaje y el estudiante que aprende, de la persona que aprende depende que dicho material sea significativo, sus capacidades también influyen en el nuevo aprendizaje significativo, es necesario que interactúen entre sí, el material de aprendizaje y la edad de la persona, sus capacidades, su realidad social, entre otras. (Ausubel D. 2002). No depende solamente de las destrezas a desarrollar en un estudiante, sino de la interrelación de dichas destrezas con el ámbito cognoscitivo y psicológico de la persona, en el ámbito matemático, el aprendizaje significativo más común a enseñar es, el aprendizaje por recepción, a pesar de ser repetitivo en su mayoría, es el camino más factible para interiorizar contenidos y desarrollar destrezas, sin embargo, para aplicar un material de aprendizaje verdaderamente significativo, es necesario conocer la cognición del estudiante, de qué manera aprende, y con qué lo relaciona de mejor manera en sus día a día.

Para Huaraca Y. (2014) existen tres fases del aprendizaje significativo que vale la pena mencionar.

- Fase inicial: en esta fase la información se percibe de manera memorística solamente, el estudiante logra relacionar poco o nada del material de aprendizaje.
- Fase intermedia: logra desarrollar conexiones cognitivas entre el material de aprendizaje y los conocimientos previos, se puede organizar y abstraer información.



- Fase terminal: el material de aprendizaje es interiorizado por completo, el estudiante está en la capacidad de ejecutar acciones para la solución de problemas utilizando ese material.

Cada estudiante tiene la capacidad para iniciar y terminar las fases del aprendizaje significativo, la única diferencia que existe entre cada persona, es el tiempo en la que lo realizan; pero ¿qué determina el tiempo de cada persona? Cada persona aprende de manera distinta, es decir, cada persona tiene un estilo de aprendizaje diferente.

Huaraca Y. (2014, p. 53) define que: “Los estilos de aprendizaje son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje.” Es decir, que hay factores que determinan la forma de aprender de los estudiantes, por esta razón, el docente está en la capacidad de considerar estos estilos para desarrollar su plan de clase y el material de aprendizaje.

Ahora bien, qué sucede cuando se requiere implementar un aprendizaje significativo y los conocimientos previos del estudiantado están basados en un aprendizaje repetitivo, es decir, que la relación anterior con la materia impartida, fue la memorización, un conocimiento sin significado; es por ello que el docente debe identificar los conocimientos previos que su materia requiere, y explicarlos mediante procesos de atención selectiva, mismos que son estrategias de tipo construccional; estos ayudan a que los estudiantes puedan centrar sus procesos de atención, codificación y aprendizaje en conceptos e ideas que el docente necesita que sean interiorizados. (Díaz, 1999).

Sin embargo, un aprendizaje memorístico no significa carencia de material de aprendizaje significativo, “la esencia del proceso de aprendizaje significativo es que nuevas ideas expresadas de manera simbólica, se relacionan de una manera no arbitraria y no literal con aquello que ya sabe



el estudiante” (Ausubel D. 2002 p. 122). Hay contenidos que se pueden enseñar de manera significativa por repetición, por ejemplo, los números, simplemente son símbolos, deben ser memorizados; depende mucho del maestro de qué manera logra una memorización en los estudiantes, al momento de darle un significado a esos símbolos, el material de aprendizaje se vuelve significativo.

2.3. Errores en el aprendizaje de las matemáticas

Se considera al alemán Weiner (1922), citado por Seminara, Del Puerto y Minnaard (2006), fundador de la investigación didáctica orientada al estudio de los errores; trató de establecer patrones de errores, que explicarán las equivocaciones individuales en todas las materias y para todos los grupos de edades escolares. Dentro del concepto general del incorrecto, estableció la distinción entre equivocado, falsificación y error; también agrupó los errores en cinco categorías: familiares, persistentes, por similitud, mixtos y debidos a situaciones emocionales.

Entre 1922 y 1928, investigadores como Weiner, Seseman, Kiesling y Rose intentaron establecer patrones de error en todas las disciplinas y en diferentes edades, a fin de proporcionar una base psicológica suficiente para la enseñanza de las matemáticas, considerando la tendencia de los errores, causados por combinación, y el estilo especial de las personas a cometer errores en matemáticas; buscaron cómo lidiar con estas equivocaciones, hasta llegar al punto de poder establecer la clasificación de las causas más frecuentes de los errores (Engler et al., 2004).

Desde la década de 1950, la información se ha vuelto sistemática. La cibernetica de Viena abrió nuevas puertas para la investigación en diversos campos del conocimiento. Se asume que la estructura del cerebro humano es similar a la de una computadora, que procesa información a



través de una serie de recuerdos. En la óptica del procesamiento de la información, muchos investigadores utilizan esta técnica en el análisis de errores. (Abrate, Pochulu y Vargas, 2006).

Borasi (1987), considera que los errores son analizados con dos objetivos fundamentales: para eliminarlos o para explorar sus potencialidades. En cualquiera de los dos casos, estaríamos centrándonos en el contenido técnico matemático del error, en la naturaleza de la Matemática o en el proceso de aprendizaje de la propia disciplina.

Para Rico (1995), los errores se manifiestan como conocimientos inadecuados, por ello su detección se organiza mediante un escalonamiento de ejercicios, problemas y actividades; asimismo, cuando se opera con ellos, es necesario tener en cuenta que durante la realización de los ejercicios se precisa de un observador externo para evaluar la distancia entre la afirmación errónea y el conocimiento correcto, así conducir al alumno que comete el error hasta donde se ha estipulado como correcto.

Por otro lado, investigadores como Ashlock, Reisman, Robitaille, Bell, Ginsburg, Erlwanger citados en Rico (1995, p.80), creen que los errores en matemáticas no son accidentales, sino que se deben a estrategias y factores personales. Reglas utilizadas para resolver problemas, estas reglas se derivan de experiencias específicas y explicaciones basadas en conocimientos matemáticos iniciales.

Otro autor como Socas (1997) menciona la diferencia entre obstáculos y errores en el aprendizaje, pero el foco está en las matemáticas. Astolfi (1999) define los errores de los estudiantes en el aprendizaje y los clasifica según su experiencia de formación en educación. Franchi y de Rincón (2004) estudiaron los tipos de errores en temas como la geometría del plano desde una perspectiva específica. Carrión (2007) analizó los errores de estudiantes y profesores al



combinar expresiones con números naturales, muy similar al trabajo actual, pero a nivel escolar diferente.

El cognitivismo sostiene que la mente del alumno no es una página en blanco: el alumno tiene un saber anterior, y estos conocimientos anteriores pueden ayudar al nuevo conocimiento, pero a veces son un obstáculo en la formación del mismo. El conocimiento nuevo no se agrega al antiguo, sino que lucha contra él y provoca una nueva estructuración del conocimiento total. Los errores cometidos por los alumnos en matemática son una manifestación de esas dificultades y obstáculos propios del aprendizaje; se acepta unánimemente que es necesaria la detección y análisis de los mismos y su utilización positiva en una suerte de realimentación del proceso educativo. (Del Puerto et al., 2006, p. 3).

El análisis de errores ha sido de interés para la comunidad de educación matemática durante al menos 70 años, en nuestro trabajo se utiliza la clasificación, dada por Radatz (1979) para categorizar las deficiencias en la muestra de estudiantes:

Errores debidos a dificultades en el lenguaje. Se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.

Errores debidos a dificultades para obtener información espacial. Aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.

Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. Son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.



Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento. Son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento, para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.

Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes. Son producidos por aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

2.4. Juegos en la matemática

Los juegos como recurso en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática

Se suele pensar que los juegos dentro de la matemática no deben existir, pues es un tema serio, pero dentro del ámbito de la educación y trabajando con niños y jóvenes, esa seriedad puede cambiar un poco para que sea más atractivo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Un juego de acuerdo con la necesidades e intereses de nuestros estudiantes, ayuda a comprender los conceptos de una manera atractiva. Entre sus beneficios, está la comunicación y socialización entre compañeros, apoyando a su desarrollo autónomo, conociendo normas de comportamiento y respeto. (Sánchez, 2013) Los estudiantes se ven motivados frente a una actividad fuera de lo común, como suele ser la clase de matemáticas, generalmente se presenta como una charla magistral del docente donde todos guardan silencio y se mantienen quietos; en esos casos, que la clase se dé como un juego, cambia la perspectiva del estudiante, volviéndolo dinámico y entusiasta, generando desorden y caos, sin embargo sería tarea del docente crear un ambiente de respeto y diversión para que se realice ese juego, así, sacar el mayor provecho posible de la actividad.

El papel del docente dentro del juego es muy importante; ya que se puede jugar en la clase de matemáticas, con lo planificado por el profesor, pero sin aprender nada; es tarea del docente



orientador llevar el juego como él lo planificó y conseguir los objetivos educativos planteados; existen variados temas en la matemática que se pueden potenciar mediante el juego.

Loya G. (2012, p. 15) considera que “los juegos matemáticos integran el proceso de construcción y desarrollo del razonamiento lógico”. Los estudiantes crean nueva información manipulando objetos, jugando con ellos, a partir de la información ya generada por la experiencia vivencial que tienen. Muchas veces, esa información solo es receptada y almacenada porque no puede ser asimilada, es decir, no se encuentra un significado inmediato del por qué se retiene esa información, es lo que generalmente pasa cuando los estudiantes estudian solo para dar un examen; el juego es el puente que brinda la interconexión de la nueva información con un aprendizaje significativo, lo que se aprende jugando, es más sólido y duradero en la memoria a largo plazo de la persona, que lo que se aprende repitiendo.

“El juego educativo es propuesto para cumplir un fin didáctico, que desarrolle la atención, memoria, comprensión y conocimientos, que pertenecen al desarrollo de las habilidades del pensamiento.” (Apaza W. 2020 p.22). Durante el desarrollo de una actividad lúdica, el docente puede conocer las capacidades, fortalezas y debilidades de un estudiante; gracias a ello puede potenciar sus capacidades y entrenar sus debilidades hasta convertirlas en fortalezas; el juego es una actividad innata del ser humano, llama a la atención y concentración; es vital trabajar la educación desde la teoría del juego.

Sin embargo, existen diversas formas de juego, que aunque podamos redirigirlas hacia la educación, hay mucho en contra; los videojuegos, mismos que, según Dele-Ajai O. et al., (2019), fomenta el comportamiento antisocial de las personas, muestran preferencias de género y podría llegar a causar comportamientos agresivos por la competitividad que existen en este tipo de juegos; en el entorno educativo no puede surgir dichos problemas; el proceso de enseñanza aprendizaje



debe darse en un ambiente de respeto y cooperación, donde cada estudiante busque un fin común con sus similares; a pesar de ello, un video juego en la educación también es beneficioso. En su estudio e investigación, Dele-Ajai O. et al., (2019), observan buenos resultados en la aplicación de un videojuego en la enseñanza de la física; los estudiantes se muestran más entusiastas a la clase, realizan tareas y cálculos con mayor interés, se muestran inmersos en la temática del juego y lo que aprenden mediante el.

El juego de manera general sigue siendo un método didáctico que se puede utilizar para el contexto educativo, para Vankús (2005 p. 65) “ningún método es generalmente bueno o malo. Si elegimos el juego adecuado, teniendo en cuenta los intereses de los niños, la edad, habilidades, conocimientos y destrezas, tendríamos la oportunidad de tener éxito.” No se puede generalizar un juego para enseñar matemáticas sin considerar los intereses de los estudiantes, en el ámbito de juegos, hay un campo abierto de posibilidades para desarrollar actividades lúdicas que cree situaciones de interés para cada estudiante; el docente tiene la ventaja de conocer a sus estudiantes y guiar el juego hacia sus intereses, además de desarrollar las destrezas y capacidades, mismos que buscan alcanzar en la educación y el perfil de salida del bachillerato. Para un correcto planteamiento de los juegos que pueden potenciar el contexto educativo, hay que considerar los obstáculos del aprendizaje, los cuales Vankús (2005), considera como una barrera vital que el estudiante logra superar gracias al juego; estos obstáculos son tres: ontogénicos, acorde a la edad; didácticos, cómo se enseñan las cosas; y epistemológicos, el conocimiento en sí.



2.5. Gamificación

Para desarrollar una técnica efectiva sobre la didáctica de los juegos hay que comprender de donde viene este término y como adecuarlo de manera pertinente a la educación, para así, obtener el mayor provecho en el desarrollo de nuestros estudiantes; este término fue introducido en la sociedad en el año 2003 y consiste básicamente en crear situaciones lúdicas con las mismas características de los juegos, pero con un objetivo diferente, además de la recreación y la motivación que causa en las personas como respuesta a ciertos estímulos de dichas actividades.

(Muñoz, Hans, y Fernández, 2019)

Los juegos en la educación, son una parte importante para mantener la atención de la clase, mediante estos, los estudiantes podrían salir de la rutina de las clases normales; generalmente de clases donde no participan y solo el docente tiene la palabra, son una gran opción para que los estudiantes, mientras juegan, aprenden términos y conceptos que el docente requiere, de esta manera alcanzar las destrezas planteadas al inicio del año.

A pesar de ser beneficioso para llamar la atención de la clase y la participación de todos los estudiantes, cuesta mucho trabajo y tiempo preparar un juego para cada clase; además, primero los estudiantes tiene que dominar el tema bastante bien para mostrarles un reto a manera de juego, si empezamos con un juego sin que los estudiantes conozcan el tema, no sería tan beneficioso y poco atractivo para ellos; a pesar de eso, si se hace un juego referente a conocimientos previos que los estudiantes sí poseen, sería muy productivo; ahora bien, existen muchos juegos en la educación, el problema es adecuarlos para cada año de educación, para cada tema, y en algunos casos para cada estudiante. Podemos decir que los juegos son buenos como un recurso didáctico, siempre y cuando no sean muy redundantes, repetitivos y poco adecuados a los temas que se están



estudiando, sobre todo, el aspecto más importante, los materiales que vamos a utilizar, si están al alcance de todos nuestros estudiantes.

3. Capítulo III

3.1. Metodología

Esta investigación será de corte cualitativo. La técnica que utilizamos para recolectar la información que permitió detectar las principales falencias que tiene el estudiantado en el aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales, fue el cuestionario. Se realizó además una revisión bibliográfica para identificar cuestionarios existentes en la literatura, elaborados para propósitos similares. Además, mediante, una revisión de literatura, se identificó las diferentes propuestas metodológicas existentes al momento para trabajar la temática en cuestión. Sobre la base de estos hallazgos se elaboró un cuestionario propio, adicional a ello, con base en los autores y con los resultados obtenidos, se creó como propuesta metodológica para el aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales.

Debido a que las destrezas relacionadas con el aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales se trabajan fundamentalmente en el tercer año de Bachillerato General Unificado, apoyamos nuestra investigación, contactando a la autoridades de la Unidad Educativa Luis Roberto Bravo, haciéndole llegar dos solicitudes, una autorización para aplicar el cuestionario a 20 estudiantes de este nivel educativo, y una segunda autorización para aplicar una entrevista a los docentes de matemáticas del mismo nivel.

Se programó una reunión de manera virtual, y con la ayuda del servicio de videoconferencia Zoom, compartimos el cuestionario mediante nuestra pantalla; los estudiantes contestaron el



mismo y enviaron las fotografías de sus respuestas a nuestro WhatsApp. Asimismo, la señora rectora nos facilitó los correos de los docentes, a los cuales compartimos un formulario en Google Drive, donde contestaron las preguntas allí formuladas. Luego esta información fue analizada de manera conjunta entre los autores y el tutor del trabajo de titulación. Los datos recogidos fueron estudiados mediante un análisis de contenido, el mismo que nos permitió establecer categorías en las dificultades del aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales, a partir de los planteamientos teóricos por Radatz (1979), mencionados en apartados anteriores. Finalmente se obtuvieron conclusiones que permitieron identificar los puntos más relevantes para la elaboración de la propuesta.



4. Capítulo IV: Análisis de Resultados

4.1. Análisis de los resultados del cuestionario de los estudiantes

En el capítulo que se expone a continuación se presentan los resultados obtenidos de los cuestionarios aplicados a estudiantes de tercero de bachillerato, para identificar las dificultades que atraviesan al desarrollar las actividades relacionadas con las funciones logarítmicas y exponenciales.

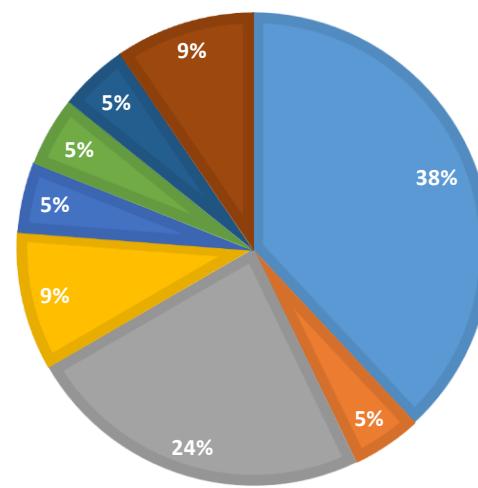
Para llevar a cabo este análisis de forma clara, se categorizan las respuestas de los estudiantes y posteriormente son analizadas por medio de gráficas. Es importante mencionar que las gráficas presentadas a continuación fueron elaboradas por los autores con apoyo del tutor.

1. ¿Considera importante la enseñanza del contenido funciones logarítmicas y exponenciales? ¿Y por qué?

Gráfico 1

Importancia de la Enseñanza de las Funciones Logarítmicas y Exponenciales

- Facilita la resolución de ejercicios, cálculos y/o problemas complejos
- Aplicación casi inexistente en la vida diaria de una persona normal
- Enseñanza importante para el futuro
- Considera importante para quienes estudien algo relacionado con las matemáticas
- Importante por la aplicaciones en el entorno
- Respuestas perdidas
- Menciona la importancia de las funciones exponenciales pero no de las logarítmicas
- Útil para observar funciones inversas

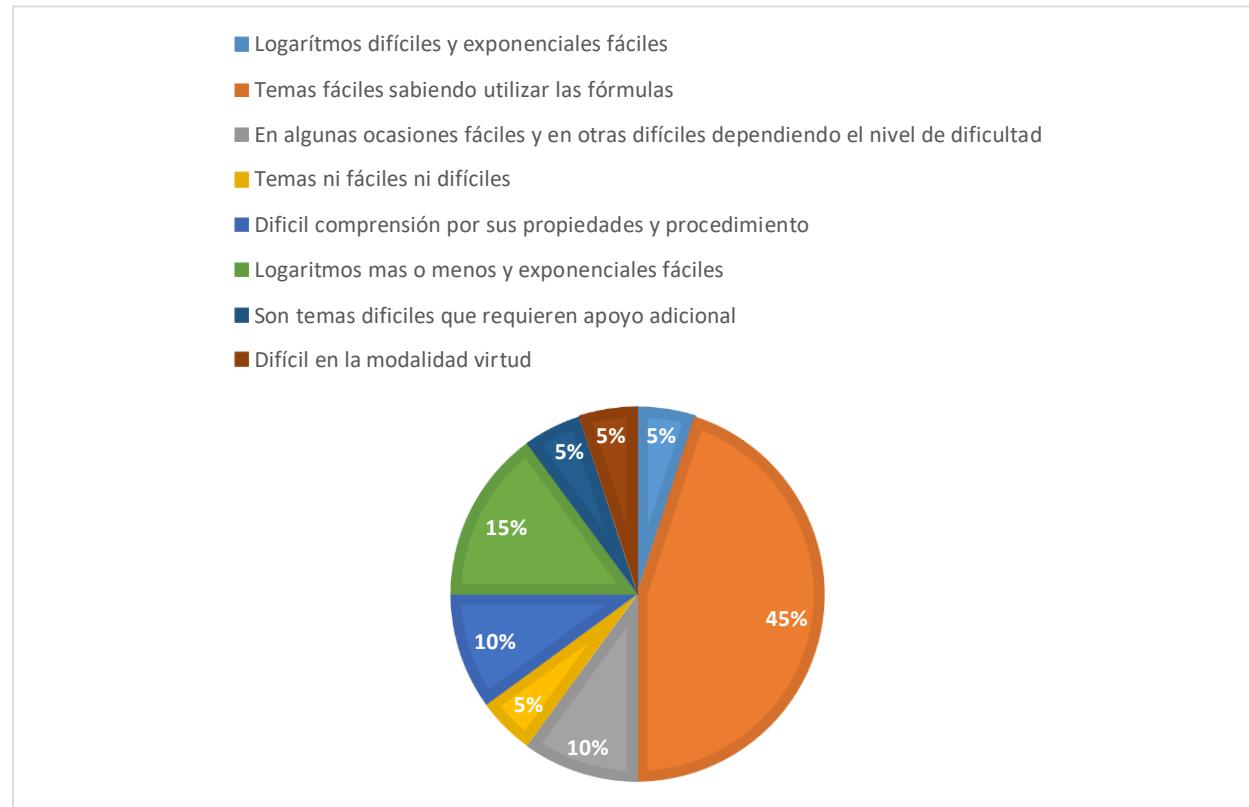


De acuerdo al gráfico estadístico, el 38% de los estudiantes respondieron que consideran importante la enseñanza del contenido funciones logarítmicas y exponenciales porque facilita la resolución de ejercicios, cálculos y/o problemas complejos, el 24% dicen que su enseñanza es importante para el futuro, el 9% consideran que es importante solamente para quienes estudien algo relacionado con las matemáticas, un 5% expresan que son importantes por su aplicación en el entorno y otro 9% dicen que son útiles para observar funciones inversas. El 5% mencionan la importancia de las funciones exponenciales, pero no de las logarítmicas. Y un 5% comenta que su aplicación es casi inexistente en la vida diaria de una persona normal.

2. ¿Para usted el tema logaritmos y exponenciales es fácil o difícil? ¿Y por qué?

Gráfico 2

Logaritmos y Exponenciales, Fáciles o Difíciles



Según la pregunta dada, el 55% de los estudiantes respondieron que los logaritmos y exponenciales son difíciles por diferentes razones y a un 45% les parecen temas fáciles.

A partir de la pregunta 3 vamos a basar nuestro análisis de resultados en la clasificación de los Errores en las matemáticas dada por Radatz.

3. Enumere las partes del logaritmo y del exponente

$$\log_b a = c$$

$$b^c = a$$

Gráfico 3

Partes del Logaritmo y del Exponencial



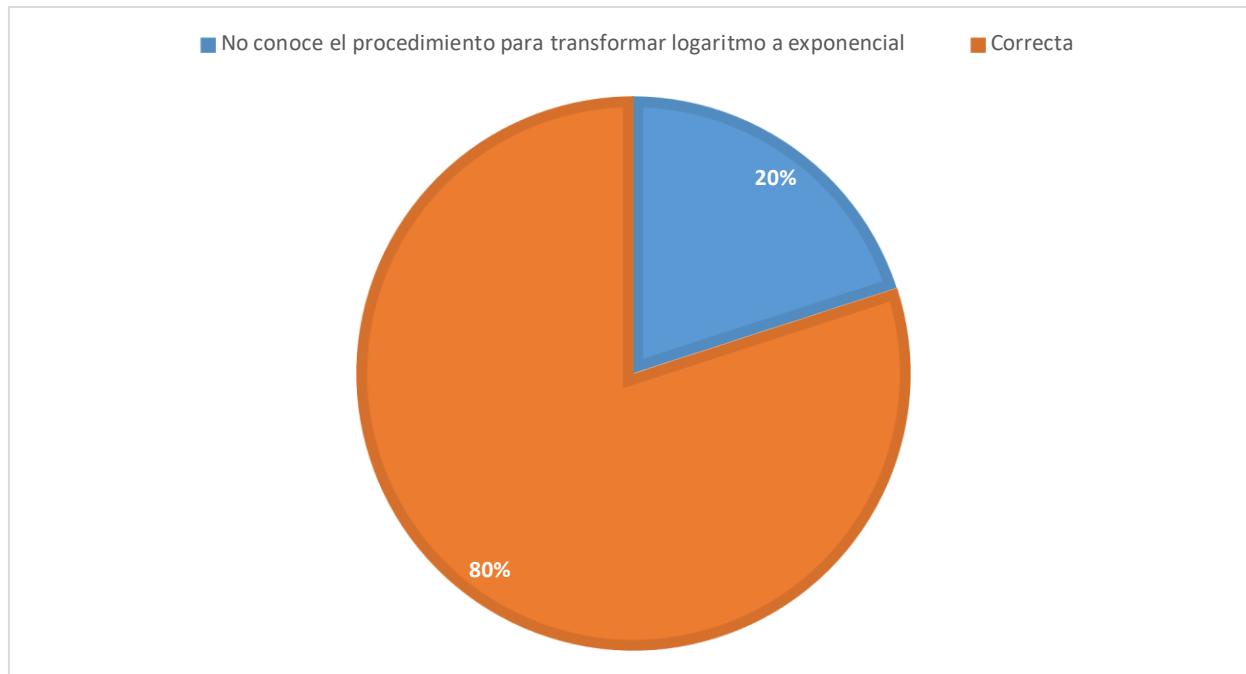
El 50% de los estudiantes conoce las partes del logaritmo y del exponente, pero el otro 50% no, este error de los estudiantes lo colocamos entonces dentro de Errores debido a un dominio deficiente de las habilidades, hechos, y conceptos.

4. Transformar el siguiente logaritmo a exponencial

$$\log_{\$}(16) = 4$$

Gráfico 4

Transformación de Logaritmo a Exponencial



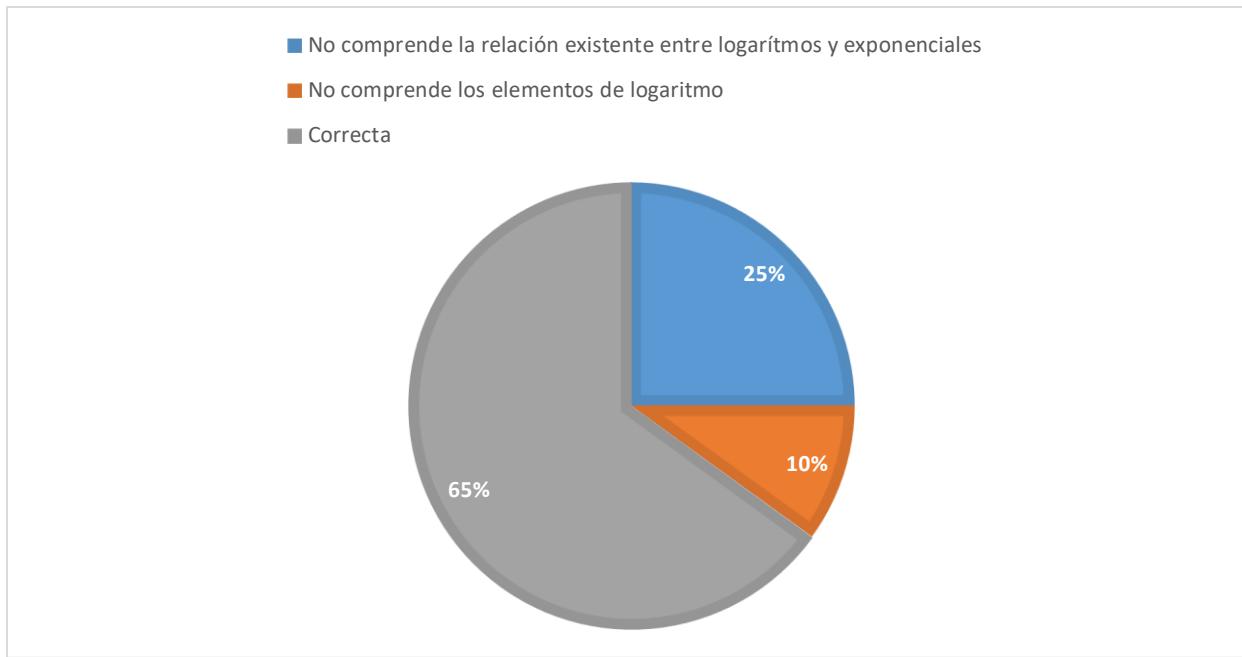
El 80% de los estudiantes conocen el procedimiento para transformar de un logaritmo a un exponencial el otro 20% no, es por eso que categorizamos este error de los estudiantes dentro de Errores de interferencia, en los que se intercalan diferentes operaciones o conceptos.

5. Transformar el siguiente exponencial a logaritmo

$$10^{\frac{1}{100}}$$

Gráfico 5

Transformación de Exponencial a Logaritmo

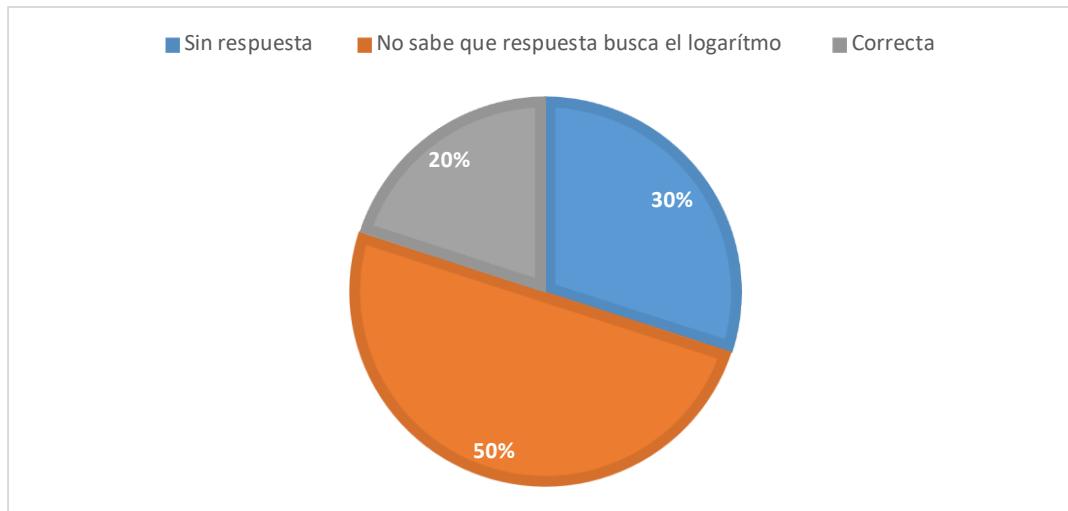


Un 65% de los estudiantes conocen el procedimiento para transformar de un exponencial a un logaritmo, un 35% no, ya sea porque los estudiantes no logran comprender la relación existente entre logaritmos y exponentiales o no comprenden los elementos del logaritmo. A este error lo colocamos dentro de Errores de interferencia, en los que se intercalan diferentes operaciones o conceptos en la clasificación de Radatz (1979).

6. ¿Qué respuesta busca la función logarítmica?

Gráfico 6

Respuesta de la Función Logarítmica

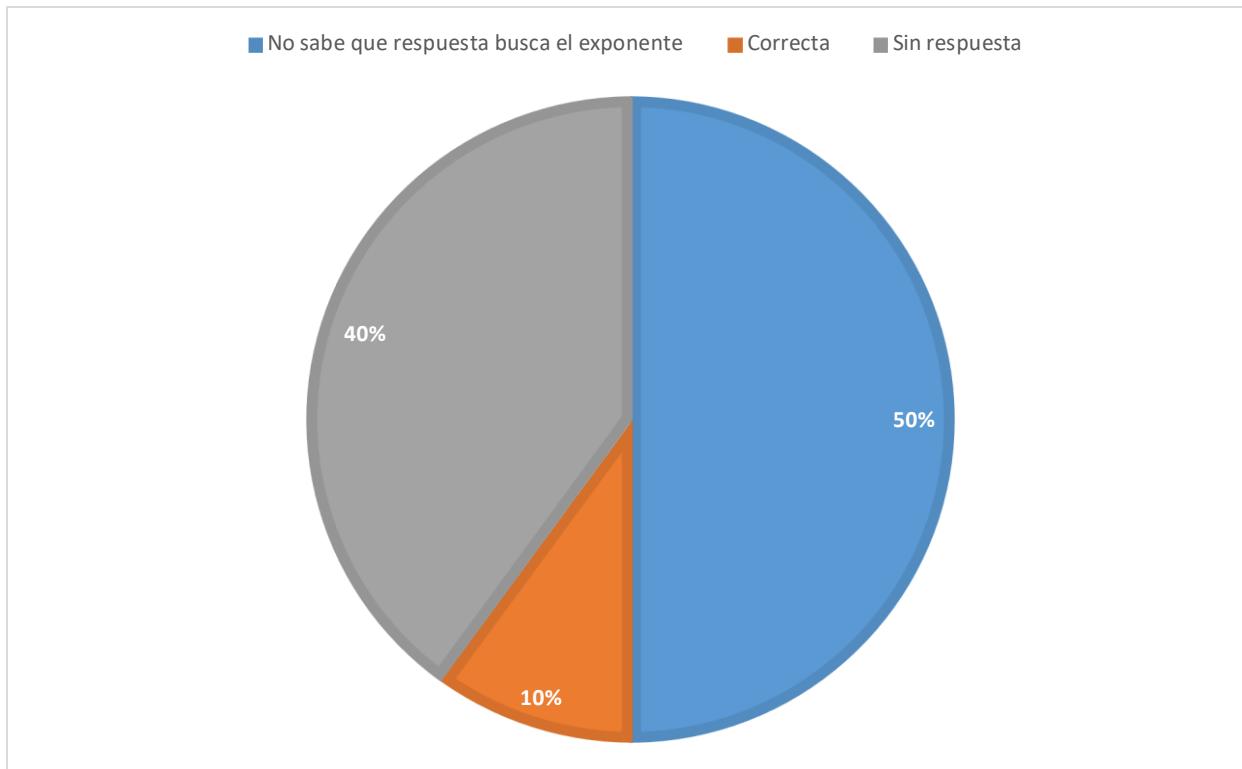


Un 50% de los estudiantes saben que la respuesta busca un logaritmo y el otro 50% no, este error se debe a Errores debidos a un dominio deficiente de las habilidades, hechos, y conceptos.

7. ¿Qué respuesta busca la función exponencial?

Gráfico 7

Respuesta de la Función Exponencial

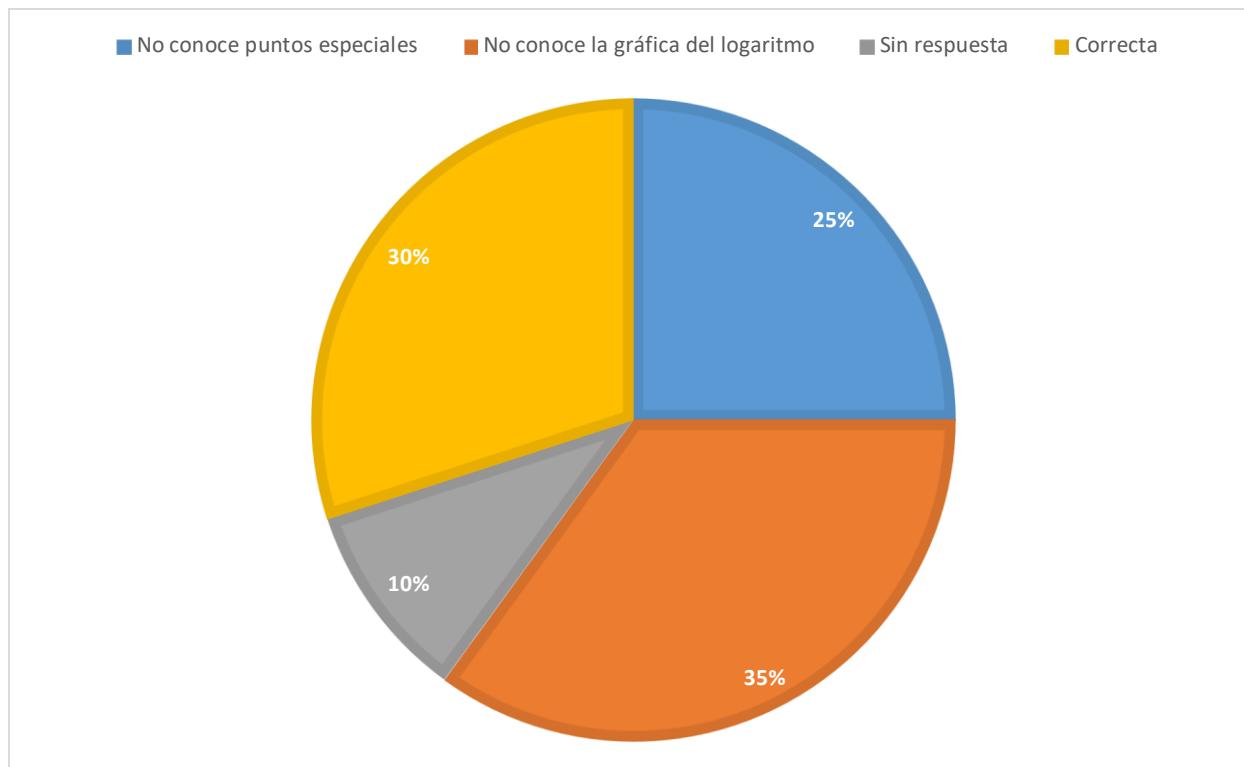


Solamente 10% de estudiantes conocen qué respuesta busca el exponente, a este error de los estudiantes lo colocamos dentro de Errores debidos a un dominio deficiente de las habilidades, hechos, y conceptos.

8. Grafique la función $f(x)=\log(x)$

Gráfico 8

Gráficas de la Función $(x)=\log(x)$

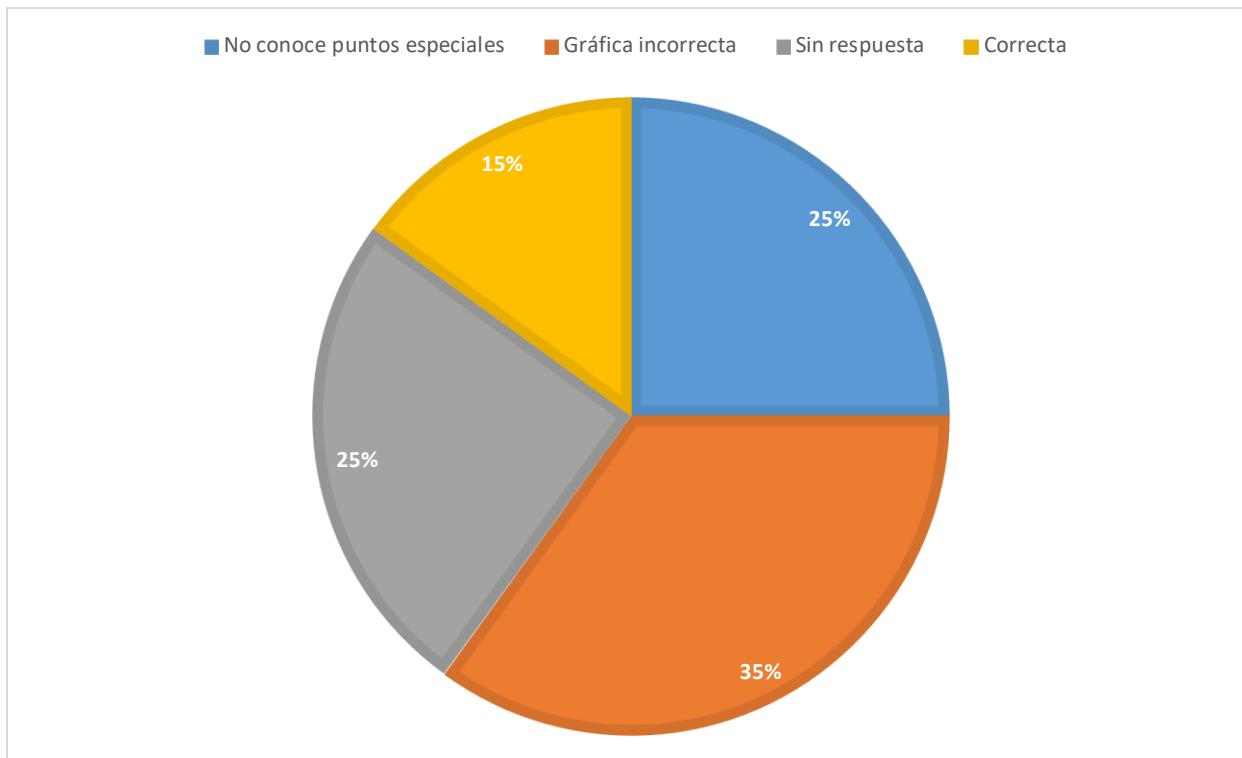


El 30% de los estudiantes conocen la gráfica de la función logarítmica y el 70% de los estudiantes no conocen los puntos especiales o la gráfica de la función logarítmica, a este error de los estudiantes se debe a Errores de interferencia, en los que se intercalan diferentes operaciones o conceptos y Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

9. Grafique la función $f(x)=e^x$

Gráfico 9

Gráficas de la Función $f(x)=e^x$



El 15% de los estudiantes conocen la gráfica de la función exponencial y el 85% de los estudiantes no conocen los puntos especiales o la gráfica de la función exponencial, a este error de los estudiantes se debe a Errores de interferencia, en los que se intercalan diferentes operaciones o conceptos y Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes según la clasificación de Radatz.

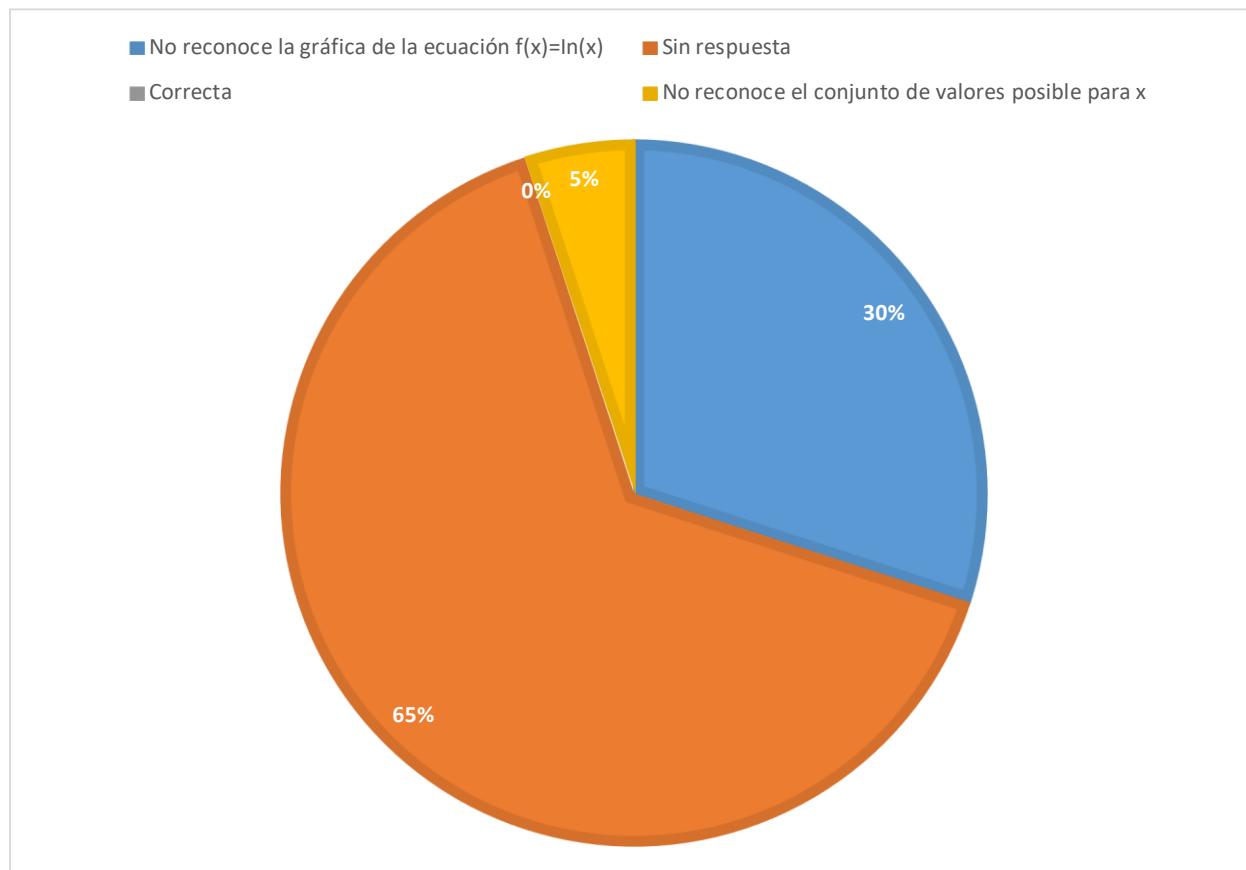
10. Sea la función f definida por la ecuación $f(x)=\ln(x)$

- El dominio de la función f es: _____
- La función f es negativa para: _____
- La gráfica de f corta al eje de las ordenadas en $y=$ _____

d) Para que el par (x_0-1) pertenezca a la función f , el valor de x_0 debe ser: _____

Gráfico 10

Características sobre la Ecuación $f(x)=\ln(x)$



Ningún estudiante logra determinar el dominio de la función $f(x)=\ln(x)$, ni cuando la función f es negativa, ni cuando la gráfica de f corta al eje de las ordenadas en y , ni el valor de x_0 para que el par (x_0-1) pertenezca a la función f , este error lo colocamos dentro de Errores debidos a un dominio deficiente de las habilidades, hechos, y conceptos.



4.2. Análisis de los resultados de la entrevista de los docentes

Para llevar a cabo este análisis de forma clara, se categoriza e infiere las respuestas de los docentes, para posteriormente ser analizados con un enfoque cualitativo.

Edades

Se aplicó la entrevista a dos docentes de la unidad educativa Luis Roberto Bravo, específicamente los que imparten la asignatura de matemática en Terceros de Bachillerato General Unificado (BGU), cuyas edades son: 37 y 38 años.

Sexo

De los profesores que dan esta materia, el uno es de sexo masculino y la otra docente es de sexo femenino.

Las preguntas que fueron planteadas fueron las siguientes:

¿Por qué considera usted que a los estudiantes se les dificulta el aprendizaje de la función logarítmica y exponencial?

De las respuestas de los docentes se puede inferir que las dificultades presentadas por los estudiantes en el aprendizaje de estos temas, se deben principalmente a: desarticulación de contenidos entre educación básica y bachillerato, falta de conocimientos previos relacionados con los conceptos de funciones -inversa de una función- y, complejidad del proceso algebraico.



¿Dentro de sus clases usted usa algún tipo de recurso didáctico para complementar la enseñanza de la función logarítmica y exponencial? ¿Cuáles?

Ambos docentes apoyan sus clases con recursos didácticos, específicamente se menciona la utilización de recursos tecnológicos como: GeoGebra, PHET, Wordwall y Notebook cast. El docente que usa Wordwall manifiesta que lo usa con propósitos de gamificación.

¿Ha utilizado alguna vez juegos didácticos en sus clases? En caso de que su respuesta sea afirmativa, por favor indicar en qué temas e indicar también si la utilización de juegos fue o no beneficiosa en el proceso enseñanza-aprendizaje

Ambos docentes coinciden en que los juegos siempre ayudan a facilitar procesos y así generar resultados positivos en los estudiantes. Sin embargo, solo uno de ellos manifiesta explícitamente que ha hecho uso del software plinko para temas de probabilidad.

¿Considera usted que una guía didáctica basada en juegos ayudaría en el aprendizaje de la función Logarítmica y Exponencial? ¿Por qué?

Ambos docentes consideran que si, a su criterio la tecnología es una aliada para la educación, además indican que la estrategia del juego está acorde con la gamificación de contenidos y logra que los estudiantes aprendan con gusto, teniendo esto una repercusión en la motivación de los estudiantes.



5. Capítulo V: Propuesta metodológica

La guía didáctica está anexada en un documento aparte, donde se desarrolla con claridad los aspectos básicos de la anticipación, construcción y consolidación del tema de logaritmos y exponenciales.

6. Capítulo V

6.1. Conclusiones

- Dentro de la categorización de Radatz, el error matemático *debido a un dominio deficiente de las habilidades, hechos, y conceptos*, es el más común que arrojó el resultado de nuestro análisis, exponiendo así, la falta de comprensión, tanto en el concepto, como al momento de realizar operaciones con las funciones exponenciales y logarítmicas.
- La muestra de estudiantes, expone mediante el cuestionario, un aprendizaje repetitivo, en otras palabras, repite lo que el docente escribió en el pizarrón; ya que al momento de preguntarles acerca de las definiciones y objetivos de cada función, denotan una falta de comprensión en este ámbito. Por eso, se vio necesario mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje en estas funciones, para ello, el emplear el uso de juegos didácticos, es un método creativo, que genera un *aprender jugando*; para crear un aprendizaje significativo, donde el estudiante toma un papel activo, y el profesor pasa a ser solamente un guía.
- El logopolio exponencial de esta guía didáctica, posee un contexto social dentro de la ciudad de Cuenca, esto según el cognitivismo, repercute directamente a la interiorización de contenidos; por tanto, mientras más apegado a la realidad sea el juego, mayor aprendizaje significativo brinda a sus jugadores.



6.2. Recomendaciones

Antes de finalizar, deseamos sugerir algunas recomendaciones en base a los resultados y las conclusiones a que se llegó luego del presente estudio; a futuros estudiantes que tengan interés en este proyecto, aplicar la guía didáctica al estudiantado para establecer comparaciones y llegar a un producto final.

Como meta, el generar un aprendizaje significativo en los estudiantes, se recomienda a los docentes que, implementen en su clase la guía didáctica propuesta en este proyecto, se familiaricen con el material didáctico y a los estudiantes que, realicen una lectura íntegra del mismo.

Se recomienda también que, el juego final llamado logopolio exponencial, se desarrolle dentro del aula de clases, debido a que, así es más fácil observar el desempeño de cada estudiante y retroalimentar las dudas que puedan surgir.



6.3. Bibliografía

Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Villa María, Argentina: Universidad Nacional de Villa María.

Álvarez, L. (2017). Comprensión de las funciones exponencial y logarítmica, desde los registros de representación semiótica con la asistencia de entornos virtuales de aprendizaje en estudiantes de primer semestre de la Universidad Tecnológica de Pereira. 20-21.

Apaza Paja, W. Juegos educativos y el aprendizaje del área de matemática en estudiantes de sexto grado primaria de la institución educativa Buen pastor, Juliaca, Puno, 2020.

Arellano, M. (2010). *1 Funciones, Dominio, Rango y Gráfica*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Astolfi, J. (1999). *El error, un medio para enseñar*. Diada: Sevilla, España.

Ausubel, D. (1976). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1-10.

Ausubel, D. (2002). Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva. Barcelona, España: Paidós.

Aziz, T. A., Pramudiani, P., y Purnomo, Y. W. (2017). How do college students solve logarithm questions. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 1(1), 25-40.

Berezovsky, T. (2006). Manifold nature of logarithms: numbers, operations and functions.



Blatner, A., y Blatner, A. (1997). The art of play: Helping adults reclaim imagination and spontaneity, Rev. Brunner/Mazel.

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the learning of Mathematics*, 7(3), 2-8.

Brito-Vallina, M. L., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J. L., & Arias-de Tapia, R. I. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14(2), 129-139.

Burgos, E. (2010). Los juegos tradicionales en la Escuela. Disponible en:
<http://psicopedagogias.blogspot.com/2008/02/los-juegos-tradicionales-en-la-escuela.html>.

Carrión, V. (2007). Análisis de errores de estudiantes y profesores en expresiones combinadas con números naturales. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 11 (1), 19-57.

Cervera, J. A. (2004). John Napier (1550-1617) y su libro de Rabdología. In *Historia de las ciencias y de las técnicas* (pp. 347-356). Universidad de La Rioja.

Coll, C., & Solé, I. (1989). Aprendizaje significativo y ayuda pedagógica. *Cuadernos de pedagogía*, 168(4), 16-20.

Collado, M., Bressan, A., & Gallego, F. (2003). La Matemática Realista en el aula: EL COLECTIVO y las operaciones de suma y resta. *Novedades Educativas*, 15.

Confrey, J. (1996). Splitting, covariation, and their role in the development of exponential functions. *Journal for Research in mathematics education* 26(1), 66-86



Corbalán, F. y Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas.

UNO, 7. 71-80.

Del Puerto, S., Minnaard, C., y Seminara, S. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación, 3-4.

Dele-Ajai, O., Strachan, R., Pickard, A. J., & Sanderson, J. J. (2019). Games for teaching mathematics in Nigeria: what happens to pupils' engagement and traditional classroom dynamics? IEEE Access, 7, 53248-53261.

Díaz, F. (1999). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo una interpretación constructivista. México: McGraw-Hill.

Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., & Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. Revista Premisa, 6(23), 23-32.

Escobar, N. (2012). Elementos históricos para la enseñanza de la función logarítmica en la educación básica.

Franchi, L. y de Rincón, A. (2004). Tipología de errores en el área de la geometría plana. Educere, 8(24), 63-71.

Ferrari, M. (2001). Una Visión Socioestemológica. Estudio de la Función Logaritmo. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México D.F.



Gamboa Araya, R. (2014). Relación entre la dimensión afectiva y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista electrónica educare*, 18(2), 117-139.

Gómez, M., & Chávez, M. (2009). Actividades lúdicas para desarrollar la capacidad de cálculo en alumnos del segundo grado de educación primaria de la ie 80407" Gonzalo Ugás Salcedo" del distrito de Pacasmayo (Doctoral dissertation, Tesis de Grado. Universidad César Vallejo. Trujillo, Perú)

Huaraca Aylas, Y. (2014). Módulo instructivo y el aprendizaje significativo de matemática en estudiantes del nivel secundaria de la Institución Educativa de Quinua, 2010.

Jiménez Aleixandre, M. P., y Díaz de Bustamante, J. (2003). Discurso de aula y argumentación en la clase de ciencias: cuestiones teóricas y metodológicas. *Enseñanza de las Ciencias*.

Lezama, J. (1999). Un estudio de reproducibilidad: El caso de la función exponencial. Tesis de Maestría no publicada. Área de Educación Superior, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav- IPN, México.

Loya G. (2012). Los juegos matemáticos y su incidencia en el aprendizaje de los niños y niñas de tercer año de Educación General Básica de la escuela fiscal mixta Nicolas Aguilera de la parroquia Conocoto, cantón Quito, provincia de Pichincha. Universidad Técnica de Ambato. 15-17.

Mahecha, A., y Duran, J. E. R. (2006) Matemáticas Básicas, 60-63.

Mayer, R. (1984). "Aids to text comprehension" *Educational psychologist*. 30- 42.

Montes, M. (2012). Los videojuegos en el proceso de aprendizaje. Obtenido de Colombia Digital: <https://colombiadi-gital.net/opinion/columnistas/conexion/ ítem/1914-los-videojuegos-en-el-proceso-de-aprendizaje.html>



Muñoz J. Hans J. y Fernández A. (2019). Gamificación en matemáticas, ¿un nuevo enfoque o una nueva palabra? *Épsilon - Revista de Educación Matemática*. nº 101, 29-45.

Padilla, N. (2012). El uso educativo de los videojuegos. Andalucía, España. Obtenido de <http://www.juntadeandalucia.es/educacion/webportal/ishare-servlet/content/ce7a6030-f8ee-4ac0-aaa8-94d2f8fa28bb>

Paz Aguilar, J. E. (2018). Función exponencial y logarítmica.

Pulido Olaya, H. M. (2012). Propuesta de una unidad didáctica para la enseñanza del concepto de función exponencial mediante la implementación de algunas aplicaciones. Facultad de Ciencias.

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in mathematics Education*. 163-172

Rico, L. (1995). Errores y dificultades de los estudiantes. En Grupo S.A de C.V. (Ed.). *Educación Matemática*. (pp. 69-108). México: Editorial Iberoamérica.

Rivera, L. (2009). Ingeniería didáctica de la función exponencial., de http://www.itesm.mx/va/dide2/enc_innov/3er08/memorias/pdfs/laura_rivera_01.pdf

Rodríguez, M. (2011). Revista Electrònica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa. La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual., 29-50.

Rojas, I. (2009). Aplicación de juegos lógicos en Juventud Salesiana. UNIÓN. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 150-156.

Sánchez Esteban, N. (2013). El juego y la matemática. Juegos de matemáticas para el alumnado del primer ciclo de E. Primaria.



Seminara, S., Del Puerto, S. & Minnaard, C. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de educación*, 38(4), 7.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. *La Educación Matemática en la Secundaria*. (p. 125- 154). Barcelona, España: Horsori.

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). *College algebra*. Cengage Learning.

Vankúš, P. (2005). History and present of didactical games as a method of mathematics' teaching. *Acta Didactica Universitatis Comenianae-Mathematics*, 5, 53-68.

Viera, T. (2003). Algunas consideraciones desde el enfoque histórico cultural. El aprendizaje verbal significativo de Ausubel.

Viscarra, R. y Angulo, M. (2012). Diseño e implementación de una propuesta pedagógica para la enseñanza de funciones exponenciales y logarítmicas (Bachelor's thesis)

Weber, C. (2016). Making logarithms accessible—operational and structural basic models for logarithms. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(1), 69-98.



6.4. Anexos

CUESTIONARIO

Estimado/a estudiante, estamos realizando una investigación con el propósito de diseñar estrategias metodológicas en el contenido funciones logarítmicas y exponenciales para la mejora de su aprendizaje en la asignatura de matemáticas. Por este motivo, necesitamos de su valiosa participación para que nos ayude a completar el presente cuestionario con la mayor sinceridad, toda la información que nos proporcione se analizará y presentará de forma anónima. De antemano gracias por su colaboración.

I. Datos Generales

Sexo: _____

Edad: _____

II. A continuación se le presentan una serie de preguntas, a las cuales se ruega contestar de la manera más honesta. Debe desarrollar sus respuestas en una hoja y después subir las imágenes a uno de los siguientes whatsapp: 0983882331. / 0996574766

1. ¿Considera importante la enseñanza del contenido funciones logarítmicas y exponenciales?. ¿Y por qué?
2. ¿Para usted el tema logaritmos y exponenciales es fácil o difícil? ¿Y por qué?
3. Enumere las partes del logaritmo y del exponente

$$\log_b a = c$$

$$b^c = a$$

4. Transformar el siguiente logaritmo a exponencial

$$\log_2(16) = 4$$

5. Transformar el siguiente exponencial a logaritmo

$$10^{-3} = \frac{1}{1000}$$

6. ¿Qué respuesta busca la función logarítmica?
7. ¿Qué respuesta busca la función exponencial?
8. Grafique la función $f(x)=\log(x)$



9. Grafiique la función $f(x)=e^x$

10. Sea la función f definida por la ecuación $f(x)=\ln(x)$

- a) El dominio de la función f es: _____
- b) La función f es negativa para: _____
- c) La gráfica de f corta al eje de las ordenadas en $y=$ _____
- d) Para que el par $(x_0, -1)$ pertenezca a la función f , el valor de x_0 deber ser: _____



RESPUESTA

Cuño: Tercero "A"

Edad: 17 años

1º Si, ya que así podríamos conocer más a cerca de los logaritmos y sus aplicaciones en el entorno.

2º $\log_b a = c$

argumento
base.

$b^c = a$
base
exponente.

3º

$$\log_2 16 = 4$$

$$\log_2 (2)^4 = 4$$

$$4 \log_2 2 = 4$$

$$4 = 4.$$

$$\log_2 16 = 4$$

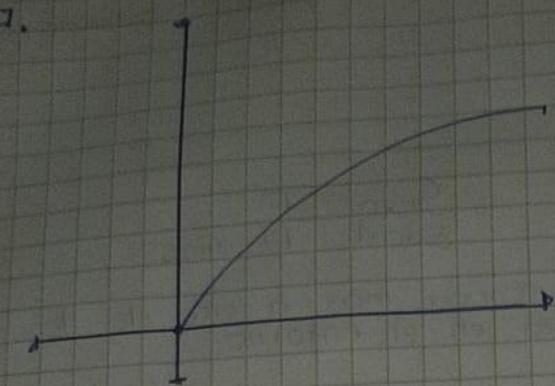
$$(2)^4 = 4$$

4º $10^{-3} = \frac{1}{1000} \rightarrow \log 10^{-3} = -3$

5º Las funciones logarítmicas buscan encontrar factores iguales al resultado ya dado, y son una forma de expresar la inversa de la exponencial.

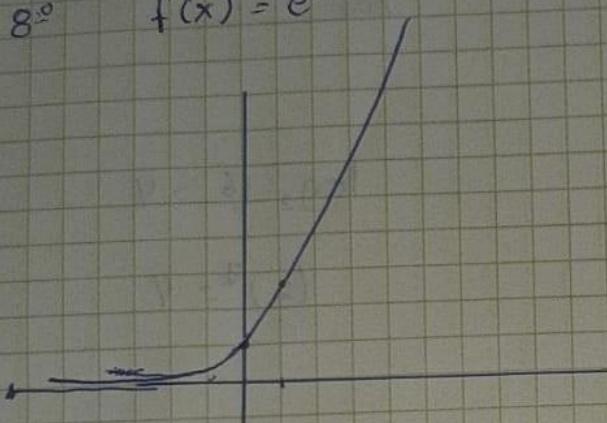
6º La función exponencial indican la creciente de datos que una función puede "exponencialmente".

7.

 $\log(x)$ Asintoto en /
 $y=0$

8.

$$f(x) = e^x$$

Asintoto en
 $x=0$

$$9. \quad f(x) = \ln(x)$$

Dominio $(0, \infty)$



ENTREVISTA

ENTREVISTA

Trabajo de Titulación: Juegos didácticos como recurso para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones logarítmicas y exponenciales en el Bachillerato General Unificado.

Estimado/a docente, estamos realizando una investigación con el propósito de diseñar estrategias metodológicas en el contenido funciones logarítmicas y exponenciales para la mejora de su aprendizaje en la asignatura de matemáticas. Por este motivo, necesitamos de su valiosa participación para que nos ayude a completar la presente entrevista con la mayor sinceridad, toda la información que nos proporcione se analizará y presentará de forma anónima. De antemano gracias por su colaboración.

Edad

Sexo

- Femenino
- Masculino

¿Por qué considera usted que a los estudiantes se les dificulta el aprendizaje de la función logarítmica y exponencial?

¿Dentro de sus clases usted usa algún tipo de recurso didáctico para complementar la enseñanza de la función logarítmica y exponencial? ¿Cuáles?



¿Ha utilizado alguna vez juegos didácticos en sus clases? En caso de que su respuesta sea afirmativa, por favor indicar en que temas e indicar también si la utilización de juegos fue o no beneficiosa en el proceso enseñanza-aprendizaje.

¿Considera usted que una guía didáctica basada en juegos ayudaría en el aprendizaje de la función Logarítmica y Exponencial? ¿Por qué?



RESPUESTA

Edad

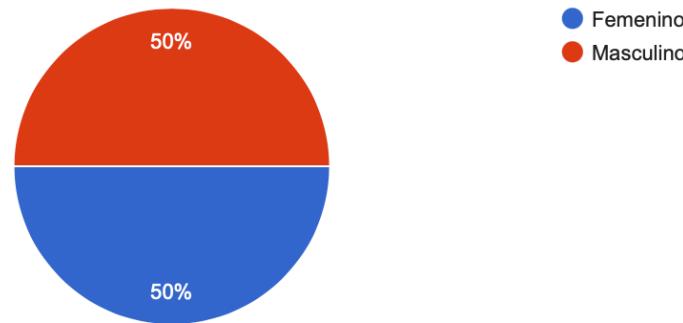
2 respuestas

37

38

Sexo

2 respuestas



¿Por qué considera usted que a los estudiantes se les dificulta el aprendizaje de la función logarítmica y exponencial?

2 respuestas

Primero porque en el nivel de Básica Superior no se hace referencia al mismo y como segundo es fundamental que los estudiantes estén seguros que las funciones son opuestas entre sí.

LOGARÍTMICAS MUCHOS PASOS PARA RESOLVER



¿Dentro de sus clases usted usa algún tipo de recurso didáctico para complementar la enseñanza de la función logarítmica y exponencial? ¿Cuáles?

2 respuestas

Simulador PHET

Gamificacion por Wordwall

Geogebra

Notebook cast

GEOGEBRA

¿A utilizado alguna vez juegos didácticos en sus clases? En caso de que su respuesta sea afirmativa, por favor indicar en que temas e indicar también si la utilización de juegos fue o no beneficiosa en el proceso enseñanza-aprendizaje.

2 respuestas

Ecuaciones / Nivelando mediante igualdades

Probabilidades / Probabilidad pinko

Entre otros varios

Los juegos si generan resultados positivos en los estudiantes

SIEMPRE EL JUEGO NOS AYUDA A FACILITAR EL PROCESO

¿Considera usted que una guía didáctica basada en juegos ayudaría en el aprendizaje de la función Logarítmica y Exponencial? ¿Por qué?

2 respuestas

Si porque la tecnología es un aliado para la educación y la estrategia del juego está acorde con la gamificacion de contenidos y la aplicación del aula invertida.

HACE QUE EL ESTUDIANTE APRENDA CON GUSTO