



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Facultad de Ingeniería

Carrera de Ingeniería Civil

"Análisis de la distribución estadística del coeficiente de rugosidad y su efecto usando la metodología GLUE en tres morfologías de ríos de montaña"

Trabajo de titulación previo a la
obtención del título de
Ingeniero Civil

Autor:

Jorge Luis Sisalima Andrade

CI: 0105837462

Correo electrónico: sisageorge@gmail.com

Director:

Esteban Remigio Sánchez Cordero

CI: 0103665634

Co - Director:

Juan Sebastián Cedillo Galarza

CI: 0104057351

Cuenca, Ecuador

09-febrero-2022



Resumen:

La estimación del coeficiente de rugosidad es de vital importancia en modelos hidrodinámicos unidimensionales. Existen métodos para estimar el parámetro de rugosidad en un modelo hidrodinámico basado en un muestreo de los posibles valores y su comparación con mediciones de campo. La distribución estadística que se asume en estos muestreos es una uniforme en donde todos los datos en el rango son igualmente probables. El método GLUE es uno de dichos métodos que usa una distribución uniforme. En esta metodología se reproduce las condiciones observadas mediante combinaciones de modelos, parámetros y variables según los conceptos de equifinalidad y verosimilitud. Se conoce que: las morfologías comunes de canales naturales en ríos de montaña son: lecho plano, cascada y grada. El principal aspecto de este trabajo de titulación, se basa en determinar la influencia del cambio de asumir la distribución uniforme como predeterminada para de los parámetros de rugosidad, por una distribución estadística acorde a mediciones de rugosidad realizadas en los distintos casos de estudio. La distribución determinada mediante un análisis estadístico previo, fue utilizada en una prueba GLUE, y su eficiencia se comparó con pruebas basadas en una distribución uniforme. Finalmente, se analizó la convergencia según el número de iteraciones indispensables y el nivel de significancia de los resultados, determinando falsa afirmación de obtener mejor precisión y velocidad de convergencia gracias al cambio de distribución estadística usada.

Palabras claves: Coeficiente de rugosidad. Metodología GLUE. Distribución estadística. Distribución Uniforme. Distribución Log-normal. Convergencia.



Abstract:

The estimation of the roughness coefficient is of vital importance in one-dimensional hydrodynamic models. There are methods to estimate the roughness parameter in a hydrodynamic model based on sampling the possible values and comparing them with field measurements. The statistical distribution assumed in these samples is a uniform one where all data in the range are equally probable. The GLUE method is one such method that uses a uniform distribution. In this methodology, the observed conditions are reproduced by combinations of models, parameters and variables according to the concepts of equifinality and likelihood. It is known that: the common morphologies of natural channels in mountain rivers are: flat bed, cascade and gradient. The main aspect of this qualification work is based on determining the influence of changing from assuming the uniform distribution as the default for roughness parameters to a statistical distribution according to roughness measurements made in the different case studies. The distribution determined by a previous statistical analysis was used in a GLUE test, and its efficiency was compared with tests based on a uniform distribution. Finally, the convergence was analyzed according to the number of iterations required and the significance level of the results, determining the false claim of obtaining better accuracy and speed of convergence thanks to the change of statistical distribution used.

Keywords: Roughness coefficient. Glue methodology. Statistical distribution. Uniform distribution. Log-normal distribution. Convergence.



Índice del Trabajo

Contenido

AGRADECIMIENTOS.....	7
DEDICATORIA	7
1 INTRODUCCIÓN	8
1.1 ANTECEDENTES	8
1.2 OBJETIVO GENERAL.....	10
1.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	10
2 METODOLOGÍA.....	10
2.1 ZONA DE ESTUDIO.....	10
2.2 OBTENCIÓN DE DATOS EN CAMPO	12
2.3 METODOLOGÍA GLUE Y PROBABILIDAD GENERALIZADA.....	13
2.4 CODIFICACIÓN EN LENGUAJE R Y COMPLEMENTO HEC-RAS CONTROLLER	14
2.5 DISTRIBUCIONES ESTADÍSTICAS	15
2.5.1 PROGRAMA EASYFIT	15
2.5.2 DISTRIBUCIÓN UNIFORME	15
2.5.3 DISTRIBUCIONES DISTRIBUCIÓN LOGARÍTMICA NORMAL	16
2.6 TEST DE SIGNIFICANCIA.....	17
3 RESULTADOS	18
3.1 DISTRIBUCIÓN PROBABILÍSTICA.....	18
3.2 MÉTODO GLUE POR CODIFICACIÓN EN R	22
3.3 TEST DE SIGNIFICANCIA (VALOR P)	26
4 DISCUSIÓN.....	28
4.1 DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA.....	28
4.2 NÚMERO DE ITERACIONES REQUERIDOS	28
4.3 IMPACTO DE LA DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA EN LA CONVERGENCIA.....	29
5. CONCLUSIONES	29
6. BIBLIOGRAFIA.....	30
7. ANEXOS	32



Índice de tablas

Tabla 1. Rango de valores utilizados en distribución uniforme	16
Tabla 2. Tabulación de distribuciones	18

Índice de figuras

Figura 1. Mapa de la Zona de estudio	11
Figura 2. Morfologías estudiadas	12
Figura 3. Funciones logarítmicas normales, grafico tomado de (Walpole, 2012)	17
Figura 4. Función de probabilidad acumulada (uniforme).....	20
Figura 5. Función de probabilidad acumulada (logarítmica normal)	21
Figura 6. FDA (caudal alto)	23
Figura 7. FDA (caudal medio)	24
Figura 8. FDA (caudal bajo)	25

Índice de Anexos

Anexos 1. Datos de coeficientes de rugosidad de cada morfología	32
Anexos 2. Funciones disponibles en EasyFit	33
Anexos 3. Tabulación de distribuciones estadísticas (Grada)	33
Anexos 4. Tabulación de distribuciones estadísticas (Lecho Plano)	35
Anexos 5. Tabulación de distribuciones estadísticas (Cascada)	37
Anexos 6. Valores P de curvas FDA. Caudales altos	40
Anexos 7. Valores P de curvas FDA. Caudales medios	40
Anexos 8. Valores P de curvas FDA. Caudales bajos	40

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Jorge Luis Sisalima Andrade en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Análisis de la distribución estadística del coeficiente de rugosidad y su efecto usando la metodología GLUE en tres morfologías de ríos de montaña", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 09 de febrero de 2022



Jorge Luis Sisalima Andrade

C.I: 0105837462



Cláusula de Propiedad Intelectual

Jorge Luis Sisalima Andrade, autor/a del trabajo de titulación “Análisis de la distribución estadística del coeficiente de rugosidad y su efecto usando la metodología GLUE en tres morfologías de ríos de montaña”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 09 de febrero de 2022

Jorge Luis Sisalima Andrade

C.I: 0105837462



AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer especialmente a los ingenieros Esteban Sánchez y Sebastián Cedillo, que gracias a su apoyo lograron que cumpla esta meta tan soñada, Además, el apoyo mencionado, no solo se limita a sus roles de Director y Co-Director de este proyecto, si no que han sido grandes mentores y amigos en el trayecto final del estudio de pregrado. De igual forma, les agradezco a los ingenieros Esteban Samaniego y Felipe Cisneros, que como revisores permitieron la apertura de este proyecto.

Agradezco a mis padres Jorge y Carmen, y a mis hermanas Katherine y Diana, que me han guiado por lo largo de mi vida y me han brindado su apoyo en los momentos más importantes de mi vida como es mi desarrollo académico.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de titulación a mis padres que han brindado su amor incondicional. A mis hermanas que han estado a mi lado toda mi vida, dándome lecciones de vida a cada momento. A Christopher, mi amigo que llevo en la mente y en el corazón desde los años de mi juventud.

1 INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

La metodología “GLUE” (Metodología de estimaciones de incertidumbre de probabilidad generalizada), compuesta por procesamientos estocásticos cuyo fin es evaluar y ponderar combinaciones de parámetros y variables según un criterio impuesto (Birk, 2003), ha sido utilizada en la obtención de coeficientes de rugosidad de: canales naturales, ríos de montaña y en especial en mapeo de inundaciones. Esta metodología es utilizada, entre una de sus aplicaciones, en la determinación del coeficiente de rugosidad de Manning, el cual es muy importante para el modelamiento hidráulico. En los diseños hidráulicos se emplea valores empíricos de coeficientes de rugosidad, obtenidos según el material que compone el canal, de tablas disponibles en textos o investigaciones previas: aunque se genera una fuente indirecta de error en canales naturales cuya sección transversal es compuesta. Es importante destacar que la mayoría de fuentes bibliográficas disponibles relacionadas con el uso del GLUE (en su mayoría o al menos en las referenciadas en este estudio) se asume una distribución uniforme de los parámetros del coeficiente de rugosidad, por ejemplo en los estudios de: Aronica et al (1998), Beven et al (2015) y Papaioannou et al (2017). La validez de los resultados se verifica mediante la simulación de modelos que realizan el mapeo del espacio de parámetros en base del desempeño o un objetivo específico (Papaioannou et al., 2017). Basándose en esta realidad bibliográfica, el presente trabajo de investigación analiza y contrasta la eficiencia de un análisis estadístico previo y el uso de distribuciones estadísticas diferentes a la uniforme, en base del número de iteraciones y el nivel de significancia en la convergencia de la metodología GLUE enfocada en la obtención de coeficientes de rugosidad.

Abordando el estado del arte, se destaca: Aronica et al (1998), que analizando la parte sur de Sicilia, compara dos marcos de calibración e interpretación de modelos de inundación del área usando la resolución numérica de Saint Venant; Pappenberger et al. (2005), contrasta el aumento de la eficiencia en los métodos basados en las predicciones de un flujo bidimensional y la interacción del canal, frente al análisis común del enrutamiento de flujo en 1D con empleo de varios software (HEC RAS, ISIS y Mike 11) combinados con las ecuaciones de Saint Venant. Se resalta la aplicación de la metodología “GLUE” y el uso de herramientas computacionales como el Software “HEC-RAS” o lenguajes de programación como “R”. El fundamento teórico de la dependencia de gran cantidad de factores dentro del parámetro de rugosidad de un canal es completamente reconocido dentro de la bibliografía; y Papaioannou et al (2017), que analiza el área del río Xeras de Grecia, prioriza la atención del desarrollo de un procedimiento genérico para el mapeo de inundaciones de un área con condiciones no calibradas, cuyas partes principales son: caracterización de la zona de estudio, distribución probabilística que se ajuste a los valores del coeficiente de Manning empleando fórmulas empíricas, y, el modelamiento hidráulico usando HEC-RAS.

Un tema de vital importancia, es las diferencias entre los canales naturales que establecen una estructura morfológica. Lo anterior, deriva en la clasificación de morfologías; donde, se distinguen siete tipos de tramos: coluvial, lecho rocoso y cinco tipos de canales aluviales. Específicamente en canales de tipo aluvial, ríos de montaña, se da relevancia en este estudio a tres casos comunes de estas morfologías: Cascada, Grada y Lecho Plano. (Montgomery & Buffington (1997)). Las características principales de las tres morfologías previamente mencionadas son: el tipo Cascada posee cantos rodados de gran tamaño distribuidos erráticamente en el lecho, estos elementos producen una gran disipación de energía debido a las ondas generadas detrás de los elementos y cambio de dirección de las líneas de flujo; el tipo Grada contiene en su estructura escalones formados por grandes clastos separados por tramos de material fino, y debido a la formación de un resalto hidráulico en la zona de lagunas se produce una importante disipación de energía; y, el tipo Lecho Plano se configura por tramos llanos de arena y grava, donde la disipación de energía se debe a la interacción del agua con el material de lecho (Elosegui et al., 2009).

En el río Quinuas, cerca del sector del santuario de la Virgen del Cajas, se encuentran presentes tres morfologías que pertenecen a la clasificación de lecho aluvial: grada, cascada y plano. Este sitio de estudio mencionado, permite la recolección de datos de rugosidad con diferentes condiciones de perfiles de lecho. Gracias a estudios previos, se encuentra a disposición del autor de este trabajo de titulación una base confiable de datos recolectados en campo. Este trabajo investigativo contiene, a base de los datos mencionados, un análisis estadístico previo aplicado a la metodología GLUE para una simulación 1D con uso de alturas medidas de agua, con comparaciones entre modelos basados a la asunción de la distribución uniforme y modelos que asumen una distribución estadística disponible en el paquete estadístico de R que se correlacione con la morfología estudiada en cada caso. En la sección 3 Resultados, se expone: las distribuciones correspondientes a cada morfología, las iteraciones necesarias para la convergencia del modelo y los niveles de significancia de lo obtenido. En la sección 4 Discusión, se da un análisis de la sección previa y fundamentado los conceptos mencionados entre la metodología utilizada y la revisión del estado del arte, se da el descarte de la optimización de la metodología GLUE debido al uso de distribuciones estadísticas acordes al caso específico de estudio. Finalizando con las conclusiones y recomendaciones correspondientemente fundamentadas.

1.2 OBJETIVO GENERAL

Analizar la distribución estadística del coeficiente de rugosidad y su efecto usando la metodología GLUE en tres morfologías de ríos de montaña

1.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- a) Investigar la relación entre distintas distribuciones estadísticas con las características disipativas específicas de cada morfología.
- b) Examinar el efecto de las distribuciones estadísticas en los ensayos con la metodología GLUE
- c) Examinar el efecto de cada distribución estadística al contrastar con la distribución uniforme (establecida por defecto).

2 METODOLOGÍA

2.1 ZONA DE ESTUDIO

En este proyecto de investigación, se emplean los datos obtenidos en el tramo de Quinuas, afluente del río Paute. La zona de estudio se encuentra comprendida entre las cordilleras oriental y occidental de los Andes. El sector total analizado posee una longitud de 1500 metros, comprendiendo sectores de morfologías tipo: Grada, Cascada y Lecho Plano. La pendiente del terreno es en promedio de 4%. En la Figura 1, se esquematiza la ubicación de distintas morfologías.

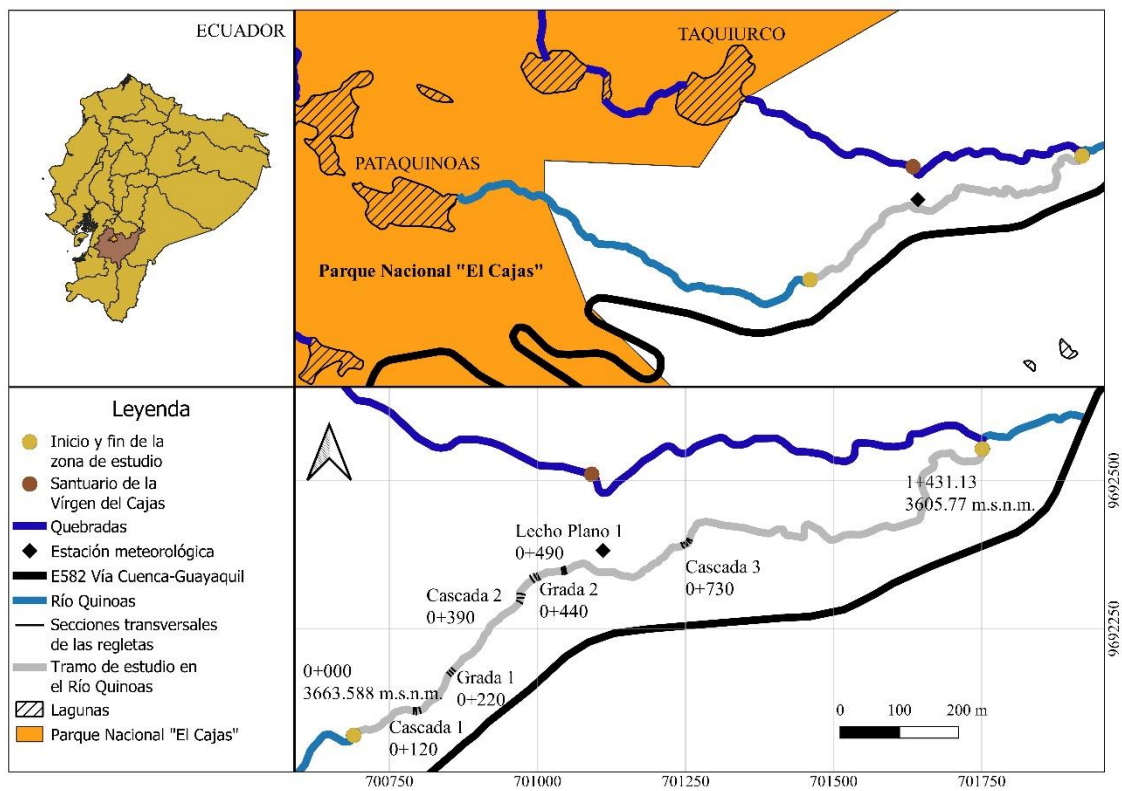


Figura 1. Mapa de la Zona de estudio

El alcance de este estudio se limita a un caso de cada una de las morfologías estudiadas, siendo estas según la Figura 1: Cascada 3, Grada 1 y Lecho Plano 1. A continuación, se incluyen las fotografías de los sitios mencionados:



(a) Grada 1



(b) Cascada 3



(c) Lecho plano 1

Figura 2. Morfologías estudiadas

2.2 OBTENCIÓN DE DATOS EN CAMPO

Los datos empleados en este proyecto fueron proporcionados por el ingeniero Sebastián Cedillo; y su forma de obtención, explicada en: Cedillo et al.(2021a) y Cedillo et al.(2021b), se resume en los siguientes párrafos.

Mediante el empleo de un GPS diferencial y una estación total, se realizó un levantamiento topográfico, capturando los detalles de las secciones transversales de cada morfología registrando los cambios de pendiente o ancho de sección transversal. Las mediciones en cada sección transversal constaban en el ancho mojado (w) y la estimación de descarga (Q) por medio del uso de la sal común como trazador en una medición por dilución. Los niveles de altura de agua fueron cuantificados mediante el uso de regletas, estas fueron distribuidas según la forma de la morfología estudiada, para el posterior uso de estos datos en la evaluación del modelo (ver Figura 2).

Por medio del uso de trazadores, se establecieron curvas de conductancia, una conformada con información de aguas arriba y una con información de aguas abajo de cada tramo, se calculó el tiempo de viaje entre tramos. La velocidad (U) se define entre la relación distancia de puntos de control / tiempo de viaje.

Para el cálculo del caudal se utilizó:

$$Q = U \cdot A = U \cdot w \cdot d \quad (1)$$

Donde Q es la descarga (m^3s^{-1}), U es la velocidad media del flujo (m s^{-1}), A es el área de la sección transversal debajo de la superficie del agua (m^2), w es el ancho mojado en la superficie del agua (m), y d es la profundidad media del agua (m).

Finalmente se determinó el coeficiente de rugosidad según la ecuación de Darcy-Weisbach (Ecuación (2)), junto con la debida transformación al parámetro de rugosidad de Manning (Ecuación (3)). Se aclara que para los cálculos se utilizaron dos criterios: la aproximación entre la pendiente de fricción (S_f) a la pendiente de la superficie del agua (S_w); y la determinación del tamaño del material según el método del conteo de guijarros con 400 partículas como muestra.

$$f = (8 \cdot g \cdot R_h \cdot S_f) / U^2 \quad (2)$$

$$\text{PRP} = n = [(f \cdot R_h^{1/3}) / (8 \cdot g)]^{0.5} \quad (3)$$

2.3 METODOLOGÍA GLUE Y PROBABILIDAD GENERALIZADA

Según Birk, (2003): dentro de una simulación o modelo físico, se generan incertidumbres basándose en la aleatoriedad física y a los desconocimientos incluidos en el sistema, y estas se analizan dentro de un enfoque estadístico de los parámetros de entrada y salida. Con base en lo anterior, se procede a la determinación de modelos, parámetros y variables que reproduzcan las condiciones del caso de estudio de forma óptima: Principio de Equifinalidad, en el cual se elimina el concepto de una solución óptima y señala que varias combinaciones de modelos, parámetros y variables se aceptan como reproducciones válidas del caso físico de estudio.

La metodología GLUE consta de tres partes:

- a) Determinación estadística de modelos parámetros y variables.

En este paso, se elige una distribución estadística discreta o continua, aceptando el desconocimiento e incertidumbre en la validez del modelo previo a su ejecución. En este apartado, se enfoca el análisis estadístico en las distribuciones estadísticas previamente mencionadas. Cabe recalcar que en la mayor parte de investigaciones; como: Aronica et al., (1998), Beven et al., (2015), (Papaioannou et al., 2017), entre otras; se asume la distribución uniforme continua por defecto en el uso de la metodología GLUE para la determinación de coeficientes de rugosidad.

b) Realización de una simulación estocástica

Este apartado da una estimación del estado de cada variable del sistema, basados en una simulación estocástica empleando los modelos y parámetros definidos en el paso a).

c) Evaluación

Con las simulaciones del paso b), se realiza comparaciones de lo observado versus lo simulado. Lo anterior, se cuantifica en la verosimilitud de cada conjunto de parámetros, aceptando y rechazando cada uno de estos. En este punto se incluye una específica función de verosimilitud (LIKELIHOOD), ya que no existe una universal. (Ecuación (4))

$$\text{Likelihood} = 1 - \text{RMSE}/O_m - \text{MAE}/O_m - \text{MSDR}/O_m \quad (4)$$

Donde:

- RMSE es el error cuadrático medio.
- O_m es la media de las observaciones.
- MAE es el error promedio.
- MSDR es la desviación estándar media de error.

Dentro del alcance de esta investigación, se emplea la metodología descrita para la obtención de coeficientes de rugosidad de Manning en tres morfologías: Grada, Cascada y Lecho Plano. Es importante recalcar, que la evaluación se da mediante alturas de agua medidas en campo, y que el número total de iteraciones por modelo es dispuesto según la convergencia cuantificada según los criterios de la sección 2.6.

2.4 CODIFICACIÓN EN LENGUAJE R Y COMPLEMENTO HEC-RAS CONTROLLER

Con el fin de implementar la metodología GLUE, se requiere correr el modelo múltiples veces. Esta actividad no es óptima de realizar manualmente por lo que se ha recurrido a la modificación de los códigos computacionales (Cedillo et al., 2021b) facilitados en el libro de Goodell, (2014).

Existen dos códigos computacionales que son usados para la metodología GLUE. El implementado en R genera los valores de rugosidad basados en una cierta distribución estadística y los imprime en un archivo de texto. El programa en R llama al programa que usa el HEC RAS controller en Excel. Dicho código toma los valores de rugosidad y corre con cada uno de ellos el modelo de HEC RAS guardando los resultados en una hoja de EXCEL que en este caso son alturas de agua en lugares en donde existen mediciones de campo. Otro programa ha sido implementado para calcular las curvas FDA (Función de Probabilidad Acumulada) a partir de los datos residuales.

En esta investigación, se realizó un análisis estadístico en el programa EasyFit (sección 2.5.1) para determinar una distribución estadística acorde a las realidades del caso de estudio. Posteriormente, el código y procesamiento previamente explicado en esta sección fueron implementados realizando el muestreo de los coeficientes de rugosidad con una distribución estadística y con la distribución determinada en EasyFit para las tres morfologías mencionadas y para tres magnitudes de flujo: bajo, medio, y alto.

2.5 DISTRIBUCIONES ESTADÍSTICAS

2.5.1 PROGRAMA EASYFIT

EasyFit es un software de análisis estadístico con licencia gratuita de 30 días. Su funcionamiento se basa en el ajuste de datos ingresados a distribuciones estadísticas cargadas por defecto.

En este estudio, se ingresó los datos de coeficientes de rugosidad de las tres morfologías estudiadas y se realizó un ajuste con las diferentes distribuciones continuas disponibles. Posteriormente, se enlistó las distribuciones y su compatibilidad con los datos según el criterio de Kolmogorov-Smirnov; esta prueba según Massey (2020), se basa en la diferencia máxima que se presenta entre las mediciones empíricas y una distribución hipotética, utilizando las ecuaciones:

$$SN(x) = k/N \quad (5)$$

$$d = \max |F_o(x) - SN(x)| \quad (6)$$

Dónde: $F_o(x)$ es la distribución empírica de datos para cualquier valor de x , k es el número de observaciones menor o igual a x , $SN(x)$ es la función acumulada escalonada, y, d es la distribución muestral conocida.

Conociendo la teoría previamente mencionada, se escogió la distribución continua con mayor compatibilidad con los datos, con dos consideraciones: se debe descartar las distribuciones que no posean aplicaciones físicas y cuya investigación referencial sea escasa; y, se descartan las distribuciones que no estén incluidas en el paquete estadístico de R, debido a que el procesamiento detallado en la sección 2.4 se realiza en este lenguaje mencionado.

Finalmente, después del procesamiento de los datos, se aplicó una prueba de significancia disponible en EasyFit, cuya explicación se encuentra en la sección 2.6.

2.5.2 DISTRIBUCIÓN UNIFORME

Basados en Walpole, (2012), se afirma que la distribución estadística uniforme continua es aquella distribución estadística cuya función de densidad es “plana” o “uniforme” en un intervalo cerrado.

Su función de densidad en un intervalo $[A, B]$ es:

- $F(x)=1$, $A \leq x \leq B$.
- $F(x)=0$, en todos los demás casos.

Respecto a la función de densidad, se especifica un rectángulo con altura de 1 y base equivalente a: $B-A$.

Se adiciona, que comúnmente se conoce a esta distribución por su simplicidad y rapidez de estructuración. En este estudio, se menciona que es utilizada por defecto en la metodología GLUE, y esto se explica a su forma “plana” explicada. Dentro del procesamiento, en esta distribución estadística se incluyó un rango de valores de rugosidad:

Tabla 1. Rango de valores utilizados en distribución uniforme

Morfología	Condición de Caudal	Rango (n)
Cascada	Bajo	0.286-0.295
	Medio	0.173-0.192
	Alto	0.143-0.180
Lecho plano	Bajo	0.241-0.333
	Medio	0.108-0.115
	Alto	0.076-0.081
Grada	Bajo	0.555-0.609
	Medio	0.105-0.124
	Alto	0.092-0.121

2.5.3 DISTRIBUCIONES DISTRIBUCIÓN LOGARÍTMICA NORMAL

Esta sección dedicada a la distribución logarítmica normal, fue redactada debido a que como es explicado en la sección 3. RESULTADOS, es la distribución estadística más compatible con los casos de estudios y disponible en el paquete estadístico de R.

Con base en Walpole, (2012), se dice que una variable aleatoria continua X se ajusta a una distribución logarítmica normal si la variable aleatoria $Y=\ln(X)$. A esta distribución, se le identifica por su media μ y su desviación estándar σ ; siendo la función de densidad:

- $f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}[\ln(x)-\mu]^2}; x \geq 0$
- $f(x; \mu, \sigma) = 0; x < 0$

En la Figura 3, se ilustran las distribuciones logarítmicas normales.

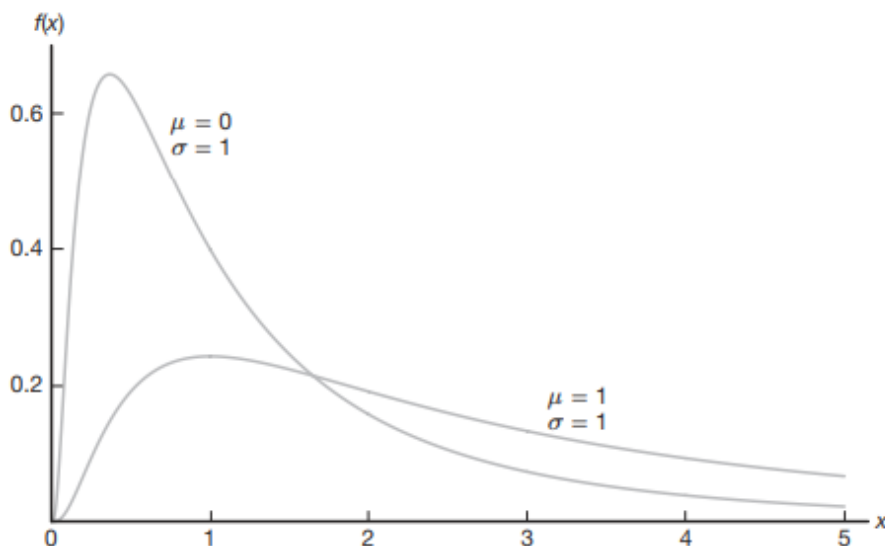


Figura 3. Funciones logarítmicas normales, grafico tomado de (Walpole, 2012)

2.6 TEST DE SIGNIFICANCIA

Según Turcios, (2015), la prueba t de Student se delimita en la determinación de diferencia entre dos muestras pequeñas e independientes que mantengan homogeneidad y sigan una distribución normal (o sus varianzas incluyendo la logarítmica normal). Esta prueba se basa en la hipótesis nula y el planteamiento de la hipótesis alterna, la cual, afirma la no existencia de diferencia entre las dos muestras y la atribución al azar de esta en caso de existir.

Con respecto a las investigaciones: Clark (2004) y Manterola D. & Pineda N. (2008); se afirma que: lo importante en un test de significancia es el intervalo de confianza obtenido por la diferencia entre las medias de las muestras, y que sus valores indican:

- Con valores mayores o iguales al 5%, se niega la hipótesis nula.
- Con un valor del 95%, se asume la equivalencia entre las muestras y la validez de la hipótesis alterna.
- Con un valor del 100%, se descarta diferencia entre las muestras y se infiere que se trata de una proporción.

Este test de significancia fue aplicado a los valores generados del modelo para cuantificar el número de iteraciones necesarias para asegurar la convergencia del modelo. Conjuntamente, fue utilizado el valor resultante para la comparación entre el número necesario de iteraciones variando la distribución estadística; además, cuantificar de manera estadística la diferencia de precisión en la convergencia variando la distribución estadística.

3 RESULTADOS

3.1 DISTRIBUCIÓN PROBABILÍSTICA

En la Tabla 2 se presenta el ordenamiento de las distribuciones estadísticas continuas aplicadas a las morfologías: Grada, Lecho Plano y Cascada. El orden mostrado presentado en la columna Estadística, se rige a la compatibilidad de los datos hacia la distribución correspondiente, aplicando el criterio de Kolmogorov. La Tabla 2 nos muestra que la distribución uniforme es poco compatible con los datos y que las distribuciones con la mayor compatibilidad según su posición en la clasificación varían entre cada morfología, aunque las distribuciones: Log-Logistic, Pearson 5P y Log-normal, siempre están por encima de la uniforme. Basados en los datos presentados, se observa que la distribución Log-normal es aquella distribución con el mejor desempeño que se encuentra disponible en el programa R[®] para todas las morfologías en estudio.

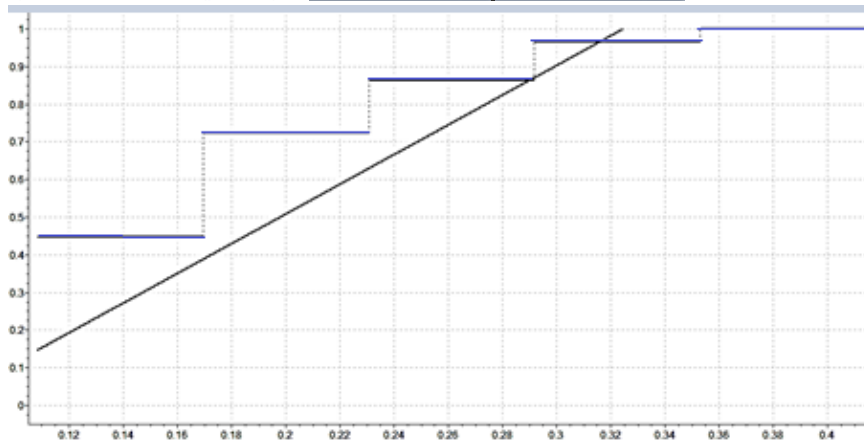
Tabla 2. Tabulación de distribuciones

Morfología	Distribución	Kolmogorov Smirnov	
		Rango	Estadística
Grada	Wakeby	0.09416	1
	Johnson SB	0.09824	2
	Inv. Gaussian	0.09906	3
	Log-normal	0.12012	20
	Uniform	0.16105	40
	Log-Logistic (3P)	0.08605	1
Lecho plano	Dagum	0.08819	2
	Pearson 5 (3P)	0.08879	3
	Log-normal	0.09352	10
	Uniform	0.21008	45
	Burr	0.08092	1
Cascada	Frechet (3P)	0.08283	2
	Log-Logistic (3P)	0.08301	3
	Log-normal	0.16263	28
	Uniform	0.2538	47

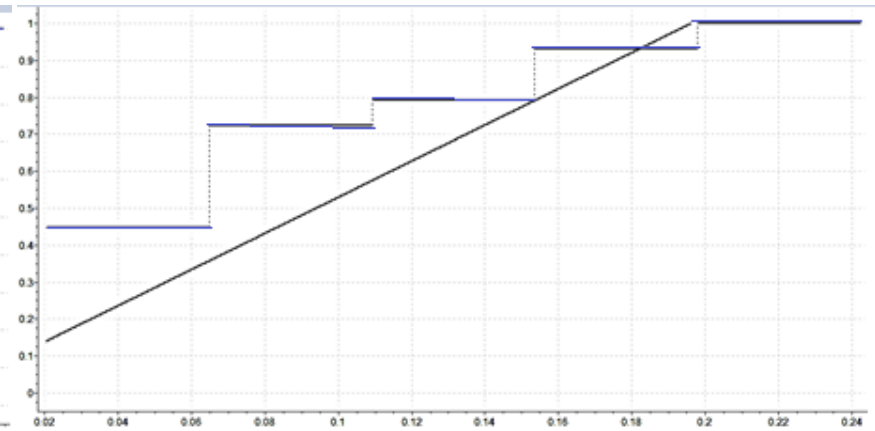


La Figura 4 presenta las curvas de histograma y de función de probabilidad para una distribución uniforme de los coeficientes de rugosidad medidas en Grada, Lecho Plano y Cascada. Existe un mayor número de datos disponibles para de rugosidad bajos: Grada $n < 0.22$, Lecho plano $n < 0.1$, y Cascada $n < 0.29$. Con el fin de comprobar la eficiencia de dicha distribución estadística se muestra en La Figura 5 en donde la función de probabilidad ajustada de la distribución Log-normal para los coeficientes de rugosidad en Grada, Lecho Plano y Cascada son presentados. La Figura 5 evidencia según la línea de tendencia una mayor correspondencia entre la distribución y los datos de cada morfología. A diferencia de La Figura 4, la distribución Log-normal posee mayor correlación de parámetros estadísticos.

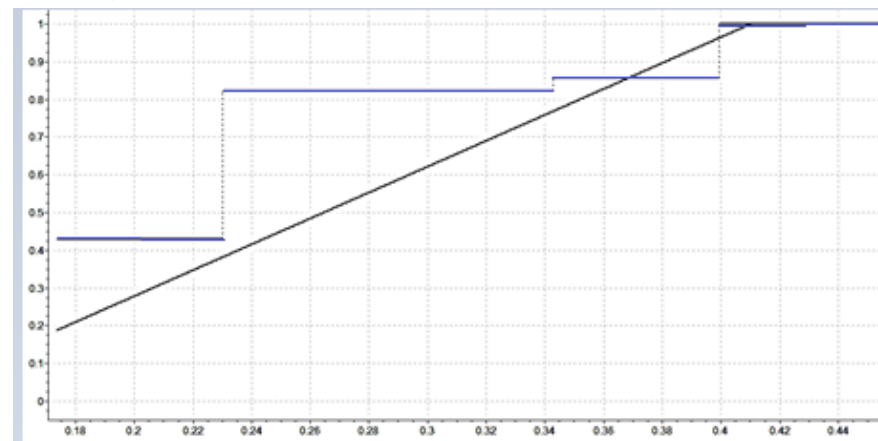
— Histograma — Función de distribución



a) Grada



b) Lecho Plano



c) Cascada

Figura 4. Función de probabilidad acumulada (uniforme)

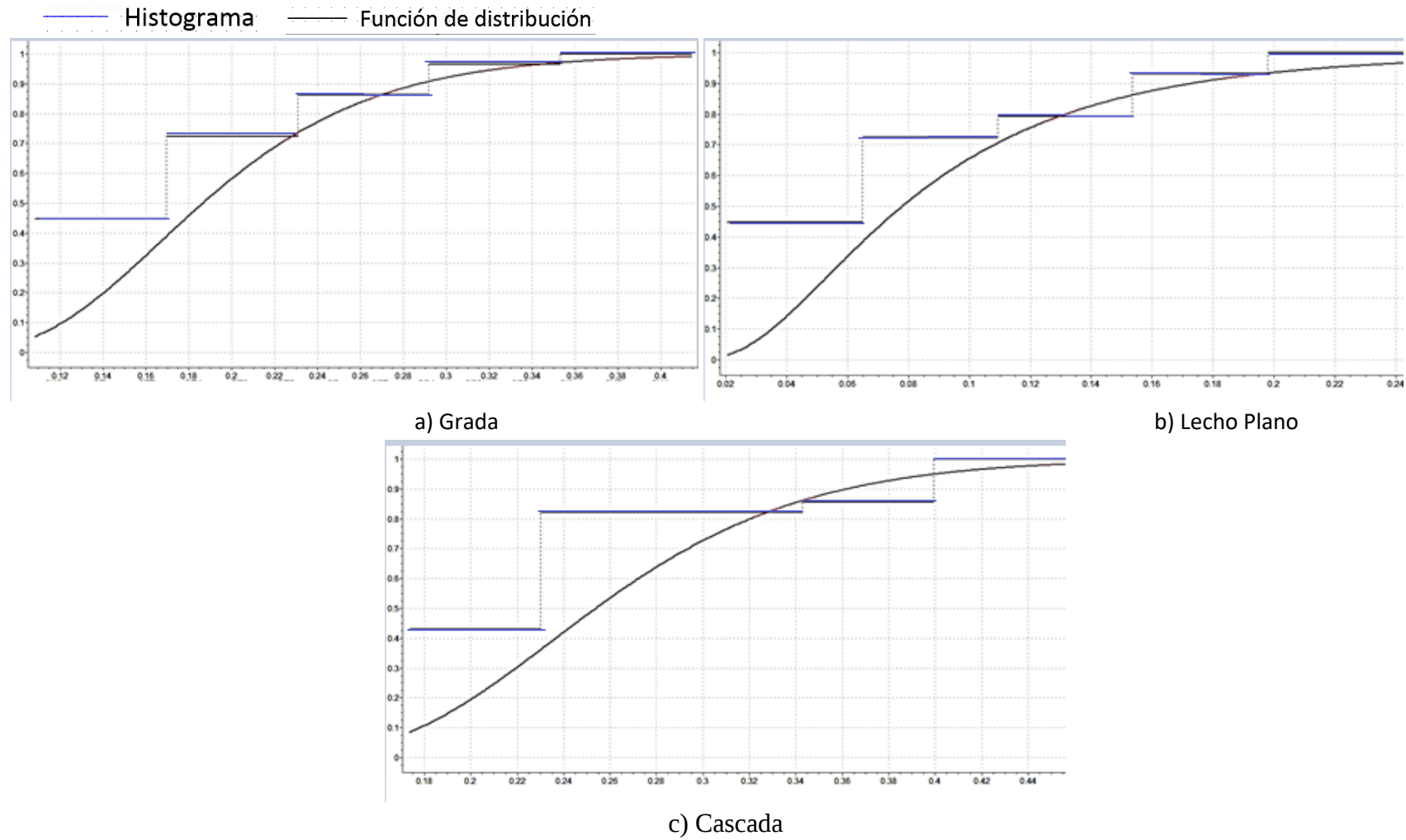


Figura 5. Función de probabilidad acumulada (logarítmica normal)

3.2 MÉTODO GLUE POR CODIFICACIÓN EN R

Mediante codificación en R y el uso del HEC RAS Controller, paquete disponible en el Visual Basic de Excel, es posible correr varias veces un modelo modificando alguno de sus parámetros. Se realizaron corridas de 15000 iteraciones con cada morfología y sus correspondientes tres caudales (estos hacen referencia a caudales bajos, medios y altos presentes en la zona) modificando el coeficiente de rugosidad de acuerdo a una distribución uniforme y a la Log-normal tomando diferentes tamaños de muestra: 50, 100, 1000, 10000, y 15000. Posteriormente, se ejecutó el procesamiento de estos valores obtenidos para la determinación de residuales en cm y se obtuvo la curva de probabilidad acumulada para diversos cuartiles: 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, y 100.

En las Figuras 6, 7 y 8 se presentan las curvas FDA (Función de Probabilidad Acumulada), asociadas a las tres morfologías: Grada, Lecho Plano y Cascada, en condiciones de caudales: altos, medios y bajos. La morfología Cascada posee un rango de valores residuales más amplio que las otras dos morfologías bajo condiciones de caudales altos y medios, además presentando un rango inferior de valores residuales comparado a las otras morfologías en condiciones de caudales bajos. Las curvas FDA, para una misma morfología y condición de caudal, presentan gran diferencia entre sí con muestreos de 50 a 100 datos. De forma contraria al superar los 1000 datos las curvas FDA tienden a converger. Lo anterior, hace destacar que ingresar mayor cantidad de datos es innecesario debido a la significancia alcanzada con 15000 iteraciones, además de evidenciar en las morfologías Grada y Cascada, la distribución uniforme genera curvas con diferencias significativas en el patrón de comportamiento con muestreos de menor cantidad de datos, aunque con mayores cantidades de datos analizados se encuentra tendencia similar en la distribución Log-normal. La morfología Casada en condiciones de caudales altos y bajos con la distribución Log-normal, presenta valores residuales únicamente positivos. La morfología Lecho Plano es la única que bajo sus tres condiciones de caudal posee curvas FDA; bajo la distribución Log-normal; muy similares entre sí incluso con la menor cantidad de datos. Sin embargo, se observa que en caudal bajo se diferencia mayormente en cuartiles altos. La morfología Grada, en sus tres condiciones de caudal, es la única que acumula diferencias visuales en todo el rango de cuartiles, y posee mayor similitud entre las curvas FDA de las distribuciones uniforme y Log-normal.

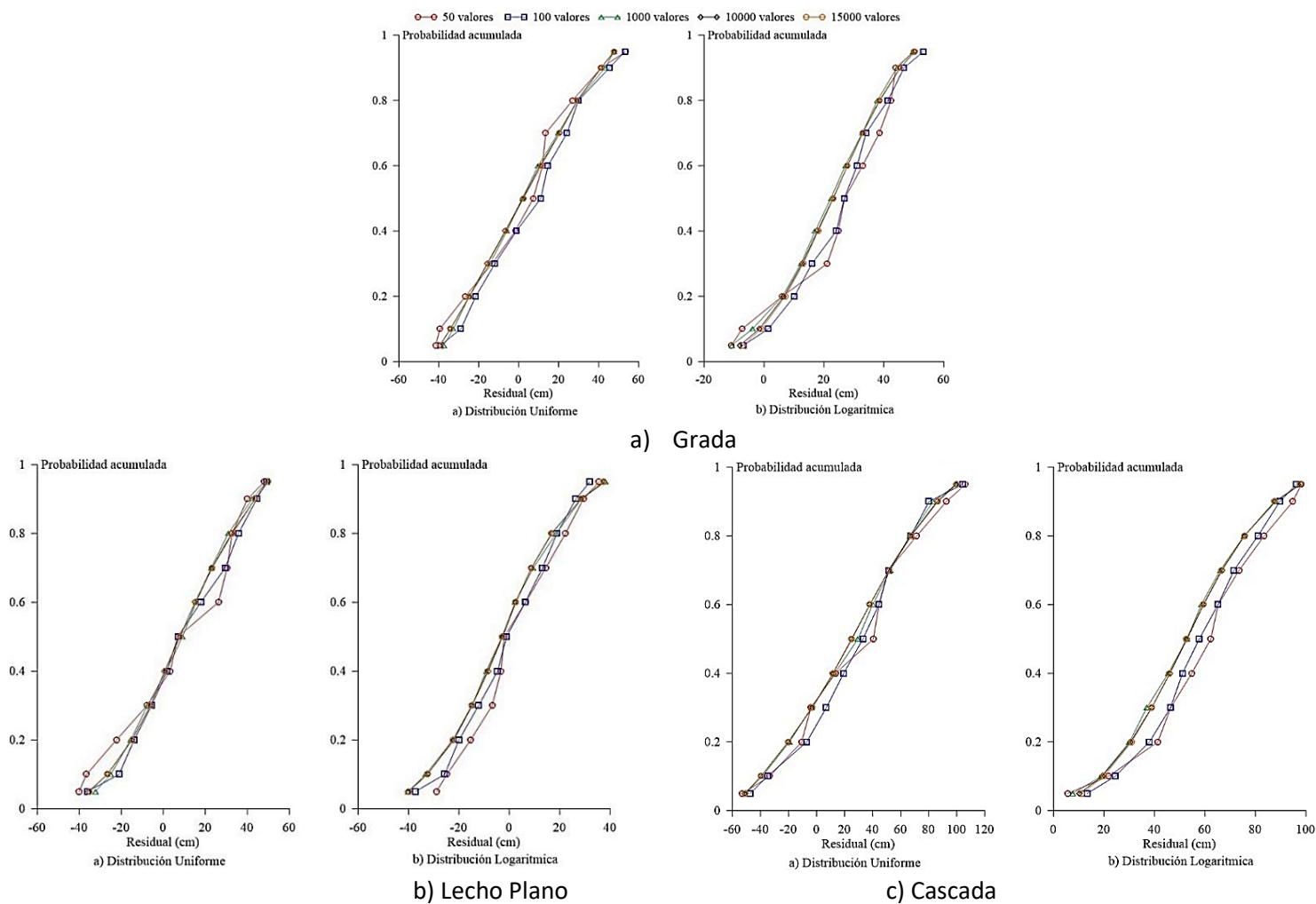


Figura 6. FDA (caudal alto)

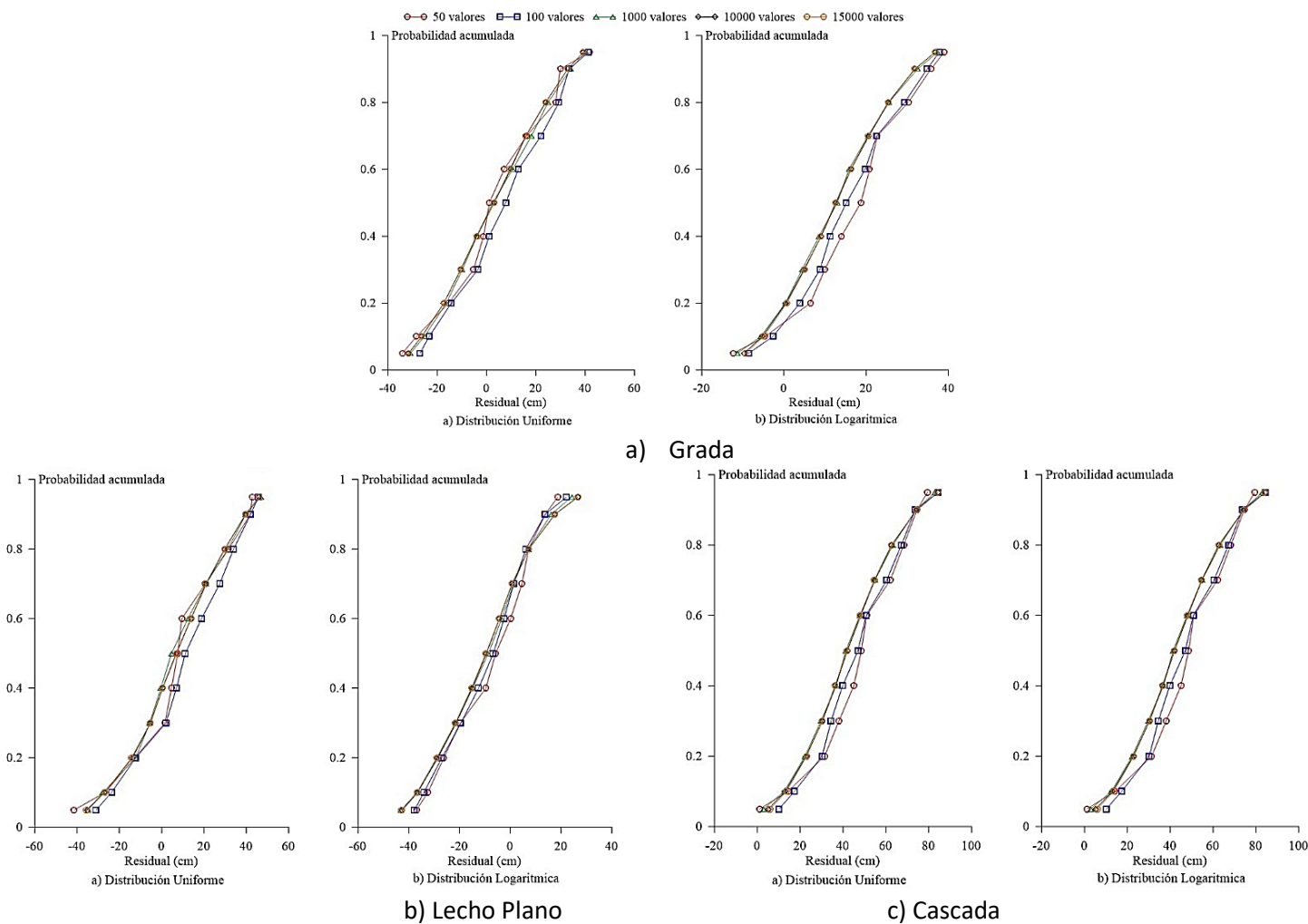


Figura 7. FDA (caudal medio)

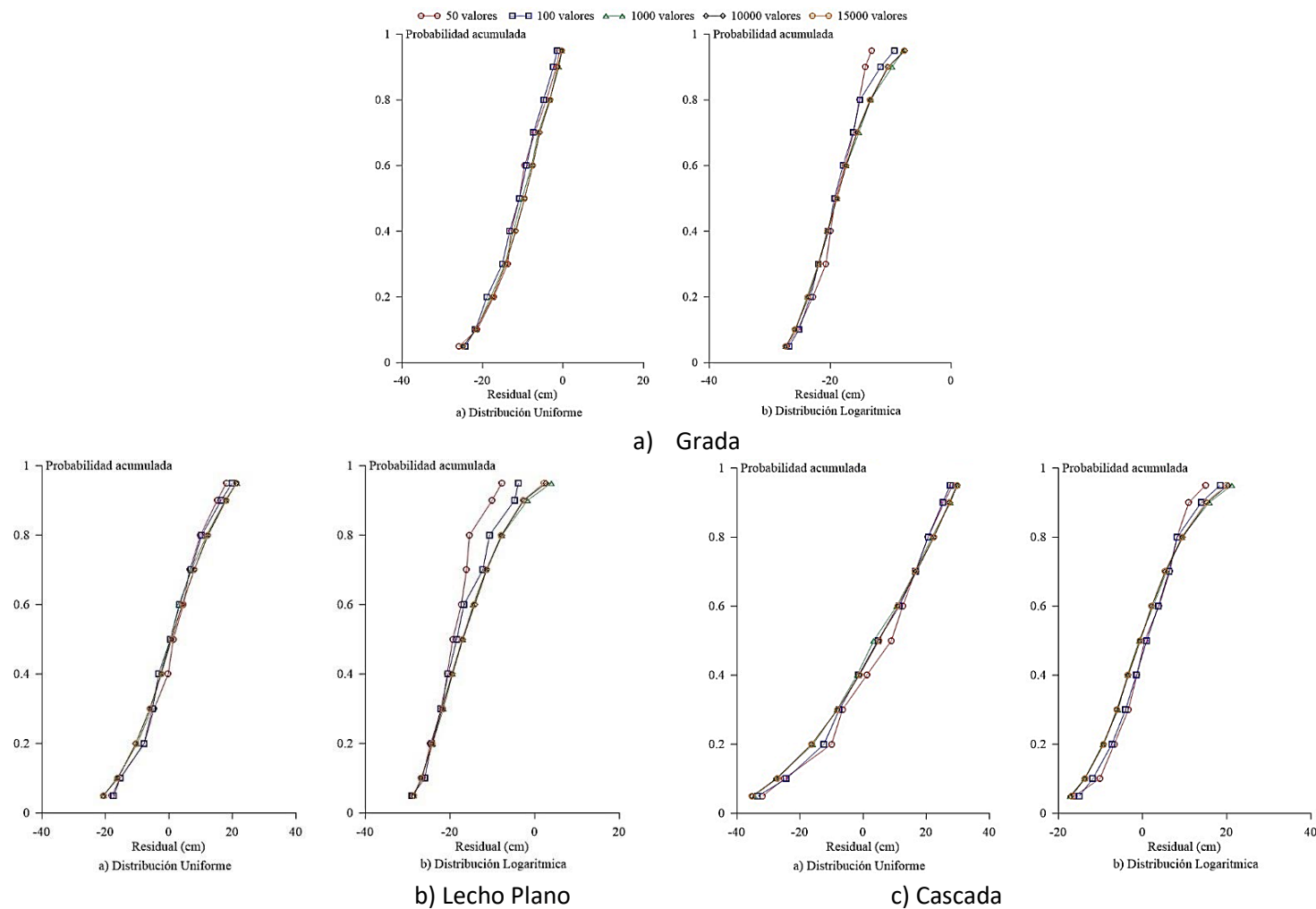


Figura 8. FDA (caudal bajo)

3.3 TEST DE SIGNIFICANCIA (VALOR P)

La Figura 9 muestra la variación de parámetro P al variar el número de datos usados para calcular la curva FDA. Los gráficos corresponden a las tres morfologías y a las tres magnitudes de caudal.

El valor P es muy superior a 5% en todos los casos, lo que contradice la hipótesis nula mostrando que las curvas mantienen relación entre sí y converge el procedimiento en la obtención del coeficiente de rugosidad. A medida que se incrementa el número de datos en procesamiento, se aumenta el nivel de significancia del muestreo hasta acercarse casi exactamente a 100%. En las tres morfologías, la distribución uniforme es más regular en el crecimiento del valor p, aunque con 15000 datos, se obtiene un valor de significancia prácticamente igual a 100% en ambas distribuciones implicado que la diferencia entre 10000 y 15000 es nula, y que incrementar el número de datos no va a brindar nueva información.

Por lo cual, es verificado que en las morfologías Grada y Lecho Plano, se necesita mayor cantidad de iteraciones en la metodología GLUE para una convergencia total con la distribución estadística Log-normal, contrastando con la morfología Cascada que converge de manera similar en la distribución Log-normal y la distribución uniforme según la cantidad de iteraciones.

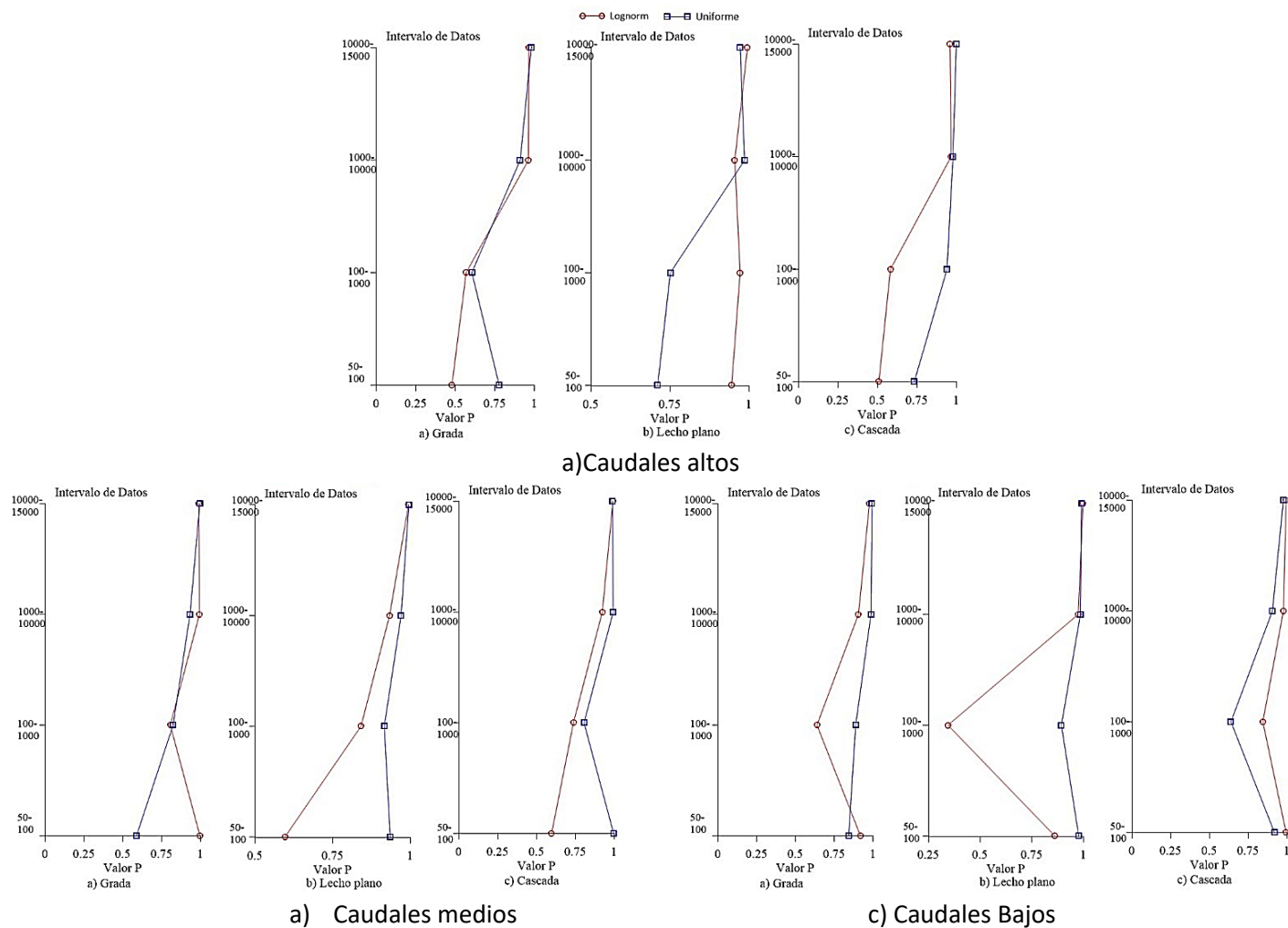


Figura9. Valor P versus número de datos

4 DISCUSIÓN

4.1 DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA

Existen diversos estudios en la bibliografía los cuales han aplicado la metodología GLUE, sin embargo, son limitados aquellos en donde un análisis estadístico es llevado a cabo por Aronica et al., (1998) y Beven et al., (2015), cuyo enfoque se centra en el uso de la metodología GLUE en el mapeo de inundaciones recalcando la incertidumbre en el desarrollo ocasionada por las variables aleatorias utilizadas en el muestreo. Papaioannou et al., (2017), cuyo texto se basa en una identificación de conceptos abarcados de la hidráulica aplicados en morfologías de tipo aluvial. Finalmente, es importante recalcar que Fornasini, (2008), es el único estudio disponible mencionado en la bibliografía empleada que hace un análisis estadístico según los conceptos básicos de la probabilidad que mediante el empleo de variables aleatorias asigna dentro del desarrollo metodológico distribuciones comunes dentro de rama física para la evaluación de la incertidumbre en el modelamiento para la obtención del coeficiente de rugosidad. Dicho lo anterior, el presente estudio, marca diferencias significativas con lo mencionado; principalmente: la determinación de coeficiente de rugosidad se establece en un campo no aplicado totalmente en el mapeo de inundaciones, si no, más bien en un análisis probabilístico introducido en la metodología GLUE; aunque se emplean variables probabilísticas aleatorias y distribuciones discretas, como en estudios existentes, se posee como objetivo la evaluación de distribuciones diferentes probabilísticas a la uniforme, comprobando su eficiencia y factibilidad de este estudio previo según la compatibilidad de estas con el caso de estudio con el propósito de descartar el empleo por defecto de la distribución uniforme para todo evento como en los estudios mencionados (Aronica et al., (1998) y Beven et al., (2015)). Es importante mencionar que en Pappenberger et al., (2005), se recalca la importancia de la metodología empleada (GLUE), para la cuantificación y reducción de incertidumbre; siendo este estudio una base para la justificación de la realización de este proyecto de investigación, aclarando la incorporación del estudio estadístico.

4.2 NÚMERO DE ITERACIONES REQUERIDOS

Dentro de la metodología GLUE, existe la toma de decisión acerca del número de datos utilizados para considerar una convergencia total. En: Aronica et al., (1998), Beven et al., (2015) y Papaioannou et al., (2017), se ve como explorar de manera más profunda el grado de incertidumbre de los resultados generados. No obstante, es importante recalcar que en Fornasini (2008), se menciona el uso de dos análisis estadísticos, siendo el primer análisis al que se referencia es el mencionado anteriormente para sustituir la distribución uniforme por una distribución probabilística diferente, y en el segundo se mide el nivel de significancia de los resultados obtenidos, donde existen la diferencia fundamental que el libro mencionado se recomienda la prueba del Chi Cuadrado, mientras que el método empleado en esta tesis se basa en el valor P obtenido mediante un análisis de T-Student de dos colas aplicadas a la Convergencia de la curva de FDA. En Pappenberger et al., (2005) se representa una simulación en 2D con dos diferentes ríos: Morava y Severn, usando como parámetro el rendimiento del flujo de salida y convergiendo en 25000 y 8000 iteraciones respectivamente; mientras tanto, esta investigación se basa en una simulación 1D, utilizando las mediciones en campo de alturas de agua con convergencia en 10000 datos.

4.3 IMPACTO DE LA DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA EN LA CONVERGENCIA

En este estudio se comprobó que la distribución estadística discreta más compatible con las morfologías de caso de estudio es la log-normal. En la sección 3 Resultados, se hicieron diferentes pruebas para analizar el comportamiento de la convergencia de la distribución uniforme y la distribución Log-normal, aplicadas dentro de la metodología GLUE; empleando valores de significancia. Es visible que el número de datos empleados es el mismo en ambas distribuciones para asegurar convergencia y que la significancia en ambos casos ronda valores significativamente similares. A partir de 10000 iteraciones se asegura la convergencia del modelo en las tres morfologías estudiadas, debido a la ausencia de las diferencias significativas que las dos simulaciones presentan con un menor número de iteraciones. Adicionalmente, las condiciones de flujo y tipo de morfología influyen en los gráficos FDA obtenidos y en la variación de valores P hasta la convergencia total, aunque la conclusión es que no se justifica el tiempo y recursos gastados en un análisis estadístico según cada caso de estudio. Finalmente, en este estudio se determinó con base en las evidencias presentes en la sección 3 Resultados que la distribución uniforme utilizada por defecto posee mayor incertidumbre en bajas iteraciones; no obstante, un resultado equivalente a una distribución diferente en el caso de asegurar la convergencia con mayor cantidad de datos empleados. El resultado de las simulaciones realizadas infiere en la no existencia de una mejora que justifique el estudio estadístico previo, ya que escoger la distribución uniforme por defecto resulta en el ahorro de recursos y tiempo empleado.

5. CONCLUSIONES

Dentro de esta investigación se estudió la influencia del uso de distribuciones estadísticas distintas de la distribución uniforme continua, dentro de la metodología GLUE enfocada en la obtención de coeficientes de rugosidad en tres morfologías de un río de montaña de cabecera (Cascada, Grada y Lecho Plano). En las mediciones de campo se incluyó la determinación del nivel del agua y el ancho mojado de cada sección transversal. En cada tramo se incluyó la medición de flujo y velocidad media para tres condiciones de flujo en cada morfología. Con los datos previamente mencionados, se ejerció un análisis estadístico para identificar la distribución estadística continua más acorde al caso de estudio; posteriormente, se aplicó la metodología GLUE para cada morfología y cada condición de caudal, reproduciendo el análisis con la distribución estadística usualmente empleada por defecto (distribución uniforme continua) y la distribución estadística logarítmica normal que resultó ser la más compatible con los datos de campo. Finalmente, se analizó la convergencia del modelo, y se identificó el número indispensable de iteraciones y el nivel de significancia de los resultados en los dos escenarios anteriormente explicados: esto se realizó gracias a: los gráficos FDA, la prueba T-Student de dos colas, el valor p y el nivel de significancia.

Al realizar el análisis estadístico, se evidencio que las distribuciones estadísticas se adaptan a las morfologías estudiadas de manera similar; debido a que en tres morfologías con diferentes características de disipación de energía, la distribución estadística con mayor compatibilidad es la distribución logarítmica normal en los tres casos de estudio.

Respecto a la influencia de la distribución estadística en la metodología GLUE: los resultados indican claramente, que la convergencia de la metodología GLUE en la obtención de coeficientes de rugosidad mantiene una relación estrecha con el número de iteraciones y no se presenta diferencia en la convergencia por la variación de la distribución estadística; siendo 10000 iteraciones necesarias para la convergencia del modelo en el caso de estudio tanto con la distribución uniforme continua como con la distribución logarítmica normal. Adicionalmente, se recalca la influencia de la morfología y la condición del caudal dentro de la obtención del coeficiente de rugosidad; aunque, se destaca que alcanzadas las iteraciones necesarias para la convergencia existe poca diferencia en el valor de significancia de los resultados entre modelos con distribución estadística diferente.

Si se contrastan los resultados y nivel de significancia del modelo empleando la distribución uniforme y un segundo ensayo con una distribución estadística compatible con los datos de cada morfología; se concluye que no existe cambio en las iteraciones necesarias o el intervalo de confianza de los resultados. Además, se infiere que no existe justificación en realizar un estudio estadístico previo para la determinación de una distribución estadística de gran compatibilidad con los datos de campo; y se recomienda emplear la distribución uniforme continua, de tal forma que en los estudios se ahorre el tiempo y los recursos gastados en el estudio estadístico que acumularían la misma precisión en los resultados finales de la simulación hidráulica.

En este proyecto se empleó únicamente la distribución estadística más compatible disponible en el paquete estadístico de R, por lo que se recomienda como tema de futuras investigaciones la implementación de un código en el cual se adjunte la distribución estadística en primer lugar del criterio de Kolmogorov de cada morfología según las tablas adjuntas en anexos. Adicionalmente, se puede complementar un estudio futuro con simulaciones en 2D, para contrastar los resultados con esta investigación que únicamente aplico criterios de 1D.

6. BIBLIOGRAFIA

Aronica, G., Hankin, B., & Beven, K. (1998). Uncertainty and equifinality in calibrating distributed roughness coefficients in a flood propagation model with limited data. *Advances in Water Resources*, 22(4), 349-365. [https://doi.org/10.1016/S0309-1708\(98\)00017-7](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(98)00017-7)

Beven, K., Lamb, R., Leedal, D., & Hunter, N. (2015). Communicating uncertainty in flood inundation mapping: A case study. *International Journal of River Basin Management*, 13(3), 285-295. <https://doi.org/10.1080/15715124.2014.917318>

Birk, J. (2003). *Parameter and Uncertainty Estimation in Groundwater Modelling*. 165.

Cedillo, S., Sánchez-Cordero, E., Timbe, L., Samaniego, E., & Alvarado, A. (2021a). Resistance Analysis of Morphologies in Headwater Mountain Streams. *Water*, 13(16), 2207. <https://doi.org/10.3390/w13162207>

Cedillo, S., Sánchez-Cordero, E., Timbe, L., Samaniego, E., & Alvarado, A. (2021b). Patterns of Difference between Physical and 1-D Calibrated Effective Roughness Parameters in Mountain Rivers. *Water*, 13(22), 3202. <https://doi.org/10.3390/w13223202>

Clark, M. L. (2004). Los valores P y los intervalos de confianza: ¿en qué confiar? *Revista Panamericana de Salud Pública*, 15(5), 293-296. <https://doi.org/10.1590/S1020-49892004000500001>

Manterola D, C., & Pineda N, V. (2008). El valor de «p» y la «significación estadística»: Aspectos generales y su valor en la práctica clínica. *Revista chilena de cirugía*, 60(1). <https://doi.org/10.4067/S0718-40262008000100018>

Massey, F. J. (2020). *The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit*. 12.

Papaioannou, G., Vasiliades, L., Loukas, A., & Aronica, G. T. (2017). Probabilistic flood inundation mapping at ungauged streams due to roughness coefficient uncertainty in hydraulic modelling. *Advances in Geosciences*, 44, 23-34. <https://doi.org/10.5194/adgeo-44-23-2017>

Turcios, R. A. S. (2015). *T-Student. Usos y abusos*. 3.

Walpole, R. E. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. 816.

7. ANEXOS

Anexos 1. Datos de coeficientes de rugosidad de cada morfología

Morfología		
Grada	Lecho	
	Plano	Cascada
0.438038	0.414495	0.18339
0.44396	0.311623	0.242381
0.432749	0.271267	0.160961
0.361024	0.330271	0.22184
0.455976	0.298345	0.162266
0.282227	0.250286	0.088975
0.212492	0.162226	0.096766
0.284197	0.223154	0.094831
0.240515	0.190784	0.122171
0.258237	0.23134	0.061043
0.233864	0.23133	0.17934
0.190643	0.119339	0.093496
0.230885	0.20169	0.076556
0.206138	0.154206	0.056268
0.277969	0.120897	0.066995
0.191446	0.210446	0.072957
0.27231	0.188435	0.058719
0.173455	0.142999	0.064507
0.24152	0.108211	0.144545
0.196984	0.130702	0.085702
0.195002	0.192956	0.040682
0.222797	0.144229	0.064574
0.218639	0.204667	0.059416
0.271029	0.144445	0.020379
0.188419	0.120918	0.036106
0.220113	0.16126	0.059919
0.199229	0.140456	
0.265586	0.202551	

Anexos 2. Funciones disponibles en EasyFit

Beta	Fatigue Life	Pareto - primer tipo	Johnson SU
Burr	Frechet	Pareto - segundo tipo	Kumaraswamy
Cauchy	Exacción	Pearson Tipo 5 (Gamma inverso)	Impertinente
Chi-cuadrado	Laplace	Pearson Tipo 6	Función de potencia
Dagum	Logístico	Gama	Rayleigh
Erlang	Log-Gamma	Gamma generalizado	Ricean, o Nakagami-n
Error	Log-Logistic	Gumbel Max	T Student
Función de error	Log normal	Sebo hiperbólico	Triangular
Exponencial	Nakagami	Gaussian inverso	Uniforme
Distribución F	Normal	Johnson SB	Weibull

Anexos 3. Tabulación de distribuciones estadísticas (Grada)

Distribución	Kolmogorov	
	Smirnov	
	Rango	Estadística
Wakeby	0.09416	1
Johnson SB	0.09824	2
Inv. Gaussian	0.09906	3
Gen. Extreme Value	0.09968	4
Log-Logistic	0.10074	5
Gamma	0.10132	6
Gen. Pareto	0.10405	7
Gumbel Max	0.10571	8
Log-Pearson 3	0.10715	9
Burr (4P)	0.10775	10
Weibull (3P)	0.10856	11
Dagum (4P)	0.11202	12

Gen. Logistic	0.11337	13
Pert	0.1141	14
Pearson 5	0.11699	15
Pearson 6 (4P)	0.11744	16
Pearson 6	0.11769	17
Gamma (3P)	0.11798	18
Weibull	0.11829	19
Lognormal	0.12012	20
Gen. Gamma	0.12044	21
Fatigue Life	0.12054	22
Erlang	0.12241	23
Frechet (3P)	0.12248	24
Pearson 5 (3P)	0.12309	25
Lognormal (3P)	0.12618	26
Log-Logistic (3P)	0.12664	27
Inv. Gaussian (3P)	0.12715	28
Fatigue Life (3P)	0.12793	29
Rice	0.13377	30
Normal	0.13497	31
Dagum	0.13841	32
Exponential (2P)	0.14311	33
Nakagami	0.14848	34
Rayleigh (2P)	0.15143	35
Frechet	0.15193	36
Kumaraswamy	0.15258	37
Burr	0.15327	38
Logistic	0.1556	39
Uniform	0.16105	40
Error	0.17068	41

Hypersecant	0.17082	42
Cauchy	0.17082	43
Gen. Gamma (4P)	0.17198	44
Triangular	0.18389	45
Beta	0.18758	46
Gumbel Min	0.18848	47
Pareto	0.19089	48
Laplace	0.19699	49
Rayleigh	0.21407	50
Reciprocal	0.22735	51
Power Function	0.24535	52
Erlang (3P)	0.2561	53
Levy (2P)	0.29428	54
Exponential	0.42128	55
Pareto 2	0.44282	56
Levy	0.50095	57
Error Function	0.93029	58

Anexos 4. Tabulación de distribuciones estadísticas (Lecho Plano)

Distribución	Kolmogorov	
	Smirnov	
	Rango	Estadística
Log-Logistic (3P)	0.08605	1
Dagum	0.08819	2
Pearson 5 (3P)	0.08879	3
Lognormal (3P)	0.09074	4
Gen. Extreme Value	0.09077	5
Frechet (3P)	0.09081	6
Inv. Gaussian	0.09103	7
Burr	0.09214	8

Inv. Gaussian (3P)	0.09338	9
Lognormal	0.09352	10
Pearson 6	0.09433	11
Fatigue Life (3P)	0.09526	12
Log-Pearson 3	0.09743	13
Gen. Logistic	0.09978	14
Fatigue Life	0.10332	15
Pearson 6 (4P)	0.10885	16
Gamma (3P)	0.11063	17
Weibull (3P)	0.11168	18
Burr (4P)	0.11207	19
Weibull	0.11671	20
Log-Logistic	0.11704	21
Gamma	0.12201	22
Wakeby	0.12389	23
Gen. Gamma	0.12872	24
Gen. Pareto	0.12952	25
Pearson 5	0.13047	26
Gumbel Max	0.13404	27
Nakagami	0.13791	28
Johnson SB	0.14424	29
Pert	0.14572	30
Cauchy	0.14964	31
Rayleigh	0.15836	32
Dagum (4P)	0.16299	33
Frechet	0.16995	34
Exponential (2P)	0.17937	35
Rayleigh (2P)	0.18641	36
Rice	0.18771	37
Triangular	0.19288	38
Kumaraswamy	0.19818	39

Hypersecant	0.19982	40
Logistic	0.20208	41
Error	0.20295	42
Reciprocal	0.20329	43
Normal	0.20472	44
Uniform	0.21008	45
Beta	0.21248	46
Gen. Gamma (4P)	0.22148	47
Laplace	0.22168	48
Erlang	0.24073	49
Erlang (3P)	0.246	50
Exponential	0.25027	51
Gumbel Min	0.27425	52
Pareto 2	0.28095	53
Power Function	0.28823	54
Levy (2P)	0.30701	55
Pareto	0.32412	56
Levy	0.39279	57
Error Function	0.66066	58
Phased Bi-Weibull	0.67284	59

Anexos 5. Tabulación de distribuciones estadísticas (Cascada)

Distribución	Kolmogorov	
	Smirnov	
	Rango	Estadística
Burr	0.08092	1
Frechet (3P)	0.08283	2
Log-Logistic (3P)	0.08301	3
Pearson 5 (3P)	0.08488	4
Lognormal (3P)	0.09431	5

Gen. Extreme Value	0.09458	6
Gen. Logistic	0.09683	7
Inv. Gaussian (3P)	0.09877	8
Fatigue Life (3P)	0.10671	9
Wakeby	0.11155	10
Gen. Pareto	0.11155	11
Log-Pearson 3	0.1172	12
Exponential (2P)	0.11766	13
Dagum (4P)	0.12029	14
Frechet	0.12088	15
Gamma (3P)	0.12124	16
Burr (4P)	0.12315	17
Weibull (3P)	0.1235	18
Gen. Gamma (4P)	0.13075	19
Johnson SB	0.13635	20
Log-Logistic	0.13835	21
Pearson 6	0.1426	22
Pearson 5	0.14398	23
Erlang (3P)	0.14524	24
Pert	0.1491	25
Pareto	0.15979	26
Gumbel Max	0.16158	27
Lognormal	0.16263	28
Fatigue Life	0.16812	29
Inv. Gaussian	0.17165	30
Cauchy	0.18387	31
Gen. Gamma	0.18784	32
Gamma	0.19048	33
Rice	0.19115	34
Weibull	0.19763	35
Dagum	0.19953	36
Nakagami	0.20072	37

Hypersecant	0.20685	38
Rayleigh (2P)	0.21319	39
Kumaraswamy	0.2134	40
Beta	0.2137	41
Error	0.21453	42
Logistic	0.21677	43
Normal	0.22882	44
Laplace	0.23148	45
Erlang	0.2398	46
Uniform	0.2538	47
Pearson 6 (4P)	0.25676	48
Power Function	0.25926	49
Triangular	0.2619	50
Gumbel Min	0.28992	51
Rayleigh	0.29304	52
Levy (2P)	0.29398	53
Reciprocal	0.31059	54
Exponential	0.48099	55
Pareto 2	0.53021	56
Levy	0.53641	57
Error Function	0.98035	58

Anexos 6. Valores P de curvas FDA. Caudales altos

Altos											
Uniforme	Grada	0.84 3	0.88 8	0.98 7	0.99 3	Log Normal	Grada	0.91 9	0.63 8	0.90 6	0.97 7
	Lecho	0.86 1	0.34 4	0.97 4	0.99 8		Lecho	0.97 7	0.89 3	0.98 5	0.99
	Plano						Plano				
	Cascada	0.93 3	0.67 9	0.99 5	0.99 2		Cascada	0.99 4	0.84 4	0.97 7	0.99 4

Anexos 7. Valores P de curvas FDA. Caudales medios

Medios											
Uniforme	Grada	0.58 7	0.82 3	0.93 2	0.99 5	Log Normal	Grada	0.99 6	0.80 5	0.99 3	0.98 8
	Lecho	0.59 6	0.84 1	0.93 3	0.99 4		Lecho	0.93 5	0.91 6	0.97	0.99 5
	Plano						Plano				
	Cascada	0.59 6	0.73 7	0.92 3	0.99 1		Cascada	0.98 9	0.68 5	0.96 1	0.99 5

Anexos 8. Valores P de curvas FDA. Caudales bajos

Bajos											
Uniforme	Grada	0.77 7	0.60 4	0.91	0.98	Log Normal	Grada	0.47 8	0.56 8	0.96 2	0.96 4
	Lecho	0.94 5	0.97 2	0.95 5	0.99 5		Lecho	0.71 1	0.75 1	0.98 6	0.97 2
	Plano						Plano				
	Cascada	0.50 9	0.58 2	0.96 6	0.95 9		Cascada	0.73 3	0.94	0.97 8	0.99 9