



UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INFORMATICA

**EVALUACIÓN DE MÉTODOS PARA LA GESTIÓN
ÓPTIMA DE LOS EMBALSES MOLINO Y MAZAR**

**Proyecto de Tesis para obtención
del título en Ingeniería en Sistemas**

Autor:

Daniel Fernando Pineda Álvarez

Director:

Pablo Fernando Vanegas Peralta

Cuenca, Ecuador
Abril del 2013



UNIVERSIDAD DE CUENCA

RESUMEN

En el desarrollo de la presente tesis se estudiarán y analizarán diversas metodologías de investigación de operaciones, orientado su uso a la optimización de embalses, para luego de un estudio de cada una de ellas, seleccionar la más idónea para elaborar un prototipo con la misma y demostrar cuán parecido es su comportamiento frente a datos reales. Esto determinará la posibilidad de generar una herramienta para la toma de decisiones frente a parámetros establecidos así como a proyecciones en el tiempo.

Las metodologías aquí estudiadas partieron del análisis de casos de éxito alrededor del mundo y que se han visto beneficiados por medio de la optimización de los embalses multipropósito, dado que no solo son del tipo hidroeléctricos sino también sirven para el control de calidad de agua, riegos, etc.

Se ha concluido que el modelo idóneo que nos permite tomar las mejores decisiones, para el caso particular de nuestro estudio, es el modelo de lógica difusa, el cual tiene un coste computacional bajo y un nivel de sensibilidad bajo frente a la variabilidad de las entradas que posee.

PALABRAS CLAVE: Optimización, lógica difusa, algoritmos genéticos, programación lineal, redes neuronales, programación dinámica estocástica, modelos matemáticos, control de embalses.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Identificación del Problema

Uno de los problemas más complicados en una presa hidroeléctrica es el control del embalse, pues es necesario gestionar los caudales de forma que éstos se utilicen en forma óptima. Un manejo adecuado de los caudales que ingresan así como de los que se encuentran represados permitirá maximizar la producción hidroeléctrica.

Se ha podido determinar que en la zona austral existen únicamente dos estaciones, la primera caracterizada por sequía y falta de lluvias (verano), y la segunda marcada por torrenciales aguaceros. La variabilidad climática de la cuenca del río Paute provoca épocas de estiaje severas, lo que obliga a tomar medidas para gestionar el agua de los embalses de tal forma que la producción hidroeléctrica se mantenga en el nivel más alto posible. Bajo estas condiciones es necesario tomar decisiones sobre la cantidad de energía generada y el nivel de reserva de agua en los diferentes embalses, estas decisiones buscan optimizar la operación de las presas como un medio para maximizar la producción de la energía.

En la cuenca del río Paute, localizada en la zona austral del Ecuador, se encuentran los reservorios en secuencia, Mazar y Molino, que permiten almacenar agua para actuar como fuente de generación hidroeléctrica. A pesar de que estos dos reservorios tienen capacidad de generación, la principal función de Mazar es almacenar y regular el agua disponible, mientras que la función principal de Molino es la generación. Por lo tanto el objetivo principal de la presa Mazar es mejorar la gestión del agua disponible en la cuenca del río Paute y con ello optimizar la generación de energía hidroeléctrica en Guarumales. Como consecuencia, es imprescindible mantener el nivel de agua en las dos presas en niveles óptimos. Para alcanzar este objetivo es necesario regular la cantidad de agua que el embalse Mazar (que se encuentra en una zona más alta) debería otorgar al embalse de Molino para que los dos funcionaran a máxima capacidad.

Se buscará la información necesaria de los diferentes caudales que ingresan a los embalses y sobre los mismos se realizarán los estudios. Basados en análisis preliminares obtenidos de la página web de CELEC, se puede analizar de una forma superficial el entorno sobre el cual se trabajará. “Los caudales de entrada al sistema Paute integral está conformado en dos partes, la primera, los caudales que entran al embalse Mazar (4.338 km² de aporte de la cuenca), estos producidos por cerca del 85% de la Cuenca; y la segunda, los caudales que entran al embalse Molino, conformada por las entradas producidas por las Sub cuencas Mazar, Jubal y Palmira principalmente.

La generación hidroeléctrica conjunta de Mazar – Molino aumentará la energía firme producida por todo el sistema, se estima la producción del sistema Mazar-Molino en 6 380 GWh/año. Se efectuará el análisis sobre los datos obtenidos de la empresa Hidropaute la cual mantiene la información requerida acerca de caudales de entrada como de producción saliente de las presas.

En la siguiente tabla observamos como el nivel de caudal llega a niveles máximos en los meses de junio y julio mientras que alcanza niveles mínimos en los meses de noviembre diciembre y enero, esto denota una tendencia al alta a partir del mes de febrero y a la baja a partir del mes de agosto y septiembre.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

MESES	Caudal Medio	Caudal Mínimo
	(m ³ /s)	(m ³ /s)
ENERO	15.49	6.0
FEBRERO	17.01	5.2
MARZO	19.34	8.2
ABRIL	27.15	11.6
MAYO	29.60	12.7
JUNIO	39.01	19.0
JULIO	44.21	23.8
AGOSTO	38.17	16.5
SEPTIEMBRE	31.37	15.7
OCTUBRE	27.10	12.4
NOVIEMBRE	19.89	>8.0
DICIEMBRE	16.43	>8.5

Tabla 1. Caudales medios mensuales y mínimos de entrada al embalse Molino

Justificación

El progreso de las facilidades computacionales ha contribuido al desarrollo de sistemas informáticos dedicados al apoyo más no al reemplazo de los diferentes procesos de decisión y para mejorar la eficacia en lugar de la eficiencia (Jansen, 1992), haciendo hincapié en el impacto efectivo en el lugar de la implementación. Un Sistema de Soporte de Decisiones Espaciales (SDSS)¹ se ocupa de los procesos de decisión en el aspecto espacial de un problema donde juega un papel decisivo (Uran & Jansen, 2003). Una SDSS se define de una forma interactiva, como el sistema informático de soporte a los usuarios para lograr una efectiva toma de decisiones como parte de la solución de los semi-estructurados problemas espaciales (Malkzewski, 1999). Dado que las condiciones presentes en los diferentes problemas semi-estructurados no permiten el desarrollo de modelos generales, el determinar correctamente el objetivo de la decisión juega un papel crucial a fin de lograr soluciones efectivas (Vanegas, 2010).

El presente proyecto tiene como objetivo utilizar de forma más adecuada el recurso agua disponible en la cuenca del río Paute, y con ello disminuir las necesidades de generación termoeléctrica, tipo de energía cuyo costo de producción es mucho mayor que la hidroeléctrica. Un sistema de soporte de decisiones que permita gestionar adecuadamente el recurso agua facilitará priorizar la generación hidroeléctrica dado que por medio de un modelo matemático correctamente implementado podrá aumentar la productividad dado que este se basaría tanto en datos reales actuales como en datos históricos, esto permitirá desarrollar un modelo más ajustado a la realidad que permita tomar decisiones más acertadas en cuanto a producción como a contención de agua.

Tomando en cuenta que la utilización de recursos naturales como el agua se encuentra en dependencia directa con elementos variables como el clima, es imprescindible contar con sistemas que apoyen la toma de decisiones como un medio para reducir los impactos

¹ SDSS. Spatial Decision Support System



UNIVERSIDAD DE CUENCA

negativos de esta variabilidad sobre la producción hidroenergética. En este sentido, la investigación de operaciones se convierte en una herramienta muy útil en la resolución de este problema.

En base a una revisión preliminar de información, se conoce que con luego de la construcción de la presa de Mazar se ha logrado almacenar la cantidad de 410 millones de metros cúbicos de agua en conjunto con el embalse Molino. Esta cantidad almacenada permitirá enfrentar de manera óptima los problemas generados a causa de los estiajes (Ministerio de Electricidad y Energía Renovable., 2010).

Frente a estas consideraciones, para implementar una metodología adecuada para las condiciones de las presas Mazar y Molino, es necesario realizar un estudio de metodologías que permita conocer a fondo sus ventajas y desventajas. Este estudio entregará criterios para seleccionar e implementar aquella de mejor desempeño para la gestión adecuada del recurso agua.

Con respecto a las metodologías que se emplearán se han observado casos de éxito obtenidos en diferentes lugares del mundo como son en la República de China, más concretamente en la Isla de Taiwán (Pao Chang & Shien Tsung, 2005). Otro caso de éxito se ha dado en la India, en la ciudad de Kalagarh para el embalse de Ramganga, donde por medio de una metodología denominada Sistemas Borrosos se ha logrado optimizar el uso de los embalses que en este caso en particular han sido empleados para la generación hidroeléctrica, riego de cultivos y consumo humano (Mehta & Sharad, 2009). Otro ejemplo de caso de éxito es el empleado en embalse de Rules en Andalucía, España; donde se elabora un modelo de gestión basado en modelos de simulación y control (Gómez, 2008).

Se han empleado los sistemas de toma de decisiones basados en modelos matemáticos en diversos ámbitos, la robótica, astronomía, medicina, y como es el caso puntual de este tema de tesis para el control de embalses. No solo se han empleado para el control de la producción hidroeléctrica, sino también para lo que se refiere a control de deslaves, control de sedimentación, riegos, etc.

Alcance

El presente proyecto persigue describir y evaluar métodos para el control de embalses. La evaluación, realizada en base al estudio de casos de aplicación, permitirá determinar las ventajas y limitaciones que estos métodos poseen.

Una vez realizado este estudio, se escogerán el o los métodos más idóneos que se consideren apropiados para el caso particular de las presas de Mazar y Molino. Se generará un prototipo que será probado con datos obtenidos previa investigación del autor. Estas pruebas permitirán determinar el método más adecuado para la gestión de los embalses Molino y Mazar.

Dentro del estado del arte en el cual se encuentran los estudios relacionados con el ámbito de sistemas para la toma de decisiones, estos permiten observar un problema dado y obtener una manera de solución que permitirá visualizar de una forma proyectiva los pro y contra de la decisión a tomar, el operario es quién decide finalmente la política a adoptarse pero el sistema le permite entender mejor la problemática y brinda las opciones necesarias para la implementación de la solución.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Objetivo General

El objetivo general de la presente tesis consiste en realizar un análisis de diferentes metodologías tanto heurísticas como de modelamiento lineal y no lineal para el control de embalses, con el fin de optimizar el control de las represas para una utilización idónea de las mismas.

Objetivos Específicos

- A. Conocer el estado del arte sobre las diferentes metodologías utilizadas en diferentes embalses a lo largo del mundo para de esta manera conocer sus diferentes fortalezas y debilidades.
- B. Establecer un cuadro comparativo de estas metodologías y escoger en base a su estudio y comparación la más idónea para realizar la implementación de las mismas sobre datos reales.
- C. Analizar las diferentes metodologías escogidas y observar cuál de ellas se apega más a las necesidades para lo cual se las utilizaría.
- D. Obtener resultados y comprobar el nivel de optimización que estas puedan generar sobre el campo de estudio establecido.

Estructura de la Tesis

- A. CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN. ESPECIFICACIÓN DEL PROBLEMA. Se realizará un estudio de diferentes metodologías para el control de embalses. Como resultado de este capítulo se obtendrá un estudio comparativo de diferentes metodologías en los cuales se analizarán las ventajas y desventajas que cada una de ellas posean y cuál de ellas se apegará más a las necesidades propias del presente estudio.
- B. CAPÍTULO 2. ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS. Una vez que se haya obtenido la información pertinente a la investigación, se llevará a cabo un análisis de cada una de las técnicas, se elaborará un cuadro comparativo exhaustivo en el que se detallen las fortalezas y debilidades de cada técnica, para así poder seleccionar dos metodologías a implementarse.
- C. CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LOS MÉTODOS SELECCIONADOS. Se pasará en este capítulo a la definición de los métodos que se hayan escogido, esto permitirá su respectiva implementación ya con datos reales obtenidos de la empresa CELEC - Hidropaute para así realizar las pruebas correspondientes y la implementación de un prototipo con la metodología que genere mejores resultados.
- D. CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES OBTENIDAS. Con los resultados que se obtengan de la implementación de uno o más métodos se obtendrán cuadros comparativos para analizar cuál de ellos resulta ser, porcentualmente, el más óptimo para la resolución del problema de control de embalses.



CAPÍTULO 1

Análisis de Métodos de Investigación de Operaciones

La construcción de embalses ha sido una empresa realizada desde tiempos remotos, esto ha sido empleado para diversos fines, en un principio consistía en el almacenamiento de agua para control de riegos, para tener ahora usos de generación hidroeléctrica. Un embalse consiste en una acumulación artificial de agua que puede ser vaciada por medio de gravedad o por medio de aspiración.

Dentro de lo que refiere a CELEC – Hidropaute, se manejan dos presas, la presa Mazar y la presa Molino. La Central Mazar tiene una potencia instalada² de 170 MW y una producción anual de 800 GWh, el embalse generado es cuatrocientos diez millones de metros cúbicos. Posee dos unidades de generación con turbinas tipo Francis. La Central Molino se encuentra en una altitud más baja a Mazar, tiene una potencia instalada de 1100 MW y una producción anual de 4900 GWh anual. Maneja un embalse de ciento veinte millones de metros cúbicos, posee diez unidades de generación con turbinas tipo Pelton (CELEC - Hidropaute).

A raíz de la creación de las dos centrales se generó la problemática de optimización de las mismas, es decir, optimizar el nivel de agua obtenida en los embalses ya que estas se encuentran en dependencia directa a las fluctuaciones climáticas que se dan en la zona. Los regímenes de precipitación sobre la Cuenca del Río Paute de acuerdo al estudio “Rainfall Variability and Rainfall – Run off Dynamic in the Paute River Basin – Southern Ecuadorian Andes” son los siguientes (CELEC - Hidropaute):

- **Uni-modal 1 (UM1).** Este régimen cubre una extensión pequeña dentro de la Cuenca, aproximadamente un 1.0%, teniendo un periodo de lluvias correspondiente a Mayo – Julio con valores de 500 mm mensuales por lo que se puede ver que es un sector con alta pluviosidad (CELEC - Hidropaute).
- **Uni-modal 2 (UM2).** Este régimen cubre el 14% del área total de la Cuenca, el pico más lluvioso se encuentra comprendido entre Mayo y Julio con valores cercanos a 180 mm (CELEC - Hidropaute).
- **Bi-modal 1 (BM1).** Este régimen es el segundo en área de cobertura, teniendo una importante 36% de toda el área de la Cuenca, este tiene dos picos importantes uno en el mes de abril y otro en el mes de octubre (CELEC - Hidropaute).
- **Bi-modal 2 (BM2).** Este régimen es el más extenso, cubre cerca de la mitad de la Cuenca en cerca de 2350 km², que representa cerca del 46% del total del área de la Cuenca, este régimen tiene dos picos, uno en Abril y otro en Octubre (CELEC - Hidropaute).

² **Potencia instalada.** Se dice de la suma total de las potencias nominales de todos los receptores de energía conectados a la red que alimenta la central. Se llama también carga instalada.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

La problemática del ingreso del caudal de agua por motivo de las inclemencias meteorológicas se vió compensada con la creación de la presa Mazar, esta tiene como funcionalidad la contención y almacenamiento de agua para evitar los conocidos estiajes y periodo de apagones. También existe la problemática de la sedimentación asentada en la base de la presa de Molino que en el año 2009 abarcaba un 42% del embalse, es decir 45 millones de metros cúbicos, sin embargo con un sistema de dragado constante se ha buscado recuperar ciertas zonas (Hoy, 2009).

Para el control óptimo de este tipo de sistemas se considera el diseño de modelos computacionales inteligentes debido a que las entradas con las cuales se van a trabajar no son estáticas manejando gran variabilidad y considerando que “una teoría computacional para un determinado proceso o comportamiento consiste en un conjunto de objetivos computacionales bien definidos, una descripción de la información en términos de entradas – salidas y los algoritmos para transformar las entradas en las salidas deseadas” (Cinca).

Se han tomado ejemplos de casos de éxito de optimización de embalses, uno de ellos es por medio de redes neuronales optimizados con algoritmos genéticos empleado sobre el embalse Nihuil del río La Angostura, en la provincia de Mendoza – Argentina (Cinca). Por otro lado se analizará también la metodología empleada para gestionar la cuenca del río Sil, que se encuentra ubicada al noroeste de España por medio de programación lineal entera – mixta MILP (Moraga, García-González, Parrilla, & Nogales).

OPTIMIZACIÓN POR MEDIO DE LA UTILIZACIÓN DE REDES NEURONALES.

Se define como Redes Neuronales Artificiales (ANN³) como una simulación abstracta de un sistema nervioso central que se encuentra conformado por una serie de unidades neuronales conectadas una con otra mediante conexiones denominadas “axón”. Se puede definir este comportamiento de una forma análoga a las dendritas y axones.

Una red neuronal artificial “consiste en un conjunto de elementos de procesamiento simples conectados entre sí y entre los que se envían información a través de las conexiones” (González P). Se encuentra conformado por:

- Conjunto de unidades de procesamiento (neuronas).
- Conexiones entre unidades (Asociación de cada conexión con un peso o valor correspondiente).
- Funciones de salida y activación para cada unidad de procesamiento.

Para ejemplificar mejor se basará en el siguiente gráfico:

³ Artificial Neuronal Network



UNIVERSIDAD DE CUENCA

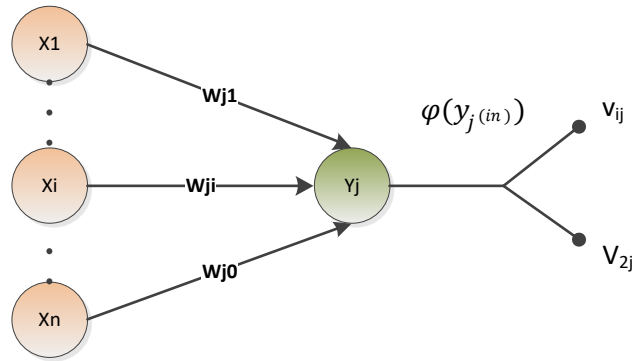


Figura 1. Esquema de neurona. Gráfico de Autor

Se puede observar que las neuronas que se encuentran ahí definidas (x_i) se encuentran enviando diversas señales de entrada que representan a los valores numéricos de “algo” en específico. Los valores denominados w_{ji} representan los pesos sinápticos en las dendritas de y_j . Dentro de la notación notamos que el primer índice denota hacia donde se dirige la información, mientras que, el segundo índice denota de qué neurona precede la información.

La función principal de los pesos sinápticos es de multiplicar a su entrada correspondiente y define la importancia relativa de cada entrada sujeta al ejercicio. Con estos pormenores se puede llegar a decir que la entrada total a la neurona y_j es:

$$y_j^{(in)} = \sum_{i=1}^n w_{ji} x_i$$

Ecuación 1. Entrada total a una neurona

En donde se especifica que el índice (in) denota entrada⁴. La neurona para activarse necesita que su entrada total supere a un determinado “umbral”, para realizar esto se basa fundamentalmente en una función de activación sobre $y_j^{(in)}$, este puede ser una función tipo escalón o sigmoidea, entonces la señal de salida u output y_j sería:

$$y_j = F_i(y_j, y_j^{(in)})$$

Ecuación 2. Función de salida de una neurona

Se puede clasificar a los modelos de ANN's de dos maneras respectivamente:

- **Modelos de tipo biológico.** Son redes que pretenden simular a los sistemas neuronales biológicos así como las funciones auditivas o algunas funciones básicas de visión. El objetivo del modelo de tipo biológico es desarrollar un elemento sintético para poder así verificar las hipótesis que conciernen a los modelos biológicos.
- **Modelos dirigidos a aplicaciones.** Son modelos que se consideran menos dependientes de los sistemas biológicos debido a que son modelos en donde sus arquitecturas se encuentran ligadas muy estrechamente a las necesidades de las aplicaciones. Las redes neuronales poseen un conocimiento sobre el sistema general y no lo hace de una forma completa

⁴ Muchas abreviaturas se realizan acorde a su significado en inglés, en este caso de entrada haría referencia a *input*.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fases de aplicación de ANN's

Se debe definir que las fases de aplicación de las redes neuronales se dividen básicamente en dos partes: fase de aprendizaje o entrenamiento y la fase de prueba.

Fase de entrenamiento. Para esta fase se emplea un conjunto de datos con el fin de determinar los parámetros libres que definen el modelo neuronal. La realización de este modelo ayuda a que, posteriormente, se emplee en la fase de prueba donde se procesan patrones de pruebas reales para así poder dar resultados definitivos.

Fase de prueba. Se encuentra conformada por:

Elementos. Las redes neuronales artificiales se encuentran conformadas por los siguientes elementos:

- **Entradas.** Se puede tener diferentes entradas asociadas a propiedades diferentes.
- **Conexiones (Pesos).** Una entidad tiene asociado un peso denominado también “intensidad de conexión”, que resaltan la importancia de la PE.
- **Función de Activación.** Algunas de las funciones de activación típicas, no lineales se representan por medio de las siguientes figuras:

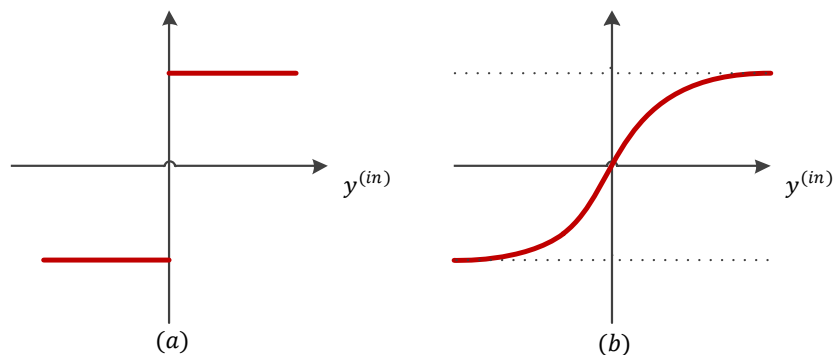


Figura 2. Tipos de función de Activación. Gráfico del Autor

Tanto neuronas como funciones de activación se dividen en dos tipos:

- Bipolares o antisimétricas $-a \cdot y_j \cdot a$ donde $a = 1$
- Binarias $0 \cdot y_j \cdot 1$

Se suele usar como función de activación una relación lineal, por lo general se emplea la función identidad (usada frecuentemente para neuronas de entradas a la red o sensores). Esto se debe a que esperamos que el comportamiento del sensor sea indicar precisamente cuanto se encuentra percibiendo.

Las neuronas pueden ser lineales como no lineales, estas pueden ser representadas por un cuadrado en caso de ser lineales o un círculo, en caso de ser no lineales.

- **Umbrales o inclinación.** Dentro del estudio de la función de activación, existe un parámetro implícito denominado umbral.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- **Función de Salida.** Una vez calculada la activación de un PE, se determina el valor de salida. Para obtener el mismo se aplica la función de salida (transferencia) sobre la activación del PE.

La función de transferencia actúa como un Limitador de Rango Dinámico.

OPTIMIZACIÓN POR MEDIO DE LA UTILIZACIÓN DE PROGRAMACIÓN DINÁMICA ESTOCÁSTICA

La optimización estocástica permitiría:

- Medir y apreciar los riesgos hidrológicos que se observan mediante los datos registrados por los caudales de agua que se envían.
- Anticiparse a acontecimientos futuros, esto quiere decir que por medio de la programación dinámica estocástica se integraría la información de estaciones o periodos de sequía y así se podría evitar el fenómeno de estiaje dentro de la presa.

La optimización de los recursos del agua por medio de gestión de reglas, es adecuada para todo el ciclo hidrológico. Por medio de un método estocástico ayudaría como un método de toma de riesgos. Esto consiste en tomar las decisiones para liberar agua para potencial hidroeléctrico anticipándose a la aparición de una nueva entrada de agua a la presa para un mismo período, lo cual ratifica basarse en una ecuación recursiva. Esto permite optimizar los criterios de desempeño bajo la influencia de riesgo de cantidad de agua dentro de la presa. La propiedad recursiva de esta ecuación se encuentra relacionada con el proceso de iteración deduciendo los pasos anteriores a un tiempo determinado. La ecuación recursiva que se emplearía en este caso se basa a la de Bellman – Massé y es la siguiente (Pabiot, 1999):

$$f_{t,T} = \min_{E(L)} \left\{ c_t + \sum_{j=1}^M P_j(f_t + 1, T) \right\}$$

Ecuación 3. Ecuación de Bellman - Massé

Dónde:

P_j = Probabilidad de una afluencia de agua j entre el tiempo t y $t+1$

$E(L)$ = Conjunto de decisiones

M = Número de clase de afluencia de agua en un tiempo $t+1$

T = Período de estudio (mes, semana, temporada, etc.)

C_t = Es el valor de la función objetivo entre t y $t + 1$, conociendo que la decisión L está tomada. Esto corresponde al costo de la transición entre los niveles de almacenamiento V_t y V_{t+1} .

$F_{t,T}$ = Es el valor de la función de Bellman – Massé en un tiempo $t + 1$. Este corresponde al costo de transiciones para los siguientes saltos de tiempo.

La función C_t expresa los objetivos de la gestión de los recursos hídricos, en el caso de las presas de Molino – Mazar, el objetivo principal consistiría en optimizar la satisfacción de la demanda de agua para la producción hidroeléctrica. El segundo objetivo sería garantizar el nivel mínimo de almacenamiento de agua en la presa. Esto permitiría hacer frente a una escasez probable de agua en el futuro, producto de poca cantidad de lluvias en periodos determinados de tiempo. Con la finalidad de satisfacer las evidentes limitaciones producto de



UNIVERSIDAD DE CUENCA

la falta de lluvias, los criterios de optimización se obtienen mediante la siguiente ecuación (Lebdi, Slimani, & Parent, 1997):

$$C_t = \alpha \left[\sum_{j=1}^M P_j \left(\frac{V_{t+1} - V_{\min}}{V_{\max}} \right)^2 \right] + (1 - \alpha) \left(\frac{L_t - B_t}{B_{\max}} \right)^2$$

Ecuación 4. Ecuación de optimización frente a una posible escasez

Donde:

α = Parámetro de mantenimiento o penalidad

P_j = La probabilidad de ocurrencia de entrada de agua al embalse entre los tiempos t y $t + 1$.

$V_{\min}$ = Volumen mínimo de almacenamiento de agua para mantenerse en la presa.

$V_{\max}$ = Volumen máximo de almacenamiento de agua que puede ser utilizado para producción hidroeléctrica.

L_t = El agua de riego asignados durante el período $[t, t + 1]$

B_t = El volumen de la demanda de agua del período $[t, t + 1]$

$B_{\max}$ = El volumen máximo de demanda de agua durante todo el período.

$V_{\min}$ = Corresponde a un nivel mínimo que se considera suficiente como para satisfacer las necesidades que la planta requiera como base. Por encima de este nivel, se supone que el almacenamiento de volúmenes es suficiente como para satisfacer la producción hidroeléctrica normal. En caso contrario a ello, se debería manejar el consumo de agua embalsada con suma precaución, puesto que con niveles menores al mínimo permitido, se podrá satisfacer únicamente de forma parcial las necesidades hidroeléctricas.

El hecho de mantener como precaución un volumen de agua mínimo, permitiría hacer frente a ocasionales problemas como son el estiaje y sequías. La función de Bellman – Massé $f_{t+1, \tau}$, permitirá deducir este valor como un paso previo para $f_{t, \tau}$, y, de esta manera, asegurar el mejor volumen con el cual realizar la producción hidroeléctrica. Considerando un volumen de entrada al azar a la presa, la gestión sería incierta en un futuro proyectado tanto cercana como lejanamente. Para evitar esto, se utiliza P_j , que define la probabilidad de ocurrencia de entrada de agua al embalse, esto es el método más adecuado para introducir la información disponible relativa a las medidas de un tiempo anterior en el procesamiento de cálculo. La represa de agua para una producción hidroeléctrica asignada, se calcula mediante la siguiente ecuación de balance.

$$V_{t+1} = V_t + A_t - E_t - F_t - L_t$$

Ecuación 5. Ecuación de Balance

El procedimiento de optimización de la programación dinámica estocástica requiere la identificación de las funciones de distribución de la entrada de agua a la presa, la subdivisión de las variables de estado, como son: entrada y almacenamiento de agua, evaluación de las necesidades de agua de producción hidroeléctrica y el establecimiento de modelos de predicción por la pérdida por filtración y evaporación. Por lo tanto, el procedimiento de optimización aplicado puede resumirse de acuerdo a los siguientes pasos:

1. Iniciar en el último tiempo T , donde la función objetivo de Bellman – Massé es tal como $f(T, T) = 0$.
2. Considerar la posibilidad de un volumen V_i arbitrario en el tiempo $T - 1$
3. Bajo esas hipótesis, calcular el costo total de la transición para cada nivel de énfasis, acorde a la asignación de agua para motivos de producción hidroeléctrica.
4. Deducir el valor de la función de Bellman – Massé en el tiempo $T - 1$



UNIVERSIDAD DE CUENCA

5. Repetir los pasos 1 a 4 para todos los volúmenes de agua esperados en el tiempo $T - 1$. Esto permite generar un conjunto de volúmenes óptimos de asignación del agua de riego, así como sus costos de transición para todos los niveles de almacenamiento de agua probable en el tiempo $T - 1$: $f_{v1}(T-1, T, \dots, f_{v\max}(T - 1, T))$
6. El mismo procedimiento se repite para los anteriores saltos de tiempo: $T - 2, T - 3, T - 4$, etc.

Proceso de simulación

La técnica de operación mediante la programación dinámica estocástica permite estimar los volúmenes de agua utilizada para transformación eléctrica evitando caer en penalizaciones que se encuentren acordes a un criterio fijo. Este criterio dependería del valor atribuido al parámetro α de la Ecuación 4. Incluso si la norma de gestión de agua funciona de manera óptima, el nivel de almacenamiento de agua podría llegar a un posible estado de fallo. De acuerdo con el valor de α , este posible estado de falla podría llegar a tener amplitudes diferentes. La idea es entonces calibrar el estado del agua para un manejo óptimo de los recursos para varios valores de α y para así poder identificar a sus posibles incidencias en el nivel de almacenamiento de la misma, posteriormente se analizan estos hechos en función de α . Esto se hará mediante la simulación del funcionamiento del yacimiento. Los datos recaudados deberían basarse en tres incidentes básicamente (Pabiot, 1999).

- La falta total de almacenamiento de agua, esto implica que el volumen de agua almacenada en la presa llega a alcanzar un nivel alarmantemente bajo. Este volumen de agua no puede ser utilizado para el riego.
- El derrame de agua, el volumen de agua que pasa por el embalse, tras el ingreso de agua.
- La demanda para producción hidroeléctrica, más no la satisfacción que se produce cuando el volumen de agua que la presa distribuye no cumple con las mismas.

Los mencionados incidentes se podrían llegar a cuantificar, considerando los índices de rendimiento que se definen a continuación:

- El riesgo (frecuencia) que corresponde a la probabilidad de tener un déficit total, esto quiere decir, un desbordamiento o una demanda que no puede ser satisfecha. Por lo tanto, se podrían definir tres diferentes índices de rendimiento:
 - Riesgo de escasez total (PI_1).
 - Riesgo de desbordamiento (PI_2)
 - Riesgo de no satisfacción a una determinada demanda de producción (PI_3)

PI_1 se expresa por la probabilidad de tener en la presa un nivel alarmantemente bajo, por otra parte, PI_2 representa la probabilidad de tener un exceso de agua en la presa; finalmente, PI_3 expresaría la probabilidad de no satisfacer la demanda de producción.

- La vulnerabilidad (intensidad) que mide cuan severo es en promedio un incidente. Aquí se considerarían dos índices de rendimiento:
 - Vulnerabilidad de desbordamiento (PI_4)
 - Vulnerabilidad de no satisfacción de demanda de producción (PI_5)



UNIVERSIDAD DE CUENCA

PI_4 se expresa por el promedio del volumen de agua que pasa a través del aliviadero (promedio de volumen de agua de inundación). PI_5 se expresa en cambio, por el promedio del volumen de la demanda de riego no satisfecha.

- La capacidad de recuperación (a largo plazo) que es la duración media de tiempo entre la entrada del sistema en un estado anormal (sea desbordamiento o escasez total) y su retorno en un estado satisfactorio. La capacidad de recuperación consistiría en que tan rápido el sistema regresaría a un estado satisfactorio (Duckstein, 1992). En este estudio se plantearía dos indicadores de rentabilidad, la capacidad de recuperación de la escasez total (PI_6) y la resistencia de desbordamiento (PI_7)

Así, el objetivo de la simulación es el cálculo de estos índices de desempeño anterior y para identificar la matriz óptima de la distribución del agua entre las calculadas para varios valores de α en el procedimiento de optimización.

OPTIMIZACIÓN POR MEDIO DE LA UTILIZACIÓN DE PROGRAMACIÓN LINEAL

La producción de hidroenergética requiere de niveles altos del embalse para una eficiente operación de las turbinas, el problema radical se en las épocas de sequías o estiajes que son bien marcados en la cuenca del Río Paute. Es por esta razón que el déficit de agua podría ser distribuido de diversas maneras durante todo el año.

En caso de tener varios embalses también existe la disyuntiva en decidir cuál de ellos debería abastecer las demandas y cuál de ellos debería mantener la cantidad de agua, precisamente por ello se diseñó a los embalses de Molino - Mazar de tal forma que permitan a Mazar tener la funcionalidad de almacenamiento de agua, mientras que a Molino la función de producción de energía hidroeléctrica.

La programación lineal es una herramienta que permite resolver problemas de optimización que se caracterizan por tener como función objetivo y restricciones, las combinaciones lineales de las variables de decisión.

Variables de decisión. Para resolver un problema de programación lineal, se debe comenzar definiendo las variables de decisión relevantes. En un modelado de programación lineal, las variables de decisión deben ser capaces de describir completamente las decisiones que puedan ser tomadas y todas las variables que existan.

A veces es necesario incluir variables que si bien no podemos ejercer una decisión directa sobre ellas, sirven como una herramienta auxiliar para plantear restricciones o para escribir nuestra función objetivo (Goic, Modelamiento de Problemas de Programación Lineal con Variables Continuas).

Antes de definir las variables de decisión, es importante definir cuáles son las unidades relacionadas con ese problema, en nuestro caso se tomarían los datos de ingresos de caudal, datos históricos, dimensiones del embalse, volumen del mismo, etc.

Función Objetivo. En un problema de programación lineal, se deben tomar dos tipos de decisiones, o bien maximizar o minimizar cierta función de las variables de decisión. La función de maximizar o minimizar se denomina función objetivo. Se debe anotar también que el coeficiente que acompaña a la función objetivo de la variable y refleja al aporte unitario de dicha variable a la función objetivo.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

En general se podría decir que en un problema de optimización se intenta encontrar el mejor valor para algo. Es por ello que necesitaremos especificar el criterio con el que concluiremos que una solución es mejor que otra. Para esto deberemos definir una función que vaya de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}$ en la que, una combinación de variables será mejor que otra si produce un menor valor de la función en caso de que deseáramos minimizar y generara un mayor valor en caso de maximización. Como ejemplo típico de funciones objetivos se encuentran dados por la maximización de utilidades con una minimización de costos, las cuales deben encontrarse escritos en función a las variables del problema (Goic, Modelamiento de Problemas de Programación Lineal con Variables Continúas).

Restricciones. El valor de las variables que se emplean en la función objetivo vienen definidas por las denominadas restricciones, esto permite acortar al ejercicio en función de políticas que se han definido al momento de realizar un determinado enunciado de un problema dado. Estas vienen dadas o planteadas como desigualdades, por esta razón, el valor que aparece a la derecha del signo de la desigualdad en cada restricción se denomina **coeficiente del lado derecho** (RHS⁵). Usualmente representa la cantidad disponible de cierto recurso.

Se debe tener claro que en un problema de optimización, se deberá buscar combinaciones de variable de decisión que permitan generar un óptimo valor de la función objetivo, sin embargo en la práctica, nuestro problema se encuentra limitado por un gran número de restricciones físicas y técnicas. Es por esta razón que en el planteamiento de nuestro problema se deberán especificar que limitantes tienen los valores que puedan tomar variables de decisión. En síntesis, al momento de generar las restricciones, se escribirán matemáticamente las limitaciones que la naturaleza impone al momento de solventar nuestro problema (Goic, Modelamiento de Problemas de Programación Lineal con Variables Continúas).

Optimización de problemas no lineales (Goic, Optimización de Problemas no Lineales)

Se debe considerar al momento de tocar el tema de la optimización no lineal, que en la vida real no siempre surgen problemas relacionados con la programación lineal. Para poder enfrentar este problema, se deben cumplir ciertos criterios de optimalidad, estos refieren a que para que un punto factible resulte ser óptimo, este no debe ser mejor en una vecindad del punto, este criterio toma formas más especializadas para estructuras más específicas.

Métodos de descenso. Dentro del marco de optimización sin restricciones, pueden existir métodos iterativos que nos permitan llegar a óptimos locales (puntos estacionarios). Por simplicidad se analizará un problema de minimización dado que el problema de maximización es análogo: $\min f(\vec{x})$.

Método del gradiente. Este método se basa en que la dirección de máximo ascenso se encuentra dado por su gradiente y por lo tanto la de mayor descenso se encuentra definida por la resta del gradiente. La fórmula de recursión sería la siguiente:

$$\vec{x}_{k+1} = \vec{x}_k - \lambda_k \cdot \nabla f(\vec{x}_k)$$

Ecuación 6. Ecuación del Método del gradiente

⁵ RHS. The constraint's right-hand side. Nota del Autor



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Método de Newton. Para poder realizar este método, nos basamos en una aproximación de Taylor de segundo orden de la función objetivo. Luego esta aproximación se minimiza igualando su gradiente a cero. A partir de esto, se llegaría a la siguiente forma de recursión:

$$\vec{x}_{k+1} = \vec{x}_k - \{H_f(\vec{x}_k)\}^{-1} \cdot \nabla f(\vec{x}_k)$$

Ecuación 7. Ecuación de recursiva del método de Newton

Observaciones:

1. En ambos métodos la condición de término viene dada por $\nabla f(\vec{x}_k = \vec{0})$, partiendo de sus fórmulas de recursión,
2. Se debe observar que en el método del gradiente, nos acercamos tomando un patrón de zig-zag para acercarnos de esta manera al óptimo puesto que los gradientes de iteraciones sucesivas son ortogonales.
3. Se debe notar que en el método de Newton, para polinomios de segundo grado se alcanza el óptimo en una iteración dado que la aproximación de Taylor coincide con la función.

Optimización Restringida

Dentro de un marco de optimización con restricciones se observará que la condición $\nabla f(\vec{x}_k = \vec{0})$ no nos sirve pues el óptimo puede estar en la frontera de nuestro espacio de soluciones factibles donde ella no necesariamente cumple. Así surge la condición de KKT.

Condiciones de Karush Khun-Tucker (KKT)

Condición necesaria de KKT. Para que $\vec{x}^*$, como un punto factible sea un mínimo local del problema se debería cumplir:

$$\begin{aligned} \min f(\vec{x}) \\ \text{s. a } g_i(\vec{x}) \leq 0 \quad i = 1 \dots m \end{aligned}$$

Ecuación 8. Condición necesaria de KKT

Debe necesariamente cumplir que existan $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m \leq 0$ tales que:

$$\begin{aligned} \nabla f(\vec{x}^*) + \sum_{i=1}^m \mu_i \cdot g_i(\vec{x}^*) &= 0 \\ \mu_i \cdot g_i(\vec{x}^*) &= 0 \quad \forall i = 1 \dots m \end{aligned}$$

Ecuación 9. Restricciones de KKT

Condición suficiente de KKT. Si $f(\vec{x}^*)$ y $g_i(\vec{x}^*)$ son convexas (por ejemplo $H_f(\vec{x}^*)$ semidefinido positivo), entonces la condición necesario de KKT se transforma en suficiente. En otras palabras, en un problema en que las funciones son convexas, un punto que cumple con KKT se podría considerar como un mínimo global.

OPTIMIZACIÓN POR MEDIO DE LA UTILIZACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Los algoritmos genéticos son “métodos sistemáticos para la resolución de problema de búsqueda y optimización que aplican a estos mismos métodos de la evolución biológica: selección basada en la población, reproducción sexual y mutación” (Merelo).

A los algoritmos genéticos se los denomina como métodos de optimización, que tratan de solventar un conjunto de problemas, es decir, hallar $(x_1, \dots, x_n)$ tales que $F(x_1, \dots, x_n)$ sea máximo. En un algoritmo genético, $(x_1, \dots, x_n)$ se codifican en un cromosoma, que tiene toda la información necesaria para resolverlo (o toda la información que no se encuentra implícita). Absolutamente todos los operadores utilizados por un algoritmo genético se aplicarán sobre los cromosomas definidos, o sobre poblaciones producto de ellos. En el algoritmo genético va implícito el método para resolver el problema; son solo parámetros de tal método los que están codificados, a diferencia de otros algoritmos evolutivos como la programación genética.

Las soluciones resultantes codificadas en un cromosoma llegan a “competir” para ver cuál resultaría ser la mejor solución (esto no necesariamente quiere decir que sería la mejor de todas las soluciones posibles). El “ambiente” constituido por las otras soluciones, ejercerá una selección sobre la población, de forma que sólo los mejor adaptados (aquellas soluciones que resuelvan mejor el problema) sobrevivan o hereden su material genético a las siguientes generaciones. Análoga a la evolución, la diversidad genética se introduce mediante mutaciones y reproducción sexual.

Por lo tanto, un algoritmo genético se podría resumir en lo siguiente: hallar los parámetros de los cuales depende el problema, codificar estos en un cromosoma, aplicar los métodos de la evolución: selección y reproducción sexual con intercambio de información y mutaciones que generan diversidad.

Codificación de las variables

Una codificación correcta es la clave de una buena resolución del problema. Generalmente, la regla heurística que se utiliza es la llamada Regla de los Bloques de Construcción, es decir, los parámetros que se encuentren relacionados entre sí deben estar cercanos en el cromosoma.

El esquema de representación o de codificación de las variables, es quien permite definir la correspondencia de los cromosomas con las soluciones del problema. Para diseñar un esquema de representación, se deben realizar los diversos parámetros que identifican las soluciones, para luego codificar estos parámetros dentro del cromosoma.

La representación aquí explicada se denomina “binaria” ya que cada posición del cromosoma contiene un bit. Esta representación ha sido propuesta por los primeros autores y que todavía es ampliamente utilizada (Goldberg, 1989) (Cole, 1998) (Falkenauer, 1999). El funcionamiento de los algoritmos genéticos se encuentra basado en lo que se denomina la “hipótesis de los bloques constructores” (Goldberg, 1989). Dicha hipótesis exige que los cromosomas se compongan por bloques significativos que codifiquen las características de la solución lo más independientemente posible.

Generación de la población inicial

La población inicial debe tener cromosomas que se encuentren bien dispersos por el espacio de soluciones. La manera más rápida y sencilla para cumplir con este objetivo es elegir



UNIVERSIDAD DE CUENCA

cromosomas al azar. El uso de una heurística (Bezdeck, 1994) permite ayudar a generar una población inicial compuesta de soluciones de calidad mediana, ahorrando tiempo al proceso de evolución, siempre y cuando se garantice una dispersión suficiente para la búsqueda.

Función de Adaptación

La función de adaptación permite proveer la presión que hace evolucionar a la determinada población hacia cromosomas más aptos, por lo que realizar una buena definición de esta función resulta ser primordial para un correcto funcionamiento del algoritmo. Las soluciones cercanas a la óptima deben obtener valores altos, y la función debe ir disminuyendo a medida que los cromosomas representan soluciones cada vez más distantes de la óptima.

También resulta importante tener en cuenta otro punto trascendental que en el diseño de la función de adaptación vendría a ser la escala (Goldberg, 1989).

Esto se puede subsanar aplicando una función de escala a la función de adaptación. Podría solucionar la determinación de la función de escala lineal que permite calcular la nueva función de adaptación f' a partir de la función de adaptación f usando la transformación lineal $f' = a.f + b$, donde las constantes " a " y " b " se eligen de forma tal que el promedio de las dos funciones resultaría ser el mismo, y que el máximo para la función f' asegure la diferencia de probabilidades deseada entre los elementos más aptos y el promedio.

Selección

La selección de los individuos que van a reproducirse se realiza por medio de un operador de selección. El operador de selección realiza el escogimiento basándose en los valores de adaptación de los individuos a analizarse. Hay distintos operadores de selección que podrían llegar a utilizarse (Miller, 1995), se pasará a describir los más importantes.

Selección por ruleta

De todos los operadores resulta ser uno de los más simples (Goldberg, 1989). Los cromosomas se colocan en segmentos continuos sobre una línea, de tal manera que el segmento para cada individuo sea de tamaño proporcional a su valor de aptitud, aparte de ello se debe considerar que la suma de las longitudes de los segmentos sea igual a 1.

Selección acorde al ranking

Dentro de este operador de selección, los cromosomas se ordenan acorde a sus valores para la función de adaptación. Luego, se seleccionan para la reproducción a los primeros m cromosomas (de acuerdo a como resulte necesario). Dado que las probabilidades de ser elegido de cada individuo dependen solamente de su posición relativa respecto a los demás y no del valor absoluto de aptitud, este operador no requiere que se apliquen las técnicas de escala de la función de adaptación.

Selección por torneo

Como pudimos notar anteriormente, el operador de selección basado en el ranking seleccionará siempre a los mejores individuos dentro de una población; mientras que, en la selección por ruleta, si no es aplicada ninguna función de escala, se realiza una presión



UNIVERSIDAD DE CUENCA

selectiva muy alta cuando las aptitudes de los individuos son variadas, y muy baja cuando las aptitudes son parecidas (Goldberg, 1989). El operador de selección por torneo permite controlar de manera idónea la presión selectiva del algoritmo genético, siendo a la vez de fácil implementación. En este esquema, se toman T^6 individuos al azar de la población, estos son seleccionados para una siguiente fase de reproducción, con probabilidad p que va generalmente entre 0,7 y 0,8. Aquel que tenga el mayor valor de la función de adaptación.

Los parámetros T y p permiten regular la presión selectiva. Mientras mayores sean dichos valores, mayor es la presión selectiva. En el caso extremo de que p sea igual a 1 y T resulte igual al tamaño de la población, el algoritmo genético solamente seleccionará al mejor individuo de la población. En el otro extremo, si T es igual a 1, se logra la presión selectiva más baja ocasionando que los cromosomas se seleccionen al azar.

Manteniendo estos parámetros constantes, se logra una presión selectiva que resulta ser independiente de los valores absolutos de aptitud de la población, y no se requiere la aplicación de funciones de escala sobre la función de adaptación.

Reproducción

La fase de reproducción se desarrolla a través de un operador de reproducción. Dicho operador de reproducción es quién se encarga de transferir el material genético de una generación a la siguiente brindando a la búsqueda de soluciones mediante algoritmos genéticos su característica más distintiva (Falkenauer, 1999).

Se dice que en el predecesor se “recombinan” las características de los padres. Si las características se heredasen en bloques significativos, se tiene la esperanza de que un hijo que recombina características de buenas soluciones sea una buena solución, superando inclusive a sus padres (Falkenauer, 1999).

Mutación

La mutación de cromosomas al igual que la generación de la población inicial es quién se encarga de proveer al sistema de material genético. La mutación se implementa mediante un operador de mutación. El operador de cruza permite generar nuevas soluciones por medio del intercambio de los bloques de las soluciones existentes, pero sin el operador de mutación, el algoritmo genético no tendría forma de crear nuevos bloques.

Este es el operador que permite que la exploración del espacio de búsqueda sea amplia. El operador de mutación trabaja a nivel de bloque dentro de los cromosomas, realizando cambios aleatorios de acuerdo a una probabilidad P_M^7 . La naturaleza del cambio dependería en su totalidad de la composición de los bloques de los cromosomas.

Si cada bloque es un bit⁸, el único cambio posible es invertir su valor. Si los bloques son números reales, la modificación podría ser la suma o sustracción de un pequeño valor aleatorio.

Ingreso de los hijos dentro del Universo de la Población

⁶ T = Tamaño del torneo, se escoge por lo general a dos o tres individuos. Nota del autor.

⁷ P_M . Probabilidad de Mutación. Nota del Autor.

⁸ Codificación binaria. Nota del Autor.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

El ingreso de hijos consiste en incorporar a nuevos cromosomas en la población. Los métodos de reinserción son diferentes acorde a la cantidad de cromosomas generados sea menor, igual o mayor que la cantidad de elementos existentes en la población.

Criterios para la terminación de un algoritmo genético

El criterio de terminación de un algoritmo genético es quién se encarga de definir el momento en el cual se debe parar el ciclo de evolución y adoptar el cromosoma más apto como la solución encontrada por el algoritmo genético.

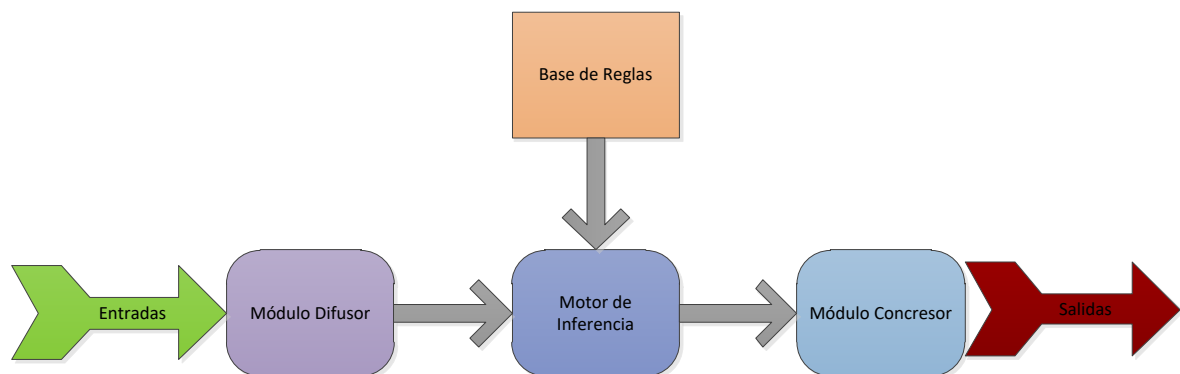
OPTIMIZACIÓN POR MEDIO DE LA UTILIZACIÓN DE LÓGICA DIFUSA

Es un tipo de algoritmo que tiene información de entrada, esta ingresa en un motor de inferencia, para el que se han establecido una serie de reglas y que generan resultados numéricos concretos (Portilla, 2002). Los datos de entrada y de salida resultan ser datos concretos, aunque dentro de la estructura de los Sistemas de Lógica Difusa, se encuentran representados por medio de una variable lingüística. Al conjunto de variables de entrada se las denomina universo de entrada, mientras que al conjunto de las variables lingüísticas de salida, se le conoce como universo de salida.

Los Sistemas de Lógica Difusa han llegado a ser una poderosa herramienta para la modelación de sistemas en los que se requiere analizar y procesar, de una forma integrada, información lingüística proveniente de opinión de expertos e información numérica proveniente del trabajo de campo y ensayos de laboratorio.

Esta herramienta permite modelar los diferentes procedimientos del razonamiento humano, el cual, por su carácter cualitativo, involucra siempre un nivel de incertidumbre, esto se ve reflejado en los resultados del proceso de evaluación de los diversos fenómenos donde puedan llegar a aplicarse a los sistemas dinámicos basados en la lógica difusa (Portilla, 2002).

Un Sistema de Lógica Difusa, se puede llegar a comprender como una estructura que se encuentra basada en los conceptos y procedimientos de la teoría de la lógica difusa y conjuntos difusos. Se encuentra formado por cuatro componentes estructurales: Módulo Difusor, Base de Reglas, Motor de Inferencia y Módulo Concesor, este tipo de Sistema se lo conoce también como Sistemas tipo Mamdani (Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, 1975).





UNIVERSIDAD DE CUENCA

Figura 4. Estructura de un Sistema de Lógica Difusa tipo Mamdani

Módulo Difusor. El módulo difusor de manera siguiente a las entradas que tomarían un valor de X y produce un conjunto difuso por cada una de ellas, esto quiere decir, el grado de pertenencia a cada uno de los términos lingüísticos. A través de las entradas se genera un conjunto difuso por cada uno de los anteriormente citados que se encuentran involucrados que tiene una función de pertenencia cuya forma puede ser distinta para cada variable de entrada. Este componente es conocido también como fusificador.

La estrategia usualmente empleada consiste en crear un conjunto tipo *singleton*⁹ cuya función de pertenencia $\mu(x)$ tiene un valor de 1 para un valor concreto de entrada o 0 para cualquier otro valor.

Base de reglas. Son el conjunto de proposiciones lógicas que se generan a partir de la experiencia o de la relación y análisis de datos numéricos. Estas tienen la siguiente forma:

$$\text{if } (x_1 \text{ and } x_2 \text{ and } x_3 \text{ and } \dots \text{ and } x_n,) \text{ then } (y_1 \text{ and } y_2 \text{ and } y_3 \text{ and } \dots \text{ and } y_n,)$$

Ecuación 10. Ejemplo de reglas de inferencia

No se pueden establecer valores de Y , que posean las mismas combinaciones de X . La Base de reglas resultarían ser sentencias simples o compuestas que puedan darse en el sistema.

De manera opcional, las etiquetas de las entradas pueden ser modificadas por algún modificador lingüístico (mod_n). Este es un número real positivo que se emplea como exponente de una función de pertenencia de la etiqueta respectiva. Para entender este modificador, se determina que si es menor que uno se lo identifica como *poco*; y, en caso de ser mayor que uno, se lo identifica como *mucho*.

Motor de inferencia. Dentro del motor de inferencia se toma la base de reglas y se define cuáles se encuentran consideradas de acuerdo a las posibles combinaciones de las entradas X . Cada una de ellas se procesa según la implicación predeterminada en el diseño del sistema de lógica difusa, dando un conjunto difuso resultante y, finalmente, lo opera con el respectivo término lingüístico del universo de discurso de la variable de salida, esto permite generar un corte o conjunto difuso de salida (García López).

Módulo Concesor. Este módulo recibe los diferentes conjuntos difusos de salida o cortes producidos por el motor de inferencia, estos son procesados y mediante un algoritmo produce un valor concreto de salida (y^*), que es la salida final del Sistema de Lógica Difusa. El concesor más utilizado que permite obtener el valor concreto de salida a partir del conjunto difuso final, es el denominado centro de gravedad ($\bar{y}$), una vez que se encuentre el centro de gravedad, se proyecta sobre el eje del universo de discurso y donde este sea cortado se encontrará el valor de y^* .

Ciertos algoritmos de concreción efectúan lo que se conoce como la “agregación” de los m conjuntos difusos, esto se realiza usualmente por medio de la unión o la intersección de estos conjuntos.

Características generales

⁹ Conjunto Singleton o Conjunto Unitario. Conjunto cuya cardinalidad es igual a uno.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Acorde a los siguientes autores (Rutkowska, 2002), (Nauck, Klawonn, & Kruse, 1997), (Jang, Sun, & Mizutani, 1997), (Martín del Brío & Sanz, 2001) y (Kosko, 1992) se desarrollan las siguientes características generales de los Sistemas de Lógica Difusa:

Funciones de Pertenencia. Proporcionan a cada elemento de X un grado de membresía al conjunto difuso (denominado "Conjunto A^{10} "). El valor de esta función se encuentra en el intervalo entre 0 y 1, siendo 1 el valor para máxima pertenencia. En caso de que el valor de esta función fuera únicamente 0 y 1, se tendría un conjunto clásico, o no-difuso.

Esta función no es única. Las funciones utilizadas más frecuentemente son las de tipo trapezoidal, singleton, triangular (T), tipo S, exponencial, tipo π (forma de campana).

Centro. Dentro de un conjunto difuso A , se denomina centro al conjunto de todos los puntos para los cuales la función de pertenencia ($\mu_A(x)$) es igual a 1.

Normalidad. Se dice que un conjunto difuso es normal si existiese siempre un punto para el cual la función de pertenencia es 1, es decir el centro no está vacío.

Apoyo. En un conjunto difuso A , apoyo es el conjunto de todas las entradas x para los cuales la función de pertenencia ($\mu_A(x)$) es mayor que cero.

Convexidad. Un conjunto denominado convexo si y solo si para cualquier $x_1, x_2 \in X$ y cualesquiera $\lambda \in [0, 1]$ y además se cumple que $\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$. Se puede decir entonces que un conjunto es convexo si todos sus conjuntos de nivel α son convexos.

Puntos de corte. Son los puntos del conjunto difuso para los cuales $\mu_A(x) = 0.5$

Anchura de conjuntos difusos normales y convexos. Se encuentra definido como la distancia entre dos únicos puntos de cruce $Ancho(A) = |x_2 - x_1|$, donde $\mu_A(x_1) = \mu_A(x_2) = 0.5$.

Conjunto α -corte. El conjunto del corte alpha de un conjunto difuso A está conformado por todas las entradas x para las que se cumple que $A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\}$.

Conjunto α -corte marcado. El conjunto del corte alpha marcado de un conjunto difuso A son todos los puntos x para los que se cumple $A'_\alpha = \{x | \mu_A(x) > \alpha\}$.

Conjunto difuso simple o singleton. Es el conjunto difuso para el cual el apoyo es únicamente un punto, dentro del cual el valor de pertenencia es 1.

Números difusos. Es un conjunto difuso que se encuentra en la recta real (R) que cumple con las condiciones de normalidad y convexidad, la función de pertenencia es continua en intervalos mientras que el centro del conjunto difuso consiste de un único valor.

Intervalo difuso. Un conjunto difuso es un intervalo difuso siempre y cuando en la recta real (R) se satisface las condiciones de normalidad y convexidad y la función de pertenencia es continua en intervalos.

¹⁰ Nomenclatura ampliamente utilizada acorde a la presente investigación. Nota del Autor.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Simetría. Un conjunto difuso es simétrico en caso de que alrededor de un punto $x=c$ se cumple que $\mu_a(c+x) = \mu_a(c-x)$, para todo $x \in X$.

Conjunto difuso cerrado. Se dice que un conjunto difuso A es cerrado si cumple que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_a(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_a(x) = 0$

Conjunto difuso abierto a la izquierda. Se dice que un conjunto difuso A es abierto a la izquierda si cumple que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_a(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_a(x) = 1$.

Conjunto difuso abierto a la derecha. Se dice que un conjunto difuso A es abierto a la derecha si cumple que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_a(x) = 1$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_a(x) = 0$.

Operaciones básicas posibles entre conjuntos difusos

En los conjuntos difusos son permitidas de aplicar las tres operaciones básicas de los conjuntos clásicos que son la unión, intersección y complemento. Aparte de realizar operaciones entre ellos también se puede aplicar operadores sobre un conjunto difuso, como es el caso de la concentración y la dilatación.

Unión. Como producto de la unión de los conjuntos difusos A y B se obtiene el resultante conjunto difuso C , y se escribe como $C = A \cup B$, o $C = A$ **OR** B , su función de pertenencia está dada por $\mu_c(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$.

Intersección. Como producto de la intersección de los conjuntos difusos A y B se obtiene el resultante conjunto difuso C , y se escribe como $C = A \cap B$, o $C = A$ **AND** B , su función de pertenencia está dada por $\mu_c(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$.

Complemento. Se encuentra denotado por $\bar{A}$ y se escribe como $\neg A$, o **NOT** A , se define como $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$.

Producto Cartesiano. Si A y B son conjuntos difusos en X y Y , el producto cartesiano de los conjuntos $A \times B$ en el espacio $X \times Y$ tiene la función de pertenencia $\mu_{A \times B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$.

Co-producto Cartesiano. $A + B$ en el espacio $X \times Y$ tiene la función de pertenencia $\mu_{A+B}(x, y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y))$.

Dilatación. Es un modificador del conjunto difuso A , que permite ensanchar la función de pertenencia.

$$\mu_{Dilat(A)}(X) = (\mu_A(X))^{0.5}, \quad \text{para } x \in U$$

Ecuación 11. Ecuación de dilatación del conjunto difuso A

Concentración. Es un modificador del conjunto difuso A , que permite hacer más estrecha la función de pertenencia.

$$\mu_{Conc(A)}(X) = (\mu_A(X))^2, \quad \text{para } x \in U$$

Ecuación 12. Ecuación de concentración del conjunto difuso A



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Norma. Para un conjunto difuso A , se da que:

$$\mu_{Norma(A)}(X) = \frac{\mu_A(x)}{\max[\mu_A(x)]}, \quad \text{para } x \in U$$

Ecuación 13. Ecuación para verificación de Norma de conjunto difuso

Desfusificación

Los problemas que se encuentran basados en conjuntos difusos tienen su origen por medio de la utilización de calificaciones lingüísticas. Una vez que se han formado los conjuntos difusos correspondientes a un determinado problema es necesario obtener una respuesta de estos. En la mayoría de casos es importante que esta respuesta no sea difusa por lo que se la debe transformar en una respuesta que no sea difusa. Para conseguir ello se han propuesto varios métodos para lograr esta transformación. El método de desfusificación debe ser escogido de acuerdo con la aplicación que se desea hacer (Jang, Sun, & Mizutani, 1997). A continuación la descripción de algunos de estos métodos.

Centro de Gravedad. Por medio de este método se tiene en cuenta información relacionada con la función de pertenencia μ_B . Para esto se toma la media de todos los pesos.

$$y_0(B) = \frac{\sum_{y \in B_{\max}} y \mu_B(y)}{\sum u_b(y)}$$

Ecuación 14. Ecuación de centro de gravedad

Centroide de Área. Consiste en hallar para cada conjunto difuso su área y la ubicación del centroide de la misma. El valor desfusificado es el resultado del cociente entre el producto entre las sumatoria de los productos de las áreas con sus centroides respectivos y la sumatoria de las áreas.

$$\text{Valor desfusificado} = \bar{X} = \frac{\sum A_i \bar{x}_i}{\sum A_i}$$

O en su defecto:

$$\text{Centroide de Área} = \frac{\int_x \mu_A(x) x dx}{\int_x \mu_A(x) dx}$$

Ecuación 15. Ecuaciones de búsqueda de centroide de área

Procedimiento Máximo. Dentro de este método se supone que la función de pertenencia tendría únicamente un punto máximo simple, se toma el valor de desfusificación en este punto máximo.

$$y_0(B) = \arg \max \{ \mu_B(y) | y \in Y \}$$

Ecuación 16. Ecuación de Procedimiento de Área

Dado el caso que la función de pertenencia de la salida posea varios puntos máximos, se crea un grupo ($B_{\max}$) con dichos puntos que serían considerados como las soluciones óptimas.

$$B_{\max} = \{ y \in Y | \mu(y) = \max_{z \in Y} \mu_B(z) \}$$

Ecuación 17. Grupo de puntos de salida



UNIVERSIDAD DE CUENCA

A través de este grupo de máximos se debe obtener un único punto. Esto puede ser realizado de hacer de varias formas. Un método es escoger aleatoriamente un punto óptimo donde se supone que todas las soluciones son igualmente buenas, pero es preferible que sea un punto en la mitad del conjunto de soluciones. La solución puede hallarse también por medio del valor medio del conjunto, si este es un conjunto finito.

$$y_0(B) = \frac{\sum_{y \in B_{\max}} y}{N}$$

Ecuación 18. Conjunto de búsqueda de conjunto punto óptimo

En donde N es el número de elementos en el conjunto.

Reglas difusas If – Then

De manera análoga a la lógica clásica, la lógica difusa se ocupa del razonamiento formal con proposiciones, pero se diferencia en que los valores de las proposiciones pueden tener valores intermedios entre verdadero y falso. El concepto de “*variable lingüística*” fue un peldaño al concepto de reglas difusas IF - THEN, dado que estas son la base para la lógica difusa que a menudo es utilizada en aplicaciones prácticas (Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, 1975), (Rutkowska, 2002) y (Zadeh, Fuzzy logic and the calculi of fuzzy rules and fuzzy graphs: a precis, Multiple Valued Logic. Vol 1, 1996). El concepto de reglas difusas es importante cuando las dependencias descritas por estas reglas no son precisas o cuando no se requiere un alto grado de precisión (Rutkowska, 2002).

Como en la lógica se emplea a menudo la síntesis “ x es A ” la cual es llamada premisa, mientras que “ y es B ” es llamada la conclusión o consecuencia. Este tipo de reglas puede ser utilizado para modelar y analizar un sistema.

Varios métodos para calcular la relación $R = A \rightarrow B$ han sido propuestos. R puede ser visto como un conjunto difuso con una función de pertenencia en dos dimensiones, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\mu_R(x, y) = f(\mu_A(x), \mu_B(y)) = f(a, b)$$

Ecuación 19. Función de pertenencia en dos dimensiones

Razonamiento difuso

También conocido como razonamiento aproximado es un procedimiento de inferencia que permite obtener conclusiones con reglas IF - THEN por medio del empleo de conjuntos difusos (Jang, Sun, & Mizutani, 1997). Siendo A , A' , y B conjuntos difusos que pertenecen a X , X , y Y respectivamente; se asume que la implicación difusa $A \rightarrow B$ es expresada como una relación R en $X \times Y$. El conjunto difuso B inducido por “ x es A ” y la regla difusa “IF x es A THEN y es B ” están definidos como:

$$\begin{aligned} \mu_{B'}(y) &= \max_x \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)] \\ &= \mathbf{v}_x[\mu_{A'}(x) \wedge \mu_R(x)] \end{aligned}$$

Ecuación 20. Ecuación de conjunto difuso B



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Como se ha visto anteriormente, de acuerdo al problema que se desea resolver se han desarrollado diferentes reglas para el razonamiento difuso, en las cuales se puede variar el número de antecedentes y de consecuencias. Se emplea también diferentes operadores para relacionar los conjuntos difusos como el AND, OR, implicación, defusificación, etc.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

CAPÍTULO 2

Comparación de métodos de investigación de operaciones para el control de embalses

Para el control de embalses se han definido en el desarrollo de la presente tesis cinco modelos y técnicas que permitirán obtener resultados óptimos, se analizará a continuación cuáles son las ventajas de realizar cada uno de ellos a partir de casos de éxitos implementados en represas hidroeléctricas en diversas partes del mundo.

Cómo se ha podido ya observar, la utilización de investigación de operaciones ha permitido aumentar potencialmente la toma de decisiones en cuanto se refiere a la temática de operación de embalses. Se han podido analizar diversas metodologías como es la programación dinámica (Sharif & Wardlaw, 2000) donde se demuestra que posee el modelo una gran flexibilidad al momento de escoger la función objetivo, además sus conclusiones muestran que la desviación en la consecución del óptimo, en un problema de optimización de operación de un sistema de embalses, no resulta significativa, ofreciendo claras ventajas a las posibilidades que pueden llegar a ofrecer, entre las cuales cabe mencionar que no requiere discretización de variables ni aproximaciones sucesivas en la función de su objetivo o en su derivada como tal. También se puede notar otras facilidades importantes en lo que se refiere a las restricciones del problema brindando una solución flexible en cuanto a la formulación del mismo como a la optimización del consumo energético a un sistema de embalses



UNIVERSIDAD DE CUENCA

multipropósito, esto refiere prácticamente a la generación de energía como al suministro para riego, apareciendo este último como una restricción en la operación (Nanandal, 2003).

Dentro de los parámetros a revisar en los diferentes casos de éxito que aplican las metodologías aplicadas se revisarán:

- Número de variables
- Nivel de complejidad
- Coste computacional
- Análisis de sensibilidad

Estos puntos se definirán en cada uno de los métodos indicando sus posibles debilidades y potenciales fortalezas para la toma de decisiones en lo que refiere a la optimización de embalses.

Análisis de la aplicación de Redes Neuronales para la optimización de embalses.

El empleo de las redes neuronales artificiales, acorde a las investigaciones citadas (Dölling, 2003) (Dolling, Oviedo, & Camargo, 2007), ha permitido graficar matemáticamente a un sistema real y realizar un minucioso análisis de las diversas alternativas de gestión a partir de la partición del sistema en procesos y subprocesos que funcionan en forma jerárquica, incluyendo las restricciones de operación y la parametrización de un sub espacio de reglas de operación. Por medio de este esquema de análisis, se permite al gestor encontrar aquel conjunto de reglas de explotación que otorgue al sistema ciertas garantías, fijadas como objetivos de gestión además de analizar su capacidad de recuperación en situaciones de fallo y cuantificar las magnitudes y duraciones de dichos fallos.

Por medio de las redes neuronales se puede lograr una representación matemática aproximada del comportamiento de un sistema por medio de modelos matemáticos no lineales que posean arquitectura sencilla las cuales permiten encapsular el modelo de simulación y entregar resultados aproximados de simulación del sistema hídrico en tiempos de cálculo mil veces menor al modelo que representa. El proceso de encapsulamiento consiste en entrenar a una red neuronal a partir de miles de ejemplos de simulación generados con el simulador para distintos escenarios de oferta y demanda de agua, para distintos estados iniciales del sistema y distintas políticas de operación.

- **Número de variables.** El número de variables que se requieren para este análisis están definidos por medio de las avenidas y así como los desfogues por concepto de producción así como cantidad de caudal mantenido en las dos presas hidroeléctricas.

Esto se ve definido de igual forma en las variables más específicamente tratadas como son el control del nivel acuífero de las presas, control de embalses superficiales, variables de estado dentro de las cuales se mantienen el volumen del embalse el cual deberá ser cotejado por medio de las ecuaciones de basimetría para control de sedimentación, volumen acuífero que viene denominado por las avenidas que alimentan a la presa y tanto el volumen destinado para riegos, que es empleado en el estudio que se revisó para la presente comparación pero que para el caso de Molino – Mazar no resulta equivalente, así como el volumen empleado para control



UNIVERSIDAD DE CUENCA

hidroeléctrico. También se deberá considerar la evolución temporal de fallos y resiliencia (Riesgos) que se asumen al trabajar con mencionado modelo.

En la siguiente gráfica se puede observar de mejor manera el estudio de las variables escogidas acorde al estudio escogido (Dölling, 2003).

- **Nivel de complejidad de desarrollo del modelo matemático.** Para analizar el nivel de complejidad se debe tomar en cuenta que gracias al mismo, resulta ineficaz al momento de encontrar valores óptimos o cercanos a una mejor política de gestión, para poder conseguir realizar el proceso se realizaron los siguientes pasos.
 - La introducción de los valores de prioridad de usos y de ponderaciones de la importancia relativa entre los indicadores de evaluación de fallo (ocurrencia de fallo o frecuencia de fallo para cada propósito. De esta manera el modelo permite personalizar la síntesis del sistema que desea realizar asignando un total de 20 valores (5 propósitos y 3 índices de evaluación de fallo por propósito) que determinará el aporte relativo que cada índice de evaluación de fallo de cada propósito realiza (valor de la función objetivo) El modelo puede visualizar el valor que adoptan los parámetros de operación de cada elemento de control seleccionado del sistema y los valores de ocurrencia de fallo, resiliencia, y vulnerabilidad para cada propósito del sistema, para los 5 parámetros de las reglas de operación y el conjunto de los 20 pesos asignados.
 - La búsqueda de los 5 parámetros óptimos de operación que minimicen el valor de la función objetivo del sistema. La búsqueda del valor óptimo de la función objetivo se enmarca dentro de límites (valores máximos y mínimos) claramente definidos por el usuario a través de un conjunto de restricciones a los parámetros introducidos. También se indica el conjunto óptimo de parámetros de operación los cuales corresponden a aquellos valores que minimizan el valor de salida de la función objetivo definida por el usuario en función del método de búsqueda y las restricciones seleccionadas por el gestor.
 - La visualización de los valores de activación y de salida de cada nodo de la red neuronal que encapsula el comportamiento del modelo de simulación y que se presenta al usuario. Se permite al usuario analista del sistema programar automáticamente otra red neuronal entrenada para representar otro modelo de simulación distinto. Posteriormente se permite incluir el modelo de red neuronal como parte de la estructura matemática de la función objetivo dando lugar a la combinación de las técnicas de simulación y de optimización en una misma estructura matemática (función objetivo) que se transforma en un sofisticado modelo de optimización no lineal que representa a nuestro complejo sistema hídrico (Dölling, 2003).
- **Costo computacional.** Al presentar el ejemplo se analiza que para obtener resultados óptimos el coste computacional resultaría ser demasiado elevado, existen metodologías para poder estabilizar el mencionado coste, como la técnica de Reeves, la cual brinda resultados “buenos” con un costo computacional razonable, sin embargo no garantiza la optimalidad de los mismos.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

En el presente estudio se observa que los costes computacionales no resultan ser elevados, pero así mismo notamos que el nivel de resiliencia aumenta progresivamente al momento de establecer patrones que permitan la toma de decisiones, esto no garantiza un funcionamiento óptimo del sistema por lo cual no resultaría viable su aplicación al momento de establecerlo como modelo para la optimización de embalses.

- **Análisis de sensibilidad.** El análisis de sensibilidad para la aplicación de la metodología de redes neuronales denota claramente un nivel de riesgo elevado al momento de ejecutar esta metodología, esto se debe a la gran complejidad de variables que ingresan al modelo y para reducir costes computacionales se debe sacrificar la calidad de las respuestas. Esto concluiría que este modelo no resultaría apto a menos que el usuario se encuentre dispuesto a enfrentar niveles de complejidad realmente elevados y contar con un sistema de cómputo que abarque las necesidades que el modelo requiere.

Análisis de la aplicación de Algoritmos Genéticos para la optimización de embalses.

Una de las ventajas principales que tienen los algoritmos genéticos viene dada por la flexibilidad y eficiencia que ha demostrado dicha metodología en la optimización de diversos problemas que involucran numerosas variables (Díaz, y otros, 1996).

El modo de trabajar con esta metodología, como se ha mencionado anteriormente, se basa en trabajar con un grupo de soluciones candidatas a las que se les conoce como población o universo de respuestas, dentro de las mismas las variables del problema se encuentran codificadas formando arreglos, a estos arreglos se los conoce como cadenas o cromosomas, dado que realizan las funciones de los mismos en genética. De esta manera la función de cada cromosoma dentro de la función objetivo, determinaría el comportamiento relativo de cualquier grupo de valores para las variables.

- **Número de variables.** El número de variables que se emplean para realizar el modelado es numeroso en el caso de algoritmos genéticos (Sánchez Camacho & Wagner Gómez), este análisis se debe a los estudios revisados anteriormente y en los casos de éxito implementados se denota la necesidad de dicho universo de soluciones posibles para así poder determinar un resultado óptimo. En el caso de estudio se denotarán las variables que se emplearon para el estudio y obtención del modelo matemático resultante.

La formulación para determinar las políticas de operación conjunta del sistema es la siguiente:

Función objetivo

$$Max \sum_{i=1}^{NP} \sum_{t=1}^{NA} EXTA_t^i - 10 \sum_{j=1}^{I_2} Def_{j,t}^i$$

Ecuación 21. Función objetivo para modelo de algoritmos genéticos

En donde:

- **i.** Es un superíndice que representa a las presas del sistema (dato), $i=1,...,NP$
- **NP.** Es el número de presas en el sistema



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- j. Subíndice cíclico que representa el mes de cualquier año t, siendo $j=1$ el mes en el cual se lleva a cabo la decisión sobre el volumen por extraer de las presas para el siguiente ciclo agrícola, que en la cuenca corresponde al mes de noviembre.
- t. Subíndice secuencial que representa un año específico del registro hidrométrico
- NA. Número de años que contiene el horizonte de planeación
- $EXTA^i_t$. Volumen de extracción anual de la presa i en el año t destinado al abastecimiento de las demandas de los usuarios.
- $Def^i_{j,t}$. Déficit en la extracción programada en la presa i el mes j del año t.

Las cuales se encuentran a ecuaciones de continuidad que regulan almacenamientos de cabecera¹¹, intermedios, capacidad de almacenamiento, límites de asignación, etc.

- **Nivel de complejidad de desarrollo del modelo matemático.** El nivel de complejidad para el desarrollo del modelo resulta compleja, con esto se puede denotar claramente al realizar el análisis de las entradas al modelo matemático, dado que si se procesan varias entradas el proceso para encontrar una solución óptima resultaría sumamente complejo, dado que este se encontraría conformado por la estructura del algoritmo genético empleado en el presente ejemplo el cual consta de un código o alfabeto, que permita representar las respuestas del problema, una forma de crear las respuestas iniciales, una manera para evaluar las respuestas que permita ordenarlas según la función objetivo, un grupo de procesos denominados operadores genéticos para crear nuevas respuestas, y un grupo de probabilidades para controlar a los operadores genéticos.

Las respuestas para este caso en particular tienen la estructura de un par de parámetros para cada elemento del sistema, los mencionados parámetros son los siguientes:

- El valor del volumen donde se incrementa el volumen mínimo de asignación
- El ángulo con que crece esa asignación hasta alcanzar el máximo concesionado.

Esto se manifiesta de tal manera que cada cromosoma tiene una longitud definida por el número de elementos del sistema multiplicado por dos; posterior a ello, los valores que contienen estos parámetros han sido delimitados: las variaciones propuestas son cien particiones del ángulo formado entre el valor de 15° (0.262 rad) a 80° (1.396 rad), con el fin de considerar cien posibles volúmenes iniciales, vinculados al volumen total de la presa, puede trabajarse con ingresos directos a la presa, o con escurrimientos a ella.

Para cada elemento, este número de variaciones dan un dominio de diez mil combinaciones posibles, por supuesto no todas ellas resultan factibles; y en la medida que se incrementa el número de variables de estado (presas en este caso) las combinaciones aumentan en un orden por cada variable adicional, para dos presas tenemos cien mil combinaciones, para tres presas un millón de combinaciones (Sánchez Camacho & Wagner Gómez).

¹¹ Se denominan almacenamientos de cabecera aquellos que no tienen almacenamiento aguas arriba.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- **Costo computacional.** Como se pudo analizar en el punto anterior, se deberían procesar con los datos de entrada requeridos y frente a la realidad de la presa Molino – Mazar, se tratarían de dos presas, con lo cual se tendría un total de cien mil combinaciones posibles, en referencia al tiempo de estudio y nivel de ingreso de caudales que en este caso serían con un campo de entradas desde mayo del 2010 (fecha de producción de la central de Mazar) (CELEC - Hidropaute) desglosados en producción e ingresos semanales, lo cual aumentaría el rango de combinaciones en más de tres millones.

En caso de emplear diversas metodologías como son la selección por torneo dentro de los algoritmos genéticos, este coste computacional reduciría en gran manera (Caballero Fernández, Molina Luque, Luque Gallego, Torrico González, & Gómez Nuñez), esta metodología no se aplicaría a nuestro caso de estudio dado que no se puede escoger un grupo de t individuos para su estudio dado que las variaciones en las entradas de caudal han ido variando a lo largo del tiempo y al no respetar un patrón no se pudiera escoger un universo que se acople a la realidad o datos futuros.

En lo referente a esto se denota que se pretende realizar un trabajo con fines proyectivos, esto quiere decir que, por medio de los estudios de los datos encontrados podamos generar información de utilidad para la toma de decisiones.

- **Análisis de sensibilidad.** El análisis de sensibilidad sobre el método de algoritmos genéticos ha permitido obtener datos tan eficaces que bordean eficiencias que van por encima del 90%. En diversos estudios en los cuales se lo ha empleado como herramienta de apoyo se ha denotado que resulta idóneo en lo que refiere a sistemas predictivos que manejan gran cantidad de variables.

Los análisis de sensibilidad realizado en diversos campos (Parisi, Parisi, & Días, 2006) (Guzmán Cruz, Castañeda Miranda, García Escalante, Lara Herrera, Serroukh, & Solis Sánchez, 2009), ha demostrado que el modelo basado en algoritmos genéticos resulta concluyente frente a las variables a él ingresadas, mientras mayor sea el universo que este disponga para su resolución, sus resultados serán más efectivos, lo cual conlleva a la problemática del coste computacional, el cual se analizó previamente.

Análisis de la aplicación de programación dinámica estocástica para la optimización de embalses.

Se aplica la metodología de programación dinámica estocástica para la solución de problemas que requieren tomar decisiones en varias etapas sucesivas para obtener un coste mínimo de dichas soluciones. Las consecuencias de las mencionadas soluciones no serán cien por ciento predecibles por lo que no resulta un modelo muy convincente para el universo de estudio planteado (Ramos).

- **Número de variables.** El número de variables en el modelo de programación dinámica estocástica para el caso de estudio revisado consisten en la demanda (esta deberá poseer una función de distribución conocida). Para calcular la decisión de bombeo, se deberá realizar para cada valor de la demanda y luego ponderar estos costos acorde a sus probabilidades para obtener el coste esperado.

Otra de las variable a considerarse es el número de etapas en las cuales se realizará el estudio, en esta ocasión se considerarán tres etapas únicamente además que el inicio



UNIVERSIDAD DE CUENCA

de operación comienza en un nivel medio. También conocemos que los resultados acerca del posible bombeo que realice el embalse estarán acordes a las entradas que se ingrese al sistema.

Se considera también la pérdida por diversas causas (evaporación, filtración, desfogue al cauce del río, etc.).

- **Nivel de complejidad de desarrollo del modelo matemático.** El nivel de complejidad de realización de este modelo es relativamente sencillo, esto sin embargo viene dado por la eficacia planteada sobre la función de distribución aplicada, en el caso práctico de Molino – Mazar, este modelo predictivo no acertaría puesto que como se podrá notar en la información obtenida, el nivel de caudal varía de un año al otro y este no mantiene un patrón estable, por lo que el índice de probabilidad sería demasiado bajo como para generar una función de distribución acorde a la realidad.

Otras de las complejidades a tomar en cuenta son los índices de basimetría, puesto que estos definen el volumen contenido en las represas hidroeléctricas y de igual manera están sujetos a cambios constantes dado el nivel de sedimentación que la presa contiene.

Una de las facilidades con las que contaría el diseño de este modelo está radicada en su factibilidad al momento de poder generar una secuencia de pasos para alcanzar el resultado requerido, su función objetivo está orientada a la búsqueda del nivel de riesgo que se podría acotar con los datos históricos para ir delineando más adecuadamente al modelo. La función de entrada viene dada por la siguiente ecuación:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k)$$

Ecuación 22. Ecuación que define un sistema dinámico en tiempo discreto

Dónde:

$K = 0, 1, \dots, N-1$

X_k = Espacio de estados posibles.

U_k = Espacio de controles posibles y puede estar restringido en cada estado de cada etapa a un subconjunto del mismo.

W_k = Espacio de perturbaciones posibles y está caracterizada por la función de probabilidad que puede depender explícitamente de x_k y u_k pero no de valores anteriores $w_{k-1} \dots w_k$.

- **Costo computacional.** El coste computacional que este modelo presente es relativamente bajo debido al factor de probabilidad que ayuda al modelo a generar soluciones posibles acorde a la función de distribución establecida previamente, esta función de distribución no será realimentada por si misma por lo que el sistema no podrá ni deberá inferir nuevas funciones basándose en supuestos generados por si misma, esto obligará al operador en ingresar continuamente los datos reales sobre los cuales se podrá generar nuevamente el modelo y así obtener resultados que no diverjan tanto de la realidad.

La complejidad temporal del presente modelo es baja sin embargo su complejidad espacial resulta progresivamente peligrosa puesto que como se mencionó



UNIVERSIDAD DE CUENCA

anteriormente, se debe generar una función de distribución anual la cual debe ser enriquecida con datos reales históricos para resultados más óptimos, sin embargo el nivel de riesgo se mantiene en órdenes elevados.

- **Análisis de sensibilidad.** El análisis de sensibilidad del presente modelo arroja resultados desalentadores puesto que, como su nombre lo explica, está basado en la obtención de una fórmula de distribución aplicada sobre la probabilidad obtenida de datos históricos.

Una de las variables con la cual trabaja refiere a las entradas que mantiene el embalse, estas entradas o caudales han ido variando a lo largo del tiempo mostrando cierto patrones de comportamiento más no de cantidad, esto se debe a que la presa hidroeléctrica se encuentra situada en una zona que no respeta parámetros climáticos, por lo que establecer un orden o aproximación estadística vendría marcada por un amplio margen de error (Pabiot, 1999).

Los picos que se analizaron al estudiar los datos obtenidos de las presas Molino – Mazar, en algunos meses denotan grandes saltos, esto muestra la variabilidad climática por lo que el establecimiento de la función de distribución se vería acortada a tramos más pequeños de tiempo en la cual, la complejidad computacional espacial se vería afectada enormemente puesto que, lejos de optimizar la operación de los embalses, acarrearía mayor cantidad de trabajo y bajo nivel de producción.

Análisis de la aplicación de lógica difusa para la optimización de embalses.

La metodología de lógica difusa se aplica para modelos matemáticos con gran cantidad de variables de entrada y que mantengan parámetros no estáticos, esto quiere decir que no trabaja con variables cerradas, sino más bien, busca la manera de cuantificar espacios de variables para que puedan ser englobadas dentro de parámetros “difusos” y así obtener el resultado anhelado, esta metodología ha sido de gran ayuda en el desarrollo de modelos matemáticos predictivos orientados al control de embalses. La fusión de conjuntos borrosos y árboles de decisión permite combinar el manejo de la incertidumbre y habilidades del razonamiento aproximado, con la sencillez de comprensión y fácil aplicación que ofrecen los árboles de decisión, potenciando su aplicabilidad en contextos complejos con incertidumbre. (Mitra, Konwar, & S.K., 2002). Los árboles de decisión asumen que todos los atributos del dominio o variables lingüísticas, se han definido previamente en forma de conjuntos borrosos

- **Número de variables.** El número de variables con las cuales trabaja el modelo matemático de lógica difusa es proporcional al nivel de sensibilidad que deseamos tener, se ha considerado para el ejemplo desarrollado de cinco variables de entrada que son los siguientes:
 - **Altura**



UNIVERSIDAD DE CUENCA

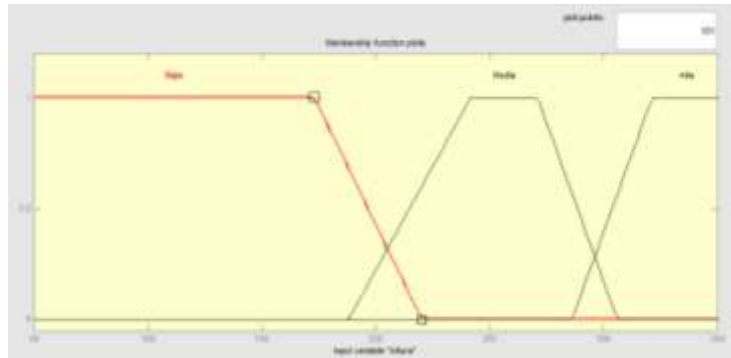


Figura 5. Altura a la que llega el agua en el muro de contención del embalse

○ Caudal

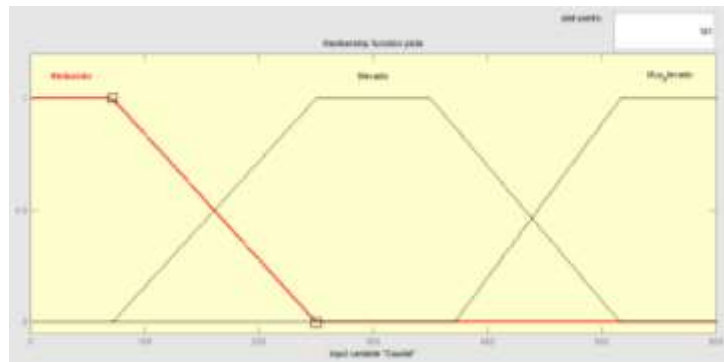


Figura 6. Caudal de río que desemboca en el embalse

○ Lluvia

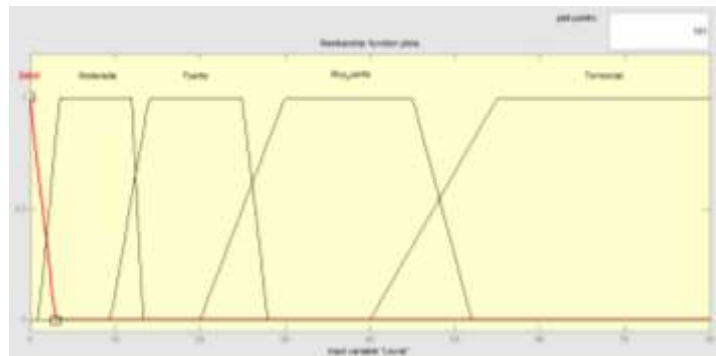


Figura 7. Volumen de lluvia que afecta a la zona del embalse

○ Gradiente Caudal



UNIVERSIDAD DE CUENCA

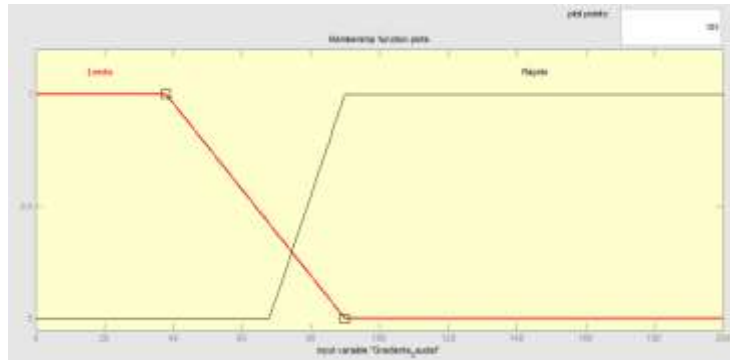


Figura 8. Variación de caudal por unidad determinada de tiempo

○ Gradiente Altura

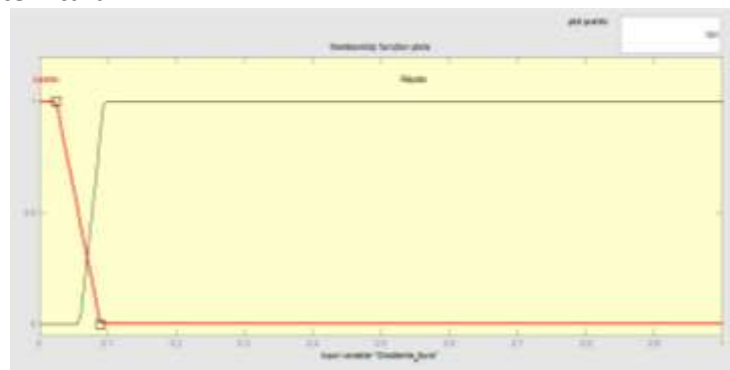


Figura 9. Variación de altura por unidad determinada de tiempo

- **Nivel de complejidad de desarrollo del modelo matemático.** El nivel de complejidad se debe asumir por medio de dos factores, por una parte la complejidad espacial y por otra su capacidad temporal. Por medio del análisis del presente modelo y con un universo de aproximadamente cien inferencias se obtuvo una respuesta prácticamente inmediata y con un nivel de eficiencia que llegaba del ochenta al noventa por ciento.

Se han realizado varios ingresos de variables y se pudo observar que el rendimiento se mantenía, no presentaba ningún pico de caída sobre los elementos estudiados y revelaba fundamentalmente progresos en la toma de decisiones acorde a la efectividad de las predicciones climatológicas.

Otro punto a favor del presente modelo consiste en que para definir y aumentar el nivel de sensibilidad del mismo, se requiere la experiencia de los operadores, esto quiere decir que al momento de calibrar el modelo matemático dentro del sistema, es de vital importancia conocer de la experiencia de los expertos, esto puede basarse también en cuanto se reflejan en los datos históricos que la represa posea puesto que esto refleja el proceder frente a un evento determinado.

- **Costo computacional.** El costo computacional viene determinado por la complejidad tanto espacial como temporal del comportamiento del modelo matemático, esto da como resultados que el modelo de lógica difusa presenta en gran medida, un amplio margen de productividad frente al número de reglas de inferencia adaptadas, esto se da por la lógica de funcionamiento del mismo, dado que permite acortar caminos por medio de la selección de la regla que más se acoja a la realidad de las variables ingresadas.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

A continuación un gráfico que representa una fracción de las reglas de inferencia implementadas y su gráfica de como el modelo toma la decisión más efectiva acorde a las variables de entrada registradas.

- **Análisis de sensibilidad.** El análisis de sensibilidad aplicado a este modelo matemático, como se explicó anteriormente, resultó ser un completo éxito, puesto que denota un nivel de productividad y eficiencia que supera el ochenta por ciento, esto permitirá emplear el presente modelo no solo como una herramienta para la toma de decisiones sino que de una manera mucho más sencilla permite aproximarse a un resultado cada vez más óptimo.

Este modelo matemático no requiere una realimentación constante que cambie sus parámetros, puesto que, las reglas de inferencia establecidas, se mantienen a lo largo del tiempo, dado que trata de cuantificar y normalizar en la medida de lo posible los valores tanto de ingreso como proceso del agua.

Estas variables denominadas “difusas”, permiten una mayor elasticidad al momento de generar un modelo matemático, dado que no se encuentran dominados por variables discretas sino por variables continuas, esto quiere decir que poseen gran variedad de cambios a lo largo del tiempo. Este enriquecimiento de las variables no le resta eficiencia a lo largo del tiempo, dado que la sensibilidad del mismo viene dado por el ajuste dentro de las inferencias que maneje para procesar de mejor manera la información de entrada que el modelo posea.

Análisis de la aplicación de programación lineal para la optimización de embalses.

El objetivo central de la aplicación de la programación lineal para la optimización de los embalses consiste no solo en maximizar la productividad energética de los mismos sino también de encontrar una solución óptima que abarque otros escenarios, en el caso de Molino – Mazar se tendría que analizar el nivel de producción hidroeléctrica, así como también los desfuegos de agua que la presa debe realizar y sobre todo la selección de en qué temporada del año realizarlos.

Esto genera una serie de conflictos que vienen dados cuando la productividad de la presa se encuentra envuelta en medio de varios requerimientos, sean estos, riego de campos, control de calidad de agua, producción hidroeléctrica, etc. Esto se ve incrementado sobre todo en las épocas de sequía dado que, al no tener como satisfacer las necesidades que se dieran en varios campos, el nivel de la problemática ascendería perjudicando el rendimiento del embalse.

El caso práctico estudiado, mantiene un control de varias funcionalidades, esto permitirá analizar de mejor manera cuales son las posibles ventajas así como las desventajas que el presente mantendrá al momento de establecerla como posible modelo para la resolución del caso práctico de Molino – Mazar.

- **Número de variables.** El número de variables que el modelo presenta contempla gran cantidad de campos, entre las que podemos enumerar el almacenamiento, descargas o avenidas sobre el embalse, precipitaciones directas sobre el embalse, descargas de agua secundarias, descargas para la generación hidroeléctrica así como las descargas para el lecho del río.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Como se puede observar, estas variables a pesar de su cantidad refieren datos puntuales y cuantificables de la presa hidroeléctrica, no se encuentran sujetas a variaciones en el tiempo ni a funciones de distribución en la que se dependa de factores probabilísticos como el caso del modelo de programación dinámica estocástica, superando así la debilidad que el presente posee al momento de realizarse el modelo matemático.

- **Nivel de complejidad de desarrollo del modelo matemático.** El nivel de complejidad del modelo matemático presenta dos etapas, en la complejidad espacial se observará que como los anteriores modelos tiene un nivel elevado, dado que las entradas con las que cuenta son variables no únicamente por meses sino también por semanas o días, esto presenta una ventaja a la vez que una desventaja, dado que por el espacio de variables el costo computacional aumentaría pero también mostraría soluciones cada vez más óptimas.

La complejidad temporal va de la mano con la premisa anterior, puesto que mientras mayor sea el número de variables con las cuales tratamos, mayor será el grado de eficiencia del modelo matemático.

- **Costo computacional.** El costo computacional para que este sistema arroje resultados óptimos resulta ser elevado, esto se da debido a que presenta gran cantidad de variables y restricciones que el modelo deberá contemplar antes de arrojar una solución definitiva.

Para que esto pueda ser aminorado, se deberá acortar necesariamente el número de variables, comprometiendo inevitablemente la eficacia del mismo, en el presente caso de análisis de Molino – Mazar, esto evidenciaría una clara falencia al momento de realizar el modelo puesto que el número de variables analizadas aumenta potencialmente con el paso del tiempo, llegando inclusive a considerar nuevas variables y nivel de restricciones como es el caso de la sedimentación de la presa en la cual se deben dedicar complicados análisis de basimetría para así poder tener un dato más preciso.

- **Análisis de sensibilidad.** El análisis de sensibilidad del presente modelo matemático muestra que, para obtener resultados precisos, se debe añadir gran cantidad de información cuya complejidad resultaría medianamente alta al momento de ingresarlos, esto se da en gran medida por la naturaleza del embalse que no posee datos fijos sino que estos varían a lo largo del tiempo por diversas maneras.

Para poder obtener un adecuado análisis de sensibilidad se deberá poner mayor énfasis en los datos de entrada, mientras estos sean lo más exactos posible, el resultado final será más cercano a la realidad, en el caso de estudio hemos podido observar que el resultado llegó a ser óptimo luego de una serie de operaciones que buscan mostrar de la manera más fidedigna las entradas al sistema, esto a su vez desencadena que el resultado final sea el más óptimo para este caso de generación hidroeléctrica que le dan a la presa entre otros usos.



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Cuadro comparativo de metodologías de Investigación de Operaciones

Nombre de la Metodología	Número de variables	Nivel de Complejidad	Coste Computacional	Análisis de Sensibilidad
Redes Neuronales	Nivel de variables de entrada elevado. Considerar nivel de resiliencia (Riesgos)	Acorde al nivel de variabilidad de las entradas, la fase de entrenamiento de las redes neuronales definen cuan complejo puede llegar a ser un modelo acorde a los lineamientos que debe aprender.	El coste computacional es elevado, al menos en la parte de entrenamiento de las neuronas.	Posee un análisis de sensibilidad elevado, pero este es directamente proporcional al nivel de entrenamiento que las neuronas posean, si sacrificamos el coste computacional, inevitablemente los resultados no tendrían un nivel óptimo
Algoritmos Genéticos	Nivel de entradas elevado, esto nos permitirá un nivel de optimización bueno.	Nivel de complejidad medio. El seleccionar el universo de padres viables para la siguiente generación de respuestas será el objetivo central del modelo para así determinar un universo de respuestas correcto.	Coste computacional elevado, esto se debe a las múltiples entradas que el sistema requiere, sus combinaciones de cruce crecerían exponencialmente si las necesidades de la presa aumentarían.	Al igual que el modelo anterior, el análisis de sensibilidad nos demuestra que con este tipo de modelos se puede llegar a alcanzar niveles óptimos, siempre y cuando su universo de entrada sea elevado.
Programación Dinámica Estocástica	Nivel de variables elevado, fluctuante a la función de distribución implementada en el modelo.	Dada la variabilidad de los cambios climáticos en la presa, el nivel de complejidad es elevado puesto que se requiere de un buen modelo de probabilidad para alcanzar un resultado viable.	Coste computacional bajo, una vez establecido una correcta función de distribución, se podrán generar soluciones viables.	La sensibilidad a nivel predictivo no es muy elevada, dado que depende de un buen sistema climático para una correcta generación del coeficiente de probabilidad.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Lógica Difusa	A pesar de tener un nivel de entradas elevado, por medio de la discretización de los mismos, se puede aminorarlos y establecerlos entre rangos o variables tipo “fuzzy”	Nivel de complejidad media, dado que se debe establecer correctamente los rangos de las variables dentro del módulo difusor para que con la ayuda de las reglas de inferencia planteadas, se pueda conseguir un resultado idóneo	Coste computacional bajo, esto se da gracias a que el universo de entradas, al momento de ingresar al motor de inferencia, actúa como un árbol de decisiones, acortando de esta manera los posibles caminos que le permitan llegar a una óptima solución.	Sensibilidad alta, dado que con un buen establecimiento y regulación de las variables de entrada así como de las reglas de inferencia, el módulo congresor será capaz de establecer y generar soluciones aptas y acordes a la realidad de la presa.
Programación lineal	Al igual que los otros modelos, el nivel de entradas es elevado.	Nivel de complejidad media, esta se encuentra radicada principalmente en el establecimiento de la función objetivo, dado que debemos tener claro cuánto queremos maximizar o minimizar, de igual manera el establecimiento de las restricciones debe acotar claramente los limitantes de las variables. Otro punto a tener en cuenta es plantear la función objetivo a nivel de sumatoria, esto resulta matemáticamente complejo dado que el sistema se acoplaría mejor a un método de programación no lineal.	Coste computacional bajo, una vez establecida la función objetivo y las restricciones que debe tomar en cuenta, el proceso del modelo es rápido.	El análisis de sensibilidad es bajo para un modelo de programación lineal, dado que al no tener la posibilidad de transformarlo a un modelo lineal se buscan modelos más parecidos con la realidad como sería el no lineal.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

CONCLUSIONES

- De todos los métodos citados anteriormente, el método que ha brindado los resultados más óptimos han sido los modelos de lógica difusa tomando en cuenta su análisis de sensibilidad, nivel de complejidad, coste computacional y análisis de entradas ha sido el de lógica difusa (Rivas Rodríguez, 2009).
- El modelo de programación dinámica estocástica resultaría un modelo ideal, su análisis de probabilidad, ha brindado índices de predicción elevados pero el lugar al cual ha sido aplicado contaba con un nivel de ambiental abierto a predicciones en amplio margen acertadas.

El análisis de probabilidad resultaría idóneo para predecir cambios climáticos inestables, pero esta situación sería conveniente a corto plazo, esto afectaría a presas que dependen de datos predictivos a largo plazo como son la de centrales hidroeléctricas que buscan no solo producciones hidroenergéticas elevadas sino también la mantención del nivel del agua para situaciones de escasez.

A nivel teórico podría resultar de gran ayuda, sin embargo, el riesgo que se asume con esta metodología es considerable, puesto que una falla al momento de buscar una solución viable podría resultar catastrófica para la conservación del embalse.

- El modelo de redes neuronales genera un coste computacional mucho más elevado que el de programación lineal, dada la naturaleza de variables, el árbol de decisiones crecería de una manera potencial y esto incrementaría el tiempo de respuesta así como la eficacia del modelo, aplicar la solución de Reeves resultaría inútil pues no se puede generar un patrón que escoja las variables necesarias dado que su nivel de cambio es en extremo elevado.

Esta premisa afecta directamente al coste computacional del entrenamiento de las neuronas, una vez efectuado este proceso, el árbol de decisiones adoptado acortaría en un grado porcentual elevado los costos y daría resultados óptimos, mientras más entradas se le asigne a la etapa de entrenamiento, mejores serán los resultados finales.

- El modelo de algoritmos genéticos presenta un problema similar en cuanto refiere al coste computacional así como al momento de complejidad espacial, dado que frente al universo de posibles soluciones, el campo de respuestas crecería a tres millones de combinaciones disponibles, esto resultaría en extremo complejo de analizar y también la optimalidad del modelo se vería comprometida.

En términos de respuesta inmediata la producción de generaciones más aptas y óptimas no será posible dado el actual número de entradas, sin embargo, una vez realizadas los primeros lanzamientos este costo lentamente irá descendiendo puesto que las nuevas respuestas hijas habrán absorbido las mejores cualidades de sus padres realimentando el sistema constantemente.

- La programación lineal podría funcionar como un modelo teórico para este caso en particular, dado que, por la naturaleza de su función objetivo, esta convendría realizarla más en un marco de programación no lineal.



CAPÍTULO 3

Desarrollo de los Métodos de Investigación de Operaciones escogidos para el análisis.

Para el desarrollo de este capítulo se van a estudiar dos métodos que son de programación lineal y de lógica difusa, se han escogido estos dos métodos debido al análisis realizado en el capítulo 2 en el que se demuestra porque los dos métodos resultan ser los más idóneos. El primer método se encuentra relacionado a encontrar la solución óptima mediante modelamiento matemático lineal, mientras que la segunda refiere al análisis de variables difusas con el fin de que por medio de un árbol de decisión de modalidad *fuzzy* se encuentre la solución idónea.

Desarrollo del modelo matemático por medio de lógica difusa

A continuación se describirá el proceso para la obtención de datos por medio de lógica difusa acorde a diversos pasos o etapas que esto conlleva, las etapas son las siguientes:



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Adquisición del conocimiento

En esta etapa se va a describir los pasos realizados para conseguir extraer el conocimiento del dominio requerido, esto se da puesto que, para que el sistema pueda obtener las decisiones correctas, es necesario establecer una etapa de adquisición de conocimiento, esto permitirá obtener el máximo de conocimiento que el experto pueda proporcionar acerca del dominio.

Por medio de una ardua investigación acerca de las variables que influyen en el control de centrales eléctricas, se realizó en primera instancia un análisis detallado de las mismas, así como la forma en la que estas intervienen en la toma de decisiones que realizan los operarios con su respectiva interrelación, lo cual determinaría un posible nivel de emergencia.

Las variables que se han escogido para el desarrollo del presente modelo son las siguientes:

Caudal. Este se indica en (m^3/s) y me permite observar el caudal del río que desemboca en el embalse. Este caudal se ve directamente influenciado por la cantidad de lluvia y afecta directamente al nivel del agua contenida.

Altura. Esta variable me permite observar la altura a la que llega el agua en el muro de contención del embalse. Dada su situación se la considera como la variable más crítica, dado que por ningún motivo el agua debe superar la marca de altura máxima. Esta se ve influenciada por diversos factores como son las precipitaciones que se den en la zona, las crecidas de los ríos aguas arriba, etc. El control de la misma se da a cargo de la empresa HIDROPAUTE.

Caudal total sobre el embalse. Viene dado en (m^3) y hace referencia a la afluencia del caudal que ingresa a toda la región donde se encuentra ubicada la presa del río Paute, este dato permitirá obtener de una manera más general el nivel del agua y la rapidez con la que ingresa y alimenta el caudal.

Turbinas por producción. Es el número de turbinas necesarias para la producción hidroeléctrica de la presa, viene dado en unidades pero con referencias decimales dado que se analiza que el hecho de que una turbina se encuentre activa, puede como no emplear al cien por ciento de su capacidad.

Organización del conocimiento

Una vez determinadas las variables que intervendrán en el proceso de la realización del modelo matemático, es necesario analizar las mismas así como sus interrelaciones para determinar las prioridades.

Con el fin de ajustar con la máxima precisión el conocimiento integrado en una representación en árbol de decisión y verificar el funcionamiento del sistema, se ha realizado un análisis de la evolución de las variables seleccionadas para realizar el proceso de toma de decisión sobre la apertura de compuertas que realiza el operario ante una situación de crisis en la presa de Molino.

Las variables disponibles son las siguientes:



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Definición de las variables difusas

En este apartado se detallan los valores lingüísticos asignados a cada etiqueta, así como los límites de las funciones de pertenencia que se han definido con la ayuda de expertos en el dominio, las cuales fueron inferidas acorde a los datos históricos obtenidos de la empresa HIDROPAUTE¹².

- **Variables de Molino**

AÑO 2010 - 2013	ALTURA (msnm)	CAUDAL (m ³ /s)	CAUDAL DE CUENCA M3/S	UNIDADES EN PRODUCCIÓN
2010	1985,50	80,4958	93,2400	5,8965
2011	1987,94	139,3666	137,4508	7,6822
2012	1987,86	129,7716	126,8041	8,1510
2013	1986,82	111,7266	95,3400	8,4517

- **Variables de Mazar**

AÑO 2010 - 2013	ALTURA (msnm)	CAUDAL (m ³ /s)	CAUDAL DE CUENCA M3/S	UNIDADES EN PRODUCCIÓN
2010	1948,58	65,8300	93,24	0,3869
2011	2148,05	110,0016	137,4508	1,3366
2012	2148,20	89,1075	126,8041	1,3850
2013	2133,03	65,2066	95,34	1,3730

- **Modelo Borroso**

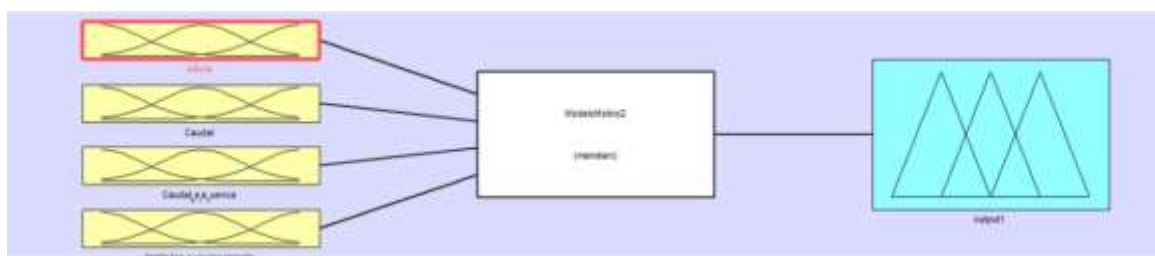


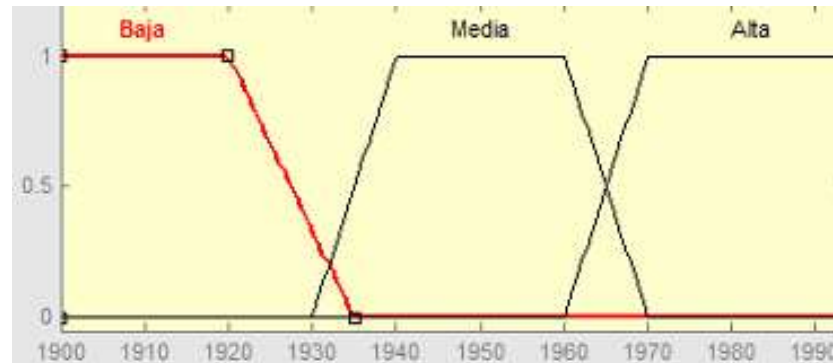
Figura 10. Modelo de lógica difusa con cuatro variables Molino - Mazar

¹² En el presente estudio se toman nota de los datos anuales, en los anexos se incluyen los datos y gráficas de las presas desglosadas mensualmente, que fueron los datos con los cuales se realizaron las pruebas.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Variables
 - *Altura*



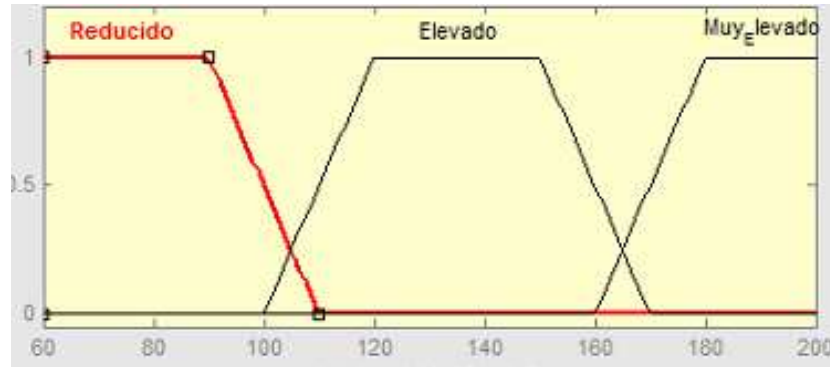
La variable de altura se definió en tres cotas trapezoidales que tienen los siguientes valores:

Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		BAJA
Altura	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	1900	1920	1900	1935	No existe	1928	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MEDIA
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	1940	1960	1930	1970	1935	1965	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		ALTA
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	1960	1993	1970	1993	1965	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

○ Caudal

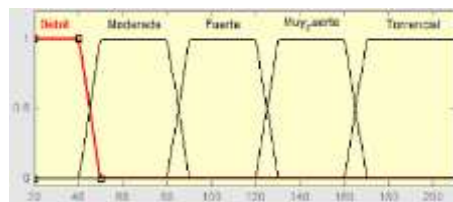


Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		REDUCIDO
Caudal	<i>m3/s</i>		<i>m3/s</i>		<i>m3/s</i>		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	60	90	60	110	No existe	100	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		ELEVADO
	<i>msnm</i>		<i>msnm</i>		<i>msnm</i>		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	120	160	100	170	110	170	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MUY ELEVADO
	<i>msnm</i>		<i>msnm</i>		<i>msnm</i>		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	180	200	160	200	170	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

○ Caudal de la Cuenca

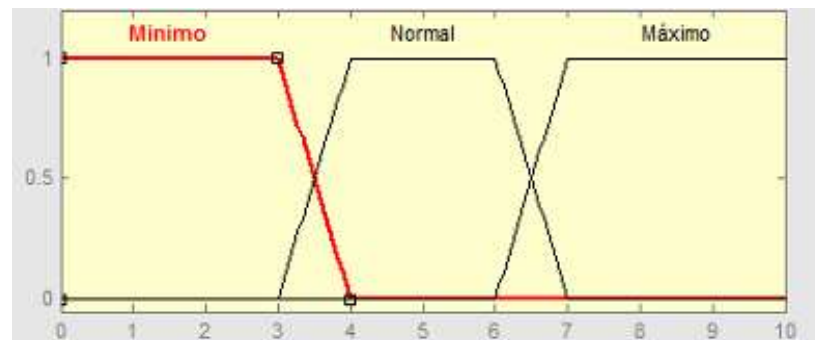


Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		DÉBIL
Caudal de la Cuenca	m3/s		m3/s		m3/s		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	20	40	20	50	No existe	45	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MODERADA
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	50	80	40	90	50	85	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		FUERTE
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	90	120	80	190	85	125	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MUY FUERTE
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	130	160	120	170	125	165	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		TORRENCIAL
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	170	200	160	200	165	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Unidades en producción

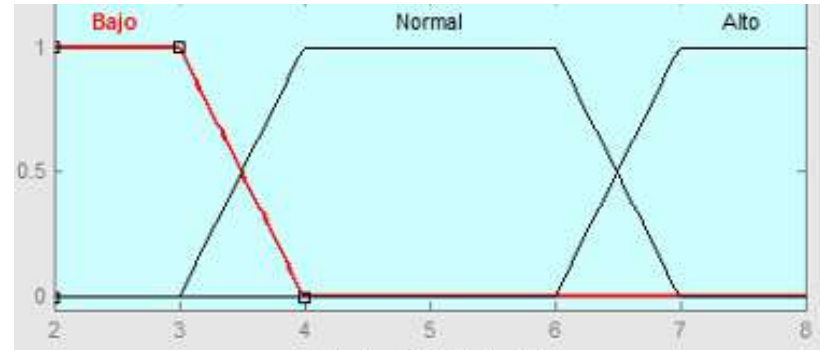


Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MINIMO
Unidades en Producción	<i>Unidades</i>		<i>Unidades</i>		<i>Unidades</i>		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	0	3	0	4	No existe	3,5	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		NORMAL
	<i>Unidades</i>		<i>Unidades</i>		<i>Unidades</i>		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	4	6	3	7	3,5	6,5	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MAXIMO
	<i>Unidades</i>		<i>Unidades</i>		<i>Unidades</i>		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	7	10	6	10	6,5	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

○ Salida del Sistema



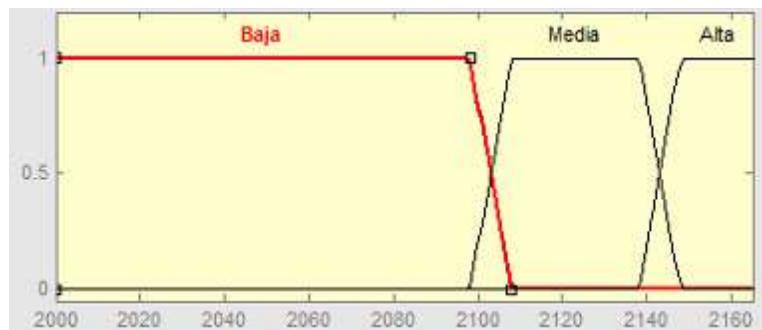
Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		BAJO
Salida del Sistema	Mw/h		Mw/h		Mw/h		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	200000	300000	200000	400000	No existe	350000	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		NORMAL
	Mw/h		Mw/h		Mw/h		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	400000	600000	300000	700000	350000	650000	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		ALTO
	Mw/h		Mw/h		Mw/h		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	700000	1000000	600000	1000000	650000	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

DATOS E INGRESOS DE MAZAR

- Altura

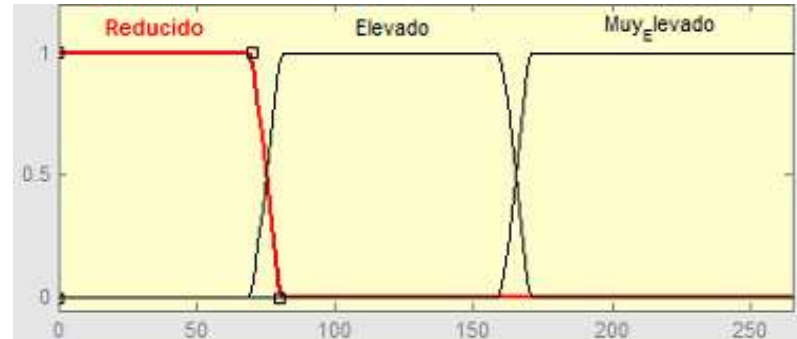


Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		BAJA
Altura	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	2000	2100	2000	2110	No existe	2115	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MEDIA
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	2110	2140	2100	2150	2115	2145	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		ALTA
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	2150	2165	2140	2165	2145	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

○ Caudal

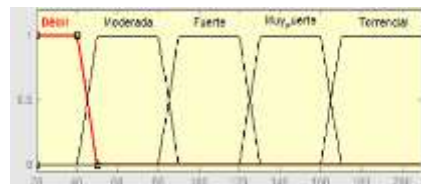


Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		REDUCIDO
Caudal	m3/s		m3/s		m3/s		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	0	70	0	80	No existe	75	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	80	160	70	170	75	165	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MUY ELEVADO
	msnm		msnm		msnm		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	170	260	160	260	165	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

○ Caudal de la Cuenca

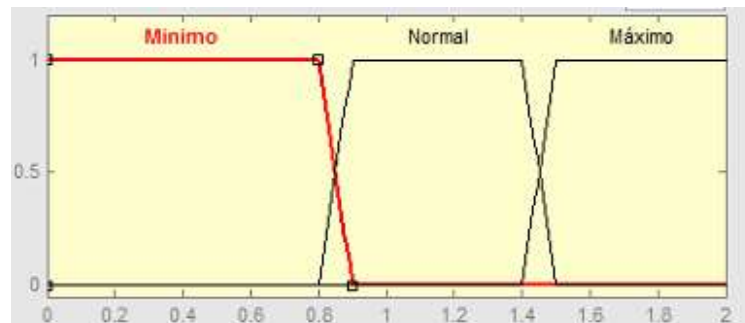


Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		Débil
Caudal de la Cuenca	m3/s		m3/s		m3/s		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	20	40	20	50	No existe	45	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		Moderada
	m3/s		m3/s		m3/s		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	50	80	40	90	50	85	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		Fuerte
	m3/s		m3/s		m3/s		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	90	120	80	190	85	125	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		Muy Fuerte
	m3/s		m3/s		m3/s		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	130	160	120	170	125	165	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		Torrencial
	m3/s		m3/s		m3/s		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	170	200	160	200	165	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Unidades en producción

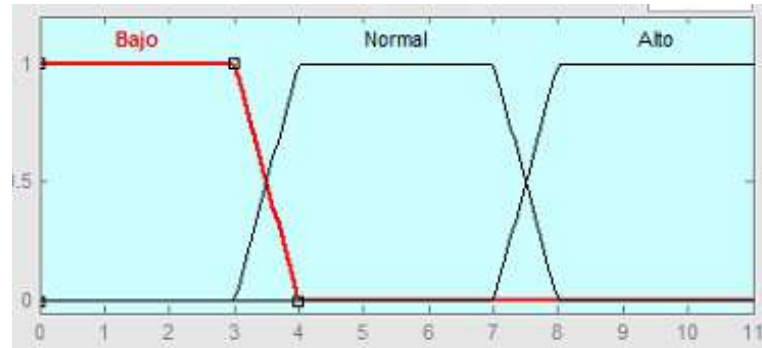


Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MINIMO
Unidades en producción	Unidades		Unidades		Unidades		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	0	0,8	0	0,9	No existe	0,85	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		NORMAL
	Unidades		Unidades		Unidades		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	0,9	1,4	0,8	1,5	0,85	1,45	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		MAXIMO
	Unidades		Unidades		Unidades		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	1,5	2	1,4	2	1,45	No existe	



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Salida



Nombre de la variable	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		BAJO
Salida del Sistema	Mw/h		Mw/h		Mw/h		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	0	30000	0	40000	No existe	35000	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		NORMAL
	Mw/h		Mw/h		Mw/h		
	Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2	
	40000	70000	30000	80000	35000	75000	
	CENTRO		APOYO		PUNTO DE CORTE		ALTO
	Mw/h		Mw/h		Mw/h		
Desde	Hasta	Desde	Hasta	Punto 1	Punto 2		
80000	110000	70000	110000	75000	No existe		



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Reglas de Inferencia

A continuación se representa un segmento del juego de reglas de inferencia implementadas para el desarrollo del presente modelo:

```
1. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Débil) and (Unidades_en_funcionamiento is Mínimo) then (output1 is Bajo) (1)
2. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Débil) and (Unidades_en_funcionamiento is Normal) then (output1 is Normal) (1)
3. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Débil) and (Unidades_en_funcionamiento is Máximo) then (output1 is Alto) (1)
4. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Moderada) and (Unidades_en_funcionamiento is Mínimo) then (output1 is Bajo) (1)
5. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Moderada) and (Unidades_en_funcionamiento is Normal) then (output1 is Normal) (1)
6. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Moderada) and (Unidades_en_funcionamiento is Máximo) then (output1 is Alto) (1)
7. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Fuerte) and (Unidades_en_funcionamiento is Mínimo) then (output1 is Bajo) (1)
8. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Fuerte) and (Unidades_en_funcionamiento is Normal) then (output1 is Normal) (1)
9. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Fuerte) and (Unidades_en_funcionamiento is Máximo) then (output1 is Alto) (1)
10. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Muy_Fuerte) and (Unidades_en_funcionamiento is Mínimo) then (output1 is Bajo) (1)
11. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Muy_Fuerte) and (Unidades_en_funcionamiento is Normal) then (output1 is Normal) (1)
12. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Muy_Fuerte) and (Unidades_en_funcionamiento is Máximo) then (output1 is Alto) (1)
13. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Torrencial) and (Unidades_en_funcionamiento is Mínimo) then (output1 is Bajo) (1)
14. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Torrencial) and (Unidades_en_funcionamiento is Normal) then (output1 is Normal) (1)
15. If (Altura is Baja) and (Caudal is Reducido) and (Caudal_de_la_cuenca is Torrencial) and (Unidades_en_funcionamiento is Máximo) then (output1 is Alto) (1)
16. If (Altura is Baja) and (Caudal is Elevado) and (Caudal_de_la_cuenca is Débil) and (Unidades_en_funcionamiento is Mínimo) then (output1 is Bajo) (1)
17. If (Altura is Baja) and (Caudal is Elevado) and (Caudal_de_la_cuenca is Débil) and (Unidades_en_funcionamiento is Normal) then (output1 is Normal) (1)
```

Figura 11. Fragmento de diseño de reglas de inferencia para el modelo de Molino – Mazar

A continuación se presenta un ejemplo gráfico de como el modelo, a través de un ingreso de ejemplo, muestra el resultante obtenido luego del ingreso de los datos de ejemplo, como se puede apreciar en la gráfica, el modelo busca la solución que abarque lo más óptimamente posible a las reglas de inferencia señaladas anteriormente.

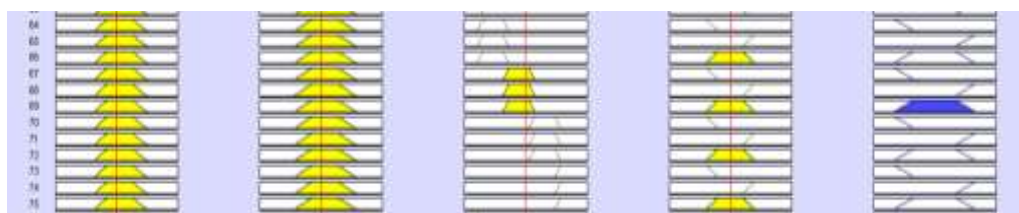


Figura 12. Ejemplo de reglas de inferencia con una entrada de prueba y selección de opción óptima acorde a sus variables de ingreso de embalse Molino.

Con los datos ingresados para el modelo de Mazar:

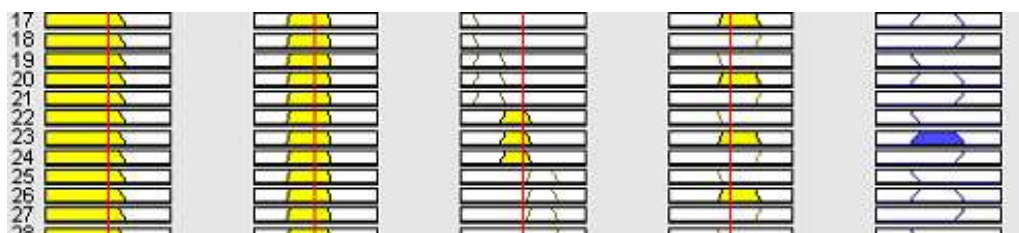


Figura 13. Ejemplo de reglas de inferencia con una entrada de prueba y selección de opción óptima acorde a sus variables de ingreso de embalse Mazar.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Superficie de Soluciones de embalse Molino

- Relación de altura con unidades de funcionamiento

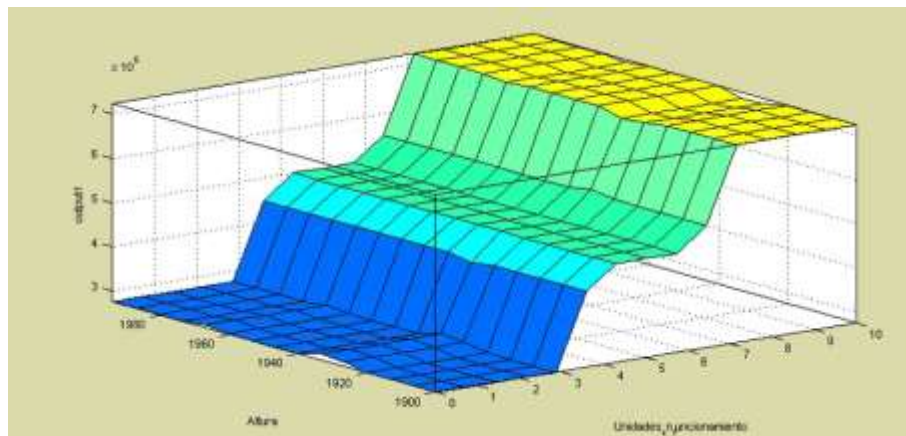


Figura 14 . Superficie de soluciones (Altura – Unidades de producción)

- Relación de caudal con unidades de funcionamiento

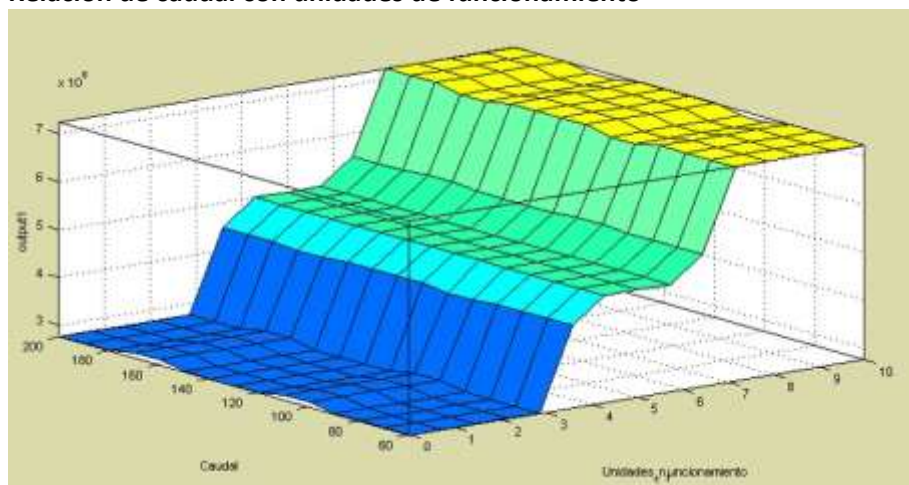


Figura 15. Superficie de soluciones (Caudal – Unidades de producción)

- Relación de caudal de la cuenca con unidades de funcionamiento

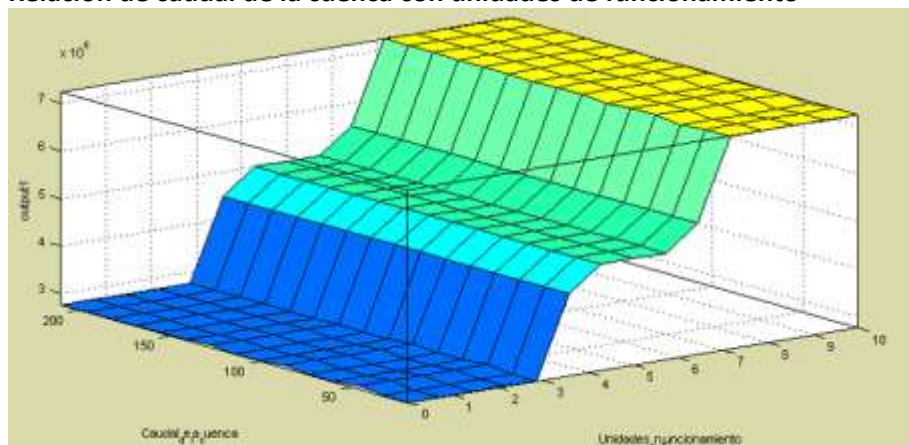


Figura 16. Superficie de soluciones (Caudal de la cuenca – Unidades de producción)



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Superficie de Soluciones de embalse Molino

- Relación de altura con unidades de funcionamiento

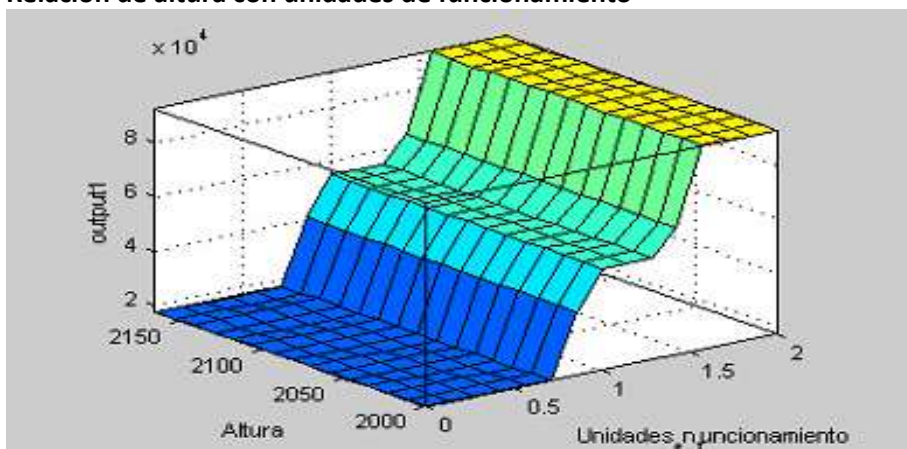


Figura 17. Superficie de soluciones (Altura – Unidades de producción)

- Relación de caudal con unidades de funcionamiento

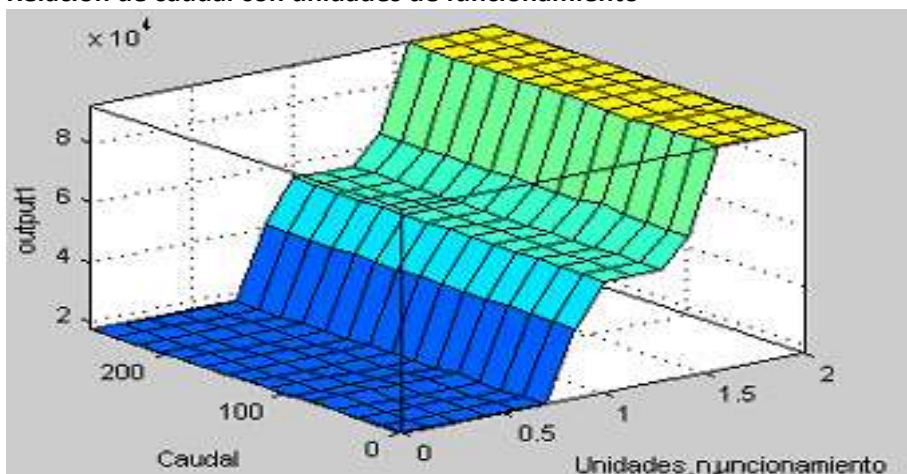


Figura 18. Superficie de soluciones (Caudal – Unidades de producción)

- Relación de caudal de la cuenca con unidades de funcionamiento

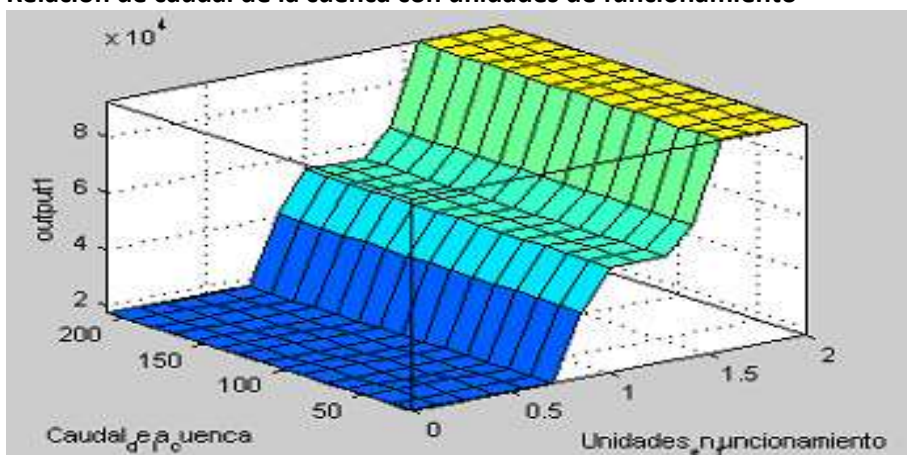


Figura 19. Superficie de soluciones (Caudal de la cuenca – Unidades de producción)



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Gráficas comparativa de resultados reales con los obtenidos por medio del modelo matemático¹³

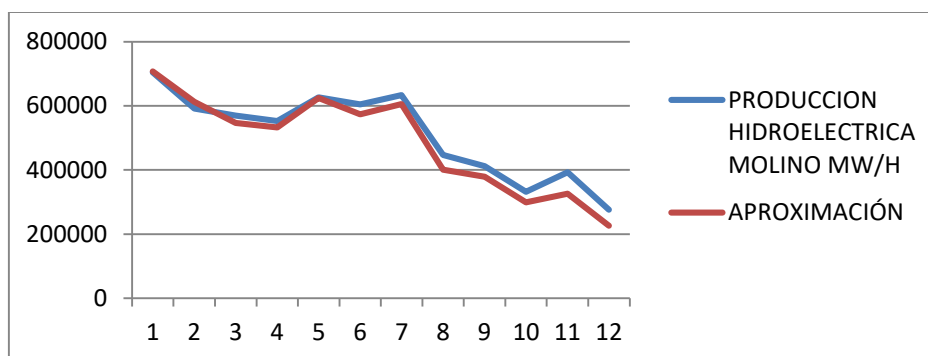


Figura 20. Gráfica comparativa entre datos reales y datos mediante modelo.

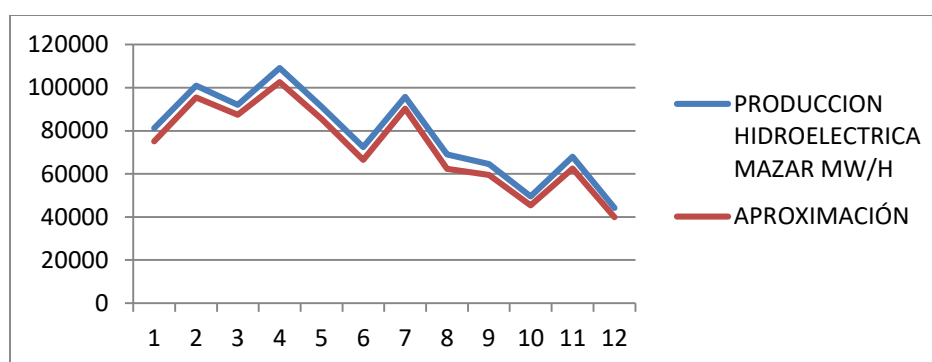


Figura 21. Gráfica comparativa entre datos reales y datos mediante modelo.

Aplicación de Programación Lineal para el Control de Embalses

A continuación analizaremos los requerimientos generales para la formulación de modelos de optimización para la operación de un embalse. Se debe notar que un embalse es una obra de ingeniería muy compleja, su operación puede perseguir la optimización de varios objetivos tales como generación de energía, control de crecidas, regulación de caudales, etc., se presenta una versión simplificada con el único objetivo de lograr que el operador pueda tomar las mejores decisiones que cumplan con las restricciones impuestas al proceso y contribuyan a maximizar su beneficio.

La idea consiste en formular un modelo de optimización de mediano plazo que, una vez verificado mediante una prueba retrospectiva, pueda ser usado para planificar y tomar decisiones. Asimismo, el modelo planteado, originalmente no lineal, puede ser simplificado convenientemente de modo que se pueda resolver numéricamente usando las técnicas de la programación lineal.

- **Variables del problema**

Como se propone un modelo que pueda ser utilizado para predecir, a mediano plazo, qué tipo de operación es más ventajosa realizar en el embalse, resulta más conveniente trabajar con una discretización en el tiempo de periodos mensuales. De este modo las variables del problema resultan ser las siguientes:

¹³ Se tomará como referencia los datos obtenidos del año 2012, el resto de datos se adjuntará como documentos adjuntos.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- V_E^i = Volumen de agua almacenado por el embalse en el periodo i .
- V_A^i = Volumen de agua aportado por el río al embalse en el periodo i .
- V_T^i = Volumen de agua que pasa por las turbinas y se usa efectivamente para la generación de energía en el periodo i .
- V_V^i = Volumen de agua vertido en el periodo i .
- H^i = Cota de embalse correspondiente al periodo i , que depende del volumen embalsado.

• Función Objetivo

La Función objetivo consiste en maximizar la producción hidroeléctrica, dicha función a maximizar resulta una sumatoria donde cada término es el producto entre la cota del embalse correspondiente por el volumen turbinado en la misma represa. Esto se encuentra definido por la siguiente ecuación:

$$E = \sum_{i=1}^n k H_{med}^i V_T^i$$

Ecuación 23. Función Objetivo para Maximizar la producción hidroeléctrica

Donde k es una constante que incluye factores de conversión y la eficiencia del aprovechamiento, en este caso asumiremos el valor de la constante como $k = 23.3 \text{ Mwh/Hm}^3$.

• Restricciones del Problema

Las restricciones dependen de las características propias del problema y de las normas impuestas por el ente regulador de la misma.

Como el agua vertida no produce energía eléctrica y por lo tanto beneficio económico se debe evitar este hecho y verter exclusivamente cuando el embalse está lleno para evitar desbordamientos. La suma de los volúmenes turbinados y vertidos constituye el volumen distribuido. Los requerimientos del ente regulador imponen que el embalse opere dentro de la llamada Franja de Operación Normal, es decir por debajo del nivel máximo normal (2153 msnm en el caso de Mazar y 1991 msnm para Molino) y por encima del nivel mínimo normal (2098 msnm para Mazar y 1935 msnm para Molino).

Cuando está dentro de esta franja el caudal máximo de operación (caudal medio aguas abajo) es el caudal máximo turbinable y el caudal mínimo de operación es cero.

Este último requerimiento da lugar a una restricción que deben cumplir los volúmenes distribuidos en cada periodo.

$$0 \leq V_T^i + V_V^i \leq V_{TM\acute{a}x}$$

Ecuación 24. Restricción de volúmenes

Donde $V_{TM\acute{a}x}$ es el volumen máximo que puede llegar a pasar por las turbinas.

Otra restricción consiste en que el volumen de agua embalsado no puede superar la máxima capacidad del embalse $V_{M\acute{a}x}$ ni puede caer por debajo del límite $V_{M\acute{i}n}$, dado que las turbinas de la central hidroeléctrica no podrían funcionar.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

$$V_{Mín} \leq V_E^i \leq V_{Máx}$$

Ecuación 25. Restricción de franja de operación

Por las características técnicas que posee la presa hidroeléctrica, las turbinas deben trabajar bajo ciertos límites.

$$0 \leq V_T^i \leq V_{TMáx}$$

Ecuación 26. Restricción de capacidad de turbinas

El volumen vertido no puede superar la capacidad máxima del vertedero (Molino 7724 m³/s – Mazar 7500 m³/s)

$$0 \leq V_V^i \leq V_{VMáx}$$

Ecuación 27. Restricción de vertederos

Por otra parte, en cada período se debe satisfacer la ecuación de continuidad: el volumen de agua que entra en el embalse o bien sale, dando lugar a un volumen distribuido, queda almacenado en el embalse, esto quiere decir:

$$V_E^i - V_E^{i-1} - V_T^i - V_V^i + V_A^i = 0$$

Ecuación 28. Restricción de ecuación de continuidad

Problema de optimización por medio de programación lineal

El problema resultante de optimización por medio de programación lineal es el siguiente:

$$\text{Max } E = \sum_{i=1}^n k H_{med}^i V_T^i$$

s.a.

$$\begin{array}{ll} V_E^i - V_E^{i-1} - V_T^i - V_V^i + V_A^i = 0 & i = 1, \dots, n \\ 0 \leq V_T^i + V_V^i \leq V_{TMáx} & i = 1, \dots, n \\ V_{Mín} \leq V_E^i \leq V_{Máx} & i = 1, \dots, n \\ 0 \leq V_T^i \leq V_{TMáx} & i = 1, \dots, n \\ 0 \leq V_V^i \leq V_{VMáx} & i = 1, \dots, n \\ V_{AMín}^i \leq V_A^i \leq V_{AMáx}^i & i = 1, \dots, n \end{array}$$

Posterior a realizar el modelo de optimización pasamos al programa Lingo de la siguiente manera:

```
!VARIABLES DE DECISIÓN
valmacenado      : Volumen de Agua Almacenado por el embalse en
un periodo
vaportado         : Volumen de Agua aportado por el rio al
embalse en un periodo
vturbinado        : Volumen de Agua que pasa por turbinas para
generacion hidroelectrica
vvertido          : Volumen de Agua vertido en el periodo i
Hcota             : Cota de embalse correspondiente a un periodo
valmacenadoo      : Embalse de origen
```



UNIVERSIDAD DE CUENCA

!FUNCION OBJETIVO;

[MaximizarProduccion] **Max** = $23.3 \cdot 1983.01 \cdot H_{cota} \cdot 200 \cdot V_{turbinado}$;

!RESTRICCIONES;

[RestriccionVolumenes1] $0 \leq v_{turbinado} + v_{aportado}$;
[RestriccionVolumenes2] $v_{turbinado} + v_{aportado} \leq 200$;
[RestriccionFranjaOperacion1] $54088.90452 \leq v_{almacenado}$;
[RestriccionFranjaOperacion2] $v_{almacenado} \leq 784116.1619$;
[RestriccionTurbinas1] $0 \leq v_{turbinado}$;
[RestriccionTurbinas2] $v_{turbinado} \leq 200$;
[RestriccionVertederos1] $0 \leq v_{vertido}$;
[RestriccionVertederos2] $v_{vertido} \leq 46344$;
[RestriccionContinuidad] $v_{almacenado} - 75557427.55 -$
 $v_{turbinado} - v_{vertido} + v_{aportado} = 0$;



CAPÍTULO 4

Resultados Obtenidos

Luego de la realización de los dos modelos matemáticos se obtuvieron diversos resultados que han permitido señalar cuál de los dos métodos escogidos resultó ser el más idóneo al momento de generarlos, esto ha solventado sacar una serie de conclusiones y recomendaciones en las cuales se detallan las problemáticas que ha sucedido al momento de la realización de la presente tesis.

Cabe señalar que a nivel de prototipo e investigación los logros alcanzados han permitido dar pie para la realización de nuevos sistemas que generen tomas de decisiones de una manera mucho más acertada y eficiente, convirtiéndose así en una verdadera herramienta para definir de mejor manera procesos de tal forma que se minimicen los riesgos de error y se optimicen las operaciones asignadas.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Conclusiones del modelo de lógica difusa

La observación que observamos de los resultantes de la elaboración del modelo de lógica difusa, permiten analizar que las aproximaciones realizadas con el presente modelo representan una variación mínima comparada con las lecturas anteriormente citadas, esto lleva a pensar que el modelo con un poco más de definición de reglas de inferencia así como una mejor definición de los rangos en las variables de entrada podría llegar a igualar el nivel con los datos reales o inclusive mejorarlo.

La productividad que ha tenido la empresa de CELEC ha manifestado que posee un rendimiento en productividad hidroenergética mayor al noventa por ciento, el modelo al acercarse a los datos reales tendría una productividad análoga.

El coste computacional del presente modelo fue el mínimo, fue realizado por medio de la herramienta Matlab 2012a a través de su Toolkit orientado a lógica difusa.

Resultados Obtenidos de la aplicación del modelo de programación lineal.

Los resultados que se obtuvieron al momento de ingresar el modelo matemático a su análisis fueron los siguientes:

Variable	Value	Reduced Cost
HCOTA	1.234568	0.000000
VTURBINADO	200.0000	0.000000
VAPORTADO	0.000000	-0.4768372E-06
VALMACENADO	784116.2	0.000000
VVERTIDO	46344.00	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
MAXIMIZARPRODUCCION	5753.086	1.000000
RESTRICCIONVOLUMENES1	200.0000	0.000000
RESTRICCIONVOLUMENES2	0.000000	-0.2384186E-06
RESTRICCIONFRANJAOPERACION1	730027.3	0.000000
RESTRICCIONFRANJAOPERACION2	0.000000	-0.2384186E-06
RESTRICCIONTURBINAS1	200.0000	0.000000
RESTRICCIONTURBINAS2	0.000000	0.000000
RESTRICCIONVERTEDEROS1	46344.00	0.000000
RESTRICCIONVERTEDEROS2	0.000000	-0.2384186E-06
RESTRICCIONCONTINUIDAD	-6726767.	0.2384186E-06

Esto demuestra que si bien es cierto, es teóricamente posible generar una solución por medio de programación lineal, sin embargo para este caso en particular no resulta viable dado que su universo de soluciones posibles no se encuentran disponibles en un nivel local, esto da un nivel de Inviabilidad del mismo de 0.7477331E+08, lo cual denota que el resultado es completamente errado y en absoluto eficiente.

Este modelo fue obtenido únicamente con los datos de la central Molino, no se realizaron pruebas con datos de la Central Mazar debido a su error.

Conclusiones

- Se realizó un análisis de diferentes metodologías, tanto heurísticas como de modelamiento lineal como no lineal, que tengan antecedentes en la búsqueda de soluciones óptimas para el control y manejo de embalses hidroeléctricos o multipropósito, esto ha demostrado los grandes avances que se han realizado en este ámbito de las matemáticas y como hemos progresado en aplicaciones de toma de decisiones que resultan cada vez más cercanas a la realidad y al mejoramiento continuo de los procesos.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Se conoció el estado del arte de las diferentes metodologías que se han empleado en diferentes embalses a lo largo del mundo, esto permitió analizar sus fortalezas y debilidades.
- Se generó parámetros comparativos entre los diferentes modelos matemáticos para poder así analizar cuáles eran sus ventajas y potenciales defectos, esto permitió escoger dos métodos para así poder realizar un análisis más detallado de los mismos y aplicarlos a la problemática planteada en este tema de tesis.
- Luego de la comparación realizada a los métodos de modelos matemáticos se procedió a analizar las diferentes metodologías escogidas, las dos metodologías que más se apegaban al modelo como tal fueron la de lógica difusa y la de programación lineal, la segunda no resultó ser acertada puesto que por la naturaleza de sus variables, la solución no convergía por lo que resultaría mucho más conveniente aplicar el método simplex para este tipo de resolución
- Se obtuvo los resultados de ambas metodologías, como se pudo observar, el nivel de optimización fue muy elevado en el caso del método de lógica difusa que arrojó resultados que no variaron mucho de la toma de datos reales de producción.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Bibliografía

- Bezdeck, J. C. (1994). *Genetic algorithm guided clustering*. First IEEE Conference on Evolutionary Computation.
- Caballero Fernández, R., Molina Luque, F., Luque Gallego, M., Torrico González, A., & Gómez Nuñez, T. (s.f.). *Algoritmos genéticos para la resolución de problemas de Programación por Metas Entera. Aplicación a la Economía de la Educación*. España: Universidad de Málaga. Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas).
- CELEC - Hidropaute. (s.f.). www.celec.com.ec. (CELEC - Hidropaute) Recuperado el 15 de Agosto de 2011, de <http://www.celec.com.ec/hidropaute/index.php/es/generacion>
- CELEC - Hidropaute. (s.f.). www.celec.com.ec. Recuperado el 15 de Agosto de 2011, de <http://www.celec.com.ec/hidropaute/index.php/es/hidrologia>
- Cinca, H. (s.f.). Herramientas para optimizar el manejo de embalses.
- Cole, R. (1998). *Clustering with Genetic Algorithms. Thesis for the degree of Master of Science*. Australia: Department of Computer Science, University of Western Australia.
- Díaz, A., Glover, F., Ghaziri, H., González, J., Laguna, M., Moscato, P., y otros. (1996). *Optimización heurística y redes neuronales*. Paraninfo.
- Dölling, O. R. (2003). *Sistema Inteligente para la operación de Embalses en Cadena, caso del Río San Juan*. San Juan, Argentina: Universidad Nacional de San Juan.
- Dolling, O., Oviedo, P., & Camargo, S. (15 - 17 de Mayo de 2007). *SISTEMA NEURO-BAYESIANO DE OPERACIÓN DE EMBALSES*. Tucumán, Argentina: XXI Congreso Nacional del Agua 2007.
- Duckstein, L. (1992). A System Framework for Risk and Reliability Applied to Hydrologic Design.
- Estivill-Castro, V. (2000). *Hybrid Genetic Algorithms Are Better for Spatial Clustering*. Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence.
- Falkenauer, E. (1999). *Evolutionary Algorithms: Applying Genetic Algorithms to Real-World Problems*. New-York: Springer.
- García López, C. (s.f.). *Modelo basado en Lógica Difusa para la Construcción de Indicadores de Vulnerabilidad Urbana frente a Fenómenos Naturales*. Manizales, Colombia: Universidad Nacional de Colombia - Facultad de Ingeniería y Arquitectura - Instituto de Medios Ambientales.
- Goic, M. (s.f.). Modelamiento de Problemas de Programación Lineal con Variables Binarias.
- Goic, M. (s.f.). Modelamiento de Problemas de Programación Lineal con Variables Continuas.
- Goic, M. (s.f.). Optimización de Problemas no Lineales.
- Goic, M. (s.f.). Simplex.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms - in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Gómez, R. (2008). *Propuesta de una herramienta de Gestión de Embalse de Rules basada en modelos de Simulación y Control*.
- González P, M. (s.f.). Tema 1. Conceptos Básicos. *Sistemas Conexionistas*.
- Guzmán Cruz, R., Castañeda Miranda, R., García Escalante, J., Lara Herrera, A., Serroukh, I., & Solis Sánchez, L. O. (2009). Algoritmos genéticos para la calibración del modelo climático de un invernadero. *Genetic algorithms for calibration of a greenhouse climate model*. Querétaro, México: Laboratorio de Biotrónica. Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de Querétaro.
- Hoy. (13 de Septiembre de 2009). Sedimentos y estiaje, los problemas de Paute. *Hoy*.
- Jang, J., Sun, C., & Mizutani, E. (1997). *Neuro-Fuzzy and soft computing. A computational approach to learning and machine intelligence*. Londres, Reino Unido: Prentice Hall.
- Jansen, R. (1992). *Multiobjective decision support for environmental problems*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwe Academic publishers.
- Kosko, B. (1992). *Neural Networks and Fuzzy Systems: A dynamical systems approach to machine intelligence*. Englewood Cliffs, New Jersey, Estados Unidos: Prentice Hall.
- Labadie, J. W. (s.f.). *Estudio sobre la Operación y Seguridad del Sistema de Embalses de Valdesia*. Universidad del Estado de Colorado.
- Lebdi, F., Slimani, M., & Parent, E. (1997). Stratégie empirique d'un système de ressource en eau: l'Exemple d'un périmètre irrigué en zone semi aride.
- Malkzewski, J. (1999). *GIS and Multicriteria Decision Analysis*. John Wiley & Sons.
- Martín del Brío, B., & Sanz, A. (2001). *Redes neuronales y sistemas borrosos*. Madrid, España: Ra-Ma Editorial.
- Mehta, R., & Sharad, J. (2009). *Optimal Operation of a Multi-Purpose Reservoir Using Neuro-Fuzzy Technique*. Springer Scienza + Business Media.
- Merelo, J. (s.f.). *Informática Evolutiva*.
- Miller, B. G. (1995). *Genetic algorithms, Selection Schemes and the Varying Effects of Noise*. IlliGAL report No. 95009.
- Ministerio de Electricidad y Energía Renovable. (2010). Obtenido de http://www.meer.gob.ec/index.php?option=com_content&view=article&id=52:proyecto-mazar&catid=28:proyectos&Itemid=143
- Mitra, S., Konwar, K., & S.K., P. (2002). Fuzzy Decision Tree, Linguistic Rules and Fuzzy Knowledge-Based Network: Generation and Evaluation. 32, 1–12. *IEEE Trans. Syst.*



UNIVERSIDAD DE CUENCA

- Moraga, R., García-González, J., Parrilla, E., & Nogales, E. (s.f.). Modelado de un trasvase natural en un problema de optimización de la explotación hidroeléctrica de medio. (I. d. (IIT), Ed.)
- Nanandal, K. H. (2003). Hydroinformatics 2002: Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics Cardiff. *An application of genetic algorithms in optimal reservoir operation*. Reino Unido: IWA Publishing and the authors.
- Nauck, D., Klawonn, F., & Kruse, R. (1997). *Foundations of neuro-fuzzy systems*. Chichester, Inglaterra: John Wiley & Sons.
- Pabiot, F. (1999). Optimisation de la gestion d'un barrage collinaire en zone semi-aride.
- Pao Chang, Y., & Shien Tsung, C. (2005). *Updating real-time flood forecasting using a fuzzy rule-based model*. Taylor & Francis.
- Parisi, A., Parisi, F., & Días, D. (2006). *Modelos de Algoritmos Genéticos y Redes Neuronales en la Predicción de Índices Bursátiles Asiáticos*, 43, 251-284. Cuadernos de Economía.
- Portilla, M. (2002). *Aplicación de los Sistemas de Lógica Difusa en la Evaluación de la Amenaza por Erosión Superficial en Villa de Leyva*. Bucaramanga, Boyacá, Colombia: Simposio Latinoamericano sobre Control de Erosión.
- Ramos, A. (s.f.). *Programación Dinámica (DP)*. Universidad Pontificia de Comillas.
- Rivas Rodríguez, J. (2009). Sistema de Ayuda a la Toma de Decisiones basado en Árboles de Decisión Fuzzy. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid.
- Rutkowska, D. (2002). *Neuro-fuzzy architectures and hybrid learning*. Heidelberg, Alemania: Physica Verlag.
- Sánchez Camacho, E. A., & Wagner Gómez, A. I. (s.f.). *Modelo numérico para la operación óptima de un hidrosistema de aguas superficiales*. Morelos, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- Sharif, M., & Wardlaw, R. (Octubre de 2000). *Multireservoir systems optimization using genetic algorithms: case study*, 14(4). Journal of Computing in Civil Engineering.
- Uran, O., & Jansen, R. (2003). *Why are spatial decision support systems not used? Some experiences from Netherlands*, 27, 511 – 526. Computers, Environment and Urban Systems.
- Vanegas, P. (2010). *A Spatially Explicit Approach to the Site Location Problem in Raster Maps with Application to Afforestation*. Katholieke Universiteit Leuven.
- Zadeh, L. A. (1975). *The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning*. Information Sciences.
- Zadeh, L. A. (1996). *Fuzzy logic and the calculi of fuzzy rules and fuzzy graphs: a precis, Multiple Valued Logic*. Vol 1.



UNIVERSIDAD DE CUENCA