ESTRATEGIAS PARA LA ENSEÑANZA DE PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN

TEXTO PARA EL DOCENTE

BORIS MARCELO TENEMPAGUAY PAREDES
WILIAM WILFRIDO GORDILLO COLLAHUAZO

UNIVERSIDAD DE CUENCA
desde 1867

Universidad de Cuenca

Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física

DIRECTOR:

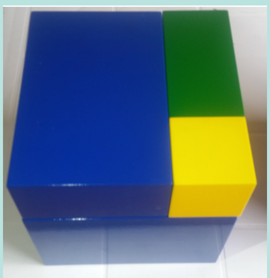
Ing. Fabián Bravo Guerrero

AUTORES:

Boris Marcelo Tenempaguay Paredes
Wiliam Wilfrido Gordillo Collahuazo

Estrategias para la enseñanza de Productos Notables y Factorización

Presentación



Con ayuda de la teoría constructivista y el aprendizaje significativo se han elaborado dos guías didácticas (una para el docente y otra para el estudiante), esta guía es dedicada al docente y se la debe desarrollar conjuntamente con la guía del estudiante.

La propuesta contiene la planificación de 9 clases, 3 de productos notables y 6 de factorización, las cuales cuentan con su respectiva anticipación, construcción y consolidación, que se podrán desarrollar dentro o fuera del salón de clases, además cuentan con ciertas destrezas que se espera que los estudiantes alcancen, luego de finalizar el estudio de cada tema.

Las clases cuentan con la aplicación de diferentes estrategias para la enseñanza y el uso de recursos educativos que sirven de ayuda para enseñar y fortalecer los conocimientos. El objetivo esperado al aplicar las diferentes estrategias en la enseñanza de los temas es lograr la comprensión de los contenidos.

Tenga presente que las estrategias utilizadas en los diferentes momentos de clase son sugeridas, usted podrá cambiarlas, o incorporar nuevas estrategias en la enseñana de los contenidos.

ESTRATEGIAS UTILIZADAS

PREGUNTAS

Son cuestionamientos que impulsan la comprensión de ciertos contenidos, en la enseñanza son valiosos instrumentos para desarrollar el pensamiento.

Existen dos tipos de preguntas

Limitadas o simples: Tienen una respuesta restringida o breve

Largas o compuestas: Su respuesta es amplia además permite al estudiante analizar, expresar opiniones y emitir juicios.

¿Para qué se utilizan?

Indagar los conocimientos previos, profundizar en un tema, potenciar el aprendizaje mediante la discusión.

PREGUNTAS EXPLORATORIAS

Son cuestionamientos referentes a un tema dado

¿Para qué se utilizan?

Analizar conceptos, indagar en los conocimientos previos, identificar detalles.

PNI (POSITIVO, NEGATIVO E INTERESANTE)

Permite plantear el mayor número de ideas posibles sobre un tema, entre ellas se destaca lo positivo, negativo e interesante.

¿Para qué se utiliza?

Contrastar información, organizar el pensamiento, evaluar un tema.

TRABAJO COOPERATIVO

Comprende el aprender mediante equipos estructurados, en el cual el aporte de cada uno de ellos es importante para poder lograr la meta planteada.

¿Para qué se utiliza?

Desarrollar habilidades sociales, fomentar el apoyo entre compañeros, realizar un análisis más profundo de un tema.

LLUVIA DE IDEAS

Permite indagar u obtener información, sobre lo que un determinado grupo de personas conocen acerca de un tema determinado.

¿Para qué sirve?

Resolver problemas, indagar conocimientos previos, recuperar información, crear un nuevo conocimiento.

SQA (QUÉ SE, QUÉ QUIERO SABER, QUÉ APRENDÍ)

Motiva al estudio mediante primero al indagar sobre los conocimientos previos, segundo identificando lo que se desea aprender y finalmente identificar que aprendió,

¿Para qué sirve?

Indagar los conocimientos previos, los alumnos pueden identificar si lo que sabían era correcto o no tras finalizar el estudio del tema.

LÚDICO

Permite crear un contexto acogedor mediante la enseñanza basada en el juego, los juegos pueden incluir actividades físicas, ejercicios que impliquen el razonamiento y entre otros más.

¿Para qué sirve?

Crear un ambiente acogedor, aprender mediante el juego, lograr la participación de todos estudiantes.

ABI (APRENDIZAJE BASADO EN INVESTIGACIÓN)

El ABI fomenta la educación autónoma y al uso de los diferentes recursos (Bibliotecas, medios electrónicos, entre otros), con el uso correcto de estos recursos el aprendiz será quien cree sus propios conocimientos.

¿Para qué sirve?

Fomenta el trabajo grupal e individual, desarrolla habilidades para la investigación (uso correcto de los recursos, distingue una información confiable de una no confiable).

TIC (TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN)

Las TIC son herramientas tecnologías que sirven de apoyo para la enseñanza-aprendizaje.

¿Para qué se utilizan?

Facilitan el aprendizaje (presencial, semipresencial y a distancia), son de apoyo para el aprendizaje autónomo tanto del docente como del estudiante.

CUADRO COMPARATIVO

Permite identificar las diferencias y semejanzas sobre diferentes temas

¿Para qué se utiliza?

Permite desarrollar la comparación, facilita la clasificación de la información, ayuda a organizar el pensamiento.

Nota: Tenga presente que las estrategias utilizadas no son las únicas existentes.

FUENTE DE LA INFORMACIÓN:

https://es.slideshare.net/anabelinda/sd-estrategias-de-ensenanza-aprendizaje?fbclid=IwAR2aAb_lWdYZAiX3tf3nthOvhwF4TG2uB4n37frlMadYSZuFkYxrRWX7CwY

Destrezas:

*Diferenciar entre el cuadrado de la suma y diferencia de un binomio,

*Aplicar las reglas de los productos notables para resolver ejercicios.

*Relacionar el cuadrado de la suma y diferencia de un binomio con áreas de figuras geométricas planas.

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 10 minutos.

Estrategia utilizada: Preguntas simples

Antes de empezar la clase es necesario conocer cuáles son los conocimientos de los aprendices, escoja de forma aleatoria a los estudiantes para que resuelvan los siguientes ejercicios en la pizarra.

Los saberes más importantes para el estudio del tema son: propiedades de la potenciación, aplicar la propiedad distributiva, calcular el área de cuadrados y rectángulos, leyes de los signos

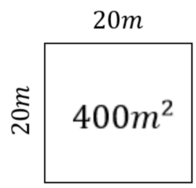
Resuelva en clase

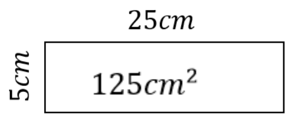
¿Que se entiende por área?

Es la medida de la región interior de una figura geométrica.

¿Cual es la unidad de medición de las áreas? **Unidades cuadradas, por ejemplo: m²**, cm², mm², etc.

Calcule el área de las siguientes figuras geométricas planas.





Transforme a potencias las siguientes multiplicaciones.

$a*a = a^2$ $\quad$ $(2x)x = 2x^2$ $\quad$ $2*2 = 2^2$

$(8z)z^2 = 8z^3$ $\quad$ $5*5*5*2 = 2*5^3$

Complete las leyes de los signos para la multiplicación.

$(+)(+) = +$

$(+)(-) = -$

$(-)(+) = -$

$(-)(-) = +$

Multiplique los siguientes ejercicios.

$(2x + q)(x - r)$

$$(2x + q)(x - r) = (2x)x - 2xr + qx - qr$$
$$(2x + q)(x - r) = 2x^2 - 2xr + qx - qr$$

$(7r + 1)(6r - 5)$

$$(7r + 1)(6r - 5) = (7r)(6r) - 35r + 6r - 5$$
$$(7r + 1)(x - 5) = 42r^2 - 29r - 5$$

PRODUCTOS NOTABLES

Cuadrado de la suma y diferencia de un binomio

$(a+b)^2$ $(a-b)^2$

Luego de haber indagado y reforzado los conocimientos previos se procederá a realizar la construccion del conocimiento.

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado 40 minutos.

- Se dará a conocer el concepto de los productos notables y los diversos casos de los mismos, la finalidad de ello es guiar parcialmente al estudiante pero no en su totalidad, pues el ABI tiene como finalidad que los estudiantes busquen la información por cuenta propia.
- Puede dar ejemplos que estén relacionados con el concepto de los productos notables como por ejemplo, sabemos que 5*4=20 es una multiplicación que no necesita ser desarrollada en su totalidad, puesto que si la desarrollaríamos sería 5*4=5+5+5+5=20 o 5*4=4+4+4+4+4=20, por lo que podríamos relacionar con los productos notables.

!SABÍAS QUE¡

Los productos notables son operaciones algebraicas que no se necesitan desarrollar paso a paso, si no con la ayuda de ciertas reglas de los mismos se los pueden resolver de manera inmediata.

Existen diversos casos de productos notables tales como los siguientes:

- Cuadrado de la suma de un binomio
- Cuadrado de la diferencia de un binomio
- Producto de la suma por la diferencia de dos binomios
- Cubo de la suma de un binomio
- Cubo de la diferencia de un binomio

Recordemos lo siguiente

- En la multiplicación no importa el orden en que se multiplica, ejemplo ab=ba, 2*3=3*2, a esto se denomina "propiedad conmutativa".
- Cuando se multiplica no es necesario el signo de multiplicación solo si son: letras a*b=ab, letras y números 2*a=2a, 2*sin(x)=2sin(x).
- Cuando se multiplica es necesario colocar el signo de multiplicación si esas cantidades son números 2*3≠23.

Se recuerdan ciertas propiedades, que servirán de apoyo en el estudio de los productos notables.

En muchas ocasiones los estudiantes desconocen: por que ab+ba=2ab

Estrategia utilizada: ABI

- Lea con sus estudiantes la actividad que tendrán que desarrollar, la finalidad de la actividad es que los mismos adquieran la habilidad de buscar información, analizar la misma y aprender a trabajar de forma individual.
- Los estudiantes mediante la búsqueda de información tendrán que verificar si los conceptos y reglas dadas anteriormente son correctos o incorrectos, además de ello mediante lo investigado deberán completar las actividades propuestas en la guía.

Nota: El docente debe indicar a sus estudiantes cuáles son los medios, que pueden utilizar para obtener la información solicitada, ya sea, bibliotecas, recursos tecnológicos (al hablar de recursos tecnológicos es necesario dar a conocer a los estudiantes que no todas las páginas web cuentan con información confiable, recomiende documentos pdf, google académico, artículos académicos, entre otros), también pueden consultar con personas que conozcan del tema como "profesores, parientes, etc."

CUADRADO DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE UN BINOMIO

Actividades para la casa

Estimado estudiante a continuación se le presenta, la expresión y regla del cuadrado de la suma y diferencia de un binomio.

Nota: La expresión y la regla mostrada pueden ser correctas o incorrectas, para ello usted deberá investigar ya sea online, libros, foros, etc. y verificarla.

Sugerencias para realizar la investigación en la web.
https://gerardosd.files.wordpress.com/2009/09/ejercicios-para-nivelacion.pdf
https://yoquieroaprobar.es/_pdf/32155.pdf
Sugerencias para realizar la investigación en libros.
Álgebra Elemental Moderan de Mancil, volumen 1

Sugerencia para el ABI
Tenga presente que las páginas web y los textos son sugeridos, usted podrá buscar otras páginas web o textos en caso de ser necesario.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Expresión del cuadrado de la suma de un binomio.

Regla del cuadrado de la suma de un binomio

El cuadrado de la suma de un binomio es igual a, el cuadrado del primer término, más el doble producto del primer por el segundo término, más el cuadrado del segundo término.

$(a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Expresión del cuadrado de la diferencia de un binomio.

Regla del cuadrado de la diferencia de un binomio

El cuadrado de la diferencia de un binomio es igual a, el cuadrado del primer término, más el doble producto del primer por el segundo término, más el cuadrado del segundo término.

Información que deberá ser verificada luego de hacer el uso del ABI

Después de haber investigado conteste las siguientes preguntas

1.¿Son correctas las expresiones mostradas anteriormente?
Cuadrado de la suma de un binomio **SI**
Cuadrado de la diferencia de un binomio **NO**

Actividades de refuerzo

2.Argumente su respuesta desarrollando paso a paso la expresión del cuadrado de la suma y diferencia de un binomio.

$(a+b)^2$

$(a+b)(a+b) = a*a+a*b+b*a+b*b$
$(a+b)(a+b) = a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2+2ab+b^2$

Uno de los errores más comunes por los estudiantes es el siguiente: $(2a+3b)^2=2a^2+2*2a*3b+3b^2$, se recomienda realizar un ejercicio de esta índole para evitar la confusión.

Su regla es: ***El cuadrado de la suma de un binomio es igual a, el cuadrado del primer término, más el doble producto del primer por el segundo término, más el cuadrado del segundo término.***

$(a-b)^2$

$(a-b)(a-b) = a*a-a*b-b*a+b*b$

$(a-b)(a-b) = a^2-2ab+b^2$

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2-2ab+b^2$

Su regla es: ***El cuadrado de la diferencia de un binomio es igual a, el cuadrado del primer término,*** *menos* ***el doble producto del primer por el segundo término, más el cuadrado del segundo término.***

Nota

- ***En caso de no haber sugerido ninguna página para la investigación, los alumnos podrán encontrar diferentes métodos para resolver los binomios al cuadrado, como el triángulo de Pascal, binomio de Newton, en caso de suceder valore el trabajo realizado y explique que el estudio de esos temas se los realizará luego de finalizar los productos notables.***

Estrategia utilizada: Preguntas exploratorias

Luego de haber terminado la actividad.

- Pregunte a sus estudiantes

¿Qué sucedería si se obtiene un trinomio o cuatrinomio elevado al cuadrado?

¿Se podrá aplicar la regla ya antes estudiada?

- Luego de generar dudas en el estudiante, resuelva el ejercicio que se muestra a continuación, la finalidad es mostrar al alumno que un trinomio elevado al cuadrado se lo puede resolver aplicando la regla del cuadrado de un binomio, o también se lo puede resolver aplicando la propiedad distributiva.
- Obtenga conjuntamente con sus estudiantes una regla para el cuadrado de la suma de un trinomio.

Cuadrado de la suma de un trinomio.

$(a+b+r)^2$

APLICANDO LA REGLA

Primero: Se agrupan de la siguiente manera.

$((a+b)+r)^2$, $(a+(b+r))^2$, $((a+r)+b)^2$

$((a+b)+r)^2$

Segundo: Consideramos a los binomios encerrados en el paréntesis como una sola cantidad, $(a+b)$, $(b+r)$, $(a+r)$ son una sola cantidad.

Tercero: Se aplica la regla del cuadrado de un binomio.

$((a+b)+r)^2 = (a+b)^2+2(a+b)r+r^2$

Cuarto: Se vuelve a desarrollar el binomio al cuadrado y las multiplicaciones.

$((a+b)+r)^2 = a^2+2ab+b^2+2ar+2br+r^2$

$(a+b+r)^2 = a^2+b^2+r^2+2ab+2ar+2br$

APLICANDO LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

Primero: Se transforma en multiplicación la potencia dada.

$(a+b+r)^2 = (a+b+r)(a+b+r)$

Segundo: Se aplica la propiedad distributiva.

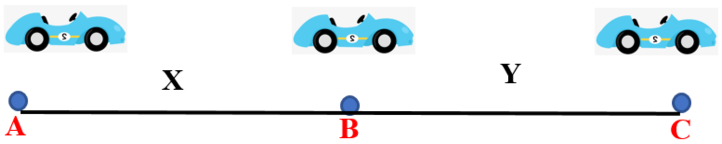
$(a+b+r)(a+b+r) = a^2+ab+ar+ba+b^2+br+ra+rb+r^2$

$(a+b+r)(a+b+r) = a^2+b^2+r^2+2ab+2ar+2br$

$(a+b+r)^2 = a^2+b^2+r^2+2ab+2ar+2br$

Escribamos una regla para este caso particular.

El trinomio al cuadrado es igual a, el cuadrado del primer término, más el cuadrado del segundo término, más el cuadrado del tercer término, más el doble producto del primer por el segundo término, más el doble producto del primer por el tercer término y más el doble producto del segundo por el tercer término.



Un automóvil recorre desde el punto A hasta el punto B una distancia "**X**", luego de ello recorre desde el punto B hasta el punto C una distancia "**Y**"

¿Qué distancia recorrió el automóvil?

Respuesta: Recorrió una distancia "**X+Y**"

La siguiente actividad ayudará al estudiante, a identificar la medida de la distancia total, cuando en lugar de valor numéricos tenemos variables como valores, la misma actividad servirá de ayuda para la interpretación geométrica.

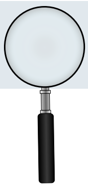
- Con la siguiente actividad se pretende reforzar los saberes adquiridos, relacionando los productos notables con las áreas de figuras geométricas planas "cuadrados y rectángulos"
- Recuerde que el docente deberá ser un ayuda en la construcción del conocimiento.

Cuadrado de la suma de un binomio

Estrategia utilizada: Preguntas simples y compuestas

¿Cómo se calcula el área de un cuadrado?, ejemplifique.
Área del cuadrado **Lado por lado A=l²**
Ejemplo **El área de un cuadrado de 3cm es A=9cm²**
¿Cómo se calcula el área de un rectángulo?, ejemplifique.
Área del rectángulo **Base por altura A=b*h**
Ejemplo **El área de un rectángulo cuyos lados son 3cm y 5cm es A=15cm²**

!!Sabías que¡¡
El cuadrado de la suma de un binomio también se lo puede relacionar con las áreas de figuras geométricas " cuadrados y rectángulos"



Analice la figura 1 y responda las siguientes preguntas

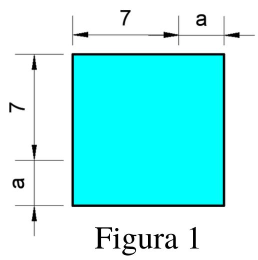


Figura 1

Estimado docente, solo para este caso se puede obviar poner la unidad de medición, con la finalidad de evitar la confusión del estudiante, pero deberá hacer énfasis en que se están calculando áreas.

- ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado?

7+a

- ¿Cómo se calcularía el área de este cuadrado?

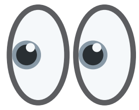
A = (7+a)²

- ¿Existe algún parecido entre la fórmula para calcular el área del cuadrado, con la expresión matemática del cuadrado de la suma de un binomio?

Si ¿por qué? **porque existe un binomio dentro del paréntesis que se está sumando y elevado al cuadrado.**

Desarrolle, la expresión que obtuvo para encontrar el área de la figura 1 (se sugiere hacer uso de la regla del cuadrado de la suma de un binomio), identifique que partes corresponden a las áreas de cuadrados y rectángulos, anótelos en las figuras.

Puede interpretarse de varias formas, por esa razón se la puede considerar una pregunta compuesta.



$2a(7)$= área de un rectángulo cuyos lados son "2a" y "7"

$14a$= área de un rectángulo de lados "14" y "a"

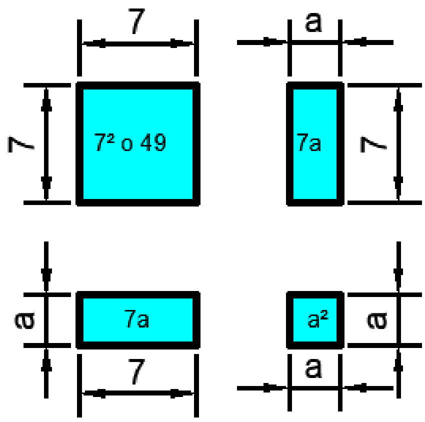
$(7+a)^2 = 7^2 + 2*7*a + a^2$

$(7+a)^2 = = (49 + 14a + a^2)$

7^2 o 49 = Área de un cuadrado cuyo lado es "7".

$2*7*a$ o $14a$ = Dos áreas de rectángulos cuyos lados son "7" y "a".

a^2 = Área de un cuadrado cuyo lado es "a".



En base a lo realizado escriba con sus palabras una interpretación para el cuadrado de la suma de un binomio "relacionándolo con áreas". **Escribir las palabras más importantes para posteriormente formar una sola interpretación.**

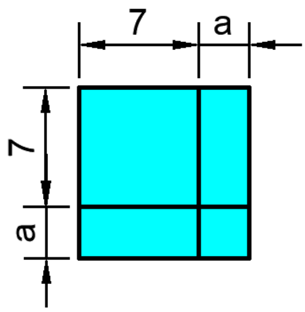
Escriba con su docente la interpretación del cuadrado de la suma de un binomio (relacione con áreas).

El cuadrado de la suma de un binomio es igual a, el área de un cuadrado cuyo lado es el primer término, más dos áreas rectangulares cuyos lados son el primer y segundo término y más el área de un cuadrado cuyo lado es el segundo término.

La imagen resume lo realizado

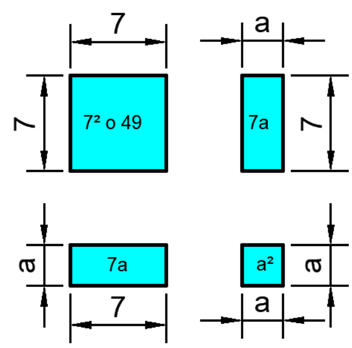
Cuadrado de la suma de un binomio

$(7+a)^2$



Cuadrado de la suma de un binomio desarrollado

$7^2 + 2*7*a + a^2$



Cuadrado de la diferencia de un binomio

Observe la figura 1.1 y conteste los siguientes enunciados.

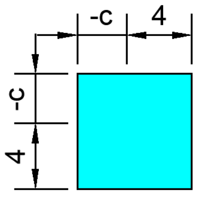


figura 1.1

- ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado? **-c+4 ó 4-c**

- ¿Cuál es la expresión para calcular su área **$(-c+4)^2$**

¿La expresión tiene algún parecido a la diferencia del cuadrado de un binomio?
Si ¿Por qué? **porque existe un binomio dentro del paréntesis que se está restando y elevado al cuadrado.**
Desarrolle la expresión que obtuvo, para encontrar el área del cuadrado de la figura 1.1 (se sugiere hacer uso de la regla del cuadrado de la diferencia de un binomio). Identifique qué expresiones corresponden a las áreas de cuadrados y rectángulo.

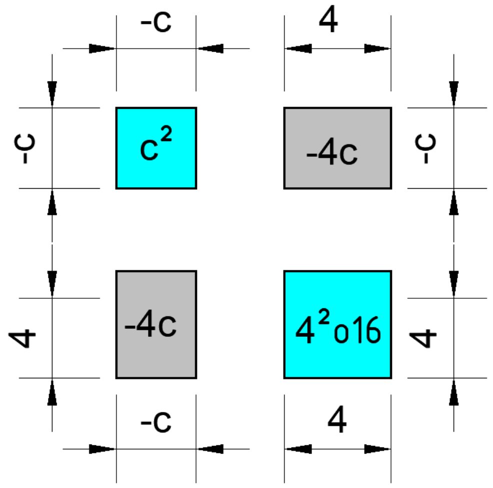
$(c-4)^2 = c^2 - 2*4*c + 4^2$

$(c-4)^2 = (c^2 - 8c + 16)$

c^2 = Área de un cuadrado cuyo lado es "c".

2*4*c ó 8c = Dos áreas de rectángulos cuyos lados son "4" y "c".

16 = Área de un cuadrado cuyo lado es "4".



¿Cuántas áreas negativas tenemos? (escriba cuales son y a que figura geométrica pertenecen)
Tenemos dos áreas negativas de rectángulos cuyos lados son 4 y c.

- En base a lo realizado escriba con sus palabras una posible interpretación para el cuadrado de la diferencia de un binomio (relacionándolo con el ejercicio anterior).

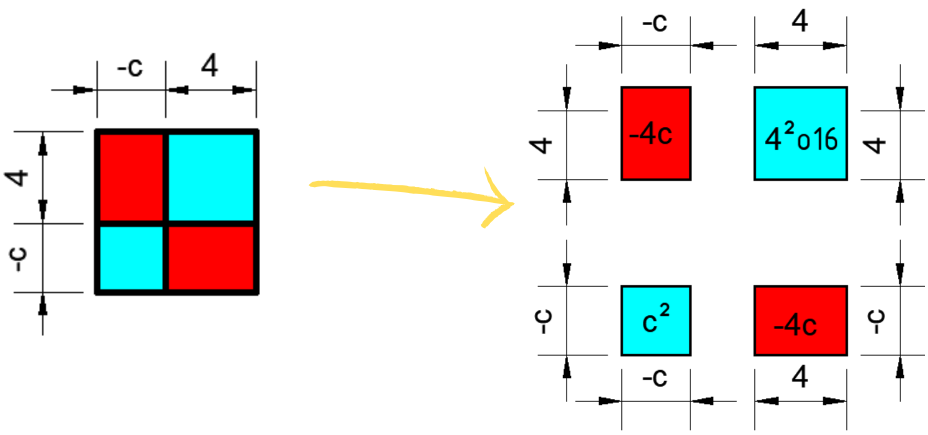
Valorar las ideas de los estudiantes y mediante las mismas formular una sola interpretación.

Escriba con su docente la interpretación del cuadrado de la diferencia de un binomio (relacione con áreas).
El cuadrado de la diferencia de un binomio es igual a, el área de un cuadrado cuyo lado es el primer término, menos dos áreas rectangulares cuyos lados son el primer y segundo término y más el área de un cuadrado cuyo lado es el segundo término.

La imagen resume lo realizado

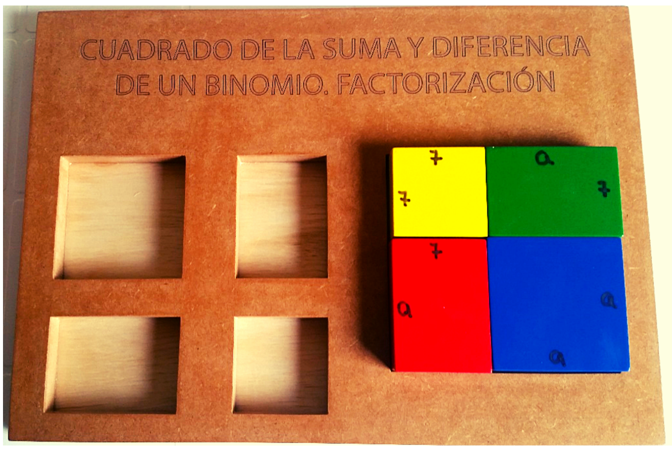
Cuadrado de la diferencia de un binomio ***Cuadrado de la diferencia de un binomio desarrollado***

$(4-c)^2$ $4^2 - 2*4*c + c^2$



Se sugiere ingresar al siguiente enlace y observar otro método alterno para resolver el binomio y trinomio al cuadrado.
https://www.youtube.com/watch?v=1FdkTwMfMh0
https://www.youtube.com/watch?v=mlD-4eYufN4

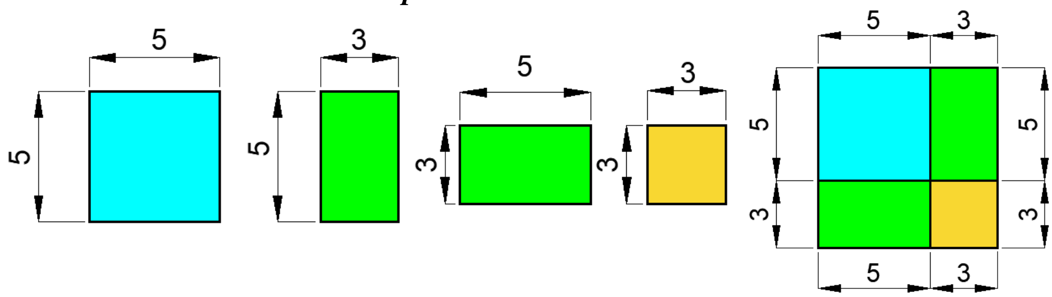
Usted contará con un material didáctico para reforzar la interpretación geométrica mostrada anteriormente, tenga presente que con este material podrá elaborar muchos ejercicios ya que si escribe con marcador de pizarra, se puede borrar y seguir trabajando



En caso de no contar con ningún material didáctico, puede sugerir la siguiente actividad con la cual se obtendrá el mismo resultado, se sugiere elaborarlo en cartulina, espuma flex, cartón, etc.

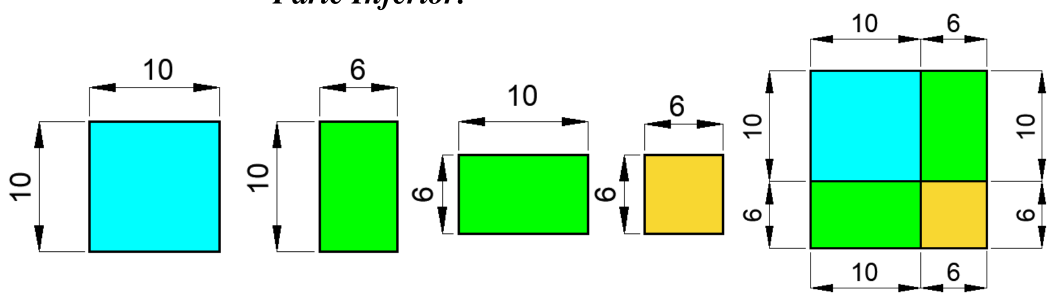
Puede utilizar las medidas mostradas en las imágenes para elaborar su material, posteriormente puede cambiar las acotaciones con números positivos, negativos o variables.

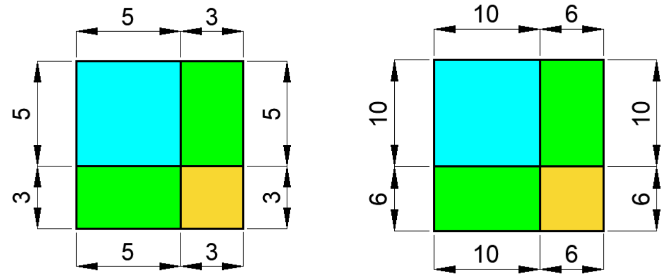
Parte Superior.



La imagen mostrada representa un ejemplo, de como obtener el mayor provecho al material didáctico, ya que podrá elaborar dos ejercicios al mismo tiempo.

Parte Inferior.





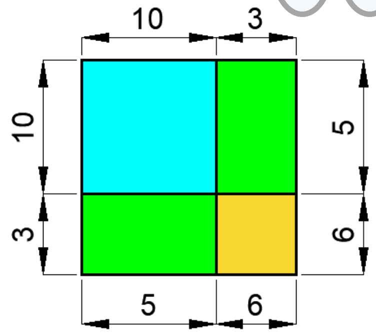
Entregar los cuadrados ya armados, los estudiantes deberán identificar cual es su binomio al cuadrado y cual es su expresión resultante.

Recuerde que para ello se debe calcular el área de cada uno de los cuadrados y rectángulos formados y esta sera igual al área total del binomio.

$(5+3)^2 = 5^2 + 2*5*3 + 3^2$	$(6+10)^2 = 6^2 + 2*6*10 + 10^2$
$(5+3)^2 = 25 + 30 + 9$	$(5+3)^2 = 36 + 120 + 100$
$(5+3)^2 = 64$	$(5+3)^2 = 256$

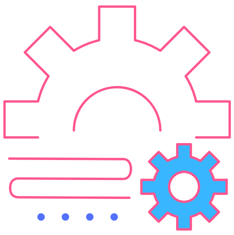
Tenga presente lo siguiente

No se puede formar una figura con la parte delantera y trasera puesto que las dimensiones del cuadrado no serian coherentes, y nos quedaría un cuadrado de lados, 13*13*11*11, y esto podría causar confusión a los estudiantes.



Se presenta una aplicación del cuadrado de la suma de un binomio, del mismo modo la aplicación mostrada puede servir para el cuadrado de la diferencia de un binomio.

!Sabías que¡



Una aplicación del cuadrado de la suma y diferencia de un binomio, es ayudar a transformar una multiplicación difícil en una más fácil.

Calcular $(11)^2$

Se descompone al número 11 en dos números cuya multiplicación sea mas fácil efectuar, ejemplo $10 + 1 = 11$

$(11)^2 = (10+1)^2$

$(10+1)^2$ se aplica la regla del cuadrado de la suma de un binomio

$(10+1)^2 = 10^2 + 2*10*1 + 1^2$

$(10+1)^2 = 100 + 20 + 1$

$(10+1)^2 = 121$

Entonces $(11)^2 = (10+1)^2 = 121$

Los siguientes ejercicios lo tienen que resolver los estudiantes, tengan en cuenta que para resolver el primer ejercicio puede hacerlo por diferentes métodos, pero siempre darán el mismo resultado.

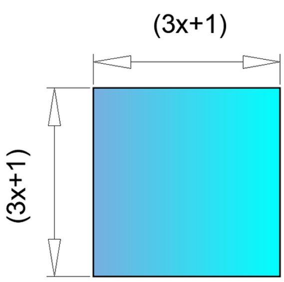
Tarea en clase

Haciendo uso de la aplicación del cuadrado de la suma o diferencia de un binomio multiplique lo siguiente

$(39)^2$

$$(39)^2 = (40 - 1)^2$$
$$(40 - 1)^2 = (40)^2 - 2(40)(1) + (1)^2$$
$$(40 - 1)^2 = 1600 - 80 + 1$$
$$(40 - 1)^2 = 1521$$

Calcule y desarrolle el área del siguiente cuadrado



$$\text{Área} = (3x + 1)^2$$
$$\text{Área} = (3x)^2 + 2(3x)(1) + (1)^2$$
$$\text{Área} = (9x^2 + 6x + 1)$$

Estrategia utilizada: PNI

Para finalizar plantee conjuntamente con sus estudiantes el mayor número de ideas que se presenten sobre el estudio del cuadrado de la suma y diferencia de un binomio, luego clasifíquelas en positivo, negativo e interesante, se muestra un ejemplo.

COMPLETE CON LA AYUDA DE SU PROFESOR

CUADRADO DE LA SUMA O DIFERENCIA DE UN BINOMIO		
POSITIVO	NEGATIVO	INTERESANTE
Conocer sus reglas nos ayuda a optimizar el tiempo de solución de un binomio al cuadrado. . . . . . etc.	Implica memorizar las reglas Se debe diferenciar la regla del cuadrado de la suma y diferencia de un binomio . . . . etc.	Se lo puede relacionar con las áreas de cuadrados y rectángulos La regla puede incluso aplicarse al cuadrado de la suma y diferencia de un trinomio, cuatrinomio, etc. . . etc.

Resuelva el Test 3 del siguiente enlace, e imprima su resultado para la siguiente clase.

http://manualalgebraico.blogspot.com/2013/09/auto-evaluacion-de-productos-notables.html

La siguiente actividad busca reforzar los contenidos aprendidos, mediante el desarrollo de un pequeño test.

CONSOLIDACIÓN

Tiempo estimado 10 minutos.

Estrategia utilizada: Lúdico

Para finalizar el estudiante tendrá que resolver en casa los ejercicios mostrados, que le ayudarán a obtener pistas para completar el rompecabezas, la finalidad del ejercicio es que los estudiantes refuercen lo aprendido, pero desde un punto de vista lúdico.

Asegúrese que los estudiantes comprendan que la activad consiste en resolver los ejercicios y una vez hallada su respuesta, pegar la imagen correspondiente, pero de tal manera que se pueda observar su resolución, para ello puede indicar que solo peguen las puntas de la imagen o realice los cálculos en otra hoja.

Así mismo se presenta un vídeo educativo para reforzar los contenidos.

Rompecabezas

Resuelva los siguientes ejercicios y pegue la imagen con la respuesta correspondiente.

Nota:

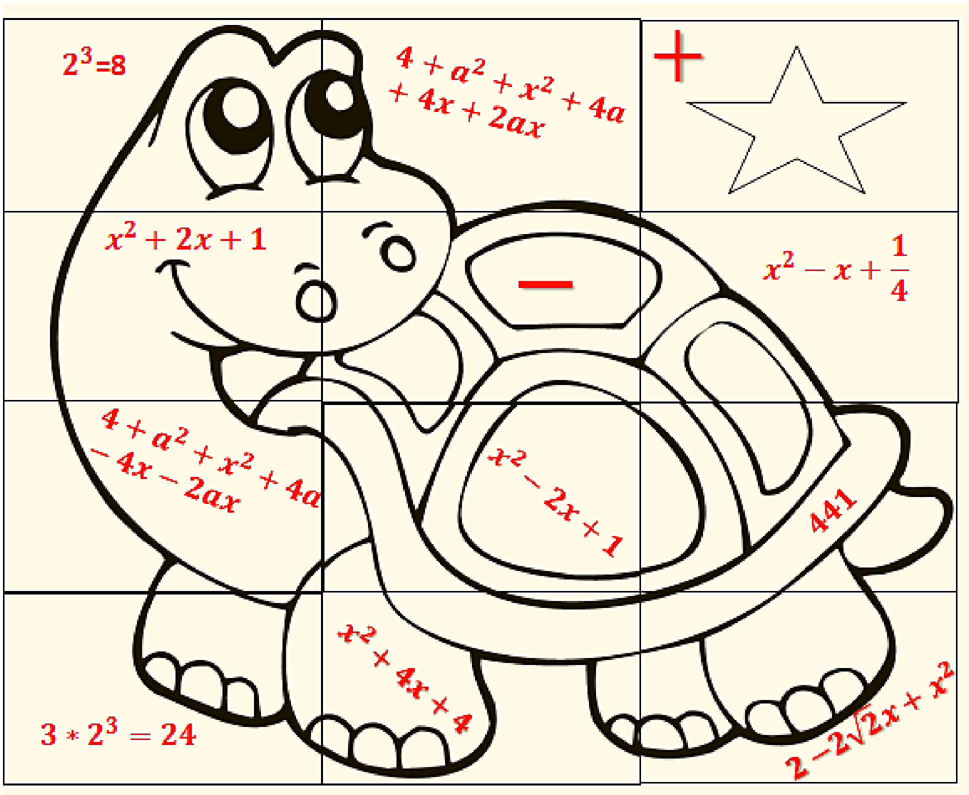
Las imágenes se encuentran en la página siguiente.

Pegue las imágenes de tal manera que se pueda observar la resolución de los ejercicios, o resolverlos en otra hoja.

$2*2*2$ $2^3=8$	$(2+a+x)^2$ $4+a^2+x^2+4a+4x+2ax$	$(-)(-)$ $+$
$(x+1)^2$ x^2+2x+1	$(+)(-)$ $-$	$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$ $x^2-x+\frac{1}{4}$
$(2-a+x)^2$ $4+a^2+x^2+4a-4x-2ax$	$(x-1)^2$ x^2-2x+1	$(21)^2$ 441
$3*2*2*2$ $3*2^3=24$	$(-2-x)^2$ x^2+4x+4	$(\sqrt{2}-x)^2$ $2-2\sqrt{2}x+x^2$

Preste atención a este ejercicio, los estudiantes al encontrar ejercicios de esta índole, suelen confundirse en la aplicación de las reglas de los productos notables

ROMPECABEZAS SOLUCIONADO



Recomendación

Puede indicar a sus estudiantes que en caso de no poder resolver algún ejercicio puede hacer uso del software "Symbolab"

Nota: Recuerde a sus estudiantes que el software solo sirve como un refuerzo por lo que en una evaluación no podrán hacer uso del mismo

https://es.symbolab.com/

- **Pida al estudiante que recorte la parte indicada, después de haber contestado todas las preguntas, la información recolectada nos servirá de ayuda para el mejoramiento continuo.**

Nota: cada clase contará con una parte a recortar.

Respondamos lo siguiente, referente a la clase del cuadrado de la suma y diferencia de un binomio.

Me gusto la forma en que aprendí este tema...................¿por qué?..
....
....

Me gusto investigar el tema por mi cuenta...................¿por qué?..
qué?...
....
....

Me intereso, saber que el cuadrado de la suma y diferencia de un binomio se lo puede relacionar con áreas de cuadrados y rectángulos..................¿por qué?..................................
....
....

Comentarios sobre esta clase:
....
....
....
....

Producto de la suma por la diferencia de dos binomios

$(a+b)(a-b)$

Destrezas:

* Obtener la regla de solución del producto de la suma por la diferencia de dos binomios.
* Diferenciar entre el cuadrado de la suma y diferencia de un binomio y el producto de la suma por la diferencia de dos binomios.
* Resolver ejercicios mediante la aplicación del producto de la suma por la diferencia de dos binomios.

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 5 minutos.

Estrategia utilizada: Preguntas simples

- Los estudiantes deberán contestar de manera individual, la finalidad de la actividad es reforzar en como se expresaba el cuadrado de la suma y de la diferencia de dos binomios, e inagar si los estudiantes cuentan con los conocimiento revios necesarios.

Actividad en clase: conteste las siguientes preguntas

¿Podríamos representar el producto de la suma por la diferencia de dos binomios de las siguientes formas?

$$(a - b)(a + b) = (a - b)^2$$

No ¿Por qué? **porque la expresión resultante corresponde al cuadrado de la diferencia de un binomio $(a-b)(a-b) = (a-b)^2 = (a+b)(a+b)=a^2 - 2ab + b^2$**

$$(a - b)(a + b) = (a + b)^2$$

No ¿Por qué? **porque la expresión resultante corresponde al cuadrado de la suma de un binomio $(a+b)(a+b) = (a+b)^2 = (a-b)(a-b)=a^2 + 2ab + b^2$**

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado 30 minutos.

- El objetivo de la actividad, es que el alumno obtenga la expresión resultante del producto de la suma por la diferencia de dos binomios, para ello pida a tres estudiantes que resuelvan en la pizarra los ejercicios mostrados, la solución de estos ejercicios son claves para contestar las siguientes preguntas y para poder obtener la regla.

Puesto que no se puede representa de ninguna forma mostrada anteriormente, entonces ¿Cuál será su expresión resultante? para ello resolvamos los siguientes ejercicios.

Ejercicios	$(\boldsymbol{y}-\mathbf{1})(\boldsymbol{y}+\mathbf{1})$	$(\boldsymbol{x}+\mathbf{3})(\boldsymbol{x}-\mathbf{3})$	$(\boldsymbol{c}^{\mathbf{3}}+\boldsymbol{r})(\boldsymbol{c}^{\mathbf{3}}-\boldsymbol{r})$
Desarrollo	$y^2+y-y-1^2$	$x^2-3x+3x-3^2$	$(c^3)^2-c^3r+c^3r-r^2$
Expresión resultante	y^2-1^2	x^2-3^2	$(c^3)^2-r^2$

Responda

Tienen algo en común las expresiones resultantes **Si** Argumente su respuesta **Al momento de resolver los ejercicios siempre obtenemos el primer término elevado al cuadrado restado del segundo término elevado al cuadrado,**

- Se le recomienda no ser muy objetivo en las respuestas pues los estudiantes lo pueden interpretar de diferente manera, es aquí donde el docente debe eliminar dudas.

Con sus palabras a que seria igual el producto de la suma por la diferencia de dos binomios.

Obtener las palabras clases mas importantes de los estudiantes para formular un solo concepto.

Estrategia utilizada: Lluvia de ideas

- Se recomienda construir conjuntamente con los alumnos un concepto general, el cual debe ser en su mayoría elaborado por los estudiantes, además de hacer notar a los estudiantes la diferencia que existe, entre la diferencia del cuadrado de un binomio y el producto de la suma por la diferencia de dos binomios, ya que uno de los principales errores que se suelen encontrar en la resolución de ejercicios es el siguiente.

$$(a-b)^2 = a^2 - b^2$$

Conjuntamente con su docente formule la regla para el producto de la suma por la diferencia de dos binomios.

Producto de la suma por la diferencia de dos binomios.

El producto de la suma por la diferencia de dos binomios es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

RECUERDA

La expresión matemática de la suma y diferencia del cuadrado de un binomio son:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

La expresión matemática del producto de la suma por la diferencia de dos binomios es

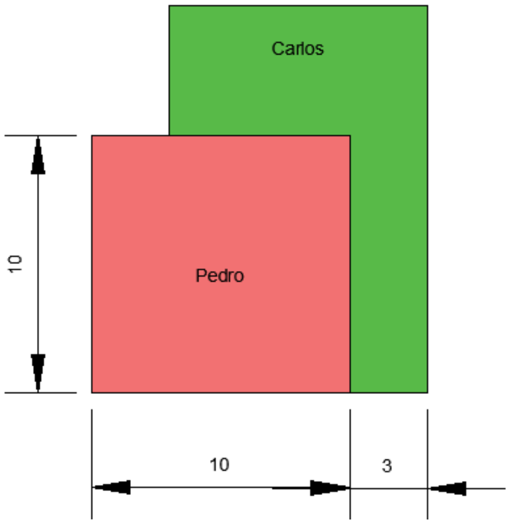
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Estrategia utilizada: Trabajo cooperativo

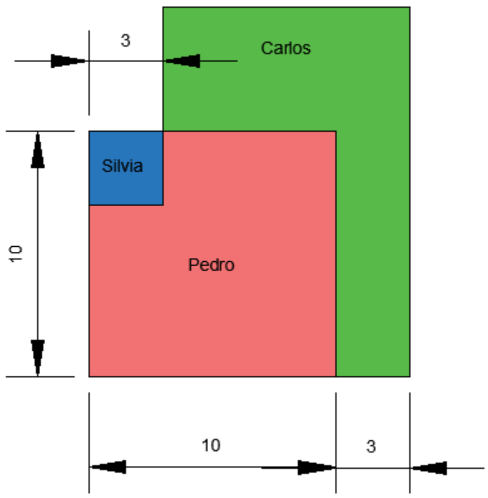
Una vez terminado con la interpretación matemática, se recomienda realizar un trabajo de máximo dos personas, el trabajo consiste en leer e interpretar la situación mostrada. Se recomienda no intervenir directamente, pues es de vital importancia que los mismos comprendan la situación planteada.

LEA TODA LA SITUACIÓN PLANTEADA

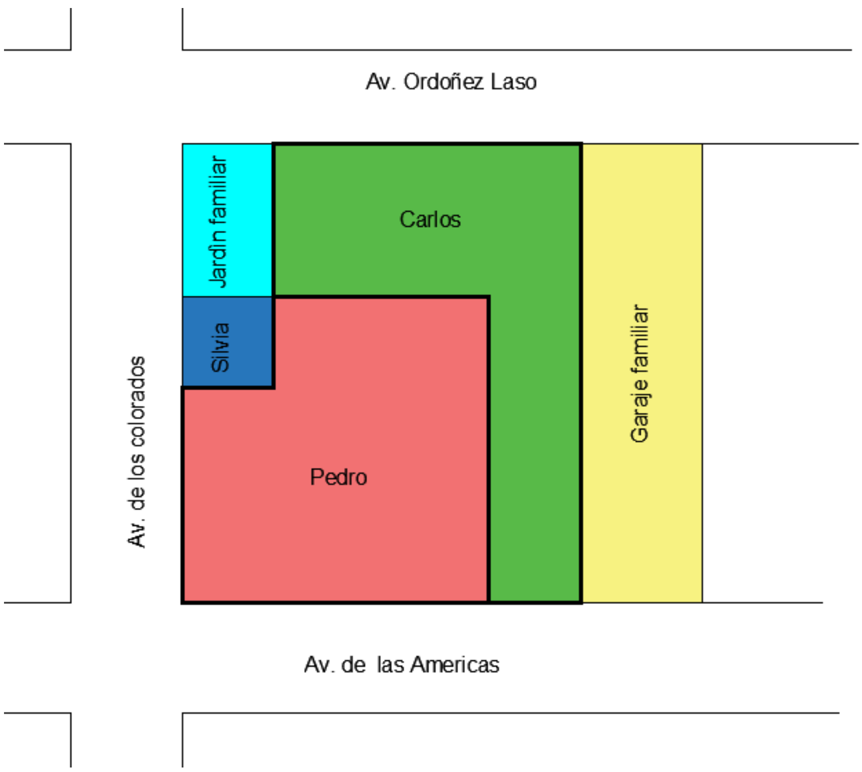
Pedro tiene un terreno cuadrado de 10 metros de lado, junto al de su hermano Carlos, como se muestra en la siguiente figura.



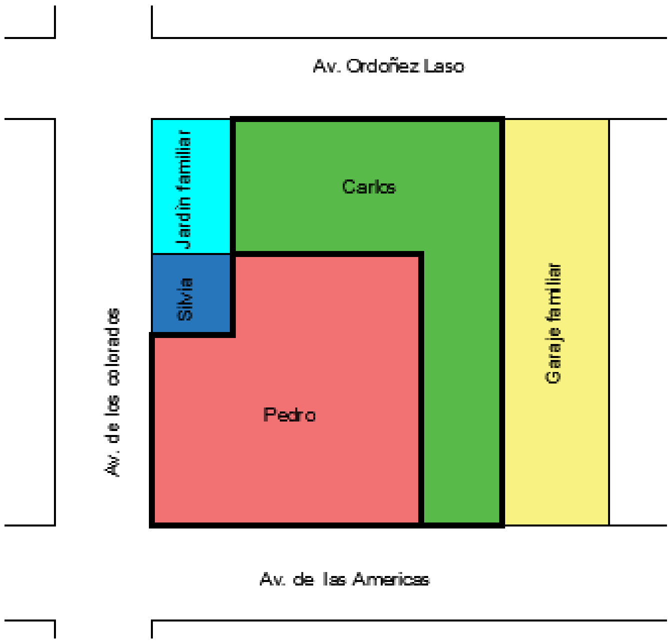
Pero Pedro decide regalarle a su hermana Silvia una porción cuadrada de su terreno de 3 m de lado como se muestra en la figura.

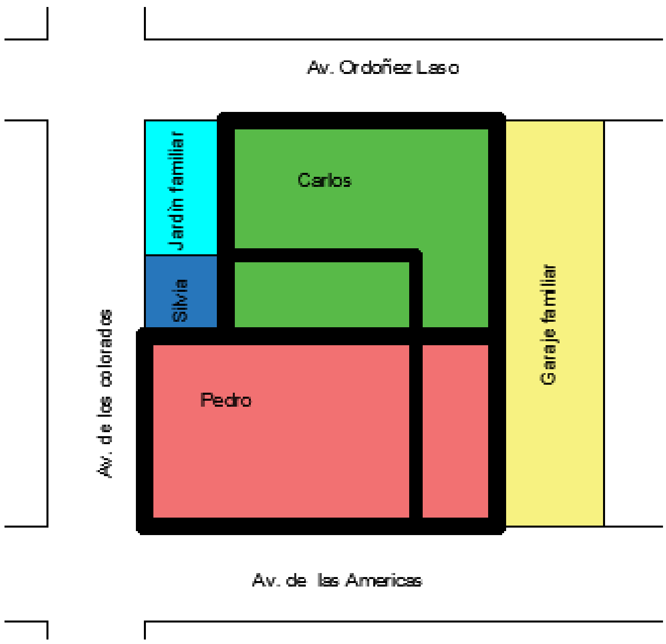


Debido a la deformación de los terrenos Pedro y Carlos deciden intercambiar de forma igualitaria partes de sus terrenos, de tal manera que se forme un solo terreno rectangular o cuadrado para cada uno de ellos. Considere que los terrenos están rodeados de calles, además que el jardín y el garaje familiar no se los pueden mover.



Luego de haber realizados los cambios de terrenos de forma igualitaria entre Pedro y Carlos queda de la siguiente forma.





Una vez terminada de leer la situación planteada, los estudiantes tendrá que llenar un cuestionario, la finalidad de este ejercicio es relacionar este tema con la vida cotidiana.
Del mismo modo se presenta un concepto geométrico del producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, este concepto se lo fortalecerá con el estudio de la factorización "diferencia de cuadrados", en el cual es de mayor facilidad el uso del material concreto.

Estrategia utilizada: Preguntas simples

Luego de comprender el problema dado

¿Cuánto ha aumentado y ha disminuido las dimensiones del terreno de Pedro?

Primer lado *10 - **3** ha disminuido **3 metros***
Segundo lado *10 + **3** ha aumentado **3 metros***

¿Qué tienen en común los lados del terreno de pedro?
La cantidad aumentada y disminuida es la misma para cada lado

Por lo tanto su área se calcularía de la siguiente forma"haga uso de la regla"

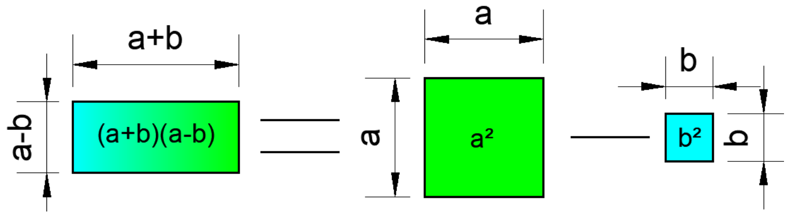
$$A=(10-3)(10+3)$$
$$A= 10^2 - 3^2$$
$$A=91\ m^2$$

¿La expresión (10-3)(10+3) tiene algún parecido con el producto de la suma por la diferencia de dos binomios?

SI** ¿Por qué? **porque se está efectuando el producto de la suma por la diferencia de dos binomios "10 y 3"

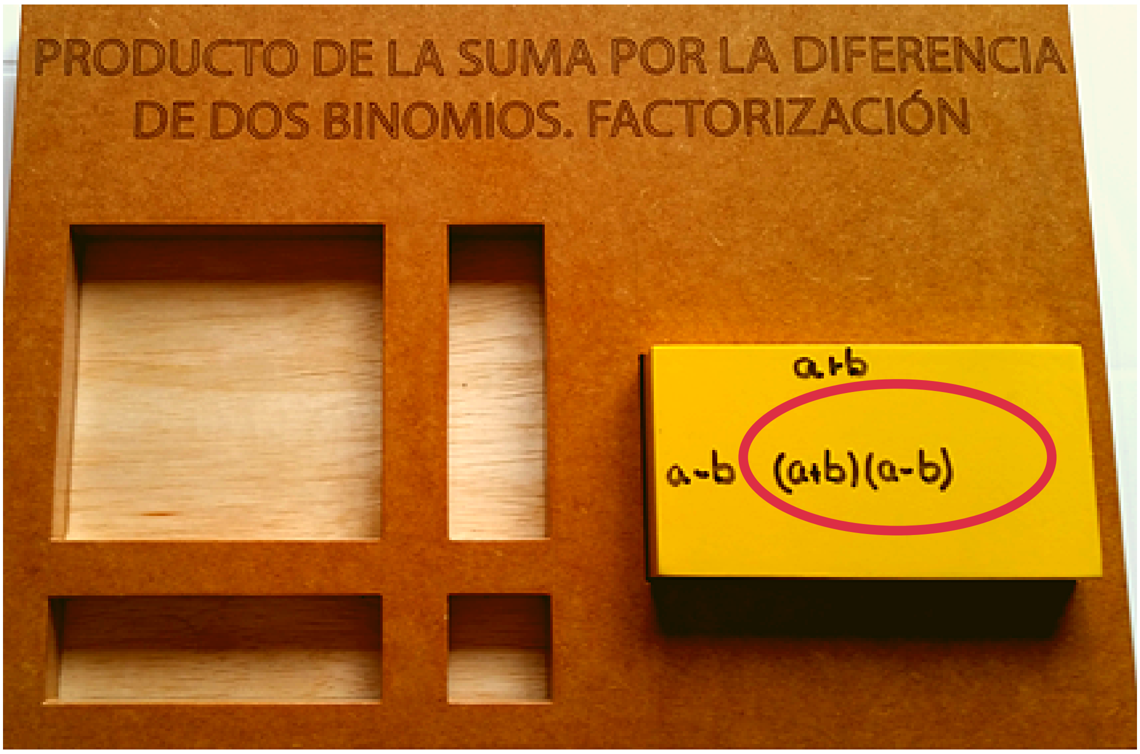
Entonces podemos decir que el ejercicio propuesto tiene una relación con el producto de la suma por la diferencia de dos binomios.

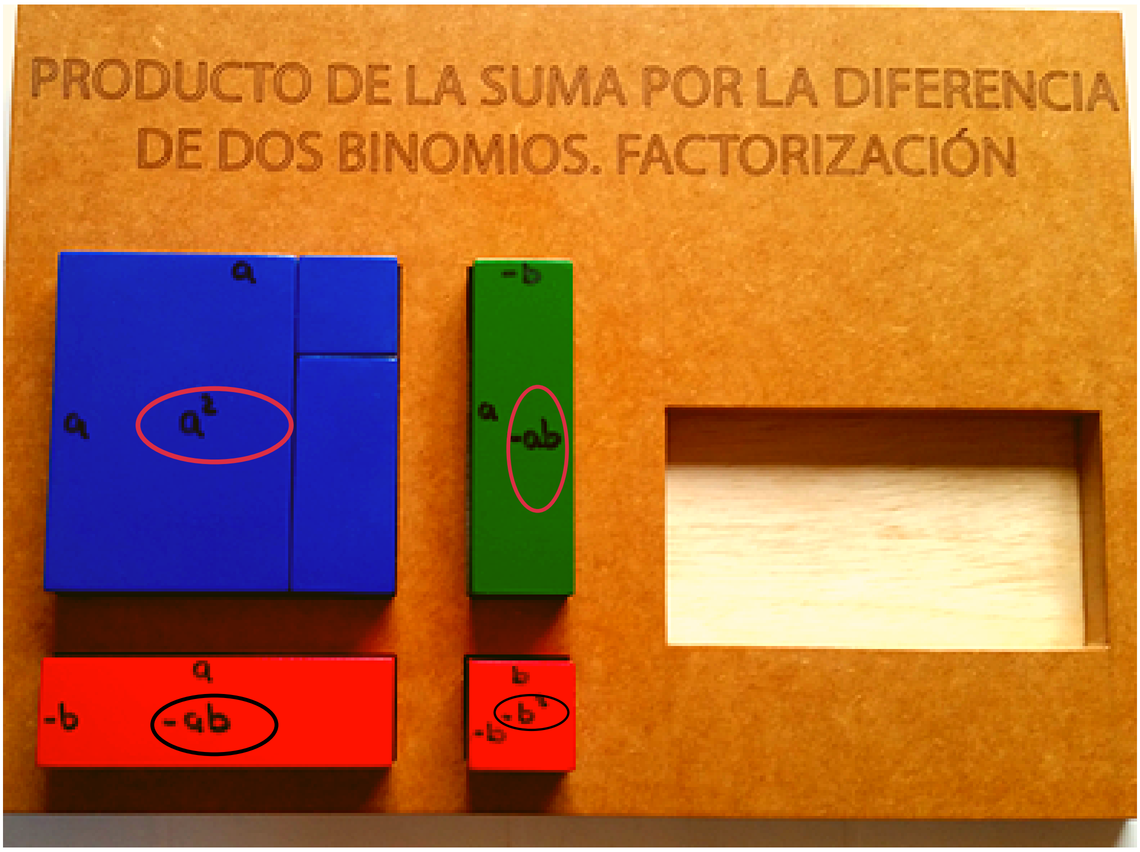
***Interpretación:** El producto de la suma por la diferencia de dos binomios son áreas distribuidas de un cuadrado cuyo lado es el primer término menos el área de otro cuadrado cuyo lado es el segundo término.*



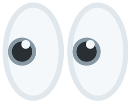
NOTA

- *"a" y "b" son valores cualesquiera, por lo que no cambiará su resultado aunque lo encontremos expresado con números u otras letras del abecedario.*
- *La interpretación geométrica del producto de la suma por la diferencia de dos binomios se reforzará en el estudio de la factorización "diferencia de cuadrados".*


PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA
DE DOS BINOMIOS. FACTORIZACIÓN
a+b
a-b
(a+b)(a-b)


PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA
DE DOS BINOMIOS. FACTORIZACIÓN
a
a
a²
-b
a
-ab
a
-b
-ab
b
-b
-b²

El producto de la suma por la diferencia de dos binomios tiene su aplicación al resolver multiplicaciones, este tipo de ejercicio ayuda al estudiante a ejercitar de manera inmediata su mente, ya que los lleva a pensar como se puede descomponer un número en otros dos cuya suma o diferencia nos den el mismo, de esta manera se podrá formar el producto de la suma y diferencia de dos binomios, por ejemplo. 13*7 = (10+3)(10-3), 8*4 = (6+2)(6-2), etc.



Una de las aplicaciones de este tema, es que nos puede ayudar a resolver ciertas multiplicaciones tal como se muestra a continuación.

Multipliquemos 205*195

Se busca otra forma de representar a esas cantidades

Por ejemplo: 205= 200+5 y 195=200-5

Entonces 205*195=(200+5)(200-5)

(200+5)(200-5) es lo mismo que tener $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$(200+5)(200-5) = 200^2 - 5^2$

$200^2 = 40000$ y $5^2 = 25$

Por lo tanto 205*195 = 40000-25

205*195 = 39975

Multipliquemos 17*3

17=10+7 y 3=10-7

17*3=(10+7)(10-7)=100-49

17*3=51

Resuelva en clase las siguientes multiplicaciones haciendo uso de los productos notables.

25*15

25=20+5 y
15=20-5
25*15=(20+5)(20-5)
25*15=400-25
25*15=375

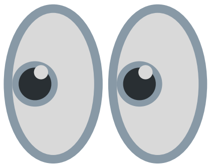
-4*12

-4=4-8 y
12= 4+8
-4*12=(4-8)(4+8)
-4*12=16-64
-4*12=-48

Actividad sugerida

Antes de finalizar forme equipos de trabajo de 4 estudiantes e indique que para la próxima clase deberán traer construido los cubos y paralelepípedos que se indican al inicio de la clase (cubo de la suma de un binomio).

Los estudiantes pueden dividirse las figuras a construir para facilitar la actividad o cada uno puede construirlas todas, será la elección del grupo de trabajo formado.



CONSOLIDACIÓN

Tiempo estimado 15 minutos.

Estrategia utilizada: Lúdica

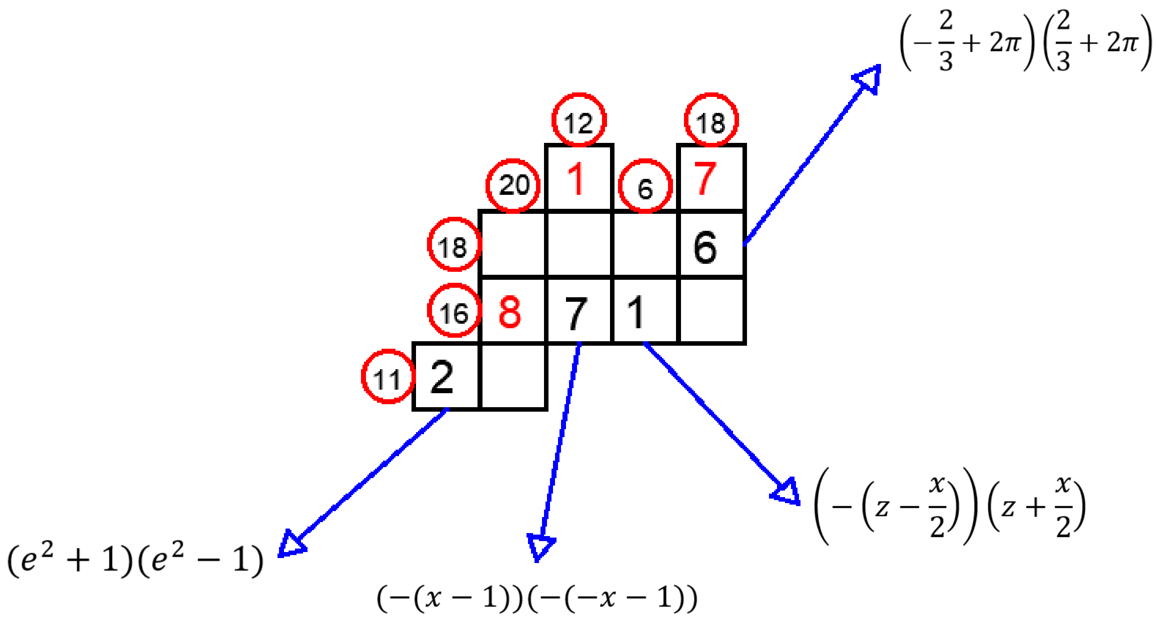
Para culminar la clase se propone al estudiante resolver un juego llamado (kakuro) el cual contará con ciertas pistas que se obtendrán al factorizar los ejercicios mostrados, asegúrese que los estudiantes comprendan como se debe desarrollar este juego, también se presenta un vídeo de YouTube en el cual se resuelven ejercicios que ayudarán a fortalecer sus conocimientos, se recomienda al docente revisar los ejercicios y explicar cualquier inquietud.

Para la casa

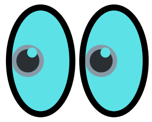
Resuelva el siguiente Kakuro, este juego es parecido al crucigrama pero en lugar de completarlo con letras se lo debe llenar con números del 1 al 9, el mismo juego cuenta con las siguientes reglas:

- Cada fila o columna deben sumar la cantidad indicada en la circunferencia hacia arriba y a la izquierda.
- No se puede repetir un mismo número en cada fila o columna.

Se recomienda factorizar los ejercicios mostrados y buscar las pistas correspondientes para facilitar el juego.



Factorice los ejercicios mostrados anteriormente y según sea la respuesta busque en las pistas el número correspondiente y anótelo en su respectivo casillero.



Pistas

$e^4 - 1 \Rightarrow 2$

$4\pi^2 - \frac{4}{9} \Rightarrow 6$

$\frac{x^2}{4} - z^2 \Rightarrow 1$

$1 - x^2 \Rightarrow 7$

$(e^2 + 1)(e^2 - 1) \longrightarrow e^4 - 1 \longrightarrow$ **2**

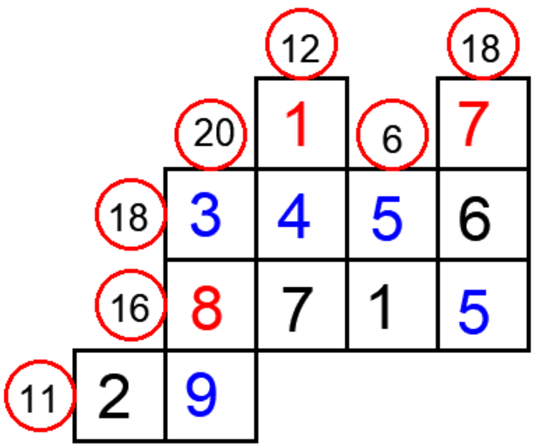
$\left(-\frac{2}{3} + 2\pi\right)\left(\frac{2}{3} + 2\pi\right) \longrightarrow 4\pi^2 - \frac{4}{9} \longrightarrow$ **6**

$\left(-\left(z - \frac{x}{2}\right)\right)\left(z + \frac{x}{2}\right) \longrightarrow \frac{x^2}{4} - z^2 \longrightarrow$ **1**

$(-(x-1))(-(-x-1)) \longrightarrow 1 - x^2 \longrightarrow$ **7**

Sugerencia fortalezca su conocimiento al mirar el siguiente vídeo.
https://www.youtube.com/watch?v=Gku9oX8GGZM

Las pistas dadas serán de ayuda para completar el juego, caso contrario si no las usarán la dificultad de resolver el kakuro será mayor.



Estrategia utilizada: Cuadro comparativo

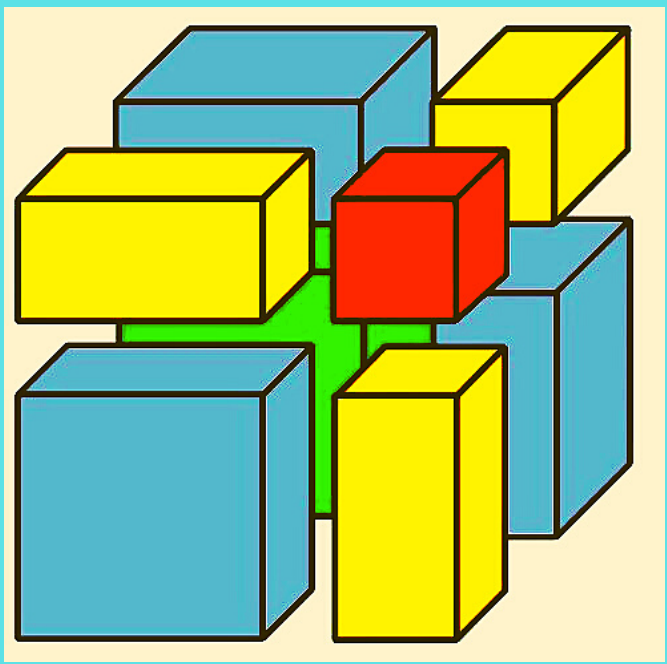
CUADRO COMPARATIVO			
Casos de productos notables	***Expresión matemática***	***Regla***	***ejemplo***
Cuadrado de la suma de un binomio	$(a+b)^2$	Es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primer por el segundo término más el cuadrado del segundo término	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Cuadrado de la diferencia de un binomio	$(a-b)^2$	Es igual al cuadrado del primer término menos el doble producto del primer por el segundo término más el cuadrado del segundo término	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Producto de la suma por la diferencia de dos binomios	$(a+b)(a-b)$	Es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Mediante el uso de las TIC se pretende que los estudiante refuercen sus conocimientos aprendidos, tanto del cuadrado de la suma y diferencia de un binomio, y del producto de la suma por la diferencia de dos binomios.

Resuelva el Test 8 del siguiente enlace e imprima su resultado para la siguiente clase
http://manualalgebraico.blogspot.com/2013/09/auto-evaluacion-de-productos-notables.html

CUBO DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE UN BINOMIO.

$(a+b)^3$



Destrezas:

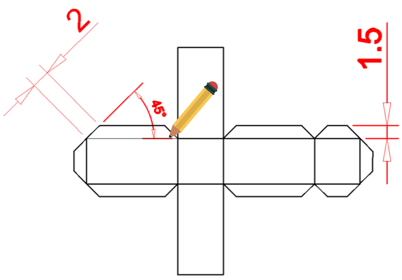
* Interpretar el concepto de volumen.
* Aplicar la regla del cubo de la suma de un binomio en la solución de ejercicios.
* Diferenciar ente cubos y paralelepípedos, así como la fórmula para calcular su volumen.
* Relacionar el cubo de la suma de un binomio con volúmenes de cubos y paralelepípedos.

Se sugirió anteriormente una actividad, la cual consistía en formar grupos de cuatro estudiantes para construir los cubos y paralelepípedos, el docente deberá verificar que todos los estudiantes hayan cumplido con la tarea, de lo contrario la demostración geométrica no podrá ser realizada por el equipo formado.

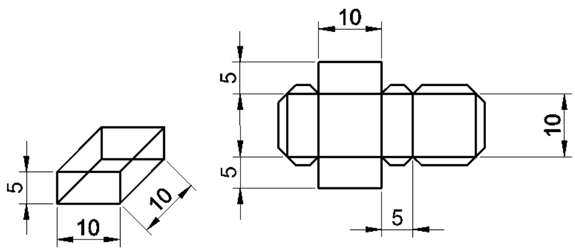
Formar grupos de cuatro estudiantes.

Construir en cartulina los siguientes paralelepípedos y cubos con las dimensiones que se muestran en las imágenes (las dimensiones están en centímetros).

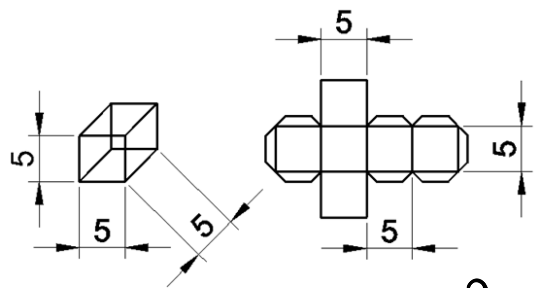
Nota: las dimensiones de las pestañas pueden variar pero se recomienda utilizar las siguientes.



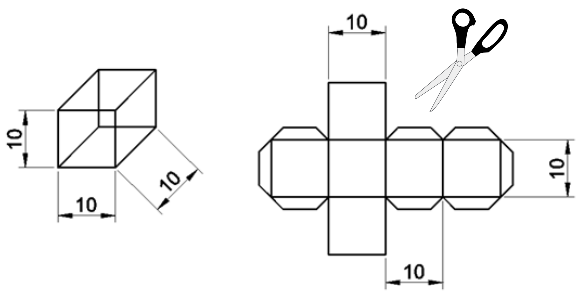
3 paralelepípedos de color azul.



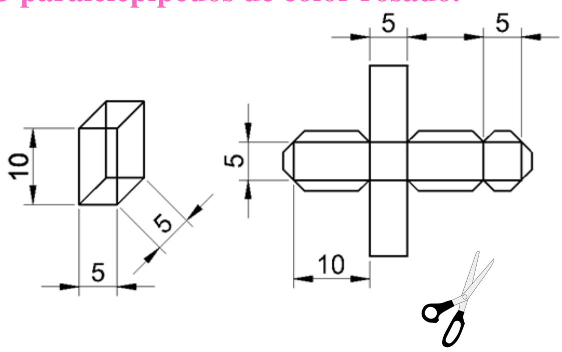
1 cubo de color rojo.



1 cubo de color amarillo.



3 paralelepípedos de color rosado.



ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado: 10 minutos.

Actividad en clase

Transforme a multiplicaciones las siguientes potencias.

$$(a+x)^2$$

$$(a+x)(a+x)$$

$$(\sin(x))^3$$

$$(\sin(x))(\sin(x))(\sin(x))$$

$$\left(\frac{y}{3}+2\right)^4$$

$$\left(\frac{y}{3}+2\right)\left(\frac{y}{3}+2\right)\left(\frac{y}{3}+2\right)\left(\frac{y}{3}+2\right)$$

Los estudiantes deberán resolver los ejercicios propuestos, ya que saber cómo se convierte una potencia a multiplicación es de suma importancia para el estudio de los productos notables, puesto que una vez transformada una potencia a multiplicación es más fácil aplicar la propiedad distributiva y obtener su resultado.

Se presenta una forma de aplicar la propiedad distributiva cuando hay más de dos binomios, puesto que, los estudiantes suelen confundirse de manera muy fácil al resolver ejercicios de esta índole, se sugiere resolver en la pizarra el siguiente ejercicio, para que los estudiantes analicen y comprendan la metodología de desarrollo.

¡¡Algo que nos podría ayudar!!

- Una manera de aplicar la propiedad distributiva cuando tenemos más de dos binomios cualesquiera es la siguiente.

$$(a+4)(-3+a)(t-1)$$

- Aplique la propiedad distributiva escogiendo solo dos de los binomios y sume los términos semejantes.

$$(a+4)(-3+a)=-3a+a^2-12+4a$$

$$(a+4)(-3+a)=a^2+a-12$$

- El resultado multiplique por el binomio restante y sume los términos semejantes si existieran.

$$(a^2+a-12)(t-1)=a^2t-a^2+at-a-12t+12$$

$$(a+4)(-3+a)(t-1)=a^2t-a^2+at-a-12t+12$$

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado: 1h 30m

Estrategia utilizada: Trabajo coopertivo

El equipo de trabajo formado tendrá que resolver los ejercicios propuestos. Cada equipo escribirá cual es el resultado de los ejercicios en la pizarra, verifique que las respuestas sean correctas con los equipos restantes, luego de ello mediante la observación analice conjuntamente con los estudiantes las similitudes de las respuestas obtenidas.

Obtengamos la representación matemática del cubo de la suma de un binomio

¿Cual es otra forma de representar el siguiente ejemplo mediante las propiedades de la potenciación? (resuelva los ejercicios).

$$(w+y)^3$$

$$(w+y)^3 = (w+y)(w+y)(w+y)$$
$$(w+y)(w+y) = w^2 + 2wy + y^2$$
$$(w^2 + 2wy + y^2)(w+y) = w^3 + w^2y + 2w^2y + 2wy^2 + wy^2 + y^3$$
$$(w+y)^3 = w^3 + 3w^2y + 3wy^2 + y^3$$

$$(2+3x)^3$$

$$(2+3x)^3 = (2+3x)(2+3x)(2+3x)$$
$$(2+3x)(2+3x) = 4 + 6x + 6x + 9x^2$$
$$(4 + 12x + 9x^2)(2+3x) = 8 + 12x + 24x + 36x^2 + 18x^2 + 27x^3$$
$$(2+3x)^3 = 8 + 36x + 54x^2 + 27x^3$$

$$(e+x)^3$$

$$(e+x)^3 = (e+x)(e+x)(e+x)$$
$$(e+x)(e+x) = e^2 + 2ex + x^2$$
$$(e^2 + 2ex + x^2)(e+x) = e^3 + e^2x + 2e^2x + 2ex^2 + ex^2 + x^3$$
$$(e+x)^3 = e^3 + 3e^2x + 3ex^2 + x^3$$

$$(w+y)^3 = w^3 + 3w^2y + 3wy^2 + y^3$$
$$(e+x)^3 = e^3 + 3e^2x + 3ex^2 + x^3$$
$$(2+3x)^3 = 8 + 36x + 54x^2 + 27x^3$$
$$2^3 + 3(2^2)3x + 3(2)(3x)^2 + (3x)^3$$

Se debe analizar cada término de las expresiones resultantes y llegar a una conclusión, observamos que el primer término de los tres binomios siempre esta elevado al cubo, pero para ello a 8 se le debe buscar un número que elevado al cubo nos de ese resultado y justamente es el primer término, del mismo modo se analiza toda la expresión hasta llegar a un resultado común.

Formule conjuntamente con su docente, la regla para el cubo de la suma de un binomio.

El cubo de la suma de un binomio es igual al cubo del primer término más el triple producto del cuadrado del primer por el segundo término más el triple producto del primer por el cuadrado del segundo término más el cubo del segundo término.

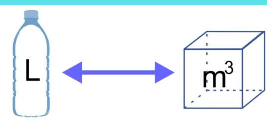
Para la interpretación geométrica es necesario que los estudiantes tengan una noción del significado de volumen, especialmente de paralelepípedos y cubos, por lo que se recomienda al docente, exponer la siguiente clase puede guiarse de los conceptos propuestos en el texto del alumno, además para reforzar estos conceptos puede hacer uso del material concreto elaborado (paralelepípedos y cubos), o puede exponer con ejemplos de la vida cotidiana.

Volumen

Volumen: En general el volumen es el espacio que ocupa un cuerpo, como por ejemplo en la imagen el volumen que ocupa la botella es el agua.

Su unidad de medición en el sistema intencional es el metro cúbico (m^3).

¡¡sabías que!!
En 1 metro cúbico hay 1000 litros.



Para transformar de metros cúbicos a litros solo debemos multiplicar por 1000.

Volumen de un Paralelepípedo

Paralelepípedo: Es un poliedro de 6 caras, de las cuales, cada par de caras opuestas son paralelas e iguales, además de que se trata de una figura tridimensional, por lo que consta de largo, alto y ancho como se aprecia en la figura 1.

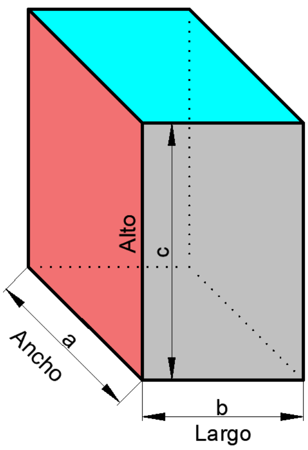
Ejemplos de paralelepípedos tenemos: los ladrillos y bloques, que se utilizan para la construcción.

El volumen de un paralelepípedo: es el espacio que encierran las 6 caras, para este caso particular dos de color rojo, dos de color gris, y dos de color celeste.

La fórmula para encontrar el volumen o el espacio que ocupa la figura es la siguiente:

$$V=a*b*c$$

Figura 1

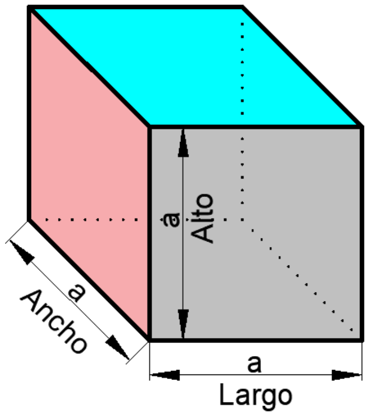


Volumen del Cubo

Cubo: Es la figura tridimensional cuyas dimensiones, largo, ancho y alto son iguales, este consta de 6 caras iguales, por lo que el cubo es un caso particular del paralelepípedo. El volumen de un cubo es el espacio que encierran las 6 caras, este espacio se puede calcular matemáticamente de la siguiente manera:

$$V = a*a*a$$

$$V = a^3$$



Conteste las siguientes preguntas conjuntamente con los estudiantes para reforzar los conocimientos adquiridos.

Complete

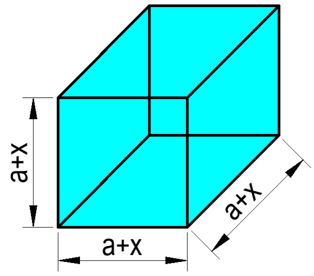
¿Cuál es la unidad de medida del volumen en el sistema internacional? **El metro cúbico.**
Escriba algunos ejemplos que tengan forma de paralelepípedo.
El aula, las columnas de un edificio, una piscina, ladrillos, bloques, etc.
¿Cómo se transforma de metros cúbicos a litros?
Debemos multiplicar por 1000

Responda con verdadero y falso los siguientes enunciados.
Para calcular el volumen de un cubo basta con multiplicar todas sus dimensiones **Verdadero**
Para calcular el volumen de un paralelepípedo basta con multiplicar todas sus dimensiones **Verdadero**
Para encontrar el volumen de un paralelepípedo o un cubo se puede encontrar primero el área de la base y multiplicar por su altura **Verdadero**

Con la siguiente actividad se pretende relacionar el concepto matemático del cubo de la suma de un binomio con volúmenes de cubos y paralelepípedos, de esta manera las expresiones algebraicas tomarán un mayor significado para el estudiante, es necesario recordar que antes de la actividad se debió estudiar los conceptos y las fórmulas para obtener el volumen de cubos y paralelepípedos.

Obtengamos una representación geométrica del cubo de la suma de un binomio

¿Cuánto mide el lado del siguiente cubo? **(a+b)**



¿Cómo calcularía el volumen de este cubo?

$(a+x)^3$

Solo para esta situación se puede omitir la unidad de medición pero deberá hacer énfasis en que están calculando volúmenes.

¿Cuál es el volumen del cubo (Desarrolle)

Aplicando la regla.

$\mathbf{(a+x)^3 = a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3}$

Aplicando la propiedad distributiva.

$\mathbf{(a+x)^3 = (a+x)(a+x)(a+x)}$

$(a+x)^2(a+x)=(a^2+2ax+x^2)(a+x)$

$(a^2+2ax+x^2)(a+x)=a^3+a^2x+2a^2x+2ax^2+x^2a+x^3$

$(a^2+2ax+x^2)(a+x) = a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3$

$(a+x)^3 = a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3$

Volumen = $(a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3)$

De la expresión obtenida para calcular el volumen, identifique cuales son cubos y paralelepípedos con sus respectivas dimensiones.

$(a+x)^3 = a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3$

a^3 Un cubo de lado "a"

$3a^2x$ Tres paralelepípedos de lados "a, a, x"

$3ax^2$ Tres paralelepípedos de lados "a, x, x"

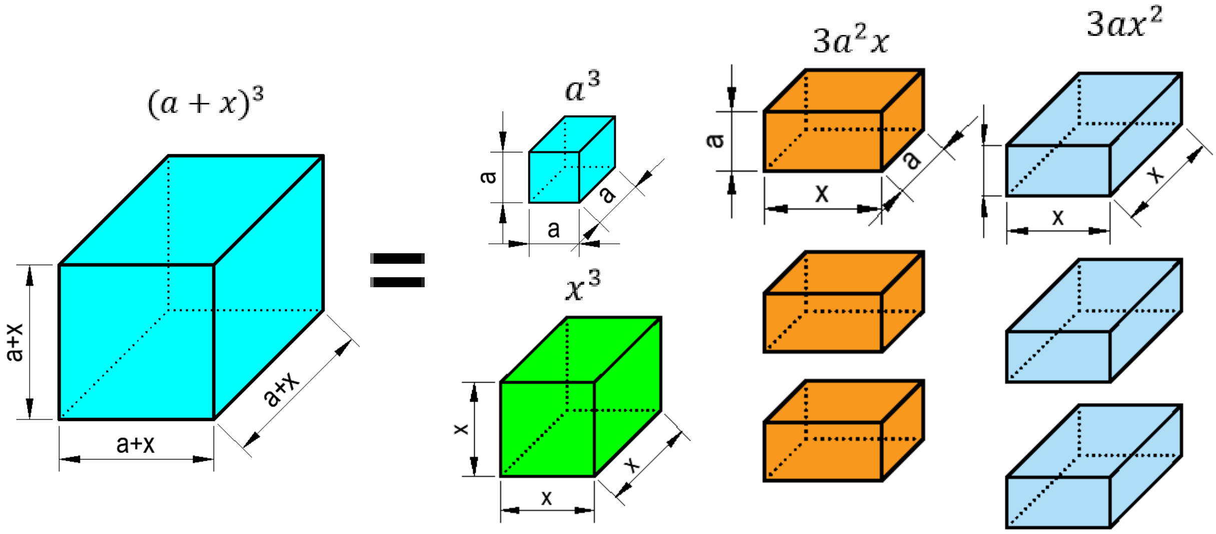
x^3 Un cubo de lado "x"

Al calcular el volumen del cubo anterior ¿Que se obtuvo como resultado? (relacione con volúmenes).
Valorar las ideas de los estudiantes y mediante la técnica de la lluvia de ideas formular el concepto geométrico del cubo de la suma de un binomio.

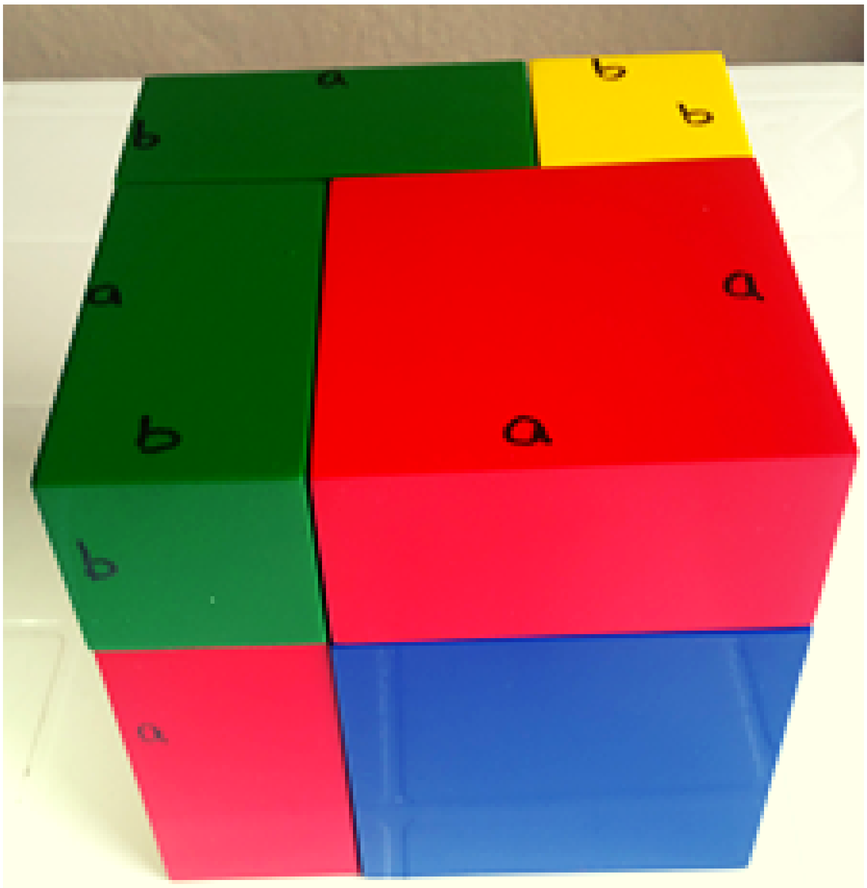
Del mismo modo se presenta a que es igual el cubo de la diferencia de un binomio, para ello resuelva en la pizarra el ejercicio mostrado aplicando la propiedad distributiva y de este modo compruebe que el resultado es correcto.

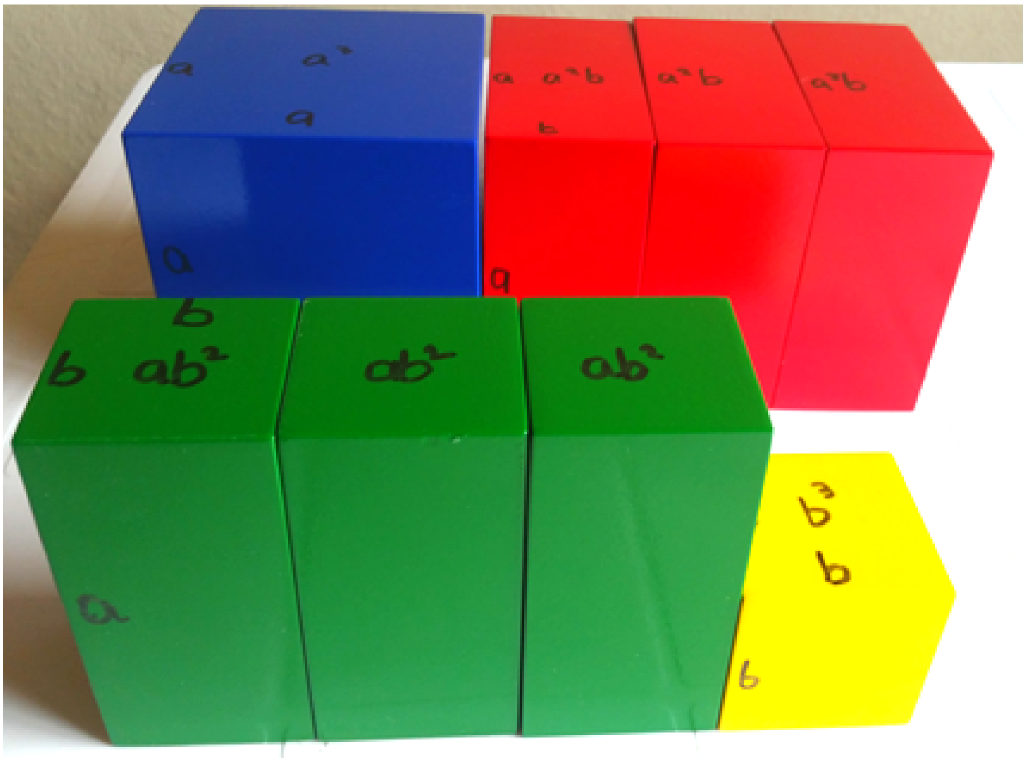
Interpretación geométrica

$$(a + x)^3 = a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3$$



para la interpretación geométrica haga uso de su material didáctico.





Elabore con su docente una interpretación para el cubo de la suma de un binomio (relacione con volúmenes).

> El cubo de la suma de un binomio son volúmenes separados de un cubo cuyo lado mide el primer término, más tres paralelepípedos cuyas dimensiones son el primer, primer y segundo término, más tres paralelepípedos cuyos lados son el primer, segundo y segundo término, y más un cubo cuyo lado es el segundo término.

También se le puede dar una interpretación geométrico más corto como el que se muestra a continuación.

> El cubo de la suma de un binomio son volúmenes separados de cubos y paralelepípedos que tienen de dimensiones el primer y segundo término.

¡¡Sabías que!!

El cubo de la diferencia de un binomio es igual al cubo del primer término menos el triple producto del cuadrado del primer por el segundo término más el triple producto del primer por el cuadrado del segundo término y menos el cubo del segundo término.

$$(2x-3)=(2x)^3-3(2x)^2(3)+3(2x)(3)^2-(3)^3$$

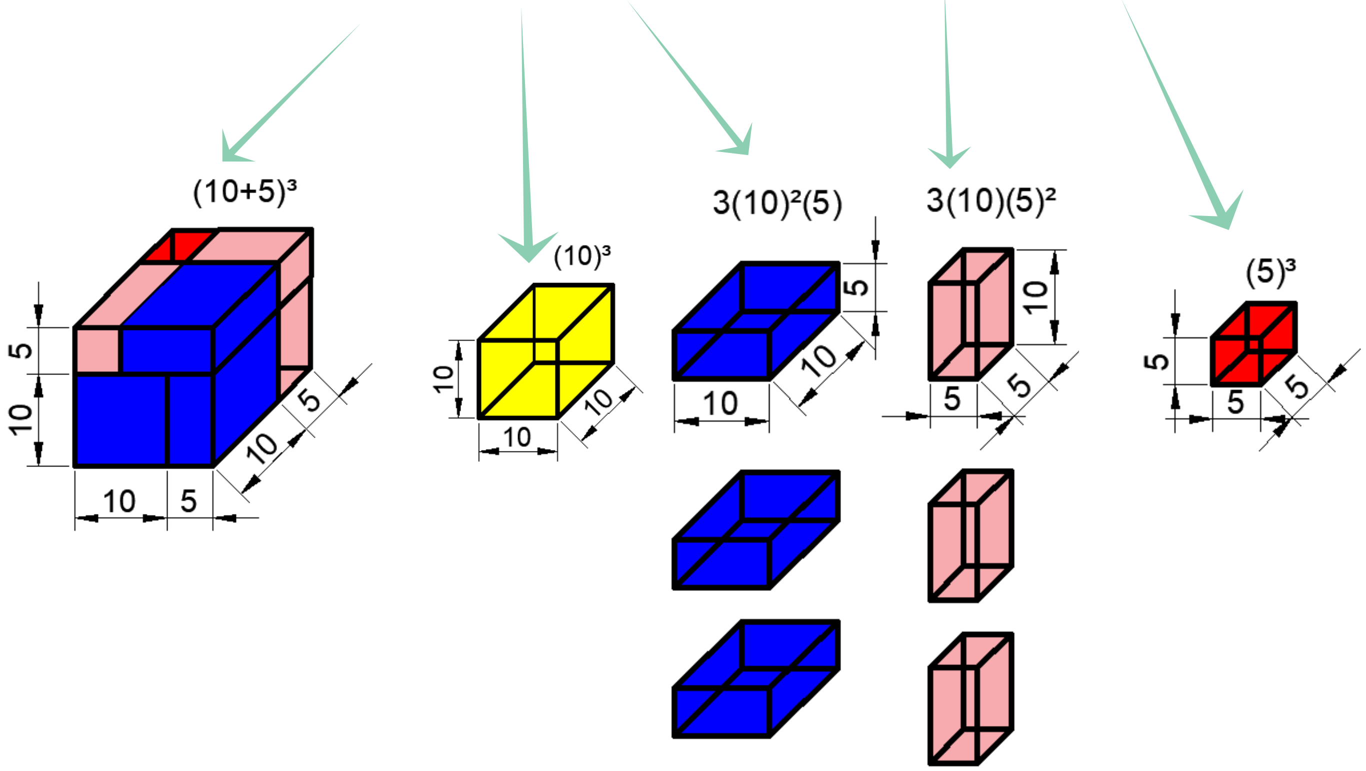
En caso de que huera realizado la actividad sugerida de construir los cubos y paralelepípedos realice la siguiente actividad.

Es importante que los grupos de estudiantes formados, cuenten con todos los sólidos previamente enviados a elaborar, debemos tener en cuenta que además de la actividad se evalúa la responsabilidad y habilidad que tuvieron los estudiantes al momento de construir los sólidos, ya que el número de integrantes se prestaba para que cada estudiante elaborará dos de ellos y de esta manera se agilizará la actividad.

Ayude a los grupos de estudiantes a formar un solo cubo con los cubos y paralelepípedos, luego de ello cada equipo deberá formar su propio binomio al cubo con su respectiva solución e identificar la expresión matemática con los volúmenes de los diferentes cubos y paralelepípedos.

Explique la actividad realizando un ejemplo, paro lo cual se sugiere que con su material elabore el siguiente ejercicio.

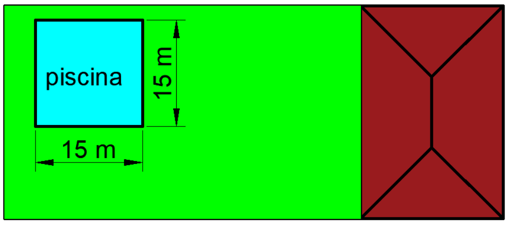
$$(10+5)^3 = 10^3 + 3(10)^2(5) + 3(10)(5^2) + 5^3$$



Los estudiantes deberán resolver los siguientes ejercicios con su ayuda, el ejercicio propuesto es una aplicación de los volumen o paralelepípedos en la vida cotidiana.

Ejercicio en clase.

El señor Marcelo quiere construir una piscina al lado de su casa para lo cual a designado una parte de su terreno, tal como se muestre en la figura



Si el señor Marcelo quiere que su piscina tenga un volumen de 900 metros cúbicos ¿Cual debería ser la profundidad de la piscina?

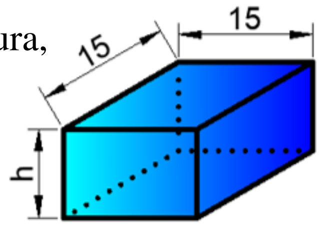
El volumen de un cubo o paralelepípedo se obtiene al multiplicar sus tres dimensiones. Pero desconocemos cuanto mide la altura, así que la nombraremos "h".
Su volumen sería 15*15*h y debería dar 900.

225h=900

Si "h" vale las siguientes cantidades obtendremos:

225*1=225, 225*2=450, 225*3=675, 225*4=900

Se puede observar que al remplazar con h=4 obtenemos el volumen de 900 m^3, entonces.
Respuesta: la piscina debe tener 4m de profundidad.



¿Cuantos litros de agua necesitara e señor Marcelo para llenar completamente su piscina?

Recordando que para pasar de m^3 a litros solo debemos multiplicar por 1000
900m^3 a litros es: 900*1000=900000
Respuesta: Se necesitan 900000 litros de agua para llenar la piscina

CONSOLIDACIÓN *Tiempo estimado: 20m*

Para reforzar lo aprendido se propone una serie de ejercicios, además de realizar una actividad lúdica que el estudiante tendrá que resolver en casa.

Para la casa.

1. Carlos tiene una cisterna de forma cubica, y decide llenarla de agua, si se sabe que la cisterna tiene un lado de 5 metros.

a. Calcule los litros de agua necesarios para llenar la cisterna.

Volumen de un cubo $V=l^3$

$V=(5)^3$

$V=125m^3$

Para pasar de m^3 a litros multiplicamos por 1000

$(125*1000)=125000$

Respuesta: Se necesitan 125000 litros de agua para llenar la cisterna-

El literal b se lo puede resolver de diferentes maneras ya que 5 se lo puede descomponer en dos binomios diferentes, se presenta una forma de cómo hacerlo, no importa en que binomios se descompongan siempre nos dará el mismo resultado.

b. Calcule el volumen de la cisterna utilizando el cubo de la suma de un binomio.

$$V=(5)^3=(4+1)^3=4^3+3(4)^2(1)+3(4)(1^2)+1^3$$

$$V=(4+1)^3=64+48+12+1$$

$$V=125$$

$$V=125m^3$$

https://www.youtube.com/watch?v=6QHEbqIrr5E&t=4s

Se presenta un vídeo educativo para el refuerzo de la interpretación geométrica.

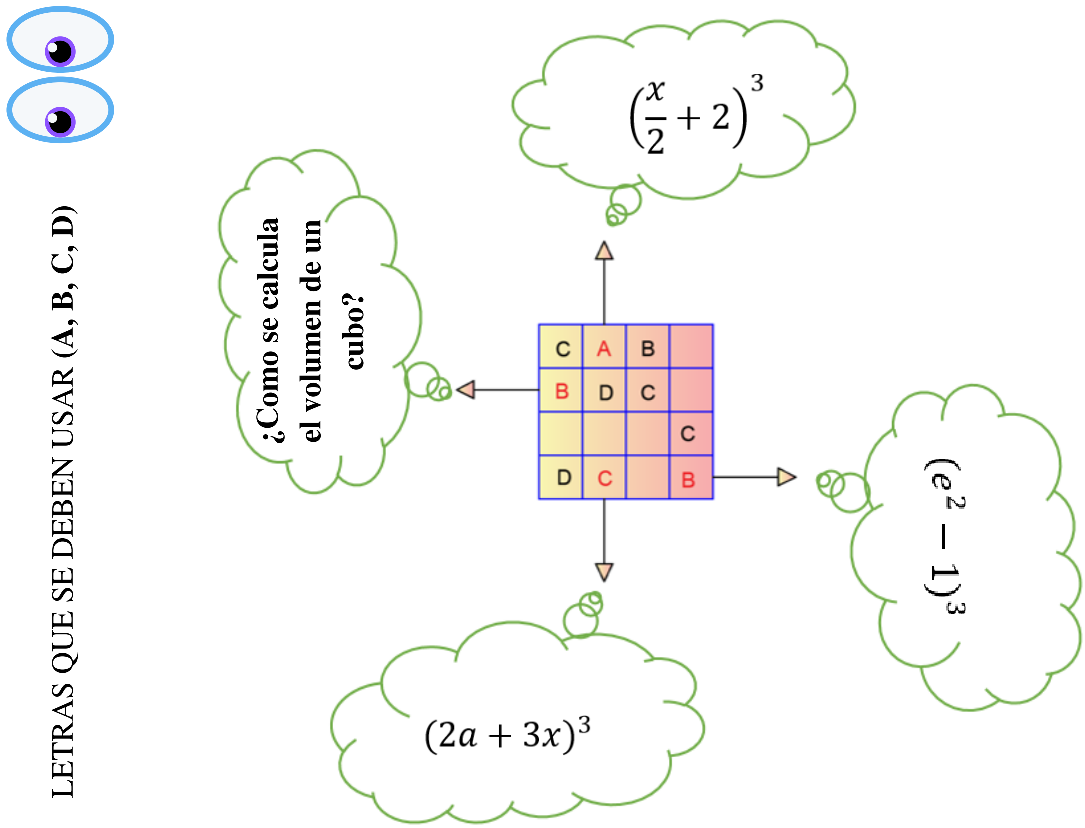
El siguiente ejercicio vincula los ejercicios con lo lúdico, para ello se debe completar el siguiente sudoku de letras, del mismo modo para facilitar la resolución del mismo se presentan ciertas pistas que para poder obtenerlas se deben desarrollar los ejercicios, asegúrese que los estudiantes comprendan como deben completarlo.

Estrategia utilizada: Lúdica

COMPLETE EL SIGUIENE SUDOKU DE LETRAS

El sudoku es un juego el cual consiste en ir llenando de números o letras (para este caso letras) pero no se deben repetir en una misma fila o columna.

Pistas: Resuelva los siguientes ejercicios y escriba la letra correspondiente.



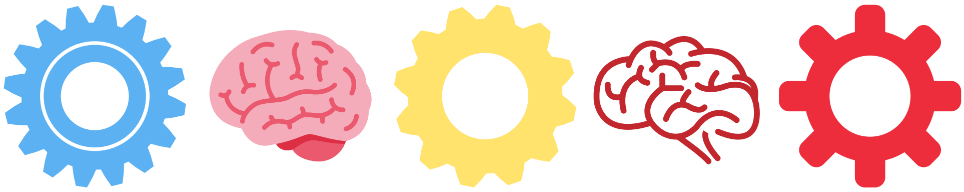
$\frac{x^3}{8}+\frac{3x^2}{2}+6x+8 \Rightarrow$ **A**

$e^6-3e^4+3e^2-1 \Rightarrow$ **B**

$8a^3+36a^2x+54ax^2+27x^3 \Rightarrow$ **C**

Lado al cubo $\Rightarrow$ **B**

ESPACIO PARA RESOLVER EJERCICIOS



$$\left(\frac{x}{2}+2\right)^3=\frac{x^3}{8}+\frac{3x^2}{2}+6x+8 \Rightarrow \textbf{A}$$

$$(e^2+1)^3=e^6-3e^4+3e^2-1 \Rightarrow \textbf{B}$$

$$(2a+3x)^3=8a^3+36a^2x+54ax^2+27x^3 \Rightarrow \textbf{C}$$

¿Como se calcula el volumen de un cubo?

Lado al cubo ⇒ **B**

Con la ayuda de los ejercicios solucionados y al haber completado con las letras correspondientes, las letras restantes el estudiantes las podrá intuir, caso contrario el sudoku de letras implicaría mayor dificultad.

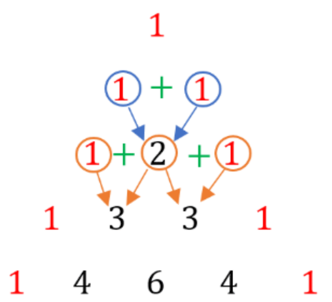
Nota: Los siguientes ejercicios se los puede resolver por dos métodos diferentes estudiados, tal son los casos como aplicando la propiedad distributiva o aplicando la regla del cubo de la suma de un binomio, queda a libre elección del estudiante. Si muchos de los estudiantes lo resolvieron por la propiedad distributiva en clase enfatice en que no están mal resueltos, pero resolverlos de esta manera implica una mayor inversión de tiempo con respecto a aplicar la regla y debemos entender que al momento de resolver ejercicios matemáticos es de suma importancia saber cómo optimizar el tiempo, por lo que debería enfatizar en la importancia de aprenderse la regla de solución.

C	A	B	D
B	D	C	A
A	B	D	C
D	C	A	B

Para un mayor refuerzo se presenta dos alternativas, para solucionar los binomios elevados a cualquier exponente, la finalidad de ello es que los estudiantes puedan ampliar su conocimiento, y del mismo modo el libre albedrío al elegir el método que les resulte más fácil utilizar.

Métodos para resolver los productos notables

La aplicación de las reglas de los productos notables, no es el único método de solución, también existe la aplicación del triangulo de Pascal o el binomio de Newton.



El triángulo de pascal es una serie infinita de números enteros, que consta de 1 a sus costados, para elaborarlo se comienza poniendo el 1 en la primera fila, luego de ello en la segunda fila se coloca seguidamente dos 1, los demás números se obtienen al ir sumando los números de la fila anterior y colocándolos debajo, tal como se muestra en la figura.

$$\begin{array}{ccccccccccl}
 & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & 1 & & 1 & & & & \longrightarrow & (m+n)^1 \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & & \longrightarrow & (m+n)^2 \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \longrightarrow & (m+n)^3 \\
1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \longrightarrow & (m+n)^4
\end{array}$$

El triangulo de pascal nos ayuda a obtener los coeficientes, de los binomios, sin importar a que exponente este elevado.

$$(m+n)^2 = 1m^2 + 2mn^2 + 1m^2$$

Coeficientes

Resolvamos un binomio elevado a la cuarta

$$(m+n)^4$$

- Nos ubicamos en la fila respectiva que representa los coeficientes de un binomio a la cuarta.

$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \longrightarrow (m+n)^4$$

- Debemos saber que todo número que sea diferente de cero elevado a la cero es igual a 1.

$$a^0 = 1 \qquad (25)^0 = 1 \qquad (-500)^0 = 1$$

- El primer término decrece con el mayor exponente y el otro crece desde el exponente cero, tal como se muestra.

$$(m+n)^{4}$$

$$m^{4}n^{0} \qquad m^{3}n^{1} \qquad m^{2}n^{2} \qquad m^{1}n^{3} \qquad m^{0}n^{4}$$

$$m^{4} \qquad m^{3}n \qquad m^{2}n^{2} \qquad mn^{3} \qquad n^{4}$$

- Juntamos los términos con los coeficientes.

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ m^{4} & m^{3}n & m^{2}n^{2} & mn^{3} & n^{4} \\ m^{4} & 4m^{3}n & 6m^{2}n^{2} & 4mn^{3} & n^{4} \end{array}$$

- Si el binomio se está sumando todos los signos son positivos, si es que se esta restando los signos son alternados +, -, +, -, ...

$$(m+n)^{4} = m^{4} + 4m^{3}n + 6m^{2}n^{2} + 4mn^{3} + n^{4}$$

$$(m-n)^{4} = m^{4} - 4m^{3}n + 6m^{2}n^{2} - 4mn^{3} + n^{4}$$

DATO CURIOSO

Del mismo modo se puede solucionar los productos notables mediante el uso del binomio de Newton, pero para ello es necesario conocimientos como los de permutación y combinación.

INTRODUCCIÓN

A

FACTORIZACIÓN

Destreza

- Aplicar la factorización en ejercicios matemáticos para resolverlos.

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 10 minutos.

Los conocimientos necesarios son: saber aplicar las propiedades de la potenciación, la propiedad distributiva y haber completado el estudio de los productos notables. Se sugiere que los estudiantes resuelvan los ejercicios mostrados en la pizarra (puede elaborar más ejercicios en caso de ser necesario).

$$2a*8b=16ab \qquad (1+a)^2 = 1+2a+a^2$$

$$2x(a+b)=2xa+2xb \qquad 3(1+x+x^2)=3+3x+3x^2$$

Del mismo modo es necesario recordar cómo se obtiene el Máximo Común Divisor (MCD) de diferentes números, esto será de ayuda al momento de obtener un factor común numérico.

Recordemos

El máximo común divisor de dos o más números, es el número mayor que se repite y los divide de forma exacta.

¿Cuál es el máximo común divisor de los siguientes números 12 y 20?

Se busca todos los divisores que sean números primos "2, 3, 5, 7, 11, 13, etc." y que sean divisibles para ambas cantidades.

12	18	2	→ 2 es un número primo divisible para 12 y 18 → 12÷2=**6**, 18÷2=**9**
6	**9**	3	→ 3 es un número primo divisible para 6 y 9 → 6÷3=**2**, 9÷3=**3**
2	**3**		→ No existen más números primos que sean divisibles para 2 y 3

Cuando ya no existen más números primos que sean divisibles para ambas cantidades, se obtiene el MCD al multiplicar los divisores primos utilizados "2*3=6"

¿Cuál es el máximo común divisor de los siguientes números 6, 12 y 18?

6	12	18	2	2 es un número primo divisible para 6, 12, 18
3	6	9	3	3 es un número primo divisible para 3, 6, 9
1	2	3		No existe un número primo divisible para 1, 2 y 3

Respuesta MCD es 2*3=6

CONSTRUCCIÓN Y CONSOLIDACIÓN

Tiempo estimado 15 minutos.

Se dará a conocer de forma general sobre la factorización y sus diferentes casos, en los espacios en blancos los estudiantes de manera individual deberán llenarlos con ejemplos propios.

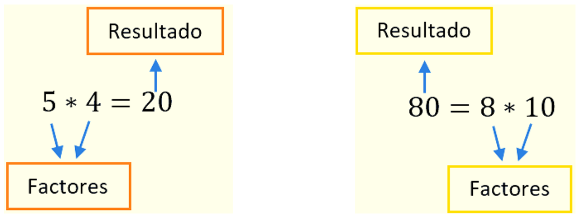
Es importante que los estudiantes comprendan que no existe un solo camino para factorizar, ya que los ejemplos dados pueden resolverse de otras maneras.

Posteriormente se presenta un ejemplo sobre la factorización al momento de dividir, percatarse que todos hayan podido completar con la actividad para seguir con la clase.

FACTORIZACIÓN

La factorización puede considerarse como el proceso inverso a la multiplicación, puesto que, la multiplicación consiste en obtener como resultado el producto de dos o más factores dados, la factorización busca obtener el producto de dos o más factores de un resultado dado, tal como se muestra en la siguiente imagen.

MULTIPLICACIÓN FACTORIZACIÓN



Ejemplos de factorización 30=15*2 $a^2=a*a$ 18x=9x(2)

Escriba unos ejemplos **Ejemplos de los estudiantes**

Nota: No existe un solo camino para factorizar, pero siempre se obtendrá el mismo resultado sin importar como se factorice.

Factorice para dividir

$$\frac{625}{25}=\frac{5*5*\cancel{5}*\cancel{5}}{\cancel{5}*\cancel{5}}=5*5=25 \qquad \frac{4}{64}=\frac{\cancel{4}}{4*\cancel{4}*4}=\frac{1}{16}$$

$$\frac{a^2}{a^3}=\frac{\cancel{a^2}}{a*\cancel{a^2}}=\frac{1}{a} \qquad \frac{x^3}{x^5}=\frac{\cancel{x^3}}{x^2(\cancel{x^3})}=\frac{1}{x^2}$$

A continuación, se dará a conocer los diferentes casos de factorización, y posteriormente se analizará de forma detallada cada uno de ellos.

- Factor común
- Factor común por agrupamiento
- Diferencia de cuadrados
- Trinomio cuadrado perfecto
- Trinomio de la forma $ax^{2n}+bx^n+c$
- Suma y diferencia de cubos perfectos

FACTOR COMÚN

Y

FACTOR COMÚN

POR

AGRUPAMIENTO

Destrezas:

-Relacionar el factor común y por agrupamiento en la vida cotidiana.
-Identificar los diferentes casos de factor común que se pueden obtener.
-Relacionar el factor común con áreas de figuras geométricas planas cuadrados y rectángulos y volúmenes de cubos y paralelepípedos.

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 5 minutos.

Factorice con sus estudiantes

$$\frac{4x^2}{8x^3} = \frac{1}{2x} \qquad 25x^2 = 5 * 5x^2 \qquad \frac{x^2}{2x^5} = \frac{1}{2x^3}$$

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado 35 minutos.

Estrategia utilizada: Lúdica

- Para el estudio del factor común y factor común por agrupamiento, se utilizará una actividad lúdica, para ello genere el espacio suficiente en el aula de clases para que los estudiantes puedan desplazarse o puede realizar la actividad en algún lugar despejado (patio, parque, entre otros lugares).

- Para empezar, comience con un cuento a sus estudiantes mientras ellos deberán desplazarse de forma aleatoria por todo el espacio, por ejemplo. nos dirigimos en excursión al bosque y repentinamente el bus se daña, pero el rector solo puede mandar autos para llevar a estudiantes que cumplan las siguientes condiciones.

- Les gusta el mismo deporte
- Les guste la misma comida
- Su materia de clase favorita
- etc.
- Tengan una actividad en común
- Son seres humanos
- Alumnos del paralelo A

Les gusta el mismo deporte

Pregunte a los grupos formados ¿Cuál es el deporte que les gusta? y anote las respuestas en la pizarra.

María
Luis → Les gusta tenis +
Pedro

Carlos
Claudia → Les gusta voleibol $+ \, etc \quad = Todo\ el\ curso$
Samanta

De a conocer que se han formado distintos grupos de estudiantes en base a algo común que tienen cada uno de ellos y es en lo que consistiría encontrar un factor común por agrupamiento.

Si decimos que María= M, Luis= L, Pedro= P, Le gusta el Tenis=x, y así respectivamente podemos pasar el ejercicio a un lenguaje matemático y factorizarlo.

↓

Mx+Lx+Px+Cv+Clv+Sv+etc

x(M+L+P)+v(C+Cl+S)+etc

> Puede explicar el cambio de variable relacionándolo con la vida cotidiana, ya que entre amigos cuando se dan un apodo, si alguien dice ese apodo el otro amigo comprende que lo están llamando a él.

Alumnos del paralelo "Según sea su paralelo"

Del mismo modo, pregunte ¿De qué paralelo son? y anote en la pizarra, pudiendo obviar escribir todos los nombres de los estudiantes, pero deberá estar comprendido que todos están en el mismo paralelo.

Alumnos del paralelo A

María
Luis
Pedro → Paralelo A ← Diana $= Todo\ el\ curso$
Carlos
Claudia

Natalia
Juan
Diana
....
etc.

Nótese que ya no se han formado diferentes grupos si no uno solo en base a algo común que tienen todos los estudiantes y es en lo que consistiría obtener un factor común.
Si decimos que María = M, Luis = L, Pedro = P, Carlos = C, Diana = D, etc. Paralelo A= x podemos pasar el ejercicio a un lenguaje matemático y factorizarlo.

$$Mx+Lx+Px+Cx+Dx+etc$$
$$x(M+L+P+C+D+etc)$$

Nota

- Del mismo modo se pueden ir trabajando las preguntas restantes o puede plantearse sus propias preguntas.
- Se debe observar que tanto para el factor común, como para el factor común por agrupamiento, siempre es igual a todo el curso y esto tiene relación con que al momento de factorizar expresiones algebraicas, se debe tomar en cuenta toda la expresión sin omitir ningún término.
- Asegúrese que al momento de hacer el cambio de variable para pasar el ejercicio a un lenguaje matemático, no coincidan las mimas letras puesto que puede causar confusión.

Estrategia utilizada: Preguntas exploratorias

Después de terminar la actividad lúdica.

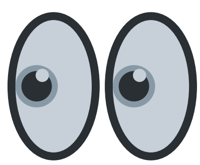
Pregunte a sus estudiantes

¿Qué significará matemáticamente obtener un factor común o factor común por agrupamiento?

¿Toda expresión se puede factorizar?

También puede pedir a sus estudiantes que formulen sus propias preguntas

Sugerencia: Para facilitar la actividad puede decir a los estudiantes que observen los ejercicios que anteriormente fueron transformados a un lenguaje matemático y se obtuvo un factor común y por agrupamiento.



Factor común

$$Mx+Lx+Px+Cx+Dx+etc$$
$$x(M+L+P+C+D+etc)$$

Factor común por agrupamiento

$$Mx+Lx+Px+Cv+Clv+Sv+etc$$
$$x(M+L+P)+v(C+Cl+S)+etc$$

Puede utilizar la lluvia de ideas para responder las preguntas exploratorias que se formularon anteriormente.
Tenga presente que las respuestas son sugeridos, usted podrá cambiarlos en caso de ser necesarios.

Respuesta a la 1ra pregunta exploratoria

Factor común

Consiste en encontrar un número, una letra o su combinación que sea común en toda la expresión algebraica, para luego expresar en forma de producto.

Factor común por agrupamiento

Consiste en encontrar un número, una letra o su combinación que se repita en diferentes grupos formados de la expresión algebraica, para luego expresar en forma de producto.

Recordemos:
Para representar una multiplicación existen diferentes símbolos (x, (), [],{ }, •)

Se presentan diferentes símbolos para representar una multiplicación, la finalidad es evitar ciertos errores al momento de factorizar, tal es el caso del ejercicio mostrado en la imagen.

Se puede notar que cuando se factoriza una expresión algebraica que contiene la variable "x" puede causar confusión tanto al docente como al estudiante con el símbolo de multiplicación.

$$x^3 + 2x = x x (x^2 + 2)$$

Signo de multiplicación

Antes de empezar a resolver ejercicios, se presentan algunas características para obtener un factor común, asegúrese que los ejemplos sean comprendidos por los estudiantes, posteriormente puede exponer más ejemplos a los estudiantes para que los resuelvan en la pizarra, de este modo podrá observar las falencias más comunes para luego retroalimentarlas (recuerde que hay que motivar a los estudiantes así que valore todo el trabajo que lo realicen, de este modo se evitará que los mismos no quieran volver participar).

Tenga presente lo siguiente.

Respuesta a la 2da pregunta exploratoria

- **No en todas las expresiones algebraicas existirá un factor común.**

a+b+1, no existe un factor común

- **En una expresión algebraica puede existir una letra o variable como factor común y siempre será la que contenga el menor exponente y esté presente en todos los términos de la expresión algebraica.**

$x^2 + 2x^3 - x$ ⟶ Toda la expresión algebraica contiene "x" por lo que podemos obtener un factor comun

$x(x + 2x^2 - 1)$ ⟶ Se escoge como factor común la "x" que contenga el menor exponente.

Para obtener la expresión factorizada se dividen cada uno de los términos de la expresión algebraica original para el factor comun encontrado.

Expresión algebraica $x^2 + 2x^3 - x$ **Factor común x**

$$x^2/x = x \quad +2x^3/x = +2x^2 \quad -x/x = -1$$

$$x^2 + x^3 + x = x(x + 2x^2 - 1)$$

- **Es posible obtener un factor común numérico.**

$12a^2 + 6$ ⟶ Escogemos el máximo común divisor de toda la expresión algebraica, para este caso "6"

$6(2a^2 + 1)$ ⟶ Entonces "6" será el facto común numérico

$$12a^2 + 6 = 6(2a^2 + 1)$$

- **Se puede tener un factor común numérico con una letra o variable.**

$8b^3 + 4b$ ⟶ Se identifica el factor común de toda la expresión algebraica "4b"

$4b(2b^2 + 1)$ ⟶ Entonces "4b" será el factor común

$$8b^3 + 4b = 4b(2b^2 + 1)$$

- **En una expresión algebraica dentro de un factor común por agrupamiento se puede obtener un factor común.**

ay-by+ax-bx

Factor común por agrupamiento

$$ay - by + ax - bx \quad \text{o también} \quad ay + ax - by - bx$$

$$y(a - b) + x(a - b) \quad \Longleftrightarrow \quad a(y + x) - b(y + x)$$

Factor común

$$(a - b)(y + x) \quad \Longleftrightarrow \quad (y + x)(a - b)$$

Pida a sus estudiantes que expongan donde se puede encontrar casos de factor común y factor común por agrupamiento en la vida cotidiana.

Algo curioso

El factor común y factor común por agrupamiento puede estar presenta en la vida cotidiana, tal es el caso que siempre formamos grupos de amistades o de trabajo según una afinidad en común como por ejemplo deportes, juegos, edades, sacar buenas notas, etc.

El siguiente ejercicio se lo debe transformar a un lenguaje matemático haciendo uso del cambio de variable, es de suma importancia que el docente con ayuda de los estudiantes planteen el ejercicio para posteriormente factorizarlo.

Con ayuda de su docente plantee y factorice el siguiente ejercicio.

En una reunión de compañeros se preguntan sobre su deporte favorito y se obtienen los siguientes resultados.

3 personas les gusta el Voleibol y Fútbol

2 personas les gusta Fútbol y Tenis

5 personas les gusta Natación y Baloncesto

4 personas les gusta Baloncesto y Béisbol

Se puede realizar un cambio de variable para facilitar la solución del ejercicio por ejemplo:

Voleibol = u, Fútbol = v, Natación = w, Baloncesto = x, Tenis = y, Béisbol =z

luego de ello transformamos el lenguaje literal a uno matemático

$$3uv + 5wx + 2vy + 4xz$$

$$v(3u + 2y) + x(5w + 4z)$$

Se presenta una aplicación sobre el cambio de signo que se puede efectuar antes de un paréntesis, ya que existen muchos ejercicios en los cuales se debe hacer uso de esta propiedad para seguir factorizándolos, es importante que los estudiantes comprendan que la expresión algebraica no se está alterando solo se busca otra manera de representarla.

Algo importante

se puede cambiar el signo que antecede a un paréntesis, si seguidamente se cambian todos los signos dentro del paréntesis.

$$x+4y(b-1) = x-4y(-b+1)$$

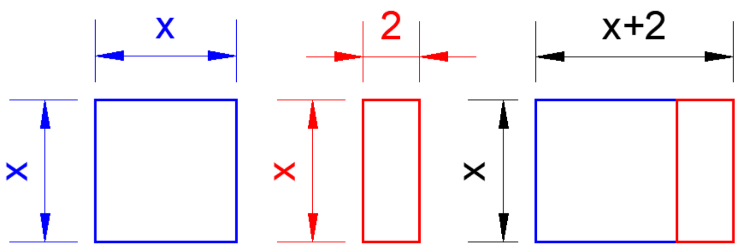
Obtengamos una interpretación geométrica del factor común, para ello analicemos los siguientes ejercicios.

$$x^2 + 2x = x(x+2)$$

Área de un cuadrado cuyo lado mide "x"

Área de un rectángulo cuyos lados miden "2" y "x"

Área de un rectángulo cuyos lados miden "x" y "x+2"

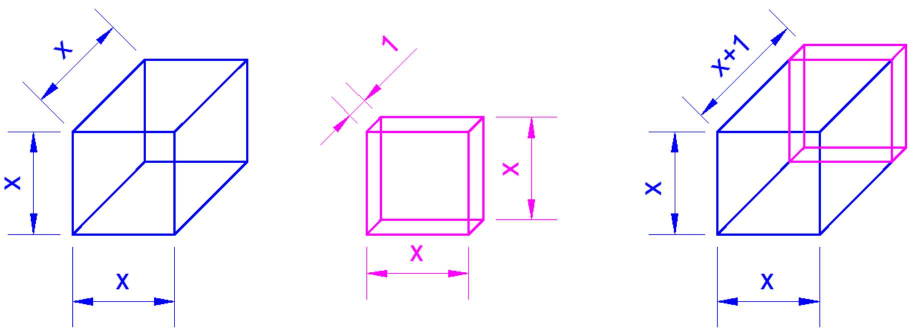


$$x^3 + x^2 = x^2(x+1)$$

Volumen de un cubo cuyo lado mide "x"

Volumen de un paralelepípedo cuyos lados miden "x, x, 1"

Volumen de un paralelepípedo cuyos lados miden "x+1, x, x"



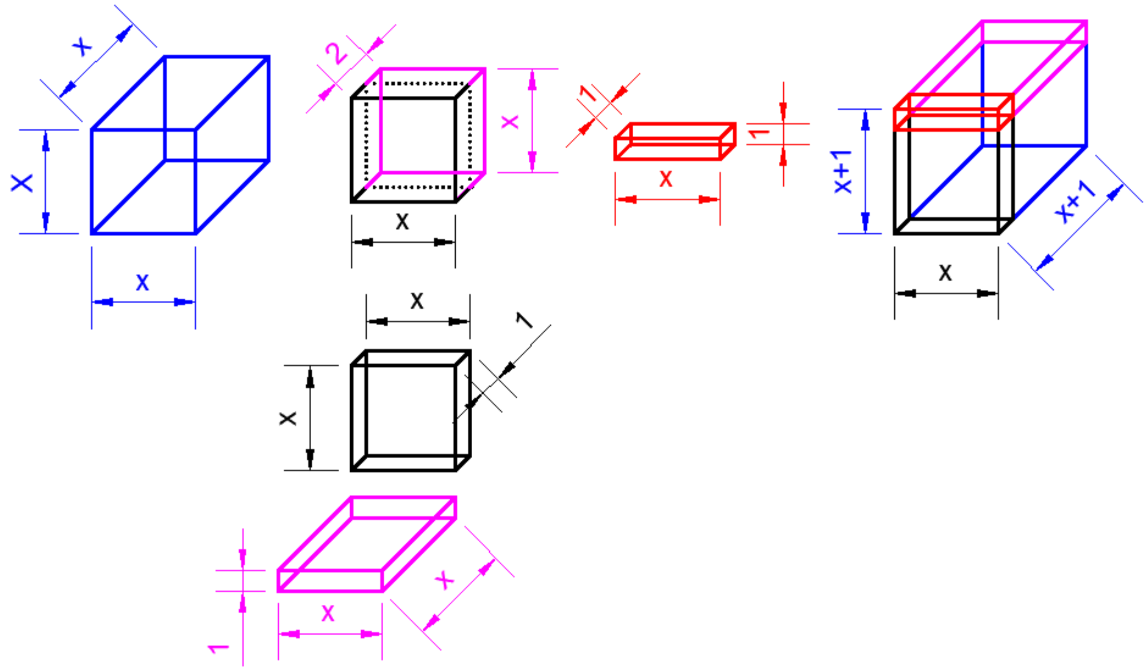
$$x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x+1)^2$$

Volumen de un cubo cuyo lado mide "x"

Volumen de un paralelepípedo cuyos lados miden "2, x, x"

Volumen de un paralelepípedo cuyos lados miden "1, 1, x"

Volumen de un paralelepípedo cuyos lados miden "x, x+1, x+1"



Algo curioso

Para la interpretación geométrica del factor común, se debe identificar el grado mayor de la expresión algebraica y según sea el grado mayor se puede deducir lo siguiente:

- Cuando son de segundo grado, son áreas de figuras geométricas planas cuadrados y rectángulos, pero al momento de ser factorizadas se convierten en el área de una sola figura geométrica plana y puede ser un cuadrado o rectángulo.
- Cuando es de tercer grado son volúmenes de figuras geométricas solidas cubos y paralelepípedos, pero al momento de ser factorizadas se convierte en el volumen de una sola figura geométrica sólida y puede ser un paralelepípedo o cubo.

Anteriormente se presenta una serie de ejercicios ya resueltos, de esta manera los estudiantes podrán relacionar lo aprendido desde un punto de vista geométrico, cabe mencionar que los ejercicios han sido elaborados de tal manera que sean más fáciles de resolver y comprender, ya que la dificultad de los ejercicios puede variar según la expresión algebraica a factorizar.

CONSOLIDACIÓN

Tiempo estimado 15 minutos.

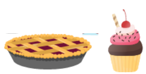
Para finalizar se presenta una serie de ejercicios contextualizados y matemáticos, los cuales el alumno tendrá que resolver en casa, percatarse un poco más en los ejercicios matemáticos y verifique que fueran resueltos de manera correcta, en caso de haberse presentado dificultades refuerce en clase, tenga presente que la solución mostrada de los ejercicios contextualizados no es única, todo dependerá de la perspectiva de los estudiantes.

Para la casa

Identifique cual es el factor común o factor común por agrupamiento en las siguientes imágenes.

Factor común por agrupamiento

Bebidas



Postres

Factor común por agrupamiento

Frutas

Comida rápida

Factor común

Árboles

Obtengamos el factor común o factor común por agrupamiento de las siguientes expresiones algebraicas.

$25x^2y + 5xy^3$	$75a^4 - 25a^9$
$5xy(5x + y^2)$	$25a^4(3 - a^5)$
$6a + 12a^2 + 8a^3$	$4ac - 12a^2c + 7bx - 21abx$
$2a(3 + 6a + 4a^2)$	$(1 - 3a)(4ac + 7bx)$
$35a^2x - 40a^4 - c^9x + c^{12}$	$4a^2b + 3z - 12ab - za$
$5a^2(7x - 8a^2) - c^9(x + c^3)$	$(a - 3)(4ab - z)$

Puede sugerir un software para que el estudiante pueda comprobar sus respuestas. https://es.symbolab.com/solver/factor-calculator

FACTORIZACIÓN

DEL

TRINOMIO

CUADRADO

PERFECTO

$ax^2 \pm bx + c$

Destrezas:

-Relacionar los conceptos matemáticos del binomio de un cuadrado con el trinomio cuadrado perfecto.

-Aplicar los procesos matemáticos necesarios para factorizar trinomios cuadrados perfectos.

-Relacionar la factorización del trinomio cuadrado perfecto con las áreas de figuras geométricas planas (cuadrados y rectángulos).

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 5 minutos.

Estrategia utilizada: SQA (Qué sé, Qué quiero saber, Qué aprendí)

Antes de empezar la clase se sugiere pedir al estudiante que elabore el siguiente cuadro, o puede usted llevarlo impreso:

Factorización del trinomio cuadrado perfecto		
Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
Un trinomio son tres términos Los tres términos deben estar elevados al cuadrado Factorizar implica expresar como producto un resultado dado para este caso el trinomio elevado al cuadrado	Como se factoriza el trinomio cuadrado perfecto	El trinomio son tres términos, pero de los cuales solo uno esta elevado al cuadrado Al factorizar el trinomio cuadrado perfecto obtenemos el cuadrado de la suma o diferencia de un binomio El trinomio cuadrado perfecto también se lo relaciona con las áreas de cuadrados y rectángulos

La primera y segunda columna son las únicas que se contestarán y servirán para identificar los conocimientos previos del estudiante, y sus inquietudes del tema.

Pida a los estudiantes que expongas sus ideas sobre lo que saben y quieren saber, se sugiere no corregir para posteriormente el estudiante sea quien corrija sus propios errores.

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado 1h.

Estrategia utilizada: Trabajo colaborativo

Luego de revisar los ejerccios propuestos se recomienda lo siguiente.

- Forme grupos de 4 estudiantes (deben ser formados de manera aleatoria cerciorase que todos los alumnos queden distribuidos evitando que se reúnan los grupos por afinidad), está manera de trabajo ayudará al estudiante ya que en la vida cotidiana no siempre se podrá trabajar con las personas a las que somos más afines y es de vital importancia preparar a los alumnos para ello.

- Para el estudio del trinomio cuadrado perfecto, se presenta un pequeño concepto, y se hace énfasis que la factorización del trinomio cuadrado perfecto es lo opuesto al cuadrado de la suma y diferencia de un binomio, así como a la suma es a resta, multiplicación es a división, potenciación es a radicación.

De manera matemática la factorización del trinomio (tres términos) cuadrado perfecto, consiste en obtener como resultado un binomio elevado al cuadrado.

$$\underbrace{4x^2 + 4x + 1}_{\text{Tres términos}} = \overbrace{(2x + 1)^2}^{\text{Binomio al cuadrado}}$$

Como se puede observar al factorizar un trinomio cuadrado perfecto se obtiene la suma o diferencia de un binomio al cuadrado.

$$\underbrace{2a^2 - 4a\sqrt{2} + 4}_{\text{Tres términos}} = \overbrace{(\sqrt{2}a - 2)^2}^{\text{Binomio al cuadrado}}$$

¿Todo trinomio cuadrado perfecto se puede factorizar?
SI

¿Existen pasos que se deben seguir para factorizar los trinomios cuadrados perfectos?
SI

Estas preguntas deberán ser repuestas al finalizar la clase, se busca generar la duda del estudiante por el estudio del tema.

Para contestar estas interrogantes resolvamos las siguientes actividades

Para resolver los ejercicios los estudiantes pueden hacerlo por cualquier método, pero siempre deberá recordar que la aplicación de la regla de los productos notables facilitará el trabajo y optimizará el tiempo.

Cuadro de la suma de un binomio	*Trinomio cuadrado perfecto*
$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{t})^{2}$	$a^2+2at+t^2$
$(\mathbf{2}+\boldsymbol{r})^{2}$	$2^2+2*2r+r^2$
$(\boldsymbol{x}^{2}+\boldsymbol{z})^{2}$	$x^4+2x^2z+z^2$

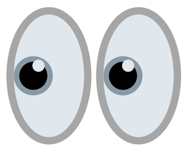
Cuadro de la diferencia un binomio	*Trinomio cuadrado perfecto*
$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{t})^{2}$	$a^2-2at+t^2$
$(\mathbf{2}-\boldsymbol{r})^{2}$	$2^2-2*2r+r^2$
$(\boldsymbol{x}^{2}-\boldsymbol{z})^{2}$	$x^4-2x^2z+z^2$

Pida a los diferentes grupos de estudiantes que expongan sus ideas sobre las características de los trinomios cuadrados perfectos (anote las ideas más importantes, para posteriormente reforzar y formular conjuntamente con los estudiantes los pasos a seguir).
Para esta actividad los estudiantes deberán desarrollar la observación ya que al ir observando los ejercicios desarrollados pueden llegar a obtener las características comunes.

Escriba cuales son las características en común que tienen los trinomios cuadrados perfectos.

*** Existen 3 términos * El primer y tercer término están elevados al cuadrado * Están ordenados de forma descendente con respecto a una variable * En la suma de un binomio todos los signos son positivos * En la diferencia de un binomio los signos se alternan positivo, negativo, positivo.**

Observe los ejercicios desarrollados



Se presenta unos ejercicios en los cuales se ha obtenido diferentes raíces, además de indicar al estudiante los posibles resultados de una raíz de índice par, esto ayudará al momento de factorizar trinomios, ya que uno de los pasos implica obtener la raíz cuadrada.
Nota: Aunque la raíz de índice par tenga dos soluciones al momento de factorizar pida que solo obtengan las raíces (+), para evitar la confusión de los estudiantes.

Recuerde que si el índice de una raíz coincide con el exponente de un número estas se pueden simplificar.

$$\sqrt{3^4} = 3^2 \qquad \sqrt{a^2} = a$$

$$\sqrt[4]{2^4} = 2 \qquad \sqrt[3]{\pi^3} = \pi$$

Una raíz de índice par siempre tiene dos respuestas

índice

$$\sqrt[4]{16} = \pm 2$$

Una vez termina las actividades, verifique que todos los estudiantes respondieran las preguntas, revíselas y anote las ideas más importantes que ayuden a formar la regla para factorizar (puede hacer uso de la lluvia de ideas).

Se presenta un modelo de cuáles deberían ser los pasos a seguir, es indispensable que cada uno de los pasos se cumplan (en muchos casos los estudiantes pueden querer reforzar lo aprendido y encontrarán que, para factorizar los trinomios cuadrados perfectos, no son necesarios u omiten ciertos pasos, pero los mismos pasos a seguir les ayudará a identificar cuando es posible o no factorizar por este método).

Con ayuda de su profesor y de sus compañeros construyamos los pasos a seguir, para factorizar trinomios cuadrados perfectos.

1. Deben existir tres términos en la expresión algebraica.
2. Elija el término con el mayor exponente, y colóquelo de forma descendente con respecto a una variable.
3. El primer y tercer término deben ser positivos o negativos (no pueden ser positivos y negativos al mismo tiempo) el signo del término medio puede variar.
4. Obtenga la raíz cuadrada (+) del primer y tercer término.
5. Multiplique las dos raíces obtenidas, luego ese resultado multiplique por 2.
6. La multiplicación anterior, debe dar como resultado el segundo término **(si esto no se cumple no se puede factorizar por este método).**
7. Los resultados de las raíces cuadradas obtenidas en el paso 4 se suman o restan según el signo del término medio.
8. Por último, se eleva al cuadrado.

Explique a sus estudiantes las ventajas y desventajas al usar los pasos ya antes mencionados.

Qué pasaría si omitiéramos algún paso

Factorice $a^2 + b^2 + 2ab$

1. Si existen tres términos
2. Omitimos este paso ← **Desventaja**
3. Primer y tercer término positivos
4. $\sqrt{a^2} = a \qquad \sqrt{2ab} = \sqrt{2ab}$
5. $\sqrt{2ab} * a \qquad 2 * \sqrt{2ab} * a$
6. $2 * \sqrt{2ab} * a \neq b^2$ (no se puede factorizar)

A consecuencia de omitir un paso no es posible factorizar cuando la expresión si es factorizable

$$-x^2 - 2xz + z^2$$

1. Existen tres términos. ← **Ventaja**
2. Están ordenados de forma descendente.
3. El signo del primer y tercer término no pueden ser positivos y negativos al mismo tiempo (no se puede factorizar por este método)

Para reforzar los pasos obtenidos se presenta un trinomio cuadrado perfecto en el cual se factoriza, enfatice en que son muchos pasos, pero la mayoría de ello se los resuelve de forma inmediata, para evitar la desmotivan.

Para reforzar

Factorice: $4a^2 + 16b^2 + 16ab$

Paso1: La expresión algebraica cuenta con tres terminos

Paso 2: Escogemos el termino $4a^2$ y ordenamos la expresión algebraica de forma descendente

$$4a^2 + 16ab + 16b^2$$

Paso 3: ~~El primer~~ y tercer término son positivos

Paso 4: $\sqrt{(4a^2)} = 2a$ y $\sqrt{(16b^2)} = 4b$

Paso 5: $(2a)(4b)*2 = 16ab$

Paso 6: 16ab coincide con el término medio de la expresión algebraica ya ordenada

$4a^2 + 16ab + 16b^2$

Paso 7: El signo del segundo término es positivo por lo que debemos sumar 2a y 4b

$2a+4b$

Paso 8: Elevamos al cuadrado la suma anterior $(2a+4b)^2$

$4a^2 + 16ab + 16b^2 = (2a+4b)^2$

Nota: No es necesario escribir todos los pasos, pero si es indispensable cumplirlos, ya que muchos de los pasos se los pueden resolver solo observando el ejercicio.

Resuelva el siguiente ejercicio, con ello demostrará que no importa si un trinomio tiene raíces cuadradas, fracciones, etc. Si se aplican los pasos correctos se podrá factorizar.

Resuelva conjuntamente con su profesor

$$Factorizar\colon\ 2a^2 + 3b^2 - 2\sqrt{6}ab$$

Recuerde

$\sqrt{2}a \neq \sqrt{2a}$

$2a^2 \neq (2a)^2$

Primero: La expresión algebraica cuenta con tres términos.

Segundo: Escogemos $2a^2$ y ordenamos de forma descendente

$$2a^2 - 2 * \sqrt{6}ab + 3b^2$$

Tercero: El primer y tercer término son (+)

Cuarto: $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$ y $\sqrt{3b^2} = \sqrt{3}b$

Quinto: $\sqrt{2}a * \sqrt{3}b * 2 = 2 * \sqrt{2}\sqrt{3} * ab = 2\sqrt{6}ab$

Sexto: El término obtenido da como resultado el segundo término de la expresión algebraica ordenada $2a^2 - 2 * \sqrt{6}ab + 3b^2$

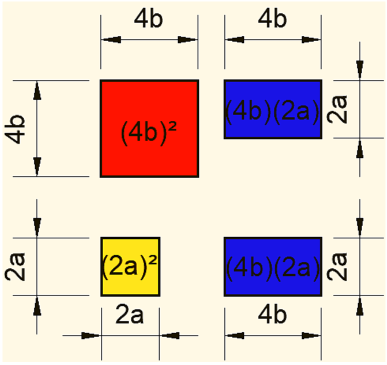
Séptimo: El signo del término medio es negativo por lo que debemos restar las raíces obtenidas $\sqrt{2}a - \sqrt{3}b$

Octavo: elevamos al cuadrado la resta obtenida $\left(\sqrt{2}a - \sqrt{3}b\right)^2$

$$2a^2 + 3b^2 - 2\sqrt{6}ab = \left(\sqrt{2}a - \sqrt{3}b\right)^2$$

Las siguientes actividades deberán ser contestadas por el equipo de trabajo, es imprescindible que en la primera actividad se aplique la regla, sin llegar a multiplicar los resultados lo cual ayudará a diferenciar de manera inmediata las diferentes áreas formadas.

Obtengamos una interpretación geométrica



- Desarrolle el cuadrado de la suma de dos cantidades (aplique la regla y no multiplique las expresiones)

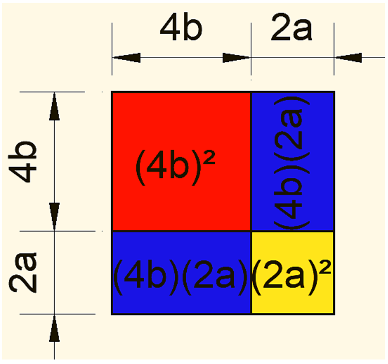
  $(2a+4b)^2=$ $\mathbf{(2a)^2 + 2(2a)(4b) + (4b)^2}$

- La expresión obtenida anteriormente corresponde a un trinomio cuadrado perfecto, identifique cuantas áreas tiene dicha expresión y anótelas dentro de las figuras geométricas.

En las siguientes actividades es necesario que el docente actué como un guía y ayudé a ir formulando los diferentes conceptos, cabe recalcar que interpretaremos los resultados obtenidos desde un punto de vista geométrico

- Construyamos juntos una interpretación geométrica del trinomio cuadrado perfecto en base a lo realizado.

El trinomio cuadrado perfecto son áreas distribuidas (separadas) de cuadrados y rectángulos.



- ¿Qué sucedió con las áreas distribuidas al momento de ser factorizadas? (observe la imagen y anote las áreas de cada figura geométrica)

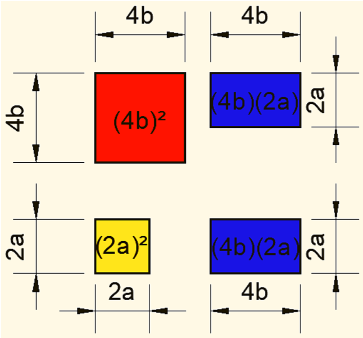
Las áreas de los diferentes cuadrados y rectángulos se unificaron y formaron el área de un solo cuadrado de dimensiones (2a+4b)

- En base a lo realizado obtengamos una interpretación geométrica para el trinomio cuadrado perfecto y su respectiva factorización.

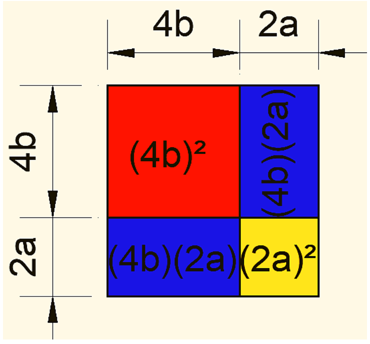
El trinomio cuadrado perfecto son áreas separadas de cuadrados y rectángulos, pero al momento de factorizarlas todas se unifican y se obtiene el área de un cuadrado.

$16b^2 + 16ba + 4a^2$ **$(4b + 2a)^2$**

La imagen resume lo aprendido



Sin factorizar



Factorizado

Se sugiere hacer uso del material didáctico para reforzar la factorización del trinomio cuadrado perfecto desde un punto de vista geometrico.

Se sugiere hacer uso del material didáctico para reforzar la factorización del trinomio cuadrado perfecto desde un punto de vista geometrico.

Antes de terminar la clase pida a sus estudiantes que completen la tabla entregada anteriormente, en caso de haber cometido errores corregir en la columna "lo que aprendí".

CONSOLIDACIÓN

Tiempo estimado 15 minutos.

Para finalizar la clase se presenta una serie de ejercicios que el estudiante tendrá que desarrollar en casa, la finalidad es que mediante la practica el estudiante se familiarice de manera más rápida en como y cuando es posible factorizar un trinomio cuadrado perfecto.

Para la casa

Factorice las siguientes expresiones algebraicas.

$$a^2 + b^2 + 2ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$\sqrt{a^2} = a, \qquad \sqrt{b^2} = b \qquad a * b * 2 = 2ab$$

$$(a + b)^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{4}xy + \frac{1}{4}y^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{16}x^2} = \frac{1}{4}x, \qquad \sqrt{\frac{1}{4}y^2} = \frac{1}{2}y, \qquad \frac{1}{4}x * \frac{1}{2}y * 2 = \frac{1}{4}x * y$$

$$\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y\right)^2 = \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{4}xy + \frac{1}{4}y^2$$

$$3e^2 - 2 * \sqrt{3} * \sqrt{2}eq + 2q^2$$

$$\sqrt{3e^2} = \sqrt{3}e, \quad \sqrt{2q^2} = \sqrt{2}q, \qquad \sqrt{3}e * \sqrt{2}q * 2 = 2 * \sqrt{3}e * \sqrt{2}q$$

$$(\sqrt{3}e - \sqrt{2}q)^2$$

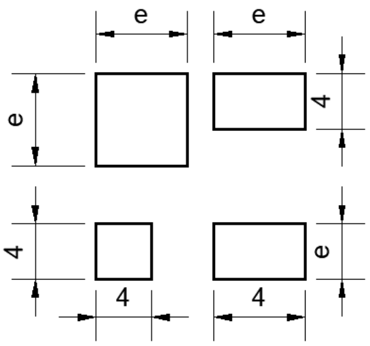
$$(\sqrt{3}e - \sqrt{2}q)^2 = 3e^2 - 2 * \sqrt{3} * \sqrt{2}eq + 2q^2$$

La siguiente actividad busca relacionar el trinomio cuadrado perfecto, con las áreas de cuadrados y rectángulos, para resolver la actividad puede aconsejar a los estudiantes que dibujen las figuras geométricas en una hoja y las recorten con el propósito de hacer la actividad mucho más sencilla, puede indicar a los estudiantes que los valores de la variable "e" puede ser cualquiera, pero debe ser diferente de 4 ya que si lo usarán no concordaría con formar el área de un rectángulo.

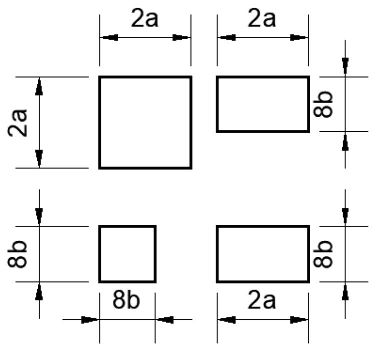
Factorice de manera geométrica.

Escriba en los espacios cual es la expresión matemática del trinomio cuadrado perfecto y su forma factorizada, pinte y dibuje la figura con sus respectivas dimensiones.

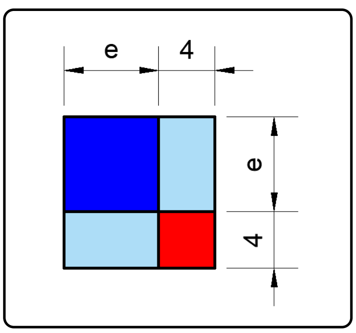
$e^2 + 8e + 16$



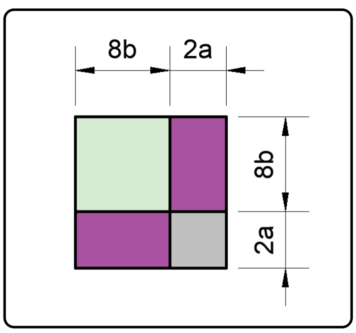
$4a^2 + 32ab + 64b^2$



$(e + 4)^2$



$(2a + 8b)^2$



Estimado docente debido a la afinidad que tienen los estudiantes con la tecnología, podría sugerir a sus estudiantes que se descarguen una aplicación llamada "Casos de factorización Gammafp", la ventaja de este aplicación es que una vez instalada no necesita de Internet para su funcionamiento y el alumno en caso de tener dificultades podrá hacer uso del mismo para reforzar lo aprendido.

Nota: En caso de realizar esta actividad se sugiere revisar la aplicación y hacer sus respectivas indicaciones para evitar la confusión del estudiante.

MÉTODOS

PARA

FACTORIZAR

TRINOMIOS

$px^2+qx+r=???$

Destrezas: Conocer y aplicar los diferentes métodos para factorizar trinomios
Relacionar la factorización del trinomio de la forma px²+qx+r con las áreas de cuadrados y rectángulos

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 5 minutos.

Estrategia utilizada: Preguntas exploratorias

¿Que se obtiene al factorizar de manera matemática un trinomio cuadrado perfecto?
¿Que se obtiene al factorizar de manera geométrica un trinomio cuadrado perfecto?
¿Todos los trinomios son trinomios cuadrados perfectos?

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado 1h.

Luego de haber identificado y reforzado los conocimientos previos se sugiere revisar los siguientes contenidos, que servirán de ayuda para entender ciertos métodos de factorización.

Ecuación: Se entiende como una ecuación a la igualdad que existe entre dos expresiones algebraicas. Despejar la incógnita de una ecuación algebraica consiste en dejar a la incógnita sola en cualquier lugar de los miembros de la ecuación, para ello se aplican ciertas operaciones matemáticas.

$$\underbrace{2x+3}_{\text{Primer miembro}} = \underbrace{0}_{\text{Segundo miembro}}$$

Para despejar la incógnita, se recomienda utilizar el método que consiste en sumar, restar, multiplicar, dividir, etc. la misma cantidad a los diferentes lados de los miembros de la ecuación.

$$2x + \cancel{3} - \cancel{3} = 0 - 3$$
$$2x = -3$$
$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{-3}{2}$$
$$x = -\frac{3}{2}$$

Luego de haber realizado esta demostración para facilitar los procesos matemáticos se puede hacer uso de las siguientes reglas.
en una ecuación lo que está sumando pasa restando lo que esta multiplicado pasa dividiendo y viceversa.

$$2x + 3 = 0$$
$$2x = -3$$

Lo que está sumando pasa restando

$$2x = -3$$
$$x = \frac{-3}{2}$$

Lo que está multiplicando pasa dividiendo.

Antes de empezar las diapositivas se sugiere que todos los estudiantes guarden sus libros o guías para que puedan aportar a la construcción del conocimiento, la guía del alumno ya cuenta con los diferentes métodos para factorizar.

Puede descargar la presentación al acceder al siguiente enlace
https://1drv.ms/u/s!AqtS701wa_RfaiEe2-ywIjlWZ8Q?e=GWFp92

Estrategia utilizada: Las TIC

Las diapositivas contaran con sus respectivas recomendaciones para ello se sugiere revisarlas antes de empezar las clases.

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS DE LA FORMA $px^2 + qx + r$

Factorice la siguiente expresión algebraica $4c^2 + 8c + 3$

- ¿Existen 3 términos en la expresión algebraica? ✓
- ¿Esta ordenado de forma descendente? ✓
- ¿El primer y tercer termino son positivos o negativos? ✓
- La raíz cuadrada del primer y tercer termino son 2c y $\sqrt{3}$ ✓
- La multiplicacion del primer y tercer termino por dos es igual a $2 * 2c * \sqrt{3}$ ✓
- ¿El termino obtenido es igual al segundo termino? ✗ $4c\sqrt{3} \neq 8c$

Nuevo

Estrell... 04 de septiembre de 2019

Para iniciar con la clase se plantea un ejercicio, en el cual el docente debe brindar 5 minutos a los estudiantes para qué lo analicen y posteriormente contesten las siguientes preguntas.
Recuerde que se trata de una clase activa, en el que los estudiantes deberán ir respondiendo varias preguntas y en la cual el docente debe guiar las respuestas.

NOTA: Se recomienda al docente revisar la presentación previa a la clase.

Responder...

Estudiantes ¿Es posible factorizar esta expresión algébrica por el método de trinomios cuadrados perfectos?
Respuesta: NOOOO

Estudiantes ¿Cuál fue el inconveniente encontrado?

Respuesta: Al obtener las raíces del primer y tercer termino y al multiplicar por dos, no coincide con el segundo termino ($4c\sqrt{3} \neq 8c$)

Docente ¿Entonces la expresión algebraica se podrá factorizar por otro método o no se puede factorizar?

Respuesta: Si, existen diversos métodos para factorizar los trinomios.

Factorización en general de trinomios $px^2 + qx + r$

- Método de la multiplicación y división
- Método de tanteo
- Uso de la ecuación de segundo grado

Nuevo

Estrell... 04 de septiembre de 2019

Si por alguna razón no escucho esta pregunta, usted cuestióne a los estudiantes.
Luego presente los métodos recomendados, los cuales no son absolutos, pues usted tiene el libre albedrío de eliminar o aumentar algún método.

Responder...

Método de la multiplicación y división

Factorice $8c+4c^2+3$

Primero
- $8c+4c^2+3$ → $4c^2+8c+3$
- $4c^2+8c+3$
- 4

- Estudiantes ¿Qué se ha realizado en el primer paso?

Respuesta: Se ordena de forma descendente la expresión algebraica y se escoge el número que multiplica al primer término.

Segundo → $\frac{4}{4}(4c^2+8c+3)$

- Estudiantes ¿Qué proceso se ha ejecutado?

Respuesta: Se a multiplicado y dividido la expresión algebraica por el número del primer término.

- Docente ¿Por qué se multiplico y dividió la expresión algebraica por el mismo número?

Respuesta: Para que de este modo no se vea afectada la expresión algebraica.

Tercero $\frac{4}{4}(4c^2+8c+3)$ → $\frac{16c^2+4*8c+12}{4}$

- Docente y estudiantes Describa que procedimiento se ha realizado
- Respuesta: Se aplicó la propiedad distributiva en el numerador, se a multiplicado el primer y tercer término pero el segundo término solo se ha expresado la multiplicación.

Nuevo

Estrell... 04 de septiembre de 2019

En esta diapositivita arrancamos con el primer método, este es el que se encuentra en varios textos y es el más usado.
A continuación, se desarrollará el algoritmo de solución. En el cual se pretende que los estudiantes observen los cambios que se van efectuando en los diferentes pasos para factorizar y luego contesten las preguntas planteadas.

Responder...

Cuarto $\frac{16c^2+4*8c+12}{4}$ → $\sqrt{16c^2}=4c$

- Estudiantes ¿Qué sucedió?

Respuesta: Se obtuvo la raíz cuadrada del primer término.

<u>Una vez cumplidos estos pasos se procede a factorizar</u>

Consiste en encontrar dos binomios ya sean diferentes o iguales que al momento de multiplicar nos den el trinomio del numerador.

$\frac{16c^2+4*8c+12}{4}$ → $\frac{(ac+b)(dc+e)}{4}$

Para ello, la raíz obtenida se la expresa como producto, tal como se muestra. → $\frac{(4c\quad)(4c\quad)}{4}$

- Se busca dos cantidades que cumplan la siguiente condición.

Multiplicadas den +12 (que se encuentra en el tercer término)
Sumadas den +8 , “que se encuentra en el segundo término).

$$\frac{16c^2+4*8c+12}{4}$$

- Docente ¿Cuáles podrían ser esos dos números?
- Respuesta: Los números son +6 y +2 ya que (+6)*(+2)=+12 y +6+2=+8

$$\frac{(4c\quad)(4c\quad)}{4} \rightarrow \frac{(4c+6)(4c+2)}{4}$$

- Estudiantes ¿Qué sucedió?
- Respuesta: Se escriben los números que cumplen las condiciones ya indicadas con sus respectivos signos dentro de cada paréntesis, de esta manera se completa el producto.

$$\frac{2*(2c+3)2*(2c+1)}{4} \rightarrow \frac{\cancel{4}*(2c+3)(2c+1)}{\cancel{4}} \rightarrow (2c+3)(2c+1)$$

- Docente ¿Qué sucedió?
- Respuesta: Se busca los factores comunes numéricos en caso de existir y se simplifica.

- Finalmente la expresión factorizada es $(2c+3)(2c+1)$

- Compruebe que el resultado sea correcto

$$(2c+3)(2c+1) = 4c^2+8c+3$$

Método de tanteo

Factorice la siguiente expresión algebraica $3+4c^2+8c$

Primero $3+4c^2+8c \rightarrow 4c^2+8c+3$

- Estudiantes ¿Que se ha realizado?
- Respuesta: Se ordena en forma descendente
- Para el docente

Segundo Se buscan dos términos que multiplicados den como resultado el primer término “$4c^2$” con su respectivo signo.

Ejemplo +2c y +2c ya que (+2c)*(+2c)=+$4c^2$

Tercero Se buscan dos números que multiplicados nos den como resultado el tercer término con su respectivo signo

Ejemplo +3 y +1 por que (+3)*(+1)=+3

Cuarto Se los coloca de la siguiente forma

$4c^2+8c+3$

+2c +3

+2c +1

¿Y que hacemos luego?

Nuevo

Estrell... 04 de septiembre de 2019

El siguiente método no se encuentra comúnmente en los textos, pero es muy efectivo a la hora de factorizar trinomios, de la misma manera se les dará a conocer el algoritmo matemático, para factorizar.

Responder...

$4c^2 + 8c + 3$

Quinto

Se multiplica en cruz y se suma de todas las formas posibles con el objetivo de encontrar dos términos que sumados den el segundo termino, en este caso 8c.

$4c^2 + 8c + 3$

+2c +3 =+6c
+2c +1 =+2c
+8c

Sexto

Para factorizar se suma horizontalmente y esas sumas se multiplican

+2c → +3 = +2c+3
+2c → +1 = +2c+1

Finalmente queda factorizado.

(2c+3)(2c+1) $= \mathbf{4c^2 + 8c + 3}$

$\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$ ← Uso de la ecuación de segundo grado → $\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

- Como se puede observar las letras "a, b, c" son los valores numéricos que multiplican a la variable dada (en este caso x).
- Pongamos en practica y factoricemos $4x^2 + 8x + 3$
- ¿Cuales son los valores de "a, b, c"? **Respuesta:** **a=4 b=8 c=3**
- Docente y alumno: Remplazamos los valores en la ecuación de segundo grado.

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4*4*3}}{2*4}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 48}}{8} \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{8}$$

$$x = \frac{-8 \pm 4}{8} \rightarrow x = \frac{-8 \pm 4}{8}$$

Nuevo

GASTON hace 2 horas

Hay que tener presente que la ecuación de segundo grado, solo sirve para factorizar trinomios de segundo grado, además que para este caso se ha cambiado la variable del ejercicio "c por la x", para que no cause confusión en los valores "a, b, c" de la ecuación de segundo grado.

Responder...

$$x = \frac{-8 \pm 4}{8}$$

$x = \frac{-8 + 4}{8}$	$x = \frac{-8 - 4}{8}$
$x = \frac{-4}{8}$	$x = \frac{-12}{8}$
$x = \frac{-1}{2}$	$x = \frac{-3}{2}$
$2x + 1 = 0$	$2x + 3 = 0$

- Docente y alumno, analicemos los procedimientos realizados

$$(2x + 1)(2x + 3) = 0$$

$$\mathbf{(2x + 1)(2x + 3)}$$

(2x+3)(2x+1) $= \mathbf{4x^2 + 8x + 3}$

Nuevo

GASTON hace 2 horas

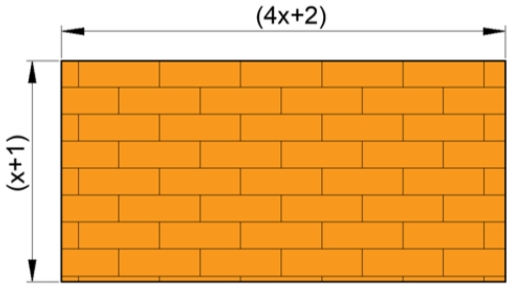
Para solucionar esta ecuación, se puede aplicar las siguientes propiedades (lo que multiplica-divide, lo que suma-resta y viciversa) esto solo se puede aplicar una vez visto la anticipación de la clase.

Responder...

Sabemos por los diferentes métodos aplicados que (2c+3)(2c+1) es la forma factorizada de $\mathbf{4c^2} + \mathbf{8c} + \mathbf{3}$

¿Pero cual es su interpretación geométrica?

Si (x+1)(4x+2) es el área de un rectángulo cuyos lados son (x+1) y (4x+2)



- Estudiantes Entonces $(2c+3)(2c+1)$ es el área de un rectángulo de lados (2c+3) y (2c+1)

Para realizar la interpretación geométrica debemos realizar lo siguiente: aplicar la propiedad distributiva (deje todo en forma de multiplicación no sume términos comunes) de $(2c+3)(2c+1)$

$$(2c+3)(2c+1) = \mathbf{2c*2c+2c*1+3*2c+3*1}$$

Estudiante.

Responda: $2c*2c$ es el área de un cuadrado de lado 2c , $2c*1$ es el área de un rectángulo de lados 2c y 1 $3*2c$ es el área de un rectángulo de lados 3 y 2c, por ultimo $3*1$ es el área de un rectángulo de lados 3 y 1

Para reforzar y sintetizar lo aprendido realicemos lo siguiente.
En la expresión algebraica mostrada supongamos que c= 1
(c puede ser cualquier valor) y remplacemos en la expresión anterior

$$(2c+3)(2c+1) = \mathbf{2c*2c+2c*1+3*2c+3*1}$$

Si c= 1 entonces

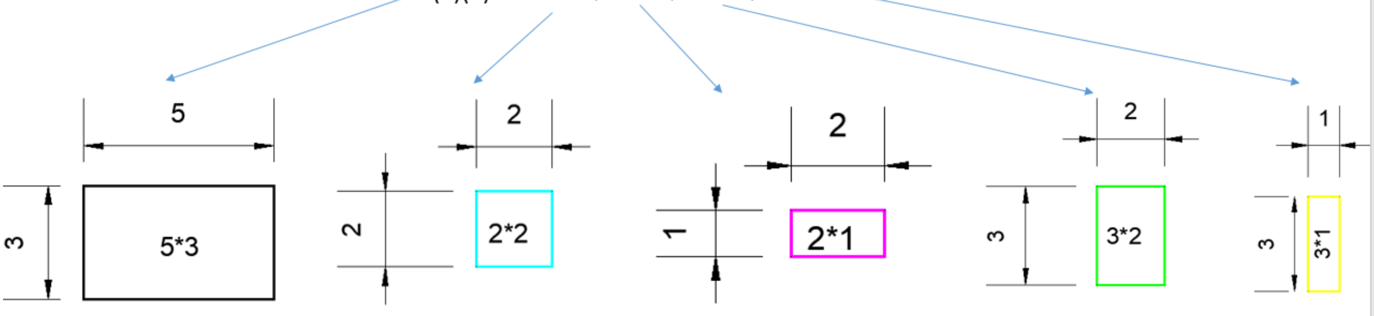
(5)(3)= $\mathbf{2*2+2*1+3*2+3*1}$

¿Por qué no multiplicamos los números de la expresión ?

Por que las expresiones algebraicas mostradas como tal representan el área de cuadrados o rectángulos, caso contrario solo representarían cantidades.

Las multiplicaciones mostrados anteriormente representan las áreas de cuadrados y rectángulos.

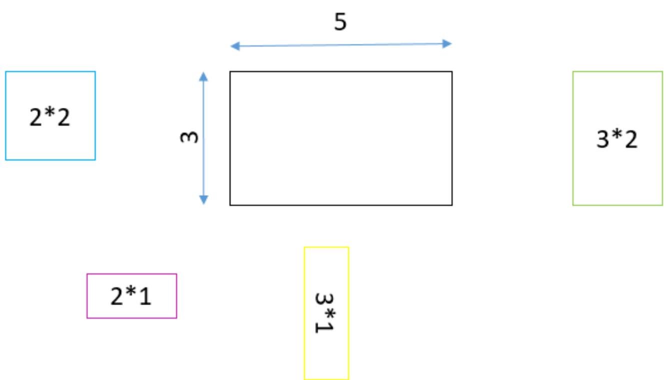
$(5)(3)= \ \mathbf{2*2+2*1+3*2+3*1}$



Entonces cual podría ser el concepto geométrico

El trinomio de la forma $\mathbf{p}x^2 + qx + r$ corresponde a áreas distribuidas de cuadrados y rectángulos que al momento de factorizarse se unifican en una sola área de un rectángulo

$(5)(3)= \ \mathbf{2*2+2*1+3*2+3*1}$



GRACIAS POR SU ATENCIÓN

CONSOLIDACIÓN

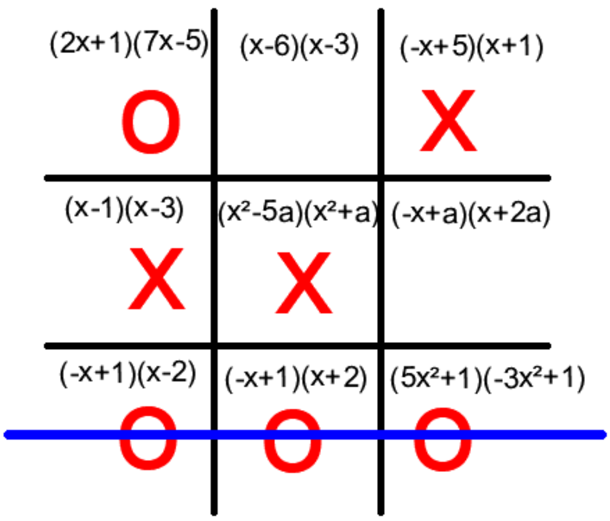
Tiempo estimado 15 minutos.

Estrategia utilizada: Trabajo cooperativo

- Una vez terminada la presentación el estudiante tendrá que resolver los siguientes ejercicios, los mismos podrán usar cualquier método, ya que la respuesta no cambiará, para ello forme grupos de trabajo de máximo 3 estudiantes, de forma aleatoria.
- El grupo de trabajo debe constar de los siguientes integrantes, 1 estudiante aplicado, 1 estudiante no tan aplicado y 1 estudiante que no sea aplicado, la idea es que entre todo el equipo de trabajo se apoyen mutuamente y el que más sepa ayude a los que no comprenden los temas, diga a sus estudiantes que la próxima clase se tomará un ejercicio a cualquier integrante del grupo y la nota obtenida será la de todos, esto influirá en todo el equipo para que se apoyen y trabajen.
- El papel del docente será guiar el proceso de aprendizaje.

Tres en raya

Pedro y Carlos están jugando tres en raya Pedro elije (O) y Carlos elije (X), Pedro inicia el primer movimiento y marca (O) en una de las 9 casillas
¿Quién gano el juego de tres en raya?, para ello solucione los ejercicios y coloque (O) y (X) respectivamente.



(**O**) Pedro: $14x^2 - 3x - 5 = (2x+1)(7x-5)$

(**X**) Carlos: $x^4 - 4x^2a - 5a^2 = (x^2 - 5a)(x^2 + a)$

(**O**) Pedro: $-15x^4 + 2x^2 + 1 = (5x^2+1)(-3x^2+1)$

(**X**) Carlos: $-x^2 + 4x + 5 = (-x+5)(x+1)$

(**O**) Pedro: $-x^2 + 3x - 2 = (-x+1)(x-2)$

(**X**) Carlos: $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$

(**O**) Pedro: $-x^2 - x + 2 = (-x+1)(x+2)$

Nota: Los estudiantes contarán con el espacio suficiente para realizar los procesos matemáticos.

¿Quién gano el juego?

Pedro

FACTORIZACIÓN DE DIFERENCIA DE CUADRADOS.

$(x)^2-(y)^2=???$

- Destrezas:
    - -Aplicar los diferentes métodos para factorizar diferencia de cuadrados.
    - -Relacionar la factorización de diferencia de cuadrados con áreas de figuras geométricas planas (cuadrados y rectángulos).

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 5 minutos.

Estrategia utilizada: SQA

FACTORIZACIÓN DE DIFERENCIA DE CUADRADOS		
Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
$a^2 - b^2 = (a-b)^2$ . . . Etc.	Su aplicación . . . Etc.	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ Tiene su aplicación en las matemáticas $20^2 - 3^2 = (20+3)(20-3)$ $20^2 - 3^2 = (23)(17)$ $20^2 - 3^2 = 391$

Recuerde que la primera y segunda columna se lo llenan al principio, la tercera columna se lo llenara al finalizar la clase.

Se recomienda pedir a los estudiantes que expongas sus ideas de lo que saben y quieren saber, pero en caso de lo que ellos saben no les corrija, para que posteriormente sean los alumnos quien detecten su error.

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado 30 minutos.

Estrategia utilizada: Trabajo cooperativo

Se sugiere hacer uso de la estrategia trabajo cooperativo, pero a diferencia de las anteriores actividades, el equipo de trabajo lo podrán formar los mismos estudiantes (máximo 4 personas), debemos entender que si los estudiantes forman sus propios equipos, en la mayoría de los casos lo hacen por afinidad y esto puede afectar tanto positiva como negativamente, ya que por un lado se sentirán más tranquilos al expresar sus opiniones con sus compañeros y sin miedo a participar, pero por otro lado podrían distraerse fácilmente, por lo que el docente debe estar muy atento al trabajo de los mismos para mantener el orden en el aula.

Las siguientes actividades el equipo de trabajo deberán responder, posteriormente se deberá preguntar de forma aleatoria a un integrante del equipo formado, con la finalidad de llegar a las respuestas dadas, del mismo modo tendrán que razonar conjuntamente, para obtener el procedimiento de cómo se debe factorizar la diferencia de cuadrados, para ello puede hacer uso de la lluvia de ideas y finalmente elabore conjuntamente con los estudiantes los pasos para factorizar la diferencia de cuadrados.

De manera matemática la factorización de diferencia de cuadrados

Para comprender la factorización de diferencia de cuadrados recordemos a que equivale el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, ya que esta es su forma factorizada

Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades	Diferencia de cuadrados
$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2
$(3+t^3)(3-t^3)$	3^2-t^2 o $9-t^2$
$(3e+v^2)(3e-v^2)$	$(3e)^2-(v^2)^2$ o $9e^2-(v)^4$
$(1+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})$	$1-\left(\sqrt{y}\right)^2$ o $1-y$

Entonces podemos afirmar que la factorización de la diferencia de cuadrados es igual a

El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades.

Estimado estudiante, escriba con sus palabras cuales serían los pasos a seguir para factorizar la diferencia de cuadrados "observe los ejercicios resueltos"

Valorar las ideas de los estudiantes.

¿Construya junto a su docente los pasos a seguir para factorizar estas diferencias de cuadrados?

1. **Obtener las raíces cuadradas de los dos términos**
2. **Sume y reste las raíces obtenidas luego exprese su multiplicación.**

Se sugiere que por lo menos un miembro del equipo de trabajo resuelva un ejercicio en la pizarra, para ello de manera aleatoria escoja un estudiante de cada equipo de trabajo formado, la finalidad es observar si los grupos formados por afinidad fueron para bien o mal.

En clase factorice los siguientes ejercicios

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$4-x^2=(2+x)(2-x)$

$x^4-16=(x^2-4)(x^2+4)$

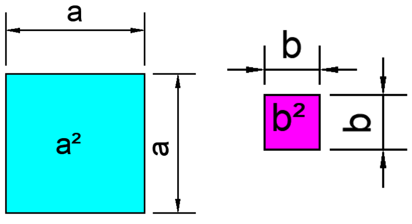
$c^2-(1-x)^2=(c-(1-x))(c+(1-x))$

$a^2+4=$ No se puede factorizar por el método de diferencia de cuadrados

Del mismo modo el equipo formado deberá contestar las actividades propuestas,

De manera geométrica la factorización de diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$



a^2 es el área de un cuadrado cuyo lado es **a**

b^2 es el área de un cuadrado cuyo lado es **b**

$(a+b)(a-b)$ es el área de un rectángulo cuyos lados son **(a+b) y (a-b)**

Entonces que se entiende por (a^2-b^2) "relacione con áreas"

Se esta restando el área de un cuadrado cuyo lado mide "a", con otro cuadrado cuyo lado mide "b"

Con sus palabras exponga en que consistiría la diferencia de cuadrados y su forma factorizada.

Validar las ideas de los alumnos, las ideas más importantes anótelas en la pizarra

Mediante la lluvia de ideas de la pregunta anterior formule conjuntamente con el estudiante la interpretación geométrica.

Conjuntamente con su docente obtenga una interpretación para la diferencia de cuadrados y su forma factorizada.

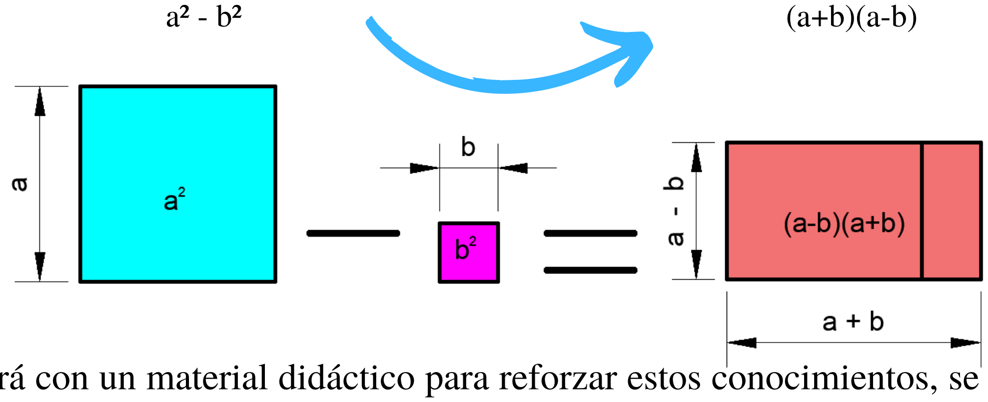
La diferencia de cuadrados es la resta de áreas de dos cuadrados diferentes, pero al momento de factorizarlas se obtiene el área de un rectángulo.

SIN FACTORIZAR

$a^2 - b^2$

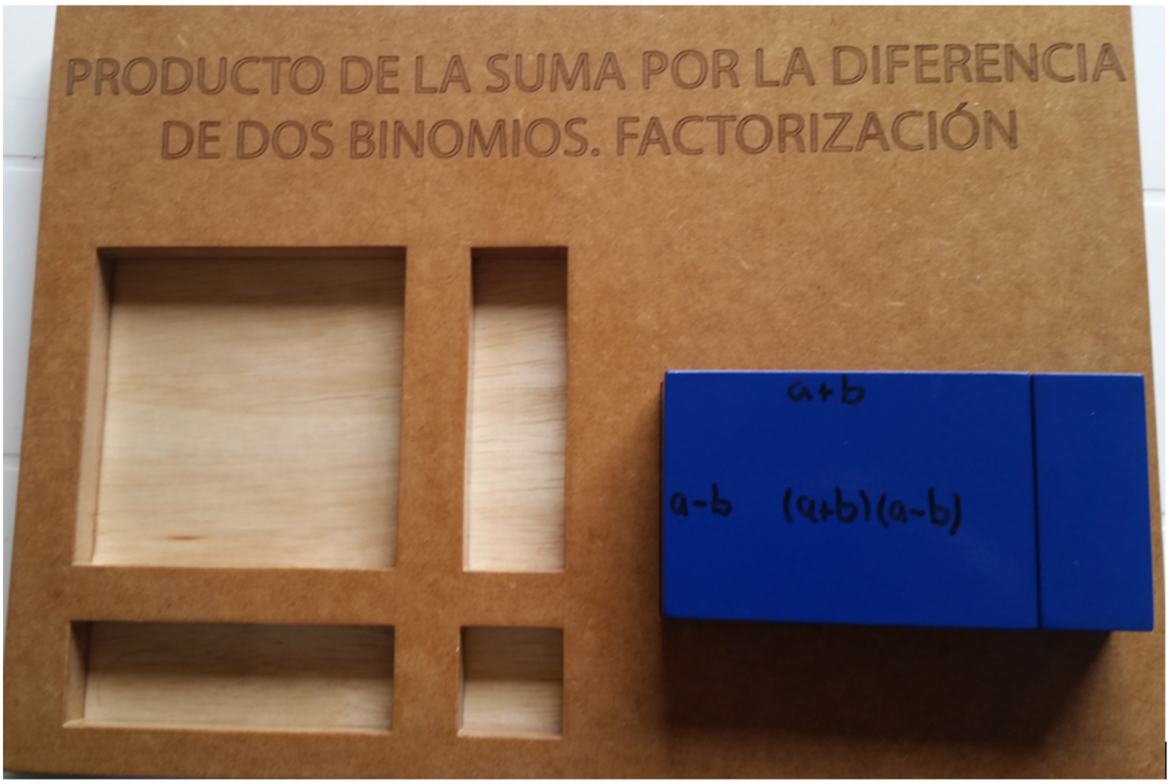
FACTORIZADO

$(a+b)(a-b)$



Usted contará con un material didáctico para reforzar estos conocimientos, se sugiere hacer uso del mismo para que los estudiantes comprendan como al restar dos áreas de cuadrados diferentes se obtiene el área de un rectángulo.

Este material didáctico puede utilizarse para la diferencia de cuadrados, recuerde que estamos haciendo diferencia de áreas, así que para evitar la confusión de los estudiantes con volúmenes solo pida que observen la cara frontal del material didáctico.



El siguiente ejercicio está vinculado con la vida cotidiana, la dificultad del mismo consiste en plantear la expresión algebraica para posteriormente poder factorizarla, es por ello que es fundamental la ayuda del docente.
Recuerde a los estudiantes que no se pueden sumar cantidades si no tienen la misma unidad de medición, además cuando se desconoce la unidad de medición de una cantidad es mejor expresarla en Unidades cuadradas, cúbicas, etc.

Con ayuda de su docente plantear y factorizar el siguiente ejercicio.

El piso del baño de Pedro tiene 64 cerámicas cuadradas del mismo tamaño, de las cuales se desconoce sus dimensiones, Pedro se pregunta ¿Cuál es el área restante del baño sabiendo que el inodoro, lavamanos y basurero ocupan entre todos un área de 1 metro cuadrado?

Ya que la medida de la cerámica es desconocida podemos suponer que vale una dimensión "x" por lo que su área seria "x^2"unidades cuadradas, además si tenemos 64 cerámicas el área del baño es $64x^2$unidades cuadradas. El área restante será la diferencia del área total con la del inodoro, lavamanos y basurero.
Área restante $64x^2 - 1 = (8x)^2 - (1)^2$
Su forma factorizado es $(8x)^2 - (1)^2 = (8x - 1)(8x + 1)$

Algo importante
Solo se pueden sumar cantidades que posean la misma unidad ejemplo:
7cm + 8cm = 15cm
Cuando sean diferentes unidades de medición puede convertirlas para poder sumar como por ejemplo:
1m+100 cm= 1m +1m = 2m

¿Cuál es el área restante del baño con su respectiva unidad sabiendo que el inodoro, lavamanos y basurero ocupan entre todos un área de 1 metro cuadrado y que cada cerámica mide 50 cm de lado?
Sugerencia: Primero transforme los centímetros a metros y luego calcule la área.

Pasando de (cm a m) la medida de la cerámica tenemos x=50 cm = 0,5 m
Área restante $(64x^2 - 1)$
$64(0,5)^2 - 1 = 15$
Respuesta el área restante es de 15 m²

Unidad de medición

Recuerda

- En 1 metro hay 100 centímetros.
- Para convertir de centímetros a metros solo debemos dividir para 100.
- Para convertir de metros a centímetros solo debemos multiplicar para 100

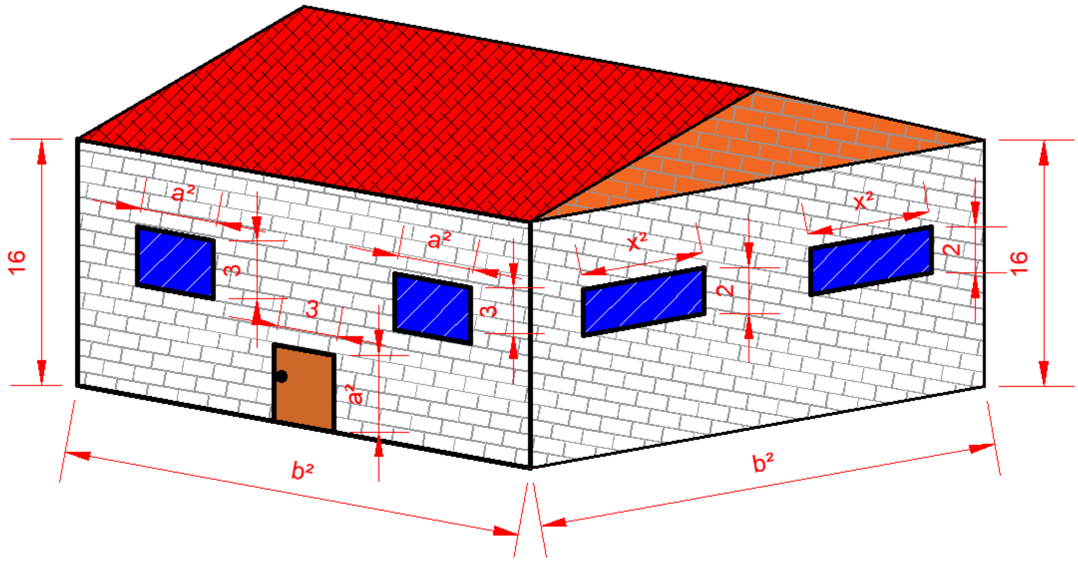
CONSOLIDACIÓN

Tiempo estimado 20 minutos.

El estudiante tendrá que resolver el siguiente ejercicio en casa, la finalidad es relacionar la factorización de diferencia de áreas con la vida cotidiana, en caso de que los estudiantes tuvieran inconvenientes resuelva conjuntamente con ellos en la pizarra.

Para la casa

Suponga que debe pintar las dos paredes en blanco de la siguiente casa, calcule ¿Cuál es el que se debe pintar sin considerar las ventanas ni puertas?, luego de ello factorice la área obtenida.



Primera pared

Áreas

$\text{Pared} = 16b^2$

$\text{Ventanas} = 6a^2$

$\text{Puerta} = 3a^2$

El área a pintar será la diferencia de la pared con las ventanas y puerta.

$16b^2 - 6a^2 - 3a^2 = 16b^2 - 9a^2$

$\text{Área a pintar} = 16b^2 - 9a^2$

La factorización de $16b^2 - 9a^2 = (4b + 3a)(4b - 3a)$

Segunda pared

Áreas

Pared $= 16b^2$

Ventanas $= 4x^2$

El área a pintar será la diferencia de la pared con las ventanas y puerta.

Área a pintar $= (16b^2 - 4x^2)$

La factorización de $16b^2 - 4x^2 = (4b + 2x)(4b - 2x)$

Los siguientes ejercicios ayudaran a ejercitar de forma matemática la factorización de diferencia de cuadrados, ponga mucha atención en el ejercicio $a^4 - v^4$, ya que su solución implica una doble factorización, en caso de que los estudiantes no lo lograrán resuelva en la pizarra e indique que incluso después de una factorizada se puede seguir factorizando.

Factorice los siguientes ejercicios

$$w^2 - (x^2 - 2x + 1)$$

$$(w + (x - 1))(w - (x - 1))$$

$$2^6 - \frac{a^4}{x^2}$$

$$(2^3 + \frac{a^2}{x})(2^3 - \frac{a^2}{x})$$

$$\frac{e^2}{4} - \frac{1}{a^2}$$

$$\left(\frac{e}{2} + \frac{1}{a}\right)\left(\frac{e}{2} - \frac{1}{a}\right)$$

$$a^4 - v^4$$

$$(a^2 + v^2)(a + v)(a - v)$$

FACTORIZACIÓN

DEL

CUATRINOMIO

CUBO

PERFECTO

$$ax^3 \pm bx^2 + cx \pm d = ???$$

Destrezas:

-Aplicar los diferentes pasos para factorizar un cuatrinomio cubo perfecto

-Factorizar de forma geométrica un cuatrinomio cubo perfecto.

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 5 minutos.

Estrategia utilizada: SQA

Recuerde que la tercera columna de este cuadro se lo llenara al finalizar las clase, solo al usar esta estrategia es recomendable no corregir lo que los estudiantes conocen del tema, para posteriormente sean los propios estudiantes los que identifiquen sus errores.

Nota: La factorización del cuatrinomio cubos perfectos no es muy aplicada en la resolución de ejercicios, pero no por ello debemos omitir su estudio.

FACTORIACIÓN DEL CUATRINOMIO CUBO PERFECTO		
Lo que sé	Lo que quiero saber	Lo que aprendí
Cuatrinomio significa cuatro términos Factorizar implica expresar como un producto el cuatrinomio cubo perfecto	Si al factorizar el trinomio cuadrado perfecto obtenemos el cuadrado de la suma y diferencia de un binomio Entonces ¿Al factorizar el cuatrinomio cubo perfecto se obtendrá, el cubo de la suma y diferencia de un binomio?	Al factorizar el cuatrinomio cubo perfecto obtenemos el cubo de la suma y diferencia de un binomio El cuatrinomio cubo perfecto son volúmenes de cubos y paralelepípedos

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado 30 minutos.

Un cuatrinomio cubo perfecto es una expresión algebraica que consta de cuatro términos de la forma "$ax^3 \pm bx^2 + cx \pm d$" y se pueden factorizar en un binomio elevado al cubo, tal como se puede apreciar en el siguiente ejemplo.

$$8a^3 + 12a^2x + 6ax^2 + x^3 = (2a + x)^3$$

Factorización de un cuatrinomio cubo perfecto a cubo de la suma de un binomio

$$8a^3 + 12a^2x + x^3 + 6ax^2$$

1. Se identifica que existan cuatro términos positivos en la expresión algebraica.

$$8a^3 + 12a^2x + x^3 + 6ax^2$$

2. Se elige dos términos que cuenten con el mayor exponente que sea múltiplo de 3.

Múltiplos de 3 = 3, 6, 9, 12, ...

$$8a^3 + 12a^2x + x^3 + 6ax^2$$

3. Se obtiene su raíz cubica.

$$\sqrt[3]{8a^3} = 2a, \quad \sqrt[3]{x^3} = x$$

4. Se elabora una tabla y se eleva al cuadrado, tal como se muestra.

	$2a$	x
Elevado al cuadrado	$4a^2$	x^2

5. Se multiplica en cruz y luego se multiplica por 3.

	$2a$	x
Elevado al cuadrado	$4a^2$	x^2
Multiplicación en cruz	$4a^2x$	$2ax^2$
Multiplicado por 3	$12a^2x$	$6ax^2$

6. El resultado debe dar como resultado los términos restantes del paso 2.

	$2a$	x
Elevado al cuadrado	$4a^2$	x^2
Multiplicación en cruz	$4a^2x$	$2ax^2$
Multiplicado por 3	$12a^2x$	$6ax^2$

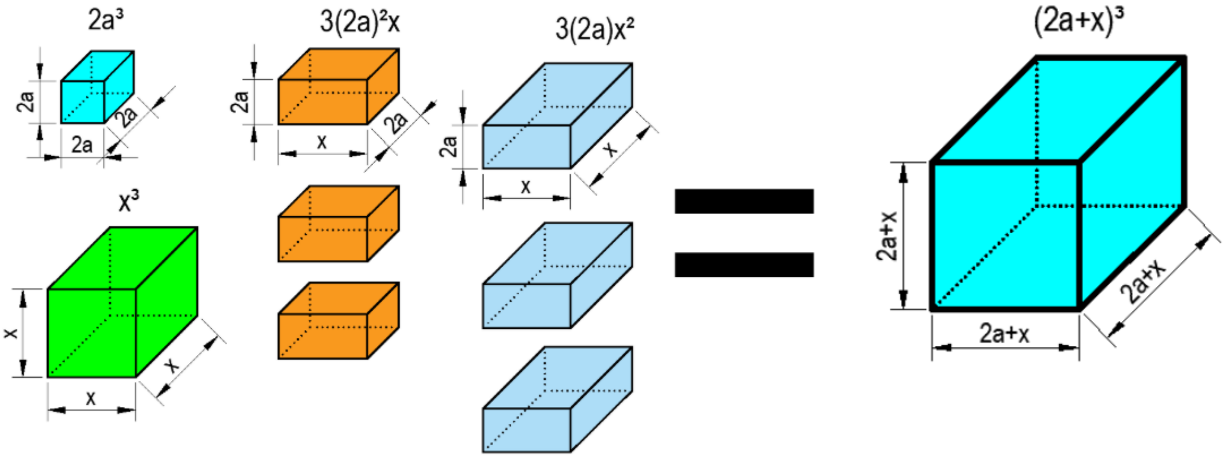
$$\Rightarrow 8a^3 + 12a^2x + x^3 + 6ax^2$$

7. Si los resultados coinciden, entonces el cuatrinomio cubo perfecto se factoriza en el cubo de la suma de un binomio, para ello sume las raíces obtenidas en el paso 3 y eleve al cubo.

$$8a^3 + 12a^2x + 6ax^2 + x^3 = (2a + x)^3$$

Su interpretación geométrica

El cuatrinomio cubo perfecto son volúmenes distribuidos de cubos y paralelepípedos, que al momento de ser factorizados se convierten en el volumen de un solo cubo.



Factorización de un cuatrinomio cubo perfecto a cubo de la diferencia de un binomio

1. Se identifica que existan cuatro términos en la expresión algebraica.

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$$

2. Se elije dos términos que cuenten con el mayor exponente que sea múltiplo de 3
Múltiplos de 3 = 3, 6, 9, 12, ..., pero el un término deberá ser (+) y el otro (-).

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

3. Se obtiene las raíces cubicas.

$$\sqrt[3]{a^3} = a, \quad \sqrt[3]{b^3} = b$$

4. Se elabora una tabla considerando los signos y se eleva al cuadrado, tal como se muestra.

	a	$-b$
Elevado al cuadrado	a^2	b^2

5. Se multiplica en cruz y luego se multiplica por 3.

	a	$-b$
Elevado al cuadrado	a^2	b^2
Multiplicación en cruz	$-ba^2$	ab^2
Multiplicación por 3	$-3ba^2$	$3ab^2$

6. El resultado debe dar como resultado los términos restantes del paso 2 con sus signos.

	a	$-b$
Elevado al cuadrado	a^2	b^2
Multiplicación en cruz	$-ba^2$	ab^2
Multiplicación por 3	$-3ba^2$	$3ab^2$

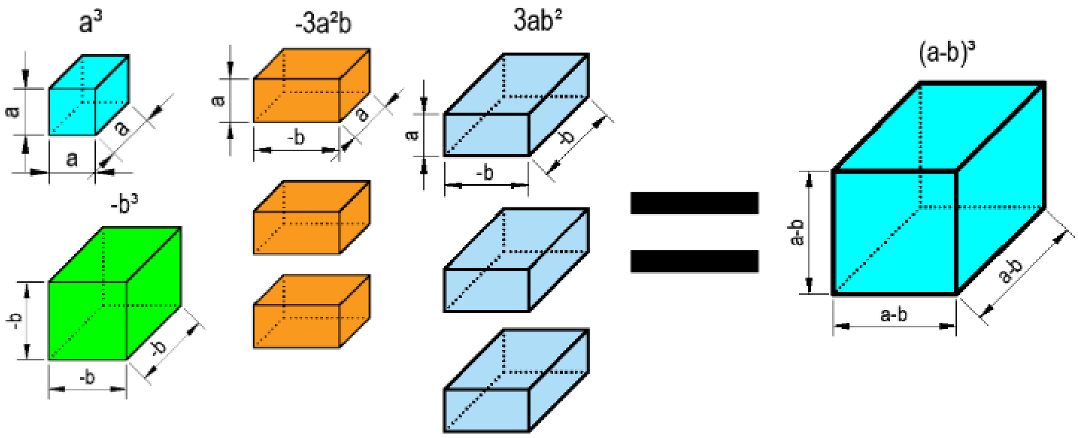
$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

7. Si los resultados coinciden, entonces el cuatrinomio cubo perfecto se factoriza en el cubo de la diferencia de un binomio, para ello reste las raíces obtenidas en el paso 3 y eleve al cubo.

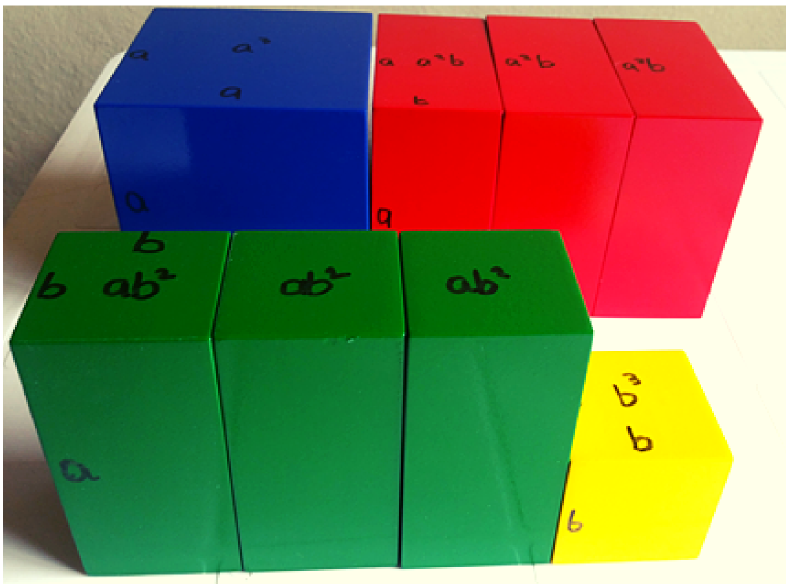
$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$$

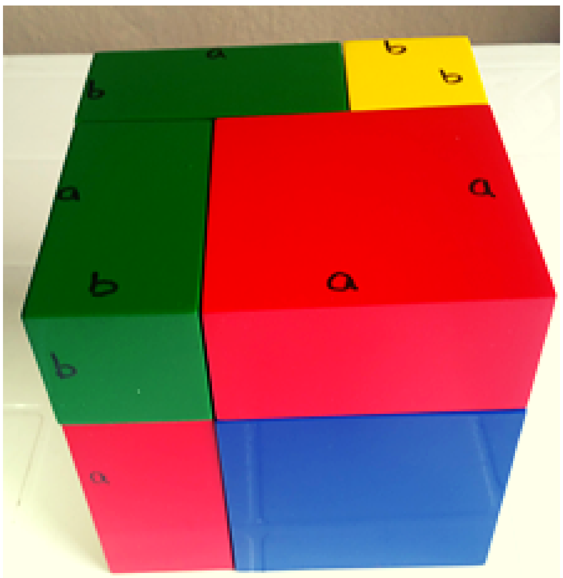
Su interpretación geométrica

El cuatrinomio cubo perfecto son volúmenes distribuidos de cubos y paralelepípedos, que al momento de ser factorizados se convierten en el volumen de un solo cubo.



Se sugiere al momento de exponer el concepto geométrico utilizar conjuntamente el material didáctico, para reforzar la factorización del cuatrinomio cubo perfecto en la suma o diferencia del cubo de un binomio.





CONSOLIDACIÓN

Tiempo estimado 20 minutos.

Para reforzar lo aprendido se sugiere que los estudiantes realicen los siguientes ejercicios en casa, recordemos que para factorizar le cuatrinomio cubo perfecto, el método mostrado no es el único por lo que los estudiantes podrán buscar diversas alternativas, en caso de que lo hicieran verifique si los pasos son correctos y coherentes.

Para la casa.

Factorice los siguientes cuatrinomios cubos perfectos.

$$\frac{1}{8a^3}+\frac{3y}{4a^2}+\frac{3y^2}{2a}+y^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8a^3}}=\frac{1}{2a} \qquad \sqrt[3]{y^3}=y$$

	$\frac{1}{2a}$	y
Elevado al cuadrado	$\frac{1}{4a^2}$	y^2

	$\frac{1}{2a}$	y
Elevado al cuadrado	$\frac{1}{4a^2}$	y^2
Multiplicación en cruz	$\frac{y}{4a^2}$	$\frac{y^2}{2a}$
Multiplicación por 3	$\frac{3y}{4a^2}$	$\frac{3y^2}{2a}$

$$\frac{1}{8a^3}+\frac{3y}{4a^2}+\frac{3y^2}{2a}+y^3$$

$$\frac{1}{8a^3}+\frac{3y}{4a^2}+\frac{3y^2}{2a}+y^3=\left(\frac{1}{2a}+y\right)$$

$$x^6+6x^4+12x^2+8$$

$$x^6+6x^4+12x^2+8=(x^2+2)$$

$$x^{12} - 3x^8 + 3x^4 - 1$$

$\sqrt[3]{x^{12}} = x^4 \qquad \sqrt[3]{1} = 1$

	x^4	-1
Elevado al cuadrado	x^8	1

	x^4	-1
Elevado al cuadrado	x^8	1
Multiplicación en cruz	$-x^8$	x^4
Multiplicación por 3	$-3x^8$	$3x^4$

$$x^{12} - 3x^8 + 3x^4 - 1$$

$$x^{12} - 3x^8 + 3x^4 - 1 = (x^4 + 1)$$

$$x^9 - 3x^8 + 3x^7 - x^6$$

$$x^9 - 3x^8 + 3x^7 - x^6 = (x^3 - x^2)$$

FACTORIZACIÓN DE SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$(a)^3 \pm (b)^3 = ???$

Destrezas:

- -Aplicar los diferentes procesos matemáticos para factorizar suma y diferencia de cubos.
- -Relacionar la factorización de suma y diferencia de cubos con volúmenes de cubos y paralelepípedos.

ANTICIPACIÓN

Tiempo estimado 5 minutos.

Se sugiere realizar estas preguntas en la pizarra y pedir a los estudiantes que las contesten, la finalidad es diferenciar entre el nuevo caso y los casos ya estudiados.

Estrategia utilizada: Preguntas simples

$(2a)^3+b^3$ es la expresión de una suma de cubos

Entonces, $(2a)^3+b^3 = (2a+b)^3$ **NO** ¿por qué? **$(2a+b)^3$ es la expresión del cubo de la suma de un binomio**

a^3-b^3 es la expresión de una diferencia de cubos

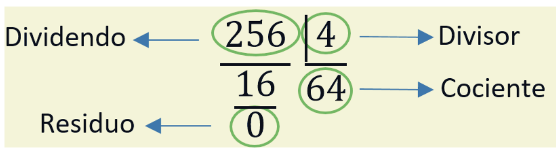
Entonces, $a^3-b^3=(a-b)^3$ **NO** ¿Por qué? $(a-b)^3$ **es la expresión del cubo de la diferencia de un binomio**

CONSTRUCCIÓN

Tiempo estimado 1h.

Es importante el estudio de la división de polinomios para que los estudiantes puedan comprender como se obtiene la factorizacion de suma y diferencia de cubos.

Partes de una división



Antes de abordar este tema debemos conocer un tema denominado "división de polinomios"
Ejemplo: divida $6x^2-19x+15$ para $3x-5$

$$6x^2-19x+15 \quad | \; 3x-5$$

1)Se coloca como una división normal, deberán estar de forma descendente, considerando todos los términos incluso si no existen.

$$6x^2-19x+15 \quad | \; 3x-5 \qquad 2x$$

2)Se busca un cociente que multiplicado con el primer término del divisor nos de el primer término del dividendo. "3x(2x)=6x²"

$$\begin{array}{l|l} 6x^2-19x+15 & 3x-5 \\ -6x^2+10x & 2x \end{array}$$

3)Los resultados obtenidos se colocan debajo del dividendo pero cambiando su signo" el cambio de signo solo significa la resta"

$$\begin{array}{lll|l} 6x^2 & -19x & +15 & 3x-5 \\ \hline -6x^2 & +10x & & 2x \\ \hline // & -9x & +15 & \end{array}$$

4)Se suman y se restan los valores obtenidos con el dividendo, comparo cuantos términos tengo en el divisor y se las igualan, para ello se bajan términos que forman parte del dividendo.

$$\begin{array}{lll|l} 6x^2 & -19x & +15 & 3x-5 \\ \hline -6x^2 & +10x & & 2x-3 \\ \hline // & -9x & +15 & \\ & +9x & -15 & \\ \hline & // & // & \end{array}$$

5)Se aplica nuevamente el paso 2 y se prosigue

¿SABÍAS QUE?

Este método de división es el que aplicamos a divisiones normales, para ello dividamos (10 para 2)

$$\begin{array}{l|l} 10 & 2 \\ \hline -10 & 5 \\ \hline // & \end{array} \qquad 10 \leftarrow \begin{array}{l|l} 8+2 & 2 \\ \hline -8 & 4+1 \\ \hline //+2 & \downarrow \\ -2 & 5 \\ \hline // & \end{array} \qquad 10 \leftarrow \begin{array}{l|l} 3+2+5 & 2 \\ \hline -2 & 1+\frac{1}{2}+1+2+\frac{1}{2} \\ \hline 1 & \downarrow \\ -1 & 5 \\ \hline //+2 & \\ -2 & \\ \hline //+5 & \\ -4 & \\ \hline 1 & \\ -1 & \\ \hline // & \end{array}$$

Para reforzar el punto 1 de la división de polinomios conjuntamente con su clase dividan el siguiente ejercicio -1+x² para x-1 .

Se coloca de forma descendente considerando todos los términos, por lo que nos saltamos un espacio ya que debería existir un término de menor potencia.

$$\begin{array}{lll|l} x^2 & & -1 & x+1 \\ \hline -x^2 & -x & & x-1 \\ \hline // & -x & -1 & \\ & x & +1 & \\ \hline & // & // & \end{array}$$

Una vez recordado la división de polinomios los estudiantes y el docente deberán resolver los siguientes ejercicios con los cuales se demuestra la factorización de la suma y diferencia de cubos.

Para obtener la factorizaciòn de la suma y diferencia de cubos, apliquemos la división de polinomios a: $(x^3+y^3)/(x+y)$ también $(x^3-y^3)/(x-y)$, ya que son divisiones exactas.

$$
\begin{array}{llll|l}
x^3 & & & +y^3 & x+y \\ \cline{5-5}
-x^3-x^2y & & & & x^2-xy+y^2 \\ \cline{1-1}
// & -x^2y & & & \\
 & x^2y+xy^2 & & & \\ \cline{2-2}
 & // & xy^2+y^3 & & \\
 & & -xy^2-y^3 & & \\ \cline{3-3}
 & & // & // &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{llll|l}
x^3 & & & -y^3 & x-y \\ \cline{5-5}
-x^3+x^2y & & & & x^2+xy+y^2 \\ \cline{1-1}
// & +x^2y & & & \\
 & -x^2y+xy^2 & & & \\ \cline{2-2}
 & // & xy^2-y^3 & & \\
 & & -xy^2+y^3 & & \\ \cline{3-3}
 & & // & // &
\end{array}
$$

Para que sus estudiantes comprendan como se llegó a este resultado

$$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

$$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$$

1. Recordemos que la factorización puede considerarse como el proceso inverso a la multiplicación, la factorización busca obtener el producto de dos o mas factores de un resultado dado.
2. Resuelva las siguientes divisiones en la pizarra

$$
\begin{array}{r|l}
10 & 2 \\ \cline{2-2}
-10 & 5 \\ \cline{1-1}
// &
\end{array}
$$
pero 2*5=10

$$
\begin{array}{r|l}
20 & 5 \\ \cline{2-2}
-20 & 4 \\ \cline{1-1}
// &
\end{array}
$$
pero 5*4=20

- Puede poner mas divisiones, pero lo esencial es que los estudiantes comprendan que en divisiones exactas la multiplicación del divisor por el cociente nos da el dividendo.
- Entonces podemos decir que 5*4 es una forma factorizada de 20, 5*2 es una forma factorizada de 10, en fin, del mismo modo al multiplicar el cociente por el divisor de la división antes propuesta se podrá obtener la forma factorizada de la suma y diferencia de cubos tal como se muestra.

Factorización de la suma y diferencia de cubos

La factorización de la suma y diferencia de cubos son equivalentes a:

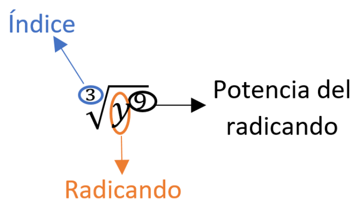
$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ **Suma de cubos**

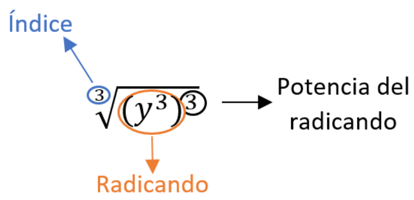
$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ **Diferencia de cubos**

Se presenta una serie de actividades ya resueltas, pida a los estudiantes que las analicen y en caso de que no exista inconvenientes en su solución se podrá continuar, caso contrario refuerce este proceso, esta parte es clave ya que forma parte para obtener los pasos para la factorización de suma y diferencia de cubos.

Recordemos ciertos trucos para obtener las raíces cúbicas

Para obtener una raíz cúbica, o cualquier otra raíz es recomendable que la potencia del radicando sea igual al índice de la raíz para poder simplificarlos.





Obtengamos la raíz cubica de $8c^3$

$8c^3 = (2)^3(c)^3$ su raíz cubica es $\sqrt[\cancel{3}]{(2)^{\cancel{3}}(c)^{\cancel{3}}} = 2c$

Obtengamos la raíz cubica de $27c^6$

$27c^6 = (3)^3(c^2)^3$ su raíz cubica es $\sqrt[\cancel{3}]{(3)^{\cancel{3}}(c^2)^3} = 3c^2$

Estrategia utilizada: Trabajo cooperativo

Se sugiere para agilizar esta actividad formar grupos de trabajo de máximo 3 personas los mismos deberán obtener la regla para la factorización de suma y diferencia de cubos, explique que el espacio en blanco es para que ellos escriban cuales serían los pasos para factorizar y en caso de ser necesario hacer cálculos puede hacerlo en ese espacio.

Observemos los siguientes ejercicios y obtengamos la regla para factorizar

Suma de cubos	*Forma factorizada*
$a^3 + b^3 =$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$64x^3 + y^3 =$	$(4x + y)((4x)^2 - (4x)y + y^2)$
$27 + z^9 =$	$(3^3 + z^3)((3^3)^2 - (3^3)(z^3) + (z^3)^2)$

Espacio para trabajar

Pida a cada grupo de trabajo que exprese cuales son sus ideas para factorizar la suma y diferencia de cubos, haga uso de la lluvia de ideas y anote las más importantes en la pizarra para posteriormente forme un solo procedimiento puede guiarse del que se muestra.

Conjuntamente con su docentes, escriban los pasos para factorizar la suma de cubos.

1. Se obtiene las raíces cúbicas de los dos términos $\sqrt[3]{a^3} = a$ $\sqrt[3]{b^3} = b$
2. Se suman las dos raíces obtenidas a+b
3. El resultado anterior se multiplica por: El cuadrado del primer término, menos el producto del primero por el segundo término y más el cuadrado del segundo término.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Observemos los siguientes ejercicios y obtengamos la regla para factorizarlos

Diferencia de cubos	*Forma factorizada*
$x^3 - y^3 =$	$(x - y)(x^2 + xy + y^2)$
$27w^3 - y^3 =$	$(3w - y)((3w)^2 + (3w)y + y^2)$
$z^6 - 8 =$	$(z^2 - 2)((z^2)^2 + (z^2)2 + 2^2)$

Espacio para trabajar

Conjuntamente con su docente, escriba los pasos para factorizar la diferencia de cubos.

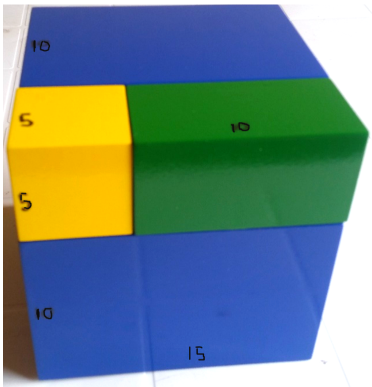
1. Se obtiene la raíz cúbica de los dos términos $\sqrt[3]{x^3} = x$ $\sqrt[3]{y^3} = y$
2. Se restan las dos raíces obtenidas x-y
3. El resultado anterior se multiplica por: El cuadrado del primer término, más el producto del primer por el segundo término y más el cuadrado del segundo término.

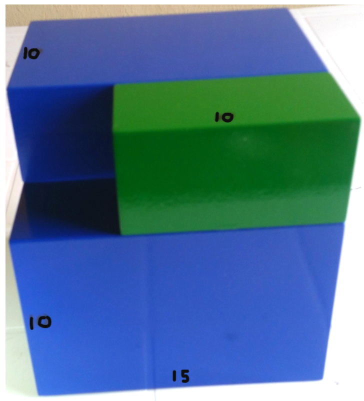
$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

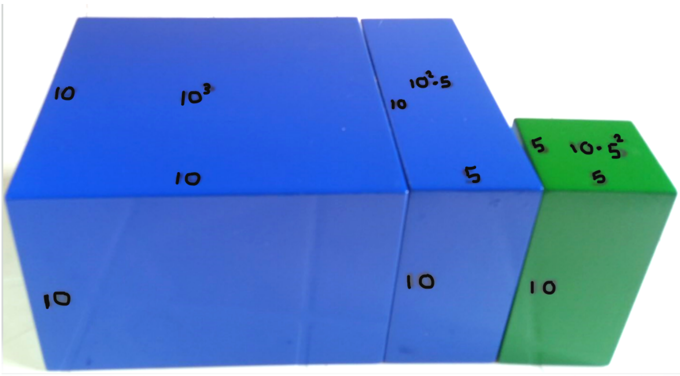
Nota: Se sugiere revisar el paso 3 de la factorización para que no exista confusión con la regla del cuadrado de la suma y diferencia del binomio.

Luego de haber estudiado la suma y diferencia de cubos realice la demostración geométrica, para ello usted contará con los siguientes paralelepípedos, y el siguiente ejercicio modelo.

Diferencia de cubos



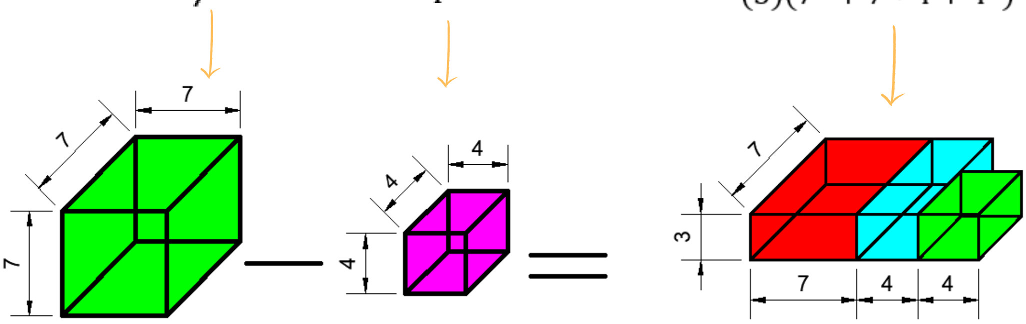




$$7^3 - 4^3 = (7-4)(7^2 + 7 * 4 + 4^2)$$
$$7^3 - 4^3 = (3)(7^2 + 7 * 4 + 4^2)$$

Pida a sus estudiantes que resuelvan el siguiente ejercicio. Si a un cubo cuyo lado mide 7, se le resta otro cubo cuyo lado mide 4, se formaran paralelepípedos que tendrán un lado común cuya dimensión será la diferencia del lado del cubo 1 menos el cubo dos "7-4=3"

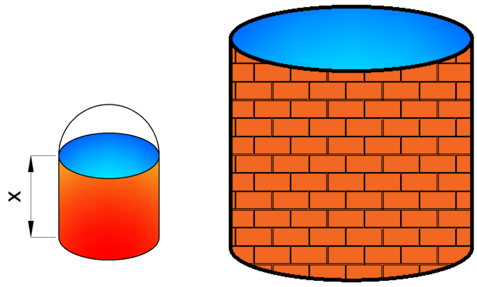
$$7^3 \quad - \quad 4^3 \quad = \quad (3)(7^2 + 7 * 4 + 4^2)$$



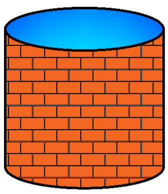
Luego de reforzar la demostración geométrica, resuelva con sus estudiantes el siguiente ejercicio contextualizado de diferencias de volúmenes, plantee conjuntamente con sus estudiantes los ejercicios para posteriormente factorizarlos.

Tarea en clase

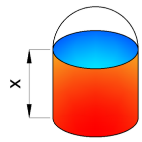
Un pozo de agua ocupa un volumen de 125 metros cúbicos, si el volumen de la cubeta está dado por la expresión $8x^3$, siendo "x" la altura de la cubeta.



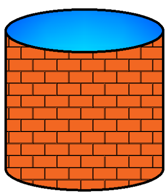
Si se extrae 1 cubeta ¿Cuál es el volumen restante del pozo de agua ?
Factorice la expresión obtenida.



Volumen del pozo =125
Volumen de la cubeta = $8x^3$
Volumen restante = $(125 - 8x^3)$
Forma factorizada
$(125 - 8x^3) = (5-2x)(25+10x+4x^2)$

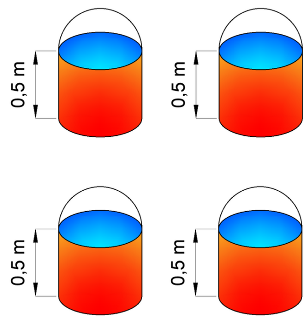


Si la altura de la cubeta es 0,5 metros y se extraen 4 cubetas ¿Cuál es el volumen del pozo de agua ?

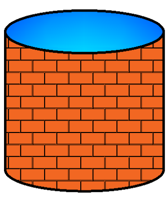


Volumen del pozo =125
Volumen de una cubeta = $8x^3 = 8(0,5)^3 = 1$
Volumen restante = 125 - 4(1) = 121
Volumen restante = $121m^3$

Unidad de medición

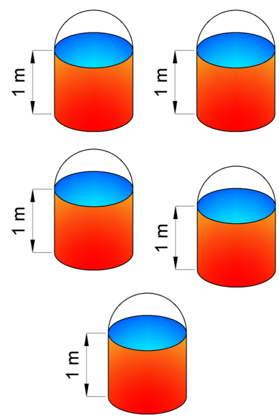


Si la altura de la cubeta es 1 metro y se extraen 5 cubetas ¿Cuál es el volumen del pozo de agua ?



Volumen del pozo =125
Volumen de una cubeta = $8x^3 = 8(1)^3 = 8$
Volumen restante = 125 - 5*8 = 85
Volumen restante = $85m^3$

Unidad de medición



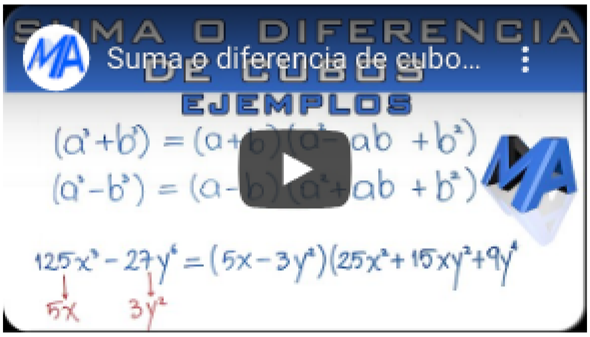
CONSOLIDACIÓN

Tiempo estimado 30 minutos.

Para reforzar lo aprendido se sugiere presentar un vídeo educativo con el cual los estudiantes podrán disolver sus dudas.

https://www.youtube.com/watch?v=X9DT2c1u_GU

A demás de ello se presenta unos ejercicios de la suma y diferencia de cubos relacionados con la realidad, en caso de que el estudiante presente inconvenientes refuerce en clase.

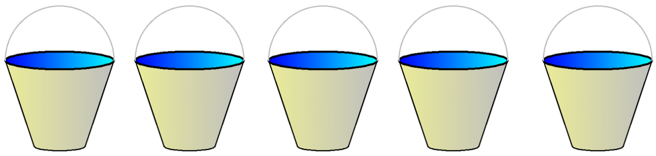


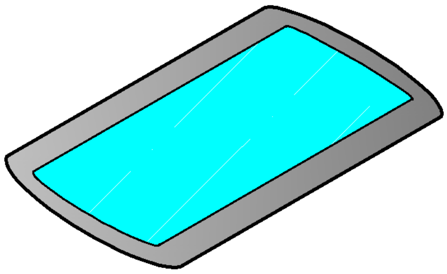
Para la casa

La piscina mostrada ocupa un volumen dado por la expresión $125a^6$, se decide extraer cinco cubetas que ocupa un volumen de $\frac{1}{5}x^3$ metros cúbicos.

*¿Cuál es el volumen restante?

*Factorice la expresión resultante.



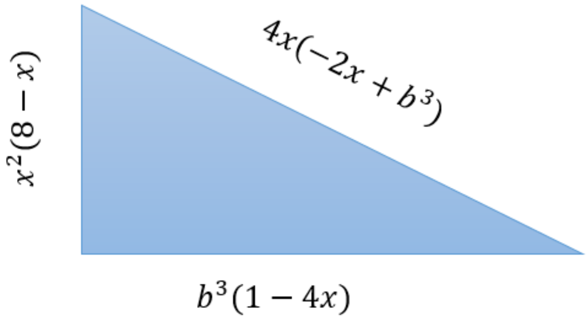


Volumen de la piscina $125a^6$

Volumen extraído $\frac{1}{5}x^3 * 5 = x^3$

Volumen restante $125a^6 - x^3$

Factorización $125a^6 - x^3 = (5a^2 - x)((5a^2)^2 + 5a^2x + x^2)$



Calcule el perímetro del siguiente triangulo, luego de ello factorice la expresión obtenida.

Se aplica la propiedad distributiva

$b^3(1-4x) = b^3 - 4b^3x$

$x^2(8+x) = 8x^2 + 8x^3$

$4x(-2x+b^3) = -8x^2 + 4xb^3$

El perímetro de una figura geométrica es la suma de todos sus lados.

Perímetro=$b^3 - 4b^3x + 8x^2 + 8x^3 - 8x^2 + 4xb^3$

Perímetro= $b^3 + 8x^3$

Perímetro factorizado $b^3 + 8x^3 = (b+2x)(b^2 - 2bx + (2x)^2)$(U)

$$c^9 + \frac{1}{216} = \left(c^3 + \frac{1}{6}\right)\left((c^3)^2 - c^3\frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2\right)$$

$$\frac{1}{8}e^3 - \frac{1}{27}x^6 = \left(\frac{1}{2}e - \frac{1}{3}x^2\right)\left(\left(\frac{1}{2}e\right)^2 + \frac{1}{2}e\frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3}x^2\right)^2\right)$$

Los estudiantes tendrán que contestar en casa, posteriormente pida de manera aleatoria a los estudiantes que expresen sus ideas, así se podrá identificar que aspectos positivos, negativos e interesantes encontraros en el estudio de este tema.

Estrategia utilizada: PNI

CONTESTE

FACTORIZACION DE SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS		
POSITIVO	NEGATIVO	INTERESANTE
Podemos factorizar de manera inmediata sin la necesidad de aplicar una división de polinomios	Implica memorizar un algoritmo de solución	Se lo puede relacionar con la suma y diferencia de volúmenes

Gracias por haber utilizado la guía

Albert Einstein decía: Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo.