

FÍSICA

Situaciones didácticas de Cinemática lineal

Diego Larriva
Raúl Torres

Fechas históricas importantes para el desarrollo de cinemática

APROX. 320 A. C.	Aristóteles describe el movimiento en términos de tendencias naturales.
1604	Galileo formula la ley de los cuerpos que caen.
1634	Galileo avanza en la comprensión del movimiento acelerado.
1666	Newton presenta la teoría de la Ley Gravitación Universal.
1687	Newton presenta la teoría de la mecánica y sus leyes del movimiento.

Factores de conversión

Longitud

$$1 \text{ pulgada} = 2,54 \text{ cm}$$

$$1 \text{ pie} = 0,3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 39,37 \text{ in.}$$

$$1 \text{ mi} = 1,609344 \text{ km}$$

Tiempo

$$1 \text{ año} = 365 \frac{1}{4} \text{ días} = 3,1558 \times 10^7 \text{ s}$$

$$1 \text{ d} = 86400 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

Velocidad

$$1 \text{ m/s} = 3,60 \text{ km/h} = 2,24 \text{ mi/h}$$

$$1 \text{ km/h} = 0,621 \text{ m/s}$$

Situaciones didácticas

Estudio de cinemática lineal

Escrita e ilustrada por:

Diego Larriva y Raúl Torres

*Universidad de Cuenca
Cuenca - Ecuador*

Tutoría y dirección:

Dra. Neli Gonzales Prado

Universidad de Cuenca

Introducción

Esta guía didáctica constituye un curso de cinemática lineal dirigido al docente, en el cual se desarrollan cinco situaciones didácticas de los temas que componen cinemática lineal, los cuales son: Conceptos Generales, Movimiento Rectilíneo Uniforme, Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, Caída libre y Movimiento parabólico. Estas situaciones didácticas fueron elaboradas según los lineamientos de la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau, y en cada una de estas se utiliza el software libre Tracker desarrollado por Douglas Brown.

Esta guía didáctica cuenta con todas las herramientas necesarias para que el docente pueda llevar la enseñanza de cinemática lineal con sus estudiantes, para esto el texto incluye un pen drive de 2 Gb en la que se encuentran los videos y fichas de trabajo (formato PDF) que serán usadas y aplicadas en cada situación didáctica, además se puede encontrar la guía didáctica completa (formato PDF) y el instalador del software Tracker.

Para la elaboración del contenido de esta guía didáctica se ha tomado en consideración, como referencia y guía, los conocimientos y material de clase impartidos por la Mg. Sonia Guzñay en la asignatura “Mecánica”; y los libros: “Física: Primer Tomo” del Dr. Alberto Santiago Avencillas y “Física vectorial 1” de los autores Patricio Vallejo y Zambrano Orejuela. Además, los ejercicios resueltos y propuestos que se encuentran en esta guía son de autoría propia, pero basados en ejercicios planteados por los textos previamente mencionados. Las gráficas cinemáticas de los movimientos que se encuentran en la guía, fueron realizadas en GeoGebra online.

Se debe tomar en cuenta que para la aplicación de esta guía didáctica, es necesario contar con un aula de computación o que cada estudiante tenga a su disposición una computadora portátil, además, para que este libro sea aprovechado de manera eficiente y sus actividades grupales como individuales sean llevadas adecuadamente, el docente debe formarse tanto en el uso del software Tracker como en la teoría de situaciones didácticas.

Contenido

Introducción.....	ix
Contenido.....	xi
Indicaciones previas para desarrollar las situaciones didácticas.....	xiii

Primera Situación didáctica

Conceptos Generales 1

Objetivo.....	1
I.1 Introducción.....	1
I.2 Situación didáctica/problema.....	2
I.2.6 Ficha de trabajo 1	3
I.2.7 Aplicación.....	13
I.2.7.1 Situación de acción.....	13
I.2.7.2 Situación de formulación.....	14
I.2.7.3 Situación de validación.....	14
I.2.7.4 Situación de institucionalización.....	17
I.3 Situación a-didáctica.....	20
Anexo I.....	22

Segunda Situación didáctica

Movimiento Rectilíneo Uniforme 23

Objetivo.....	23
II.1 Introducción.....	23
II.2 Situación didáctica/problema.....	24
II.2.6 Ficha de trabajo 2	25
II.2.7 Aplicación.....	34
II.2.7.1 Situación de acción.....	34
II.2.7.2 Situación de formulación.....	35
II.2.7.3 Situación de validación.....	35
II.2.7.4 Situación de institucionalización.....	37
II.3 Situación a-didáctica.....	40
Anexo II.....	41

Tercera Situación didáctica

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado 45

Objetivo.....	45
III.1 Introducción.....	45
III.2 Situación didáctica/problema.....	46
III.2.6 Ficha de trabajo 3	47
III.2.7 Aplicación.....	62

III.2.7.1	Situación de acción.....	62
III.2.7.2	Situación de formulación.....	63
III.2.7.3	Situación de validación.....	63
III.2.7.4	Situación de institucionalización.....	65
III.3	Situación a-didáctica.....	69
	Anexos III.....	71

Cuarta Situación didáctica

Caída Libre 75

	Objetivo.....	75
IV.1	Introducción.....	75
IV.2	Situación didáctica/problema.....	76
IV.2.6	Ficha de trabajo 4	77
IV.2.7	Aplicación.....	88
IV.2.7.1	Situación de acción.....	88
IV.2.7.2	Situación de formulación.....	89
IV.2.7.3	Situación de validación.....	89
IV.2.7.4	Situación de institucionalización.....	91
IV.3	Situación a-didáctica.....	98
	Anexos IV.....	100

Quinta Situación didáctica

Movimiento Parabólico 101

	Objetivo.....	101
V.1	Introducción.....	101
V.2	Situación didáctica/problema.....	102
V.2.6	Ficha de trabajo 5	103
V.2.7	Aplicación.....	117
V.2.7.1	Situación de acción.....	117
V.2.7.2	Situación de formulación.....	118
V.2.7.3	Situación de validación.....	118
V.2.7.4	Situación de institucionalización.....	120
V.3	Situación a-didáctica.....	125

	Resumen.....	127
--	--------------	-----

	Bibliografía.....	129
--	-------------------	-----

Indicaciones previas

para desarrollar las situaciones didácticas

Para desarrollar las situaciones didácticas es importante que previamente el docente conozca cómo están estructuradas, cual, y como es el contenido de estas y el porqué de cada una de las actividades.

Cabe recalcar que las situaciones didácticas son planteadas según los lineamientos de Guy Brousseau y se sugiere al docente profundizar en los conocimientos de la teoría de situaciones didácticas. Estas situaciones se han estructurado de la siguiente manera (Véase la Imagen 1):



Imagen 1.

Fuente: Autoría propia

Como se puede observar cada situación didáctica se conforma de **objetivo**, que es lo que se espera lograr. **Introducción**, que de manera general expresa las actividades que se realizarán y su importancia. **Situación didáctica/problema** y la **situación a-didáctica**, las cuales son detalladas a continuación.

Situación didáctica/problema

Cuenta con 4 diferentes situaciones:

- Situación de acción
- Situación de formulación
- Situación de validación
- Situación de institucionalización.

Cada una de ellas tiene su propósito en la situación didáctica/problema, por lo que a continuación se presenta las **indicaciones preliminares** y **responsabilidades del docente**, para poder llevarlas a cabo.

Situación de acción

Indicaciones preliminares

Para iniciar cada una de las situaciones didácticas el docente debe verificar que todos los estudiantes tengan las computadoras encendidas. (Es importante que cada estudiante use individualmente una computadora, en caso contrario se recomienda que un máximo de 3 estudiantes use una misma computadora).

Las computadoras deben tener instalado el software “Tracker” y contar con la carpeta de los videos, que esta proporcionada al final del folleto. (Véase Imagen 2).

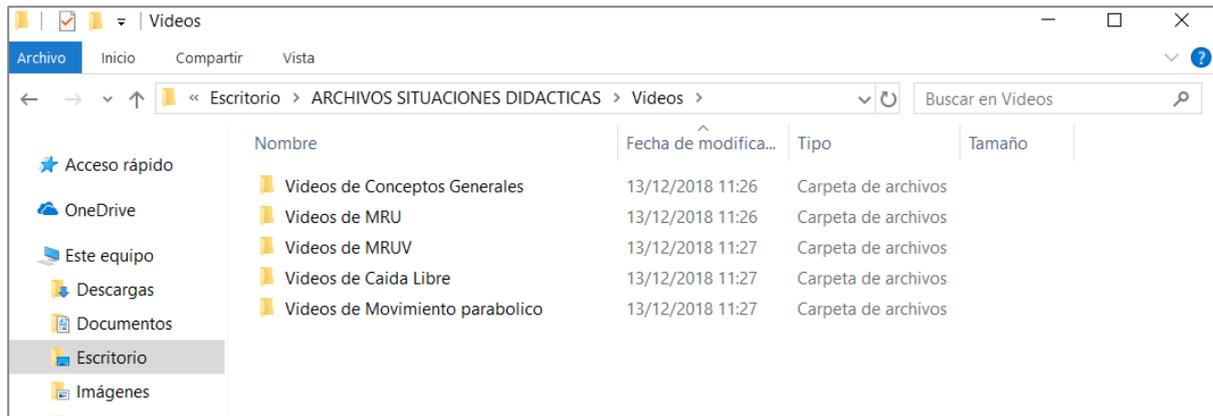


Imagen 2.

Fuente: Autoría propia

Procedimiento y responsabilidades del docente:

Antes de iniciar la situación didáctica se debe repartir la “*Ficha de trabajo*” a cada estudiante e indicar que se la realizará individualmente, (cada una de las situaciones didácticas tiene su correspondiente ficha de trabajo). Se explicará que hay varias “preguntas/problemas” acerca de los movimientos en cada actividad propuesta y que la intención es que ellos logren responderlas individualmente.

Cada ficha de trabajo cuenta con todas las indicaciones y pasos para resolverla, por lo que el docente únicamente suplirá las dudas de los estudiantes sobre el uso de esta y de los pasos o indicaciones que no comprendan, más no del contenido y resoluciones que ellos deben desarrollar y deducir, es decir, no da información del tema.

Se debe estar atento a que los estudiantes usen el video correcto que corresponda a cada actividad y proceso de la ficha de trabajo.

Finalmente, en la última parte de la ficha de trabajo “Conclusiones y ecuaciones” se anotarán todas las conclusiones y ecuaciones que se obtuvieron. Para lo cual se deberá indicar a los estudiantes que esta parte de la ficha de trabajo obligatoriamente debe estar completa y no importa si no se

encuentra seguro de alguna conclusión o ecuación; puesto que esta es necesaria para realizar correctamente la situación de formulación. Culminada la ficha de trabajo se dará por finalizada la situación de acción.

Situación de formulación

Indicaciones preliminares:

En este proceso se realizarán grupos de 3 a 5 estudiantes dependiendo del número de alumnos del aula. Los estudiantes realizarán **organizadores gráficos**, los cuales están indicados en cada situación.

Procedimiento y responsabilidades del docente:

Los grupos deben estar equiparados y se les indicará que en este momento ellos deben compartir y debatir sobre las conclusiones a las que llegaron, las razones por las que llegaron a estas, los procedimientos desarrollados y las dificultades que se presentaron. Los estudiantes pueden volver a usar los videos en el software para corroborar y asegurarse de las conclusiones.

Se debe motivar el trabajo grupal y estar pendiente de que cada integrante del grupo participe y comparta sus ideas. Además, el docente debe acercarse a cada grupo y dar pequeñas pautas y guías, pero no influir o determinar si las conclusiones son correctas o incorrectas.

Para finalizar la formulación, los estudiantes deberán llegar a un acuerdo y con las conclusiones acordadas realizar un organizador gráfico. Este debe ser realizado de acuerdo con las indicaciones dadas y llevará su correspondiente calificación, para lo cual se indicará previamente los criterios de evaluación. Se sugiere enviar el organizador gráfico como tarea si el tiempo destinado a esta situación no es suficiente. Durante toda la situación de formulación se observará cuáles son las dificultades

que presentan los estudiantes y los errores en las conclusiones, ya que esto servirá para desarrollar la institucionalización.

Situación de Validación

Indicaciones preliminares:

Para la situación de validación se mantendrán los mismos grupos, los cuales deben tener las conclusiones y el organizador gráfico finalizadas.

Procedimiento y responsabilidades del docente:

En esta situación el docente tiene más influencia en el procedimiento, puesto que será el encargado de desarrollar todos los procesos y actividades, e indicar cuando comienzan y terminan. Todos estos procesos y actividades se encuentran especificados y explicados en cada una de las situaciones didácticas.

Lo que se busca en la situación de validación es que cada conclusión concordada anteriormente en la formulación sea puesta a prueba y validada por todos. En cada situación didáctica está el procedimiento para lograr esto, sin embargo, se puede encontrar y usar otras maneras de validar las conclusiones.

Durante toda la situación de validación el docente coordinará y resumirá las conclusiones que validen los estudiantes, así como las dificultades y errores, para que estas sean solventadas en la institucionalización.

Situación de Institucionalización

Indicaciones preliminares:

Los estudiantes no deben estar organizados en grupos, cada uno estará en su asiento y no es necesario que tengan a disposición las computadoras.

El docente debe tener las conclusiones validadas en la situación anterior, debido a que la institucionalización partirá de estas.

Los estudiantes tomarán apuntes.

Procedimiento y responsabilidades del docente:

A partir de las conclusiones validadas por los estudiantes, se expondrá el contenido científico, formalizando así los conocimientos, y se hará énfasis en los errores que se observaron durante las anteriores situaciones (acción, formulación y validación).

En las situaciones didácticas, en la parte de la institucionalización de cada una de ellas, se encuentra un cuadro con el contenido científico que se puede usar como guía para exponer a los estudiantes.

El docente también realizará ejercicios, los cuales están planteados y propuestos en cada situación didáctica. (En la situación didáctica de los conceptos generales, no se realizarán ejercicios, puesto que se enfocará en los conceptos).

Muy importante es que se haga énfasis en la interpretación de las gráficas cinemáticas. Las ecuaciones obtenidas por los estudiantes serán escritas en su forma vectorial. Cuando se haya finalizado la formulación, se dará por concluida la situación didáctica/problema.

Situación a-didáctica

La situación a-didáctica se llevará a cabo como un juego o actividad lúdica, ya que en primera instancia es una actividad en la que no está explícita la enseñanza, pero se enseña. Para realizar esta actividad los estudiantes conformarán grupos y se buscará la participación de cada uno de ellos, además se podría dar un incentivo al grupo de estudiantes ganador de los juegos. La situación a-didáctica constará de dos partes. En cada tema se encuentra especificado las actividades a realizar.

Analice

- I.- En la ficha de trabajo cuando se pida “**analizar**” un video, quiere decir que se debe hacer el “seguimiento” del cuerpo en movimiento, en otras palabras, determinar su posición en cada fotograma, ya que esto permitirá obtener las gráficas cinemáticas.
- II.- En la ficha de trabajo cuando se pida graficar la velocidad con respecto al tiempo “(v - t)”, se debe encontrar la tendencia de la gráfica que se observa en el software, si desea, puede pasar los valores a Excel seleccionando los datos (t y v) de la tabla de valores o analizarlos en el mismo software para encontrar la línea de tendencia y así proceder a graficarla en la ficha de trabajo.
- III.- Para las gráficas de las aceleraciones se deberá realizar el siguiente proceso: en la línea de tendencia de las gráficas velocidad – tiempo encontrar el valor de la pendiente y con ese valor proceder a realizar la gráfica aceleración – tiempo. (si se desea aplicar en el colegio se pueden buscar otros métodos para hallar las aceleraciones o aplicar la segunda derivada de la función posición - tiempo si ya se ha cursado calculo diferencial).
- IV.- En cada video puede observar una figura de forma rectangular (color negro), la cual mide **1m** de largo y esto le va a ser de gran ayuda al momento que el software le pida poner la calibración del video, la cual tendrá que poner al valor antes mencionado.

¡Importante!

- I.- En las expectativas de logro de las situaciones didácticas y las situaciones a-didácticas se podría buscar su relación con las destrezas con criterio de desempeño planteadas por el ministerio de educación si es que estas situaciones didácticas van a ser desarrolladas en el colegio.
- II.- Las fichas de trabajo son una propuesta para el método de enseñanza-aprendizaje planteado en las situaciones didácticas, por lo tanto, el docente puede modificarlas y mejorarlas de acuerdo con las necesidades específicas.
- III.- Para finalizar estas indicaciones previas, es sumamente importante mencionar que, en las actividades de las fichas de trabajo, no se especifica ni se explica los pasos o cómo usar el software Tracker, por esto, tanto docentes como estudiantes con anterioridad deben aprender a manejarlo.

Dadas todas estas indicaciones a continuación se presentan las cinco situaciones didácticas

Conceptos Generales

I.- Objetivo

- Conocer y explicar los conceptos generales de cinemática lineal con la ayuda del software Tracker y videos.
- Reforzar y formalizar el conocimiento por medio del contenido científico acerca de los conceptos generales de cinemática lineal.

I.1 Introducción

Al iniciar el estudio de cinemática lineal hay algunos conceptos generales que deben ser aprendidos, ya que estos son necesarios para continuar el aprendizaje de los diferentes movimientos lineales, por esta razón, en la primera parte de la situación didáctica el estudiante desarrollará la ficha de trabajo por medio de diferentes actividades y secuencias, abordando de manera significativa conceptos de: posición, trayectoria, desplazamiento, velocidad y aceleración. Además, este proceso se realizará con el análisis de movimientos reales en el software Tracker. Después, los estudiantes trabajarán en grupo para desarrollar la formulación y validación. Con esto finalmente, el docente desarrollará la institucionalización y la situación a-didáctica con actividades prácticas y recreativas.

I.2 Situación didáctica/problema:

I.2.1 Tema:

Conceptos Generales.

I.2.2 Tiempo recomendado:

2 horas.

I.2.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

I.2.4 Expectativa de logro de la situación didáctica:

- a.- Conoce y explica los conceptos de trayectoria, distancia y desplazamiento.
- b.- Razona y relaciona la trayectoria, distancia y desplazamiento, así como sus características.
- c.- Conoce y enumera los conceptos y ecuaciones de posición, desplazamiento, velocidad y aceleración.
- d.- Trabaja responsablemente en lo individual y grupal.

I.2.5 Medios y materiales:

- a.- Computadoras que tengan instalado el software "Tracker".
- b.- Archivos de video (Carpeta "Conceptos Generales" en el Pen drive).
- c.- Fichas de trabajo para cada estudiante.
- d.- Cuaderno de trabajo.

I.2.6 Ficha de trabajo:

Ficha de trabajo 1 "CONCEPTOS GENERALES".

A continuación, tiene a su disposición la Ficha de trabajo que se usará en esta situación didáctica. Recuerde que cada estudiante debe contar con su propia ficha de trabajo. En la página 13 se continua con la aplicación de la situación didáctica/problema.



FICHA

DE

1

TRABAJO

El movimiento del transbordador espacial se describe en términos de su posición, velocidad y aceleración. Al aterrizar, el piloto debe considerar la velocidad del viento y el movimiento relativo del transbordador con respecto al viento. El estudio del movimiento se conoce como cinemática.

Fuente: <https://www.europapress.es/ciencia/misiones-espaciales/noticia-cumplen-35-anos-primer-aterrizaje-transbordador-espacial-20160415143922.html>

Fuente: <https://www.europapress.es/ciencia/misiones-espaciales/noticia-cumplen-35-anos-primer-aterrizaje-transbordador-espacial-20160415143922.html>

CONCEPTOS GENERALES

Datos:

Nombre: Paralelo: Nivel:

Fecha:

Indicaciones:

- Abra el software Tracker en su computadora.
- Para esta ficha utilice los videos "C. G. 1", "C. G. 2" y "C. G. 3" que se encuentran en la carpeta "Videos de Conceptos Generales" (C. G.), (carpeta dada por el docente).

ACCIÓN

I PARTE

Pregunta-problema: ¿Qué ubicación tiene el automóvil?



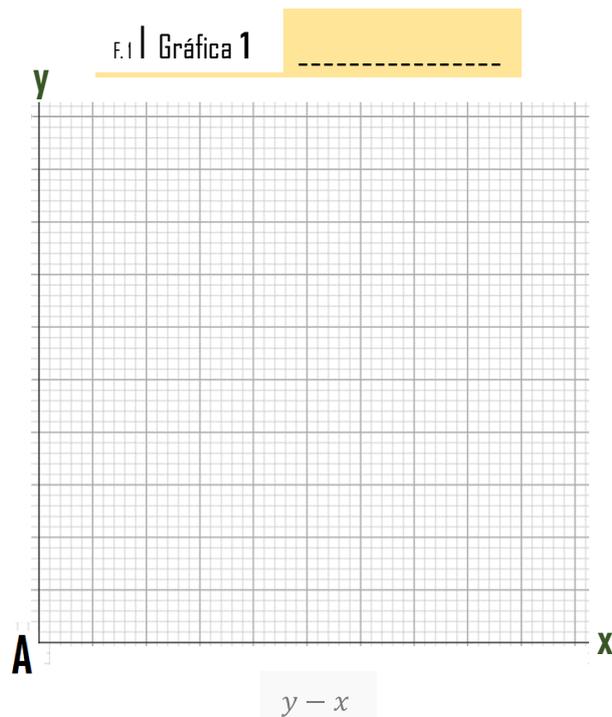
1 Gráfica:

I.- Cargue el video "C. G. I" de la carpeta "C. G." en el software y observe el movimiento del vehículo.

II.- Analice el video y luego bosqueje el movimiento desde el punto de partida "A" hasta el punto "B" donde termina el movimiento. (Coloque los ejes donde el automóvil empieza el movimiento, es decir desde el punto "A").

III.- ¿Qué nombre le pondría a esta gráfica?

Dibuje el movimiento del automóvil y complete:



I Característica:

I.- Con la ayuda del software encuentre las coordenadas del automóvil a los 4 s y señale esta posición en la gráfica E. I | Gráfica 1 como un punto "P".

Complete y señale la opción correcta:

a) Coordenadas del punto "P": $P(_ ; _)$

b) ¿Con respecto a qué punto están señaladas las coordenadas del punto "P"?

Punto A (origen)

Punto cualquiera

Al que se designe

c

d

¿Cómo cree que se llaman las coordenadas del punto **P**?:

¿Por qué cree que tengan ese nombre?

Movimiento
 Posición
 Desplazamiento

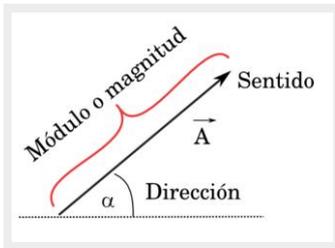
F.1 | Conclusión I. 1

II Característica:

I.- Ahora en la misma gráfica F.1 | Gráfica 1 dibuje un vector desde el punto "A" hasta el punto "B" y nómbralo como $\vec{AB} = \vec{r}$ (ayúdese del recuerda I).

Señale la opción correcta:

F.1 | Recuerda I **Vectores I**



La siguiente imagen muestra las principales características de un vector. Los vectores se representan geoméricamente con flechas y se le asigna por lo general una letra mayúscula que en su parte superior lleva una pequeña flecha de izquierda a derecha. Y parten de un punto de aplicación a una posición final (punta de la flecha).

Tomado de: <https://www.fisic.ch/contenidos/elementos-matem%C3%A1ticas-b%C3%A1sicos/vectores/>

a

¿Como considera que se le conoce al vector $\vec{AB} = \vec{r}$?:

Vector Posición
 Vector Movimiento
 Vector Desplazamiento

F.1 | Conclusión I. 2

II PARTE

Pregunta-problema: *¿Qué es la trayectoria, desplazamiento y distancia que realiza el vehículo?*



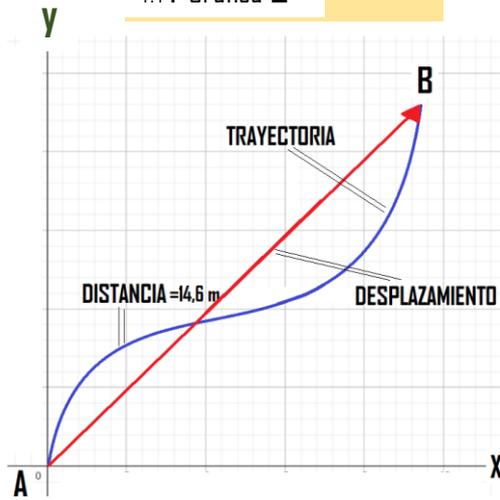
2 Gráfica:

- I.- Cargue nuevamente el video "C. G. 1" en el software y observe el movimiento del vehículo.
- II.- En la siguiente gráfica F.1 | Gráfica 2 D. T. D., la cual representa el bosquejo hecho anteriormente (gráfica I), se encuentran señalados tres conceptos físicos; **Desplazamiento**, **Trayectoria** y **Distancia**. A continuación, construya su definición para cada uno de ellos (tenga cuidado en lo que representa cada línea).

Complete:

F. I | Gráfica 2

D. T. D



Fuente: Autoría propia

F. I | Conclusión II. 3

DESPLAZAMIENTO:

F. I | Conclusión II. 4

TRAYECTORIA:

F. I | Conclusión II. 5

DISTANCIA:

III PARTE

Pregunta-problema: *¿Cómo pueden ser las trayectorias de un cuerpo en movimiento?*

3-4

Gráficas:



I.- Cargue el video "C. G. 2" y "C. G. 3" de la carpeta "C. G." en el software.

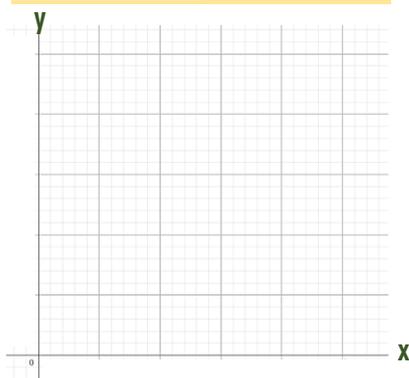
II.- Analice el video "C. G. 2" para la sección I y el video "C. G. 3" para la sección II y luego dibuje en cada diagrama el bosquejo de la trayectoria del vehículo (guíese por la tabla de valores).

I Sección:

II Sección:

F. I | Gráfica 3

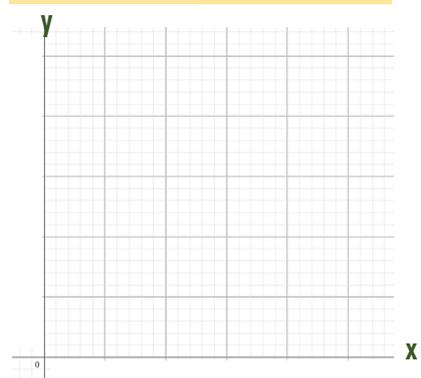
Trayectoria I



y - x

F. I | Gráfica 4

Trayectoria II



y - x

III Características:

Observe la gráfica 3 y señale la opción correcta:

Observe la gráfica 4 y señale la opción correcta:

a.1 ¿Cómo es la trayectoria del vehículo?

Rectilínea

Curvilínea

a.2 ¿Cómo es la trayectoria del vehículo?

Curvilínea

Rectilínea

F.1 | Conclusión III. 6

IV PARTE

Pregunta-problema: *Distancia y desplazamiento, ¿pueden ser iguales?*

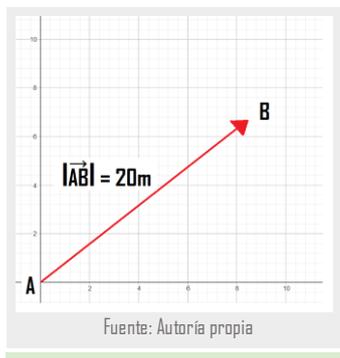
IV Característica:

I.- Guíese en la gráfica F.1 | Gráfica 2 D. T. D. y conteste los siguientes planteamientos. Previamente revise el recuerda II.

Ponga V si es verdadero o F si es falso:



F.1 | Recuerda II Vectores II



La gráfica nos indica el **Módulo o Magnitud de un vector**, está representado por el tamaño o longitud del vector, es decir, es una magnitud escalar (ej.: 84km, 18s, 25°, etc.). Se denota como **|A|**. La magnitud de un vector **|AB|** es la distancia entre el punto inicial **A** y el punto final **B**.

Tomado de: https://www.varsitytutors.com/hotmath_help/spanish/topics/magnitude-and-direction-of-vectors

a

La distancia será mayor que el módulo del desplazamiento siempre y cuando la trayectoria no sea rectilínea (si es rectilínea se debe mover en una sola dirección y sentido)

b

La distancia en ciertos casos puede ser menor que el módulo del desplazamiento.

c

Quando un cuerpo se mueve en una sola dirección y sentido la distancia y el módulo de desplazamiento, serán iguales.

d

El desplazamiento no es independiente de la trayectoria, puesto que depende de la posición final e inicial.

F.1 | Conclusión IV. 7

V PARTE

Pregunta-problema: ¿Qué modelo matemático (ecuación) describe el desplazamiento de una partícula?

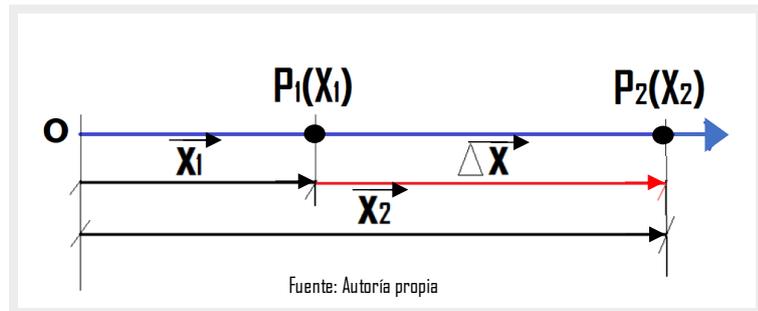
Análisis matemático:

I.- Si el desplazamiento es el vector que une dos posiciones (o puntos) de una partícula, escriba a continuación el desplazamiento desde el punto P_1 hasta el punto P_2 . Ayúdese de la imagen 1.

Complete:

F.1 | Imagen 1

Vectores



¿Cómo se escribiría la ecuación de Δx ?

Análisis a:

$$\Delta x = \boxed{} - \boxed{}$$

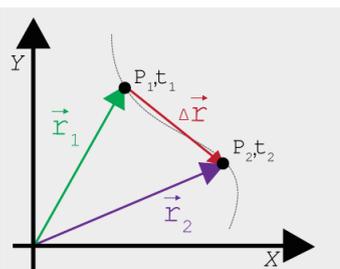
ECUACIÓN
A

DESPLAZAMIENTO
UNIDIRECCIONAL



F.1 | Recuerda III

V. desplazamiento



Tomado de: <http://fisica.ciens.ucv.ve/rea/movimiento/posicion.html>

La gráfica nos representa el vector desplazamiento $\Delta \vec{r}$ la cual es la variación que experimenta el vector posición de una partícula en un intervalo de tiempo t .

Si Δx es unidireccional (una dimensión) y $\Delta \vec{r}$ es bidireccional (dos dimensiones) donde \vec{r}_1 es la posición inicial y \vec{r}_2 la posición final ¿Cómo sería la ecuación del desplazamiento bidireccional? (ayúdese del recuerda III)

Análisis b:

$$\Delta \vec{r} = \boxed{\phantom{\vec{r}_2}} - \boxed{\phantom{\vec{r}_1}}$$

DESPLAZAMIENTO
BIDIRECCIONAL

ECUACIÓN
B

VI PARTE

Pregunta-problema: ¿Qué es la velocidad y aceleración de un cuerpo en movimiento?

PARTE VI.1 ¿Cómo se define a la velocidad?



II Análisis matemático:

I.- Cargue el video "C. G. 1" de la carpeta "C. G." en el software.

II.- Como en la II parte, analice la trayectoria del automóvil y con la ayuda del software obtenga los siguientes datos (puedes medir el desplazamiento mediante los vectores del software).

Complete:

¿Cuál es el módulo del desplazamiento del vehículo a los $\Delta t = 5_s$?:

Análisis c:

$$\Delta r = \underline{\hspace{2cm}}$$

Reemplace los datos en la siguiente ecuación y determine su valor:

Análisis e:

$$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{\underline{\hspace{1cm}}} = \frac{\underline{\hspace{1cm}}}{\underline{\hspace{1cm}}}$$

VELOCIDAD

ECUACIÓN

C

V Característica:

I.- En función de lo anterior realice lo siguiente.

Señale lo correcto:

- a) ¿Cuáles son las variables que se consideran para obtener la velocidad?
- Desplazamiento y Tiempo
 - Posición y tiempo
 - Desplazamiento y posición

- b) ¿Qué relación existe entre estas variables?
- Adición
 - Cociente
 - Producto

F. 1 | Conclusión VI. 8

c) ¿Cuál sería el concepto de velocidad?

PARTE VI.2 ¿Cómo se define la aceleración?

III **Análisis matemático:**

I.- Cargue nuevamente el video "C. G. I" de la carpeta "C. G." en el software.

II.- Como en la II parte analice la trayectoria del automóvil y con la ayuda del software obtenga los siguientes datos.

Complete:

¿Cuál es la velocidad del vehículo a los $\Delta t = 2s$?:

Análisis f:

$$\Delta v_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

¿Cuál es la velocidad del vehículo a los $\Delta t = 4s$?:

Análisis g:

$$\Delta v_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Por lo tanto, ¿Cuál es la variación de la velocidad? recuerda IV:

Análisis h:

$$\Delta v = \underline{\hspace{2cm}}$$

Reemplace los datos en la siguiente ecuación y determine su valor:

Análisis i:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\hspace{1cm}}{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

ACELERACIÓN

ECUACIÓN

D



F.1 | Recuerda IV

v

$$\Delta v = v_2 - v_1$$

La velocidad (v) y su respectiva variación (de un punto final a uno inicial).

VI **Característica:**

I.- En función de lo anterior realice lo siguiente.

Señale lo correcto:

a

¿Cuáles son las variables que se consideran para obtener la aceleración?

- Desplazamiento y Tiempo
- velocidad y tiempo
- Velocidad y posición

- b) ¿Qué relación existe entre estas variables?
 - Adición
 - Cociente
 - Producto
- c) ¿Cuál sería el concepto de aceleración?

F. I | **Conclusión VI. 8**

CONCLUSIONES

Y ECUACIONES RELEVANTES

Describe con sus palabras los siguientes parámetros obtenidos previamente:

F. I | **Conclusión I. 1** Posición

F. I | **Conclusión I. 2** Vector Posición

F. I | **Conclusión II. 3** Desplazamiento

F. I | **Conclusión II. 4** Trayectoria

F. I | **Conclusión II. 5** Distancia

F. I | **Conclusión III. 6** ¿Qué tipos de trayectoria puede tener un cuerpo en movimiento?

Reescriba con sus palabras todos los planteamientos de forma que todos sean verdaderos:

F. I | **Conclusión IV. 7**

a.- _____

b.- _____

c.- _____

d.- _____

Escriba los módulos matemáticos de los siguientes parámetros:

F. I | Ecuación A

Desplazamiento unidireccional

=

F. I | Ecuación B

Desplazamiento bidireccional

=

F. I | Ecuación C

Velocidad

=

F. I | Ecuación D

Aceleración

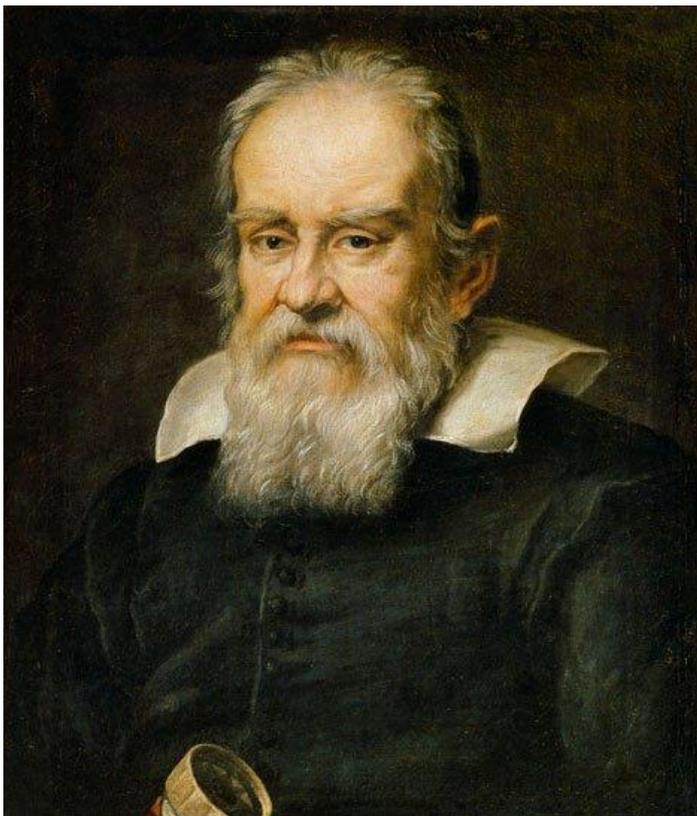
=

F. I | Conclusión VI . 8

¿Cómo define la velocidad? _____
_____.

F. I | Conclusión VI . 9

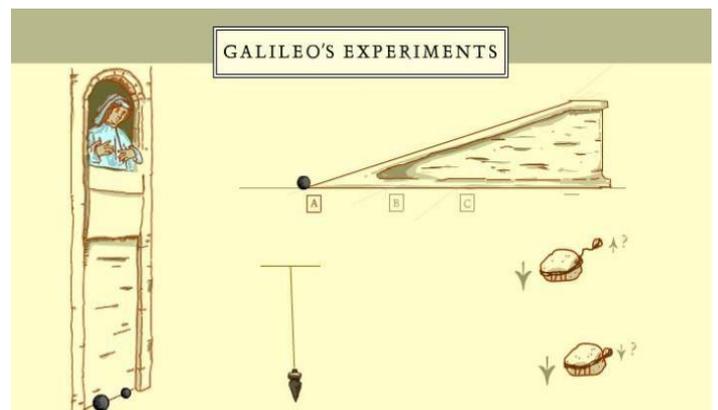
¿Cómo define la aceleración? _____
_____.



Fuente: <https://laverdaddemonagas.com/tal-dia-hoy-1642-fallecio-galileo-galilei/>

Los experimentos de Galileo demuestran que los cuerpos caen con una aceleración constante; dicho con sus palabras, que los cuerpos ideales sobre los que no actúan fuerzas de rozamiento ni ningún otro factor que interfiera en la caída, recorrerán al caer una distancia que aumenta con el cuadrado del tiempo transcurrido. Esos resultados sirvieron y prepararon el camino para que Newton, unas décadas después, enunciara las leyes de la mecánica y de la gravitación universal.

La imagen de abajo muestra los diferentes experimentos que utilizó Galileo para determinar cuerpos uniformemente acelerados, para esto utilizó: planos inclinados, péndulos y objetos lanzados de diferentes alturas.



Fuente: <https://culturacientifica.com/app/uploads/2015/07/734908711169d2d0605cb7499d6f3dcf.jpg>

I.2.7 Aplicación:

La situación didáctica tendrá una duración de dos horas, se recomienda repartir el tiempo de la siguiente manera:

- 45 min para la situación de acción
- 15 min para la situación de formulación
- 40 min para la situación de validación
- 20 min para la institucionalización

Sin embargo, el docente puede distribuir el tiempo según su conveniencia y de acuerdo con las necesidades del grupo con el que se está trabajando.

Nota

Revise en la página **xiii** las “indicaciones previas para desarrollar las situaciones didácticas”



I.2.7.1 Situación de Acción

Los estudiantes desarrollan la Ficha de trabajo 1 “CONCEPTOS GENERALES”.

Para la ficha de trabajo se usarán los videos que se encuentran en la carpeta “Videos de Conceptos Generales” (Véase la Imagen 3), la cual contiene tres videos: “C. G. 1”, “C. G. 2” y “C. G. 3” (Véase la imagen 4).

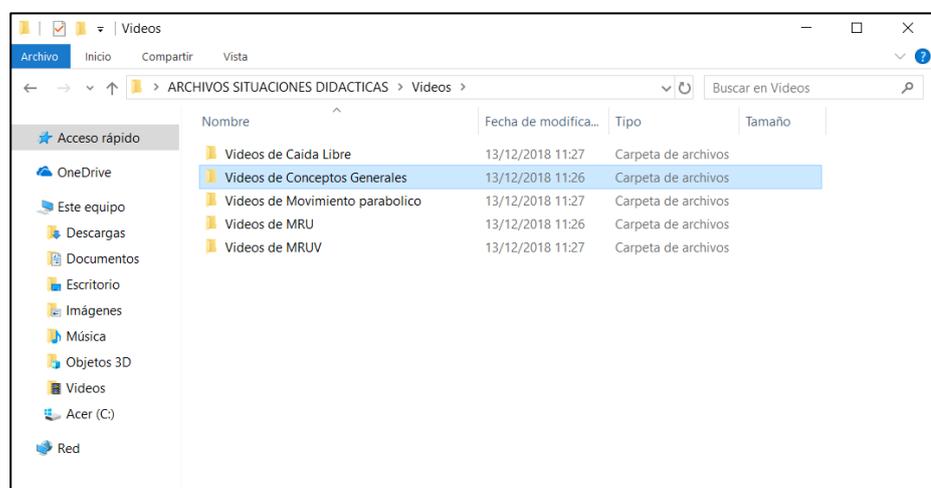


Imagen 3.

Fuente: [Autoría propia.](#)

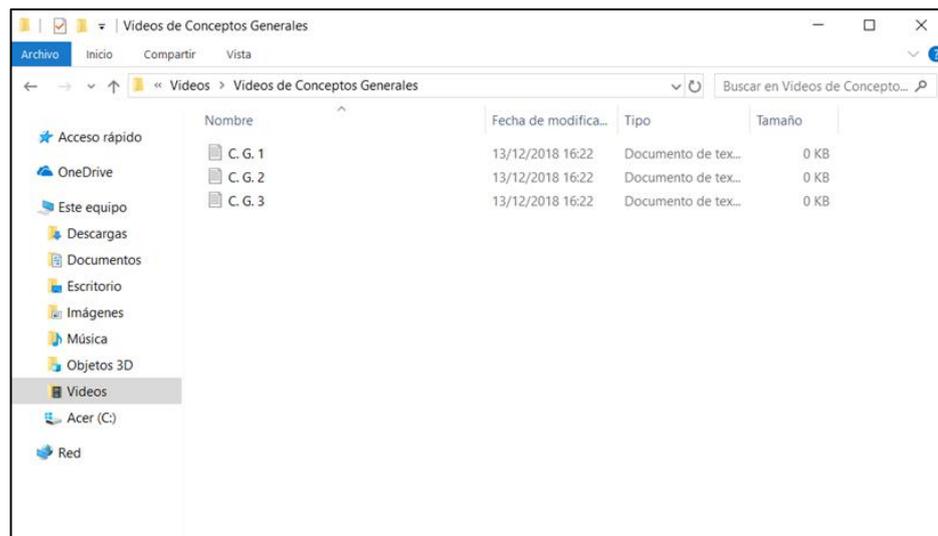


Imagen 4.

Fuente: [Autoría propia](#).

Para la “Parte I y II” de la ficha de trabajo se usará el video “C. G. 1”, en la “Parte III” los videos “C. G. 2” y “C. G. 3”, finalmente en la parte VI se usará nuevamente el video “C. G. 1” y para las partes IV y V, se necesitarán solamente los bosquejos del movimiento del video “C. G. 1”.

Los estudiantes deducirán y analizarán los conceptos de posición, trayectoria, distancia, desplazamiento, velocidad y aceleración. Además, determinarán las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración. En total se obtendrán nueve conclusiones y cuatro ecuaciones.



1.2.7.2 Situación de Formulación

El organizador gráfico que los estudiantes desarrollarán, luego de compartir sus conclusiones, es una **Rueda de Atributos**. Este debe ser realizado en una hoja y entregado al docente.



1.2.7.3 Situación de Validación

Para validar cada una de las conclusiones y ecuaciones obtenidas por los estudiantes en las situaciones de acción y formulación, cada grupo deberá desarrollar, responder y exponer una de las preguntas que se presentarán al finalizar estas indicaciones.

Luego de que un grupo haya expuesto alguna de las preguntas, se abrirá un debate con todo el curso, en el que se buscará que haya nuevas ideas o ideas contrarias.

Pregunta 4

E.1 | **Conclusión IV . 7**

Explique a sus compañeros cada uno de los planteamientos entre la distancia y desplazamiento, primero anunciando sus conceptos con una explicación gráfica y luego con ejemplos que demuestren cada afirmación.

Pregunta 5

E.1 | **Ecuación A**E.1 | **Ecuación B**

Responda: ¿Qué es el desplazamiento y cuál es su ecuación unidireccional y bidireccional? Obtenga las ecuaciones con gráficos.

Pregunta 6

E.1 | **Ecuación C**E.1 | **Conclusión VI . 8**

Explique a los compañeros: ¿Qué es la velocidad?, ¿Cuál es su relación con el desplazamiento?, ¿Cuál es su ecuación? y determine ¿Cuál es la unidad de la velocidad?

Pregunta 7

E.1 | **Ecuación D**E.1 | **Conclusión VI . 9**

Exponga lo siguiente: ¿Qué es la aceleración?, ¿Cuál es su relación con la velocidad?, ¿Cuál es su ecuación? y determine ¿Cuál es la unidad de la aceleración?



I.2.7.4 Situación de Institucionalización

El contenido científico presentado a continuación puede servir como guía al docente.

Contenido Científico

Conceptos generales

Mecánica

- Parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos.
- Se subdivide en **cinemática**, dinámica y estática.

Cinemática

- Estudia el movimiento de los cuerpos desde una perspectiva geométrica, sin considerar las causas que producen el movimiento.
- La cinemática se subdivide en **cinemática lineal** y cinemática angular.

Cinemática lineal

- Relacionado con los movimientos lineales.
- El sistema de referencia que se usa es el de coordenadas cartesianas y se lo considera fijo.

Posición

Concepto:

- Coordenadas que determinan, con respecto a un punto de referencia, la ubicación de una partícula. El punto de referencia es el origen del sistema de coordenadas cartesianas. Comúnmente conocido como “vector posición”, el cual es un vector que parte del punto de referencia (origen) hasta un punto cualquiera en el que se ubica la partícula.
- Se representa con el vector: “ \vec{r} ”.

Ecuaciones:

Unidireccional: $\vec{r} = x\vec{i}$

Bidireccional (plano): $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$

Tridimensional (espacio): $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Trayectoria:

- Línea imaginaria descrita por el objeto en movimiento.

Distancia:

- Es la longitud de la trayectoria.
- Es una magnitud escalar y se mide en metros (m).

Desplazamiento

Concepto:

Es un vector que determina cuanto ha sido el movimiento de una partícula entre dos posiciones.

Ecuaciones:

Unidireccional: $\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$

Bidireccional (plano) y
Tridimensional (espacio): $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

Relaciones entre Distancia, Desplazamiento y Trayectoria

- ➔ La distancia será mayor que el módulo de desplazamiento siempre y cuando la trayectoria no sea rectilínea (si la trayectoria es rectilínea lo anterior se cumple siempre y cuando el cuerpo se mueva en una sola dirección y sentido).
- ➔ El módulo de desplazamiento puede ser menor o igual que la distancia.
- ➔ Cuando el cuerpo se mueve en una sola dirección y sentido, la distancia y el módulo de desplazamiento serán iguales.
- ➔ El desplazamiento es independiente de la trayectoria, puesto que solo depende de las posiciones inicial y final.

Velocidad

- Es el desplazamiento lineal de una partícula en un intervalo de tiempo determinado.
- La velocidad es una magnitud vectorial.
- La unidad es metro por segundo (m/s).

Velocidad Media:

- Cuando el intervalo de tiempo es apreciablemente mayor que cero.

➔ Su ecuación es: $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t}$

Velocidad Instantánea:

- Cuando el intervalo de tiempo es muy pequeño (tiende a cero).

➔ Su ecuación es: $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

La rapidez media e instantánea es únicamente el módulo de la velocidad media e instantánea respectivamente.

Aceleración

- Es la variación de velocidad de una partícula a lo largo del tiempo.
- La aceleración es una magnitud vectorial.
- La unidad es metro por segundo al cuadrado (m/s^2).

Aceleración Media:

- Cuando el intervalo de tiempo es apreciablemente mayor que cero.

→ Su ecuación es:
$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

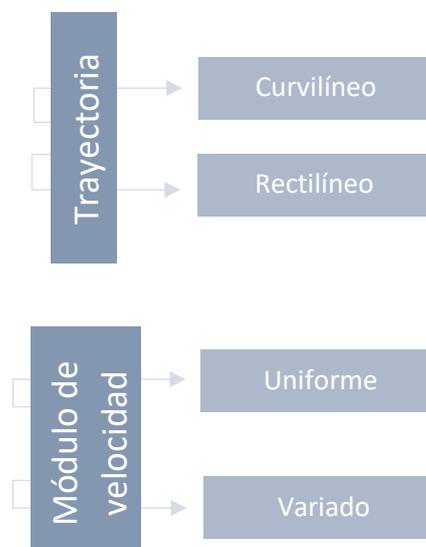
Aceleración Instantánea:

- Cuando el intervalo de tiempo es muy pequeño (tiende a cero).

→ Su ecuación es:
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Clasificación de los movimientos

MOVIMIENTO



I.3 Situación a-didáctica:

I.3.1 Tema:

Conceptos Generales.

I.3.2 Tiempo recomendado:

1 hora.

I.3.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

I.3.4 Expectativa de logro de la situación a-didáctica:

- a.- Conoce los conceptos de cinemática lineal y sus correspondientes características.
- b.- Entiende y relaciona la trayectoria, distancia y desplazamiento en una situación real.
- c.- Participa en equipo (Colaboración).

I.3.5 Medios y materiales:

- a.- Mapa (anexo I).
- b.- Cuaderno de trabajo o hoja perforada.

I.3.6 Aplicación:

Indicaciones preliminares

- ➔ Este juego será por acumulación de puntos.
- ➔ Los grupos para formarse serán de hasta 4 estudiantes.



Primera parte: practicando los conceptos generales.

Procedimiento: cada grupo dispondrá de una hoja en blanco, que les servirá para anotar los conceptos. El docente tendrá a su disposición varias imágenes de los diferentes conceptos generales, las cuales ira mostrando una por una a los estudiantes, para que deduzcan a que concepto general de cinemática lineal se refiere cada imagen y luego construyan la definición con las ideas de todo el grupo. Para realizar las definiciones de todas las imágenes los estudiantes tendrán 20 min y al finalizar se evaluará las mejores redacciones.

Los grupos se clasificarán de la siguiente manera:

Puntuación:

- ➔ Los grupos que tengan las mejores definiciones obtendrán 15 puntos.
- ➔ Los grupos que tengan definiciones con errores obtendrán 10 puntos.
- ➔ Los grupos que no hayan completado las definiciones obtendrán 5 puntos.



Segunda parte: Mapa de la ciudad de Cuenca.

Procedimiento: A cada grupo de estudiantes se les entregará el mapa del Anexo I y se les explicará que cada cuadra del mapa del centro histórico de Cuenca tiene 86 m. Los estudiantes tendrán que desarrollar lo siguiente.

- a. Dibujar una trayectoria para un peatón en el centro histórico de Cuenca desde el punto A hasta el punto B.
- b. Determinar la distancia recorrida por el peatón en cuadras y en metros.
- c. Dibujar una trayectoria para un vehículo en el centro histórico de Cuenca, desde el punto A hasta el punto B, tomando en cuenta los sentidos de las calles.
- d. Determinar la distancia recorrida por el vehículo en cuadras y en metros.
- e. Encontrar y dibujar el desplazamiento realizado tanto por el peatón y por el vehículo.
- f. Comparar las distancias recorridas entre el peatón y el vehículo, y escribir una conclusión acerca de moverse en el centro histórico de la ciudad de Cuenca.

Puntuación:

- ➔ El grupo que termine primero y tiene todo correcto gana 10 pts.
- ➔ El grupo que termine segundo y tiene todo correcto gana también 10 pts.
- ➔ El grupo que termine tercero y tiene todo correcto gana 7 pts.
- ➔ El resto de los grupos gana 5 puntos si es que han encontrado lo pedido anteriormente.

En las conclusiones se tomará especial importancia al contenido y redacción. Los puntajes de esta actividad se sumarán a los puntajes de la anterior parte y se determinará el o los grupos ganadores.

Anexo I

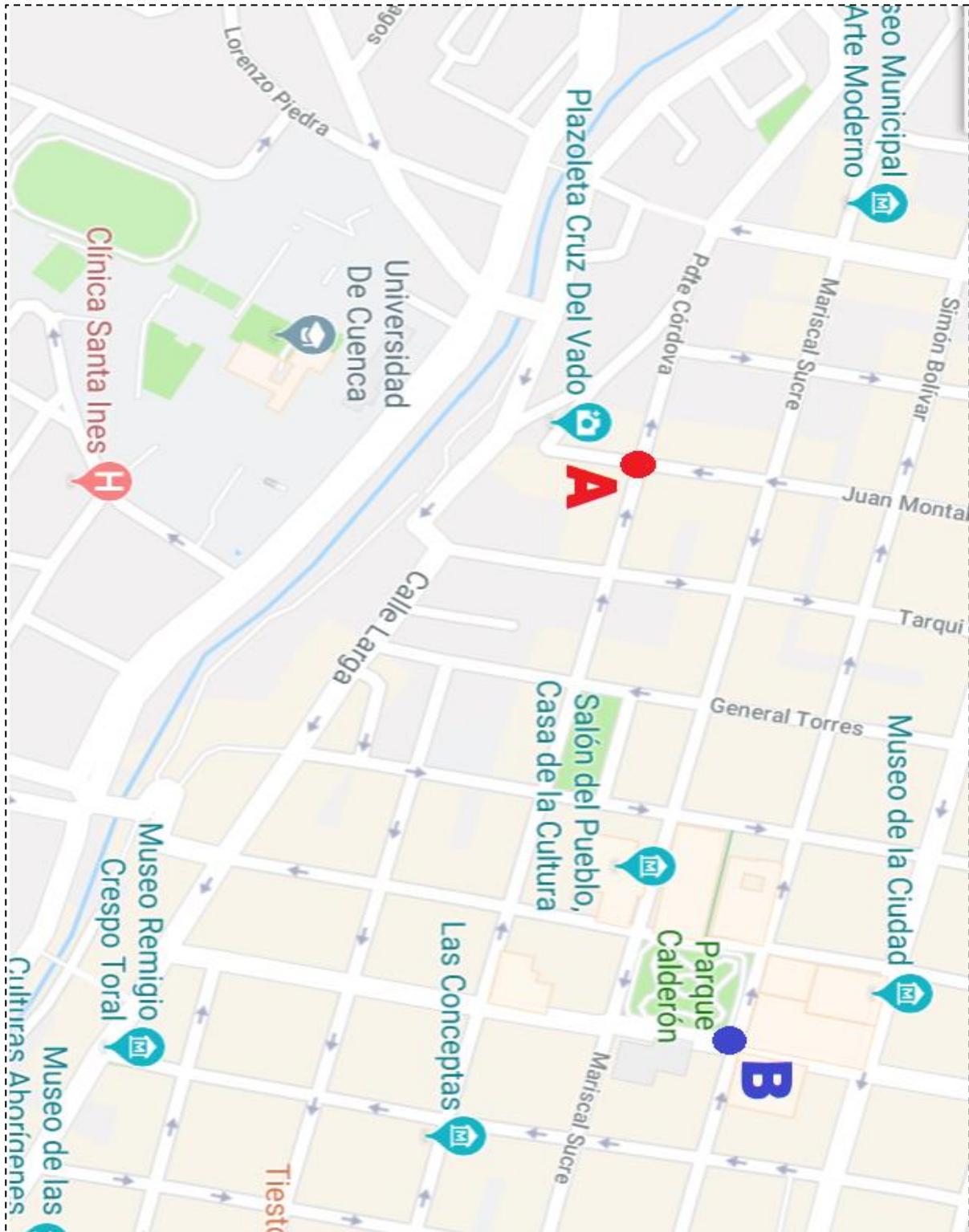


Imagen 5.
Fuente: Google Maps.

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

II.- Objetivo

- a.- Analizar los movimientos de un cuerpo con MRU por medio del software “Tracker” para obtener sus gráficas cinemáticas con el fin de establecer las características, leyes y ecuaciones de dicho movimiento.
- b.- Resolver ejercicios y formalizar los conocimientos con el contenido científico del movimiento rectilíneo uniforme.

II.1 Introducción

En el estudio del movimiento rectilíneo uniforme es necesario que los estudiantes tengan claro los conceptos de velocidad, desplazamiento, y aceleración para que puedan desarrollar cada una de las interacciones presentadas en esta situación didáctica, la cual se llevará a cabo en un primer momento individual con el análisis de videos de un automóvil con MRU en el software Tracker obteniendo sus gráficas y estudiando sus características, para conseguir la ecuación de la velocidad y el desplazamiento con la gráfica velocidad-tiempo. Luego, analizarán con los compañeros sus conclusiones y las validarán con todo el grupo, para que el docente consolide estos conocimientos y finalmente desarrolle la situación a-didáctica por medio de dos actividades a manera de juego.

II.2 Situación didáctica/problema:

II.2.1 Tema:

Movimiento Rectilíneo Uniforme.

II.2.2 Tiempo recomendado:

2 horas.

II.2.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

II.2.4 Expectativa de logro de la situación didáctica:

- a.- Obtiene la ecuación de la velocidad y las características del MRU.
- b.- Analiza e interpreta las características de las gráficas cinemáticas del MRU.
- c.- Trabaja con responsabilidad individual y en equipo.

II.2.5 Medios y materiales:

- a.- Computadoras que tengan instalado el software “Tracker”.
- b.- Archivos de video (Carpeta “Movimiento Rectilíneo Uniforme” en el Pen drive).
- c.- Fichas de trabajo para cada estudiante.
- d.- Cuaderno de trabajo.

II.2.6 Ficha de trabajo:

Ficha de trabajo 2 “MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME”.

A continuación, tiene a su disposición la Ficha de trabajo que se usará en esta situación didáctica. Recuerde que cada estudiante debe contar con su propia ficha de trabajo. En la página 34 se continua con la aplicación de la situación didáctica/problema.



Fuente: <https://www.hobbyconsolas.com/reviews/f1-2016-analisis-juego-oficial-mundial-formula-1-64320>

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

FICHA DE 2 TRABAJO

El MRU fue definido, por primera vez, por Galileo es un movimiento difícil de tener en la vida diaria, ya que se tiene la necesidad de ir más rápido, o bien, disminuir la velocidad hasta detenerse como en un semáforo, por ejemplo.

Fuente: <https://prezi.com/tigloxyaycc4/el-movimiento-rectilineo-uniforme-mru-fue-definido-por-pr/>

Datos:

Nombre: Paralelo: Nivel:

Fecha:

Indicaciones:

- Abra el software Tracker en su computadora.
- Para esta ficha utilice los videos "MRU 1" y "MRU 2" que se encuentran en la carpeta "Videos de MRU" (carpeta dada por el docente).

ACCIÓN

I PARTE

Pregunta-problema: ¿Cuáles son las características del movimiento del automóvil?

PARTE I.1

¿Qué significa movimiento rectilíneo?



Característica:

- I.- Cargue el video "MRU 1" en el software.
- II.- Analice el video y observe como es el movimiento del automóvil.

Complete y señale lo correcto:

a) ¿Sobre qué tipo de línea ocurre el movimiento del automóvil?

b) entonces, es un movimiento:

- Curvilíneo
- Rectilíneo

F.2 | Conclusión I.1

PARTE I.2

¿Qué significa uniformemente variado?



Gráfica:

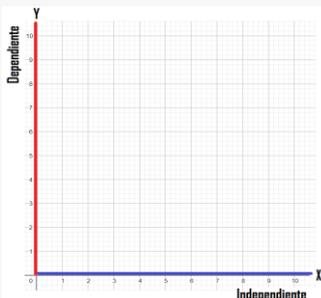
- I.- Abra el video "MRU 1" en el software y observe en la sección diagrama la gráfica "Posición - Tiempo" y dibújela a continuación.



F.2 | Recuerda I

Variables

Como se sabe en funciones existe una variable dependiente y otra independiente. Al momento de graficar, estas variables las colocamos siempre así:

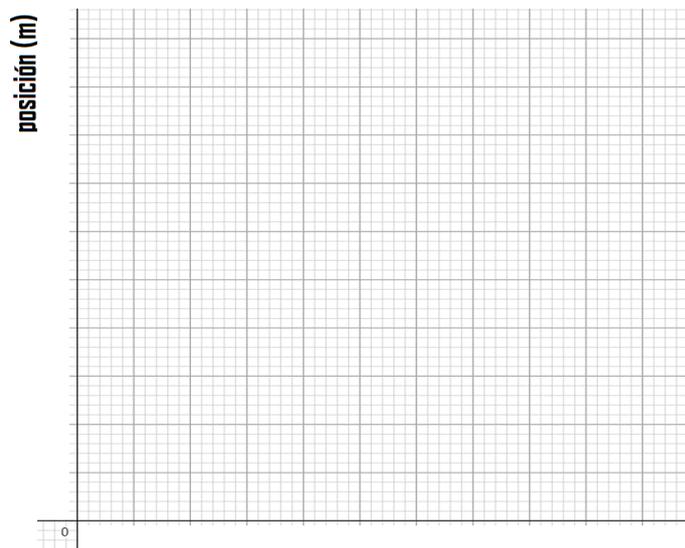


Fuente: Autoría propia

En la gráfica: F.2 | Gráfica 1 Posición - Tiempo la variable independiente es el tiempo (t) y la variable dependiente es la posición (x).

F.2 | Gráfica 1

Posición - Tiempo



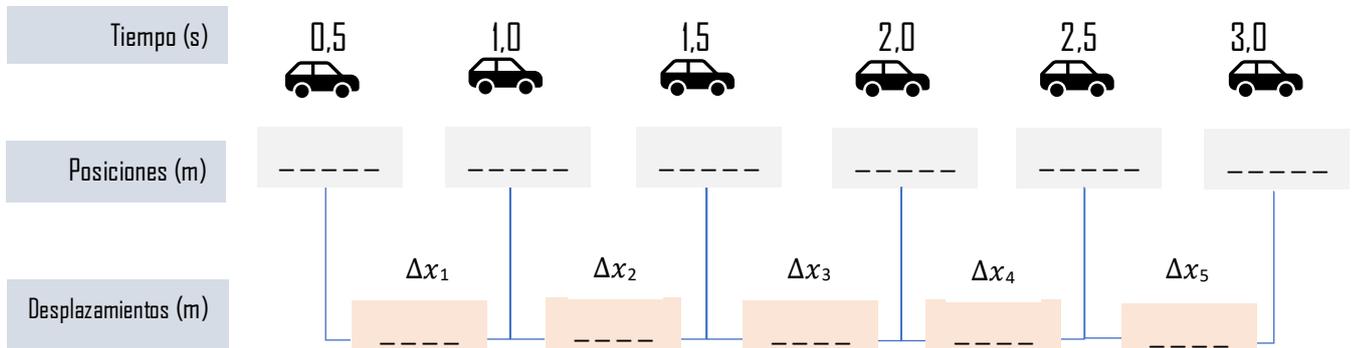
x - t

I Complete:

I.- Complete lo siguiente para cada intervalo de tiempo desde $t=0,5s$ hasta $t=3s$ usando la tabla de valores del software de la grafica posición- tiempo:

a.- posiciones¹ (x) y b.- desplazamientos² (Δx).

Complete cada intervalo de tiempo:



II Característica:

I.- Una vez que tenga los valores de los desplazamientos analice lo siguiente:

Señale lo correcto:

a) ¿Qué ocurre con $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \Delta x_4, \Delta x_5$?
 Estos valores son: Similares Diferentes

b) Entonces, ¿Cómo varía la posición del automóvil?:
 Inconstantemente Constante o Uniformemente

F.2 | Conclusión I. 2

PARTE I.3

¿Cuál es la curva que representa a la gráfica "Posición - Tiempo"?

III Característica:

I.- Observe la gráfica F.2 | Gráfica 2 Posición - Tiempo.

Señale lo correcto:

¿Cómo es la gráfica cinemática Posición - Tiempo de un MRU?
 Recta Circunferencia Parábola

F.2 | Conclusión I. 3

1.- Revise la F. T. 1 pág. 4 parte I
 2.- Revise la F. T. 1 pág. 6 parte II

II PARTE

Pregunta-problema: ¿Que hace que el automóvil tenga ese movimiento?

PARTE II. 1

¿Cuál es la ecuación de la velocidad y como se la representa?

Análisis matemático:

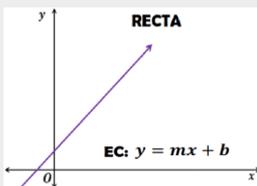
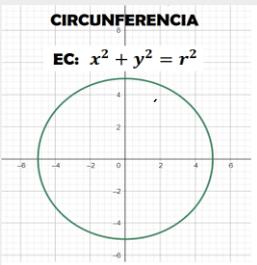
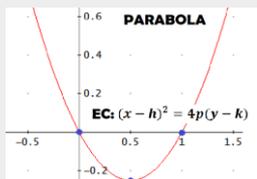
I.- Tomando en consideración los análisis anteriores, proceda a sacar las ecuaciones del MRU.

Complete:



F. 2 | Recuerda II

Gráficas



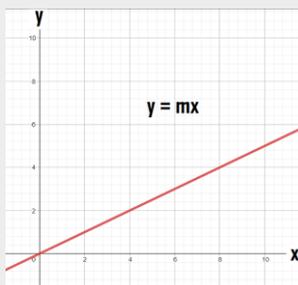
Fuente: Autoría propia.

Cada imagen es representada por su respectiva curva y su ecuación.



F. 2 | Recuerda III

Origen



Fuente: Autoría propia.

La siguiente gráfica representa una recta cualquiera, donde **m** es la pendiente de la recta, **b** es la intersección de la recta con el eje Y. En este caso como la recta pasa por el origen **O**, no existe un valor para **b**, es decir, **b = 0**.

Según el recuerda II ¿Cuál es la ecuación de la recta?:

Análisis a:

$$\boxed{} = \boxed{} \boxed{} + \boxed{}$$

Como en la gráfica f. 2 | Gráfica 1 Posición - Tiempo la recta pasa por el origen, entonces:

Análisis b:

$$b = \boxed{}$$

Recuerda III

y además con el cambio de variables se tiene que el eje "y" es el eje de la "posición (x)", y el eje "x" es el eje del "tiempo (t)"; por lo tanto, reescriba la ecuación a su nueva forma:

Análisis c:

$$\boxed{} = \boxed{} \boxed{}$$

Ecuación a

En el siguiente cuadro escriba la ecuación de la pendiente (**m**):

Análisis d:

$$m = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} - \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

Recuerda IV

De igual manera como en el Análisis c, reescriba la ecuación de la pendiente con las nuevas variables:

Análisis e:

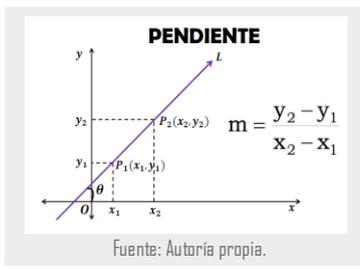
$$m = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} - \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

1 Ejercicio:

- I.- Determine el valor de la pendiente de la gráfica F.2 | Gráfica 1 Posición - Tiempo.
- II.- Realice este desarrollo tomando dos puntos cualesquiera, use la ecuación obtenida en el análisis e y tome en consideración las unidades con las que trabaja.



F.2 | Recuerda IV Pendiente



La siguiente gráfica representa una recta cualquiera, cuyos puntos P_1 y P_2 nos sirven para calcular el valor de la pendiente, es decir, la tangente del ángulo que la recta forma con el eje $O X$, explicado de otra forma $m = \tan \theta$.

Desarrollo:

Desarrollo:

R// El valor de la $m =$ _____ **Unidad:** _____

IV Características:

Complete:

- a El valor que obtuvo de la pendiente en el ejercicio I se le conoce como **velocidad³**, se representa con la letra **v** y se expresa en **m/s**.
- b Por lo tanto, como la pendiente de una recta tiene siempre el mismo valor, ¿cuál es el parámetro constante en el MRU? _____

F.2 | Conclusión II . 4

3.- RECUERDE la rapidez y la velocidad suelen confundirse con frecuencia por lo que debe de tener bien en claro estas dos magnitudes cinemáticas. La **rapidez** es el módulo de la velocidad y una magnitud escalar que relaciona la distancia recorrida con el tiempo y siempre es positiva. La **velocidad** es una magnitud vectorial que relaciona el cambio de posición (o desplazamiento) con el tiempo.

II Análisis matemático:

I.- Una vez conocida la velocidad proceda a hallar su ecuación.

Complete:

Como la pendiente de la gráfica posición-tiempo del MRU es la velocidad:

Análisis f:

$$m = \frac{\square}{\square}$$

reemplace en la ecuación (a) obtenida anteriormente:

Análisis g:

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

despeje la velocidad:

Análisis h:

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

aplique el recuerda V y reescriba la ecuación a su nueva forma:

Análisis h.i:

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \quad \text{ó} \quad \frac{\square}{\square} = \frac{\square - \square}{\square}$$



F.2 | Recuerda V

x, t

$$x = \Delta x = x_2 - x_1$$

$$t = \Delta t$$

La posición (x) y el tiempo (t) con sus respectivas variaciones (de un punto final a uno inicial).

ECUACIÓN
A

VELOCIDAD

III PARTE

Pregunta-problema: ¿Cuáles son las características de la velocidad en el MRU?

PARTE III. 1

¿Cuáles son las gráficas y características de la velocidad?

2-3

Gráficas:

I.- Cargue el video "MRU 1" y "MRU 2" de la carpeta "MRUV" en el software.

II.- Analice el video "MRU 1" para la sección I y el video "MRU 2" para la sección II y luego encuentre la tendencia de cada gráfica "Velocidad - Tiempo", correspondiente a cada video, que observa en el software (sección diagrama).

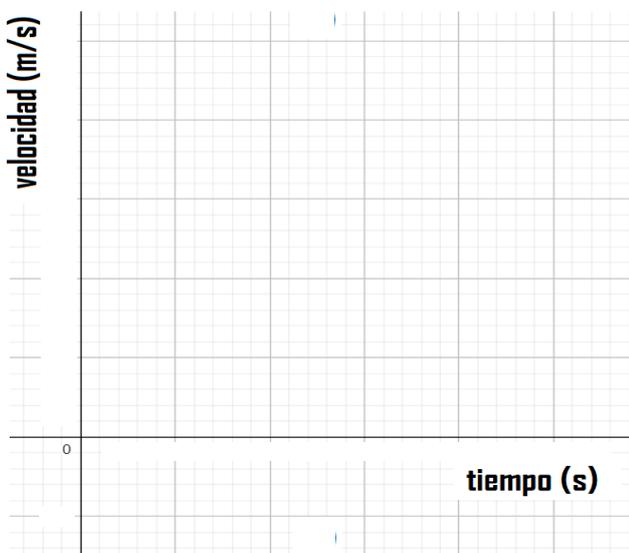


I Sección: recuerde ajustar la escala en la sección diagrama, para tener una mejor visualización de la gráfica (min. 0; máx. 6)

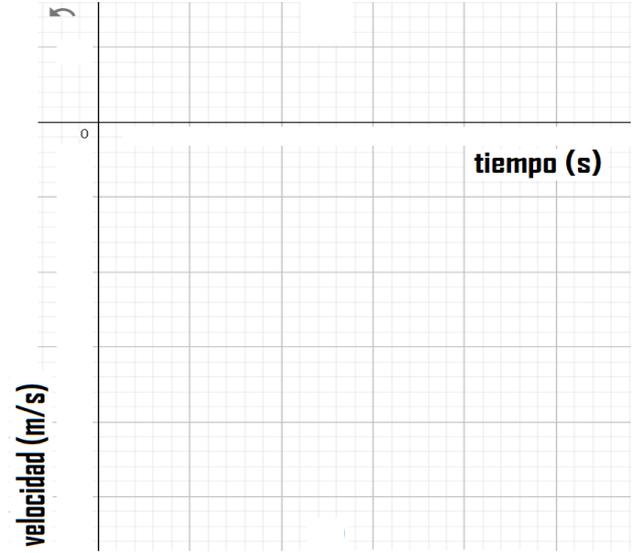
II Sección: recuerde ajustar la escala en la sección diagrama, para tener una mejor visualización de la gráfica (min. -6; máx. 0)

F.2 | Gráfica 2 **Velocidad - Tiempo**

F.2 | Gráfica 3 **Velocidad - Tiempo**



$v - t$



$v - t$

V Características:

Observe la gráfica 2 y señale la opción correcta:

Observe la gráfica 3 y señale la opción correcta:

- a.1 De acuerdo con el video ¿Qué sucede con la velocidad?
- Es constante con el tiempo
 - Aumenta con el tiempo
 - Disminuye con el tiempo

- b.1 ¿hacia dónde se mueve el vehículo?
- Derecha
 - Izquierda

- c.1 Por lo tanto, ¿la velocidad será?
- Positiva
 - Negativa

- a.2 De acuerdo con el video ¿Qué sucede con la velocidad?
- Aumenta con el tiempo
 - Disminuye con el tiempo
 - Es constante con el tiempo

- b.2 ¿hacia dónde se mueve el vehículo?
- Izquierda
 - Derecha

- c.2 Por lo tanto, ¿la velocidad será?
- Negativa
 - Positiva

F.2 | Conclusión III. 5

d

¿Cómo es la gráfica cinemática **Velocidad - Tiempo** de un MRU?

- Recta paralela al eje del tiempo
- Recta perpendicular al eje del tiempo

PARTE III. 2

I.- ¿Que representa el área bajo la curva de la gráfica F.2 | Gráfica 2 Velocidad - Tiempo y F.2 | Gráfica 3 Velocidad - Tiempo?

III

Análisis matemático:

I.- Observe la gráfica F.2 | Gráfica 2 Velocidad - Tiempo y realice lo siguiente; tomando dos puntos $t = 1s$ y $t = 3s$.

Guíese por el recuerda VI y tome en consideración las unidades con las que trabaja:

Para encontrar el área bajo la curva de la gráfica F.2 | Gráfica 2 Velocidad - Tiempo aplique la siguiente fórmula:

Análisis i:

A =

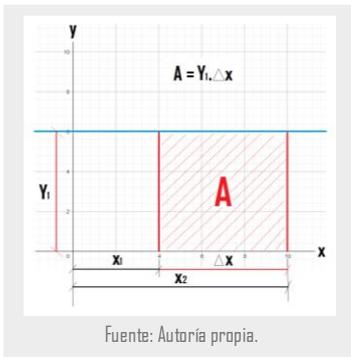
Recuerda VI

Ahora aplicando los valores dados $t = 1s$ y $t = 3s$ se tiene:



F.2 | Recuerda VI

ÁREA I



Esta gráfica representa el área bajo la curva (sector sombreado) desde X_1 hasta X_2 . Ten presente las variables con las que vas a trabajar recuerda I.

Desarrollo:



R//: El valor del A = Unidad:

Compare el resultado obtenido con el I complete de la página 27 (restando la posición a los 3s con la posición al 1s): ≈

VI Característica:

Complete:

Por lo tanto, el área bajo la curva de la gráfica F.2 | Gráfica 2 Velocidad - Tiempo en un intervalo de tiempo ¿Qué representa?

F.2 | Conclusión III . 6

CONCLUSIONES Y ECUACIONES RELEVANTES

F.2 | Conclusión I . 1 ¿Qué tipo de movimiento es el MRU? _____

F.2 | Conclusión I . 2 ¿En el MRU la posición varía uniformemente? Si, No ¿Por qué?

F.2 | Conclusión I . 3 ¿En el MRU, que tipo de gráfica es la Posición-Tiempo? _____

F.2 | Conclusión II . 4 ¿Qué es la pendiente en la gráfica Posición-tiempo de un MRU? _____

¿Cuál es su unidad y como se la representa? _____

F.2 | Ecuación A

Velocidad

=

F.2 | Conclusión III . 5 De acuerdo con las características obtenidas en esta conclusión, describa con sus propias palabras la velocidad en el MRU: _____

F.2 | Conclusión III . 6 ¿Qué es el área bajo la curva de la gráfica velocidad-tiempo?

II.2.7 Aplicación:

La situación didáctica tendrá una duración de dos horas, se recomienda repartir el tiempo de la siguiente manera:

45 min para la situación de acción

15 min para la situación de formulación

30 min para la situación de validación

30 min para la institucionalización

El docente para esto debe observar y determinar cómo le conviene distribuir el tiempo de acuerdo con las necesidades del grupo con el que se está desarrollando los procesos.

Nota

Revise en la página **xiii** las “*indicaciones previas para desarrollar las situaciones didácticas*”



II.2.7.1 Situación de Acción

Los estudiantes desarrollan la Ficha de trabajo 2 “MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME”.

En la ficha de trabajo se usarán los videos que se encuentran en la carpeta “Videos de MRU” (Véase la Imagen 6), la cual contiene dos videos “MRU 1” y “MRU 2” (véase la imagen 7).

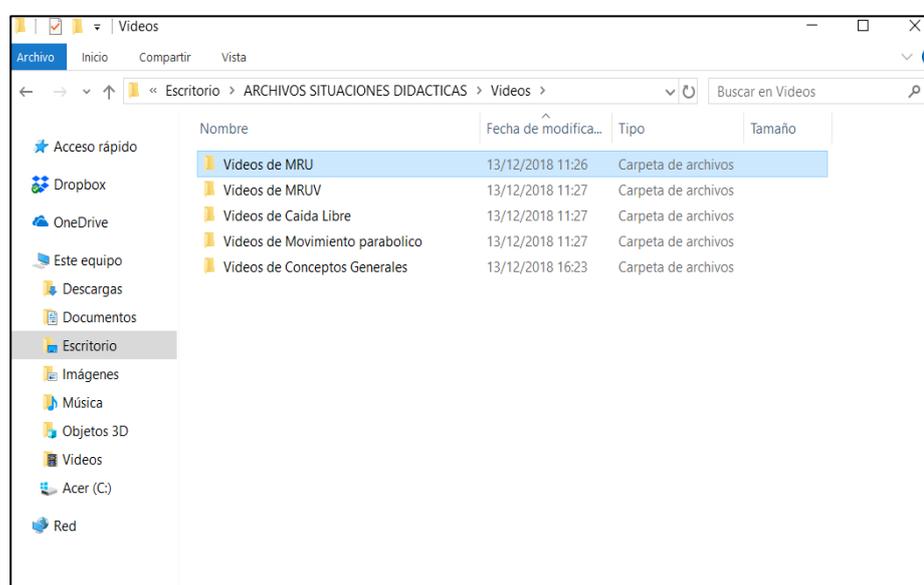


Imagen 6.

Fuente: Autoría propia.

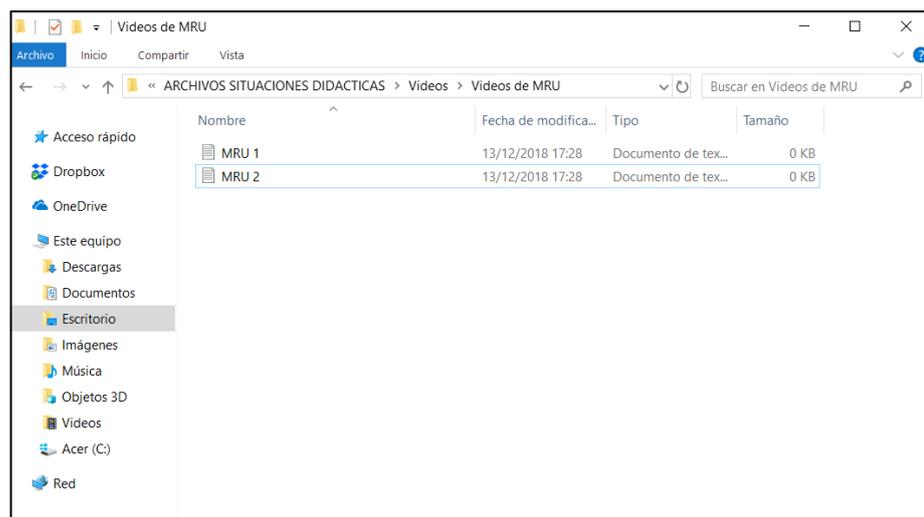


Imagen 7.

Fuente: [Autoría propia.](#)

En la “Parte I” y “Parte II” se usará el video “MRU 1” y en la “Parte III” se usarán los videos “MRU 1” y “MRU 2”.

Los estudiantes obtendrán cinco conclusiones y una ecuación de MRU.



II.2.7.2 Situación de Formulación

El organizador gráfico que los estudiantes desarrollarán, luego de compartir sus conclusiones, es un **Mapa conceptual**. Este debe ser realizado en una hoja y entregado al docente.



II.2.7.3 Situación de Validación

Para la validación primero se entregará a cada grupo la gráfica cinemática (**posición-tiempo**) de un MRU (véase en anexos II, Imagen 8), con la que se pondrá a prueba las conclusiones a las que llegaron los estudiantes (dicha gráfica también puede ser dibujada en la pizarra).

Todas las conclusiones serán validadas y consensadas de la siguiente manera por todo el grupo de estudiantes.

Para la

F.2 | Conclusión 1.1

El docente pedirá a los estudiantes que recuerden las características del movimiento del auto que observaron en el video y que analicen la trayectoria que este tiene.

Para la

F.2 | Conclusión I. 2

se analizará como es el cambio de la posición, desde el tramo $t_1 = 0_s$ hasta $t_2 = 5_s$ en la gráfica posición-tiempo (véase anexos II Imagen 8). Es importante que el estudiante analice el cambio de posición en cada segundo.

Para la

F.2 | Conclusión I. 3
F.2 | Ecuación A

se observará y analizará la gráfica posición-tiempo (véase en anexos II, Imagen 8) y a partir de esta, aplicando la ecuación, construirán la gráfica velocidad-tiempo del movimiento.

Para la

F.2 | Conclusión II. 4
F.2 | Conclusión III. 5

se trabajará con la gráfica velocidad-tiempo construida anteriormente. Para validar las conclusiones los estudiantes trabajarán por tramos (de 0_s a 5_s , de 5_s a 8_s , y de 8_s a 11_s) analizando las características de la velocidad en cada uno de ellos.

Para la

F.2 | Conclusión III. 6

se determinará el desplazamiento en el tramo $t_1 = 0_s$ a $t_2 = 8_s$ con la gráfica velocidad-tiempo.

Nota: En el proceso de validación cada una de las conclusiones serán comparadas y consensadas entre todos los estudiantes, y especialmente para la F.2 | **Ecuación A** y F.2 | **Conclusión III. 6** se compararán los valores obtenidos en las velocidades y el desplazamiento.



II.2.7.4 Situación de Institucionalización

A continuación, se presenta el contenido científico de MRU que el docente podrá utilizar como guía.

Contenido Científico

Movimiento Rectilíneo Uniforme

Características

- El movimiento rectilíneo uniforme se le abrevia como MRU.
- Es rectilíneo porque los cuerpos con MRU se mueven describiendo una línea recta.
- Este movimiento tiene velocidad que permanece constante en magnitud, dirección y sentido a lo largo del tiempo, lo que significa que el cambio de posición es uniforme (recorre distancias iguales en tiempos iguales).
- En el MRU no hay aceleración ($\vec{a} = 0$), debido a que al ser \vec{v} constante, $\Delta\vec{v} = 0$.

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$

Ecuaciones

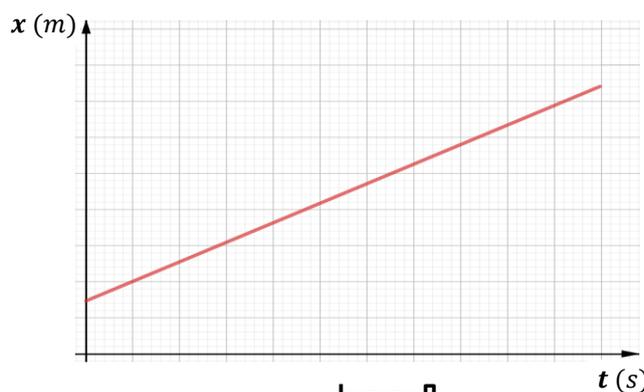
$$\text{Escalar: } v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$$

$$\text{vectorial: } \vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{\Delta t}$$

Nota: La velocidad lineal es vectorial (\vec{v}), donde su magnitud (v) que es escalar se le conoce como rapidez.

Gráficas Cinemáticas:

Gráfica posición-tiempo ($x - t$)



Es una recta creciente porque su pendiente es la velocidad, que en este caso es positiva.

Imagen 9.

Fuente: Autoría propia.



Imagen 10.

Fuente: Autoría propia.

Es una recta decreciente porque su pendiente es la velocidad, que en este caso es negativa.

Gráfica velocidad-tiempo (v-t)

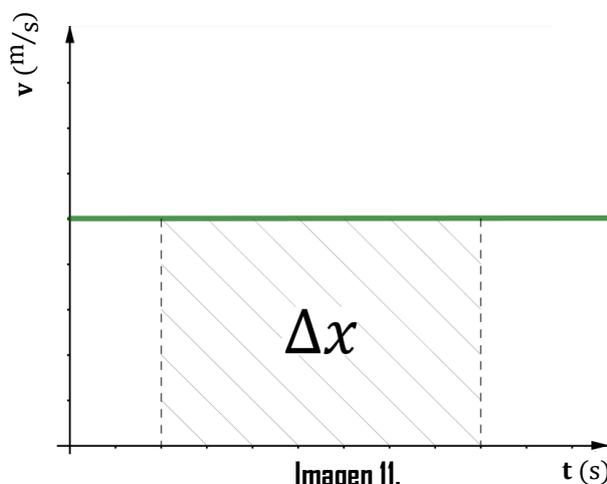


Imagen 11.

Fuente: Autoría propia.

- Es una recta paralela al eje del tiempo.
- En esta situación la velocidad es positiva.
- El área bajo la curva representa el desplazamiento (Δx), el cual es positivo, lo que indica que el objeto se mueve hacia la derecha o se aleja del punto de inicio.

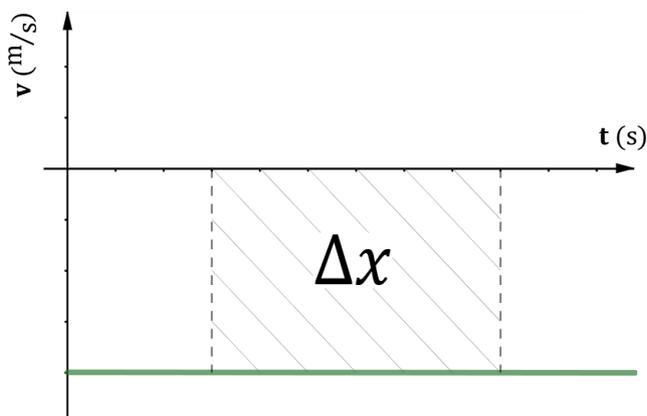


Imagen 12.

Fuente: Autoría propia.

- Es una recta paralela al eje del tiempo.
- En esta situación la velocidad es negativa.
- El área bajo la curva representa el desplazamiento (Δx), el cual es negativo, lo que indica que el objeto se mueve hacia la izquierda o va de regreso.

Ejercicio resuelto

1.- Un motociclista se mueve rectilíneamente a una velocidad constante $\vec{v} = (15\vec{i})\frac{m}{s}$. Si a los $t = 10s$ se ha desplazado hasta $x = 200m$. Determine:

a) El punto desde el cual partió el motociclista.

$$\vec{v} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{\Delta t}$$

Se despeja la velocidad $\vec{v} \cdot \Delta t - \vec{x}_2 = -\vec{x}_1$

Reemplazando los datos $(15\vec{i} \cdot 10) - 200\vec{i} = -\vec{x}_1$

$$\vec{x}_1 = (50\vec{i})m$$

b) En 5 minutos ¿Cuánto se desplaza el motociclista?

Se determina cuantos segundos son 5 minutos $\Delta t = (5)(60) = 300s$

Se despeja el desplazamiento $\vec{v} \cdot \Delta t = \Delta \vec{x}$

Reemplazando los datos $15\vec{i} \cdot 300 = \Delta \vec{x}$

$$\Delta \vec{x} = (4500\vec{i})m$$

c) ¿Cuánto tiempo tarda en desplazarse 375m?

Se despeja el tiempo $\Delta t = \frac{\Delta \vec{x}}{\vec{v}}$

Reemplazando los datos $\Delta t = \frac{375\vec{i}}{15\vec{i}}$

$$\Delta t = 25s$$

Ejercicios propuestos

1.- Un vehículo que se mueve con MRU pasa por $x = 0 m$ a una velocidad de $\vec{v} = (10\vec{i})\frac{m}{s}$. Luego de 10 s una moto con MRU pasa por $x = 0 m$ a una velocidad de $\vec{v} = (20\vec{i})\frac{m}{s}$. Determine el tiempo que demora la moto en alcanzar al vehículo y la posición en la que esto sucede.

2.- A partir de la gráfica $x - t$ (véase anexo II imagen 13) de un MRU, dibuje la gráfica $v - t$ y determine el desplazamiento total.

II.3 Situación a-didáctica:

II.3.1 Tema:

Gráficas cinemáticas del MRU.

II.3.2 Tiempo recomendado:

1 hora.

II.3.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

II.3.4 Expectativa de logro de la situación a-didáctica:

- a.- Analiza e interpreta las gráficas del MRU y sus características.
- b.- Participa en equipo (Colaboración).

II.3.5 Medios y materiales:

- a.- 4 gráficas cinemáticas posición-tiempo con sus correspondientes gráficas cinemáticas velocidad-tiempo (Anexo II)
- b.- Cuaderno de trabajo o hoja perforada.

II.3.6 Aplicación:

Indicaciones preliminares

- ➔ Este juego será por acumulación de puntos.
- ➔ El docente dividirá a los estudiantes en grupos de hasta 4 personas.



Primera parte: emparejando las gráficas cinemáticas.

Procedimiento: cada grupo dispondrá de las 4 gráficas cinemáticas posición-tiempo con sus correspondientes gráficas cinemáticas velocidad-tiempo (Anexo II) pero sin que se les indique dicha correspondencia, es decir, las gráficas estarán en desorden, para que los estudiantes sean los que encuentren y demuestren, con la ecuación de la velocidad, cuáles son las parejas de gráficas $x-t$, $v-t$. Para que los grupos encuentren los pares de gráficas y demuestren tendrán 25 minutos.

Puntuación:

- ➔ Recibirán 20 puntos los grupos que hayan completado los pares y hayan realizado las demostraciones.

- ➔ Los grupos que solo hayan completado los pares o realizado las demostraciones o no hayan finalizado todo recibirán 10 puntos.



Segunda parte: encontrando el desplazamiento.

Procedimiento: Los mismos grupos con las gráficas **velocidad-tiempo** deberán encontrar el desplazamiento total en cada una de ellas, para esto tendrán 25 min.

Puntuación:

- ➔ Los grupos que termine entre los 10 primeros minutos obtendrán 25 pts.
- ➔ Los grupos que termine entre los 10 y 15 minutos obtendrán 20 pts.
- ➔ Los grupos que termine entre los 15 y 20 minutos obtendrán 15 pts.
- ➔ Los grupos que finalicen entre 20 y 25 minutos obtendrán 10 pts.

Los puntajes de esta actividad se sumarán a los puntajes de la anterior parte y se determinará el grupo ganador.

Anexos II

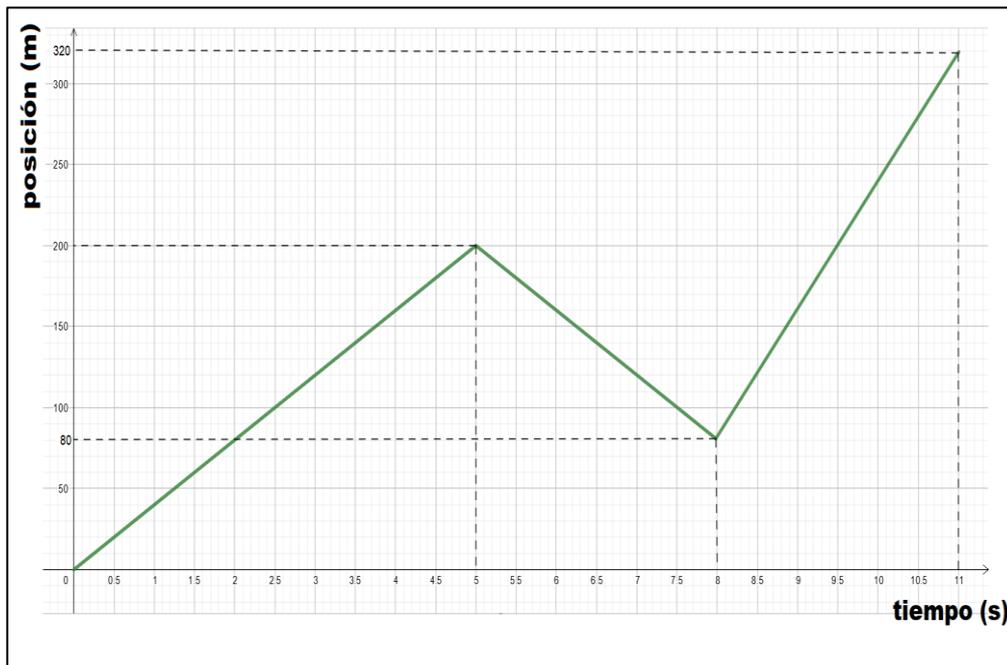


Imagen 8.
Fuente: Autoría propia.

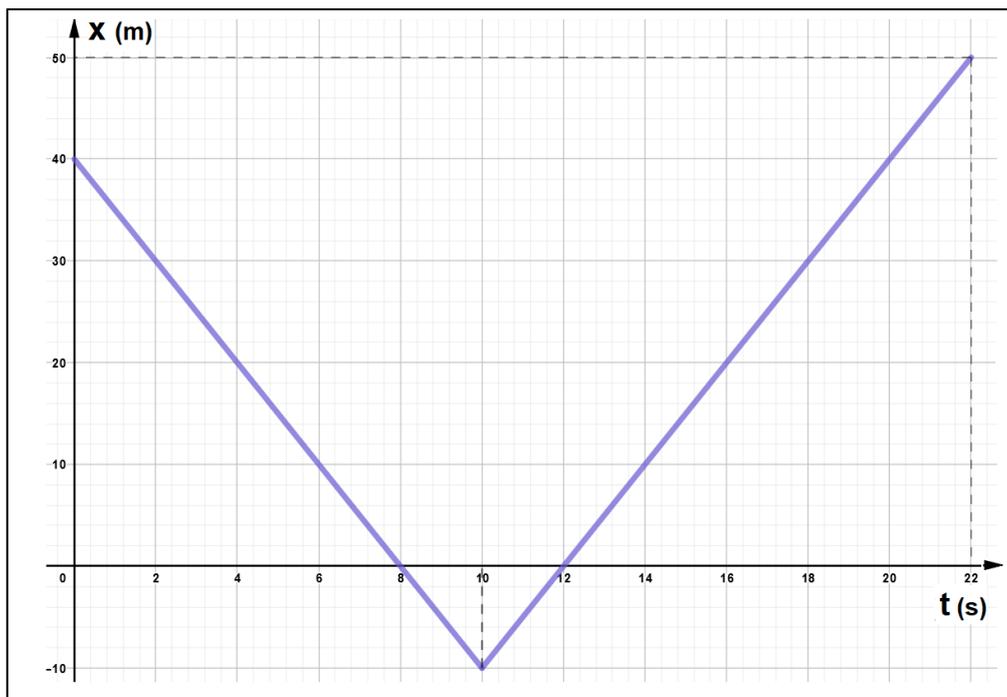


Imagen 13.
Fuente: Autoría propia.

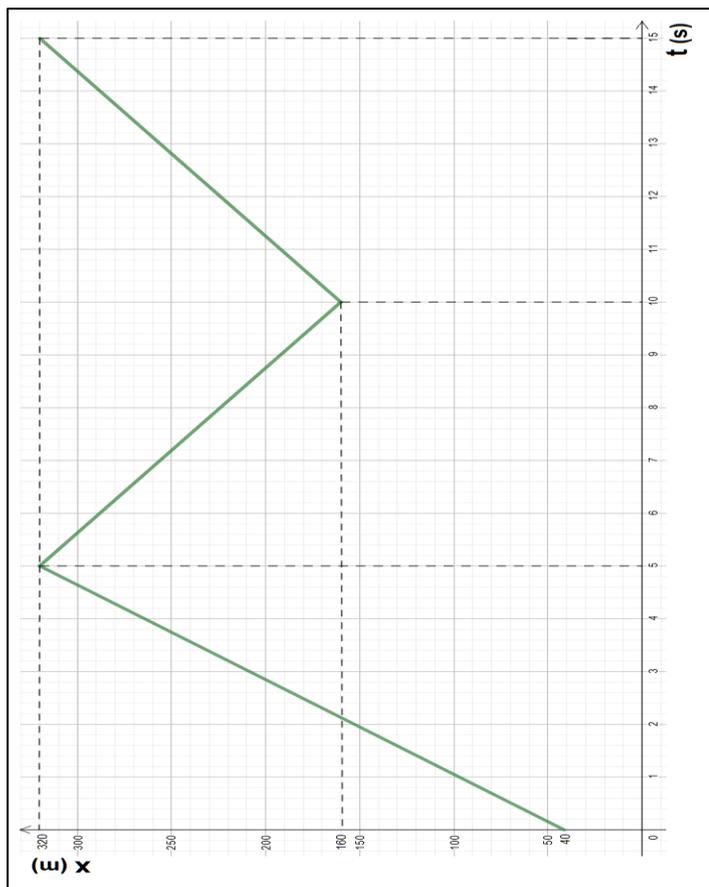


Imagen 14.

Fuente: Autoría propia.

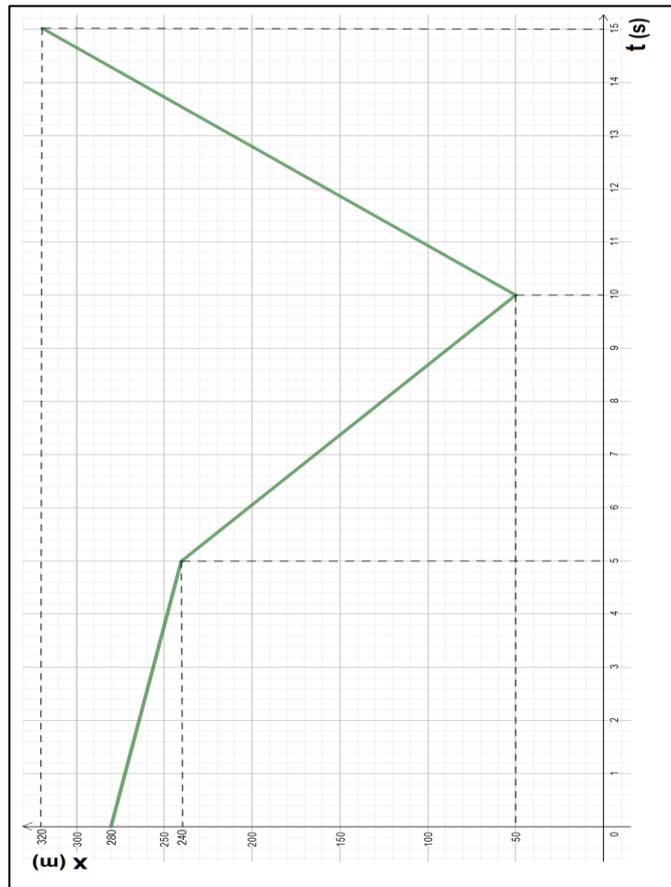


Imagen 15.

Fuente: Autoría propia.

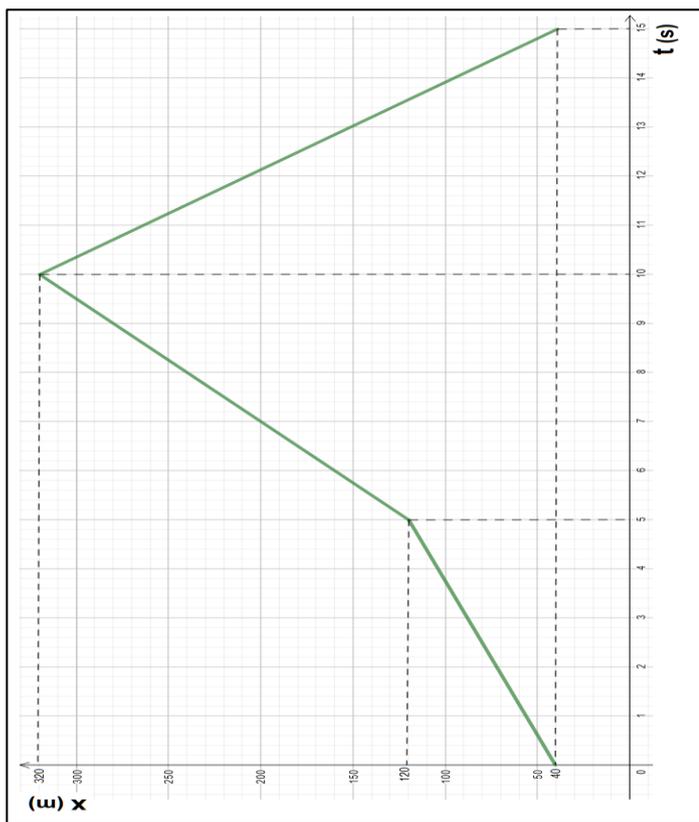


Imagen 17.

Fuente: Autoría propia.

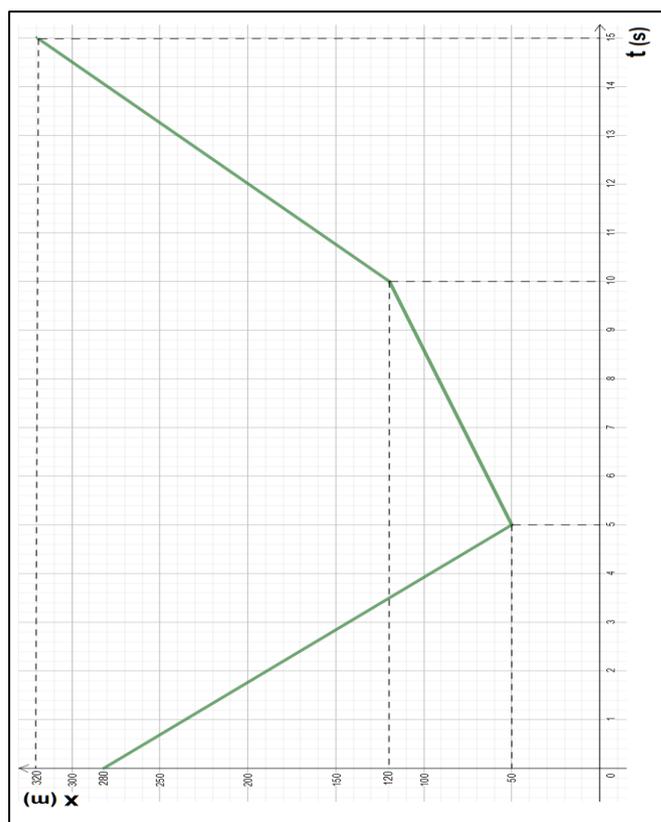


Imagen 16.

Fuente: Autoría propia.

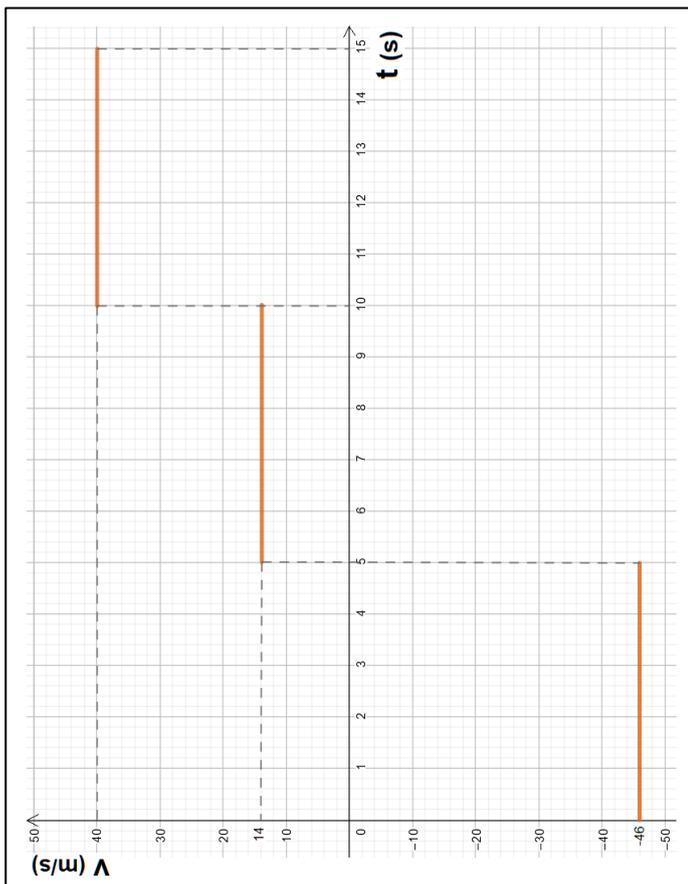


Imagen 19.

Fuente: Autoría propia.

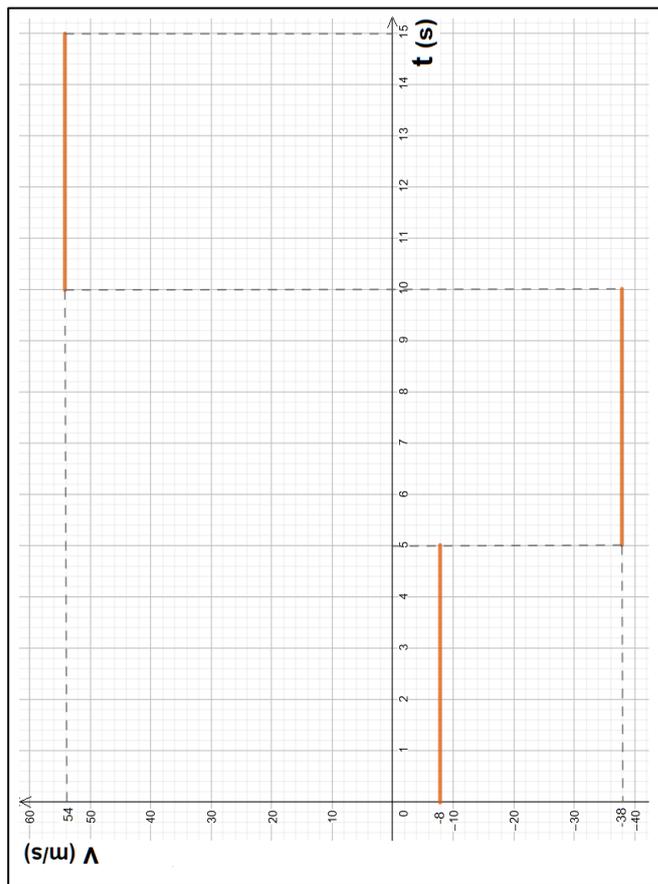


Imagen 18.

Fuente: Autoría propia.

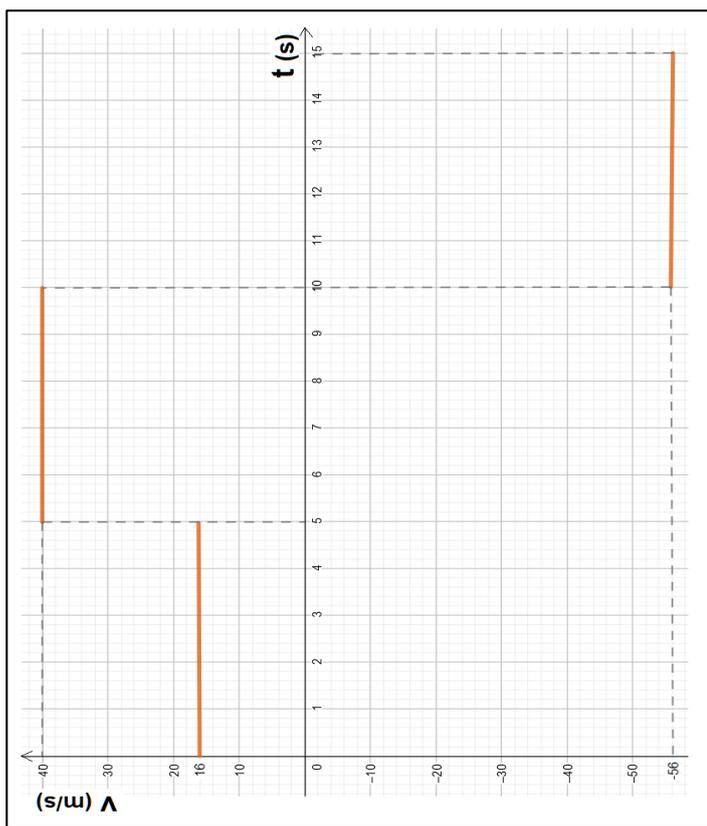


Imagen 20.

Fuente: Autoría propia.

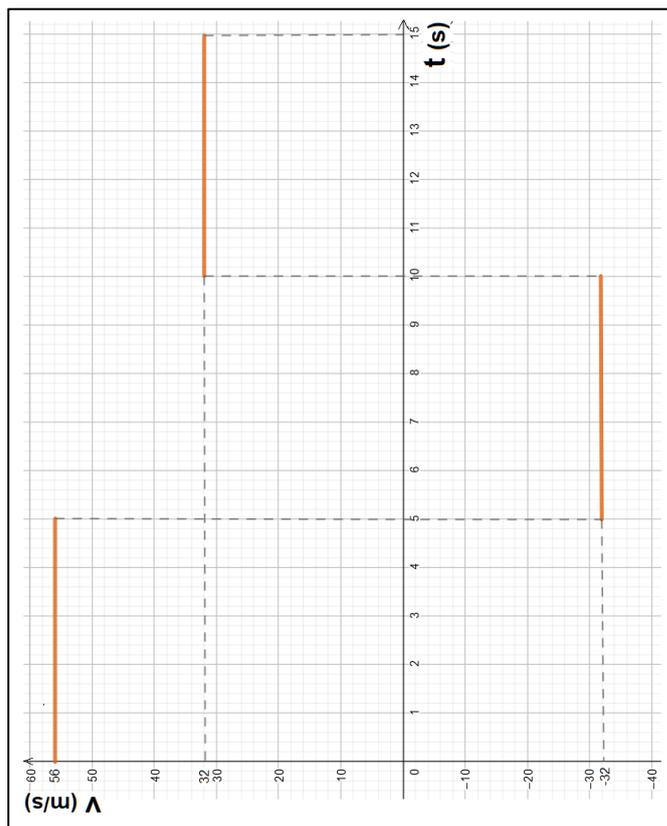


Imagen 21.

Fuente: Autoría propia.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

III.- Objetivo

- a.- Descubrir y establecer las características, leyes y ecuaciones que rigen el movimiento rectilíneo uniformemente variado mediante las gráficas cinemáticas de móviles con aceleración constante analizándolos en el software "Tracker".
- b.- Consolidar y formalizar los aprendizajes obtenidos mediante los contenidos científicos y la resolución de ejercicios de MRUV.

III.1 Introducción

Luego de trabajar los contenidos de MRU se estudiará el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV) de una manera similar. Los estudiantes en un primer momento usarán la ficha de trabajo, observando tres videos de una moto con aceleración y los analizarán en el software Tracker para obtener sus gráficas cinemáticas y determinar las características del MRUV con sus tres ecuaciones importantes. Todas las características y ecuaciones serán debatidas y validadas por los estudiantes. Finalmente, en la institucionalización el docente consolidará los conocimientos y desarrollará la situación a-didáctica con actividades de juego.

III.2 Situación didáctica/problema:

III.2.1 Tema:

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado.

III.2.2 Tiempo recomendado:

3 horas.

III.2.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

III.2.4 Expectativa de logro de la situación didáctica:

- a.- Deduce las ecuaciones y las características del MRUV.
- b.- Interpreta, reconoce y trabaja con las gráficas cinemáticas del MRUV.
- c.- Participa activamente en el trabajo individual y grupal. (Responsabilidad, solidaridad y cooperación).

III.2.5 Medios y materiales:

- a.- Computadoras que tengan instalado el software “Tracker”
- b.- Archivos de video (Carpeta “Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado” en el Pen drive o disco del texto)
- c.- Fichas de trabajo para cada estudiante
- d.- Cuaderno de trabajo

III.2.6 Ficha de trabajo:

Ficha de trabajo 3 “MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO”

A continuación, tiene a su disposición la Ficha de trabajo que se usará en esta situación didáctica. Recuerde que cada estudiante debe contar con su propia ficha de trabajo. En la página 62 se continua con la aplicación de la situación didáctica/problema.



Fuente: <https://www.telesoldiario.com/deportes/dakar-2019-conoce-como-continua-la-etapa-4-36055/>

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

FICHA DE 3 TRABAJO

El MRUV es un tipo de movimiento frecuente en la naturaleza. Una bola que rueda por un plano inclinado, un motociclista que sube y que baja colinas son cuerpos que se mueven ganando velocidad con el tiempo de un modo aproximadamente uniforme; es decir, con una aceleración constante.

Fuente: http://aplicaciones2.colombiana-prende.edu.co/red_privada/sites/default/files/MOVIMIENTO_RECTILINEO_UNIFORMEMENTE_VARIADO.pdf

Datos:

Nombre: Paralelo: Nivel:
Fecha:

Indicaciones:

- Abra el software Tracker en su computadora.
- Para esta ficha utilice los videos "MRUV 1", "MRUV 2" y "MRUV 3" que se encuentran en carpeta "Videos de MRUV" (carpeta dada por el docente).

ACCIÓN

I PARTE

Pregunta-problema: *¿Cuáles son las características del movimiento de la moto?*

PARTE I.1 ¿Qué significa movimiento rectilíneo?



1 Característica:

- I.- Cargue el video "MRUV 1" de la carpeta "MRUV" en el software.
- II.- Analice el video y observe como es el desplazamiento¹ de la moto.

Complete y señale lo correcto:

¿De acuerdo con el video que tipo de movimiento tiene la moto?



Curvilíneo



Rectilíneo

F. 3 | Conclusión I. 1

PARTE I.2 ¿Qué significa uniformemente variado?



1 Gráfica:

- I.- Abra el video "MRUV 1" en el software y observe en la sección diagrama la gráfica "Velocidad - Tiempo", encuentre la tendencia desde $t_1 = 0_s$ hasta $t_2 = 3_s$ y dibújela a continuación.

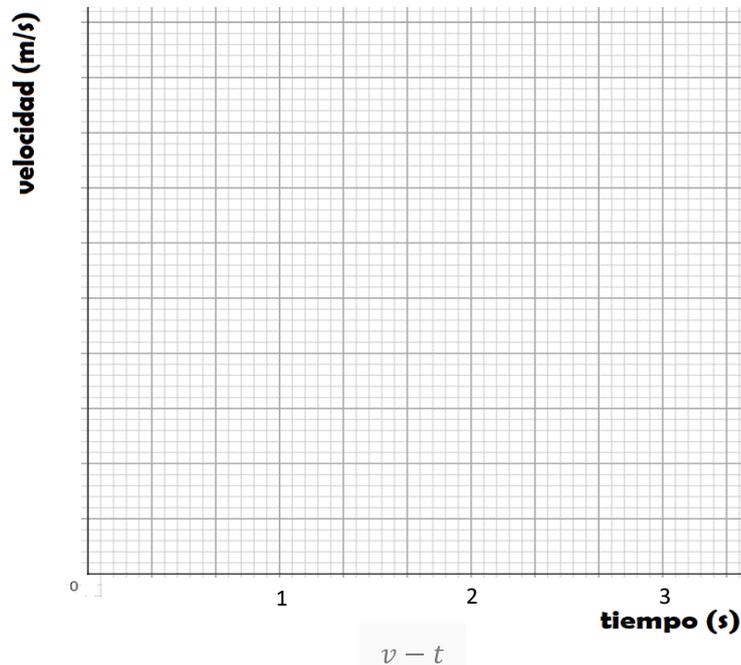
F. 3 | Gráfica 1 Velocidad - Tiempo



F. 3 | Recuerda I

Variables

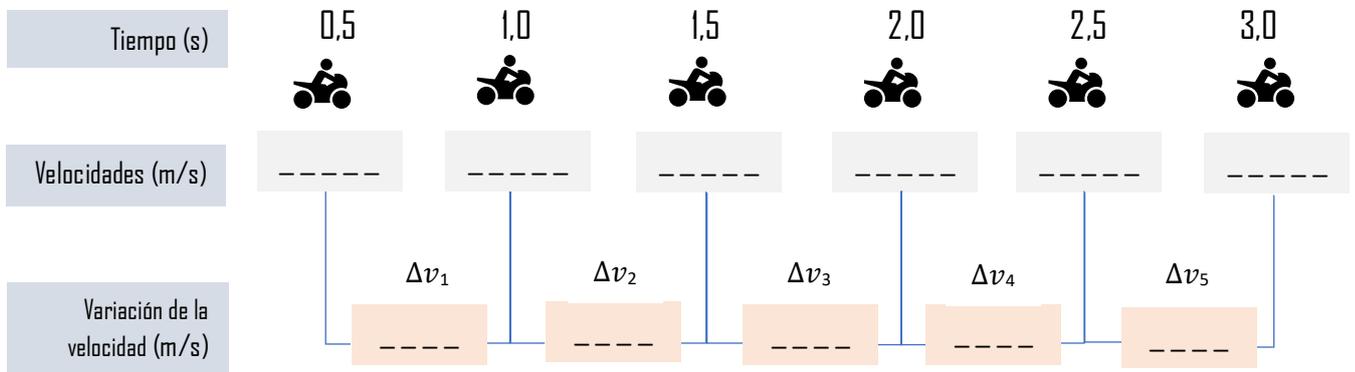
Guíese en el recuerda I de la ficha de trabajo 2 pág. 26.



I Completa:

1.- Complete lo siguiente en cada intervalo de tiempo desde $t=0,5_s$ hasta $t=3_s$ para esto use los valores de la línea de tendencia graficada en F.3 | Grafica 1 Velocidad - Tiempo y complete las:
a.- velocidades² (v) y **b.-** variaciones³ de las velocidades (Δv).

Complete cada intervalo de tiempo:



II Característica:

1.- Una vez que tenga los valores de las variaciones de la velocidad analice lo siguiente:

Señale lo correcto:

- a. ¿Qué ocurre con $\Delta v_1, \Delta v_2, \Delta v_3, \Delta v_4, \Delta v_5$?
 Estos valores son: Iguales Diferentes
- b. Entonces, ¿Cómo varía la velocidad de la moto?:
 Inconstantemente Constante o Uniformemente

F. 3 | Conclusión 1. 2

2.- Revise la F. T. 1 pág. 9 parte VI.

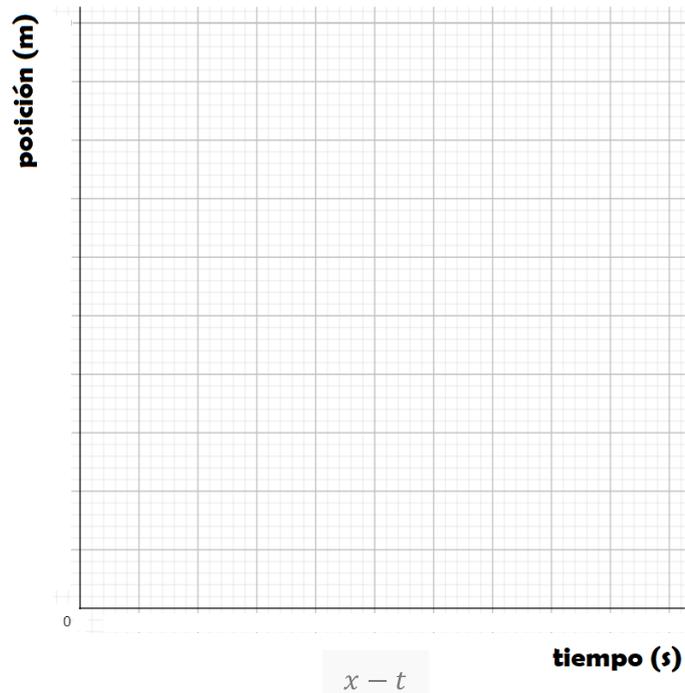
3.- La variación de la velocidad se refiere dos puntos, es decir, un punto inicial y otro final, recuerde V.

PARTE I.3 ¿Qué tipo de curva representa la gráfica "Posición - Tiempo"?

2 Gráfica:

I.- Cargue nuevamente el video "MRUV 1" en el software y **Analícelo**.

II.- Dibuje en el siguiente diagrama la gráfica "Posición - Tiempo" que observa en el software (sección diagrama).

F.3 | Gráfica 2 Posición - Tiempo

III Característica:

I.- Observe el tipo de curva de la gráfica F.3 | Gráfica 2 Posición - Tiempo.

Señale lo correcto:

F.3 | Conclusión I. 3

¿Cómo es la gráfica cinemática
Posición - Tiempo de un MRUV?

- Semi-parábola
 Semi-recta
 Semi-circunferencia

II PARTE

Pregunta-problema: ¿Qué hace que la moto tenga ese movimiento?

PARTE II. 1

¿Cuál es la ecuación de la aceleración y cómo se la representa?

IV Característica:

I.- Observe el tipo de curva de la gráfica F.3 | Gráfica 1 Velocidad - Tiempo.

Señale lo correcto:

¿Cómo es la gráfica cinemática
Velocidad - Tiempo de un MRUV?

- Parábola
- Recta
- Circunferencia

F.3 | Conclusión II. 4

I Análisis matemático:

I.- Una vez identificado el tipo de gráfica, procederemos a sacar las ecuaciones importantes.

Complete:



F.3 | Recuerda II

Gráficas

Guíese en el recuerda de II de la ficha de trabajo 2 pág. 28.

Según el recuerda II ¿Cuál es la ecuación de la recta?:

Análisis a:

$$\boxed{} = \boxed{} \boxed{} + \boxed{}$$

Como en la gráfica F.3 | Gráfica 1 Velocidad - Tiempo la recta pasa por el origen, entonces:

Análisis b:

$$b = \boxed{}$$

Recuerda III



F.3 | Recuerda III

Origen

Guíese en el recuerda de III de la ficha de trabajo 2 pág. 28.

y además con el cambio de variables se tiene que el eje "y" es el eje de la "velocidad (v)" y el eje "x" es el eje del "tiempo (t)"; por lo tanto, reescriba la ecuación a su nueva forma:

Análisis c:

$$\boxed{} = \boxed{} \boxed{}$$

Ecuación a

A continuación, en el siguiente cuadro escriba la ecuación de la pendiente (m):

Análisis d:

$$m = \frac{\boxed{} - \boxed{}}{\boxed{} - \boxed{}}$$

Recuerda IV

De igual manera como en el Análisis c, reescriba la ecuación de la pendiente con las nuevas variables:

Análisis e:

$$m = \frac{\boxed{} - \boxed{}}{\boxed{} - \boxed{}}$$



F.3 | Recuerda IV

Pendiente

Guíese en el recuerda de IV de la ficha de trabajo 2 pág. 29.

1 Ejercicio:

I.- Determine el valor de la pendiente de la gráfica F.3 | Gráfica 1 Velocidad - Tiempo.

II.- Realice este desarrollo tomando dos puntos cualesquiera use la ecuación obtenida en el análisis e y tome en consideración las unidades con las que trabaja.

Desarrollo:

R// El valor de la $m =$ _____ **Unidad:** _____

V Características:

Complete:

F.3 | Conclusión II. 5

a

El valor que obtuvo de la pendiente en el ejercicio I se le conoce como **aceleración**⁴¹ se representa con la letra ***a*** y se expresa en **m/s^2** .

b

Por lo tanto, como la pendiente de una recta tiene siempre el mismo valor, ¿cuál es el parámetro constante en el MRUV?

Análisis matemático:

I.- Una vez conocida las características de la aceleración se procede hallar su ecuación.

Complete:

Como la pendiente de la gráfica posición-tiempo del MRUV es la aceleración:

Análisis f:

$$m = \frac{\square}{\square}$$

reemplace en la ecuación (a) obtenida anteriormente:

Análisis g:

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

despeje la aceleración:

Análisis h:

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

aplique el **recuerda V** y reescriba la ecuación a su nueva forma:

Análisis h.1:

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \quad \text{ó} \quad \frac{\square}{\square} = \frac{\square - \square}{\square}$$



F. 3 Recuerda V

v, t

$$v = \Delta v = v_2 - v_1$$

$$t = \Delta t$$

La velocidad (v) y el tiempo (t) con sus respectivas variaciones (de un punto final a uno inicial).

ECUACIÓN
A

ACELERACIÓN



La siguiente imagen muestra un colchón de aire donde se realiza prácticas de laboratorio con el fin de medir: velocidades y aceleraciones con un cuerpo con masa variable.

Fuente: https://www.google.com.ec/search?q=practicass+de+laboratorio+mruv&rlz=C2S0JL_esEC777EC7776source=Inms&tbm=isch&sa=X&ved=DahUKÉwjK40CLxubfAhUHvFKKHG88B_OQ_AUIdig88biw=15366bih=723#imgrc=dd3f0g4t8wdKM:

III PARTE

Pregunta-problema: ¿Qué ecuaciones me ayudarían a conocer el desplazamiento y las velocidades de la moto?

PARTE III. 1

¿Cuál es la ecuación del desplazamiento y que representa el área bajo la curva "Velocidad - Tiempo"?



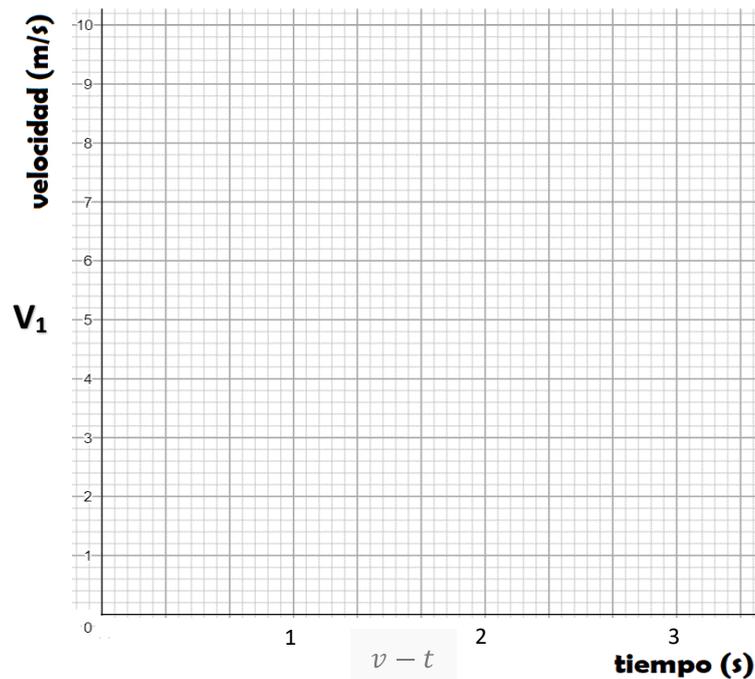
3 Gráfica:

I.- Cargue el video "MRUV 2" en el software y **Analice** su movimiento.

II.- Observe en la sección diagrama la gráfica "Velocidad - Tiempo", encuentre la línea de tendencia y dibújela a continuación.

Realice el literal a:

F. 3 | Gráfica 3 Velocidad - Tiempo



a

Señale el área bajo la curva desde $t = 0_s$ y $t = 2,5_s$

VI Característica:

I.- Revise la F. 2 | Conclusión III. 6 que se encuentra en la página 33.

Complete:

a

¿Qué representa el área bajo la curva de la gráfica F. 3 | Gráfica 3 Velocidad - Tiempo. ?

F. 3 | Conclusión III. 6



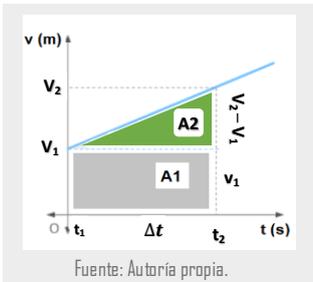
Análisis matemático:

I.- A continuación, vuelva a dibujar la gráfica **F. 3 | Gráfica 3.1 Velocidad - Tiempo** y divídala por áreas.

Guíese por el recuerda VI:

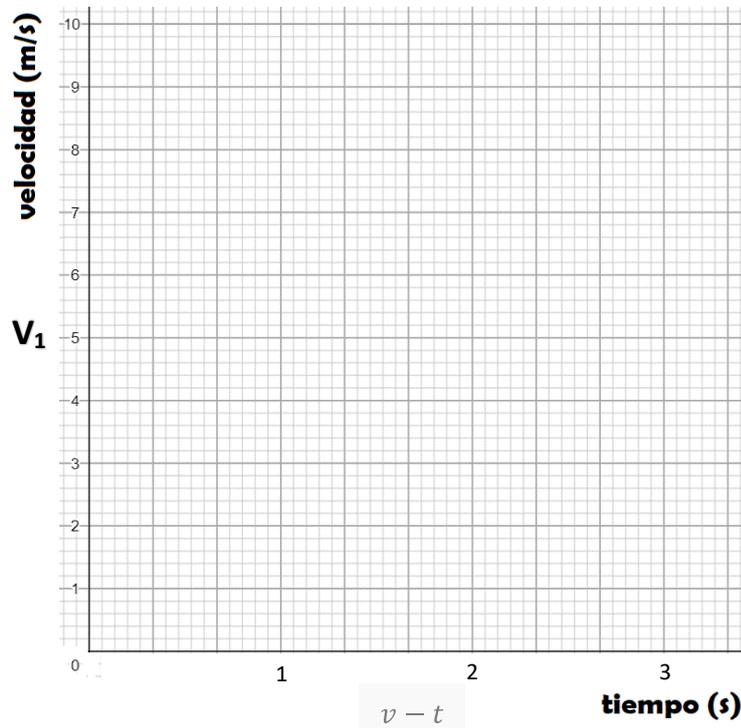


F. 3 | Recuerda VI Área 2



La siguiente gráfica se ha dividido por áreas, **A1** que representa un rectángulo y **A2** que representa un triángulo rectángulo. La suma de las dos áreas representa el área total bajo una recta que parte desde t_1 hasta t_2 . **CUIDADO!** En las dimensiones que da a los lados de cada área y recuerde las variables con las que trabaja.

F. 3 | Gráfica 3.1 Velocidad - Tiempo



II.- Ahora escriba la expresión del área total bajo la curva (desplazamiento "x") de la gráfica

F. 3 | Gráfica 3.1 Velocidad - Tiempo.

Guíese por el recuerda VI:

El área por encontrar es:

desplazamiento: $\Delta x = A_1 + A_2$

Halle las dimensiones de las áreas A_1 y A_2 :

Análisis i:

$$\Delta x = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}} + \frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$$

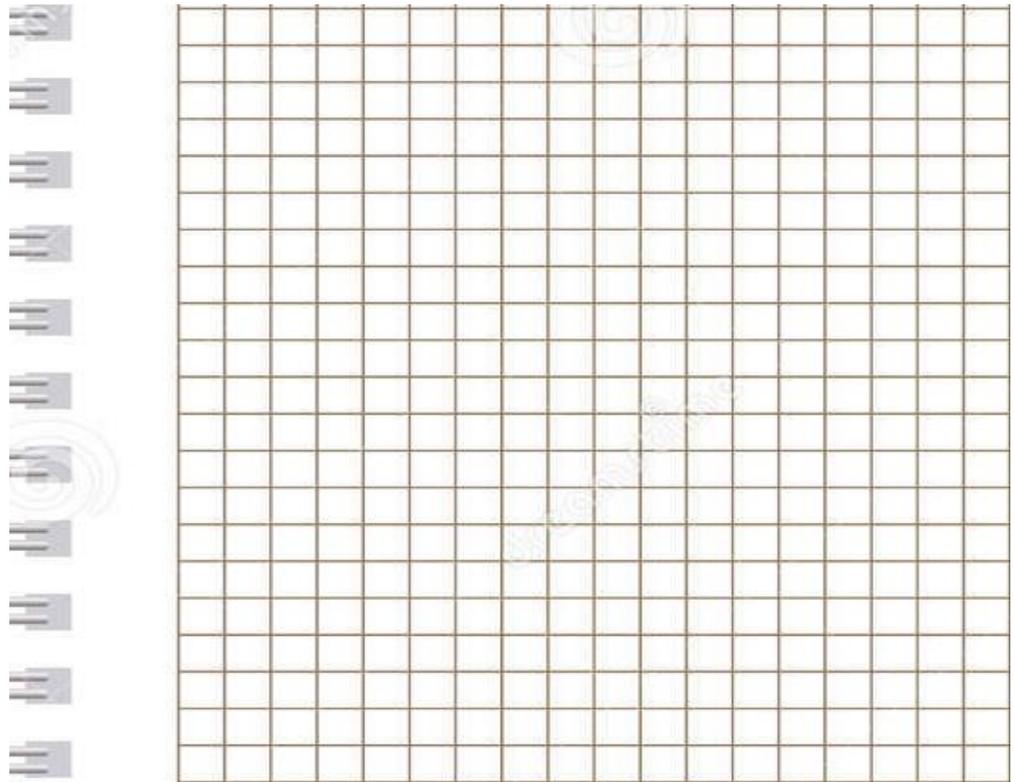
Ecuación b

De la ecuación (A) obtenida en el análisis h. I despeje $V_2 - V_1$:

Análisis j:

$$V_2 - V_1 = \underline{\hspace{1cm}} \underline{\hspace{1cm}}$$

Despeje $(v_2)^2$ del análisis n realizando todas las operaciones necesarias y reduciendo términos semejantes:



Escriba a continuación la ecuación resultante:

Análisis n: $(V_2)^2 = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$

ECUACIÓN C VELOCIDAD FINAL²

PARTE III. 3 ¿Cuáles son las características de la aceleración?

4-5 Gráficas:



I.- Cargue el video "MRUV 1" y "MRUV 3" en el software.

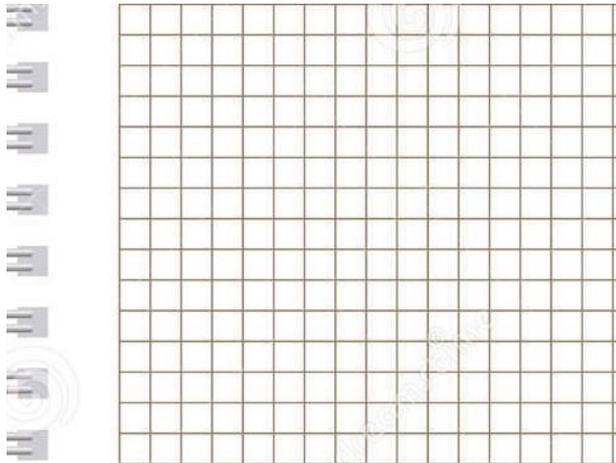
II.- Analice el video "MRUV 1" para la sección I y el video "MRUV 3" para la sección II, encuentre con la ayuda del software las funciones de las gráficas "velocidad - Tiempo" y sus líneas de tendencia.

III.- A partir de estas encuentre la pendiente de cada una. Este valor le servirá para realizar la gráfica aceleración - tiempo.

Observe la F. 3 | Conclusión II. 5 y recuerde que la pendiente es el valor de la aceleración constante, por lo tanto, encuentre las pendientes y dibuje la aceleración en cada sección.

I Sección:

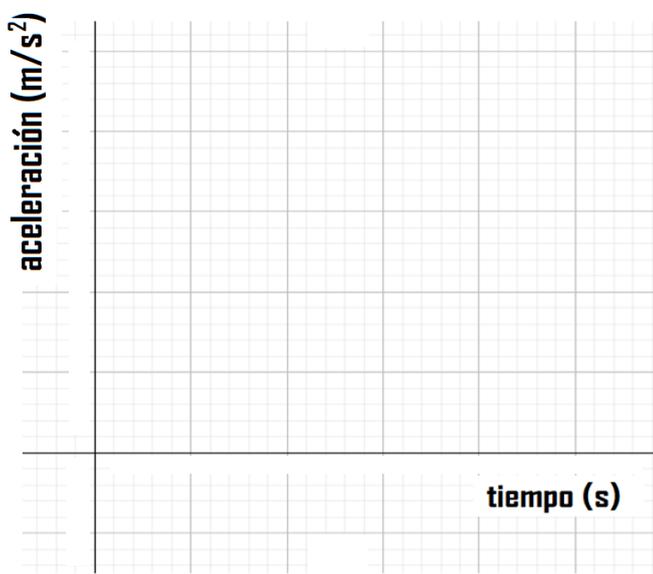
Complete y guíese del recuerda IV:



R// El valor de la $m = a =$

Grafique el valor obtenido de la aceleración constante a continuación:

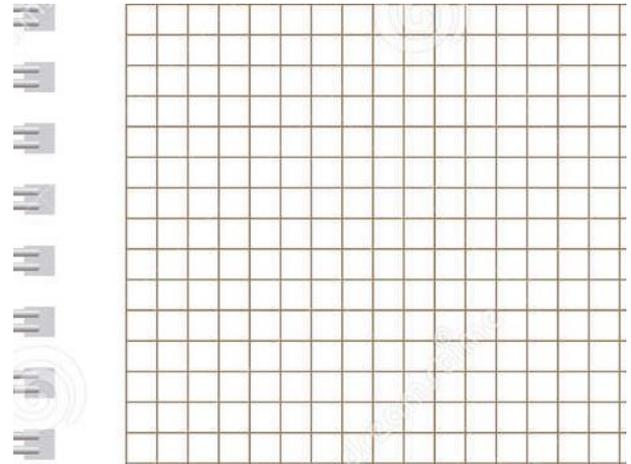
F. 3 | Gráfica 4 **aceleración - Tiempo**



$a - t$

II Sección:

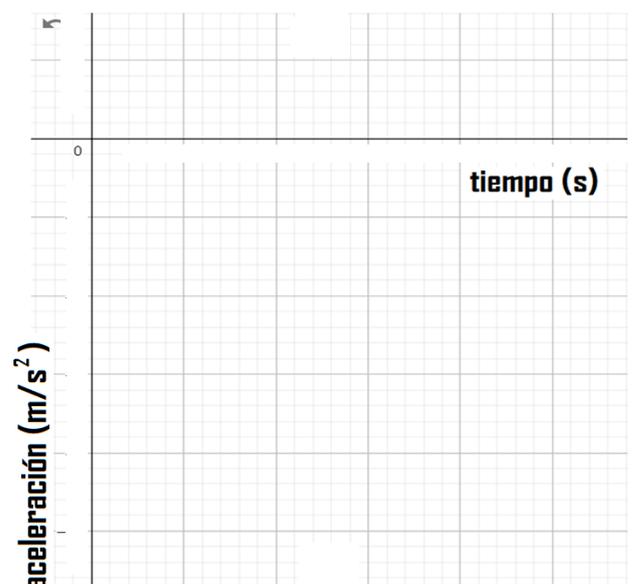
Complete y guíese del recuerda IV:



R// El valor de la $m = a =$

Grafique el valor obtenido de la aceleración constante a continuación:

F. 3 | Gráfica 5 **aceleración - Tiempo**



$a - t$

VII Características:

Observe la gráfica 4 y señale la opción correcta:

Observe la gráfica 5 y señale la opción correcta:

- a.1 De acuerdo con la gráfica ¿qué sucede con la aceleración?
- Es constante con el tiempo
- Aumenta con el tiempo
- Disminuye con el tiempo

- b.1 Y según el video ¿qué sucede con la velocidad?
- Aumenta
- Disminuye

- c.1 ¿Qué cree que debe ser la magnitud de la aceleración para que lo anterior suceda?
- Positiva
- Negativa
- Nula

- d.1 Por lo tanto, ¿qué movimiento tiene la moto?
- Acelerado
- Desacelerado

e ¿Cómo es la gráfica cinemática **Aceleración - Tiempo** de un MRUV?

- a.2 De acuerdo con la gráfica ¿qué sucede con la aceleración?
- Aumenta con el tiempo
- Disminuye con el tiempo
- Es constante con el tiempo

- b.2 Y según el video ¿qué sucede con la velocidad?
- Aumenta
- Disminuye

- c.2 ¿Qué cree que debe ser la magnitud de la aceleración para que lo anterior suceda?
- Negativa
- Positiva
- Nula

- d.2 Por lo tanto, ¿qué movimiento tiene la moto?
- Acelerado
- Desacelerado

- Recta paralela al eje del tiempo
- Recta perpendicular al eje del tiempo

E. T. 3 | Conclusión III. 7

PARTE III. 4

I.- ¿Que representa el área bajo la curva de la gráfica E. T. 3 | Gráfica 4 aceleración - Tiempo y E. T. 3 | Gráfica 5 aceleración - Tiempo.?

V Análisis matemático:

I.- Observe la gráfica E. T. 3 | Gráfica 4 aceleración - Tiempo y realice este desarrollo tomando dos puntos $t = 1s$ y $t = 3s$.

Guíese por el recuerda VII y toma en consideración las unidades con las que trabaja:

Para encontrar el área bajo la curva de la gráfica f.3 | Gráfica 4 aceleración - Tiempo aplique la siguiente formula:

Análisis p:

$$A = \square \square$$

Recuerda VIII

Ahora aplicando los valores dados $t = 1s$ y $t = 3s$ se tiene:



F. 3 | Recuerda VIII **ÁREA**

Guíese en el recuerda de VI de la ficha de trabajo 2 pág. 32.

Desarrollo:

R//: El valor del **A** = _____ **Unidad:** _____

VIII Característica:

Complete:

a

Analizando la unidad que resulta del anterior desarrollo ¿Qué representa el área bajo la curva de la gráfica f.3 | Gráfica 4 aceleración - Tiempo en un MRUV?

F. 3 | Conclusión III . 8

CONCLUSIONES

Y ECUACIONES

F. 3 | Conclusión I . 1

¿Qué tipo de movimiento es el MRUV? _____

F. 3 | Conclusión I . 2

¿En el MRUV la velocidad varía uniformemente? Si, No ¿Por qué?

F. 3 | Conclusión II . 3

¿En el MRUV que tipo de gráfica es la posición - tiempo? _____

F. 3 | Conclusión II . 4

¿En el MRUV que tipo de gráfica es la Velocidad - tiempo? _____

F. 3 | Conclusión II . 5

¿Qué es la pendiente en la gráfica Velocidad-tiempo de un MRUV? _____

¿Cuál es su unidad y como se la representa? _____

F. 3 | Ecuación A

Aceleración

=

F. 3 | Conclusión III . 6

¿Qué es el área bajo la curva de la gráfica velocidad-tiempo?

F. 3 | Ecuación B

Desplazamiento

=

F. 3 | Ecuación C

Velocidad final

=

F. 3 | Conclusión III . 7

De acuerdo con las características obtenidas en esta conclusión, describa con sus propias palabras la aceleración

F. 3 | Conclusión III . 8

¿Qué es el área bajo la curva de la gráfica aceleración -tiempo?

III.2.7 Aplicación:

La situación didáctica está planificada para una duración de tres horas, se recomienda repartir el tiempo de la siguiente manera:

- 60 min para la situación de acción
- 20 min para la situación de formulación
- 40 min para la situación de validación
- 60 min para la institucionalización

El docente debe observar y determinar cómo le conviene distribuir el tiempo para desarrollar los procesos, según el grupo con el que esté trabajando.

Nota

Revise en la página **xiii** las “*indicaciones previas para desarrollar las situaciones didácticas*”



III.2.7.1 Situación de Acción

Los estudiantes desarrollan la Ficha de trabajo 3 “Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado”.

En la ficha de trabajo se usarán los videos que se encuentran en la carpeta “Videos de MRUV” (Véase la Imagen 22).

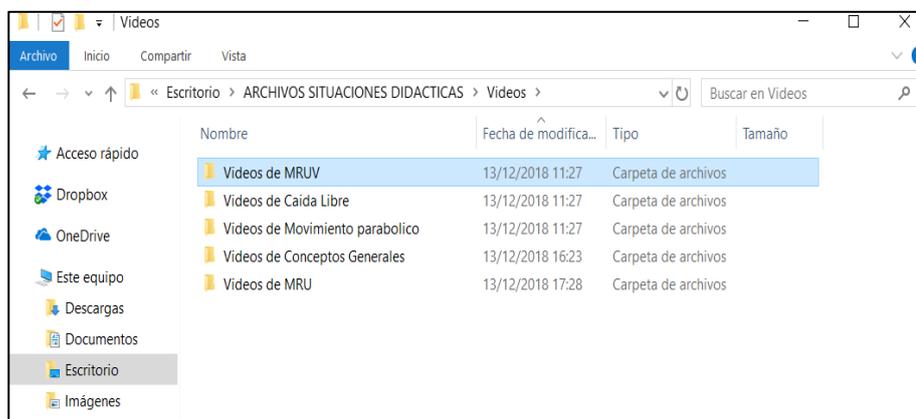


Imagen 22.

Fuente: Autoría propia.

En la ficha de trabajo “Parte I y II” los estudiantes van a usar el video “MRUV 1” (Véase la Imagen 23), en la “Parte III.1” deberán usar el video “MRUV 2” y en la “Parte III.3” usarán el video “MRUV 1” y “MRUV 3”. El

docente deberá estar atento que se use el video correcto que corresponda a cada parte de la ficha de trabajo.

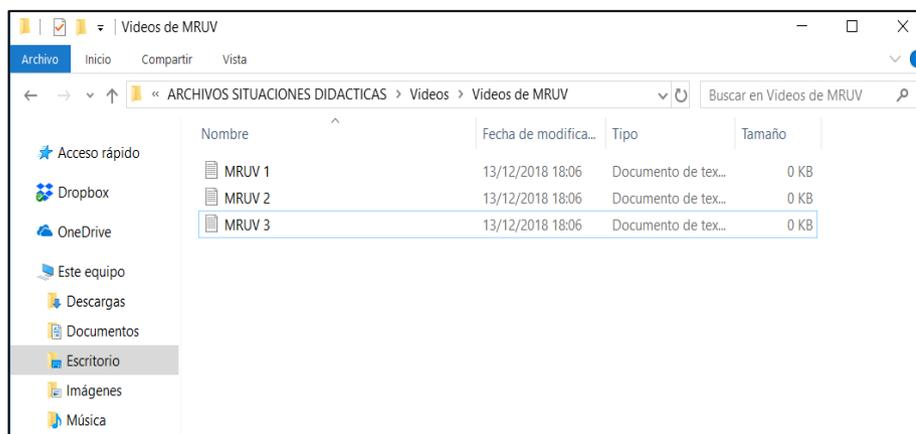


Imagen 23.

Fuente: Autoría propia.



III.2.7.2 Situación de Formulación

El organizador gráfico que los estudiantes desarrollarán, luego de compartir sus conclusiones, es un **Mapa conceptual**. Este debe ser realizado en una hoja y entregado al docente.



III.2.7.3 Situación de Validación

La validación debe llevarse a cabo de la siguiente manera; primero se entregará a cada grupo las gráficas cinemáticas (**velocidad-tiempo** y **aceleración-tiempo**) de un MRUV (véase en anexos III Imagen 24 e Imagen 25 respectivamente) con las que se pondrá a prueba las conclusiones a las que llegaron los estudiantes.

Luego, se indicará a los estudiantes que del movimiento real de un móvil se han obtenido las gráficas cinemáticas del anexo III, para que de esta manera no se desvincule la relación entre la realidad y las gráficas.

Todas las conclusiones serán validadas y consensadas de la siguiente manera por todo el grupo de estudiantes.

Para la

F.3 | Conclusión I. 1

se preguntará acerca de las características del movimiento de la moto, es decir de la trayectoria que este tiene.

Para la

F.3 | Conclusión I. 2
F.3 | Conclusión II. 3

los estudiantes analizarán como es el cambio de la velocidad desde el tramo $t_1 = 0$ s hasta $t_2 = 5$ s en la imagen 24, además validarán la F.3 | **Conclusión II. 3.**

Es importante que se analice el cambio de velocidad por cada segundo.

Para la

F.3 | Conclusión II. 4
F.3 | Conclusión II. 5

observarán y analizarán la gráfica velocidad-tiempo (anexos III Imagen 24) y construirán la gráfica posición-tiempo del movimiento.

Para la

F.3 | Ecuación A

determinarán la aceleración en el tramo $t_1 = 9$ s hasta $t_2 = 12$ s de la gráfica cinemática velocidad-tiempo (anexos III Imagen 24) con la ecuación obtenida de la aceleración.

Para la

F.3 | Ecuación B
F.3 | Conclusión III. 6

encontrarán el desplazamiento usando la gráfica velocidad-tiempo (anexos III Imagen 24) en el tramo $t_1 = 5$ s a $t_2 = 9$ s con la ecuación obtenida de desplazamiento y validarán la F.3 | **Conclusión III. 6.**

Para la

F.3 | Ecuación C

para determinar la velocidad final en $t = 8s$ aplicarán la ecuación obtenida. Los estudiantes pueden hacer uso de las tres graficas cinemáticas para obtener los valores necesarios en la ecuación.

Para la

F.3 | Conclusión III. 7
F.3 | Conclusión III. 8

analizarán la gráfica aceleración-tiempo (anexo III Imagen 25) y también determinarán el cambio de velocidad en el tramo $t_1 = 0s$ hasta $t_2 = 5s$

Nota: Al final todas las conclusiones deben ser comparadas y consensuadas, especialmente para las conclusiones en las que se aplica una ecuación, en estas los estudiantes compararán los resultados obtenidos.



III.2.7.4 Situación de Institucionalización

A continuación, se presenta el contenido científico del MRUV que el docente podrá utilizar como guía.

Contenido Científico	Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado
Características	
<ul style="list-style-type: none"> — Abreviado es MRUV. — Los cuerpos se describen sobre una recta, por lo que es un movimiento rectilíneo. — La velocidad varía a lo largo del tiempo, pero de manera uniforme, por esto se le conoce como “uniformemente variado” (variaciones de velocidad iguales en tiempos iguales) 	

- En el MRUV existe una aceleración constante que provoca la variación de la velocidad.
- Cuando la velocidad y la aceleración tienen la misma dirección y sentido, se dice que es acelerado.
- Cuando la velocidad y la aceleración tienen opuestos sentidos, se dice que es desacelerado.

Ecuaciones

Escalar:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

$$\Delta x = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a \Delta x$$

vectorial:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$\Delta \vec{x} = \vec{v}_1 \Delta t + \frac{1}{2} \vec{a} \Delta t^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\vec{a} \Delta \vec{x}$$

Gráficas Cinemáticas:

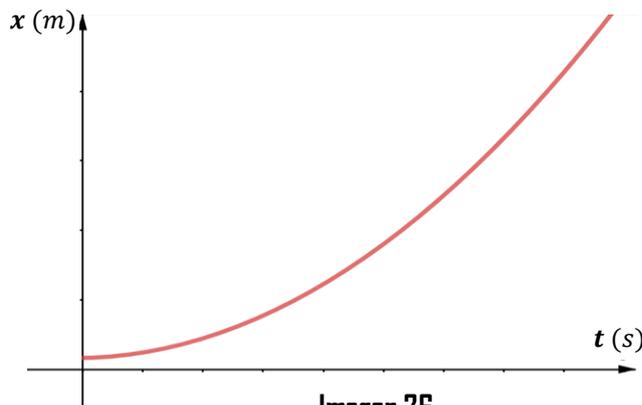
Gráfica posición-tiempo ($x - t$)

Imagen 26.

Fuente: Autoría propia.

Es una parábola en donde la aceleración y la velocidad son positivas y el móvil con MRUV acelera o aumenta la velocidad.

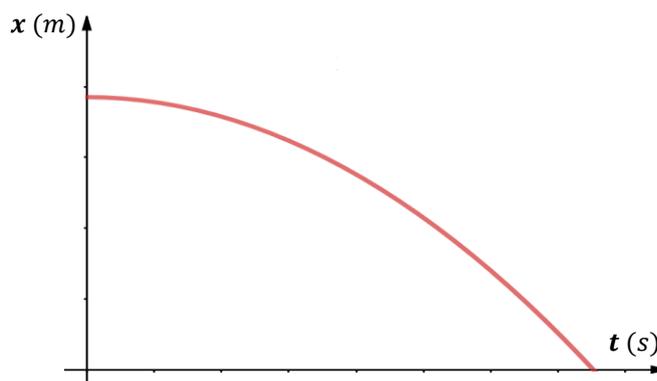


Imagen 27.

Fuente: Autoría propia.

Es una parábola en donde la aceleración y la velocidad son negativas y el móvil con MRUV desacelera o disminuye la velocidad.

Gráfica velocidad-tiempo ($v - t$)

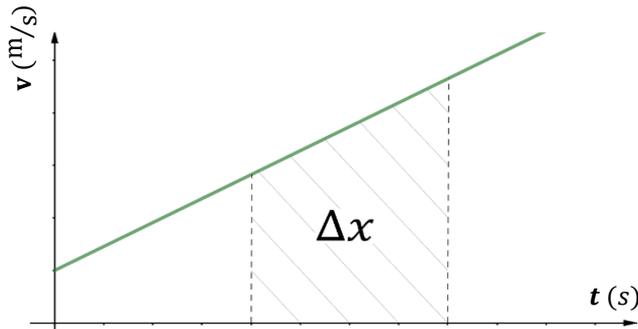


Imagen 28.
Fuente: Autoría propia.

Es una recta creciente debido a que su pendiente es la aceleración, que en este caso es positiva. El área bajo la curva representa el desplazamiento, y es positivo.

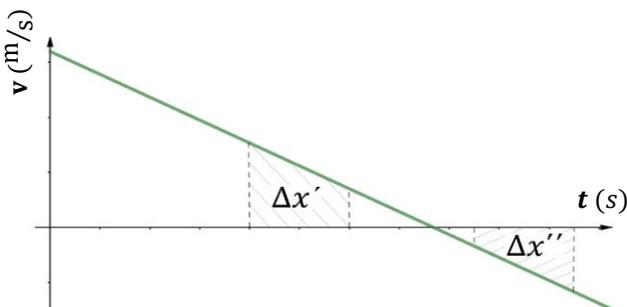


Imagen 29.
Fuente: Autoría propia.

Es una recta decreciente debido a que su pendiente es la aceleración, que en este caso es negativa. El área bajo la curva representa el desplazamiento. $\Delta x'$ es un desplazamiento positivo porque el área se encuentra por encima del eje del tiempo, mientras que $\Delta x''$ es un desplazamiento negativo.

Gráfica aceleración-tiempo ($a - t$)

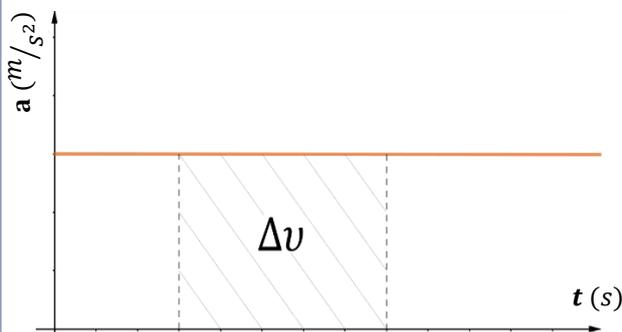


Imagen 30.
Fuente: Autoría propia.

Es una recta paralela al eje del tiempo, en esta situación la aceleración es positiva. El área bajo la curva es la variación de la velocidad, Δv positivo.

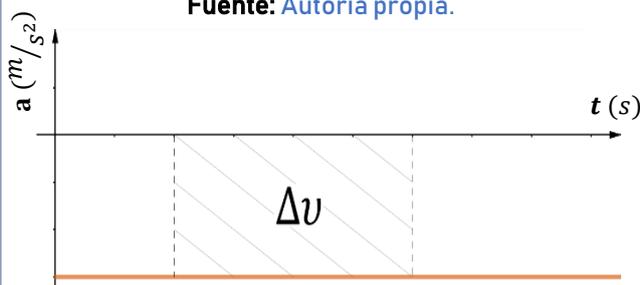


Imagen 31.
Fuente: Autoría propia.

Es una recta paralela al eje del tiempo, en esta situación la aceleración es negativa. El área bajo la curva es la variación de la velocidad, Δv negativo.

Ejercicio resuelto

1.- Un móvil parte del reposo y luego de 25 segundos alcanza una velocidad de $(90\vec{i}) \frac{km}{h}$.

a.- ¿Cuál es la aceleración con la que se mueve el móvil?

b.- ¿Cuánto se ha desplazado el móvil durante los 25 segundos?

Se transforma la velocidad de kilómetros por hora a metros por segundo

$$(90\vec{i}) \frac{km}{h} \left(\frac{1000m}{1km} \right) \left(\frac{1h}{3600s} \right) = (25\vec{i}) \frac{m}{s}$$

Se determina la aceleración del móvil

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

Se conoce que el móvil parte del reposo, $\vec{v}_1 = 0 \frac{m}{s}$, y alcanza una velocidad $\vec{v}_2 = (25\vec{i}) \frac{m}{s}$ en 25 segundos. Reemplazando los datos, se obtiene:

$$\vec{a} = \frac{25\vec{i} - \vec{v}_1}{25} = (1\vec{i}) \frac{m}{s^2}$$

R: La aceleración del móvil es $(1\vec{i}) \frac{m}{s^2}$

Se determina el desplazamiento del móvil con la siguiente ecuación:

$$\Delta\vec{x} = \vec{v}_1 \Delta t + \frac{1}{2} \vec{a} \Delta t^2$$

Se conocemos que el móvil parte del reposo, $\vec{v}_1 = 0 \frac{m}{s}$. Reemplazando los datos, se obtiene:

$$\Delta\vec{x} = (0)(25) + \frac{1}{2} (1\vec{i}) (25)^2$$

$$\Delta\vec{x} = (312,5\vec{i})m$$

R: Durante los 25 segundos el móvil se ha desplazado $(312,5\vec{i})m$.

Ejercicio propuesto

1.- Un móvil que se mueve con MRUV presenta la siguiente grafica $v - t$:

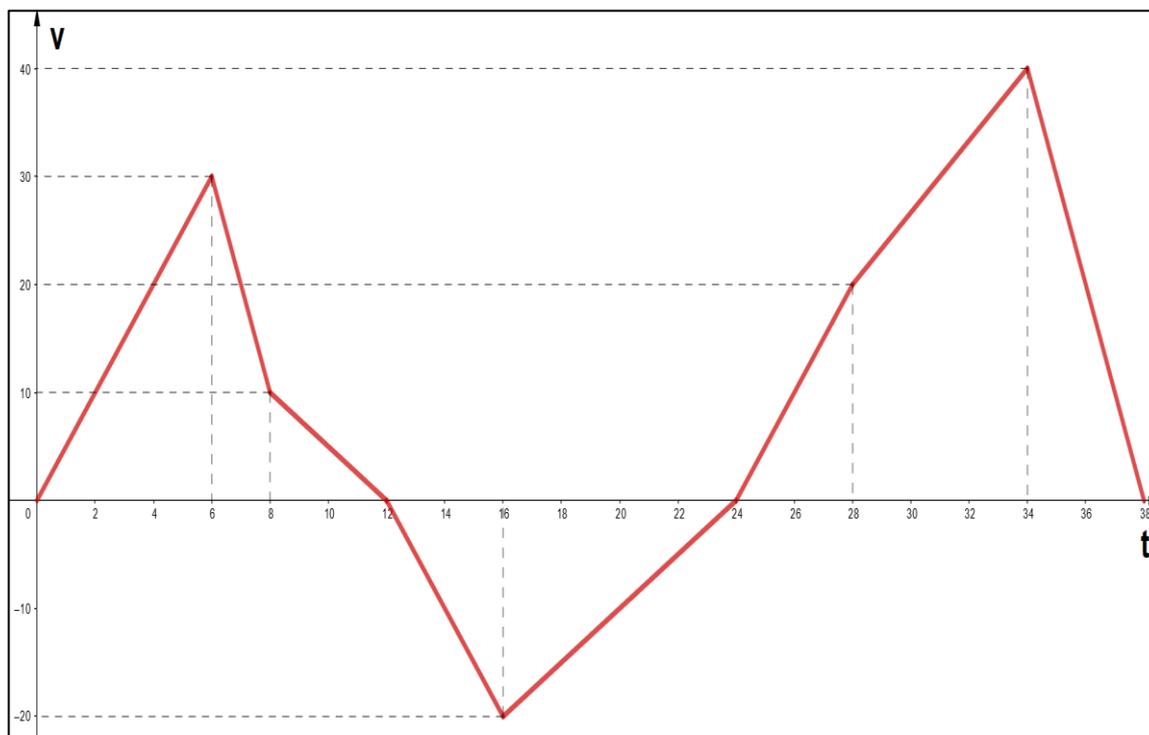


Imagen 32.

Fuente: Autoría propia.

- Determine por medio de la gráfica y las ecuaciones la aceleración del móvil en cada tramo y construya la gráfica $a - t$.
- Finalmente determine el desplazamiento total del móvil.

III.3 Situación a-didáctica:

III.3.1 Tema:

Gráficas cinemáticas del MRUV.

III.3.2 Tiempo recomendado:

1 hora.

III.3.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

III.3.4 Expectativa de logro de la situación a-didáctica:

- a.- Interpreta la gráfica de MRUV y comprende lo que representa la gráfica en la realidad.
- b.- Participa en equipo (Colaboración).

III.3.5 Medios y materiales:

- a.- 6 gráficas cinemáticas simples MRUV (anexo III.1).
- b.- 1 gráfica cinemática MRUV compuesto (anexo III.2).
- c.- Cuaderno de trabajo

III.3.6 Aplicación:

Indicaciones preliminares

- ➔ Este juego será por acumulación de puntos.
- ➔ El docente dividirá a los estudiantes en 6 grupos.



Primera parte: encontrando las características de las gráficas cinemáticas.

Procedimiento: Procedimiento: cada grupo dispondrá de dos gráficas cinemáticas simples (anexo III.1), con ellas obtendrán todas sus características en un tiempo máximo de 15 minutos. Luego, un representante de cada grupo expondrá lo que obtuvieron.

Puntuación:

- ➔ Si las características de las dos gráficas están correctas ganan 10 pts.
- ➔ Sí solo esta una correcta ganan 5 pts.
- ➔ Sí ninguna esta correcta 0 pts.



Segunda parte: gráficas cinemáticas de un MRUV.

Procedimiento: El docente repartirá la gráfica cinemática de MRUV (anexo III.2) a todos los grupos y ellos tendrán que obtener lo siguiente en 30 minutos:

- ➔ La aceleración en todos los tramos.
- ➔ La velocidad en todos los tramos.
- ➔ La gráfica posición-tiempo.
- ➔ La gráfica aceleración-tiempo.
- ➔ El desplazamiento total del móvil.

Puntuación:

- ➔ Los grupos que terminen entre 10 a 15 minutos y tengan todo correcto ganan 20 pts.
- ➔ Los grupos que terminen entre 15 a 20 minutos y tengan todo correcto ganan 15 pts.
- ➔ Los grupos que terminen entre 20 a 25 minutos y tengan todo correcto ganan 10 pts.
- ➔ El resto de los grupos gana 5 puntos si es que han encontrado lo pedido anteriormente.

Los puntajes de esta actividad se sumarán a los puntajes de la anterior parte y se determinará el grupo ganador.

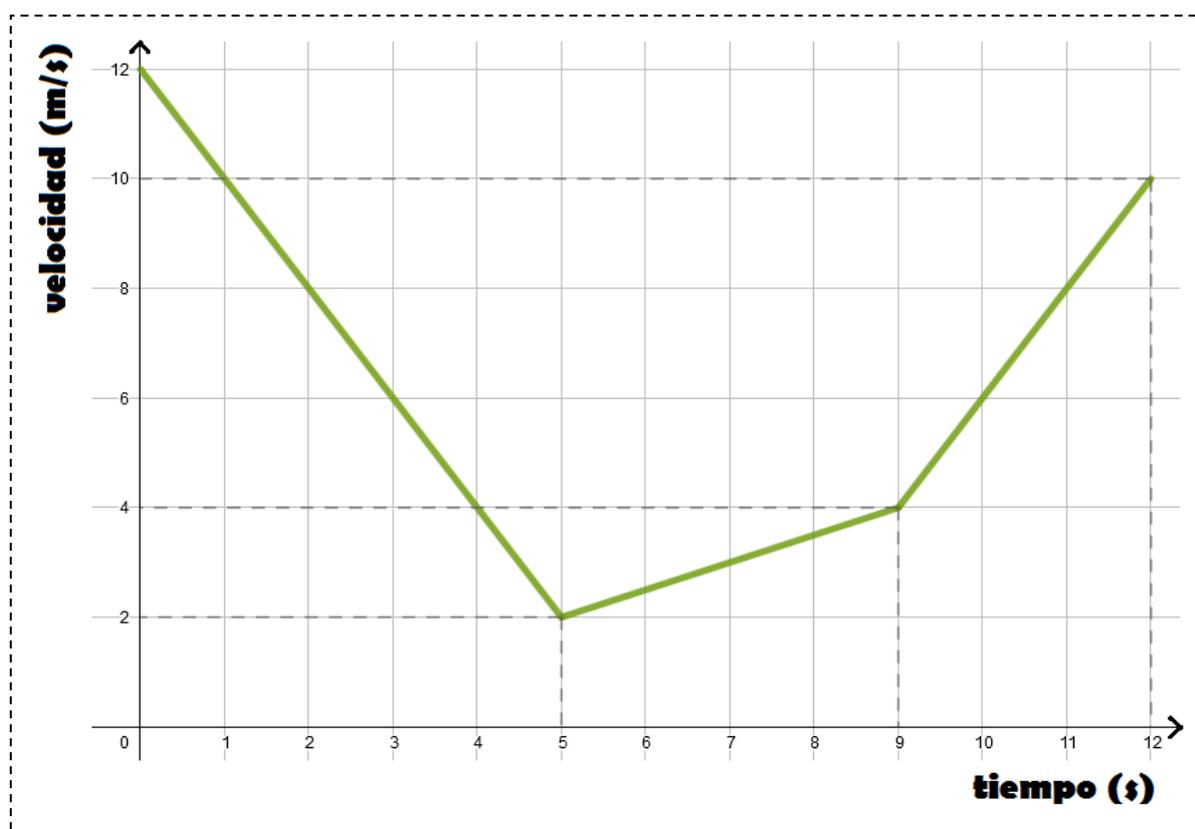
Anexos III

Imagen 24.
Fuente: [Autoría propia.](#)

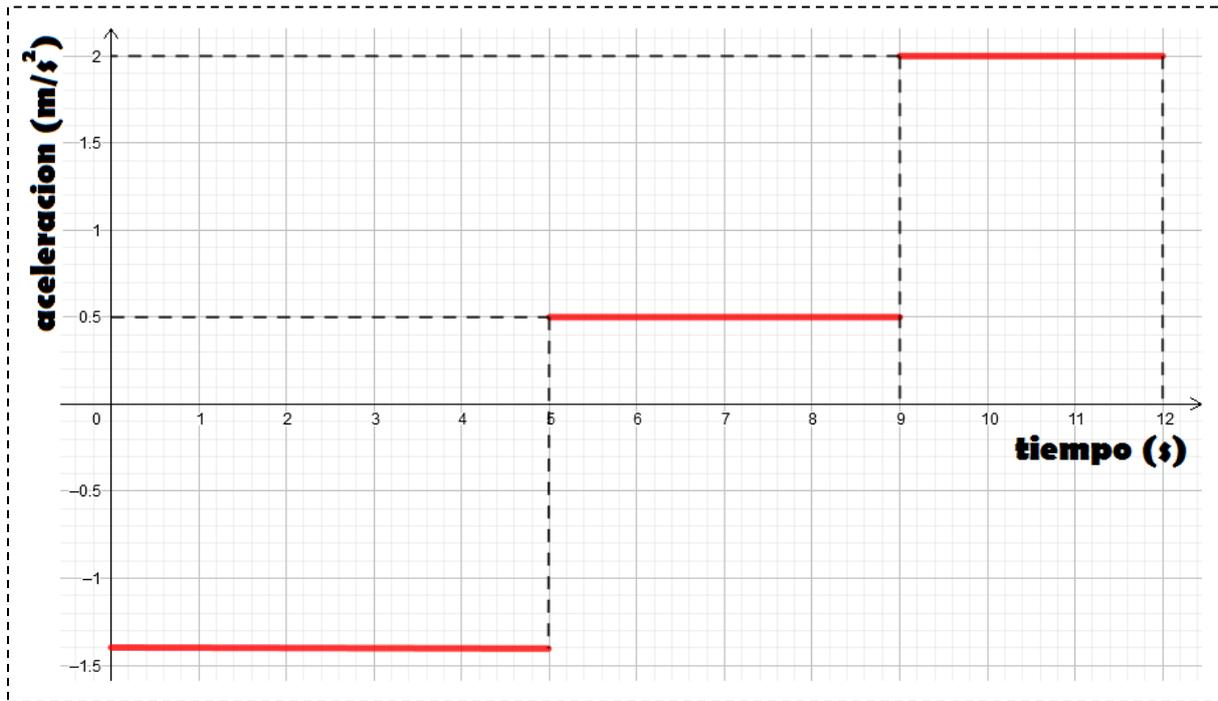


Imagen 25.
Fuente: Autoría propia.

Anexos III.1

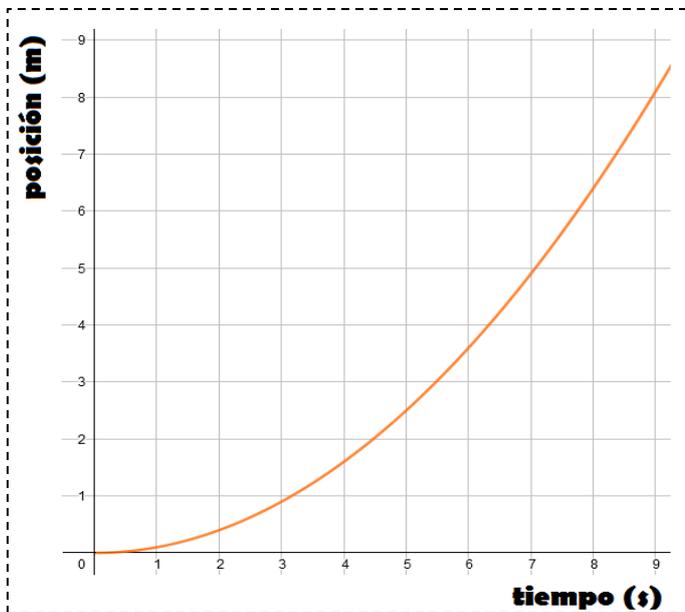


Imagen 33.
Fuente: Autoría propia.

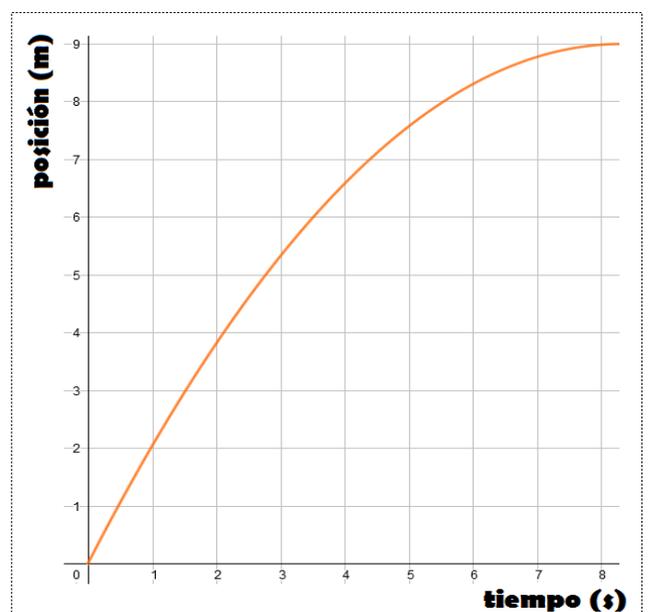


Imagen 34.
Fuente: Autoría propia.

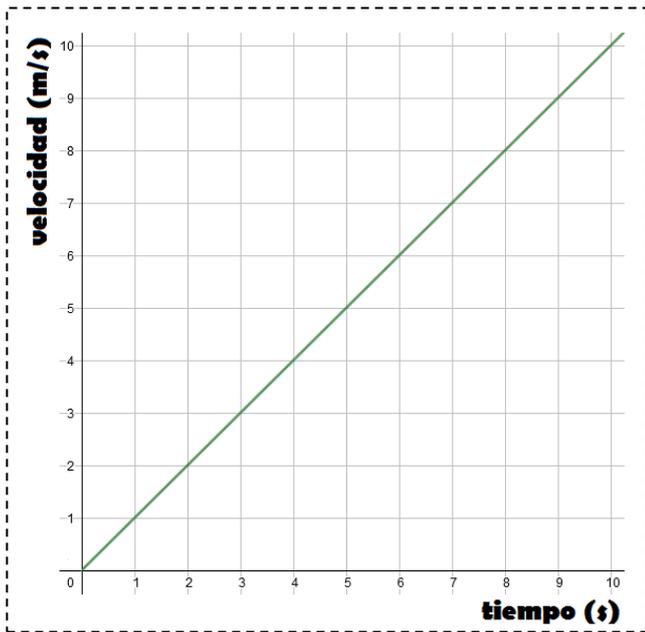


Imagen 35.

Fuente: Autoría propia.

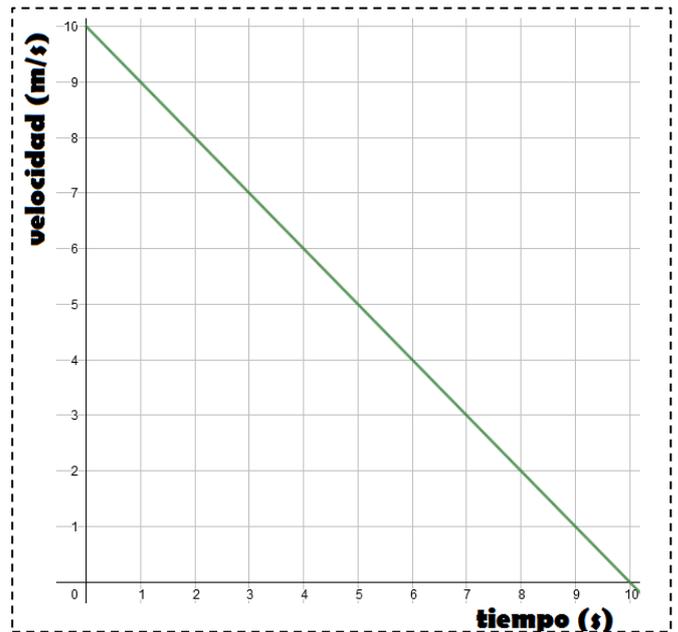


Imagen 36.

Fuente: Autoría propia.

Imagen 37.
Fuente: Autoría propia.

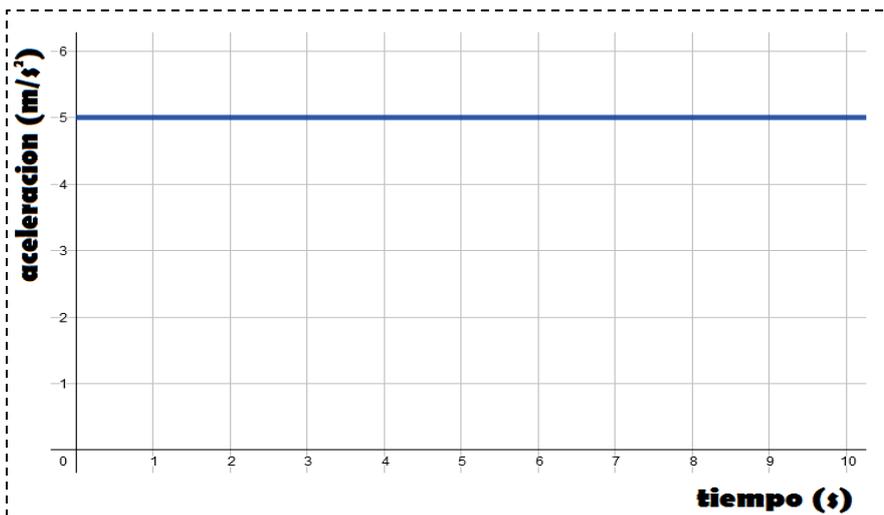
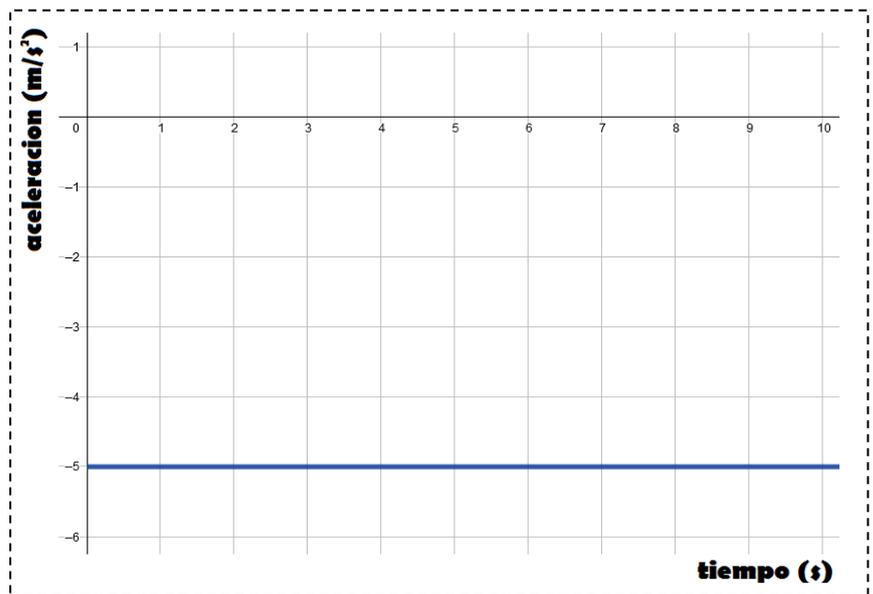


Imagen 38.
Fuente: Autoría propia.

Anexos III.2

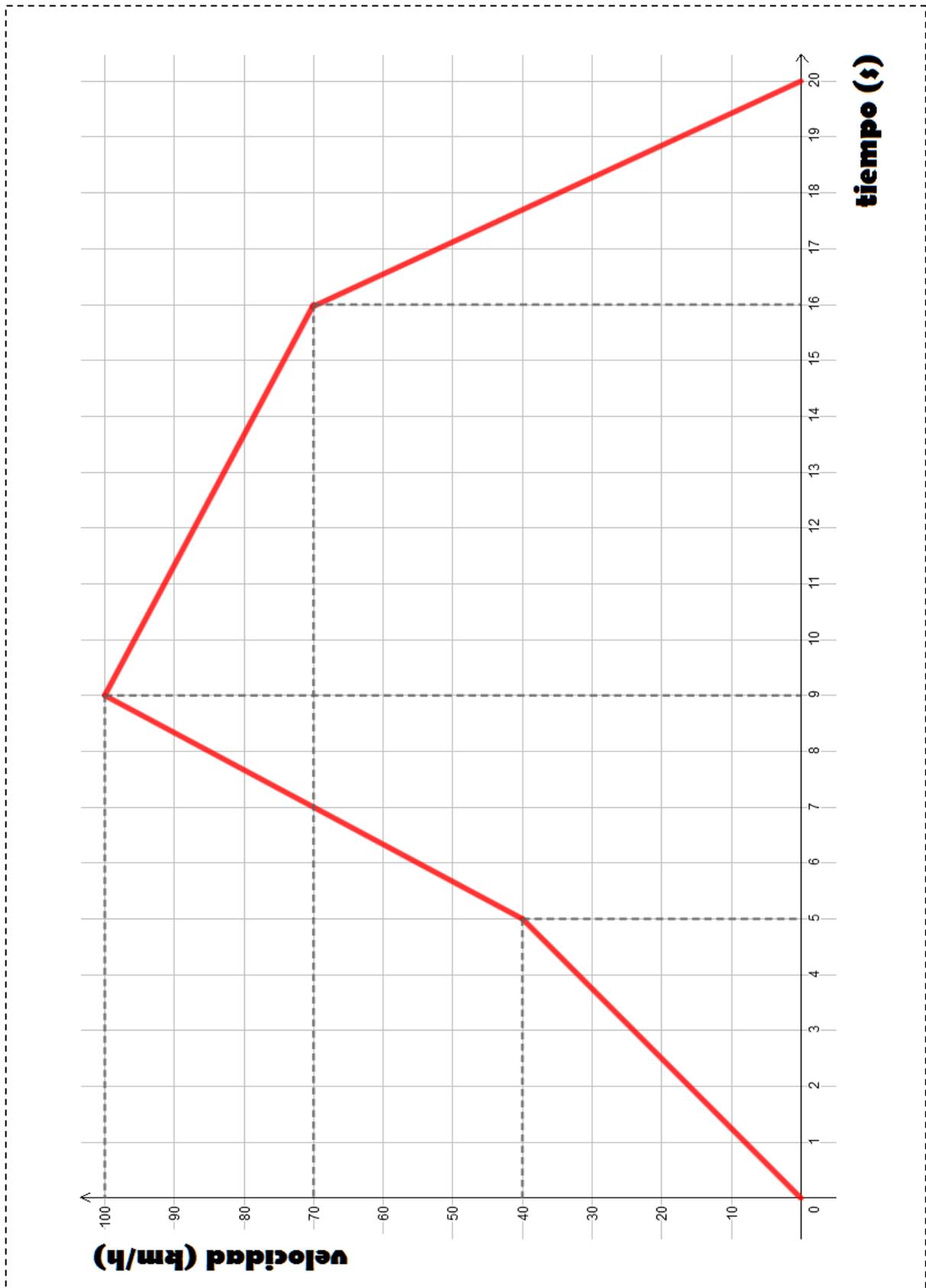


Imagen 39.

Fuente: Autoría propia.

Caída Libre

IV.- Objetivo

- a.- Relacionar y diferenciar las características y ecuaciones de los movimientos: Caída Libre y MRUV, por medio del análisis de videos en el software Tracker y sus correspondientes gráficas cinemáticas
- b.- Formalizar y consolidar los conocimientos con el contenido científico y la resolución de ejercicios de Caída Libre.

IV.1 Introducción

La Caída Libre es un movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), el cual tiene como aceleración constante la gravedad, por esta razón cuando se lo estudia, se analiza las características y ecuaciones del MRUV tomando en cuenta que la trayectoria es una recta vertical, para poder transcribir dichas características y ecuaciones a una nueva forma, para que sean válidas y aplicables en el movimiento de caída libre. Este análisis se pretende que el estudiante realice en la ficha de trabajo por medio del análisis de videos, de ascenso y descenso de cuerpos, en el software Tracker, para luego con sus compañeros compartir sus conclusiones y ecuaciones con el fin de validarlas. Finalmente, es necesario que el docente trabaje en la institucionalización con el propósito de consolidar los conocimientos por medio del contenido científico y la resolución de ejercicios, para que en última instancia se desarrolle la situación a-didáctica con actividades interesantes.

IV.2 Situación didáctica/problema:

IV.2.1 Tema:

Caída Libre.

IV.2.2 Tiempo recomendado:

2 horas.

IV.2.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

IV.2.4 Expectativa de logro de la situación didáctica:

- a.- Determina las características y las ecuaciones de la Caída Libre como caso particular del MRUV.
- b.- Trabaja activamente en las actividades grupales e individuales.

IV.2.5 Medios y materiales:

- a.- Computadoras que tengan instalado el software "Tracker".
- b.- Archivos de video (Carpeta "Caída Libre" en el Pen drive o disco del texto).
- c.- Fichas de trabajo para cada estudiante.
- d.- Cuaderno de trabajo.

IV.2.6 Ficha de trabajo:

Ficha de trabajo 4 "CAÍDA LIBRE"

A continuación, tiene a su disposición la Ficha de trabajo que se usará en esta situación didáctica. Recuerde que cada estudiante debe contar con su propia ficha de trabajo. En la página 88 se continua con la aplicación de la situación didáctica/problema.



Fuente: <http://www.milenio.com/deportes/mas-aficion/randal-willars-promesa-real-mexico-clavados>

CAÍDA LIBRE

FICHA

DE

4

TRABAJO

Fue Galileo Galilei (1564-1642) quien dejó caer objetos de diferentes pesos desde lo alto de la Torre inclinada de Pisa y comparó sus caídas. Pudo establecer que el peso de un objeto no influye en su aceleración, con la condición de que sean despreciables los efectos de la resistencia del aire. Un ejemplo muy claro de este movimiento es el de un clavadista lanzándose desde lo alto de la rampa.

Fuente: <https://francis.naukas.com/2012/08/26/nota-dominical-el-experimento-de-galileo-en-la-torre-de-pisa-lo-realizo-riccioli-en-la-torre-asinelli-de-bolonia/>

Datos:

Nombre: Paralelo: Nivel:

Fecha:

Indicaciones:

- Abra el software Tracker en su computadora.
- Para esta ficha utilice los videos "C. L. 1", "C. L. 2" y "C. L. 3" que se encuentran en carpeta "Caída libre" (C. L.) (carpeta dada por el docente).

ACCIÓN

I PARTE

Pregunta-problema: ¿Cuáles son las características de la caída libre?

PARTE I. 1 ¿Cuál es la trayectoria¹ del objeto que cae del edificio y de la pelota de básquet?

1-2 Gráfica:



I.- Cargue el video "C. L. 1" y "C. L. 2" en el software.

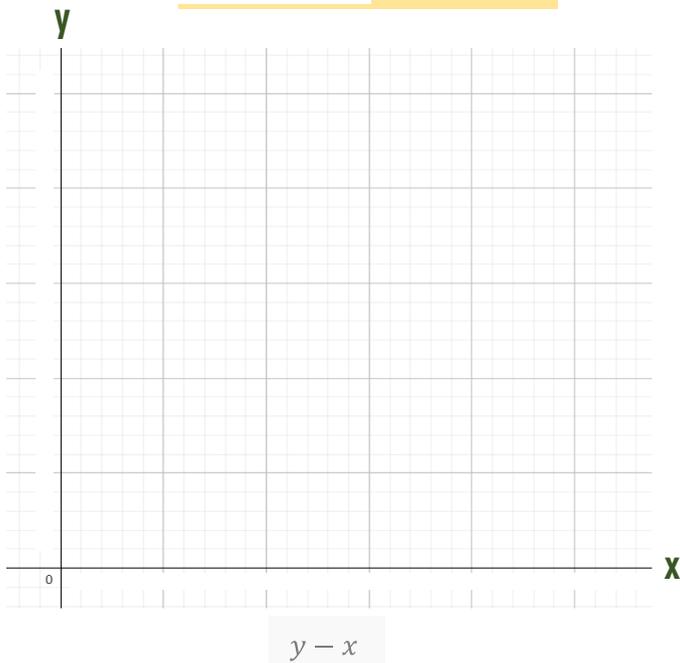
II.- Analice el video "C. L. 1" para la sección I y el video "C. L. 2" para la sección II y luego realice un bosquejo de la trayectoria de cada video en el diagrama que corresponda.

I Sección:

Dibuje la trayectoria del objeto:

F. 4 | Gráfica 1

Trayectoria I

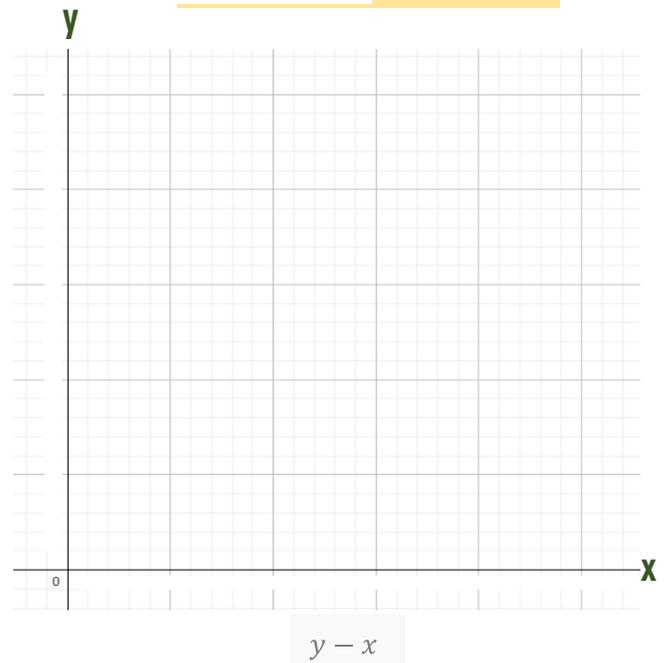


II Sección:

Dibuje la trayectoria del balón de básquet:

F. 4 | Gráfica 2

Trayectoria II



I Características:

Observe la gráfica 1 y señale la opción correcta:

Observe la gráfica 2 y señale la opción correcta:

a.1

¿Cómo es la trayectoria del objeto?

 Rectilínea

 Parabólica

 Curvilínea

a.2

¿Cómo es la trayectoria del balón de básquet?

 Curvilínea

 Rectilínea

 Parabólica

<p>b.1 Y ¿Cuál es su dirección?</p> <p><input type="radio"/> Horizontal</p> <p><input type="radio"/> Vertical</p>	<p>b.2 Y ¿Cuál es su dirección?</p> <p><input type="radio"/> Horizontal</p> <p><input type="radio"/> Vertical</p>
---	---

F.4 | Conclusión I. 1

PARTE I.2

¿A qué movimiento pertenece la caída libre?

3-4-5

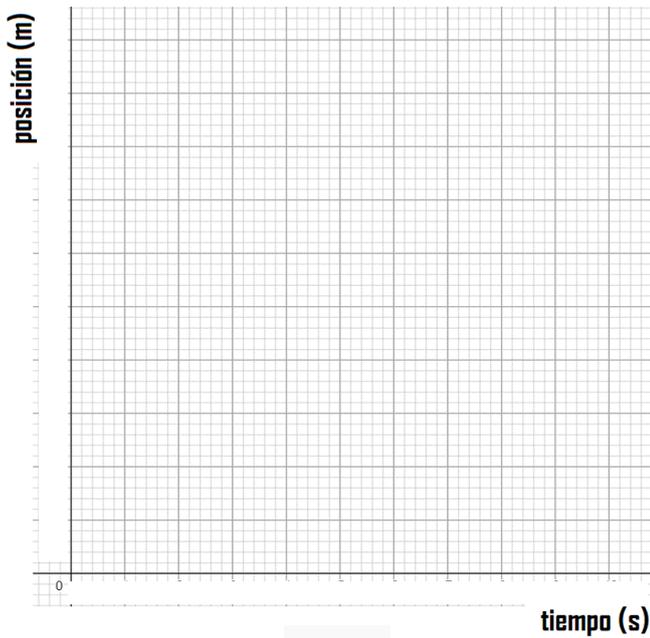
Gráfica:



- I.- Cargue nuevamente video "C. L. I" en el software y **Analice** su movimiento.
- II.- Observe en la sección diagrama del software la gráfica **Posición-Tiempo** y **Velocidad-Tiempo**, a partir de la gráfica velocidad-tiempo determine la gráfica **aceleración -Tiempo**. Recuerde colocar el origen de los ejes del software en el punto en el que parte el objeto.

F.4 | Gráfica 3

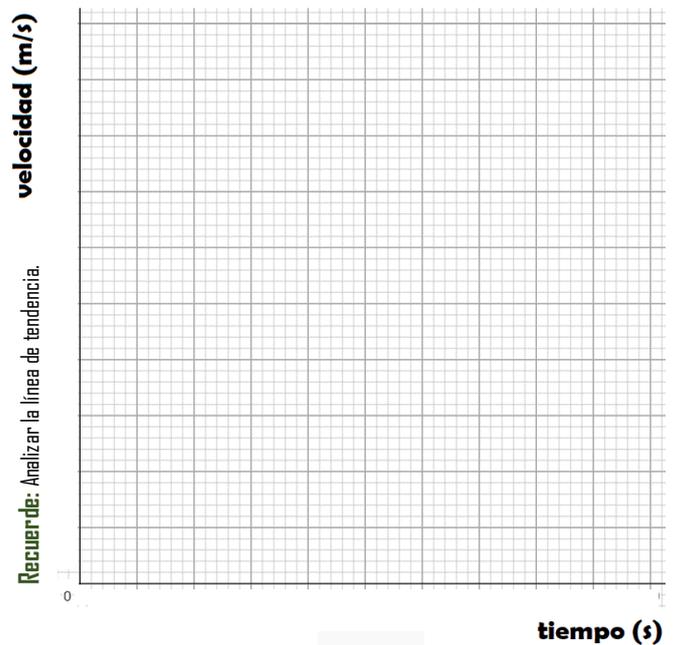
Posición - Tiempo



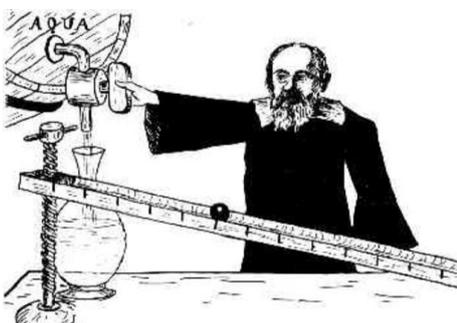
r - t

F.4 | Gráfica 4

Velocidad - Tiempo



v - t



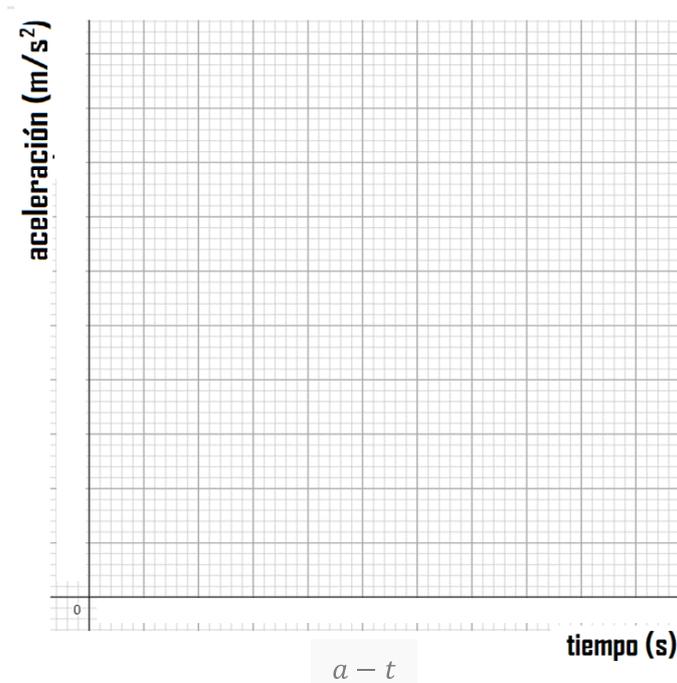
Fuente: <https://www.timetoast.com/timelines/la-caida-libre>

1589 Galileo realizó pruebas con **caída de cuerpos**, pero estos caían con demasiada rapidez y todavía no había la manera de medir períodos cortos de tiempo y así medir su velocidad. Por lo tanto, Galileo dejó rodar bolas por planos inclinados, y cuanto menos pronunciada era la pendiente, más despacio se movían las bolas, impulsadas por la gravedad, y más fácilmente podía ser medida su velocidad de caída con métodos primitivos, como el goteo del agua a través de un orificio. Así Galileo demostró que mientras las bolas eran lo bastante pesadas como para que la resistencia del aire fuera inapreciable, rodaban por un plano inclinado a la misma velocidad. Así logró demostrar que las bolas rodaban plano abajo con una aceleración constante, o sea que ganaban velocidad de manera constante en una unidad de tiempo.

Tomado de: https://historiaybiografias.com/caida_libre/

F.4 | Gráfica 5

aceleración - Tiempo



Recuerde: Encontrar la pendiente de la línea de tendencia de la gráfica velocidad - tiempo

II

Característica:I.- Analice estas gráficas y compárelas con los movimientos MRU² y MRUV².

Señale lo correcto:

F.4 | Conclusión I. 2

a

¿A las gráficas de qué movimiento son similares las gráficas 3 - 4 - 5?

MRU

MRUV

PARTE I.3

¿Qué caracteriza a la caída libre?

III

Característica:I.- Recuerde que el MRU³ tiene velocidad constante y aceleración nula, mientras que en el MRUV⁴ la aceleración es constante y puede ser positiva o negativa.

Señale lo correcto:

F.4 | Conclusión I. 3

a

En la caída libre, ¿qué parámetro es constante?

Velocidad

Aceleración

2.- Revise la F. T. 2 pág. 26 gráfica 1, Revise la F. T. 3 pág. 48 gráfica 1 y pág. 58 gráfica 4-5. 3.- Revise la F. T. 2 pág. 31 parte III.1, característica V. a y F.21 Conclusión III. 5 - F.21 Conclusión I.2. 4.- Revise la F. T. 3 pág. 58-59 parte III.3, característica VII. a-b y F.31 Conclusión III. 7 - F.31 Conclusión I.2.

6 - 7

Gráfica:

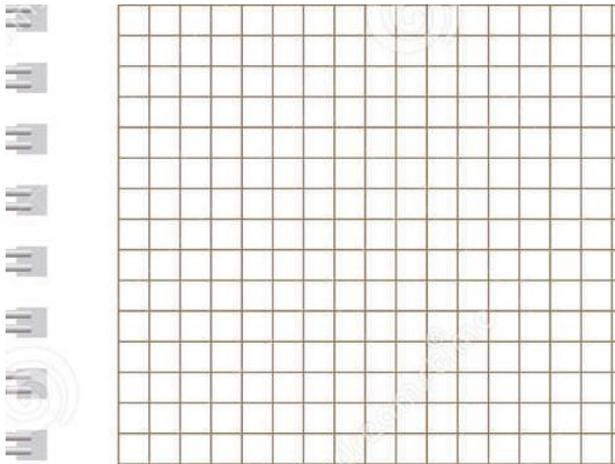


I.- Cargue el video "C. L. 2" y "C. L. 3" en el software.

II.- Teniendo en cuenta la conclusión 3, **Analice** el video "C. L. 1" para la sección I y el video "C. L. 3" para la sección II y luego encuentre y dibuje la pendiente de la línea de tendencia (aceleración-tiempo) de cada función de las gráficas velocidad -tiempo.

I Sección:

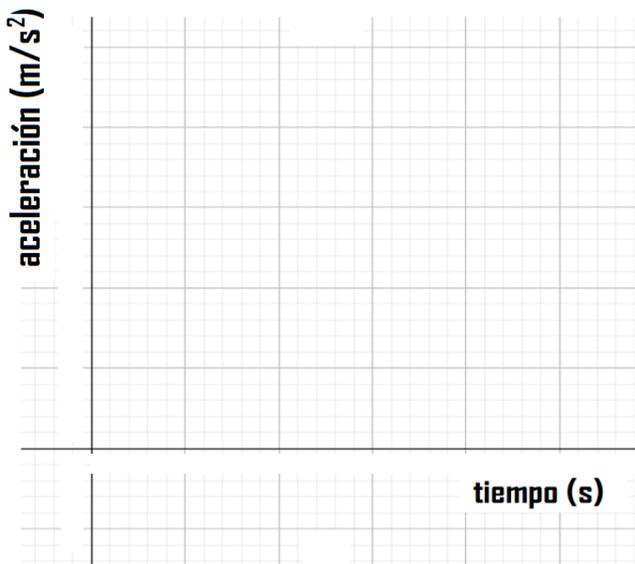
Complete:



R// El valor de la $m = a =$

Grafique el valor obtenido de la aceleración constante a continuación:

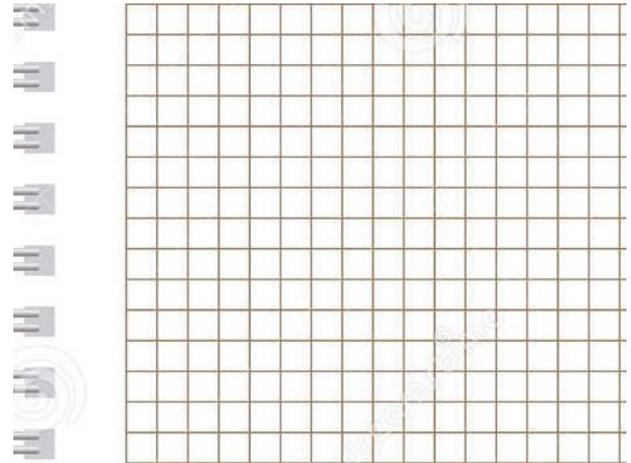
F. 4 | Gráfica 6 **aceleración - Tiempo**



$a - t$

II Sección:

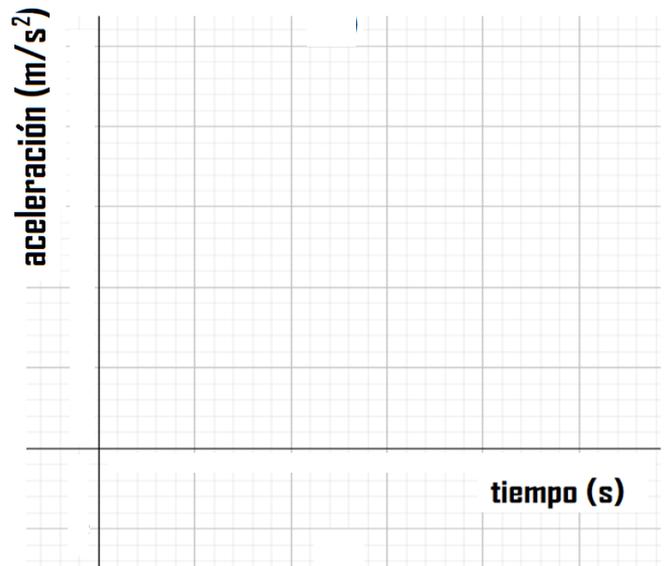
Complete:



R// El valor de la $m = a =$

Grafique el valor obtenido de la aceleración constante a continuación:

F. 4 | Gráfica 7 **aceleración - Tiempo**



$a - t$

a

¿Cuál es el valor promedio de la aceleración en caída libre?

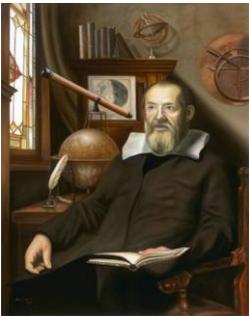
F. 4 | Conclusión I. 4

_____ m/s²**Historia:**

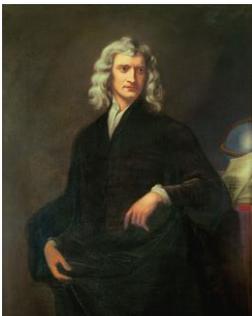
L.- Esta aceleración tiene un nombre especial, de seguro lo ha escuchado. Para saber cuál es el nombre, lea detenidamente el siguiente texto histórico y luego complete lo siguiente.



Fuente: <https://www.biografiasyvidas.com/monografia/aristoteles/>



Fuente: <https://www.saatchiart.com/art/Video-Galileo-Galilei-s-Exclusive->



Fuente: <https://www.history.com/topics/inventions/isaac-newton>



Fuente: <https://www.muyhistoria.es/hmoderna/articulo/la-autentica-historia-de-newton-y-la-manzana>

Aristóteles decía que cada cosa tiende por naturaleza a cierta posición preferida. Por ejemplo: Una piedra cae porque es natural que vaya al suelo, ya que la piedra y el suelo tienen naturaleza parecida. Pero Aristóteles no era tonto, distinguía entre lo que llamaba movimientos naturales (p.ej. el agua bajando por un torrente) y movimientos violentos (p.ej. disparar una flecha). En los movimientos violentos, producidos por los seres vivos, creía que siempre debía estar actuando una fuerza. En el caso de la flecha, la fuerza inicial la producía el arquero, pero luego creía que lo que mantenía la flecha en movimiento era la fuerza del aire que la empujaba constantemente desde atrás.

Hasta **Galileo (siglo XVII)** esta fue la teoría aceptada. Galileo no sólo reflexionó sobre esto (¿qué pasa si el arquero dispara su flecha atravesada?: ¿no debería llegar más lejos, si de verdad el aire la empuja, dado que en esa dirección ofrece más superficie que de frente?), sino que también experimentó tirando distintos objetos desde la Torre inclinada de Pisa. Observó que los cuerpos caían igual, independientemente de su masa, tamaño y forma (si despreciaba el efecto de fricción del aire) y que no caían con velocidad constante, como creía Aristóteles, sino que iban acelerándose. Aunque Galileo usó los conceptos de inercia y de aceleración, y fue quien primero midió la aceleración de objetos que caen, no pudo explicar por qué los objetos de diversas masas caen con aceleraciones iguales. La segunda ley de Newton es la explicación.

Newton (1643-1727) desarrolló estas ideas en su teoría de la gravitación universal. La historia de la manzana y Newton es casi tan famosa como la de Eva y su manzana (¿qué tendrán las manzanas?). Hay quien piensa que es también una leyenda, pero su amigo en unas de sus famosas cartas escribió:

W. Stukeley (Memorias de la vida de sir Isaac Newton): "Tras la cena (el 15 de abril de 1726), con clima agradable, salimos al jardín él (Newton) y yo a tomar el té a la sombra de unos manzanos. En la conversación me dijo que estaba en la misma situación que cuando le vino a la mente por primera vez la idea de la gravitación. La originó la caída de una manzana, mientras estaba sentado, reflexionando. Pensó para sí ¿por qué tiene que caer la manzana siempre perpendicularmente al suelo? ¿Por qué no cae hacia arriba o hacia un lado, y no siempre hacia el centro de la Tierra? La razón tiene que ser que la Tierra la atrae. Debe haber una fuerza de atracción en la materia; y la suma de la fuerza de atracción de la materia de la Tierra debe estar en el centro de la Tierra, y no en otro lado. Por esto la manzana cae perpendicularmente, hacia el centro. Por tanto, si la materia atrae a la materia, debe ser en proporción a su cantidad [la masa]. La manzana atrae a la Tierra tanto como la Tierra atrae a la manzana. Hay una fuerza, la que aquí llamamos gravedad, que se extiende por todo el universo".

Isaac Newton fue la primera persona en darse cuenta de que la fuerza que hace que los objetos caigan con aceleración constante en la Tierra y la fuerza que mantiene en movimiento los planetas y las estrellas es la misma, y a él se debe la primera teoría general de la gravitación, expuesta en su obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Este descubrimiento alteró radicalmente la concepción humana del universo y adquirió nueva importancia la palabra gravedad, cuyo origen se remonta a tiempos prehistóricos y tiene un valor aproximado de **9,81 m/s²** y se le representa con la letra "**g**".

Tomado de: <https://www.iac.es/cosmoeduca/gravedad/complementos/enlace3.htm>

F.4 | Conclusión I. 5

a

Por lo tanto, ¿Cómo se le denomina a la aceleración en caída libre?

II PARTE

Pregunta-problema: ¿Qué ecuaciones rigen la caída libre?

I Análisis matemático:

I.- Una vez conocida la historia de la gravedad, proceda a reescribir las ecuaciones obtenidas en el MRUV para la caída libre, para esto revise⁵ la **ficha de trabajo 3**.

Complete:

Escriba la ecuación de la aceleración⁶:

Análisis a: $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$

Como sabe en la caída libre, la aceleración es la gravedad, por lo que se cambia **a** por **g**⁷. Despeje la **v_z**:

Análisis b: $\square = \square + \frac{\square}{\square}$

ECUACIÓN A

Velocidad Final

Ahora escriba las otras dos⁸ ecuaciones del MRUV:

Análisis c: $\Delta x = \square \square + \frac{1}{2} \square \square$

Análisis d: $(v_2)^2 = \square + \square$

5.-**Recuerde!** Ya hemos visto la relación que hay entre el MRUV y la caída libre (F. 4 | Conclusión I. 1 - 2 - 3 - 5) por tal motivo la caída libre es un caso particular del MRUV, y vera que sus ecuaciones son las mismas y lo único que cambia es la simbología.
 6.- Revise la ficha de trabajo 3 pág. 53 ecuación A.
 7.- La aceleración de la gravedad se representa universalmente con la letra **g** y cuyo valor aproximado es **9,81 m/s²**. Este valor no es el mismo para todos los lugares de la tierra depende de: la latitud y la altura sobre el nivel del mar. En Ecuador (Quito) este valor es de 9.7727 m/s².
 8.- Revise la ficha de trabajo 3 pág. 56 ecuación B y pág. 57 ecuación C.

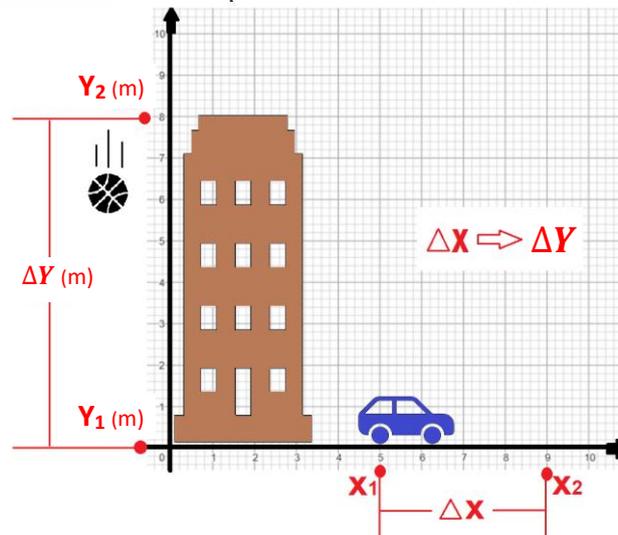


Analice lo siguiente:

Las ecuaciones expuestas anteriormente están representadas en el eje horizontal x , como la caída libre es un movimiento vertical sería en el eje y , para esto analice la siguiente **imagen 1** y reescriba las ecuaciones anteriores de MRUV, pero para la caída libre (ten en cuenta el análisis b).

Complete:

F. 4 | Imagen 1 C. L. y MRUV



Fuente: Autoría propia.

Reescriba las ecuaciones:

Análisis e:

$$\boxed{} = \boxed{} \boxed{} + \frac{1}{2} \boxed{} \boxed{^2}$$

ECUACIÓN

B

ALTURA

Análisis f:

$$(v_2)^2 = \boxed{} + \boxed{} \boxed{^2}$$

ECUACIÓN

C

Velocidad Final²

III PARTE

Pregunta-problema: ¿Qué diferencia hay entre el ascenso y descenso vertical?

8 - 9

Gráfica:

10 - 11



I.- Cargue el video "C. L. 1" y "C. L. 2" en el software.

II.- Analice el video "C. L. 1" para la sección I y el video "C. L. 2" para la sección II y luego dibuje en cada diagrama la gráfica "velocidad - Tiempo" (línea de tendencia) y "aceleración - Tiempo" (pendiente de la línea de tendencia) que corresponde a cada video que observas en el software (sección diagrama).

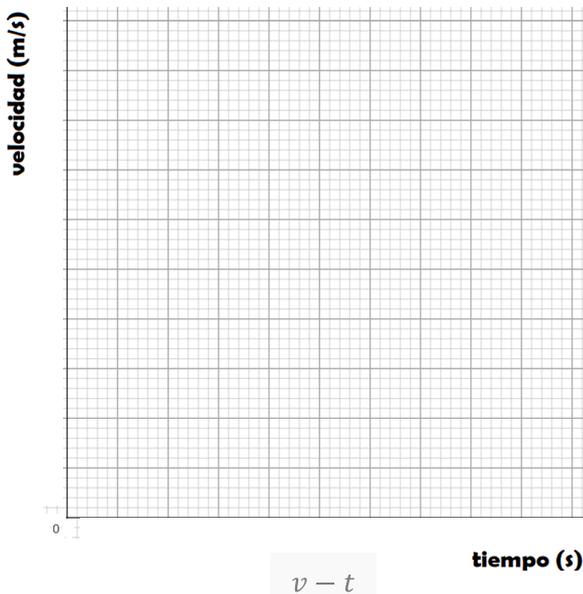
III.- Con las siguientes gráficas observara la diferencia que existe entre el ascenso y descenso vertical (revise el pie de página de la pág. 86)⁹.

I Sección: Descenso vertical

Dibuje:

F. 3 | Gráfica 8

Velocidad - Tiempo

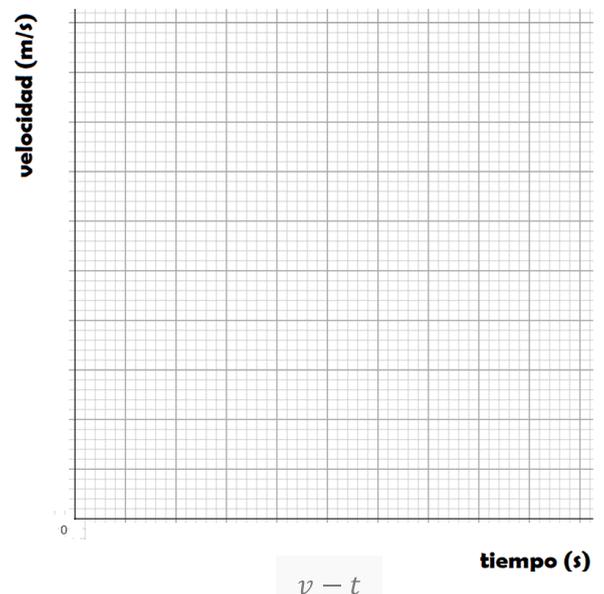


II Sección: Ascenso vertical

Dibuje:

F. 3 | Gráfica 9

Velocidad - Tiempo



V Características:

Observe la gráfica 8 y señale la opción correcta:

Observe la gráfica 9 y señale la opción correcta:

a.1

¿Qué sucede con la velocidad en el descenso vertical?

- Es constante con el tiempo
- Aumenta con el tiempo
- Disminuye con el tiempo

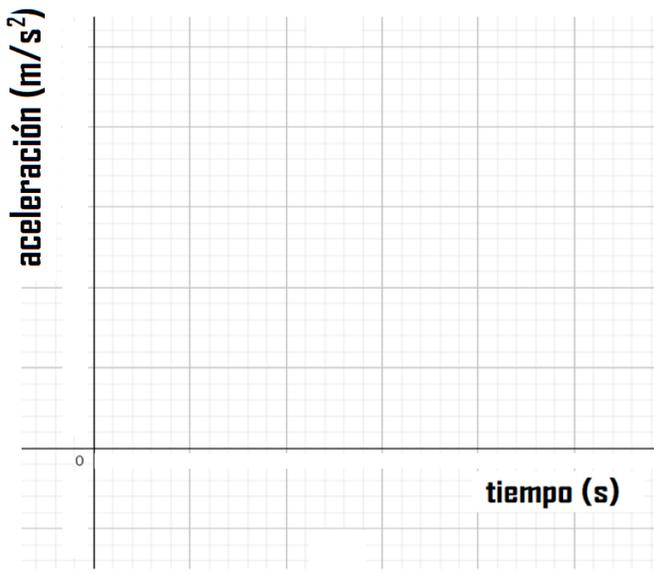
a.2

¿Qué sucede con la velocidad en el ascenso vertical?

- Aumenta con el tiempo
- Disminuye con el tiempo
- Es constante con el tiempo

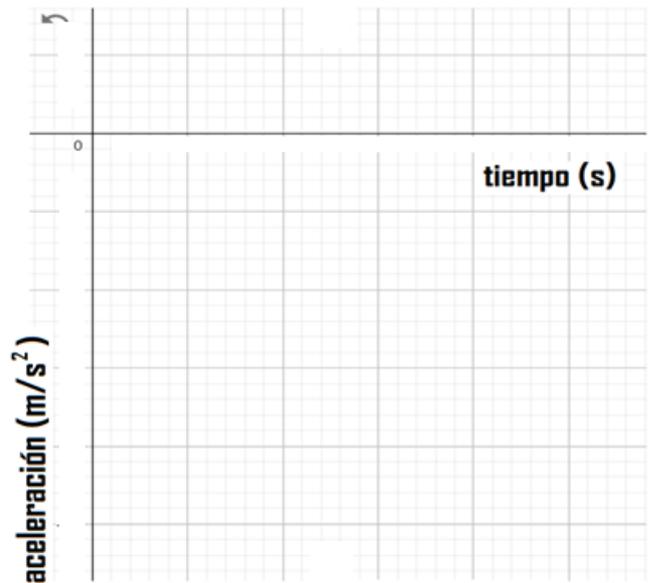
F. 4 | Gráfica 10

aceleración - Tiempo

 $a - t$

F. 4 | Gráfica 11

aceleración - Tiempo

 $a - t$

VI Características:

Observe la gráfica 10 y señale la opción correcta:

a.1

¿Cómo es la magnitud de la aceleración?

- Positiva
- Negativa
- Nula

Observe la gráfica 11 y señale la opción correcta:

a.2

¿Cómo es la magnitud de la aceleración?

- Negativa
- Positiva
- Nula

F. 4 | Conclusión III . 7

CONCLUSIONES

Y ECUACIONES RELEVANTES

F. 4 | Conclusión I . 1

¿Qué características tiene la trayectoria en la caída libre?

_____.

F. 4 | Conclusión I . 2

¿De qué movimiento es un caso particular la caída libre? _____.

_____.

9.- En muchos libros a la caída libre la podemos encontrar como ascensión vertical o como caída de los cuerpos, pero no hay que confundirse por el nombre ya que, su análisis es el mismo para todos ellos. En esta guía didáctica se le conocerá como Caída Libre, la cual, a su vez es contenida por la ascensión vertical, la que nos representa un lanzamiento vertical ascendente.

F. 4 | **Conclusión I . 3** ¿Qué parámetro es constante en la caída libre? _____

F. 4 | **Conclusión II . 4** ¿Cuál es el valor de la aceleración? _____

F. 4 | **Conclusión II . 5** ¿Cómo se le conoce a la aceleración? _____

F. 4 | **Ecuación A**

Velocidad final

=

F. 4 | **Ecuación B**

Altura

=

F. 4 | **Ecuación C**

Velocidad final al cuadrado

=

F. 4 | **Conclusión III . 6**

¿Cuáles son las características de la velocidad en caída libre?

F. 4 | **Conclusión III . 7**

¿Cuáles son las características de la aceleración en caída libre?



Fuente: <https://danielmarin.naukas.com/2014/06/06/lanzamientos-espaciales-rusos-desde-crimea/>

Los lanzamientos verticales ascendentes o ascensión vertical representan uno de los más importantes movimientos al momento de lanzar un cohete al espacio se debe principalmente por la aerodinámica y consumo de combustible. Como se sabe la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta, además si se lanzara de forma horizontal este consumiría energía del sistema, con lo cual, para mantener la velocidad, aumentaría el consumo de combustible, por lo que el despegue más eficiente para alcanzar una órbita fuera de la atmósfera es siempre el vertical.

Se debe de tener en consideración que el despegue de un cohete espacial en una instancia se mantiene de forma vertical, para luego siga en un movimiento parabólico. Cohete lanzado desde la Península de Crimea.

Tomado de: <https://es.quora.com/Por-qu%C3%A9-los-cohetes-espaciales-despegan-verticalmente-y-no-es-horizontal-como-los-aviones>

IV.2.7 Aplicación:

La situación didáctica está planificada para una duración de dos horas, se recomienda repartir el tiempo de la siguiente manera:

- 45 min para la situación de acción
- 15 min para la situación de formulación
- 40 min para la situación de validación
- 20 min para la institucionalización

El docente debe observar y determinar cómo le conviene distribuir el tiempo para desarrollar los procesos, según el grupo con el que esté trabajando.

Nota

Revise en la página “xiii” las “indicaciones previas para desarrollar las situaciones didácticas”.



IV.2.7.1 Situación de Acción

Los estudiantes desarrollan la Ficha de trabajo 4 “CAÍDA LIBRE”.

En la ficha de trabajo se usarán los videos que se encuentran en la carpeta “Videos de Caída Libre” (Véase la Imagen 40).

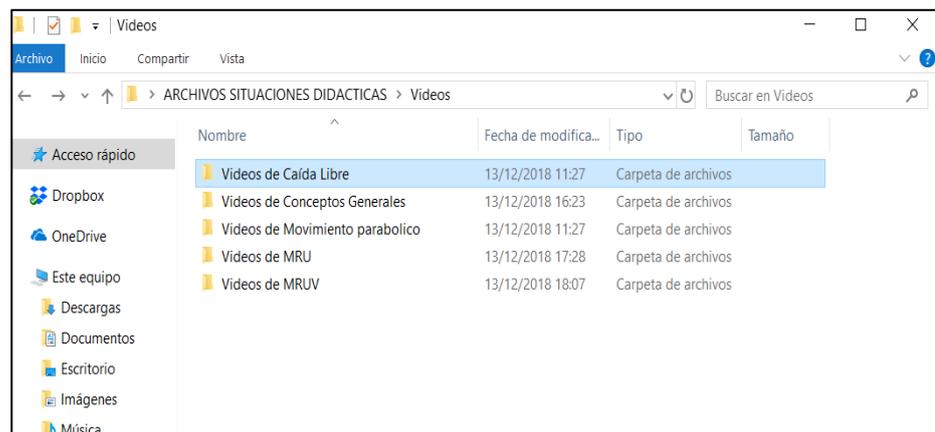


Imagen 40.

Fuente: [Autoría propia.](#)

En la “Parte I” de la ficha de trabajo se usarán tres videos: “C. L. 1”, “C. L. 2” y “C. L. 3” (véase la Imagen 41). En la “Parte II” no es necesario ningún video, pero los estudiantes deben revisar la ficha de trabajo 3: “MRUV” y para finalizar la “Parte III” usarán nuevamente los videos “C. L. 1” y

“C. L. 2”. Se debe estar pendiente de que los videos correctos sean utilizados en su correspondiente parte de la ficha de trabajo.

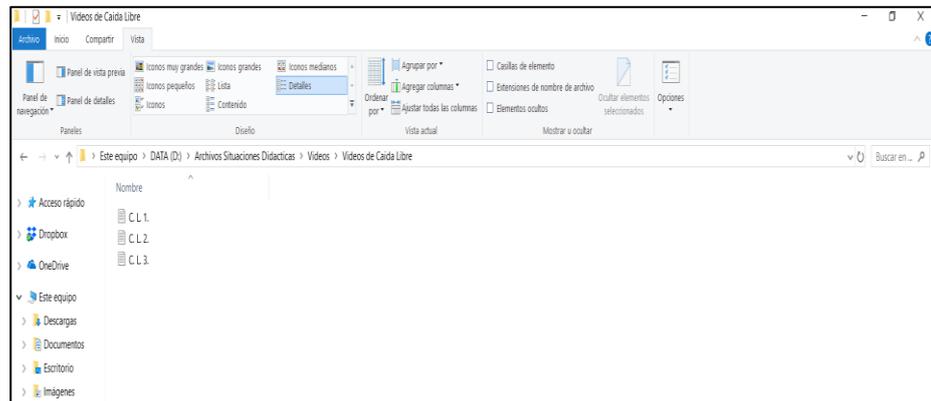


Imagen 41.

Fuente: Autoría propia.



IV.2.7.2 Situación de Formulación

Luego de que el grupo de estudiantes comparta y dialogue acerca de las conclusiones y ecuaciones obtenidas, desarrollarán el organizador gráfico en una hoja y será entregado al docente. Para esta situación didáctica el organizador gráfico a desarrollar es el “**cuadro comparativo**”, en el cual se debe realizar la comparación entre características y ecuaciones de los temas de MRUV y Caída Libre.



IV.2.7.3 Situación de Validación

En la validación se realizarán diversas actividades para lograr el consenso de las conclusiones y ecuaciones que obtuvieron los estudiantes en la acción y formulación.

Para esto se necesitará lo siguiente:

- ➔ flexómetro o regla grande,
- ➔ dos pelotas de diferente tamaño,
- ➔ calculadora,
- ➔ cronometro (se puede usar el del celular).

Todas las conclusiones serán validadas y consensuadas de la siguiente manera por todo el grupo de estudiantes.

Para la

F.4 | Conclusión 1.1

se usará una de las pelotas. Lo que el docente debe mostrar a los estudiantes son movimientos de caída libre, es decir, ascenso y descenso vertical, y pedirá que se analice la trayectoria de la pelota en todos los movimientos realizados.

Para la

F.4 | Conclusión I. 2

se usará una pelota, y se buscará hacer notar, con movimientos de caída libre, que la pelota cambia de velocidad. Es importante recalcar que existe un cambio de velocidad y que este es notorio a simple vista.

Para la

F.4 | Conclusión I. 3

F.4 | Conclusión II. 4

F.4 | Conclusión II. 5

el docente usará las dos pelotas y buscará que se percaten que ambas pelotas cambian similarmente su velocidad, esto llevará a preguntarse cuál es la razón y por qué se da este cambio similar, después, cual es el valor de la aceleración que produce dicho cambio de velocidad y como se le conoce a esta aceleración.

Para la

F.4 | Ecuación A

se necesita el flexómetro, una pelota y que cada grupo tenga listo su cronómetro. En un primer momento el docente en una pared señalará con una cinta, cualquier altura desde el suelo, puede ser 2 o 3 metros, para esto se ayudará del flexómetro. Luego, soltará desde esa altura la pelota y pedirá que cada grupo con el cronómetro anote el tiempo en que demora en llegar al suelo. Con estos datos, los grupos aplicarán su ecuación obtenida y hallarán la velocidad con la que lleva la pelota al suelo.

Para la

F.4 | Ecuación B

se procederá de la misma manera que el punto anterior, solamente que ahora la incógnita será la altura, para esto el docente soltará la pelota desde cualquier altura, los estudiantes tomarán el tiempo que se demora en llegar al suelo y teniendo en cuenta que la velocidad inicial es cero, determinarán la altura con su ecuación.

Para la

F.4 | Ecuación C

se usarán los valores de velocidad y altura obtenidos para validar la F.4 | **Ecuación A.** Con estos datos aplicarán la ecuación obtenida en este punto y comprobarán si se cumple la igualdad.

Para la

F.4 | Conclusión III. 6
F.4 | Conclusión III. 7

se usará una pelota y se realizarán dos movimientos de caída libre, una en ascenso y otra en descenso vertical, como los estudiantes ya conocen que la gravedad se produce por el cambio de velocidad, se debe hacerles notar que en ascenso vertical la velocidad disminuye debido a que la gravedad actúa como una aceleración negativa, mientras que, en el descenso vertical, la velocidad aumenta debido a que la gravedad actúa como una aceleración positiva

Nota: las conclusiones en las que se aplica una ecuación, es menester que se comparen los resultados obtenidos, para poder de esta manera consensuar dichas ecuaciones.



IV.2.7.4 Situación de Institucionalización

A continuación, se presenta el contenido científico de la Caída Libre que el docente podrá utilizar como guía.

Contenido Científico	Caída Libre
Características	
<ul style="list-style-type: none"> — La trayectoria es una línea recta vertical. — La caída libre es un caso particular del MRUV. — Entenderemos como caída libre al ascenso y descenso de un cuerpo. — Este movimiento tiene una aceleración constante conocida como gravedad. — El valor estándar de la gravedad es $9,8 \text{ m/s}^2$. 	

Ecuaciones

Las ecuaciones de caída libre son parecidas al MRUV, pero con los siguientes cambios.

Escalar:

$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

$$\Delta Y = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g \Delta Y$$

vectorial:

$$\vec{g} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$\Delta \vec{Y} = \vec{v}_1 \Delta t + \frac{1}{2} \vec{g} \Delta t^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\vec{g} \Delta \vec{Y}$$

Gráficas Cinemáticas:

Caída libre (descenso vertical)

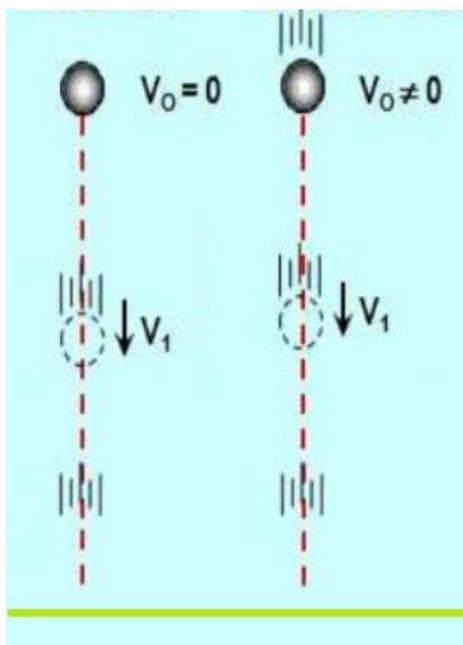


Imagen 42.

Fuente: <http://fisicacorsa.blogspot.com/2017/07/movimiento-de-caida-libre.html>

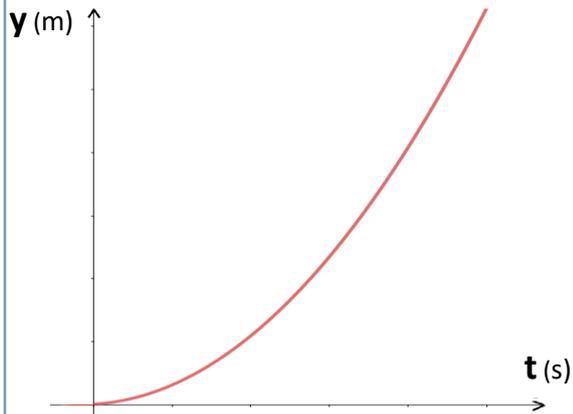
Gráfica posición-tiempo ($y - t$)

Imagen 43.

Fuente: Autoría propia.

La velocidad aumenta uniformemente.

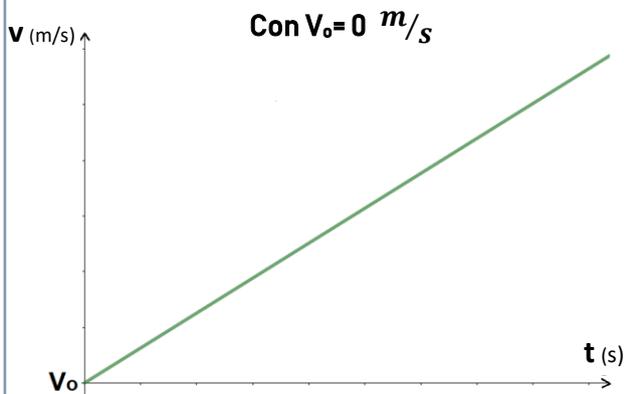
Gráfica velocidad-tiempo ($v - t$)

Imagen 44.

Fuente: Autoría propia.

Cuando parte del reposo, es decir, cuando se suelta el objeto, este tiene una velocidad inicial igual a 0 m/s

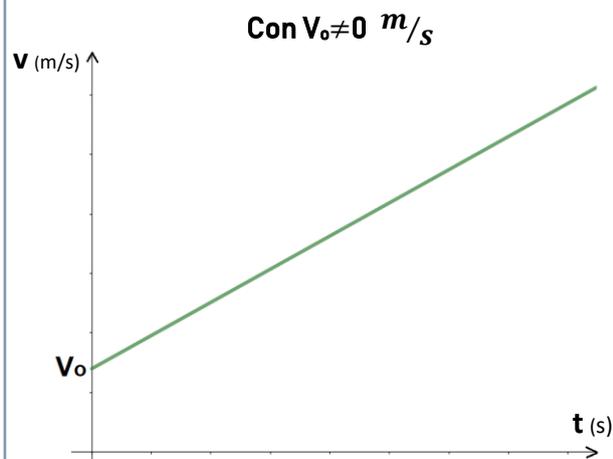
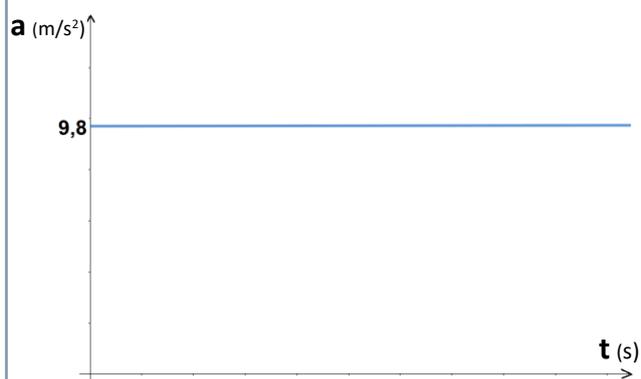


Imagen 45.

Fuente: Autoría propia.

Cuando se lanza el objeto hacia abajo con una velocidad inicial diferente de 0 m/s

Gráfica aceleración-tiempo ($a - t$)

La gravedad es considerada positiva.

Imagen 46.
Fuente: Autoría propia.

Caída libre (ascenso vertical)

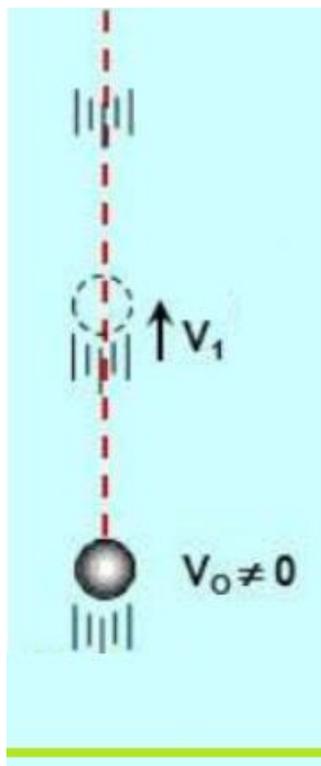


Imagen 47.

Fuente: <http://fisicacorsa.blogspot.com/2017/07/movimiento-de-caida-libre.html>

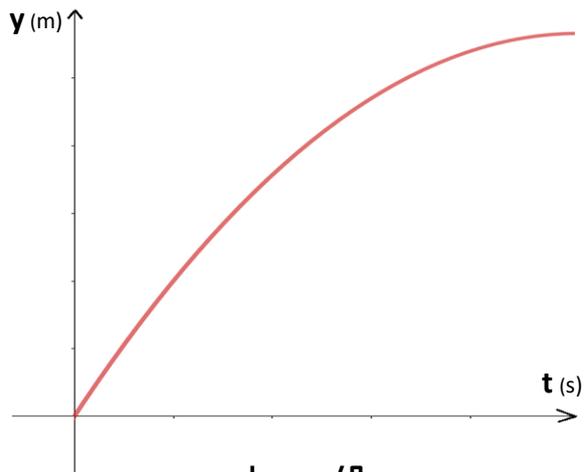
Gráfica posición-tiempo ($y - t$)

Imagen 48.
Fuente: Autoría propia.

La velocidad disminuye uniformemente.

Gráfica velocidad-tiempo ($v - t$)

Con $V_0 \neq 0 \text{ m/s}$

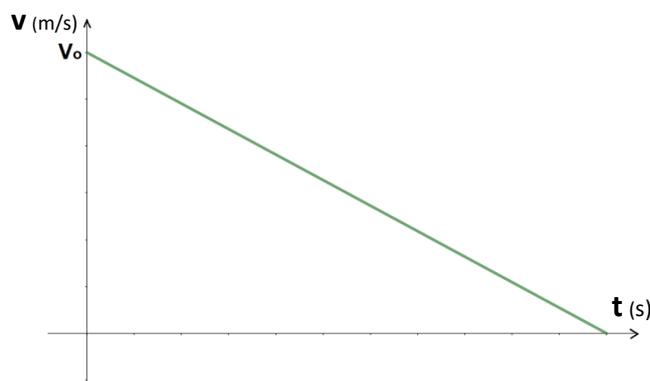


Imagen 49.
Fuente: Autoría propia.

Cuando se lanza el objeto hacía arriba con una velocidad inicial diferente de 0 m/s

Gráfica aceleración-tiempo ($a - t$)

Imagen 50.
Fuente: Autoría propia.

La gravedad es considerada negativa.

Ejercicio resuelto

1.- De la parte superior de un edificio de 20 m de altura se lanza verticalmente una pelota hacia arriba con una velocidad de 15 m/s . Determine:

a.- La altura máxima, con respecto al suelo, a la que llega la pelota.

Se determina el tiempo que demora la pelota hasta llegar a la altura máxima

$$g = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

La velocidad final es cero, puesto que es la altura máxima, $v_2 = 0$.

$$g = \frac{0 - v_1}{\Delta t}$$

Se despeja el tiempo y se reemplaza la gravedad con valor negativo.

$$\Delta t_1 = \frac{-v_1}{-9,8} = \frac{-15}{-9,8} = 1,53 \text{ s}$$

Ahora con ese tiempo se puede determinar la altura desde el edificio a la altura máxima, con la siguiente ecuación:

$$\Delta Y = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

Se reemplaza los valores conocidos

$$\Delta Y = 15 \cdot 1,53 + \frac{1}{2} (-9,8)(1,53)^2 = 11,48 \text{ m}$$

Se le suma la altura del edificio

$$Y_{max} = 11,48 + 20 = 31,48 \text{ m}$$

R: La altura máxima que alcanza la pelota, con respecto al suelo, es 31,48 m.

b.- El tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo, desde que fue lanzada.

Se determina el tiempo que demora la pelota en llegar al suelo desde la altura máxima

$$\Delta Y = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

Se reemplaza los datos y se despeja el tiempo. Recuerde que la velocidad inicial es cero y que la gravedad se la considera positiva.

$$\Delta t_2 = \sqrt{\frac{31,48 \cdot 2}{9,8}} = 2,53 \text{ s}$$

A este tiempo se le suma el tiempo que demora la pelota hasta llegar a la altura máxima.

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 1,53 + 2,53 = 4,06 \text{ s}$$

R: El tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo es 4,06 s.

c.- La velocidad con la que llega la pelota al suelo.

Se aplica la primera ecuación

$$g = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t_2}$$

La gravedad es positiva y la velocidad inicial es cero porque se toma solamente el tiempo desde la altura máxima.

$$9,8 = \frac{v_2 - 0}{2,53}$$

Se despeja la velocidad final y se halla su valor.

$$v_2 = 9,8 \cdot 2,53 = 24,84 \text{ m/s}$$

R: La velocidad con la que llega la pelota al suelo es 24,84 m/s

Actividades propuestas

1.- Desde lo alto de un edificio de 30 m. de altura se deja caer el balón A, y en el mismo instante desde el suelo se lanza verticalmente hacia arriba el balón B con una velocidad de 20 m/s. Determine a que altura del suelo se encontrarán los dos objetos y el tiempo transcurrido hasta que esto sucede.

2.- Investigue y realice un ensayo acerca del CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE, además incluya en el ensayo las ecuaciones que permiten determinar el valor de la gravedad. Recuerde usar las normas APA e investigar por lo menos tres artículos, libros o ensayos académicos. El ensayo debe tener como mínimo una plana de extensión, y además debe tener su correspondiente bibliografía.

IV.3 Situación a-didáctica:

IV.3.1 Tema:

El movimiento de caída libre.

IV.3.2 Tiempo recomendado:

1 hora.

IV.3.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

IV.3.4 Expectativa de logro de la situación a-didáctica:

- a.- Determina, mediante la aplicación de las ecuaciones, las diferentes magnitudes implicadas en un movimiento de Caída Libre.
- b.- Relaciona y diferencia las gráficas cinemáticas de un MRUV y una Caída libre
- c.- Participa en equipo (Colaboración).

IV.3.5 Medios y materiales:

- a.- Flexómetro por grupo.
- b.- Cronómetro por grupo.
- c.- Pelota por grupo.
- d.- 3 Gráficas cinemáticas MRUV (anexo IV).
- e.- 3 Gráficas cinemáticas de Caída libre (anexo IV).

IV.3.6 Aplicación:

Indicaciones preliminares

- ➔ Este juego será por acumulación de puntos.
- ➔ El docente dividirá a los estudiantes en 6 grupos.



Primera parte: Movimientos reales de caída libre.

Procedimiento: Es importante que cada grupo cuente con todos los materiales para poder desarrollar correctamente esta actividad, la cual consiste en que los estudiantes generen movimientos de Caída libre, es decir, deberán encontrar lugares con 3 alturas diferentes, para soltar desde estas la pelota y cronometrar el tiempo que demora en llegar al suelo, con estos datos aplicarán las ecuaciones de Caída Libre para determinar las velocidades finales de la pelota y anotar sus resultados.

Puntuación:

- ➔ Los grupos que hayan realizado correctamente la actividad y encontrado todas las velocidades obtendrán 10 puntos.
- ➔ Los que no hayan completado la actividad o no la hayan realizado correctamente obtendrán 5 puntos.



Segunda parte: Gráficas de MRUV y Caída Libre.

Procedimiento: Cada grupo tendrá a su disposición las 3 gráficas de MRUV y las 3 gráficas de Caída Libre mezcladas. Lo que deben hacer es separar y clasificar las gráficas, también anotarán cuales son las diferencias que encuentran entre una gráfica de MRUV y una gráfica de Caída Libre, finalmente, deberán anotar las similitudes entre estas, para esto tendrán 25 minutos.

Puntuación:

- ➔ Los grupos que terminen entre 10 a 15 minutos y tengan todo correcto ganan 20 pts.
- ➔ Los grupos que terminen entre 15 a 20 minutos y tengan todo correcto ganan 15 pts.
- ➔ Los grupos que terminen entre 20 a 25 minutos y tengan todo correcto ganan 10 pts.
- ➔ El resto de los grupos gana 5 puntos si es que han encontrado lo pedido anteriormente.

Los puntajes de esta actividad se sumarán a los puntajes de la anterior parte y se determinará el grupo ganador.

Anexos IV

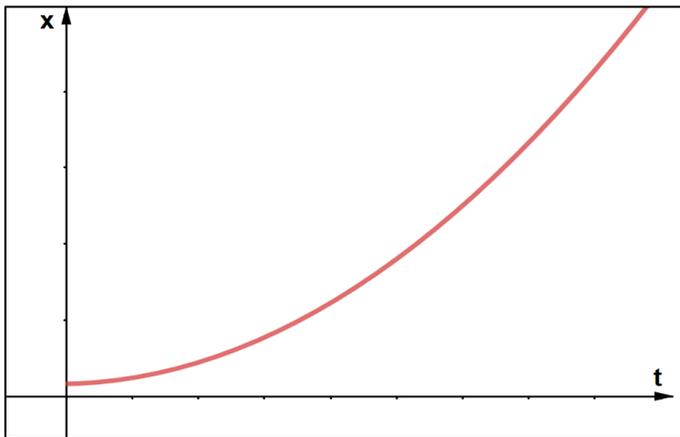


Imagen 51.

Fuente: Autoría propia.

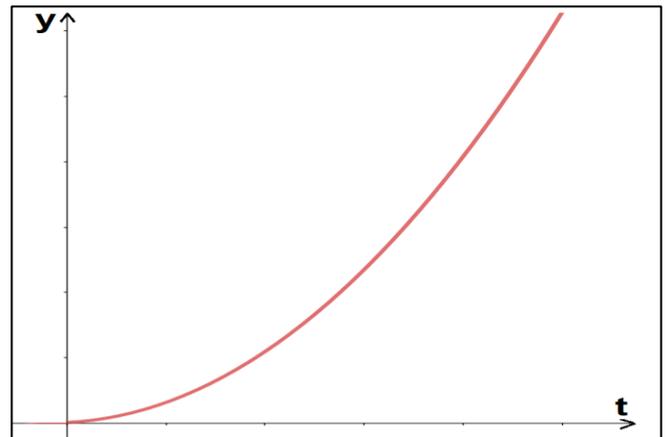


Imagen 52.

Fuente: Autoría propia.

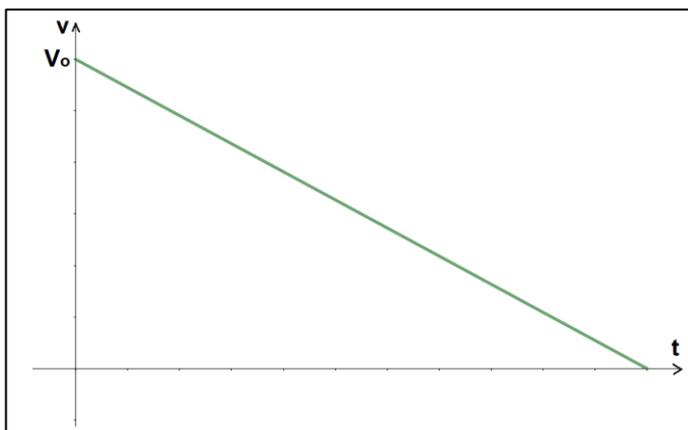


Imagen 53.

Fuente: Autoría propia.

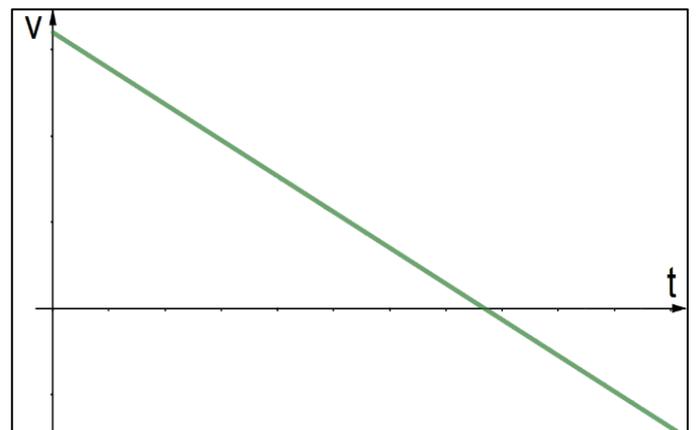


Imagen 54.

Fuente: Autoría propia.

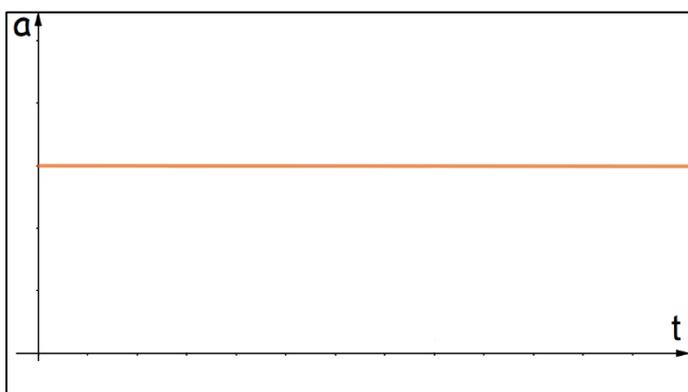


Imagen 55.

Fuente: Autoría propia.

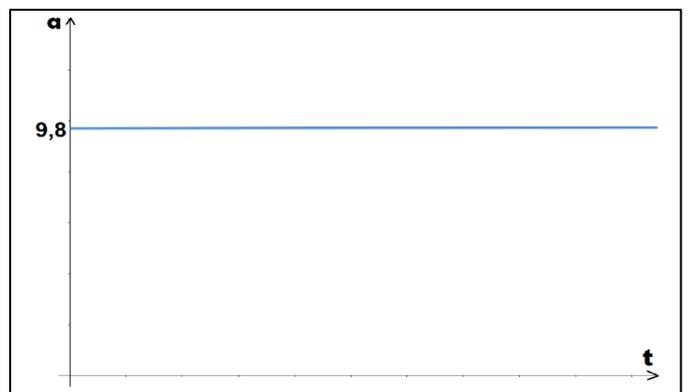


Imagen 56.

Fuente: Autoría propia.

Movimiento Parabólico

V.- Objetivo

- a.- Establecer las características y ecuaciones del movimiento parabólico al relacionarlo con los movimientos que lo componen, MRU y Caída libre, por medio análisis de videos en el software Tracker y de las gráficas cinemáticas
- b.- Determinar las ecuaciones especiales del movimiento parabólico a través del análisis de casos y situaciones específicas de este movimiento.
- c.- Reforzar y formalizar los conocimientos con la resolución de ejercicios y el contenido científico del movimiento parabólico.

V.1 Introducción

De manera similar al movimiento de caída libre, el movimiento parabólico es estudiado a partir de otros movimientos que lo componen, los cuales son: MRU que corresponde al movimiento horizontal, es decir, en el eje x y caída libre que corresponde al movimiento vertical, es decir, en el eje y , por tanto, la trayectoria del movimiento parabólico se da en dos dimensiones. Por esto se busca que los estudiantes al desarrollar la ficha de trabajo, analizando videos en el software Tracker y las gráficas cinemáticas, encuentren la relación entre los movimientos de MRU y caída libre con el movimiento parabólico, para que determinen las características y ecuaciones que se aplican en este movimiento, así como sus ecuaciones especiales. Luego, los estudiantes realizarán las situaciones de formulación y validación, con el fin de obtener y validar sus propios conocimientos, los cuales serán consolidados por el docente en la institucionalización y en la situación a-didáctica por medio de una interesante actividad.

V.2 Situación didáctica/problema:

V.2.1 Tema:

Movimiento parabólico.

V.2.2 Tiempo recomendado:

3 horas.

V.2.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

V.2.4 Expectativa de logro de la situación didáctica:

- a.- Conoce y explica las características del movimiento parabólico.
- b.- Determina y aplica las ecuaciones de los movimientos MRU y Caída libre en el movimiento parabólico.
- c.- Obtiene las ecuaciones especiales del movimiento parabólico.
- d.- Participa activa y responsablemente en el trabajo grupal e individual.

V.2.5 Medios y materiales:

- a.- Computadoras que tengan instalado el software “Tracker”
- b.- Archivos de video (Carpeta “Videos de Movimiento Parabólico” en el Pen drive o disco del texto).
- c.- Fichas de trabajo para cada estudiante.
- d.- Cuaderno de trabajo.

V.2.6 Ficha de trabajo:

Ficha de trabajo 5 “MOVIMIENTO PARABÓLICO”

A continuación, tiene a su disposición la Ficha de trabajo que se usará en esta situación didáctica. Recuerde que cada estudiante debe contar con su propia ficha de trabajo. En la página 116 se continua con la aplicación de la situación didáctica/problema.



Fuente: <http://static3.uk.businessinsider.com/image/55dd8d5bdd0895a80a8b457f-2200/rtr3f6d9.jpg>

FICHA DE 5 TRABAJO

Al descubrir la pólvora en la antigüedad por los alquimistas chinos se derivó la creación de diferentes tipos de armas, entre estas, se desarrolló el cohete, que inicialmente se utilizó en la propulsión de juegos artificiales. Con el transcurso del tiempo e investigaciones se empezó a adaptar para uso de artillería en las guerras de los siglos venideros y con mayor precisión cada vez.

Fuente: <https://deisyvargas18.wordpress.com/proyecto-cohete-2/>

MOVIMIENTO PARABÓLICO

Datos:

Nombre: Paralelo: Nivel:

Fecha:

Indicaciones:

- Abra el software Tracker en su computadora.
- Para esta ficha utilice el video "M. P. I" que se encuentran en carpeta "Videos de Movimiento Parabólico" (M. P.) (carpeta dada por el docente).

ACCIÓN

I PARTE

Pregunta-problema: *¿Cuáles son las características del Movimiento Parabólico?*

PARTE I. 1 ¿Cuál es la trayectoria¹ del balón de fútbol?



1

Gráfica:

I.- Cargue el video "M. P. 1" en el software.

II.- Analice el video "M. P. 1" y luego realice un bosquejo de su trayectoria en el siguiente diagrama.

F. 5 | Gráfica 1

Trayectoria I

 $y - x$ **Características:**

Observe la gráfica I y señale la opción correcta:

a

¿Cómo es la trayectoria del balón de fútbol?

 Rectilínea

 Parabólica

 Circular

F. 5 | Conclusión 1.1

b ¿Cómo se mueve el balón de fútbol?

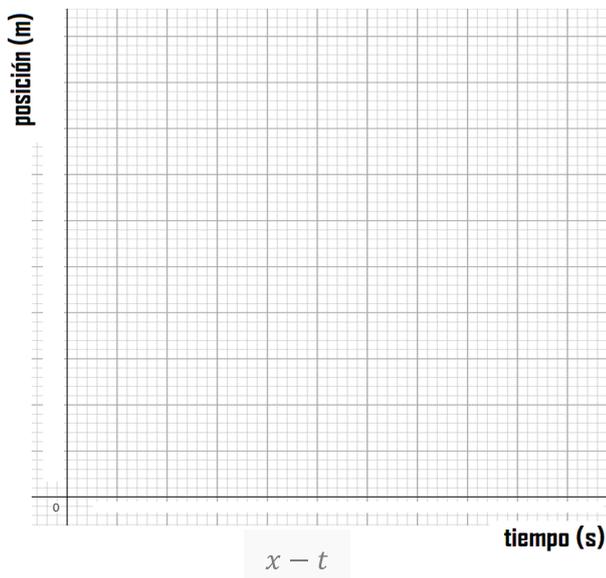
- Solamente en el eje X (una dimensión)
- Solamente en el eje y (una dimensión)
- En el plano (dos dimensiones)

PARTE 1.2 ¿A qué movimientos se parece el Movimiento Parabólico?

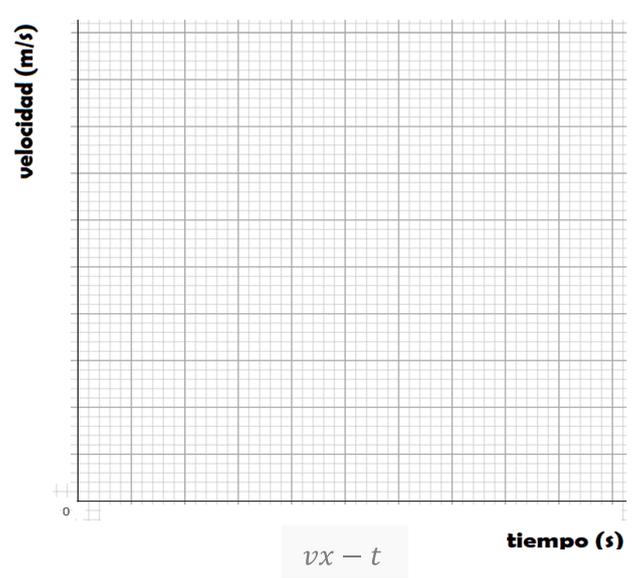
2 - 3 **Gráfica:**

 I.- Analice nuevamente video "M. P. 1" desde 0s hasta 1s.
 II.- Observe en la sección diagrama del software la gráfica **Posición-Tiempo**, **Velocidad en x -Tiempo** (línea de tendencia) y dibújelas a continuación.

F. 5 | Gráfica 2 **Posición - Tiempo**



F. 5 | Gráfica 3 **Velocidad en x - Tiempo**



II **Característica:**

I.- Analice estas gráficas y compárelas con los movimientos anteriores (MRU, MRUV y Caída Libre)².

Señale lo correcto:

F. 5 | Conclusión 1.2

a ¿A las gráficas de que movimiento son similares las gráficas 2 - 3?

- MRU
- MRUV
- Caída Libre

2.- Revise la F. T. 2 pág. 26 gráfica 1, Revise la F. T. 3 pág. 48 gráfica 1. Revise la F. T. 4 pág. 79 gráfica 3-4.

4 - 5 - 6

Gráfica:

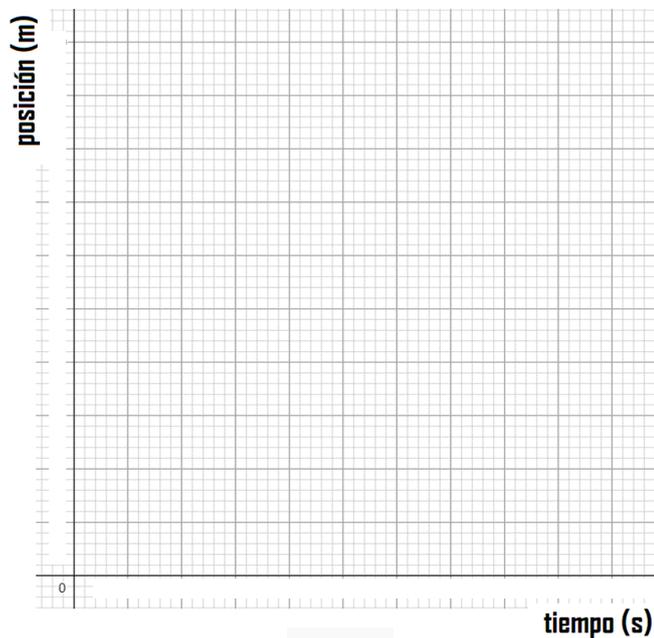


I.- Analice nuevamente video "M. P. 1".

II.- Observe en la sección diagrama del software la gráfica **Posición-Tiempo**, **Velocidad en y - Tiempo** (línea de tendencia) y **aceleración en y - Tiempo** (línea de tendencia) y dibújelas.

F. 5 | Gráfica 4

Posición - Tiempo

 $y - t$

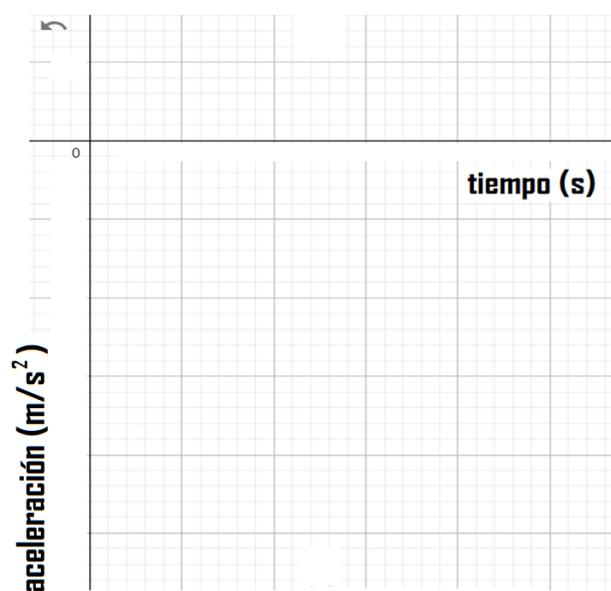
F. 5 | Gráfica 5

Velocidad en y - Tiempo

 $vy - t$

F. 5 | Gráfica 6

Aceleración en y - Tiempo

 $a - t$

III **Característica:**

I.- Analice estas gráficas y compárelas con los movimientos anteriores (MRU y Caída Libre)².

Señale lo correcto:

F. 5 | **Conclusión I. 3**

a ¿A las gráficas de que movimiento son similares las gráficas 4 - 5 - 6?

MRU

Caída Libre

II PARTE

Pregunta-problema: ¿Cuáles son las ecuaciones del movimiento parabólico?

PARTE II. 1

¿Cuáles son las ecuaciones principales del Movimiento Parabólico?

Ecuaciones:

I.- El movimiento parabólico, como habrá notado, es una combinación de dos movimientos uno horizontal (en el eje X) o movimiento rectilíneo uniforme (MRU)³ y otro vertical (en el eje Y) o caída libre (CL)⁴.

II.- Anote las ecuaciones pertenecientes a los movimientos antes mencionados, pero haga un ligero cambio, guíese en el **recuerda I**. Estas a su vez formarán parte de las ecuaciones del movimiento parabólico.

Complete:



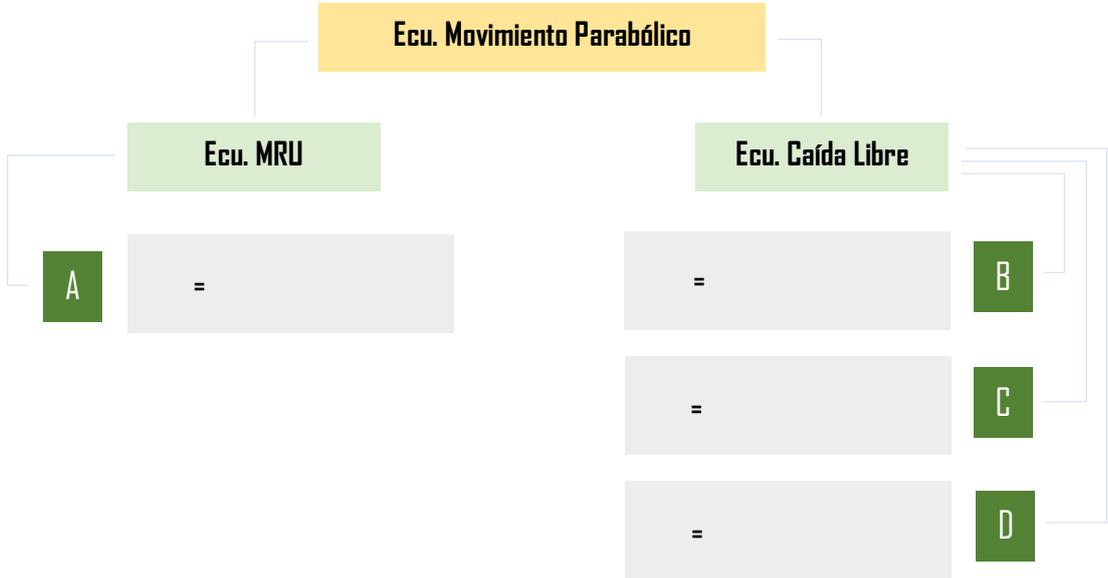
F. 5 | Recuerda I **v**

$$v_2 = v_{2y}$$

$$v_2 = v_{1y}$$

$$v = v_{1x}$$

La velocidad final (v_2) y la velocidad inicial (v_1) en función de sus componentes horizontales.



3.- Revise la F. T. 2 pág. 30 Ecuación A o en conclusiones F. 2 | Ecuación A, pág. 33.

4.- Revise la F. T. 4 pág. 83 Ecuación A, pág. 84 Ecuación B, pág. 84 Ecuación C o en conclusiones F. 4 | Ecuación A-B-C, pág. 87.

PARTE II. 2

¿Cuáles son las ecuaciones especiales del Movimiento Parabólico?

**Recuerda Vectores:**

I.- A continuación, le presentamos un pequeño resumen que afianzará sus conocimientos sobre el movimiento parabólico y algunas de sus características importantes que tiene este movimiento compuesto, para luego hacer un análisis matemático de sus ecuaciones.

II.- En esta sección vamos a hacer uso de los vectores, en especial los vectores velocidad y la descomposición en sus componentes.

III.- Guíese por los **Ej. I** | **Recuerda I** pág. 5 y **Ej. I** | **Recuerda II** pág. 7.

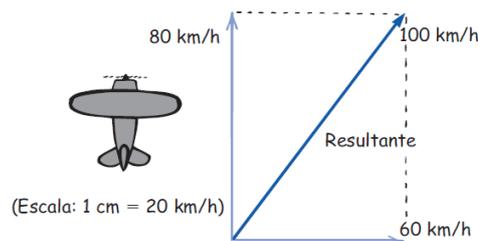
Recuerde, cualquier cantidad que requiera tanto magnitud como dirección es una **cantidad vectorial**, como, por ejemplo, la **fuerza**, la **velocidad** y la **aceleración**. En cambio, una cantidad que se describe sólo con su magnitud, se llama **cantidad escalar** como, por ejemplo, la **masa**, el **volumen** y la **rapidez**.

¡Ojo! Una cantidad vectorial se representa con una flecha. Cuando la longitud (a escala) de la flecha representa la magnitud de la cantidad, y la dirección indica la dirección de la cantidad, se dice que la flecha es un vector.

Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual.

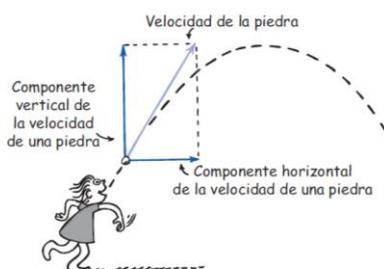
Vectores velocidad: Recuerde que en la ficha de trabajo 2 pág. 29 se describió la diferencia entre rapidez y velocidad: la rapidez es una medida de "qué tan rápido"; la velocidad es una medida de qué tan rápido y también "en qué dirección".

Ej. A Si el velocímetro del automóvil indica 100 kilómetros por hora, conoce su rapidez. Si en el automóvil también hay una brújula en el tablero, que indique que el vehículo se mueve hacia el norte, por ejemplo, entonces sabrá que su velocidad es de 100 kilómetros por hora hacia el norte. Imagine que una avioneta vuela hacia el norte a 80 kilómetros por hora. Suponga que un viento de 60 kilómetros por hora le cruza a la avioneta y la empuja desviándola del curso trazado. Este ejemplo se representa con vectores en la siguiente figura



Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual, pág. 84.

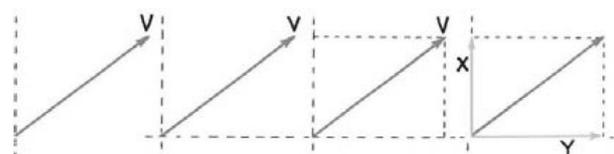
La diagonal del paralelogramo que se traza mide 5 cm, y representa 100 km/h (se halló mediante la regla del paralelogramo y aplicando el teorema de Pitágoras). Entonces, en relación con el suelo, la avioneta se mueve a 100 km/h en una dirección intermedia entre el norte y el noreste.



Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual, pág. 185.

Esta imagen representa un ejemplo de una piedra lanzada y descompuesta en sus componentes horizontales y verticales.

Componentes de vectores: El proceso de determinar los componentes de un vector se llama **descomposición**. Cualquier vector trazado en un papel se puede descomponer en un componente vertical y otro horizontal.



Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual, pág. 85.

Los lados de este rectángulo son los componentes deseados, los vectores X y Y.

Componentes horizontal y vertical de la velocidad:

El componente horizontal de la velocidad para un movimiento parabólico (proyectil) es un movimiento con MRU horizontal de por ejemplo una bola de bolos que rueda libremente por una pista horizontal.



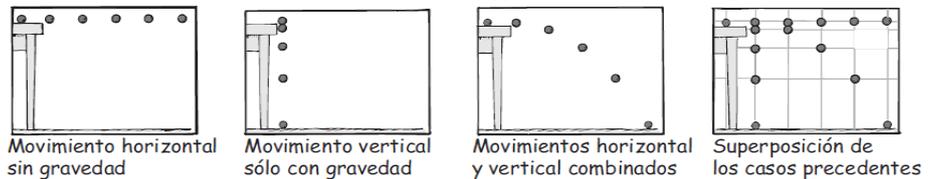
Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual, pág. 185.

El componente vertical de la velocidad para un movimiento parabólico (proyectil) es el movimiento de un objeto en caída libre hacia abajo, por lo que le afecta la gravedad, como se ve en la imagen de la izquierda. Cuanto más rápidamente caiga el objeto, será mayor la distancia recorrida en cada segundo sucesivo. O bien, si lo lanzamos hacia arriba, las distancias verticales del recorrido disminuyen al avanzar el tiempo de ascenso.



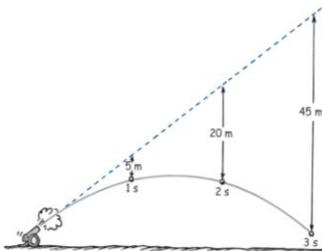
Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual, pág. 185.

¡Importante! Recuerda que el movimiento parabólico es una combinación de sus movimientos horizontal y vertical. El componente horizontal de la velocidad es completamente independiente de la componente vertical de la velocidad. Entonces, al componente horizontal constante de la velocidad no le afecta la fuerza de gravedad vertical. La siguiente imagen muestra la combinación de sus movimientos.



Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual, pág. 185.

En la imagen de la izquierda, la bala recorre distancias horizontales iguales en intervalos de tiempo iguales. Eso se debe a que no hay aceleración horizontal. La única aceleración es vertical, con la dirección de la gravedad terrestre.

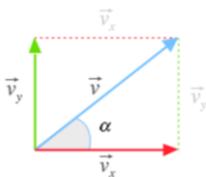


Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual, pág. 185.



F. 5 | Recuerda !!

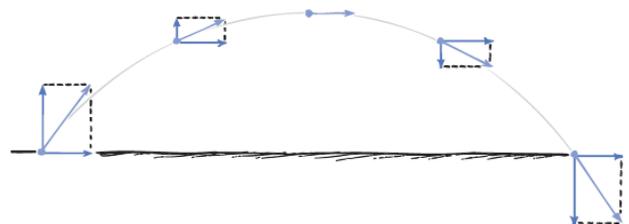
Resultante velocidad



Para conocer la velocidad de un proyectil en un punto determinado de su trayectoria sumamos vectorialmente las dos componentes de ella, es decir, obtenemos la magnitud de la velocidad resultante. Se la puede hallar de tres formas: mediante el teorema de Pitágoras $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, ya sea mediante la tangente de un ángulo $\alpha = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x}$, según sus razones trigonométricas $v_x = v \cdot \cos \alpha$ y $v_y = v \cdot \sin \alpha$.

Tomado de: <https://www.fiscalab.com/apartado/movimiento-parabolico#contenidos>

Observe que el componente horizontal es igual en todas partes, y que sólo cambia el componente vertical. También observe que la velocidad real se representa con el vector que forma la diagonal del rectángulo. En la cúspide de la trayectoria el componente vertical es cero, por lo que ahí la velocidad sólo tiene el componente horizontal. En todos los demás puntos, la magnitud de la velocidad es mayor (porque la diagonal de un rectángulo es más larga que cualquiera de sus lados).



Tomado de: Libro de Paul Hewitt, física conceptual, pág. 185.

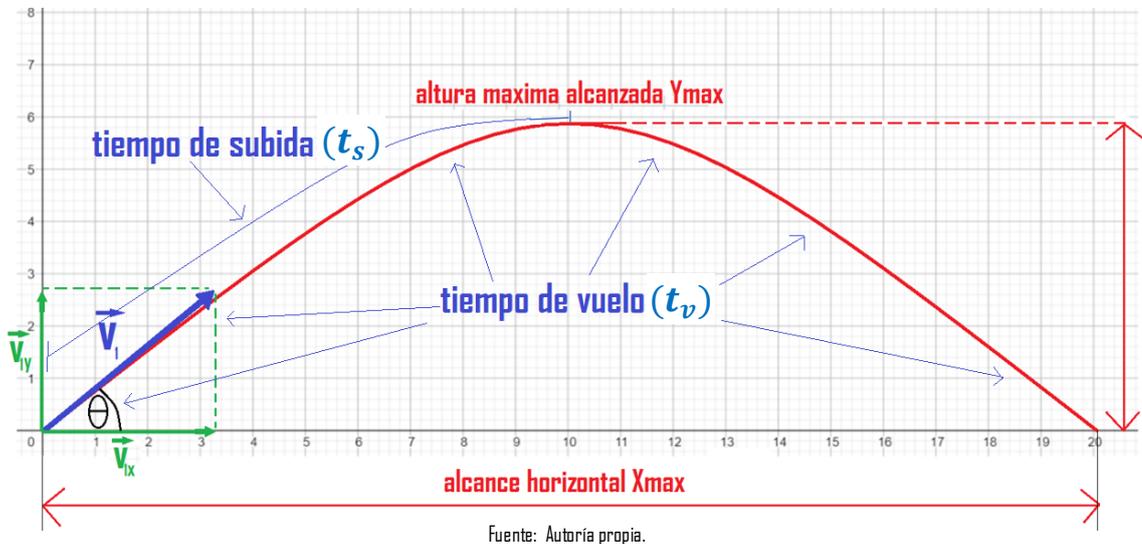
Análisis matemático:

I.- Para completar el estudio de este movimiento y habiendo analizado el contenido teórico antes mostrado se procede a sacar sus ecuaciones especiales.

II.- A continuación, analice la siguiente gráfica y complete lo siguiente.

F. 5 | Gráfica 7

Movimiento Parabólico

**Resuelva:**

Escriba las componentes iniciales de la velocidad \vec{v}_{1x} y \vec{v}_{1y} en función del ángulo θ .

Guíese en el recuerda II:

Componentes de la velocidad en x :

Análisis a:

$$\vec{v}_{1x} = \boxed{\phantom{v_{1x}}} \quad \vec{i} \text{ m/s}^1$$

Ecuación a

Componentes de la velocidad en y :

Análisis b:

$$\vec{v}_{1y} = \boxed{\phantom{v_{1y}}} \quad \vec{j} \text{ m/s}^2$$

Ecuación b

1-2.- En esta sección vamos a utilizar componentes unitarios i, j . Estos **Vectores unitarios** su módulo vale 1, para el vector unitario i su dirección que es paralela al eje x , para el vector unitario j su dirección que es paralela al eje y .



Tiempo de subida (t_s):

I.- Observe la **gráfica 7** y analice lo siguiente:

Concepto:

“El tiempo de subida (t_s) es el tiempo que demora el cuerpo en llegar a la altura máxima”.

Complete:

Escriba la ecuación A de la ficha de trabajo 4 pág. 83:

Análisis c:

$$v_2 = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$$

despeje la gravedad (g) y cambia las velocidades inicial y final por las componentes horizontales de la velocidad, revise **recuerda III**:

Análisis d:

$$g = \frac{\frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad}}{\quad}$$

recuerde que en la altura máxima la velocidad final en Y es cero (recuerda la lectura anterior), es decir, $v_{2y} = 0$ y el tiempo transcurrido es el tiempo de subida, es decir, $\Delta t = t_s$. Reemplace todo esto en el **análisis d**:

Análisis e:

$$g = \frac{\quad}{\quad}$$

ya que el cuerpo está de subida y considerando este sentido como positivo, entonces la gravedad será negativa, pues siempre apunta hacia abajo, por lo tanto, $+g = -g$ reemplazando esto y despejando t_s del **análisis e**, ¿qué se obtiene?:

Análisis f:

$$t_s = \frac{\quad}{\quad}$$

revise el **análisis b** y reemplace el valor de v_{1y} por el que corresponda. Tenga en cuenta los signos:

Análisis g:

$$t_s = \frac{\quad}{\quad}$$

ECUACIÓN
E



F. 5 | Recuerda III

v

$$v_2 = v_{2y}$$

$$v_1 = v_{1y}$$

La velocidad final (v_2) y la velocidad inicial (v_1) en función de sus componentes horizontales.

**Tiempo de vuelo (t_v):**

I.- Observe la **gráfica 7** y analice lo siguiente:

Concepto:

“El tiempo de vuelo (t_v) es el tiempo que demora el cuerpo en llegar al suelo”.

Complete:

en la **gráfica 7** se observa que el tiempo de vuelo es dos veces el tiempo de subida, esto es:

Análisis h:

$$t_v = 2 t_s$$

reemplace la **ecuación E** en el **análisis h**:

Análisis i:

$$t_v = 2 \cdot \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

ECUACIÓN

F

TIEMPO DE VUELO

Altura máxima ($Y_{m\acute{a}x}$):

I.- Observe la **gráfica 7** y analice lo siguiente:

Concepto:

“Es el alcance vertical máximo a la que llega el cuerpo, medida desde el suelo”.

Complete:

En la **ecuación D** realice los siguientes cambios: reemplace ΔY por $Y_{m\acute{a}x}$. También recuerde que en la altura máxima $v_{2y} = 0$ (lectura de la pág. 104). Por último, como en la **ecuación b** reemplace: $v_{1y} = V_1 \sin \theta$:

Análisis j:

$$\boxed{} = \boxed{} - \boxed{}$$

despeje Y_{\max} del análisis j:



$$Y_{\max} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

ECUACIÓN
6

ALTURA MÁXIMA

Alcance máximo (X):

I.- Observe la **gráfica 7** y analice lo siguiente:

Concepto:

“Es la distancia que recorre el cuerpo en el eje horizontal (x) hasta llegar al suelo”.

Complete:

En la **ecuación A** reemplace Δt por T_V , ya que todo el tiempo que el cuerpo permanece en el aire es el tiempo de vuelo. También en la **ecuación a** reemplace:

$$v_{1x} = V_1 \cos \theta:$$

Análisis l: $\frac{\boxed{}}{} = \frac{\Delta x}{\boxed{}}$

despeje Δx , luego reemplace el tiempo de vuelo (t_v) como se encuentra en la **ecuación F** y realice todas las operaciones posibles:



$$\Delta x = X = \frac{\text{[]}}{\text{[]}}$$

Ecuación c

utilice la siguiente ecuación trigonométrica:

Análisis n:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Ecuación del ángulo doble

reemplace el **análisis n** en la **ecuación c**, finalmente se obtiene la ecuación buscada (recuerde que el ángulo con el que se trabaja es el θ):

Análisis o:

$$x = \frac{\text{[]}}{\text{[]}}$$

ECUACIÓN

H

ALCANCE HORIZONTAL

III PARTE

Pregunta-problema: ¿Qué ángulo de lanzamiento tienen los diferentes movimientos?

IV **Característica:**

I.- Observe cada uno de los movimientos de las pelotas que se encuentran a continuación y analice el ángulo de lanzamiento.

Complete:



F. 5 | Conclusión III . 4

a

¿Cuál es el ángulo de lanzamiento?

$\theta =$

b

¿Qué movimientos cree que puede tener la pelota con dicho ángulo de lanzamiento?

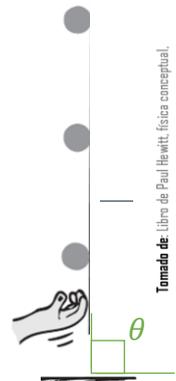
c

¿Cuál es el ángulo de lanzamiento?

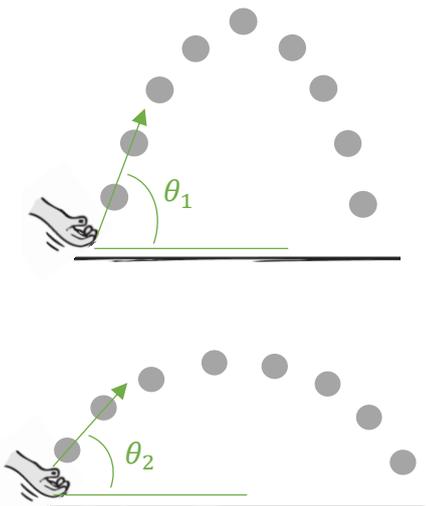
$\theta =$

d

¿Qué movimiento cree que puede tener la pelota con dicho ángulo de lanzamiento?



Tomado de: libro de Paul Hewitt, física conceptual.



Tomado de: autoría propia.

e

¿Cuáles son los ángulos de lanzamiento?

$\theta_1 =$

$\theta_2 =$

f

¿Qué movimiento cree que puede tener la pelota con dichos ángulos de lanzamiento?

CONCLUSIONES

Y ECUACIONES RELEVANTES

F. 5 | Conclusión I. 1

¿Qué características tiene la trayectoria en el movimiento parabólico?

F. 5 | Conclusión I. 2

¿De qué movimientos se compone el movimiento parabólico?

F. 5 | Conclusión I. 3

F. 5 | Conclusión III. 4

Describa con sus propias palabras, ¿qué sucede con el ángulo de lanzamiento en cada movimiento?

F. 5 | Ecuación A – B – C – D

¿Cuáles son las ecuaciones principales del movimiento parabólico?

Ecuación A:

=

Ecuación C:

=

Ecuación B:

=

Ecuación D:

=

F. 5 | Ecuación E

Tiempo de subida

=

F. 5 | Ecuación F

Tiempo de vuelo

=

F. 5 | Ecuación G

Altura máxima

=

F. 5 | Ecuación H

Alcance horizontal

=

Fuente: <http://enelcarcaj.blogspot.com/2012/02/la-lluvia-de-flechas-medieval.html>

Los arqueros medievales, a falta de mejores armas, debían de confiar en su puntería para batir a los ejércitos enemigos. Aquellos arqueros y en esa época no conocían el movimiento parabólico ya que les parecía muy complejo, pero lo que destaca en ello es que intuitivamente y con la experiencia ellos fueron aprendiendo que, a cierto ángulo de inclinación de la flecha, la distancia que recorría esta era la máxima y ahora sabemos que este ángulo es de $\theta = 45^\circ$

V.2.7 Aplicación:

La situación didáctica está planificada para una duración de tres horas, se recomienda repartir el tiempo de la siguiente manera:

- 60 min para la situación de acción
- 20 min para la situación de formulación
- 40 min para la situación de validación
- 60 min para la institucionalización

El docente debe observar y determinar cómo le conviene distribuir el tiempo para desarrollar los procesos, según el grupo con el que esté trabajando.

Nota

Revise en la página “xiii” las “indicaciones previas para desarrollar las situaciones didácticas”.



V.2.7.1 Situación de Acción

Los estudiantes desarrollan la Ficha de trabajo 5 “MOVIMIENTO PARABÓLICO”.

En la ficha de trabajo se usará el video que se encuentran en la carpeta “Videos de Movimiento parabólico” (Véase la Imagen 57).

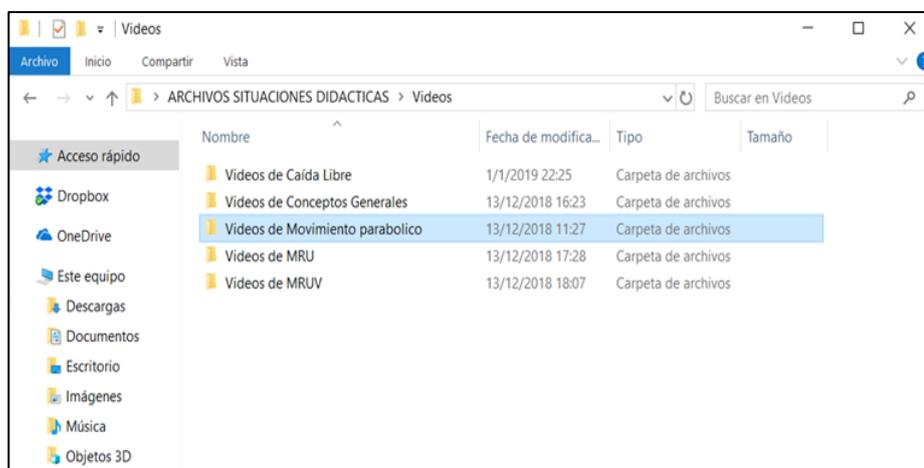


Imagen 57.

Fuente: Autoría propia.

En la carpeta de videos se encuentra el video “M. P. 1” (véase Imagen 58), el cual se usará en la “Parte I” de la ficha de trabajo. En “Parte II” no será necesario usar algún video, pero los estudiantes deben revisar

fichas anteriores, “Ficha de trabajo 2: MRU” y “Ficha de trabajo 3: CAÍDA LIBRE”, y los contenidos científicos de esos temas.

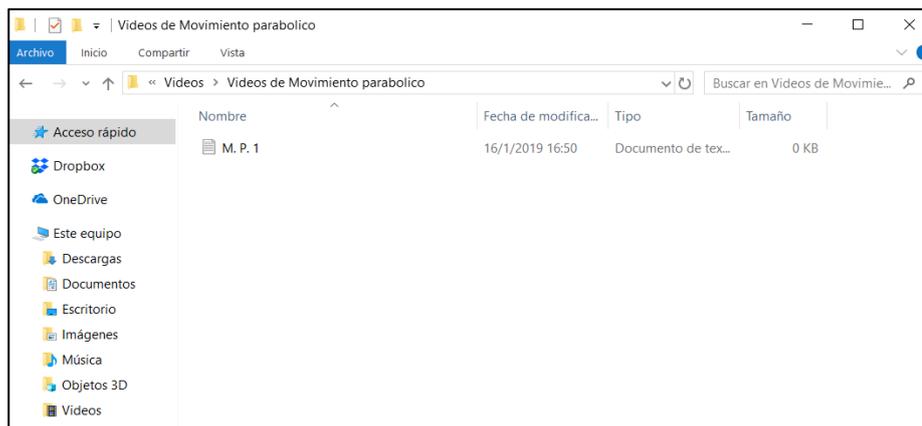


Imagen 58.

Fuente: [Autoría propia.](#)



V.2.7.2 Situación de Formulación

Los estudiantes después de finalizar el diálogo de las conclusiones y ecuaciones deberán realizar un organizador gráfico y queda a disposición de cada grupo **elegir que organizador gráfico realizar**, para esto se puede indicar brevemente algunos de los organizadores gráficos y sus características. Recuerde que este debe ser entregado al docente.



V.2.7.3 Situación de Validación

A continuación, se presentan las diversas actividades que el docente realizará con los estudiantes para validar las conclusiones y ecuaciones obtenidas en la acción y formulación.

Para lo cual se necesitarán los siguientes materiales:

- ➔ flexómetro o regla grande,
- ➔ una pelota,
- ➔ un graduador,
- ➔ calculadora por cada estudiante,
- ➔ cronometro (se puede usar el del celular).

Todas las conclusiones serán validadas y consensadas de la siguiente manera por todo el grupo de estudiantes.

Para la

F.5 | Conclusión 1.1

se usará la pelota, con la que el docente realizará movimientos parabólicos y pedirá a los estudiantes que analicen mediante la observación y diálogo, como es la trayectoria de la pelota y en cuantas dimensiones se está moviendo.

Para la

F. 5 | Conclusión 1. 2

F. 5 | Conclusión 1. 3

se intentará hacer notar, con la pelota, que el movimiento parabólico se compone de los movimientos MRU y Caída libre, mediante un análisis por separado del sentido horizontal y vertical del movimiento, es decir, los estudiantes observarán y notarán, que en el sentido vertical, existe un cambio de velocidad provocado por la gravedad, lo que quiere decir que es un movimiento de caída libre, mientras que en el sentido horizontal se observa que la velocidad se mantiene, por lo que representa un Movimiento rectilíneo uniforme.

Para la

F. 5 | Ecuación A

- B - C - D

se requiere el uso de la pelota, el cronómetro y el flexómetro, con lo que se realizará lo siguiente: primero se medirá una distancia en el suelo de unos 2 m, el docente buscará realizar movimientos parabólicos con la pelota de tal manera que esta tenga un alcance horizontal de exactamente los 2 m señalados, cuando esto ocurra los estudiantes con el cronómetro toman el tiempo que demoró la pelota. Los datos de tiempo y alcance horizontal se sustituirán en las ecuaciones. F. 5 | **Ecuación A** y F. 5 | **Ecuación B** para luego resolverlas como un sistema de ecuaciones y verificar que se cumpla alguna igualdad. Al demostrar dicha igualdad se valida que las ecuaciones del MRU y Caída libre se aplican en el movimiento parabólico.

Para la

F. 5 | Ecuación E

se necesita el flexómetro, una pelota, un graduador y que cada grupo tenga listo su cronómetro. En un primer momento el docente señalará, usando el graduador, un ángulo inicial con el que será lanzada la pelota, cabe recalcar que exactamente no se podrá lanzar pelota con dicho ángulo sino con un aproximado, pero se tomará como dato exacto el ángulo. Como esta ecuación es del tiempo de subida, los estudiantes tomarán el tiempo que demora la pelota en llegar a la altura máxima, luego con estos datos aplicarán la ecuación para obtener la velocidad inicial, cuyo valor será el que determine si se valida o no la ecuación de cada grupo.

Para la

F.5 | Ecuación F

F.5 | Ecuación G

F.5 | Ecuación H

Las validaciones de las siguientes ecuaciones se realizarán similarmente a la validación anterior, solo que en cada una se debe tener en cuenta que dato es necesario, por ejemplo, en la F.5 | **Ecuación F** se necesitará el dato del tiempo de vuelo, en la F.5 | **Ecuación G** se necesitará el dato de la altura máxima y en la F.5 | **Ecuación H** el dato del alcance horizontal. Con cada uno de los datos se encontrará en cada uno de los casos el valor de velocidad inicial, el cual servirá para validar las ecuaciones de los grupos.

Nota: En las conclusiones donde se aplica una ecuación, se deben comparar los resultados obtenidos entre todos grupos para poder validar dichas ecuaciones.



V.2.7.4 Situación de Institucionalización

A continuación, se presenta el contenido científico del Movimiento Parabólico que el docente podrá utilizar como guía.

Contenido Científico	Movimiento Parabólico
Características	
<ul style="list-style-type: none"> — Se le conoce también como movimiento de proyectiles, movimiento compuesto o movimiento en el plano. — La trayectoria descrita por el cuerpo en movimiento es parabólica. — El movimiento parabólico es bidimensional (plano). — Este movimiento es la composición vectorial del Movimiento rectilíneo uniforme, horizontalmente, y verticalmente por la Caída libre. — Las condiciones iniciales para que exista un movimiento parabólico son: velocidad con un ángulo de inclinación. 	

Ecuaciones

Generales

Como el movimiento parabólico se compone de los movimientos MRU y Caída libre, las ecuaciones de estos movimientos son aplicadas en el movimiento parabólico.

Horizontalmente (MRU)

Escalar:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

vectorial:

$$\vec{v}_x = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{\Delta t}$$

Verticalmente (Caída Libre)

Escalar:

$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{\Delta t}$$

$$\Delta Y = v_{1y} \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

$$v_{2y}^2 = v_{1y}^2 + 2g \Delta Y$$

vectorial:

$$\vec{g} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{2y} - \vec{v}_{1y}}{\Delta t}$$

$$\Delta \vec{Y} = \vec{v}_{1y} \Delta t + \frac{1}{2} \vec{g} \Delta t^2$$

$$v_{2y}^2 = v_{1y}^2 + 2\vec{g} \Delta \vec{Y}$$

Especiales

Además de estas ecuaciones, en el movimiento parabólico se utilizan y aplican los siguientes conceptos y ecuaciones especiales.

Componentes rectangulares de la velocidad inicial

Ecuaciones:

$$v_{1x} = v_1 \cos \theta_1$$

$$v_{1y} = v_1 \operatorname{sen} \theta_1$$

Altura máxima

Es la distancia desde el suelo o nivel de referencia hasta el punto más alto al que llega el cuerpo con movimiento parabólico.

Ecuación:

$$Y_{\text{máx}} = \frac{(v_1 \text{ sen } \theta_1)^2}{2g}$$

Tiempo de subida

Es el tiempo que demora el cuerpo con movimiento parabólico en llegar a la altura máxima.

Ecuación:

$$t_s = \frac{v_1 \text{ sen } \theta_1}{g}$$

Tiempo de vuelo

Es el tiempo que demora el cuerpo con movimiento parabólico en llegar al suelo o nivel de referencia.

Es el doble del tiempo de subida.

Ecuación:

$$t_v = \frac{2 v_1 \text{ sen } \theta_1}{g}$$

Alcance horizontal

Es la distancia horizontal que alcanza el cuerpo desde que es lanzado hasta que toca otra vez el suelo o nivel de referencia.

Ecuación:

$$X = \frac{v_1^2 \operatorname{sen} 2\theta_1}{g}$$

Gráficas Cinemáticas:

Las gráficas del movimiento parabólico se las puede estudiar por separado, similarmente al procedimiento analítico en la resolución de ejercicios, es decir, por un lado, la componente horizontal (gráficas del MRU) y por otro la componente vertical (gráficas de Caída libre), las cuales en los anteriores temas ya fueron estudiadas.

Caso especial: Movimiento semi-parabólico

- Se le conoce también como lanzamiento horizontal.
- La trayectoria de este movimiento es una semiparábola.
- En este movimiento se aplican las mismas ecuaciones generales del movimiento parabólico, pero tomando en cuenta que $v_{1y} = 0$ (velocidad inicial en dirección vertical es cero).

Ejercicio resuelto

1.- Un futbolista que se encuentra a 30 m de la portería patea un balón, que parte con un ángulo inicial de 30° ¿A qué velocidad debe partir el balón para que este entre 14 cm por debajo del palo superior de la portería? Tome en cuenta que la portería tiene una altura de 2,44m.

Primero se realiza un análisis en sentido horizontal, es decir, MRU

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$$

Como el futbolista se encuentra a 30 metros, $\Delta x = 30$, y como $v_x = v_1 \cos \theta_1$.

$$v_1 \cos \theta_1 = \frac{30}{\Delta t} \quad (\text{a})$$

Ahora se realiza un análisis en sentido vertical, es decir Caída libre.

$$\Delta h = v_{1y} \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

Como desea que el balón ingrese 14 centímetros por debajo del poste, $\Delta h = 2,44 - 0,14 = 2,30$ m y $v_{1y} = v_1 \sen \theta_1$.

$$2,30 = v_1 \sen \theta_1 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2 \quad (\text{b})$$

Se despeja v_1 de la ecuación (a) y se reemplaza en (b) y como $\theta_1 = 30^\circ$.

$$2,30 = \frac{30}{\cos 30 \Delta t} \sen 30 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

Se resuelve y despeja el tiempo.

$$\Delta t = 1,75 \text{ s}$$

Este tiempo se reemplaza en la ecuación (a) y se obtiene la velocidad

$$v_1 = 19,78 \text{ m/s}$$

R: La velocidad con la que parta el balón debe ser de 19,78 m/s.

2.- Un cañón lanza un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s a un ángulo de 45° . Determine el tiempo en que el proyectil alcanza su objetivo, la distancia a la que el objetivo se encuentra del cañón y la altura máxima que alcanza el proyectil.

Se aplica la ecuación especial del tiempo de vuelo y se reemplaza los datos

$$t_v = \frac{2 v_1 \sen \theta_1}{g} = \frac{2 \cdot 50 \cdot \sen 45^\circ}{9,8} = 7,21 \text{ s}$$

Se aplica la ecuación especial del alcance horizontal y se reemplaza los datos

$$X = \frac{v_1^2 \operatorname{sen} 2\theta_1}{g} = \frac{50^2 \operatorname{sen} (2 \cdot 45^\circ)}{9,8} = 255,1\text{m}$$

Se aplica la ecuación especial de la altura máxima y se reemplaza los datos.

$$Y_{\text{máx}} = \frac{(v_1 \operatorname{sen} \theta_1)^2}{2g} = \frac{(50 \operatorname{sen} 45^\circ)^2}{2 \cdot 9,8} = 637,755\text{m}$$

R: El tiempo que demora el proyectil en alcanzar su objetivo es **7,21 s**, el cual se encuentra a **255,1 m** del cañón y la altura máxima que alcanza el proyectil es **637,755 m**.

Ejercicios propuestos

- 1.- A que velocidad debe lanzar un basquetbolista, de 1,80 m de estatura, situado en la línea de 3 puntos, una pelota para marcar los 3 puntos, si esta línea se encuentra a 6,75 m del aro de básquet y el cual tiene una altura de 3,05 m. Tomando en consideración que la pelota parte 20 centímetros por arriba de la estatura del basquetbolista con un ángulo inicial $\theta_1 = 45^\circ$, determine aparte de la velocidad, el tiempo que demora en llegar la pelota al aro.
- 2.- Se lanza un proyectil a 25 m/s con un ángulo inicial de 25° . Determine el tiempo de subida, el tiempo de vuelo, la altura máxima y el alcance horizontal.

V.3 Situación a-didáctica:

v.3.1 Tema:

Movimientos parabólicos reales.

v.3.2 Tiempo recomendado:

1 hora.

v.3.3 Grado de estudio:

Estudiantes que cursen Cinemática lineal.

V.3.4 Expectativa de logro de la situación a-didáctica:

- a.- Analiza videos de movimientos parabólicos en el software Tracker.
- b.- Obtiene y dibuja las gráficas cinemáticas de un movimiento parabólico.
- c.- Relaciona las gráficas cinemáticas de un MRU y una Caída libre como la composición de un movimiento parabólico.
- d.- Participa en equipo (Colaboración).

V.3.5 Medios y materiales:

- a.- 6 hojas milimetradas por grupo.
- b.- Pelota por grupo.
- c.- Celular o Cámara de video.
- d.- Computadoras para cada grupo con el software Tracker (Se recomienda usar una sala de computo).

V.3.6 Aplicación:**Indicaciones preliminares**

- ➔ En esta actividad se evaluará la calidad de las gráficas cinemáticas obtenidas por los grupos y según esto se determinará el ganador.
- ➔ El docente dividirá a los estudiantes en grupos de 4 personas.

**Movimientos parabólicos:** videos.

Procedimiento: Procedimiento: Los estudiantes deberán grabar videos de movimientos parabólicos realizados por ellos mismos, por ejemplo, pateando un balón, lanzando una pelota de un compañero a otro, etc. Para luego poder analizarlos en el software Tracker y obtener sus gráficas cinemáticas. Es importante indicar a los estudiantes que en los videos que ellos graben, tengan una distancia que pueda ser tomada de referencia en el software Tracker, ya que es necesario para poder analizar correctamente los videos. Luego de que obtengan las gráficas en el software deberán dibujarlas en las hojas milimetradas y escribir las características y las similitudes con las de un MRU y Caída Libre. En total serán 6 gráficas cinemáticas ($x - t$, $v_x - t$, $a_x - t$, $y - t$, $v_y - t$, $a_y - t$). Las hojas milimetradas son las que serán evaluadas para determinar el grupo ganador y queda a disposición del docente los parámetros a evaluar.

RESUMEN

Cinemática lineal

Estudia el movimiento de los cuerpos desde una perspectiva geométrica, sin considerar las causas que producen el movimiento. Está relacionado con los movimientos lineales y el sistema de referencia que se usa es el de coordenadas cartesianas y se lo considera fijo.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

- El movimiento rectilíneo uniforme se le abrevia como MRU.
- Es rectilíneo porque los cuerpos con MRU se mueven describiendo una línea recta.
- Este movimiento tiene velocidad que permanece constante en magnitud, dirección y sentido a lo largo del tiempo, lo que significa que el cambio de posición es uniforme (recorre distancias iguales en tiempos iguales).
- En el MRU no hay aceleración ($\vec{a} = 0$), debido a que al ser \vec{v} constante, $\Delta\vec{v} = 0$.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

- Abreviado es MRUV.
- Los cuerpos se describen sobre una recta, por lo que es un movimiento rectilíneo.
- La velocidad varía a lo largo del tiempo, pero de manera uniforme, por esto se le conoce como “uniformemente variado” (variaciones de velocidad iguales en tiempos iguales)
- En el MRUV existe una aceleración constante que provoca la variación de la velocidad.
- Cuando la velocidad y la aceleración tienen la misma dirección y sentido, se dice que es acelerado.
- Cuando la velocidad y la aceleración tienen opuestos sentidos, se dice que es desacelerado.

CAÍDA LIBRE

- La trayectoria es una línea recta vertical.
- La caída libre es un caso particular del MRUV.
- Entenderemos como caída libre al ascenso y descenso de un cuerpo.
- Este movimiento tiene una aceleración constante conocida como gravedad.
- El valor estándar de la gravedad es $9,8 \text{ m/s}^2$.

MOVIMIENTO PARABÓLICO

- Se le conoce también como movimiento de proyectiles, movimiento compuesto o movimiento en el plano.
- La trayectoria descrita por el cuerpo en movimiento es parabólica.
- El movimiento parabólico es bidimensional (plano).
- Este movimiento es la composición vectorial del Movimiento rectilíneo uniforme, horizontalmente, y verticalmente por la Caída libre.
- Las condiciones iniciales para que exista un movimiento parabólico son: velocidad con un ángulo de inclinación.

Bibliografía

- Avecillas, A. (2008). FÍSICA: ESTÁTICA CINEMÁTICA (PRIMER TOMO). Cuenca, Ecuador.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas (Vol. Primera edición). Buenos Aires: Libros del Zorzal. Recuperado de <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=SFk8xyCht2gC&oi=fnd&pg=PA7&dq=iniciacion+al+estudio+de+la+teoria+de+situaciones+didacticas&ots=AfTQQ9mncM&sig=eUE-VsGEO-WkE5At6Oq9GM5TK0s#v=onepage&q=iniciacion%20al%20estudio%20de%20la%20teoria%20de%20situaciones%20didacticas&f=false>
- Brown, D. (2008). Tracker Video Analysis and Modeling Tool. California, EU: Tracker
Recuperado de: <https://physlets.org/tracker/>
- Díaz Barriga, Á. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. UNAM, México. Recuperado de <https://docs.google.com/file/d/0B1fIBo0nFw4IUjlybWltZ3luMW8/edit>
- Guidugli, S., Fernández, C. & Benegas, J. (2004). Aprendizaje activo de la cinemática lineal y su representación gráfica en la escuela secundaria. *Enseñanza de Las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 22(3), 463-472. Recuperado de <https://ddd.uab.cat/record/1677> .
- Guzñay, S. (2017). Cinemática lineal [Material de clase]. Mecánica, Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.
- Ministerio de Educación del Perú. (2007). Tecnología de la información y la comunicación aplicadas a la educación. Lima: MINEDU. Recuperado de goo.gl/X4tlU1.
- Panizza, M. (2003). *II conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas*. Recuperado de http://crecersonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf
- Vallejo P. & Zambrano J. (2010). Física Vectorial 1. Ecuador: RODIN.