

UNIVERSIDAD DE CUENCA



Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación Carrera de Matemáticas y Física

“Elaboración de un manual que contenga estrategias didácticas para mejorar el aprendizaje de combinatoria en la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, con la utilización de material didáctico.”

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Licenciada en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física.

AUTORAS:

Erika Tatiana Parra Mora

CI: 0106436801

Patricia Carolina Paucar Jara

CI: 0105521512

TUTORA:

Mg. Carmen Eulalia Calle Palomeque

CI: 0301166708

Cuenca-Ecuador

Febrero 2019



RESUMEN

Este trabajo está dirigido a los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, con la finalidad de mejorar los procesos de aprendizaje en temas referidos a la Teoría Combinatoria: permutación, variación y combinación, que por su complejidad, generan dificultades conceptuales y procedimentales, problemas evidenciados en la metodología de esta investigación. Las técnicas que permitieron realizar esta investigación fueron del tipo cualitativa y cuantitativa, en las cuales se determinaron dos factores: el primero hace referencia al reconocimiento de la técnica de conteo dentro de un problema combinatorio realizado durante una clase, y el segundo, al rendimiento académico de los estudiantes.

Para superar problemas relacionados con la comprensión de estos contenidos, se ha propuesto elaborar un manual con una selección minuciosa de estrategias y técnicas didácticas apoyadas por material lúdico (juegos) para uso del docente; este manual le da posibilidades al educador para elegir estrategias y situaciones de aprendizaje en determinados momentos que considere pertinente.

La elaboración y estructura del manual se ha realizado a través de una revisión bibliográfica de estrategias y técnicas didácticas, acompañadas de situaciones de aprendizaje que giran en torno a juegos, apegada a la pedagogía cognitiva de Piaget, la cual hace énfasis en el aprendizaje a través de la experimentación, manipulación de objetos contextualizados con nuestra realidad, convirtiendo al estudiante en un sujeto activo de su aprendizaje.

PALABRAS CLAVE:

Combinatoria. Técnicas de Conteo. Manual. Estrategias. Técnicas. Juegos. Didácticas. Cognitivo. Piaget.



ABSTRACT

This work is aimed for the students of Mathematics and Physics of the University of Cuenca, with the aim of improving learning processes, on topics related to the Combinatorial Theory: permutation, variation and combination, which, due to their complexity, generate difficulties conceptual and procedural, problems evidenced in the methodology of this investigation.

The techniques that allowed to carry out this work were of the qualitative and quantitative type, in which two factors were evidenced, the first one that the main difficulty in understanding is to recognize the counting technique within a problem combinatorial and the second, the academic performance of the students; to try to overcome these problems, it has been proposed to elaborate a manual that contains a meticulous selection of strategies and didactic techniques supported by play material (games) for the teacher's use, this manual gives the educator freedom to choose which strategies and learning situations to use in certain moments of dictating your class.

The elaboration and structure of the manual has been carried out through a bibliographic review of strategies and didactic techniques accompanied by learning situations that revolve around games, attached to Piaget's cognitive pedagogy, which emphasizes learning through the experimentation, manipulation of objects contextualized with our reality, turning the student into an active subject.

KEYWORDS: Combinatorial. Counting Techniques. Manual. Strategies. Techniques. Games. Didactic. Cognitive. Piaget.



ÍNDICE

Resumen	02
Abstract	03
Introducción	12

CAPÍTULO I

1.1	Manuales Escolares	14
1.2	Material didáctico	16
1.2.1	Material didáctico para el aprendizaje de matemáticas	19
1.3	Educación matemática	21
1.3.1	Problemas en el aprendizaje de matemáticas avanzadas	22
1.3.2	Problemas en el aprendizaje de la Combinatoria	23
1.4	Estrategias didácticas	25
1.4.1	Tipos de Estrategias didácticas	27
1.4.2	Beneficio del uso de Estrategias didácticas en el aula	29
1.5	Juegos	30
1.5.1	Juegos dentro de la Matemática	33
1.6	Cognitivismo	34
1.6.1	Teoría cognitiva de Jean Piaget	35
1.6.2	Construcción del conocimiento mediante la actividad	37

CAPÍTULO II

2.1	Metodología de la evaluación	40
2.1.1	Población de la evaluación	40



2.1.2	Fase de diseño de la evaluación	40
2.1.3	Fase de aplicación de la evaluación	41
2.1.4	Recolección de datos	42
2.2	Dificultad de los problemas	42
2.3	Análisis de las dificultades y errores de los problemas	43
2.4	Metodología de la revisión documental	50
2.4.1	Población de la revisión documental	50
2.4.2	Recolección de datos	51
2.5	Análisis de las calificaciones	51
 CAPÍTULO III		
3.1	Propuesta	53
3.2	Validación de la propuesta	54
 Conclusiones		
		56
 Recomendaciones		
		57
 Referencias		
		58
 Anexos		
		61



Cláusula de Propiedad Intelectual

Erika Tatiana Parra Mora, autora del trabajo de titulación "ELABORACIÓN DE UN MANUAL QUE CONTENGA ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE COMBINATORIA EN LA CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA, CON LA UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 16 de noviembre del 2018

Erika Tatiana Parra Mora

C.I: 0106436801



Cláusula de Propiedad Intelectual

Patricia Carolina Paucar Jara, autora del trabajo de titulación "ELABORACIÓN DE UN MANUAL QUE CONTENGA ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE COMBINATORIA EN LA CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA, CON LA UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autora.

Cuenca, 15 de noviembre del 2018

Patricia Carolina Paucar Jara

C.I: 0105521512

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Erika Tatiana Parra Mora en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "ELABORACIÓN DE UN MANUAL QUE CONTENGA ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE COMBINATORIA EN LA CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA, CON LA UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 16 de noviembre del 2018



Erika Tatiana Parra Mora

C.I: 0106436801

Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Patricia Carolina Paucar Jara en calidad de autora y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "ELABORACIÓN DE UN MANUAL QUE CONTENGA ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE COMBINATORIA EN LA CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA, CON LA UTILIZACIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 19 de noviembre del 2018



Patricia Carolina Paucar Jara

C.I: 0105521512



DEDICATORIA

*Este trabajo se lo dedico con todo el amor del mundo a **mis padres**, Lizardo y Rita quienes me han apoyado y motivado durante toda mi vida escolar, han renunciado a sus sueños para yo poder conseguir los míos.*

Erika Parra M.



AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, considero pertinente agradecer a los docentes de la carrera de Matemáticas y Física, que desinteresadamente, por amor a su trabajo y deseo de mejorar la educación, han participado en mi tesis de pregrado. Sin ellos no hubiera sido posible. De manera especial:

A la Mg. Eulalia Calle, mi tutora, por su apoyo, por su tiempo y por sus observaciones durante todo el proceso de Titulación.

Al Ing. Xavier González por el asesoramiento en la construcción de los materiales, por su tiempo y paciencia.

A la Mg. Sonia Guzmán quien tuvo las palabras precisas que me sirvieron para continuar y no rendirme, gracias Licenciada las recordaré y la recordaré por siempre...

Finalmente a mi familia, quienes son el pilar fundamental de mi vida, sin ellos no hubiera sido posible finalizar mis estudios universitarios, por su motivación y sus palabras de aliento.

Erika Parra M.



INTRODUCCIÓN

El presente Trabajo de Titulación está motivado por la necesidad de ayudar a los estudiantes en formación docente, para una mejor comprensión de la Teoría Combinatoria, contenido matemático que se lo puede definir como un conjunto de procesos que se desarrollan en nuestra mente en base a actividades secuenciadas de aprendizaje: la conceptualización, la abstracción, la inducción y la representación. Conceptualizar es indispensable en Combinatoria, pues son los términos, el orden y la repetición, elementos que permiten diferenciar las técnicas de conteo: permutación, variación y combinación, dentro de un determinado contexto, punto importante en la resolución de problemas. Así también, los procesos de abstracción y representación juegan un papel clave al momento de transferir la información del lenguaje común al lenguaje matemático.

Para analizar las dificultades de comprensión que poseen los estudiantes se empleó una metodología de tipo cualitativa y cuantitativa, con el fin de obtener una visión completa del problema. Las técnicas empleadas fueron la evaluación y la revisión documental: la primera fue aplicada a todos los estudiantes de segundo ciclo de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales; en base a grupos focales, se realizó un estudio detallado sobre la interpretación que tienen hacia los enunciados, enfatizando el proceso y las dificultades en la resolución de los problemas. Con la segunda técnica se relacionó el rendimiento académico con el aprendizaje.

La síntesis de esta investigación, se expone de la siguiente manera:
En el capítulo I se encuentra el marco teórico, en el cual se explica las principales dificultades en el estudio de la Combinatoria, además de conocer cómo beneficia el uso de estrategias, materiales y juegos didácticos al aprendizaje de los educandos.



En el capítulo II se explica la metodología empleada, que inicia con un análisis detallado de los problemas en la evaluación que generaron mayores desaciertos, junto con su respectiva interpretación, y termina con un estudio cuantitativo del registro académico de los alumnos.

En el capítulo III se presenta la propuesta, un manual didáctico elaborado desde la perspectiva cognitiva de Piaget, basado en juegos y ocho situaciones de aprendizaje que abordan los siguientes contenidos: permutaciones, variaciones y combinaciones, a más de planificaciones docentes.

Para finalizar, se ofrece un soporte didáctico al docente de Álgebra Superior para planificar e innovar sus clases de Combinatoria; así también se brinda una guía, con recomendaciones en la utilización de estrategias y técnicas didácticas, estimulando el pensamiento y razonamiento de los estudiantes, mientras relaciona los conocimientos matemáticos alentados por el trabajo en equipo.



CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

1.1 Manuales Escolares

Los manuales escolares son instrumentos para educación, representan un medio de comunicación, en donde se reflejan los contenidos, propósitos e ideas: políticas, curriculares y de organizaciones, es por esta razón, que los manuales escolares son considerados como una fuente de datos que registran los cambios que ha sufrido la educación formal durante varios siglos; existen varios autores que se han encargado del estudio de los manuales como por ejemplo: Puelles Benítez (2000), Iglesias (2010) y Choppin (2010), quienes mencionan que un manual escolar es el encuentro de diferentes ramas de la historia de la educación: convergen en él la historia del currículo, la historia de las disciplinas escolares y la moderna historia interna de la escuela o de la práctica escolar.

El origen del manual escolar, según varios historiadores, se ubica en Francia durante el siglo XV con la aparición de la imprenta y con el surgimiento y utilización del método de enseñanza simultáneo de los Hermanos de las Escuelas Cristianas de Juan Bautista de La Salle (Iglesias, 2010). Este método consistía en dividir a los estudiantes por clases según sus edades y ritmos de aprendizaje. Cada obra era una

combinación entre texto e imágenes, sumados a una estructura secuenciada y cíclica de los saberes; estas características le dieron la identidad de manual.

Actualmente los manuales escolares ocupan un lugar central en el conocimiento de la distribución de saberes, son considerados como herramientas pedagógicas destinadas a facilitar el aprendizaje; se presentan como un soporte de los conocimientos y de las técnicas que la juventud debe adquirir para la conservación de sus valores. Estos manuales son obras creadas explícitamente con la intención de ser utilizadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje y que se la identifica fácilmente por su título, por su asignatura, nivel o modalidad, por su estructura didáctica interna, y por su contenido.

Las principales características que deben poseer son: “intencionalidad por parte del autor, sistematicidad en la exposición de los contenidos, secuencialidad, adecuación para el trabajo pedagógico, estilo textual expositivo, combinación de texto e ilustraciones, reglamento de los contenidos, entre otros” (Iglesias, 2010, p. 99).

Según Choppin (2010) la importancia que adquieren los manuales en el proceso de enseñanza- aprendizaje radica en que cumplen varias funciones: son medios de comunicación muy eficaces de difusión y transmiten un sistema de valores, ideología y cultura.

En conclusión se puede decir que los manuales escolares son obras cuya intención es facilitar el aprendizaje de diferentes asignaturas; cada manual debe poseer una estructura secuenciada, a la vez que los contenidos deben ser seleccionados de forma minuciosa y de acuerdo con el currículo establecido. Los manuales representan los cambios y las transformaciones por mejorar la educación.



1.2 Material didáctico

La educación ha cambiado en las últimas décadas; al inicio las clases eran impartidas únicamente en forma magistral, siendo el eje central del proceso educativo el profesor. Hoy en día, según Núñez, Abades y otros (citado por Ojeda, Carrera, Vázquez & Mate, 2010), el uso exclusivo de las clases magistrales como recurso del educador ha llevado a una baja participación e interés por parte del estudiante en clase, a una disminución de su asistencia presencial y a un alto número de estudiantes “no presentados”. Es por esta razón que se hace indispensable generar nuevas formas didácticas que permitan mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje, además que potencien el papel activo y responsable del estudiante y su mayor participación en el desarrollo de los conocimientos y habilidades (Zabalza, 2004).

La acción docente consiste en planificar clases de forma rigurosa, empleando diversas estrategias que permitan alcanzar los objetivos de enseñanza y aprendizaje planteados con anterioridad; muchas veces el educador opta por utilizar materiales didácticos en las diversas actividades que realiza. Sin embargo, en muchas ocasiones, el material seleccionado no es el correcto o el adecuado; así también, no permite alcanzar los objetivos esperados. Es importante conocer cuáles son las características y las funciones que cumplen los materiales didácticos dentro de la educación, además de saber los criterios de selección, elaboración y evaluación del material didáctico, ya que, todos estos parámetros ayudan y permiten alcanzar los objetivos esperados de una clase.

Antes de conocer a profundidad todos estos parámetros es importante definir o conceptualizar qué se entiende por material didáctico. Existen diferentes posiciones en cuanto a la definición; algunos autores afirman que el material didáctico se centra exclusivamente en aquellos objetos que han sido directamente elaborados para la enseñanza dentro del salón de clases, cumpliendo un objetivo en concreto; mientras que otros autores consideran que son un conjunto de materiales, recursos y medios que

intervienen y facilitan el proceso educativo. Aquí se han destacado algunas definiciones elaboradas por diferentes autores:

“Instrumentos que proveen al educador de pautas y criterios para la toma de decisiones, tanto en la planificación como en la intervención directa en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en su evaluación” (Zabala, 1990).

“Instrumentos manipulativos, utilizados de forma directa o complementaria, que colaboran con el profesional de la educación en la toma de decisiones a lo largo de todas las fases que transcurren en el proceso de enseñanza-aprendizaje (diseño, aplicación y evaluación), y colaboran con el alumno en la estimulación y establecimiento de un aprendizaje significativo” (Rajadell, 1992).

“Todos aquellos medios y recursos que facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje, dentro de un contexto educativo sistemático, estimulando la función de los sentidos para acceder más fácilmente a la información, adquisición de habilidades y destrezas” (Ogalde & Bardeavid, 1992).

De donde se puede establecer la conceptualización de material didáctico como: todo instrumento, objeto o recurso que interviene de manera directa o indirecta en el proceso de enseñanza aprendizaje. Al intervenir en el proceso de enseñanza aprendizaje, los materiales didácticos están dirigidos directamente al docente y al estudiante. Para el docente los materiales didácticos encierran el conjunto de medios y recursos que emplea para aplicar y desarrollar el currículo, desde la planificación hasta la evaluación, mientras que para el estudiante abarcan todos los recursos y medios que sirven para construir y progresar en su aprendizaje (Parramón, 2010).

Una vez conceptualizado qué son los materiales didácticos, resulta fundamental conocer cuáles son la importancia y las funciones que desempeñan en el ámbito educativo; según Sánchez, Gallegos, Moreira y Boude (citado por Velandia, Aidé, Morales, Humberto, Duarte & Enrique, 2008)

Los materiales didácticos constituyen una mediación entre el objeto de conocimiento y las estrategias cognitivas que emplean los docentes; estos materiales facilitan la expresión de los estilos de aprendizaje, pues crean lazos entre las diferentes disciplinas y, sobre todo, liberan en los estudiantes la creatividad, la capacidad de observar, clasificar, interactuar, descubrir o complementar un conocimiento ya adquirido. (p.50)

Por consiguiente, los materiales didácticos cumplen con funciones y finalidades específicas dentro del aula, que han sido elaboradas o seleccionadas por el docente de acuerdo a los objetivos planteados. Dentro de estas funciones, Parramón (2010) destaca las siguientes:

Función mediadora: permite crear un lazo entre los contenidos de carácter disciplinar, el educador y el educando.

Función orientadora: brinda un conjunto de sugerencias y propuestas que el docente puede utilizar y adaptar en función de los objetivos que quiere conseguir.

Función motivadora: motiva a los educandos para que desarrollen habilidades o destrezas en el proceso de aprendizaje.

Función innovadora: pretende promover un cambio en la dinámica del aula, eliminando de esta manera la rutina.

Para poder garantizar que se cumplan estas funciones es necesario conocer y analizar la selección de los materiales didácticos, ya que, muchas veces, un excelente material mal empleado no servirá de nada, mientras que un material sencillo, regular, utilizado en forma adecuada y oportuna permitirá alcanzar los objetivos de la clase (Ogalde & Bardavid, 1992).

La selección de material didáctico obedece ciertos criterios, el primero es que debe estar en función con los objetivos del aprendizaje; para esto se plantean dos preguntas básicas: ¿qué objetivos del aprendizaje se pretenden lograr en la situación educativa donde se utilizaran estos materiales didácticos? y ¿qué etapa del proceso de enseñanza se desea reforzar con la incorporación de este material? (Ogalde & Bardavid, 1992). El segundo criterio es considerar los siguientes aspectos: la población, los recursos disponibles, el contexto y el tiempo disponible.

Una vez seleccionado el material didáctico, éste debe atravesar un proceso de evaluación y elaboración. Según Parramón (2010) para este proceso es necesario considerar los siguientes elementos:

Contenidos: Los contenidos dentro del material didáctico deben tener un sentido para el estudiante, ser próximos a su realidad o tener algún tipo de vínculo con sus intereses y necesidades; así también los contenidos trabajados en el material deben ser transferibles a otras situaciones similares en las que puedan encontrarse y finalmente los contenidos deben provocar cierta curiosidad en los educandos.

Características físicas: la resistencia del material junto con la durabilidad son características indispensables al momento de evaluar el material didáctico.

Carácter psicopedagógico y metodológico: Uno de los aspectos a tomar en cuenta al momento de la evaluación y elaboración del material es que estimule la imaginación y la creatividad en las personas que van a emplearlo, además que influya en la organización dinámica del salón; esta organización se relaciona a su vez con el tipo de interacción que existirá entre el educador y el educando, además de los educandos entre sí.

1.2.1 Material didáctico para el aprendizaje de matemáticas

El aprendizaje de las matemáticas es uno de los procesos más complejos para los estudiantes dentro de las diferentes etapas de la educación, ya sea porque se convierte en una materia abstracta llena de algoritmos y procedimiento a seguir, o porque involucra el manejo de conceptos y razonamiento matemático. Por lo tanto la labor de la educación en la actualidad es buscar maneras diversas de enseñar; en otras palabras, entra en juego el papel del educador como el encargado de construir, utilizar y armar nuevas estrategias de aprendizaje utilizando material didáctico, ya que el alumno moderno ve el mundo de otra forma, es decir, su manera de adquirir la información es variada, debido a que se ve sumergido en una realidad social diferente.

Los materiales didácticos para el aprendizaje de matemáticas hacen referencia a aquellos objetos, juegos y recursos manipulables capaces de ayudar al estudiante a suscitar preguntas, sugerir conceptos o materializar ideas abstractas. Álvarez (citado por Marí, 2010).

Estos materiales además permiten mejorar el proceso de aprendizaje, debido a que modifican las actitudes positivamente hacia la matemática y su aprendizaje, facilitan el desarrollo del currículo, fomentan el pensamiento matemático, potencian una enseñanza activa, creativa y participativa y estimulan la confianza en el propio pensamiento (Marí, 2010).

Existen diferentes criterios para clasificar a los materiales didácticos; algunos autores los hacen según sus características físicas, según la intencionalidad o función que poseen, según el medio de comunicación o soporte que utilizan, entre otros. En el caso de la matemática, se los puede clasificar de la siguiente manera:

Materiales manipulativos: son materiales didácticos contruidos para palpar, tocar o interactuar; es decir, son objetos físicos manejables que funcionan como medio de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático (Godino, Batanero & Font, 2004), éstos además pueden servir de puente entre la realidad y los objetos matemáticos.

Juegos Didácticos: son materiales didácticos que involucran actividades lúdicas, permitiendo adquirir competencias a través de la diversión; así también contribuyen al desarrollo social y emocional del educando.

Finalmente, se puede decir que la utilización de material didáctico dentro del aula de clases, conlleva una planificación de por medio, debido a que cumple o ayuda a cumplir un objetivo en concreto. En general, los materiales poseen grandes ventajas en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas, pues permiten crear lazos entre el educador y el educando, ayudan a organizar la clase, y facilitan la reflexión de los conceptos y propiedades matemáticas.



1.3 Educación matemática

Las matemáticas forman parte de nuestra cultura y de nuestro diario vivir, permiten mejorar el razonamiento y la toma de decisiones, siendo una de las asignaturas más importantes e indispensables dentro del currículo; es por esta razón que la educación matemática se encuentra presente desde los primeros años de vida hasta la culminación de una carrera profesional; pero, ¿qué se entiende exactamente por educación matemática?

Rico y Sierra consideran:

la educación matemática como conjunto de ideas, conocimientos, procesos, actitudes y, en general de actividades implicadas en la construcción, representación, transmisión y valoración del conocimiento matemático que tiene lugar con carácter intencional, y que se propone dar respuesta a los problemas y necesidades derivados de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. (p. 77-131)

La educación matemática abarca entonces desde la matemática elemental hasta la matemática avanzada o también conocida por algunos autores como: Pensamiento Matemático Avanzado (PMA); la primera hace referencia a una educación básica y la segunda hace alusión a los últimos años de bachillerato y en particular al ámbito universitario. Por otra parte la educación matemática se enfoca en tres aspectos: el primero es una educación como conjunto de conocimientos, el segundo es como actividad social y el tercero como disciplina científica. En esta propuesta se dará un mayor realce a la educación matemática como actividad social, debido a que la propuesta está diseñada para la formación de profesores en el estudio de pensamiento matemático avanzado (PMA) y los problemas de aprendizaje que se presentan.



1.3.1 Problemas en el aprendizaje de matemáticas avanzadas

Las matemáticas avanzadas por su naturaleza poseen procesos característicos: el nivel de abstracción, formalización del conocimiento, la representación, definición de los conceptos y la demostración (Azcárate & Camacho, 2003). Estos procesos generan en los educandos dificultades en el aprendizaje, en virtud de que los contenidos son cada vez más complejos y por tanto su comprensión se dificulta.

La comprensión según Dreyfus (1991) es "un proceso que tiene lugar en la mente del estudiante y es el resultado de una larga secuencia de actividades de aprendizaje durante las cuales ocurren e interactúan una gran cantidad de procesos mentales" (p. 25). Es decir que, la comprensión a su vez engloba diferentes procesos cognitivos como son: abstracción, representación, conceptualización e inducción (Aldana Bermúdez, 2013).

El proceso cognitivo que genera varias dificultades en el aprendizaje es el de conceptualizar: muchas veces el estudiante entiende un concepto particular dado en clase; sin embargo cuando el docente asigna una tarea a seguir en la que espera que utilice ese concepto, no lo hace o lo hace de forma errónea, generando inconsistencias. Entonces la pregunta que surge en los docentes es *¿qué ocurrió?*

Según Tall y Viner (citado por Aldana Bermúdez, 2013) cuando un estudiante evoca algo que generalmente no guarda relación con el concepto recibe el nombre de imagen del concepto; esta imagen se forma con las experiencias que adquiere el estudiante a través de los años; es decir, es una estructura asociada a una noción matemática, aunque no sea necesariamente coherente. Mientras que la definición es una exposición verbal o un conjunto de palabras para especificar un concepto; por consiguiente, la respuesta a la interrogante es que, *el estudiante empleó la imagen del concepto y no su definición.*



El conflicto entre la imagen del concepto y la definición del concepto significa la ausencia de una verdadera comprensión por parte del estudiante. De acuerdo con esto, Aldana (citado por Aldana Bermúdez, 2013) manifiesta que:

Adquirir un concepto significa tener una imagen conceptual de forma que se asocien ciertos significados a la palabra que designa el concepto: imágenes mentales, propiedades, procedimientos, experiencias, sensaciones, además, de tener un dominio de la complejidad y construcción del concepto, porque muchos alumnos recuerdan de memoria la definición de un concepto producto de la instrucción previa, pero cuando tienen que utilizarlo no saben cómo hacerlo o lo hacen de forma errónea. (p.61)

1.3.2 Problemas en el aprendizaje de la Combinatoria

La Combinatoria es una rama de las matemáticas que estudia las diversas formas de contar, es decir de realizar agrupaciones u ordenaciones de diferentes elementos; forma parte de la asignatura del Álgebra Superior y aborda temas específicos relacionados con las permutaciones, variaciones y combinaciones, que tratan sobre colecciones finitas de objetos que satisfacen ciertos criterios.

La resolución de problemas en combinatoria es un eje indispensable en el aprendizaje, pues pone en manifiesto la capacidad de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación; por tanto, es una competencia básica que todos los estudiantes deben adquirir. Sin embargo, diferentes informes presentados por PISA del 2003, 2006, 2009 y 2012 y TIMSS del 2011, demuestran la carencia y la dificultad de los estudiantes para resolver ejercicios en las pruebas matemáticas. Esto ha sido un motivo para exponer la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza, además de tratar de entender las dificultades que tienen los estudiantes para adquirir esta competencia.

Para iniciar se debe reconocer que existen varios factores que influyen en el aprendizaje como son los cognitivos y los emocionales. Se dará una mayor relevancia y profundización a los factores cognitivos. La resolución de problemas de combinatoria

involucra el factor cognitivo, ya que requieren de un análisis cuidadoso de su estructura. “Para contar, es necesario saber qué características debe cumplir lo que se desea contar; por ejemplo, el hecho de que sea necesario o no el orden o la repetición” (Salgado & Trigueros, 2009, p. 92).

El concepto de orden y repetición se encuentra presente en nuestro diario vivir y en nuestro lenguaje coloquial; este tiene un significado muy concreto para todos. Sin embargo este concepto se lo entiende fuera del ámbito matemático, ya que, al iniciar el estudio formal de las ordenaciones y las combinaciones, los estudiantes no distinguen las características relevantes del problema y tienen grandes dificultades para resolverlo. Por tanto, la manera como se cuenta se convierte en un problema cognitivo, pues las ideas de orden y repetición se entienden fuera del ámbito escolar, pero cuando se abordan con determinados conjuntos, se pierde la transparencia que tienen en otros ámbitos (Salgado & Trigueros, 2009).

En combinatoria han existido varios autores encargados de estudiar las dificultades puntuales como tal que presentan los estudiantes para resolver estos ejercicios, entre ellos se puede mencionar Hadar y Hadas (citado por Roa, 2000) quienes establecen las siguientes dificultades:

Identificación del grupo de sucesos u objetos que se pide enumerar o contar: a veces los educandos no reconocen el conjunto correcto de objetos que se debe enumerar. En general, una percepción incoherente de dicho grupo lleva a conclusiones erróneas. Se debe tener en cuenta que en el enunciado de los problemas combinatorios existen la mayoría de veces convenios implícitos que no quedan claros para el estudiante. Estos convenios muchas veces ayudan a reconocer qué tipo de técnica se necesita utilizar, es decir, permutación, variación o combinación.

Elegir una notación apropiada: los educandos se enfrentan algunas veces con la dificultad de seleccionar una notación apropiada que represente de una forma compacta toda la información y condiciones dadas.



Generalizar la solución: Muchas veces, aunque el estudiante resuelva con éxito un problema combinatorio para varios casos particulares, falla al encontrar una solución general, al no ser capaz de unir las soluciones de una forma recursiva.

Los estudiantes para resolver problemas combinatorios necesitan interiorizar el problema y generalizar el proceso para poder representar una fórmula que tenga sentido para ellos. De esta manera pueden comparar fórmulas, utilizar en un problema dos fórmulas distintas cuando es necesario, distinguir entre diversas situaciones, distinguir las fórmulas que se deben emplear en cada caso e incluso des-encapsular el objeto en el proceso que le dio origen.

1.4 Estrategias didácticas

La educación es el cimiento del desarrollo de nuestra sociedad; por tanto, analizar la realidad de un aula de clase es, sin duda, sumergirse en un ambiente de espontaneidad, creatividad, actividades rutinarias, motivación, curiosidad, complementada de acciones y actividades que el docente planifica para un momento determinado de su clase.

El pensar en el quehacer diario, donde la práctica docente se convierte en muchas ocasiones en procesos en los cuales el profesor simplemente explica y los alumnos realizan determinados ejercicios, encaminó a expertos en pedagogía educativa a romper los estigmas cotidianos, buscando formas distintas, es decir innovadoras de dar una clase, sin perder el interés, ni la motivación del educando; según Parramón (2010), es importante tener presente seis puntos para dictar una cátedra: tema principal y los contenidos, los objetivos didácticos, las estrategias didácticas, los recursos que serán utilizados, la dinámica del grupo y los criterios de evaluación. Un factor que se estudiará y que permitirá introducir un concepto de algo diferente dentro de una aula de clase, son las estrategias didácticas.



Las estrategias didácticas surgen al abrigo de la corriente cognitiva de la psicología; a sus inicios era imposible plantearse la existencia de estrategias, el conductismo era la corriente que estaba instalada en la época: aquí se consideraba que el alumno debe dar respuesta a los estímulos y refuerzos del ambiente propiciados por el maestro. Pasaron algunos años para que investigadores como Weinstein y Mayer (1986) llegaran a una definición clara, así como también, se permitiera cambiar la idea de que las estrategias eran sólo cognitivas y metacognitivas, debido a que estaban relacionadas con otros factores, afectivos, motivacionales y contextuales.

Además, es necesario hacer énfasis en el currículo, ya que es el lugar donde se busca implementar dichas estrategias; es preciso enfatizar el contenido que será estudiado por los alumnos, así como también, cuáles son los elementos que encierra toda esa programación de la clase, y cuáles de ellos son los adecuados en el proceso de enseñanza-aprendizaje; sin duda, una de las características de la realidad educativa definida por Gallegos, es que para el alumno actual, aprender es pensar, por lo que la nueva tecnología de la psicopedagogía está dirigida definitivamente a las estrategias que el profesor emplea con sus alumnos, considerando además que éstas deben constituir un camino diferente para llegar al estudiante; es decir, no son reglas exactas o mágicas que todo docente debe implementar, sino soportes que podrían reforzar las horas clase.

La práctica docente debe enmarcarse en dar vías o caminos diferentes al estudiante, tales como buscar nuevas estrategias didácticas para enseñar un contenido específico; sin embargo, es preciso conocer primero desde diferentes perspectivas, *¿Qué es una estrategia didáctica?* Se mencionará ciertos autores que se han destacado con sus trabajos, tales como:

Derry y Murphy (1986), define estrategias como “un conjunto de actividades mentales empleadas por el sujeto, en una situación particular de aprendizaje, para facilitar la adquisición de conocimientos”

Wenstein y Mayer (1986) dicen que “son pensamientos y conductas que un alumno inicia durante su aprendizaje que tiene una influencia decisiva sobre los procesos cognitivos internos relacionados con la codificación”

Beltrán Llera afirma que “son como las grandes herramientas del pensamiento puestas en marcha por el estudiante cuando tiene que comprender un texto, adquirir conocimientos o resolver problemas”

Por lo tanto, teniendo en cuenta todas estas definiciones, se puede decir que las estrategias didácticas son aquellas actividades y recursos que el docente pone en práctica al momento de enseñar a sus educandos. Además, hay que considerar que un aspecto importante para desarrollar cualquier estrategia es tener presente el tiempo que ésta requiere, ya que no contar con el suficiente, haría que la enseñanza se vea envuelta en confusión, desmotivación y frustración tanto del alumno como del docente.

1.4.1 Tipos de estrategias

Son varias las actividades que podemos proponer dentro del aula de clase, sin olvidar que cada una debe estar enfocada a cumplir con el objetivo de enseñanza y adecuarse al contenido que se va a desarrollar. Varios autores proponen clasificaciones, para lo cual se plantean un conjunto de categorías que corresponden a los diferentes tipos de estrategias:

Estrategias cognitivas: son aquellos procesos de la mente con los que adquirimos, procesamos y expresamos toda información, es decir medios por los cuales obtenemos los conocimientos (Sáez, 2010).

Estrategias de adquisición: son aquellas que permiten procesar la información incipiente, es decir llevar la información de la memoria de corto plazo, mediante algunas técnicas o actividades, a un conocimiento duradero, para lo cual nos podrían ayudar la exploración del material de aprendizaje que se está utilizando y el uso de organizadores previos (Sáez, 2010).



Estrategias de codificación: son aquellas que permiten transportar la información recibida y almacenada en la memoria de corto plazo a la memoria de largo plazo, de tal manera que el alumno pueda hacerla uso en el momento y situación que este requiera. Según Albo (2012) podemos encontrar algunos tipos de estrategias de codificación, como son: nemotecnias; elaboraciones y organizaciones de la información, en grado creciente de complejidad.

Estrategias de elaboración: su función es servir de nexo entre el conocimiento nuevo y el previo que se encuentra en la memoria, logrando un conocimiento más grande, es decir trasformando los esquemas mentales ya existentes o preparando otros nuevos en caso de ser necesario y oportuno. (Sáenz, 2016).

Estrategia de transferencia: este tipo de estrategias están encaminadas a trasportar todo el conocimiento a actividades, contextos cercanos o cotidianos de la vida diaria, donde se pone en manifiesto el nivel de aprendizaje adquirido. Así pues según Gómez, Sanjosé y Solaz-Portolés (2012), podemos encontrar transferencia de tipo lateral y transferencia de tipo vertical. La primera se genera cuando el conocimiento obtenido previamente y la tarea o problema nuevo que se plantee son de la misma naturaleza y con el mismo grado de dificultad; la segunda se genera al momento en que el conocimiento ya adquirido permite asimilar, entender la nueva tarea o problema, pero esta vez de naturaleza o nivel de complejidad diferente al del aprendizaje previamente adquirido.

Estrategias motivacionales: son aquellas que generan que el alumno muestre una disposición positiva hacia la actividad o tarea que está realizando o por realizar; las estrategias desarrolladas dentro de este contexto sin duda deben estar enfocadas a cada edad del educando, tomando en cuenta sus intereses, así como también el ambiente en el cual se desenvuelven.



De esta manera se encuentran varias estrategias que el docente puede desarrollar en su cátedra, ya que éstas son el medio para reforzar y ayudar al educando a aprender e interiorizar de forma significativa, los diversos contenidos curriculares.

1.4.2 Beneficio del uso de Estrategias didácticas en el aula

El ambiente escolar es sin duda una mezcla de muchos factores, ya sea de índole familiar, social, de autoestima, motivación, entre otros; sin embargo, es significativo resaltar lo mencionado por Bruning, Schraw y Ronning (2002) quienes afirman lo siguiente:

La adquisición de conocimientos y habilidades sólo constituye una parte del desarrollo cognitivo. Aunque ambas son importantes, tal vez lo sea aún más las estrategias de aprendizaje que posee el aprendiz y su capacidad para reflexionar sobre lo que aprende, para pensar de modo crítico. Sin estrategias el conocimiento es frágil. (p.25)

Así pues, las estrategias son medios para facilitar la comprensión de determinados temas. Un ejemplo de lo expuesto son las investigaciones realizadas por Fuentes (2016) a estudiantes de quinto año de la carrera de Ciencias Naturales en los cursos de profesionalización, en la FAREM Estelí, Nicaragua, en donde se evidencia que la utilización de las estrategias permite a los estudiantes desarrollar habilidades investigativas, análisis reflexivas y de participación individual y grupal, mismas que emplearán una vez que se desempeñen como agentes educativos.

Finalmente, se puede establecer que el uso de estrategias facilita la comprensión en el estudiante y permite que su aprendizaje sea más efectivo. Así como también, facilita al educador en su labor, teniendo más caminos para llegar al estudiante.

Los diferentes tipos de estrategias, cada uno con un fin a ser utilizado, constituyen medios para que los conocimientos sean acomodados desde una memoria de corto plazo a una de largo plazo, mediante actividades que el docente planifica de forma estratégica, para contenidos específicos del currículo.



Investigaciones realizadas en otros países, evidencian que, ciertamente, una estrategia didáctica contribuye de manera efectiva y positiva en el desenvolvimiento académico y social del alumno.

1.5 Juegos

El juego, dentro del aula de clase, es un medio que permite analizar el desempeño educativo desde diferentes maneras, ya que en la mayoría de ocasiones el proceso de enseñanza-aprendizaje se centra simplemente en impartir los conocimientos de una forma tradicional; por estas justificaciones es que, a finales del siglo XIX y principios del XX, se comienza a considerar el juego desde una perspectiva psicológica y pedagógica haciendo énfasis simplemente en que jugar forma parte del ciclo evolutivo del niño. Sin embargo, es preciso enmarcar que, con el pasar de los años, varios autores han ido acomodando el juego a diferentes corrientes, de tal manera que su desarrollo dentro del aula se ha enfocado a complementar, apoyar o incluso desarrollar una cátedra con los educandos.

Por este motivo, es preciso definir y conocer enunciados de autores que proponen en sus trabajos la conceptualización sobre juegos.

De acuerdo con Huizinga (1987) el juego es una acción libre, que está guiado por reglas que son de carácter obligatorio, que el participante asume y acepta, además que debe desarrollarse en límites de espacio y tiempo previamente acordados, así como también, tener un fin en sí mismo e ir acompañado de un sentimiento de tensión y alegría.

Para Jacquin (1958) el juego es una actividad espontánea y desinteresada que exige una regla libremente escogida que cumplir o un obstáculo deliberadamente puesto que vencer.

En concreto, se define que el juego llega a convertirse en una actividad distinta a la cotidiana, es decir activa el interés del educando al mismo tiempo que cumple con

una determinada función dentro del aula de clase; por tal motivo es preciso hablar sobre lo propuesto por Jean Piaget (1956), quien propone que el juego forma parte de la inteligencia del niño, porque representa la asimilación funcional o productiva de la realidad según cada etapa evolutiva del individuo. Es decir;

“Los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al individuo la asimilación total de la realidad, incorporarla para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla. De tal modo el juego es esencialmente de asimilación de la realidad” (Piaget, 1985)

Es de esta manera que jugar dentro del aula de clase toma un gran sentido, por lo cual es preciso enfatizar su clasificación según Parramón, de la siguiente manera:

Juegos sensoriales: hacen referencia a los sentidos del tacto, olfato, gusto, oído y vista, los cuales son de gran valor pedagógico y evolutivo, proporcionan al individuo situaciones de experimentación y aprendizaje, ya sea de forma social o desarrollando la enseñanza individual. Mediante este tipo de juegos se puede manipular el material de uso, conocer sus características físicas y sus utilidades.

Juegos intelectuales: son aquellos que estimulan algún aspecto de la inteligencia ya sea la creatividad, percepción visual, la lengua, imaginación y el razonamiento. Para que estos juegos lleguen a una asimilación por parte del individuo, es necesario que se dé un aprendizaje con anterioridad para lo cual es importante la atención, la memoria y la repetición.

Juegos sociales: son aquellos que permiten la socialización, es decir el desenvolvimiento del niño, su conducta dentro del aula de clase junto al proceso de adquisición y asimilación de conocimientos.

Juego estructurado o dirigido: es aquel que permite controlar las actuaciones de cada uno de los jugadores para llegar a cumplir con todo lo establecido; además permite generar un ambiente de control entre los jugadores.

Juegos competitivos: aquí se pone de manifiesto la ganancia o la pérdida; se busca conseguir la victoria por parte de los involucrados, de tal forma que estimula las destrezas de cada individuo con el fin de lograr un triunfo, así como también desarrolla su parte competitiva entre compañeros.

Juegos cooperativos: fomentan la integración, cooperación y apoyo mutuo, promueven las responsabilidades y roles de cada jugador; en definitiva, es una mezcla de valores que potencian el respeto y la responsabilidad, entre otros.

De esta manera es posible utilizar cualquier tipo de juego, o combinarlos de tal forma que el estudiante pueda a su ritmo, asimilar los diversos contenidos del currículo. Existen otras clasificaciones de los juegos didácticos. Chateau (1958) propone lo siguiente:

Juegos creativos: desarrolla en el individuo su creatividad e imaginación, lo que permite hacer una producción de ideas innovadoras que orienten a la solución a determinado problema de la vida real; además dentro del aula de clase este tipo de juegos permite desarrollar, descubrir el potencial de los educandos, en actividades desafiantes para determinados grupos de trabajo.

Juegos didácticos: permiten la formación del pensamiento teórico y práctico del educando; su utilidad está enfocada en el aprendizaje y desarrollo de destrezas para los contenidos que se dictan dentro del aula de clase; deben tener relación con los objetivos, contenidos y métodos de enseñanza, así como de la edad a la cual se está dirigiendo la actividad lúdica.

Juegos profesionales: son el tipo de juegos elaborados por empresas e instituciones especializadas; es decir son prototipos que se los pueden adquirir en tiendas y ser adaptados a los contenidos de la clase.



1.4.1 Juegos dentro de la Matemática

La Matemática es una de las asignaturas que todo estudiante en cualquier nivel que se encuentre debe tomarla; por esta razón, es necesario evitar que se convierta en una disciplina aburrida o temida por los alumnos. Hoy en día matemáticos como Miguel de Guzmán, Jordi Deulofeu Piquet y Martin Gardner destacan la importancia de utilizar juegos dentro de las cátedras matemáticas, ya sea en cualquier momento: anticipación, construcción o consolidación del conocimiento. Así pues, Gardner expresa lo siguiente:

“Con seguridad el mejor modo de despertar a un estudiante consiste en presentarle un juego matemático intrigante, un puzzle, un truco mágico, una paradoja, un modelo o cualquiera otra de veintena de posibilidades que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolas” (Gardner, 1980)

Es así que una de las alternativas para avivar el interés y curiosidad de los alumnos en una clase de matemática, es añadir diversos juegos; algunos de éstos se encuentran en la clasificación que realiza Ontario, Gómez y Molina, (2000):

- Juegos Pre instrucción, co instrucción y post instrucción
- Juegos de conocimiento y de estrategia
- Juegos con fichas (dominó), y juegos por hacer, entre otros.
- Juegos de numeración, cálculo, cuentas y operaciones.
- Juegos manipulativos y lógicos.

Por lo tanto, el juego dentro de la matemática, tiene un espacio que permite romper el temor hacia esta asignatura. Como manifiesta Méro, (2001) junto con el sociólogo J. Huizinga, el juego posee características que tiende a verlo como:

- Una actividad libre, que se ejercita por sí misma, no por el provecho que de ella se pueda derivar.
- Una obra de arte, produce placer a través de la contemplación y de la ejecución
- Dar origen a lazos especiales entre quienes lo practican.



- Crear un nuevo orden a través de sus reglas

En concreto, incorporar juegos con los educandos que desafíen su curiosidad, su cooperación y los motiven a aprender ciertas asignaturas como Matemáticas, es una forma novedosa de desarrollar una clase; es decir, emplear cualquier tipo de juego dentro del aula sería una alternativa que permita completar el currículo de contenidos con vías alternas y más interesantes tanto para el educador como para el educando.

1.6 Cognitivismo

En los últimos tiempos la preocupación por el pensamiento y la manera en cómo ésta funciona, ha permitido abrir caminos de investigación para la psicología científica; es así que a partir de los años setenta se iniciaron trabajos que cambiaron las perspectivas desde una psicología conductista a una cognitiva. Las grandes inquietudes por varios tipos de conductas en el individuo han llevado a expertos psicólogos a trabajar en relacionar las estructuras del conocimiento con los procesos de la mente, surgiendo las teorías cognitivas de grandes autores como Ausubel, Bruner, Piaget, entre otros.

La psicología cognitiva tuvo muchas raíces; sin embargo, una de las más significativas fue en Alemania, en donde tuvo mayor apogeo en los años 1920 y 1930, donde una de sus grandes antecesores fue la Psicología de la Gestalt, con su concepción principal, *el conductismo*, la corriente de la época que era insuficiente para explicar el gran nivel de la conducta humana, lo que significaba el comienzo de planteamientos de procesos de organización y reorganización cognitiva del campo perceptual, dejando en manifiesto la relación entre estímulo y respuesta. Es así que se dio una definición ya estructurada de la psicología cognitiva como:

“Aquella disciplina que se dedica a estudiar procesos tales como la percepción, memoria, atención, lengua, razonamiento y resolución de problemas, es decir los procesos



involucrados en el manejo de la información por parte del sujeto” (Arancibía, Herrera & Strasser, 2011).

De esta manera es como surgió una de las más fuertes corrientes pedagógicas en la educación actual: *el cognitivismo*. Varios autores se han dedicado a su estudio desde diferentes perspectivas. En esta investigación se trabajará con Jean Piaget, un psicólogo y biólogo reconocido por sus estudios sobre las etapas de desarrollo del individuo y su teoría cognitivista del aprendizaje.

1.6.1 Teoría cognitiva de Jean Piaget

“El conocimiento no puede ser una copia, ya que siempre es una relación entre sujeto y objeto” (Jean Piaget, 1947)

Ésta es una de las frases más reconocidas de este gran autor del cognitivismo, que pone de manifiesto una relación directa entre el aprendizaje y la construcción que realiza el sujeto al manipular cierto material de apoyo. Sus trabajos se enmarcan desde que el ser humano es un bebé hasta que madura ya que propone que el conocimiento se va adquiriendo de diversas maneras; para Piaget, el individuo se desarrolla de acuerdo a fases o estadios que se pueden ir distinguiendo en el desarrollo evolutivo de cada persona. Además, destaca la acción como un agente importante dentro del aprendizaje, es decir enfatiza el momento en el que el niño hace cierta actividad, describiendo este proceso de la siguiente manera:

“El individuo aprende lo que hace, la experimentación y manipulación de los objetos le permiten abstraer sus propiedades, cualidades y características” (Arancibía, Herrera & Strasser, 2011)

De tal manera que sus investigaciones han determinado cuatro etapas que el ser humano atraviesa: sensorio - motora o sensomotriz, pre operacional, operaciones concretas y operaciones formales; sin embargo, la última etapa de desarrollo es el

comienzo para un avance continuo de aprendizaje durante toda la vida. Piaget determina que el individuo durante su evolución y al paso que atraviesa cada fase de la vida adquiere enseñanzas en donde intervienen características tales como:

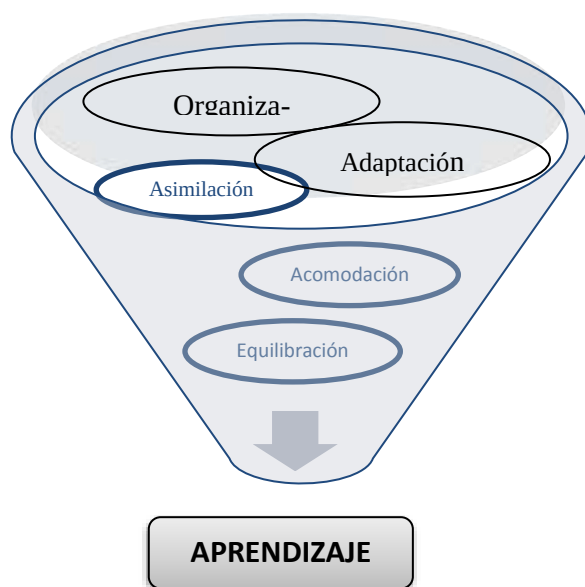


Figura 1. Procesos para el aprendizaje según Piaget

Fuente: Autoría propia

De tal manera que Piaget (citado por Linares, 2008) describe cada una como:

Organización: función donde el ser humano tiene una predisposición innata y de acuerdo a su maduración va integrando los patrones físicos simples o mentales a sistemas más complejos.

Adaptación: en este proceso manifiesta que todos los organismos nacen con la capacidad de ajustar sus estructuras mentales o conducta a las exigencias del ambiente que los rodea.

Asimilación: es aquí donde toda la información nueva adquirida se ajusta a los esquemas actuales, además este no es un proceso pasivo ya que siempre el ser humano requiere constantes momentos para transformar la información nueva a la ya existente.

Acomodación: consiste en modificar los esquemas existentes para encajar la nueva información discrepante. Por lo que para Piaget, tanto los procesos de asimilación y de acomodación están muy correlacionados con lo que se puede explicar los cambios del conocimiento durante la vida del sujeto.

Equilibrio: es la etapa donde el ser humano tiende a mantener un equilibrio en sus estructuras cognoscitivas, para lo cual son necesarios los procesos de asimilación y acomodación; así también, mediante este proceso el ser humano alcanza un nivel superior de funcionamiento mental.

Así pues, se entiende el aprendizaje como un proceso por el que el ser humano atraviesa, para llegar a un conocimiento concreto y duradero.

1.6.2 Construcción del conocimiento mediante la actividad

“El conocimiento emerge de las acciones del sujeto y que es por medio de las acciones que el conocimiento se manifiesta” (Piaget, 1973)

En este postulado, Piaget trata al conocimiento como un proceso minucioso ya que da gran importancia a la actividad como tal; es decir, manifiesta su rechazo al entendimiento de la persona simplemente comunicándole información. Por lo que plantea que se debe dar en una clase situaciones donde el ser humano experimente, desarrolle actividades con la intención de ver qué sucede, esto es, que tenga una cercana relación con la manipulación de símbolos, pueda ser un ser activo donde intervenga con sus preguntas y se genere discusiones con sus compañeros Kammi (citado de Arocho, 1999).



Por lo expuesto, se considera que las actividades de aprendizaje de las matemáticas, deben ser bien estructuradas y planificadas, a fin de responder a las exigencias del currículo; en otras palabras, no se debe transformar a la escuela como un centro artesanal de tareas aisladas, sino más bien considerar a las mismas como un mecanismo para que el educando organice, adapte, asimile y llegue a un equilibrio de lo que aprendió.

Finalmente, la pedagogía cognitivista de Piaget permite tener un enfoque diferente de la manera en la que el ser humano aprende, atendiendo a la concepción de su evolución en las distintas etapas de su desarrollo. Es importante entender este proceso para conseguir en los educandos, un conocimiento duradero a través de la realización de actividades académicas como medio de soporte.



CAPÍTULO II

METODOLOGÍA Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se describen los resultados obtenidos en la fase exploratoria de la propuesta; para esto se han empleado las técnicas de evaluación y la revisión documental, se ha iniciado con el análisis de la dificultad de las preguntas presentes en el cuestionario y posteriormente se ha realizado un estudio detallado sobre la interpretación que realizan los estudiantes hacia los enunciados, destacando principalmente el proceso y las dificultades encontradas en la resolución de los problemas planteados.

Con la revisión documental se proyecta relacionar el rendimiento académico con el aprendizaje; finalmente, se espera demostrar las dificultades para comprender los conceptos y características entre permutación, variación y combinación de los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, además de obtener información relevante para armar la propuesta de forma adecuada y pertinente.



2.1 Metodología de la evaluación

Para esta investigación se elaboró y aplicó una prueba específica, a fin de conocer la manera en la que los estudiantes resuelven un problema de Combinatoria, además de saber si entienden y diferencian las técnicas de: permutación, variación y combinación. Finalmente, la prueba permite contrastar el cómo responden los estudiantes a ciertas preguntas en las que se desglosan literales que sirven de guía para resolver el problema y a otras preguntas en las que no se especifica el procedimiento para resolver, dejándoles en completa libertad para su razonamiento.

2.1.1 Población de la evaluación

La población escogida fueron los estudiantes de segundo ciclo de la Carrera Rediseñada: Pedagogía de Ciencias Experimentales que cursan la asignatura de Matemática Estructurada perteneciente al periodo Marzo- Julio 2018. Esta cátedra se imparte en dos jornadas: matutina y vespertina; el total de estudiantes que la cursan es de 75 registrados en lista, de los cuales se ha tomado la evaluación a 67 de ellos, por ser estudiantes regulares. De los 67 estudiantes se realizó grupos focales de entre 4 y 5 integrantes seleccionados de forma aleatoria.

2.1.2 Fase de diseño de la evaluación

Para diseñar la prueba se seleccionó cuatro problemas de combinatoria, dos de los cuales tuvieron literales con preguntas cerradas y abiertas que sirvieron de apoyo y orientación para resolver el problema y dos problemas en donde no se especificó el procedimiento para resolver, dejándoles libertad para su razonamiento. De los problemas, tres son muy elementales, es decir, aquellos cuya solución se pueden encontrar mediante la aplicación de una única operación y un problema compuesto en el que se necesita más de una operación. Cabe destacar que los problemas están contextualizados a la realidad universitaria y en general a la de nuestro país.



La razón por la que se implementó este diseño es debido a que se quiso evaluar y contrastar cómo responden los estudiantes cuando reciben una mayor orientación para la resolución de problemas, en este caso, con preguntas directrices que llevan al estudiante al conocimiento de un determinado concepto matemático, lo que facilita su aplicación, a diferencia de cuando se les presenta únicamente el enunciado del problema. Así también se ha evaluado en la primera parte el porqué del procedimiento o razonamiento empleado; de esta manera se evidencia su nivel de argumentación y concordancia entre lo que dicen y hacen.

Las técnicas seleccionadas para los cuatro problemas fueron: permutación, permutación con repetición, variación y combinación, Esta selección se hizo con la finalidad de que la evaluación integre los modelos básicos de los problemas combinatorios: selección, colocación y partición. (Anexo 1).

Esta evaluación, se ha convertido en el punto de partida para la elaboración del manual de estrategias didácticas que proponemos para una mejor comprensión de estos temas matemáticos.

2.1.3 Fase de aplicación de la evaluación

Como se ha indicado anteriormente, los estudiantes elegidos para la aplicación de la evaluación fueron los estudiantes que cursan la asignatura de Matemáticas Estructuradas en las jornadas matutina y vespertina de la Universidad de Cuenca; fueron seleccionados debido a que estudiaron la unidad de Combinatoria recientemente, por esta razón se encuentran suficientemente motivados para colaborar en la investigación. La evaluación fue tomada durante una de las clases, el tiempo programado fue de 60 minutos, lapso suficiente, puesto que todos los estudiantes finalizaron la prueba dentro de los parámetros asignados. Al inicio, se les explicó la finalidad de la investigación y la importancia del estudio de los errores y dificultades para mejorar el aprendizaje. Se pidió que completen los problemas y que expliquen con detalle el procedimiento empleado; asimismo se permitió utilizar un formulario.



2.1.4 Recolección de datos

Para el desarrollo de esta investigación se implementó el uso de una evaluación tomada desde una perspectiva cualitativa, puesto que permite estudiar el proceso de una forma holística, buscando la comprensión del problema, sin intervenir ni manipular los procesos. Además, la modalidad de aplicación de la prueba fue a través de grupos focales, en virtud de que éstos permiten generar discusiones entre los miembros sobre los procesos y dificultades para resolver los problemas combinatorios. Se formaron un total de quince grupos focales entre los tres paralelos. La información obtenida será procesada a través de tablas y gráficos.

A continuación se contrastan los procedimientos realizados por los estudiantes a través de evidencias y la percepción de las autoras.

2.2 Dificultad de los problemas

Para estudiar la dificultad de los problemas se han tomado en cuenta varias consideraciones, resumidas en las siguientes tablas:

Tabla 2.2.1: *Modelos y técnicas combinatorias de los problemas*

Problema	Modelo Combinatorio	Técnica de conteo
1	Colocación	Permutación simple
2	Selección	Combinación simple
3	Partición	Variación y Permutación simple
4	Partición	Permutación con repetición

Cabe destacar que los dos primeros problemas tuvieron literales para identificar los conceptos de orden y repetición, además de los principios de multiplicidad y adición; mientras que los dos siguientes solamente poseen el enunciado para resolverlo.

Tabla 2.2.2: Frecuencias y porcentajes en cuanto a soluciones correctas e incorrectas

Problema	Técnica de conteo	Correcta	Incorrecta
1	Permutación simple	7 (46.7 %)	8 (53.3 %)
2	Combinación simple	14 (93.3 %)	1 (6.7 %)
3	Variación y permutación simple	3 (20.0 %)	12 (80%)
4	Permutación con repetición	6 (40 %)	9 (60%)

Se observa que los estudiantes obtuvieron una mayor cantidad de aciertos en los problemas 1 y 2, los mismos que contaron con orientaciones metodológicas y enunciados característicos de permutación y combinación, operaciones que los estudiantes reconocieron con bastante facilidad. Por el contrario, el tercero, al ser la unión de dos técnicas de conteo, generó bastantes desaciertos, pues los estudiantes no están familiarizados con ejercicios de esta naturaleza. El cuarto a su vez necesitó la interiorización del concepto de orden y repetición, conceptos que se les dificulta reconocer a los estudiantes en enunciados que poseen estas características implícitas. En conclusión, los problemas 3 y 4 fueron los que causaron mayores dificultades en los estudiantes.

2.3 Análisis de las dificultades y errores de los problemas

Para realizar el análisis de los problemas combinatorios únicamente se han seleccionado los problemas: 1, 3 y 4. El problema 2 no se lo ha considerado debido a que casi todos los estudiantes lo resolvieron correctamente.

Problema 1: En una reunión de viejos amigos de la Universidad de Cuenca, se encuentran Viviana, Diego, Richard, Leonel, Ximena y Catalina. Se proponen ir

al cine a disfrutar de una película. ¿De cuántas maneras pueden sentarse en forma lineal si se desea que queden alternados (un hombre una mujer o una mujer un hombre)?

Este problema corresponde al modelo combinatorio de colocación debido a que son personas distinguibles en asientos distinguibles con un enunciado de permutación. Este problema tiene implícito el principio de adición en la pregunta.

Tabla 2.3.1. *Procesos generales de la solución de problema 1*

Procesos generales de la solución del problema	APLICACIÓN	
	Correcto	Incorrecto
Realiza y grafica un diagrama del problema	14	1
Identifica el principio de adición	7	8
Identifica el principio de multiplicidad	12	3
Reconoce la técnica de permutación simple	11	4
Uso de fórmulas	8	7
Cálculo de la operación	8	7

La mayoría de los estudiantes reconocen la técnica de permutación con bastante facilidad, además el orden se evidencia en el diagrama del problema; sin embargo se observa que fallan en la aplicación de la fórmula, esto se produce a causa de no definir la población y la muestra correctamente, además de no considerar que tanto la mujer como el hombre pueden ir sentados al inicio o al final, es decir el principio de adición. Cuando se les preguntó *cuál es la mayor dificultad que han tenido en la resolución de este problema*, algunos estudiantes manifestaron lo siguiente (se destacan las respuestas más interesantes)

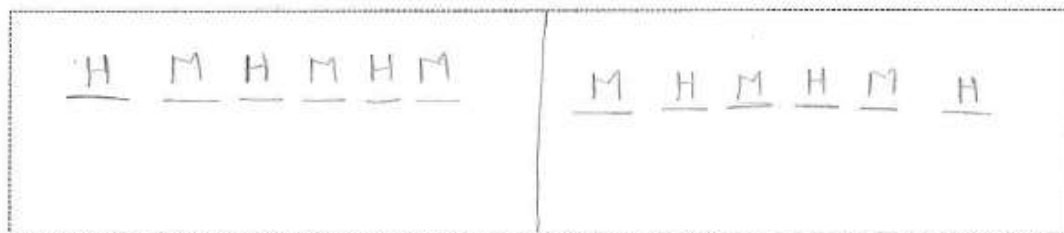
“No sabíamos cómo hacer que se alternen hombre, mujer”

“Diferenciar el caso de combinatoria (permutación, variación o combinación)”

“Identificar si solo se aplica el principio de producto o de sumatoria o ambos”

Figura 2.3.2 Evidencia del diagrama del problema y el principio de adición

- a) Realice dos diagramas del problema de las posibles formas de sentarse en forma lineal.



- b) ¿Qué principio se encuentra presente en este tipo de problema?

Multiplicativo ☒ Adición ☐ Ambos ☐

Se observa que a pesar de realizar un diagrama en donde se evidencia que tanto la mujer como el hombre pueden ir sentados al inicio o al final, la gran mayoría falla al reconocer el principio de adición; es decir, no existe una concordancia entre la parte gráfica y el concepto.

Problema 3: Por el feriado de la Fundación de Cuenca, Ana con sus siete compañeros deciden viajar a la parte costera del Ecuador llevando para ello dos autos. Si deciden ir cuatro en cada coche. ¿De cuántas formas pueden viajar si sólo tres de los compañeros tienen licencia de conducir?

Es un problema de partición de un conjunto de elementos diferentes (los compañeros) en dos subconjuntos distinguibles (los autos). La restricción viene dada en que solo tres de los compañeros poseen licencia de conducir. La solución se obtiene mediante una descomposición en subproblemas: los conductores y los pasajeros. Para los conductores se debe realizar una variación simple y para los pasajeros una permutación simple.



Tabla 2.3.3. *Procesos generales de la solución de problema 3*

Procesos generales de la solución del problema	APLICACIÓN	
	Correcto	Incorrecto
Fija variables	10	5
Descompone en sub-problemas	7	8
Enumera los eventos	14	1
Reconoce la técnica de variación simple	5	10
Reconoce la técnica de permutación simple	6	9
Identifica el principio de multiplicidad	12	3
Uso de la fórmula	3	12
Cálculo de la operación	3	12

Tabla 2.3.4 *Dificultades en la resolución del problema 3*

Dificultades en la resolución del problema	APLICACIÓN
Error de orden	8
Error de selección de muestra	2
Confunde el tipo técnica de conteo	8
Respuesta intuitiva errónea	2
Ningún error	3

Se observa que la gran mayoría comprende la importancia de rol de cada compañero, sea de conductor o pasajero; sin embargo muy pocos estudiantes clasifican los roles, es decir, no descomponen el problema en subcasos. Asimismo en la gran mayoría no se evidencia el concepto de orden que existe entre las personas, no existe una delimitación sobre la población y la muestra que intervienen en cada caso; la mayoría utiliza la técnica de combinación, a causa de no comprender el concepto orden.

Esto quizá se deba a que el estudio del orden solamente se lo hace en un contexto de números y letras. Finalmente se puede decir que un factor que incrementó la

dificultad en este problema ha sido el hecho de que intervienen tres elementos (autos, conductores y pasajeros). Cuando se les preguntó *cuál es la mayor dificultad del tercer problema*, algunos estudiantes manifestaron lo siguiente (se destacan las respuestas más repetitivas):

“Identificar el tipo de concepto matemático, porque puede confundirse con permutación o variación”

“Analizar qué sucede con el conductor que queda fuera y ya no ocupa el cargo de chofer” “Establecer los puestos de cada pasajero y cada conductor”

Figura 2.3.5 Evidencia de la descomposición en subproblemas

Realiza la Operación Conductores-3 conductores — 2 asientos

$$C_3^2 = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = \frac{3 \times 2!}{2! \cdot 1} = 3$$

Passajeros

$$C_5^3 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \times 4^2 \times 3!}{2 \cdot 1 \cdot 3!} = 10$$
$$3 \times 10 = 30 \text{ Formas.}$$

Se observa que divide el problema; sin embargo, no consideran el orden que se debe establecer entre los conductores, y los pasajeros dentro del automóvil.

Problema 4: Un grupo de seis amigos, Lucía, Rodrigo, Nicolás, Humberto, Ximena y Miguel, tienen que realizar tres trabajos diferentes: Pedagogía, Mecánica y Estadística.

ca. Para realizarlo deciden dividirse en tres grupos de dos chicos cada uno. ¿De cuántas formas pueden dividirse para realizar los trabajos?

Es un problema de partición de un conjunto de elementos diferentes (los amigos) en tres subconjuntos distintos (los trabajos a realizar). La solución aparece dada por las permutaciones con repetición o, lo que es equivalente, por la combinación de seis elementos tomados dos a dos y una permutación simple de los tres trabajos (esta es una respuesta más intuitiva).

Tabla 2.3.6: *Técnicas empleadas para la resolución del problema*

Técnicas empleado para la resolución del problema	
Permutación con repetición	Combinación y permutación simple
3	3

Este problema fue resuelto correctamente por seis grupos de estudiantes; lo curioso es que, a pesar de que se podía resolver con una única operación, tres grupos optaron por combinar dos técnicas además del principio de multiplicidad, un razonamiento muy intuitivo y válido; lo preocupante es que la gran mayoría de estudiantes falló en el tercer problema, que necesitó realmente de la aplicación de estas dos operaciones.

Tabla 2.3.6.1: *Procesos generales de la solución de problema 4*

Procesos generales de la solución del problema	APLICACIÓN	
	Correcto	Incorrecto
Fijación de variables	4	11
Uso de la fórmula	6	9
Calculo de la operación	6	9
Reconoce las características de los estudiantes y las materias	6	9

Tabla 2.3.6.2 *Dificultades en la resolución del problema 4*

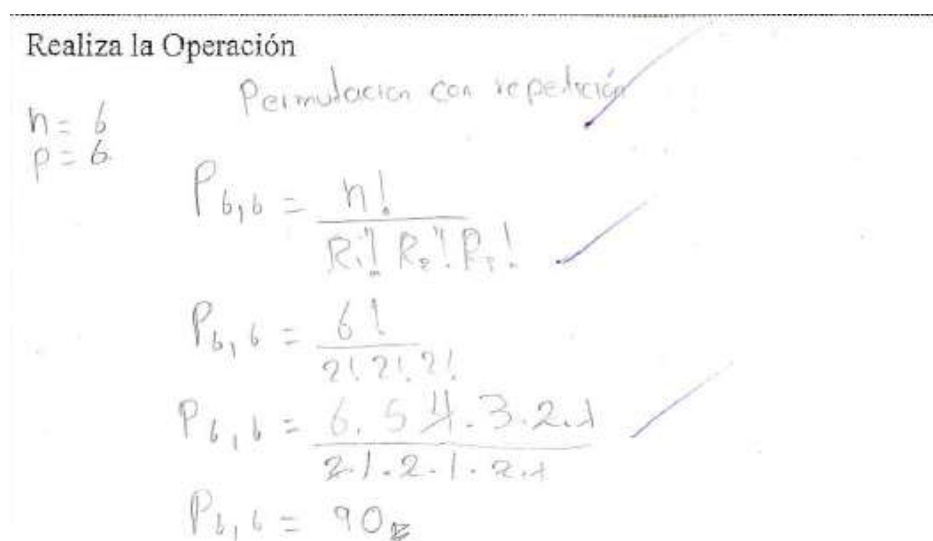
Dificultades en la resolución del problema	APLICACIÓN
Error de orden	8
Error de repetición	8
Confunde el tipo técnica de conteo	8
Respuesta intuitiva errónea	1
Ningún error	6

La gran mayoría no reconocen las características de orden y repetición de las asignaturas, es decir la distribución de las signaturas entre los compañeros; una vez más se observa que los estudiantes no están familiarizados con problemas de repetición y orden entre elementos que involucren a personas y objetos. Cuando se les preguntó *cuál es la mayor dificultad que han tenido en la resolución del problema*, algunos estudiantes manifestaron lo siguiente:

“Identificar qué técnica de conteo utilizar, ya que nos confundíamos con las condiciones del problema que nos dieron”

“Comprender el ejercicio, porque el uso de datos y el trabajo fue compleja”

Figura 2.3.7. Evidencia de la solución correcta del problema.



Realiza la Operación

$n = 6$
 $p = 6$

Permutación con repetición

$$P_{6,6} = \frac{n!}{R_1! R_2! R_3!}$$

$$P_{6,6} = \frac{6!}{2! 2! 2!}$$

$$P_{6,6} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$P_{6,6} = 90$$

Luego de haber revisado las dificultades y errores en la evaluación, se puede manifestar que los estudiantes responden mejor cuando reciben orientaciones metodológicas en las preguntas. Así también, la mayoría de los errores fueron de tipo conceptual, especialmente de orden, debido a que no existe una comprensión clara de los enunciados por parte de los estudiantes; esto genera la utilización incorrecta de la técnica de conteo. Finalmente, según las propias opiniones de los grupos, la mayor dificultad encontrada en la resolución de los problemas fue la de seleccionar la técnica adecuada: permutación, variación y combinación.

2.4. Metodología de la revisión documental

En la segunda parte de la investigación se utilizó la revisión documental; específicamente el registro de calificaciones de la unidad de Combinatoria; se empleó esta técnica debido a que una de las autoras fue Ayudante de Cátedra del grupo matutino de Matemática Estructurada durante aquel periodo. Esta información permitió evidenciar el desempeño académico de los alumnos, pues la disposición de información permitió confirmar lo que el grupo de alumnos ha obtenido en sus pruebas y exámenes en los temas de variación, permutación y combinación.

2.4.1. Población de la revisión documental

La población que se utilizó fueron los estudiantes de segundo ciclo, grupo uno de la Carrera Rediseñada: Pedagogía de las Ciencias Experimentales, en el horario matutino de la asignatura de Matemática Estructurada perteneciente al periodo Marzo-Julio 2018. La suma total de los estudiantes que cursan es 30 alumnos registrados en lista; de los mismos se ha tomado las calificaciones de la prueba y examen perteneciente al Análisis Combinatorio.

2.4.2. Recolección de datos

Para la obtención de las calificaciones se contó con el apoyo de la Ayudante de Cátedra, quien tiene acceso a esta información, mediante la autorización de la Docente de esta asignatura; las notas fueron registradas desde una perspectiva cuantitativa, debido a que lo único que importa dentro de esta investigación son las calificaciones; es decir, esta perspectiva permite trabajar desde un enfoque totalmente objetivo, observar, registrar y generalizar los resultados encontrados dentro del grupo de investigación.

La información obtenida se distribuye en calificaciones de cuatro ejercicios con puntajes de uno de cuatro y tres de dos, dando una suma de diez puntos como máxima valoración, la cual será procesada a través de tablas y gráficos.

2.5 Análisis de las calificaciones

Tabla 2.5.1: Calificaciones de los estudiantes en el tema de combinatoria

NOTAS	Nº DE ESTUDIANTES	PORCENTAJE (%)
0-2	9	30,00 %
2-4	9	30,00 %
4-6	5	16,66 %
6-8	6	20,00 %
8-10	1	3.33 %
Total	30	100 %

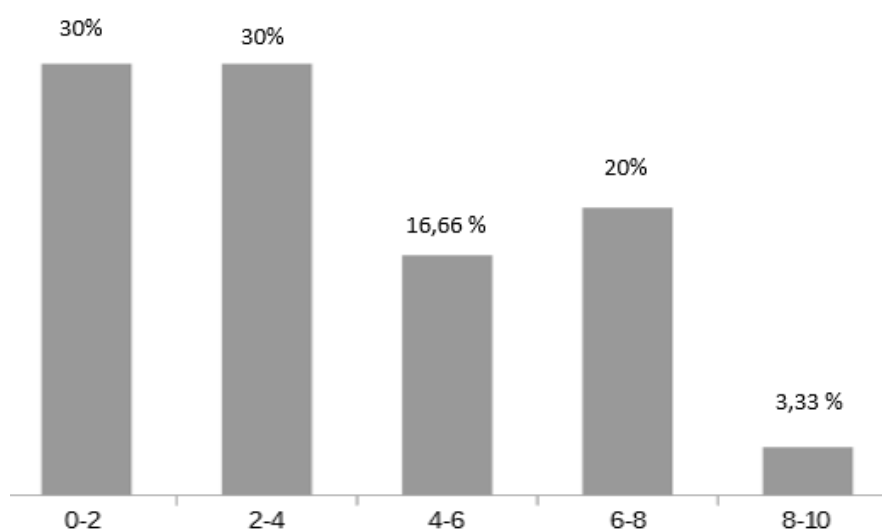


Figura 2.5.1.2: *Porcentajes de calificaciones*

De la tabla y gráfica obtenida se puede visualizar que 18 estudiantes de un total de 30 alumnos obtuvieron notas entre 0 y 4 sobre un total de 10 puntos, siendo éstos los rangos más bajos de calificaciones obtenidas; una cantidad de 5 alumnos consiguen notas entre 4 y 6 puntos; 6 estudiantes entre 6 y 8 puntos y solo un alumno logra obtener un puntaje en el rango más alto de calificaciones perteneciente a 8 y 10 puntos.

Esta información permite confirmar que el rendimiento académico está en rangos inferiores a la calificación de 4 puntos sobre 10, siendo esto un 60 % de estudiantes con bajos promedios, así como un porcentaje de 36,66 % está en niveles medios de la máxima nota, lo que permite evidenciar la falta de comprensión en los temas de combinatoria, sobre todo al momento de resolver ejercicios, razón por la cual se debe poner mayor énfasis en la manera de enseñar las diversas técnicas de conteo en el aula de clases.



CAPÍTULO III

PROPUESTA

La propuesta de este Trabajo de Titulación fue elaborar un manual didáctico que sirva como una herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Combinatoria, dirigido a los estudiantes que se preparan para ser profesores de Matemáticas y Física en la Universidad de Cuenca. Pretende mejorar la comprensión conceptual y procedimental de las técnicas de conteo: permutación, variación y combinación, a la vez que ofrece una guía en cuanto a la ejecución de las estrategias y técnicas didácticas; cuenta con ocho situaciones de aprendizaje basadas en juegos, cada una con su aplicación y respectiva planificación docente, además de sets de materiales y recursos didácticos, el primero contiene girógrafos y el segundo posee juegos de mesa como: naipes, dominó, la quiniela y bingo.

Finalmente cuenta con un marco teórico de Combinatoria, junto con aplicaciones de la vida diaria, datos curiosos, ejercicios modelo y problemas con su respectivo solucionario. La estructura y los contenidos del manual se encuentran apegados a la corriente pedagógica del constructivismo de Piaget, la cual hace alusión al aprendizaje en base a la experimentación, manipulación y juegos. La misma que se presenta a continuación:

VALIDACIÓN DE LA PROPUESTA

UNIVERSIDAD DE CUENCA



FICHA DE VALIDACIÓN

TÍTULO DEL TRABAJO:	
"Elaboración de un manual que contenga estrategias didácticas para mejorar el aprendizaje de combinatoria en la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, con la utilización de material didáctico"	
Estudiantes:	
C.I. 0106436801	Nombre: Erika Tatiana Parra Mora
C.I. 0105521512	Nombre: Patricia Carolina Paucar Jara

Nombre del experto:	Xavier Gonzalez / Tatiana Quezada / Estalio Gallo
Cargo:	Docente / Docente / Directora Teor.

Se solicita calificar el documento con la siguiente escala:

Excelente	Muy bien	Bien	Deficiente
4	3	2	1

RECURSOS	INDICADOR	VALORACIÓN			
		1	2	3	4
Manual Didáctico	El documento está organizado y resulta de fácil manejo para el docente.				X
	Existe la presencia de recursos didácticos innovadores.				X
	Los contenidos, ejercicios y problemas propuestos son pertinentes y contextualizados.				X
	Las ilustraciones y los textos motivan a comprender el tema propuesto.				X
	Las actividades cuentan con su respectiva secuencia de trabajo.				X
Girografos	La presentación del material es agradable y acorde a las necesidades de los estudiantes.				X
	Se puede visualizar la aplicabilidad de los contenidos.				X
	El recurso favorece a un aprendizaje grupal y colaborativo.				X
	El material despierta el interés y curiosidad para su manipulación.				X
	El recurso puede ser utilizado para varios contenidos no considerados en la combinatoria.				X
Juegos de mesa	La presentación de los recursos es agradable y acorde a las necesidades de los estudiantes.				X
	Cuenta con una presentación en forma de reto o de juego que invitan a trabajar con ellos.				X
	El recurso ayuda a construir un razonamiento lógico.				X
	Se visualizan las propiedades más importantes de la combinatoria: orden y repetición.				X
	El material provoca el diálogo entre el educador y el estudiante.				X
Propuesta	Encuentra a la propuesta aplicable en la carrera de Matemáticas y Física				X



UNIVERSIDAD DE CUENCA



OBSERVACIONES:

Validador 1: Xaver González

Firma: 

Validador 2: Tatiana Quispe

Firma: 

Validador 3: Eulalia Galle

Firma: 

Cuenca, 20 de noviembre del 2018



CONCLUSIONES

Luego de abordar la temática de la Teoría Combinatoria y sus estrategias de aprendizaje, se puede concluir que:

1. Una de las mayores dificultades que poseen los educandos al momento de resolver problemas de Combinatoria, es la interpretación y reconocimiento de los sucesos u objetos a contar, lo cual genera una incorrecta selección de la Técnica de conteo dentro de la resolución de problemas.
2. Las herramientas que se han considerado en este trabajo, a fin de ayudar a superar estos obstáculos, son: estrategias, técnicas y juegos didácticos; la utilización de las mismas, depende en mayor parte de los objetivos que desee alcanzar el docente. Todas estas herramientas pueden ser desarrolladas y aplicadas en un manual escolar.
3. Del estudio cuantitativo realizado, en base al rendimiento académico, se evidencia que más del 60% de los estudiantes se ubican en los rangos más bajos de calificaciones en evaluaciones del tema Combinatoria.
4. Los resultados obtenidos, al aplicar las pruebas a los estudiantes de Matemáticas Estructuradas de la Carrera, demuestran que cuando el docente orienta al estudiante, hacia la resolución de problemas, con preguntas dirigidas, los estudiantes tienen más seguridad y motivación para el aprendizaje de los contenidos matemáticos.



RECOMENDACIONES

Se recomienda que el manual sea utilizado como una herramienta pedagógica dentro del aula de clase; este brindará soporte al docente y permitirá mejorar la comprensión de los temas: permutación, variación y combinación.

Para poder aplicar las estrategias didácticas es importante que el docente conozca las características y personalidades de su grupo de estudiantes, es decir, debe analizar y comprender las diferentes situaciones que se presentan en su salón de clase.

Es recomendable que el docente emplee los juegos didácticos para construir o reforzar conceptos de orden y repetición, especialmente para establecer diferencias entre las técnicas de: permutación, variación y combinación.

Para consolidar los conocimientos en Combinatoria es importante que se planteen problemas relacionados con la vida cotidiana. Es aconsejable que se incluya y se refuerce en Matemáticas Estructuradas el estudio y aplicación de los principios aditivo y multiplicativo.

Es recomendable además que se haga una intervención con el manual, para consecutivamente aplicar una prueba y comparar los resultados obtenidos entre la anterior y esta nueva; de esta manera se comprobaría la eficacia del manual en el aprendizaje.



REFERENCIAS

- Aldana Bermúdez, E. (2013). Una didáctica de la matemática para la investigación en pensamiento matemático avanzado. *Atenas*, 3(23).
- Alejandra, G. S. (2013). *Juegos educativos para el aprendizaje de la matemática*. Quetzaltenango: Universidad Rafael Landívar.
- Azcárate, C. y Camacho, M. (2003). Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10, 2, 135-149.
- Blandino, E. L. (2006). *Efectividad de las estrategias didácticas que implementan los docentes en la formación de estudiantes, curso de profesionalización*. Nicaragua. Obtenido de <http://repositorio.unan.edu.ni/3104/1/17498.pdf>
- Carrasco, J. B. (2004). *Estrategias de Aprendizaje para aprender más y mejor*. Madrid : Ediciones Rilap.
- Curotto, N. O. (s.f.). *Taller: estrategias de aprendizaje en matemática*. Argentina: Universidad Nacional de Catamarca.
- Choppin, A. (2001). Pasado y presente de los manuales escolares, *Revista Educación y Pedagogía*, (13), 209-229.
- Curotto, N. O. (s.f.). *Taller: estrategias de aprendizaje en matemática* . Argentina: Universidad Nacional de Catamarca.
- Dianta, A. V. (2018). *Teoría Cognitiva de Piaget*. Obtenido de E-Historia: http://www.munipasco.gob.pe/site/files/PRESENTACION_3_JC.pdf
- Dreyfus, T. (1991). Advanced in Mathematical Thinking Processes. En D. Tall. (Ed.). *Advanced in Mathematical Thinking* (pp.25–41). Boston: Kluwer Academic Publishers
- Iglesias, M. V. (2010). Sobre los manuales escolares, *Escuela abierta: revista de Investigación Educativa*, (13), 97-114.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. *Granada: Gami*, 91-95.
- González Marí, J. L. (2010). *Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales*.



- Linares, A. R. (2008). *Desarrollo Cognitivo: Las teorías de Piaget y Vigosky*. Barcelona : Biene.
- Lopez, M. F. (2013-2014). *El juego y las Matemáticas*. Madrid : Universidad d ela Rioja .
- Ogalde. I & Bardavid, E. (1992). *Los Materiales Didácticos: Medios y recursos de apoyo a la docencia*. México, D.F: Trillas.
- Ojeda, M. L., Carreras, O., Vázquez, C. M., & Mate, A. (2010). Elaboración de los materiales didácticos necesarios para la adaptación de la enseñanza de hematología al espacio europeo de educación superior. *Revista de Investigación Educativa*, 28(2), 313-324.
- Orbe, G. V. (s.f.). *Pedagogía Cognitiva: La educación y el estudio de la mente en la Sociedad de la información*. Universidad Complutense de Madrid .
- Parramón (S.A.). (2010). *Manual del educador: Recursos y técnicas para la formación en el siglo XXI*. Barcelona, España: Parramón.
- Pichardo, I. M. (2013). *Matemática Divertida: Una Estrategia para la enseñanza de la Matemática en la Educación Básica*. Santo Domingo Republica Dominicana: CEMACYC.
- Puelles Benítez, M. (2000). Los manuales escolares: un nuevo campo de conocimiento. *Historia de la Educación*, 19, 5-11.
- Rico, L. y Sierra, M. (2000). Didáctica de las matemáticas e investigación. En J. Carrillo y L. C. Contreras (eds.). *Matemática española en los albores del siglo XXI* (p. 77-131). Huelva: Hergué.
- Roa, R. (2000). Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada. *Tesis doctoral*. Universidad de Granada.
- Sáez, M. J. (2010). *Enseñanza de estrategias de aprendizaje en el aula. estudio descriptivo en profesorado de niveles no universitarios*. Valladolid : Universidad de Valladolid .
- Salvador, A. (s.f.). *El juego como recurso didáctico en el aula de Matemática*.
Obtenido de <http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/grupomaic/conferencias/12.Juego.pdf>



- Salgado, H., & Trigueros, M. (2009). Conteo: una propuesta didáctica y su análisis. *Educación matemática*, 21(1), 91-117
- Sotelo, E. C. (2013). El juego como generador de aprendizaje en preescolar. *Criterios*, 203-217.
- Velandia, A., Aidé, M., Fernández, M., Humberto, F., Duarte, E. & Enrique, J. (2008). Relación del material didáctico con la enseñanza de ciencia y tecnología. *Educación y Educadores*, 11 (2), 49-60.
- Violant, S. d. (2000). *Estrategias creativas en la enseñanza universitaria*. Obtenido de http://www.ub.edu/sentipensar/pdf/saturnino/estrategias_creativas_universitaria.pdf
- Zabalza, M. A. (2003-2004). Innovación en la enseñanza universitaria. *Contextos Educativos*, 6-7, 113-136.



ANEXOS



Anexo 1: Evaluación



UNIVERSIDAD DE CUENCA



Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación

Carrera de Matemáticas y Física

Trabajo de titulación: “Elaboración de un manual que contenga estrategias didácticas para mejorar el aprendizaje de combinatoria en la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, con la utilización de material didáctico.”

Esta prueba está dirigida a los estudiantes de segundo ciclo de la carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales.

Estimado(a) estudiante, la presente prueba tiene como objetivo recopilar información sobre sus conocimientos de la Combinatoria, dentro de las Matemáticas, y las posibles formas de mejorar su aprendizaje. Por ello le pedimos, encarecidamente, contestar las siguientes preguntas, paso por paso. Los resultados obtenidos serán de uso académico.

Grupo: 1 2 3

Nombre:

Fecha:

- 1. En una reunión de viejos amigos de la Universidad de Cuenca, se encuentran Viviana, Diego, Richard, Leonel, Ximena y Catalina. Se proponen ir al cine a disfrutar de una película ¿De cuántas maneras pueden sentarse en forma lineal si se desea que queden alternados (un hombre una mujer o una mujer un hombre)?**

- a) Realice dos diagramas del problema de las posibles formas de sentarse en forma lineal.



b) ¿Qué principio se encuentra presente en este tipo de problema?

Multiplicativo ☐ Adición Ambo ☐ ☐

¿Por qué?

.....

.....

.....

c) ¿Qué tipo de técnica de conteo deben utilizar para sentarse en forma lineal de forma alternada?

.....

¿Por qué?

.....

.....

.....

d) A continuación, realiza la operación

e) En el desarrollo de este ejercicio, ¿cuál es la dificultad mayor que ha tenido? ¿Por qué?
¿Cómo la superaron?

.....

.....

.....

.....



2. Genaro, director general de la aerolínea Tame, necesita formar la tripulación de aviación para la nueva base en la provincia de Esmeraldas; debe elegir tres comandantes y cuatro azafatas entre un grupo de once personas postulantes para el cargo, cinco de las cuales son comandantes y el resto azafatas. ¿Cuántas tripulaciones distintas puede formar Genaro?

a) Genaro puede elegir a los comandantes de entre todas las once personas?

Sí ☐ No ☐

¿Porque?

.....
.....
.....

b) Si las cuatro azafatas que Genaro eligió cambian de posiciones en sus puestos durante el vuelo, ¿se forma o no otro equipo de azafatas? ¿Por qué?

.....
.....
.....

c) Dentro de las filas de la tripulación, ¿un postulante puede ser azafata y comandante al mismo tiempo? ¿Por qué?

.....
.....
.....

d) Si Genaro para realizar un vuelo de Esmeraldas a Quito tiene a los siguientes postulantes

Comandantes: José, Mary, Juan, Anabel y Sonia

Azafatas: Mercy, Carolina, Esteban, Diego, Luis y Raúl

Su tripulación para este vuelo está formada de la siguiente manera.

COMANDANTE	COMANDANTE	COMANDANTE	AZAFATA	AZAFATA	AZAFATA	AZAFATA
------------	------------	------------	---------	---------	---------	---------



JOSÉ	MARY	JUAN	DIEGO	MERCY	CAROLINA	ESTEBAN
------	------	------	-------	-------	----------	---------

Es posible que Genaro pueda cambiar los nombres de la lista de la siguiente manera

COMANDANTE	COMANDANTE	COMANDANTE	AZAFATA	AZAFATA	AZAFATA	AZAFATA
DIEGO	CAROLINA	MERCY	JOSÉ	JUAN	MARY	ESTEBAN

Sí No ☐ ☐

¿Por qué?

.....
.....
.....

e) ¿Qué debe considerar Genaro para cambiar los nombres dentro de la lista?

.....
.....
.....

f) ¿Qué técnica de conteo es la que debe aplicar Genaro para formar las distintas tripulaciones?

.....

¿Por qué?

.....
.....
.....

g) A continuación, realiza la operación

h) En el desarrollo de este ejercicio, ¿cuál es la dificultad mayor que ha tenido? ¿Por qué?



¿Cómo la superaron?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Por el feriado de fundación de Cuenca, Ana con sus siete amigos deciden viajar a la parte costera del Ecuador llevando para ello dos autos. Si deciden ir cuatro en cada coche, ¿de cuántas formas pueden viajar si sólo tres de los amigos tienen licencia de conducir?

Realiza la Operación

- a) En el desarrollo de este ejercicio, ¿cuál es la dificultad mayor que ha tenido? ¿Por qué? ¿Cómo la superaron?

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. Un grupo de seis amigos, Lucía, Rodrigo, Nicolás, Humberto, Ximena y Miguel, tienen que realizar tres trabajos diferentes: Pedagogía, Mecánica y Estadística. Deciden dividirse en tres grupos de dos chicos cada uno. ¿De cuántas formas pueden hacerlo?

Realiza la Operación

- a) En el desarrollo de este ejercicio, ¿cuál es la dificultad mayor que ha tenido? ¿Por qué? ¿Cómo superaron?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Anexo 2: Oficio de validación de la propuesta

Cuenca, 08 de noviembre de 2018

Magíster
Eulalia Calle
DIRECTORA DE CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
Presente

De nuestras consideraciones:

Nosotros, ERIKA TATIANA PARRA MORA con cédula de identidad 0106436801 y PATRICIA CAROLINA PAUCAR JARA con cédula de identidad 0105521512 solicitamos a usted de la manera más comedida se nos designen docentes validadores para el material didáctico de nuestro trabajo de titulación "Elaboración de un manual que contenga estrategias didácticas para mejorar el aprendizaje de combinatoria en la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, con la utilización de material didáctico"

Por la atención prestada a la presente, le anticipo nuestro más sincero agradecimiento.

Atentamente,



ERIKA TATIANA PARRA MORA
C.I: 0106436801



PATRICIA CAROLINA PAUCAR JARA
C.I: 0105521512

Recibido
08/11/2018


UNIVERSIDAD DE CUENCA
Facultad de Filosofía
Carrera de Matemáticas y Física
DIRECCION
CUENCA, EL PAJON