



**UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**MAESTRÍA EN INGENIERÍA EN VIALIDAD Y TRANSPORTES II
COHORTE**

" Estimación de factores para la conversión de vehículos pesados a vehículos de pasajeros equivalentes, basado en los espaciamientos en una corriente de tráfico continuo, en la carretera bidireccional de dos carriles estatal E59 del Ecuador, Sudamérica."

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO
A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN INGENIERÍA
EN VIALIDAD Y TRANSPORTES**

AUTOR

ING. WILMER XAVIER ESCANDÓN CALLE

0102941937

DIRECTOR

ING. JUAN MARCELO AVILÉS ORDÓÑEZ MGT.

0103872503

Cuenca - Ecuador

Mayo - 2018



RESUMEN

Este artículo presenta los resultados del estudio realizado en la vía E59 de la red estatal del Ecuador, para determinar los factores de conversión a vehículos de pasajeros equivalentes (PCE, por sus siglas en inglés) de tres clases de vehículos pesados: buses, camiones no articulados y camiones articulados. El método empleado se basa en el espaciamiento entre vehículos. Los datos utilizados en este estudio, fueron registrados mediante observaciones de campo por medio de cámara video grabadora en tres sitios de la carretera. Estos videos se procesaron a través de herramientas de computación para obtener variables dependientes de espaciamientos por clase de vehículo y variables independientes de velocidad, flujo y porcentaje de vehículos pesados. Debido al carácter endógeno de las variables dependientes, se ha establecido un modelo de ecuaciones simultáneo, resuelto por el método estadístico de mínimos cuadrados en tres etapas. A partir de este modelo se ha determinado los espaciamientos promedio por clase de vehículo, los resultados se presentan estadísticamente significativos para las ecuaciones del modelo, con coeficientes de determinación ajustados mayores a 0.84 y niveles de significancia p-value inferiores a 0.05 para los coeficientes de las variables explicativas. A partir de los resultados del modelo de predicción se ha calculado los factores PCE, obteniéndose 1.10, 1.12 y 1.21 para los vehículos de clase: buses, camión no articulado y camión articulado, respectivamente.

Palabras clave: PCE, factores de equivalencia, espaciamientos.



Universidad de Cuenca

ABSTRACT

The present paper exposes the results of the study carried out on the E59 road, located on the State Network in Ecuador in order to determine the passenger car equivalent (PCE) of three types of vehicles such us buses, single-unit trucks and combination trucks. The methodology used is based on lagging headways. This study makes use of video-recorded traffic data from three sites along the road. The recorded video clips were processed through software tools in order to get lagging headway dependent variable by type of vehicles and independent variables of speed, flow by type of vehicles and percentage of heavy trucks. Due to the endogenous nature of dependent variables a model of simultaneous equations solved by three-stages-least-squares statistical method was established. Founded on this model, the lagging headways per vehicle type was determined. The results are statistically significant for the equations of the model with adjusted coefficients of determination of 0.84 and p-value significance levels less than 0.05 for each coefficient of the explanatory variables. After these results, PCE factors were calculated obtaining 1.10, 1.12 and 1.21 for buses, single-unit trucks and combination trucks, respectively.

Keywords: *PCE, passenger car equivalent, lagging headways.*



Contenido

1 INTRODUCCIÓN	6
2 METODOLOGÍA	7
2.1 Criterio para establecer los PCE	7
2.2 Modelo para determinación de los espaciamientos	7
2.3 Recolección de datos y preparación.....	9
2.4 Velocidad de cada vehículo	10
2.5 Espaciamientos.....	10
2.6 Flujos de vehículos por clase y dirección.....	12
2.7 Evaluación del modelo	12
3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN	13
3.1 Modelo de predicción para espaciamientos	13
3.1.1 Análisis de la ecuación para espaciamientos de vehículos de pasajeros	13
3.1.2 Análisis de la ecuación para espaciamientos de buses.....	14
3.1.3 Análisis de la ecuación para espaciamientos de camiones no articulados	14
3.1.4 Análisis de la ecuación para espaciamientos de camiones articulados	15
3.2 Evaluación de la precisión predictiva del modelo	15
3.3 Cálculo de los factores PCE	16
3.4 Comparación de los factores PCE con los propuestos por el HCM.....	17
4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	18
5 REFERENCIAS.....	20



**Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio
Institucional**

Wilmer Xavier Escandón Calle en calidad de autor y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación “Estimación de factores para la conversión de vehículos pesados a vehículos de pasajeros equivalentes, basado en los espaciamientos en una corriente de tráfico continuo, en la carretera bidireccional de dos carriles estatal E59 del Ecuador, Sudamérica.”, de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 11 de mayo 2018

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Wilmer Xavier Escandón Calle".

Wilmer Xavier Escandón Calle

C.I: 0102941937



Universidad de Cuenca

Cláusula de Propiedad Intelectual

Wilmer Xavier Escandón Calle, autor del trabajo de titulación “Estimación de factores para la conversión de vehículos pesados a vehículos de pasajeros equivalentes, basado en los espaciamientos en una corriente de tráfico continuo, en la carretera bidireccional de dos carriles estatal E59 del Ecuador, Sudamérica.”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 11 de mayo 2018

A blue ink signature of the author's name, "Wilmer Xavier Escandón Calle", written in a cursive style.

Wilmer Xavier Escandón Calle

C.I: 0102941937



1 INTRODUCCIÓN

Dentro de la planificación del tráfico vehicular se ha planteado como parámetro de evaluación de una carretera el concepto de niveles de servicio, el cual fue introducido por la edición del Manual de Capacidad de Carreteras (HCM, por sus siglas en inglés) de 1965 (*Highway capacity manual*, 1965), siendo un mejor nivel de servicio aquel que permite un mejor aprovechamiento del tiempo dentro de las infraestructuras viales, lo cual conlleva un gasto eficiente de combustibles, mejor rendimiento de vehículos, menor contaminación y una mejor calidad de vida de las personas que están vinculadas de alguna manera, tanto a la oferta como a la demanda vial. Por ende un mejor nivel de servicio representa un impacto positivo económico, ambiental y de salud pública (Gehl & Décima, 2014).

Los niveles de servicio en las carreteras se ven afectados principalmente por la densidad de tráfico, la cual representa la cantidad de vehículos que circulan por un carril en una unidad de longitud de vía. Sin embargo, el flujo de tránsito está compuesto por varias clases de vehículos: livianos y pesados, cada uno de estos con sus propias características físicas y de operación. Debido a esta composición variable de las corrientes vehiculares, el concepto de equivalencia de vehículos de pasajeros introducido en la edición de 1965 del HCM permitió a los investigadores en el mundo tratar con el flujo de tráfico mixto. Un flujo de tráfico mixto que incluye vehículos livianos y pesados, se puede convertir a un flujo de vehículos equivalentes de pasajeros, mediante el uso de factores de equivalencia a vehículos de pasajeros conocidos como PCE, por sus siglas en inglés passenger-car equivalents (Anwaar et al., 2011).

Los criterios predominantes para establecer los PCE, se han basado en: densidad y tasas de flujo, intervalos de espacio o de tiempo, en flujo de descarga de colas, velocidad, demoras, relación volumen capacidad, vehículos-hora y tiempos de viaje (Shalini & Kumar, 2014) (Craus, Polus, & Grinberg, 1980). Tradicionalmente las variables que permiten obtener los PCE mediante estas metodologías han sido estimadas por simulación microscópica, debido a la diversidad de condiciones de la infraestructura vial, del tráfico y de control. Las tablas de PCE que presenta el HCM 2000 son derivadas de los trabajos de Elefteriadou (Elefteriadou, Torbic, & Webster, 1997) (Anwaar et al., 2011) en donde se utilizan modelos para simular microscópicamente las operaciones de tráfico en varios tipos de carreteras. Existen también estudios realizados para el cálculo de los PCE basados en observaciones en campo, como es el desarrollado por Anwaar (Anwaar et al., 2011) para determinar los PCE en una autopista o el estudio de Dazhi (Dazhi Sun, Jinpeng Lv, & Laura Paul, 2008) para determinar los PCE en zonas de trabajos en una carretera, estudios que han sido desarrollados a partir de observaciones realizadas en campo mediante filmaciones con cámara de video.

El problema que se presenta en nuestro país, es que en la actualidad los PCE asumidos por las agencias de control y planificación en la mayoría de los casos, son aquellos que recomienda la Transportation Research Board (TRB, Junta de Investigación del transporte de los Estados Unidos) a través de las ediciones del HCM 2000 ó 2010 (*Highway capacity manual*, 2000) (*Highway capacity manual*, 2010), los cuales han sido determinados para las condiciones del tráfico de los Estados Unidos de América. Tanto las versiones 2000 y 2010 del HCM, proporcionan diferentes valores de PCE en función del porcentaje de vehículos pesados, diferentes pendientes y la longitud de los segmentos de pendientes para autopistas y carreteras de varios carriles, la clasificación establecida es



para camiones y vehículos recreativos (Anwaar et al., 2011), estos factores no necesariamente se ajustan a nuestra realidad.

Se ha planteado la hipótesis de que los valores de PCE en este caso de estudio son diferentes a los valores del HCM, debido a que las características de viaje, las redes de carreteras y las limitaciones locales son muy diferentes en las ciudades de los países en desarrollo, que en los países desarrollados. Por lo tanto es necesario determinar los diferentes parámetros de los movimientos de tráfico que son adecuados para las características del sistema de transporte local (Shalini & Kumar, 2014).

Los objetivos de esta investigación son:

- Establecer un modelo estadístico que permita obtener los intervalos de espacio o espaciamientos promedio de las diferentes clases de vehículos a partir de variables obtenidas en campo.
- Calcular los PCE por clase de vehículo pesado a partir de los resultados del modelo.
- Realizar una comparación con los factores presentados por el HCM.

El presente estudio utiliza una metodología analítica observacional de corte transversal basada en los intervalos de espacio o espaciamientos entre el vehículo de adelante y el vehículo siguiente (Werner, A., & Morrall, J. F., 1976) (Craus et al., 1980) (Krammes & Crowley Rowley, s. f.) (Nokandeh, Ghosh, & Chandra, 2016), para cuya aplicación se utilizan datos de variables obtenidas a través de filmaciones en campo mediante una cámara de video en la carretera de dos carriles bidireccional estatal E59 ubicada al Sur del Ecuador, que une las ciudades de Cuenca y Pasaje.

2 METODOLOGÍA

2.1 Criterio para establecer los PCE

Asumiendo que los intervalos de espacio dependen del tamaño del vehículo siguiente los PCE han sido formulados con la siguiente ecuación (Elefteriadou et al., 1997) (Anwaar et al., 2011).

$$PCE_{ij} = \frac{H_{ij}}{H_{PCj}} \quad \text{Ecuación (1)}$$

Donde H_{ij} , es el espaciamiento promedio del vehículo siguiente clase i en condiciones j .

H_{PCj} , es el espaciamiento promedio del vehículo de pasajeros o vehículo liviano en condiciones j .

PCE_{ij} , representa el valor PCE del vehículo clase i en condiciones de carretera j . Las condiciones j están definidas por las características geométricas y de control de los segmentos propuestos para la carretera bidireccional de dos carriles.

2.2 Modelo para determinación de los espaciamientos

El presente estudio utiliza un enfoque estadístico para determinar los espaciamientos H_{ij} de cuatro tipos i de vehículos, Vehículo de pasajeros (PC), Bus (B), Camión no articulado (CNA) y Camión articulado o tráiler (CA), representados por H_{PC} , H_B , H_{CNA} y H_{CA} respectivamente, para condiciones j que son analizadas más adelante.



Los valores de los espaciamientos por clase o tipo de vehículo son las variables dependientes y debido a que se influencian entre sí, son consideradas endógenas (Anwaar et al., 2011). Debido a esto las cuatro ecuaciones propuestas se resuelven simultáneamente utilizando el método de mínimos cuadrados en tres etapas MC3E (Washington, Karlaftis, & Mannering, 2003) (Zellner & Theil, 1962).

Las variables independientes del modelo son los flujos por clase de vehículo F_{PC} , F_B , F_{CNA} , F_{CA} , velocidad por clase de vehículo V_{PC} , V_B , V_{CNA} , V_{CA} , flujo total en la dirección opuesta F_{DO} , porcentaje de vehículos pesados %VP. Se ha realizado el siguiente arreglo de variables de acuerdo a las cuatro clases de vehículos analizados y a las variables explicativas predeterminadas:

Tabla No. 1 VARIABLES DEL MODELO

VARIABLES ENDOGENAS (DEPENDIENTES)			
y_1	y_2	y_3	y_4
$\ln(H_{PC})$	$\ln(H_B)$	$\ln(H_{CNA})$	$\ln(H_{CA})$

VARIABLES INSTRUMENTALES (INDEPENDIENTES)									
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
F_{PC}	F_B	F_{CNA}	F_{CA}	F_{DO}	% VP	V_{PC}	V_B	V_{CNA}	V_{CA}

El modelo de predicción propuesto es un sistema de ecuaciones simultáneo para los espaciamientos promedio por clase de vehículo, como vemos a continuación:

$$y_1 = a_1 \cdot y_2 + a_2 \cdot y_3 + a_3 \cdot y_4 + a_0 + a_4 \cdot x_1 + a_5 \cdot x_5 + a_6 \cdot x_6 + a_7 \cdot x_7 + u_1 \quad Ecuación (2)$$

$$y_2 = b_1 \cdot y_1 + b_2 \cdot y_3 + b_3 \cdot y_4 + b_0 + b_4 \cdot x_2 + b_5 \cdot x_5 + b_6 \cdot x_6 + b_7 \cdot x_8 + u_2 \quad Ecuación (3)$$

$$y_3 = c_1 \cdot y_1 + c_2 \cdot y_2 + c_3 \cdot y_4 + c_0 + c_4 \cdot x_3 + c_5 \cdot x_5 + c_6 \cdot x_6 + c_7 \cdot x_9 + u_3 \quad Ecuación (4)$$

$$y_4 = d_1 \cdot y_1 + d_2 \cdot y_2 + d_4 \cdot y_3 + d_0 + d_4 \cdot x_4 + d_5 \cdot x_5 + d_6 \cdot x_6 + d_7 \cdot x_{10} + u_4 \quad Ecuación (5)$$

En donde:

Las variables y_1, y_2, y_3, y_4 representan el logaritmo natural de los espaciamientos promedio $\ln(H_{ij})$ entre el guardadoque trasero del vehículo de adelante y el guardadoque trasero del vehículo siguiente clase i en condiciones j , podemos utilizar el logaritmo natural debido a que los valores de espacioamiento siempre serán positivos.

Las variables x_1, x_2, \dots, x_{10} , son las variables independientes del modelo como son el flujo por clase de vehículo, velocidad por clase de vehículo, flujo en la dirección opuesta, porcentaje de vehículos pesados.

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3$, son los coeficientes estimables de las variables endógenas del modelo.

a_0, b_0, c_0, d_0 , son las constantes del modelo.

$a_4, a_5, a_6, a_7, b_4, b_5, b_6, b_7, c_4, c_5, c_6, c_7, d_4, d_5, d_6, d_7$, son los coeficientes estimables de las variables independientes predeterminadas del modelo.

u_1, u_2, u_3, u_4 , son los errores del modelo de regresión para cada ecuación.

2.3 Recolección de datos y preparación

Para recolectar las observaciones en la carretera estatal E59, se seleccionaron tres segmentos sin curvas horizontales de sección uniforme de longitud mínima 300 m con condiciones muy semejantes a las condiciones básicas del HCM para carreteras de dos carriles con flujo ininterrumpido (Tabla No. 2), sin intersecciones ni dispositivos de control y de gradiente igual o inferior al 2% (terreno plano), las mismas que representan las condiciones j en cuales se ha elaborado este estudio, cuyas coordenadas en sistema WGS84 zona 17S son E: 717824 N: 9666323, E: 716497 N: 9661362 y E: 717057 N: 9662700, para los segmentos de observación S1, S2 y S3 respectivamente.

Tabla No. 2 CONDICIONES BASICAS HCM PARA CARRETERAS DE DOS CARRILES VS CONDICIONES CARRETERA E59

CONDICIONES	HCM	SEGMENTOS E59
Ancho de carril	3.6m	3.6m
Ancho de bermas	$\geq 1.8m$	$>1.7m$
Ausencia de zonas de no rebase	SI	SI
Terreno plano	SI	SI
Ausencia de impedimentos al tráfico	SI	SI

Las condiciones básicas del HCM asumen buenas condiciones climáticas, buenas condiciones del pavimento, usuarios familiarizados con la carretera y sin impedimentos para el flujo del tráfico (*Highway capacity manual*, 2000), por lo tanto las mediciones se realizaron en condiciones de clima óptimos y de buena visibilidad, no se consideró las grabaciones en días de lluvia y neblina. Para cada segmento se estableció dos puntos de referencia o control con una separación de al menos 12 m entre sí. Estos puntos de referencia se encuentran dentro del enfoque de grabación de la cámara, y permitieron determinar el parámetro tiempo en la recolección de datos de los videos. La cámara de vídeo que se utilizó tiene una velocidad de grabación de 30 fotogramas por segundo (precisión de 0.033 segundos) y fue montada en un soporte en un lugar alto y perpendicular al eje de la vía. Las grabaciones se llevaron a cabo durante las horas de mayor flujo vehicular en 16 días de observación. Se realizó un conteo de tráfico en el punto S2 y se determinó las horas de mayor flujo vehicular durante las cuales se realizaron las grabaciones, esto es en las horas pico 07:30:00 a 08:30:00 y 17:30:00 a 18:30:00. Los videos obtenidos fueron divididos en clips de 15 minutos para su análisis. Los clips se reprodujeron en el software libre de edición de video Kinovea (*Kinovea*, 2006) que mediante el análisis fotograma a fotograma, nos permitió extraer la información de intervalos de tiempos entre puntos de referencia al paso de los guardachoque posterior y delantero de cada vehículo en circulación por carril, con estos intervalos de tiempo se determinó la velocidad y espaciamientos, además se recolectaron por conteo los flujos tanto de vehículos livianos como de vehículos pesados así como el flujo total en dirección opuesta por carril analizado.

Para la modelación, los valores promedio de cada variable extraída dentro de los 15 minutos de videogramación por carril representan una observación. Se elaboró una clasificación de vehículos de

acuerdo a los más comunes en nuestras carreteras estos son Vehículo de pasajeros (PC), Bus (B), Camión no articulado (CNA) y Camión articulado o tráiler (CA), en esta clasificación se pretende analizar el efecto de los vehículos pesados camiones (camiones sin remolque y volquetas de hasta 4 ejes), tráileres (tracto camiones con remolque o articulados de hasta 6 ejes en total) y de los buses de pasajeros por separado, ya que el HCM recomienda valores solamente para Vehículos pesados en general (Trucks) y Vehículos recreativos (RVs). Las observaciones que no contenían la clase de vehículos pesados estudiados fueron descartadas ya que no influyen en los resultados (Anwaar et al., 2011).

El cálculo de las variables necesarias para establecer el modelo propuesto, se lo realizó como se indica a continuación.

2.4 Velocidad de cada vehículo

La velocidad de cada vehículo incluido en el recuento se refiere a la velocidad de punto y se estimó midiendo el tiempo empleado por el vehículo para cubrir la longitud total recorrida entre los puntos de control a través del análisis fotograma a fotograma del vídeo, cuyas ecuaciones son:

$$v_{ij} = \frac{d_{\bar{r}_2\bar{r}_1}}{t_{ijr_2} - t_{ijr_1}} \quad \text{Ecuación (6)}$$

$$V_{ij} = \frac{1}{3.6} \times \frac{d_{\bar{r}_2\bar{r}_1}}{t_{ijr_2} - t_{ijr_1}} \quad \text{Ecuación (7)}$$

En donde,

v_{ij} y V_{ij} , son la velocidad en m/s y la velocidad en km/h respectivamente, del vehículo clase i en condiciones j .

t_{ijr_1} y t_{ijr_2} , es el tiempo en segundos en que el guardachoque trasero del vehículo clase i en condiciones j pasa por la referencia r1 y r2 respectivamente.

$d_{\bar{r}_2\bar{r}_1}$, es la distancia en metros entre la referencia r1 y r2.

2.5 Espaciamientos

La variable de espaciamientos del vehículo siguiente H_{ij} fue obtenida mediante la siguiente ecuación:

$$H_{ij} = V_{ij} \times (t_{ijr_2} - t_{(i-1)jr_2}) \quad \text{Ecuación (8)}$$

En donde,

V_{ij} , es la velocidad del vehículo siguiente tipo i en las condiciones j .

t_{ijr_2} , es el tiempo en el cual el guardachoque trasero del vehículo de adelante clase i paso por el punto de referencia r2 en las condiciones j .

$t_{(i-1)jr_2}$, es el tiempo en el cual el guardachoque trasero del vehículo siguiente clase $i-1$ pasó por el punto de referencia r2 en las condiciones j .

Los espaciamientos H_{ij} están delimitados por un valor mínimo L_{ij} que es la longitud del vehículo (congestión total) y un valor máximo ($L_{ij} + SSD_{ij}$) que es la suma de la longitud del vehículo con la distancia de detención. Los vehículos con espaciamiento que exceden la distancia de detención no se consideraron, pues se asume que tienen el camino despejado en frente (Anwaar et al., 2011).

L_{ij} , es la longitud del vehículo siguiente clase i en condiciones j y se estimó con la siguiente ecuación.

$$L_{ij} = \frac{v_{ij}}{t_{ijr1} - t_{Dijr1}} \quad \text{Ecuación (9)}$$

En donde,

L_{ij} , es la longitud en metros del vehículo clase i en condiciones j .

v_{ij} , es la velocidad en m/s del vehículo clase i en condiciones j .

t_{ijr1} , es el tiempo en segundos en que el guardachoque trasero del vehículo clase i en condiciones j pasa por la referencia r1.

t_{Dijr1} , es el tiempo en segundos en que el guardachoque delantero del vehículo clase i en condiciones j pasa por la referencia r1.

La distancia de detención o de parada SSD_{ij} es la recorrida durante los tiempos de percepción, reacción y frenado, se ha calculado con la siguiente ecuación (Layton & Dixon, 2012):

$$SSD_{ij} = 0.278 \cdot V_{ij} \cdot t + \frac{V_{ij}^2}{254 \left(\frac{a}{9.81} + g \right)} \quad \text{Ecuación (10)}$$

En donde,

V_{ij} , es la velocidad en km/h del vehículo tipo i en las condiciones j .

t , es el tiempo de percepción y reacción, 2.5 segundos.

a , la rata de desaceleración 3.4 m/s².

g , es la gradiente longitudinal de la carretera en decimal.

La teoría fundamental del flujo vehicular y la consideración del límite inferior de los espaciamientos promedio por clase de vehículo han sido incluidas en la determinación del modelo de predicción, ya que de acuerdo al modelo lineal de flujo vehicular establecido por Greenshields en congestión total la velocidad y el flujo son nulos (Kühne, 2011), a partir de esta condición se obtuvo observaciones de espaciamientos promedio en congestión total cuyo valor es igual al promedio de las longitudes del vehículo siguiente de clase i en condiciones j de cada video clip, para los cuales las variables de velocidad y el flujo son iguales a cero.

2.6 Flujos de vehículos por clase y dirección

Los flujos de vehículos por clase F_{ij} fueron obtenidos por conteo directo en el análisis de cada video clip. Para cada observación, se ha considerado los flujos por clase de vehículo en la dirección del carril en análisis, así como el flujo total de los vehículos en dirección opuesta.

Una vez elaborada una base de datos a partir del análisis de 2748 vehículos se obtuvieron 64 observaciones con todas las variables requeridas, cuyo resumen se presenta en la tabla No. 3. En la misma podemos ver que la desviación estándar de las variables de espaciamiento y flujo es alta, esto se debe a que el número de observaciones validas es limitado. Además, la desviación estándar de los espaciamientos son valores esperados ya que el límite inferior de los espaciamientos promedio es la longitud de la clase del vehículo examinado en caso de congestión total y el límite superior es la distancia de parada del vehículo estudiado.

Con las observaciones obtenidas se calculó el modelo de predicción con ayuda del software libre para cálculo estadístico y econométrico Gretl (*Gretl*, 2016) mediante el método de mínimos cuadrados en tres etapas (MC3E).

Tabla No. 3 RESUMEN DE VARIABLES OBTENIDAS EN LAS OBSERVACIONES

Descripción	Variable	Unidad	Promedio	Desviación estandar
Espaciamiento promedio del vehículo tipo Vehículo de pasajeros (H_{PC})	e^{lny1}	m	50.971	20.531
Espaciamiento promedio del vehículo tipo Buses (H_B)	e^{lny2}	m	57.715	24.545
Espaciamiento promedio del vehículo tipo Camiones no articulados (H_C)	e^{lny3}	m	56.634	16.238
Espaciamiento promedio del vehículo tipo Camiones articulados o trailer (H_T)	e^{lny4}	m	61.333	19.876
Flujo Vehiculos de pasajeros (F_{PC})	x_1	PC/15min	66.188	25.451
Flujo Buses (F_B)	x_2	B/15min	5.125	2.297
Flujo Camiones no articulados (F_{CNA})	x_3	CNA/15min	12.406	5.130
Flujo Camiones articulados o trailer (F_{CA})	x_4	CA/15min	2.063	0.914
Flujo total en carril de dirección opuesta (F_{DO})	x_5	veh/15min	74.688	32.273
Porcentaje de vehiculos pesados (%VP)	x_6	%	0.235	0.054
Promedio de velocidad de Vehiculos de pasajeros (V_{PC})	x_7	km/h	73.481	10.282
Promedio de velocidad de Buses (V_B)	x_8	km/h	69.012	9.617
Promedio de velocidad de Camiones no articulados (V_{CNA})	x_9	km/h	65.843	6.315
Promedio de velocidad de Camiones articulados o trailer (V_{CA})	x_{10}	km/h	64.732	9.545
Espaciamiento promedio mínimo del vehículo tipo Vehículo de pasajeros (H_{PCmin})	$e^{lny1min}$	m	4.310	0.170
Espaciamiento promedio mínimo del vehículo tipo Buses (H_{Bmin})	$e^{lny2min}$	m	11.188	0.992
Espaciamiento promedio mínimo del vehículo tipo Camiones no articulados (H_{Cmin})	$e^{lny3min}$	m	6.856	0.519
Espaciamiento promedio mínimo del vehículo tipo Camiones articulados (H_{Tmin})	$e^{lny4min}$	m	15.082	2.046

2.7 Evaluación del modelo

Para determinar si el modelo propuesto es robusto, se realizó el análisis estadístico del indicador coeficiente de determinación ajustado para cada ecuación del sistema, además se analizó la prueba estadística del nivel de significancia p-value de cada uno de los coeficientes de las ecuaciones, si sus valores son menores a 0.05 las variables son estadísticamente significativas, por lo tanto, las variables cuyo valor p-value fue mayor a 0.05 fueron desestimadas en el análisis.

Además, para analizar el poder predictivo del modelo, se realizó un análisis del error del modelo mediante el error porcentual medio absoluto (MAPE, por sus siglas en inglés) (Washington et al., 2011), cuya fórmula se presenta a continuación:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |PE_i| \quad Ecuación (11)$$

En donde $PE_i = 100 \times (Y_i - F_i)/Y_i$, en esta expresión es el porcentaje de error de la observación (Y_i) y la predicción (F_i). El resultado MAPE varía entre 0 y 1, los valores cercanos al 0 representan una alta precisión en la predicción.

3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Modelo de predicción para espaciamientos

A partir de los datos de las variables obtenidas en campo y mediante el análisis de regresión por mínimos cuadrados en tres etapas (MC3E) al sistema de ecuaciones simultáneas (2), (3), (4) y (5), con la ayuda del software libre Gretl, llegamos a la determinación del modelo de espaciamientos promedios para cada clase de vehículo, obteniendo los resultados de la tabla No. 4.

Tabla No. 4 MODELO MC3E			
Ecuación	Variable	Coeficiente	p-value
y_1	const	-0.4497	4.16E-02
	y_2	0.2895	1.50E-03
	y_3	0.6269	6.09E-21
	x_7	0.0092	3.45E-05
R^2 corregido		0.9774	
y_2	const	1.9222	1.76E-18
	y_1	1.1865	1.38E-06
	y_3	-0.6407	2.60E-02
	R^2 corregido	0.8436	
y_3	const	1.2496	2.38E-06
	y_1	1.0913	4.98E-22
	y_2	-0.3766	2.89E-02
	R^2 corregido	0.9388	
y_4	const	2.9191	3.47E-157
	x_6	-0.8759	4.64E-02
	x_{10}	0.0209	7.34E-162
	R^2 corregido	0.9172	

3.1.1 Análisis de la ecuación para espaciamientos de vehículos de pasajeros

Si analizamos la primera ecuación para los espaciamientos promedio del vehículo de pasajeros, se puede apreciar que la ecuación tiene un ajuste estadístico muy significativo con un valor del coeficiente de determinación R^2 ajustado de 0.98, siendo el mejor de las cuatro ecuaciones.

El valor del coeficiente de los espaciamientos promedio de los camiones no articulados es más alto que el valor del coeficiente de los espaciamientos promedio de los buses, lo que indica que los



espaciamientos de los vehículos de pasajeros están más influenciados por los camiones no articulados.

El signo positivo para los coeficientes del espaciamiento promedio de buses y camiones no articulados nos indica que a un menor espaciamiento de estas clases de vehículo pesados el espaciamiento promedio de vehículos de pasajeros también disminuye.

El coeficiente de la velocidad de vehículos de pasajeros tiene un valor muy por debajo de los coeficientes de las otras variables, esto indica que la velocidad de los vehículos de pasajeros tiene menor influencia que la presencia de los vehículos pesados tipo bus y camión no articulado. El signo positivo de este coeficiente nos indica que a un aumento en la velocidad también se incrementan los espaciamientos promedio de los vehículos de pasajeros, esto es lógico ya que a una mayor velocidad la distancia de detención o parada es mayor y los vehículos deben guardar una mayor distancia con respecto al vehículo de adelante.

3.1.2 Análisis de la ecuación para espaciamientos de buses

La segunda ecuación para los espaciamientos promedio del vehículos pesados tipo bus tiene un valor del coeficiente de determinación R^2 ajustado de 0.84, que aunque es el menor entre las cuatro ecuaciones del modelo, aún demuestra un ajuste estadístico significativo.

El valor absoluto del coeficiente de espaciamientos promedio de la clase vehículos de pasajeros es más alto que el valor absoluto del coeficiente de la clase camión no articulado, lo que indica que los espaciamientos promedio de los buses son más influenciados por los vehículos de pasajeros.

El signo positivo del coeficiente de espaciamientos promedio de la clase vehículos de pasajeros indica que a un menor espaciamiento promedio de esta clase de vehículos el espaciamiento promedio de los buses también disminuye. En cambio, el coeficiente del espaciamiento de los vehículos clase camión no articulado es negativo indicando que un incremento del espaciamiento promedio de la clase camión no articulado provoca una disminución de los espaciamientos de los vehículos clase buses. Esto se explica debido a que aumenta la facilidad de rebasamiento para los buses al incrementarse los espaciamientos de los camiones no articulados que van a la delantera, por lo tanto los buses disminuyen el espaciamiento con respecto al vehículo de adelante con la intención de rebasar.

3.1.3 Análisis de la ecuación para espaciamientos de camiones no articulados

La tercera ecuación para los espaciamientos promedio del vehículos pesados tipo camión no articulado tiene un valor del coeficiente de determinación R^2 ajustado de 0.94, que demuestra un ajuste estadístico muy significativo.

El coeficiente del espaciamiento promedio de los vehículos de pasajeros tiene el valor absoluto más alto en comparación al valor absoluto del coeficiente de la clase buses, lo que indica que los espaciamientos promedio de los camiones no articulados son más influenciados por los vehículos de pasajeros.



El signo positivo del coeficiente del espaciamiento promedio de los vehículos de pasajeros indica que a un decrecimiento del espaciamiento promedio de esta clase de vehículos el espaciamiento promedio de los camiones no articulados también disminuye.

El coeficiente del espaciamiento promedio de los vehículos de clase buses es negativo indicando que un incremento del espaciamiento promedio de esta clase provoca una disminución de los espaciamientos de los vehículos clase camión no articulado. Esto se explica debido a que aumenta la facilidad de rebasamiento para los camiones no articulados al incrementarse los espaciamientos de los buses que van a la delantera y por lo tanto los camiones no articulados disminuyen el espaciamiento con respecto al vehículo de adelante con la intención de rebasar.

En la segunda y tercera ecuación, se puede observar una relación inversa entre los espaciamientos de los vehículos clase buses y clase camiones no articulados.

3.1.4 Análisis de la ecuación para espaciamientos de camiones articulados

La cuarta ecuación para los espaciamientos promedio del vehículo clase camión articulado o tráiler del modelo tiene un valor del coeficiente de determinación R^2 ajustado de 0.92, lo cual indica un ajuste estadístico significativo. La evidencia estadística indica que los espaciamientos promedio de la clase de camión articulado no dependen de los espaciamientos de las otras clases de vehículos, sino más bien dependen de su velocidad y del porcentaje de vehículos pesados.

En esta ecuación podemos observar que la mayor influencia en los espaciamientos promedio de los camiones articulados se debe a la presencia de los vehículos pesados, pues el valor absoluto de su coeficiente es más alto respecto a la otra variable de la ecuación. El signo negativo en el coeficiente para el porcentaje de vehículos pesados nos indica que a una mayor presencia de vehículos pesados en el flujo vehicular sus espaciamientos promedio disminuyen.

El signo positivo en el coeficiente de la velocidad promedio de los camiones articulados, nos indica que el aumento de su velocidad incrementa sus espaciamientos, esto es lógico ya que a una mayor velocidad la distancia de detención es mayor y los vehículos deben guardar una mayor distancia con respecto al vehículo de adelante.

3.2 Evaluación de la precisión predictiva del modelo

El modelo se valoró mediante el error porcentual medio absoluto (ecuación 11), en la tabla siguiente se muestran los resultados de esta evaluación:

Tabla No. 5 RESULTADOS MAPE

y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
0.12	0.23	0.18	0.16

Un resultado MAPE de cero significa una alta precisión en la predicción, por ejemplo podemos interpretar que los resultados del promedio de espaciamiento del vehículo clase tráiler esta sobreestimado o subestimado en un porcentaje del 16%. Como vemos el mayor error se presenta en la predicción de los espaciamientos de los vehículos clase buses y la mejor predicción la presenta el espaciamiento de los vehículos de pasajeros.

Finalmente, en la figura No. 1 se presenta gráficamente las observaciones vs los resultados de las predicciones por clase de vehículo, en donde la línea recta indica la equivalencia de los valores predichos y reales. En esta figura, se puede apreciar una precisión predictiva superior de los espaciamientos para las clases vehículos de pasajeros, camiones no articulados y camiones articulados respecto a la clase buses.

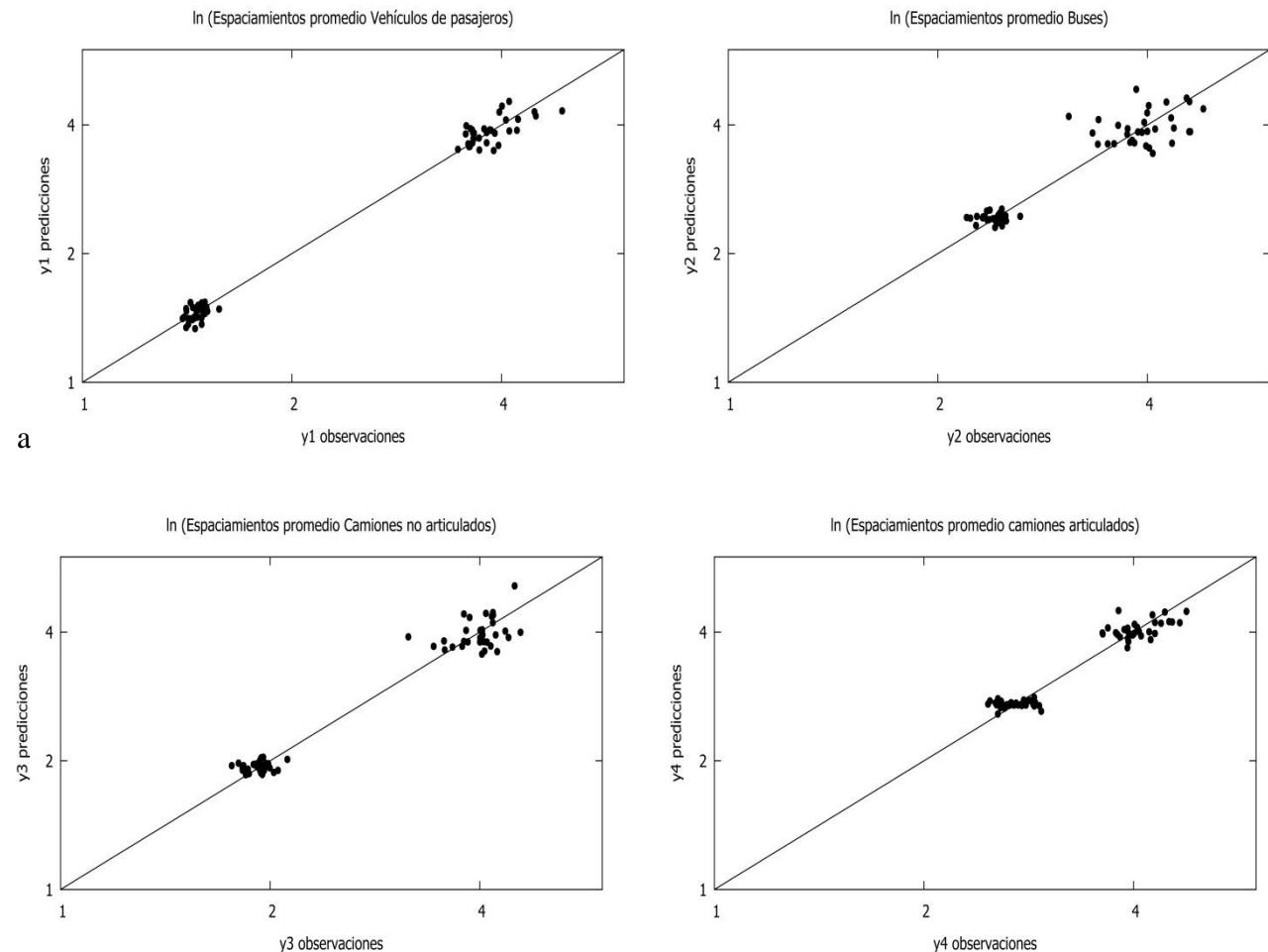


Figura No. 1

Con las consideraciones estadísticas analizadas anteriormente, el modelo obtenido se puede escribir de la siguiente manera:

$$y_1 = -0.4497 + 0.2895 \cdot y_2 + 0.6269 \cdot y_3 + 0.0092 \cdot x_7 \quad \text{Ecuación (12)}$$

$$y_2 = 1.9222 + 1.1865 \cdot y_1 - 0.6407 \cdot y_3 \quad \text{Ecuación (13)}$$

$$y_3 = 1.2496 + 1.0913 \cdot y_1 - 0.3766 \cdot y_2 \quad \text{Ecuación (14)}$$

$$y_4 = 2.9191 - 0.8759 \cdot x_6 + 0.0209 \cdot x_{10} \quad \text{Ecuación (15)}$$

3.3 Cálculo de los factores PCE

Con el modelo obtenido se calculan los valores de espaciamiento promedio de las cuatro clases de vehículos, a partir de los valores promedio observados de las variables de velocidad x_6 , x_{10} y la variable de % de vehículos pesados x_7 , obteniéndose $H_{PC} = \exp(y_1)$, $H_B = \exp(y_2)$, $H_{CNA} =$



$\exp(y_3)$, y $H_{CA} = \exp(y_4)$, cuyos valores se presentan en la tabla No. 6. En esta tabla se puede apreciar que los valores de espaciamientos del modelo tienen una desviación por debajo de los valores promedio observados que varían entre el 6% y el 10%. Con estos resultados se determinan los factores de equivalencia PCE (tabla No. 6), basados en la relación entre los espaciamientos por clase de vehículo con los espaciamientos de los vehículos de pasajeros, aplicando la ecuación 1.

Tabla No. 6 ESPACIAMIENTOS Y PCE POR CLASE DE VEHÍCULOS CARRETERA E 59

Variable	ln (H_i)	Observaciones	Modelo MC3E (% desviación)
Espaciamiento promedio del vehículo tipo Vehículo de pasajeros (H_{PC})	3.869	50.971	47.895 (-0.064)*
Espaciamiento promedio del vehículo tipo Buses (H_B)	3.964	57.715	52.653 (-0.096)*
Espaciamiento promedio del vehículo tipo Camiones no articulados (H_C)	3.979	56.634	53.465 (-0.059)*
Espaciamiento promedio del vehículo tipo Camiones articulados o tráileres (H_T)	4.063	61.333	58.147 (-0.055)*
PCE BUS			1.099
PCE CAMIÓN NO ARTICULADO			1.116
PCE CAMIÓN ARTICULADO O TRAILER			1.214

* Porcentaje de desviación respecto al promedio de las observaciones

3.4 Comparación de los factores PCE con los propuestos por el HCM

Una vez obtenidos los valores de PCE podemos hacer una comparación entre los factores obtenidos y los propuestos por el HCM (Tabla No. 7). Los valores de PCE para vehículos pesados del HCM presentados, corresponden al cuadro 20-9 del HCM 2000 para camiones en carreteras de doble vía con flujos en una dirección de 300 a 600 pc/h (vehículos por hora) en terrenos a nivel (*Highway capacity manual*, 2000), y al cuadro 15-11 del HCM 2010 para camiones en carreteras de doble vía, para flujos de 300 pc/h (vehículos por hora) en terrenos a nivel (*Highway capacity manual*, 2010), condiciones que cumple la carretera en estudio, cuyo flujo promedio es 343 veh/h/carril. En el caso de los valores propuestos por el HCM 2010 para flujos de 300 y 400 veh/h/carril el factor esta entre 1.4 y 1.3 respectivamente, sin embargo el HCM recomienda en caso de interpolación aproximación al decimal, por lo tanto el factor PCE es 1.4.

Los factores de equivalencia calculados a partir del modelo tienen una desviación hacia abajo entre el 8% y el 9% con respecto a los sugeridos por el HCM 2000 para buses y camiones no articulados, y una desviación positiva del 1% para camiones articulados. Con respecto a los sugeridos por el HCM 2010 podemos ver que existe una mayor desviación negativa que se presenta entre el 15% y el 27%.

Los factores PCE obtenidos son más cercanos a los valores propuestos por el HCM 2000. El factor PCE obtenido para los vehículos de la clase camión articulado es prácticamente igual al valor propuesto por el HCM 2000.

**Tabla No. 7 COMPARACIÓN DE RESULTADOS**

Variable	Modelo MC3E (% desviación) Carretera E59	HCM 2000	HCM 2010
PCE BUS	1.099 (-0.092)* y (-0.273)**	1.2	1.4
PCE CAMIÓN NO ARTICULADO	1.116 (-0.075)* y (-0.254)**	1.2	1.4
PCE CAMIÓN ARTICULADO O TRAILER	1.214 (0.012)* y (-0.153)**	1.2	1.4

* Porcentaje de desviación respecto a los valores del HCM 2000

** Porcentaje de desviación respecto a los valores del HCM 2010

4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El primer objetivo de este estudio fue obtener un modelo que permita calcular los valores de los espaciamientos promedio por clase de vehículos para la carretera bidireccional E59 en condiciones semejantes a las condiciones básicas del HCM. Pese al limitado número de observaciones obtenidas por la dificultad para obtener observaciones que presenten espaciamientos con las cuatro clases de vehículos en estudio, se ha obtenido un modelo estadístico de cuatro ecuaciones simultáneas, en el que cada una de estas explica el espaciamiento promedio por clase de vehículo, este modelo se presenta estadísticamente significativo con valores de coeficientes de determinación ajustados para cada ecuación por encima de 0.84. Los resultados MAPE muestran una sensibilidad de las predicciones de las cuatro clases de vehículos con subestimaciones y sobreestimaciones entre el 12% y 23%. Podemos concluir entonces que los resultados de este modelo son estadísticamente válidos. Con este modelo se obtuvo los valores de espaciamientos promedio de 50.971, 57.715, 56.634 y 61.333 metros para las clases de vehículos de pasajeros, buses, camiones no articulados y camiones articulados respectivamente. Estos valores tienen una desviación negativa entre el 6 y 10% con respecto a los espaciamientos promedios observados.

El segundo objetivo fue obtener los valores de PCE a partir de los resultados del modelo de predicción de los espaciamientos promedio por clase de vehículos, los factores de conversión PCE calculados son de 1.099, 1.116, 1.214 para buses, camiones no articulados y camiones articulados respectivamente.

El tercer objetivo fue realizar una comparación entre los valores de PCE obtenidos en este caso de investigación vs los valores recomendados por el HCM, los mismos que para camiones articulados presentan una desviación insignificante del 1% por arriba del propuesto por el HCM 2000 y en el caso de camiones no articulados y buses presentan una desviación hacia abajo del 8% y 9% respectivamente. Con respecto al HCM 2010 los valores de PCE de camiones no articulados y buses tienen una desviación negativa significativa con un mínimo del 25%, además en el caso del camión articulado la desviación es negativa en un 15%. Los valores en este estudio implican que el hecho de asumir los PCE propuestos por el HCM 2010 incrementa innecesariamente el cálculo del flujo mixto de la carretera analizada. Los PCE logrados en la presente investigación son más cercanos a los valores propuestos por el HCM 2000 que al HCM 2010.



Para este caso de estudio, el considerar al camión tipo tráiler como una clase independiente disminuyó substancialmente la cantidad de observaciones validas (en un 74%), sin embargo, la evidencia no respalda su análisis como una clase independiente, se pudiera estudiar a los camiones en general como una única tipología y así aumentar la cantidad de observaciones validas mejorando el nivel de confianza del modelo. La limitación en el número de observaciones ha sido determinante al momento de desestimar las variables con coeficientes cuyo nivel de significancia fue inferior a 0.05 pues un mayor número de observaciones nos permitiría conocer cuál es la influencia de todas las variables consideradas inicialmente en el modelo.

El espaciamiento promedio de vehículos de pasajeros en este estudio resultó ser de 51 metros para una velocidad promedio de 74 km/h, al comparar dicho valor con la distancia de detención de 114 metros calculada para esta velocidad, podemos decir que los conductores de vehículos de pasajeros conducen con agresividad irrespetando las debidas distancias de seguridad, el 62% de los vehículos analizados recorre con una separación menor a la distancia de detención. La misma tendencia existe en el caso de los vehículos pesados.

El valor de PCE igual a 1.116 obtenido en el presente estudio para camiones no articulados, está cercano al valor propuesto por Elefteriadou para camiones no articulados con relación peso/potencia de 50 lb/hp (Elefteriadou et al., 1997). En dicho estudio se obtienen mediante simulación microscópica los factores PCE por clases de camiones, para vías bidireccionales de dos carriles con condiciones de gradiente a nivel, los valores calculados de PCE para camiones no articulados con relación peso/potencia de 50 y 300 lb/hp son de 1 y 2 respectivamente.

La presente metodología nos permite obtener factores PCE más ajustados a la realidad de nuestras carreteras y puede ser utilizada por los planificadores viales para obtener los factores de PCE de acuerdo a las características de cada carretera. En el futuro, se debe realizar estudios en otras vías de nuestro país, utilizando ésta u otras metodologías, considerando además otras de variables como son la pendiente, la longitud de tramos, las motocicletas, rendimiento de los vehículos, relación peso/potencia, prácticas de rebasamiento, etc., con la finalidad de obtener factores PCE más reales. Además, en este modelo no se ha considerado el efecto que tiene la clase de vehículo líder con la clase de vehículo siguiente, dicho efecto ya ha sido examinado en estudios realizados en carreteras de los Estados Unidos de América (Anwaar et al., 2011) y también debería ser tema de análisis en nuestras carreteras.

Con respecto a los dispositivos de grabación de video en futuros estudios sería importante utilizar equipos con capacidad de grabación mayor a 30 fotogramas por segundo, pues a velocidades mayores de 62 km/h la distancia entre fotograma y fotograma es de a 57 centímetros lo que provoca un error de ± 2 km/h.

Es imprescindible el desarrollo de un software que permita obtener las variables a partir de las grabaciones de video, como es el caso del software privativo Traffic Tracker (Anwaar et al., 2011), con el desarrollo o la adquisición de este tipo de software, se podrá ahorrar tiempo y obtener más observaciones para lograr modelos de predicción más robustos.



5 REFERENCIAS

- Anwaar, A., Van Boxel, D., Volovski, M., Anastasopoulos, P. C., Labi, S., & Sinha, K. C. (2011). Using Lagging Headways to Estimate Passenger Car Equivalents on Basic Freeway Sections. *Journal of Transportation of the Institute of Transportation Engineers*, 2(1). Recuperado a partir de <https://trid.trb.org/view/1133950>
- Craus, J., Polus, A., & Grinberg, I. (1980). A revised method for the determination of passenger car equivalencies. *Transportation Research Part A: General*, 14(4), 241-246. [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(80\)90040-0](https://doi.org/10.1016/0191-2607(80)90040-0)
- Dazhi Sun, Jinpeng Lv, & Laura Paul. (2008). Calibrating Passenger Car Equivalent (PCE) for Highway Work Zones using Speed and Percentage of Trucks, 18.
- Elefteriadou, L., Torbic, D., & Webster, N. (1997). Development of passenger car equivalents for freeways, two-lane highways, and arterials. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1572), 51–58.
- Gehl, J., & Décima, J. (2014). *Ciudades para la gente*.
- Gretl. (2016). (Versión 3). Econometrics Research Group. Recuperado a partir de <http://gretl.sourceforge.net/>
- Highway capacity manual*. (1965). Washington, D.C: Transportation research board.
- Highway capacity manual*. (2010). Washington, D.C: Transportation research board.
- Highway capacity manual*. (2000). Washington, D.C: Transportation research board.
- Kinovea. (2006). (Versión 0.8.7). Kinovea.org. Recuperado a partir de <https://www.kinovea.org/>
- Krammes, R., & Crowley Rowley, K. (s. f.). Passenger Car Equivalents for Trucks on Level Freeway Segments. *Transportation Research Record*, 8.
- Kühne, D. R. D. (2011). Foundations of Traffic Flow Theory I: Greenshields' Legacy – Highway Traffic, 8.



Universidad de Cuenca

Layton, R., & Dixon, K. (2012). Stopping sight distance. *Kiewit Center for Infrastructure and Transportation, Oregon Department of Transportation.*

Nokandeh, M. M., Ghosh, I., & Chandra, S. (2016). Determination of Passenger-Car Units on Two-Lane Intercity Highways under Heterogeneous Traffic Conditions. *Journal of Transportation Engineering, 142(2)*, 04015040. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)TE.1943-5436.0000809](https://doi.org/10.1061/(ASCE)TE.1943-5436.0000809)

Shalini, K., & Kumar, B. (2014). Estimation of the Passenger Car Equivalent: A Review. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, 4*, 97–102.

Washington, S., Karlaftis, M. G., & Mannering, F. L. (2003). *Statistical and econometric methods for transportation data analysis*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.

Zellner, A., & Theil, H. (1962). Three-Stage Least Squares: Simultaneous Estimation of Simultaneous Equations. *Econometrica, 30(1)*, 54. <https://doi.org/10.2307/1911287>