UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

“Aplicación de software matemático DERIVE, para el logro de aprendizajes en aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral, en estudiantes universitarios”.

Trabajo de investigación previo a la obtención del título de Magister en Docencia de las Matemáticas.

DIRECTORA:
Ing. Fanny Carola Jerves Vázquez, Mgt.
C.I.: 010379033-3

AUTOR:
Ing. Quím. Manuel Antonio Muñoz Suárez, MAE.
C.I.: 070317661-0

CUENCA-ECUADOR
2018

RESUMEN

El aprendizaje de las Matemáticas a un nivel significativo, se vuelve una tarea muy difícil para los docentes dentro de una institución educativa, y más aún en el nivel superior, ya que aquí el maestro se debe enfrentar con vacíos de conocimientos mínimos o previos, que vienen arrastrados debido a diferentes factores, que hacen que al estudiante se le vuelva complejo el estudio de las ciencias exactas. El objetivo fue propiciar el aprendizaje de Cálculo Diferencial y Cálculo Integral por medio del estudio de las aplicaciones de la derivada y el integral empleando software matemático con las herramientas *DERIVE, GEOGEBRA y Wolfram Alpha*, con la finalidad de resolver problemas relacionados con su formación profesional y campo de acción laboral. La presente investigación es de tipo cuantitativa a nivel asociativo con una breve fase cualitativa; para fundamentar el estudio, se realizó un análisis estadístico comparativo del historial del rendimiento académico en cinco niveles, matriculados desde el 2013 al 2015, durante su avance en los tres primeros semestres, y con un grupo focal de estudiantes se recopiló información acerca de los problemas y obstáculos para el aprendizaje de las Matemáticas. Los participantes del proceso investigativo, a quienes se aplicaron un pre y post-test, una vez que se desarrolló la intervención, estuvieron en capacidad de forma autónoma de aprobar con mejores calificaciones la asignatura de Ecuaciones Diferenciales aplicando software matemático, trabajando con bibliografía actualizada, capacitándose por medio de tutoriales apoyándose con artículos científicos, lo que permitió alcanzar un nivel superior de suficiencia en los estudiantes que se integraron a la fase de intervención.

Palabras Clave: Software educativo, DERIVE, aprendizaje, aplicaciones, cálculo diferencial e integral.

ABSTRACT.

The learning of Mathematics in a significant level becomes a very difficult task for teachers in an educational institution, and more so at the higher level, since here the teacher must face with empty of minimum or previous knowledge, which they are of a current due to different factors, that make the student becomes complex the study of the exact sciences. The objective was to promote the learning of Differential Calculus and Integral Calculus by means of the study of the applications of the derivative and the integral using mathematical software with the tools DERIVE, GEOGEBRA and Wolfram Alpha, in order that they can solve problems related to their professional training and field of labor action. The present investigation is of quantitative type at associative level with a brief qualitative phase; To support the study, a comparative statistical analysis of the academic achievement history was carried out to five courses in three years (2013-2015), during their progress in the first three semesters, and with a focus group of students, information was collected about the Problems and obstacles to the learning of Mathematics. Participants in the research process, who were given a pre and post-test, once the intervention was applied, were able to independently approve the subject of Differential Equations by applying mathematical software, working with updated bibliography, being trained by means of tutorials based on scientific articles, that allowed to reach a superior level of sufficiency in the students were integrated into the intervention phase.

Keywords: Educational software, DERIVE, learning, applications, differential and integral calculus.

Índice de Contenidos

Índice de Figuras

Índice de Tablas

Índice de ANEXOS

Cláusula de Licencia y Autorización para Publicación en el Repositorio Institucional

Cuenca, Enero del 2018

Manuel Antonio Muñoz Suárez

C.I: 070317661-0

Cláusula de Propiedad Intelectual

Manuel Antonio Muñoz Suárez, autor del trabajo de titulación “Aplicación de software matemático DERIVE, para el logro de aprendizajes en aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral, en estudiantes universitarios”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, Enero del 2018

Manuel Antonio Muñoz Suárez

C.I: 070317661-0

Introducción

El reto del docente hoy en día, es enseñar Matemáticas de una forma diferente, interactiva, dinámica, contextualizada a los tiempos modernos en que vivimos, en donde la tecnología se convierte en una herramienta de apoyo fundamental para el proceso de enseñanza y aprendizaje, tanto dentro como fuera del aula.

Dentro de los problemas, dificultades y obstáculos que se le presentan a los estudiantes de Matemáticas a nivel superior, relacionados con el docente, se encuentran: utilización de bibliografía (libros) no actualizada, el limitado uso de tecnología dentro y fuera del aula de clase, la falta de formación profesional en didáctica y pedagogía; y el estudiante reconoce que su deficiente nivel de conocimientos o de bases sólidas en Matemáticas (Funciones y Gráficas, Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica), repercute para que el proceso de enseñanza y aprendizaje se complique.

La presente investigación se desarrolló con estudiantes de la carrera de Ingeniería Química de la Unidad Académica de Ciencias Químicas y de la Salud de la Universidad Técnica de Machala, en donde el bajo rendimiento académico de los estudiantes reflejado en calificaciones promedio apenas por encima del estándar (70/100) en la asignatura de Cálculo Diferencial, y que éstas bajen más en el siguiente semestre en la de Cálculo Integral, preocupan a las autoridades educativas, y hacen necesario y justificable el intervenir con una propuesta integradora, que permita por medio de la aplicación de software educativo lograr aprendizajes significativos de aplicaciones de Cálculo Diferencial e Integral.

Para atender todos estos problemas, se desarrolló un programa de capacitación y tutorías, en donde se realizó primero una retroalimentación de contenidos y fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral, para después trabajar con las aplicaciones de las derivadas y el integral, aplicando una metodología que incluye el uso de tecnologías de la información y comunicación TIC´s, junto con software educativo, fomentando la investigación con artículos científicos relacionados con la ingeniería y las Matemáticas, buscando ejercicios y casos prácticos de aplicaciones, en donde los estudiantes comprendieron que la resolución de un problema largo o extenso de máximos y mínimos, de degradación radioactiva, ley de enfriamiento de *Newton* o crecimiento poblacional, se puede resolver en cuestión de segundos o pocos minutos.

Dentro de los objetivos que se proponen alcanzar tanto en el corto, mediano y largo plazo se encuentran: propiciar un ambiente de aprendizaje más dinámico apoyado en el uso de las TIC's y software educativo como DERIVE, apoyado en otras plataformas como GEOGEBRA y Wolfram Alpha; fomentar aprendizajes de Cálculo Diferencial e Integral en base a las aplicaciones de la derivada y el integral en ingeniería; gestionar una metodología de avanzada en el docente de Matemáticas de nivel superior que propicie en sus estudiantes el trabajo autónomo y el aprender a aprender.

Los estudiantes para todo proceso de enseñanza y aprendizaje necesitan de motivación, ésta puede tener diferentes orígenes, ya sea intrínseca o extrínseca, pero el docente se convierte en el principal actor responsable de propiciar esa energía en el estudiante que debe ser direccionada para el logro de objetivos basándose en la constancia y perseverancia; una forma de gestionar esa motivación es a través del uso de software educativo, aplicación de las TIC’s y generando la capacidad en el estudiante de aprender por sí mismo, hasta llegar a convertirse en un ente autónomo tanto dentro como fuera del aula.

Capítulo 1.- Fundamentación teórica

1.1 El modelo tradicional de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas

Los docentes de Matemáticas que imparten cátedra en educación superior, no cuentan con una formación técnica en didáctica y pedagogía, puesto que son profesionales graduados en diferentes ramas, como ingeniería civil, ingeniería química o economía; por lo que el maestro universitario se ve abocado a "*aprender empíricamente*" la enseñanza de cátedras como Cálculo Diferencial o Cálculo Integral, mediante la revisión de literatura especializada y la resolución de ejercicios planteados en los textos que se encuentran a disposición en las bibliotecas universitarias.

El desarrollo del trabajo dentro del aula, se basa en la aplicación por parte del docente de un modelo conductista, que trata de adaptarse o convertirse en constructivista con el aporte del estudiante quien realiza un trabajo autónomo en la búsqueda de información, tratando de aprender Matemáticas con el acompañamiento del docente, quien no siempre tiene el tiempo necesario para el desarrollo de tutorías con quienes necesitan una mayor atención didáctico pedagógica.

El aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral no debe limitarse a la enseñanza de fundamentos de Matemáticas con la retroalimentación de conocimientos básicos de álgebra, funciones, conjuntos, lógica matemática, trigonometría y geometría analítica; para luego iniciar con el concepto de límites y derivada, que se complementan con la resolución de ejercicios de derivadas de funciones algebraicas y trascendentes, pasando luego al estudio del integral definida e indefinida, hasta llegar al concepto de área bajo la curva, sin considerar en este amplio proceso la importancia que tiene la enseñanza y el aprendizaje de las aplicaciones de la derivada y el integral en campos como la ingeniería química, la bioquímica, la economía, el área de la salud, entre otras.

Si a este trabajo de enseñar y aprender Matemáticas se lo "*encierra*" en cuatro paredes del aula de clase, limitándolo adicionalmente al uso exclusivo de recursos metodológicos como pizarra, cuaderno con tareas, libro de trabajo y portafolio, y no aplicamos herramientas tecnológicas tan importantes hoy en día, estamos generando en el estudiante un aprendizaje reducido o pasivo con graves dificultades; y si a esto se le agrega otro factor problema como lo es el uso de bibliografía desactualizada empeoramos más la situación.

El docente trabaja con ejercicios básicos con el principio de estar iniciando la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial o el Cálculo Integral, luego el grado de complejidad de los reactivos se incrementa, pero no se plantean problemas en sí que estimulen al estudiante a esforzarse por transformar el lenguaje formal del planteamiento a resolver a un formato matemático, es decir, estructurar un modelo o plantear una ecuación para la cual ya no es tan complicado el aplicar los fundamentos del cálculo; si a esto le agregamos ejercicios y problemas de aplicación relacionados con el campo de estudio del joven aprendiz de

Matemáticas, éste se va a sentir interesado al comprender el "*¿para qué me sirve*?" lo que está aprendiendo como una inversión para su futuro profesional y laboral.

1.2 Obstáculos, problemas y dificultades de aprendizaje de Matemáticas

Brousseau (1983), en sus investigaciones señala tres motivos fundamentales como obstáculos en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas:

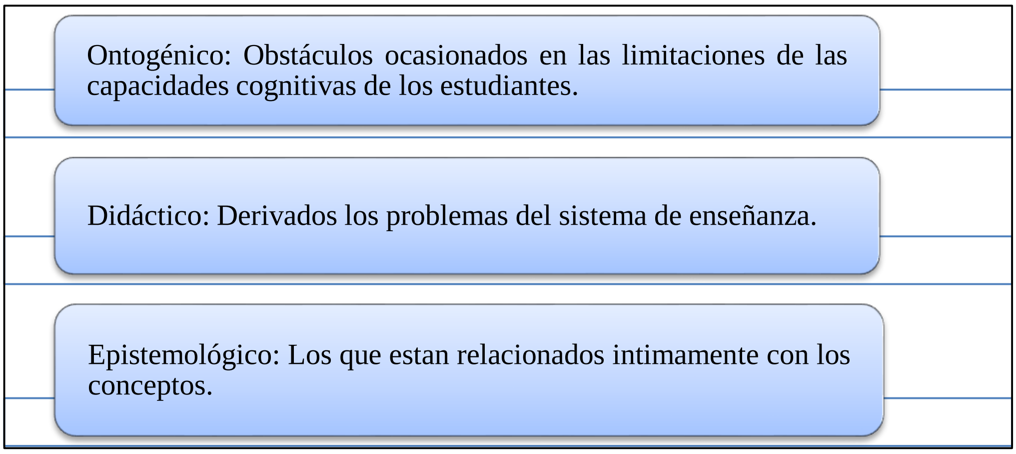


Fig. N°. 1.- Obstáculos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.
Fuente: (Brousseau, 1983)
Elaborado por: El Autor.

En el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas es común que los estudiantes presenten errores al momento de resolver los problemas, al momento de adquirir conocimientos, también se presentan dificultades a lo largo de la vida estudiantil, estas dificultades se vigorizan en mallas complejas que se convierten en obstáculos al momento de aprender y se van manifestando en la vida diaria al momento de resolver problemas con respuestas incorrectas (Del Puerto, Minnaard, & Seminara, 2004).

Según Dubinsky (1996), un problema en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas es encontrar materiales físicos adecuados para presentar conceptos matemáticos avanzados, y señala que esto se puede reemplazar por una computadora y un software.

- No modelar los procesos físicos
- No existe un analisis profundo de los modelos
- No se analiza a einterpreta la solución
- Limitación en los ajustes de los modelos.
- No se validan los modelos
- No se validan los modelos.
- En la enseñanza tradicional solo existe un enfoque analitico.

Fig. N° 2.- Problemas de Aprendizaje en Matemáticas.
Fuente: (Balderas, 2011)
Elaborado por: El Autor.

Cuando no se usa la tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se presenta algunos inconvenientes o problemas como los que se detallan a continuación (Balderas, 2011).

Todos estos problemas o inconvenientes en el PEA se pueden y deben tratarse por medio de la aplicación de diferentes estrategias metodológicas, entre las que se encuentran: el uso de TIC´s, software educativo y el aprendizaje significativo.

1.3 Logros y resultados de aprendizaje.

Los ***logros de aprendizaje*** son un conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y valores que debe alcanzar el aprendiz en relación con los objetivos o resultados de aprendizaje previstos en el diseño curricular. De los logros de aprendizaje obtenidos, se infiere su competencia.

Los ***resultados de aprendizaje*** son enunciados acerca de lo que se espera que el estudiante sea capaz de hacer, comprender y/o sea capaz de demostrar una vez terminado un proceso de aprendizaje; éstos están asociados a las actividades de aprendizaje y evaluación, y que orientan al instructor-tutor y al aprendiz en la verificación de los procesos cognitivos, motores, valorativos, actitudinales y de apropiación de los conocimientos técnicos y tecnológicos requeridos en el aprendizaje.

Los resultados de aprendizaje enuncian de manera detallada los conocimientos que los estudiantes deben tener, la capacidad de aplicarlos y el comportamiento y actitudes que deben practicar al momento de integrarse al campo ocupacional, a más de que concretan y detallan el perfil de egreso de la carrera.

A continuación se exponen una lista con los principales resultados de aprendizaje que se plantean alcanzar durante un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado para un periodo académico:

- ✓ *Habilidad para aplicar el conocimiento de las ciencias básicas.*
- ✓ *Pericia para diseñar, conducir experimentos, analizar e interpretar datos.*
- ✓ *Utilización de técnicas, instrumentos modernos y herramientas especializadas.*
- ✓ *Identificación, definición y resolución de problemas.*
- ✓ *Destreza para manejar procesos relacionados.*
- ✓ *Trabajo en equipos multidisciplinarios.*
- ✓ *Capacidad para liderar, gestionar o emprender proyectos.*
- ✓ *Comunicación efectiva.*
- ✓ *Impacto en la profesión y en el contexto social.*
- ✓ *Aprendizaje para la vida.*
- ✓ *Conocimiento del entorno contemporáneo.*
- ✓ *Comprensión de sus responsabilidades éticas.*
- ✓ *Compromiso de aprendizaje continuo.*

Estos resultados de aprendizaje se adaptan luego a las especificidades de cada centro de estudio, ya sea una escuela, colegio, universidad, y dentro de ésta última, se diversifica en unidades académicas y posteriormente por carreras, hasta llegar al microcurrículo ya por asignaturas, en donde es fundamental tomar en cuenta los perfiles de egreso apara contrastar con los resultados y logros de aprendizaje obtenidos en el estudiante y futuro profesional.

1.4 Aprendizaje colaborativo.

Se lo define como el conjunto de métodos que se aplican en grupos pequeños, de entrenamiento y desarrollo de habilidades mixtas, donde cada miembro del grupo es responsable tanto de su aprendizaje como del de los restantes miembros del grupo.

1.4.1 Logros en aprendizaje colaborativo.

Respecto a los logros basados en el aprendizaje colaborativo, podemos establecer tres niveles:

- **Tareas Grupales**, entendidas como las acciones concretas a realizar en el aula.
- **Dinámica Grupal**, entendida como la forma de accionar para el desarrollo de actividades.
- **Nivel Personal**, entendido como el proceso interno (beneficio) obtenido en este tipo de trabajo.

Algunas ventajas del aprendizaje colaborativo son:

- Desarrollo del pensamiento crítico. Igualmente, favorece el desarrollo de destrezas sociales y de comunicación, así como el fomento del uso del lenguaje y la estimulación del uso de la narrativa.
- El trabajo colaborativo permite a los estudiantes visualizar los logros del trabajo en conjunto, lo cual promueve el estímulo y valoración del trabajo en forma individual y grupal.
- El aprendizaje colaborativo enriquece el proceso de construcción del conocimiento de todos los integrantes del grupo, a través de las diferentes ideas, propuestas, soluciones, formas de comprender y manejar la información que cada uno aporta. En este sentido, los alumnos aprenden a ser explícitos en sus intenciones y planes de acción al realizar una tarea.

En el desarrollo del trabajo colaborativo es importante tener en cuenta:

- Aplicar el juego de roles en pequeños grupos que permitan transmitir a los estudiantes la responsabilidad de su aprendizaje. La asignación de roles permite organizar las tareas del grupo en función de sus responsabilidades. Cada integrante asume un rol específico, con el fin de contribuir a los objetivos comunes del grupo.
- Conformar los grupos con alumnos de variado rendimiento. Se busca con esto una distribución balanceada para que el promedio de rendimiento de todos los grupos sea similar.

- El cambio de roles. La propuesta de trabajo colaborativo facilita la integración en el aula del alumno, el docente y las diferentes áreas temáticas. Es en este proceso donde el maestro entra a cumplir su papel de guía-facilitador del aprendizaje, orientando a los estudiantes en el desarrollo del proyecto y en su crecimiento personal e intelectual.
- El trabajo de varios alumnos frente a un sólo computador y en pos de un objetivo común, genera el debate en torno a la búsqueda de estrategias de uso y de resolución de problemas.
- Al utilizar los computadores como elementos de comunicación y a través del desarrollo de las redes telemáticas, los alumnos acceden a múltiples y diversas formas de abordar, entender, operar y representar un mismo concepto u objeto de conocimiento.
- Por su estructura facilita el almacenamiento y posterior intercambio de información.
- Favorece que los alumnos compartan sus trabajos con otros de la misma escuela y con otros "virtuales", escuelas distantes, docentes y alumnos de otras partes del mundo.

Utilizar resultados de aprendizaje al describir programas y módulos aclara a los estudiantes lo que ellos deben lograr al término del programa o módulo. Por consiguiente les ayuda a seleccionar programas y participar en forma activa en el proceso de aprendizaje centrado en ellos.

1.5 Aprendizaje significativo.

Se refiere a la posibilidad de establecer vínculos entre lo que se debe aprender y lo que se sabe, es decir, lo que se encuentra en la estructura cognitiva de la persona que aprende: sus conocimientos previos, lo cual proporciona motivación e interés en el aprendiz para el desarrollo integral de competencias.

A continuación se describen algunas definiciones de los componentes clave del aprendizaje significativo:

Estrategias de aprendizaje.- Combinación de métodos, medios y mediaciones didácticas, utilizadas por los instructores/tutores y aprendices, para facilitar el aprendizaje y la obtención de los resultados definidos en el diseño curricular.

Evidencia de aprendizaje.- Manifestación del aprendizaje, que refiere a la comprobación de lo que "sabe", "sabe hacer" y "es" el aprendiz. Pueden ser de conocimiento y de desempeño, de las cuales se pueden inferir los logros de aprendizaje y establecer el desarrollo o no de las competencias.

Evidencia de aprendizajes previos.- Manifestaciones de aprendizajes que han sido adquiridos en el pasado por el Aprendiz, que refieren a lo que "sabe", "sabe hacer" y "es". Pueden ser de conocimiento o de desempeño, de las cuales se pueden inferir los logros anteriores acumulados y establecer el nivel de competencias con el que llega a la formación.

Evidencias de desempeño.- Pruebas del saber hacer, relativas a cómo el Aprendiz ejecuta (proceso) una actividad y al resultado obtenido (producto). Permite obtener información directa, de mejor calidad y más confiable, sobre la forma como el aprendiz desarrolla el proceso técnico o tecnológico para, así, poder identificar las competencias que posee y las que aún debe desarrollar. Las evidencias de desempeño y pueden ser tanto reales como simuladas.

Instructor-Tutor.- Sujeto que participa en el proceso de enseñanza-aprendizaje, quien asume el rol de facilitador del aprendizaje, orientador y apoyo, quien retroalimenta y evalúa al aprendiz durante su proceso formativo, haciendo uso de distintas técnicas didácticas activas bajo la estrategia de aprendizaje por proyectos, la cual le permite contribuir en su propio aprendizaje.

Instrumentos de evaluación.- Conjunto de herramientas utilizadas por el Instructor-tutor para recoger datos relacionados con los Resultados de Aprendizaje, los Criterios de Evaluación y las Evidencias definidas en el diseño curricular.

Proceso de formación.- Actividades de Aprendizaje y Evaluación, tanto presenciales como desescolarizadas (virtuales), que se desarrollan de manera articulada y con la incorporación de diversas fuentes de conocimiento, con el fin de que el Aprendiz desarrolle, como mínimo, las competencias definidas para el programa de formación.

1.6 Pedagogía crítica.

La pedagogía crítica es, por su parte, una propuesta de enseñanza que incita a los estudiantes a cuestionar y desafiar las creencias y prácticas que se les imparten. Consiste en un grupo de teorías y prácticas para promover la conciencia crítica.

Asumir la pedagogía crítica en el contexto de la educación es pensar en un nuevo paradigma del ejercicio profesional del maestro, es pensar en una forma de vida académica en la que el punto central del proceso de formación considera esencialmente para quién, por qué, cómo, cuándo y dónde se desarrollan determinadas actividades y ejercicios académicos.

El maestro que desarrolla la pedagogía crítica considera el proceso educativo desde el contexto de la interacción comunicativa; analiza, comprende, interpreta y trasforma los problemas reales que afectan a una comunidad en particular.

Entre los supuestos que se requiere considerar en la pedagogía crítica se pueden señalar los siguientes: la participación social, la comunicación horizontal entre los diferentes actores que integran los estamentos, la significación de los imaginarios simbólicos, la humanización de los procesos educativos, la contextualización del proceso educativo y la transformación de la realidad social.

En el desarrollo del trabajo curricular, desde la perspectiva señalada, los participantes de la comunidad educativa aprenden que el mediador ético, el maestro debe tener en cuenta cuatro aspectos fundamentales:

- Amplitud conceptual que le permita precisar el desarrollo de la tarea.
- Disposición para potenciar habilidades de pensamiento y contenido.
- Autodeterminación para diseñar los parámetros con los que se evalúa el trabajo.
- Reconocimiento y disciplina para concebir la autoevaluación de la tarea.

Conviene señalar que en este contexto los participantes –en especial el estudiante y el profesor– desarrollan capacidades metacognitivas y analizan sus propias fortalezas, debilidades y necesidades relacionadas con el lenguaje; establecen objetivos y metas alcanzables; planean un programa de trabajo para alcanzar los objetivos establecidos; escogen ejercicios, materiales y actividades; trabajan sin supervisión y evalúan su propio progreso.

Si el sujeto se educa para la vida en comunidad, igualmente debe diferenciar entre lo que es la realidad existente en la que está inscrito y la realidad estudiada con la cual se puede confrontar.

Los maestros y los estudiantes, con base en la investigación, disciernen y procesan los objetivos, los procedimientos y los métodos establecidos para la obtención de resultados. Así mismo, intervienen los procesos pedagógicos y didácticos y formulan categorías teóricas disímiles y alternativas a las establecidas; generan procesos de organización, planificación, evaluación y autoevaluación de la enseñanza–aprendizaje.

Como secuencia didáctica, una vez que se ha comprendido en todo su contexto a la pedagogía crítica, se plantean las siguientes interrogantes a ser planteadas y a la vez resueltas en grupos de estudio compuestos por docentes, estudiantes y autoridades educativas:

¿Cuáles son los contenidos relevantes para el proceso?
¿Por qué debo enseñar y aprender esos contenidos y no otros?
¿Cómo se debe desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje?
¿Cuáles son las incidencias que tiene enseñar y aprender ese saber?
¿Quiénes son o serán los usuarios de ese conocimiento?
¿Dónde y cuándo ese saber será de utilidad para resolver problemas individuales o sociales?

La pedagogía crítica es una opción que facilita el trabajo escolar en función del reconocimiento del sujeto como agente de cambio social.

1.7 Enseñanza situada.

Es una metodología que se basa en el aprendizaje experiencial y aplica los seis postulados de la escuela experimental de John Dewey, que son:

- Las teorías psicológicas.
- Los principios morales básicos de las actividades cooperativas
- Las necesidades e intereses de los niños y jóvenes.

- La aplicación del "método del problema" (lógico, ético y empírico).
- La experiencia centrada en los ambientes físico y social.
- El establecimiento del vínculo entre saber y saber hacer.

En la concepción de aprendizaje experiencial está presente el germen de una postura constructivista, pues constituye un proceso mediante el cual se refleja la experiencia del aprendiz y conduce al surgimiento de nuevas ideas y aprendizajes. En su aplicación al campo de la educación, esta concepción incluye un espectro amplio de significados, prácticas e ideologías.

“El paradigma de la cognición situada representa una de las tendencias actuales más representativas y promisorias de la teoría sociocultural y de la actividad (Daniels, 2003), por lo que toma como referencia original los escritos de Lev Vigotsky (1986; 1988) y de autores como Leontiev (1978) y Luria (1987). De acuerdo con Hendricks (2001), la cognición situada asume diferentes formas, principal y directamente vinculadas con conceptos como "aprendizaje situado", "comunidades de práctica" y "participación periférica legítima", que aparecen en las obras de Jean Lave y Ettiene Wegner (Lave y Wegner, 1991; Lave, 1991a, 1991b; Wegner, 2001), así como con el aprendizaje cognitivo. En el terreno de la aplicación instruccional, destacan el modelo de la enseñanza recíproca (Palincsar y Brown, 1984), la construcción colaborativa del conocimiento, las comunidades de aprendizaje y la alfabetización tecnológica (Scardamalia y Bereitel, 1991; Daniels, 2003)” (Barriga, F. 2006).

Una enseñanza situada es la centrada en prácticas educativas auténticas, en contraposición a las *sucedáneas*, artificiales o carentes de significado. No obstante, en las escuelas se privilegian las prácticas educativas sucedáneas o artificiales, donde se manifiesta una ruptura entre el saber qué (*know what*) y el saber cómo (*know how*), y en donde el conocimiento se trata como si fuera neutral, ajeno, auto suficiente e independiente de las situaciones de la vida real o de las prácticas sociales de la cultura a que se pertenece. Por su parte, las prácticas educativas auténticas requieren ser coherentes, significativas y propositivas, y pueden "definirse tan sólo como las prácticas comunes de la cultura". De esta manera, las prácticas auténticas constituyen el extremo de un continuo cuyo polo opuesto son las prácticas sucedáneas.

Cabe mencionar que, en contraposición al individualismo metodológico que priva en la mayor parte de las teorías del aprendizaje o del desarrollo, la unidad básica de análisis en esta perspectiva no es el individuo en singular ni los procesos cognitivos o el aprendizaje "en frío", sino la acción recíproca, es decir, la actividad de las personas que actúan en contextos determinados. De esta manera, una situación educativa, para efectos de su análisis e intervención instruccional, requiere concebirse como un sistema de actividad, donde los componentes por ponderar incluyen:

- El sujeto que aprende.
- Los instrumentos que se utilizan en la actividad, sobre todo los de tipo semiótico.
- El objeto por apropiarse u objetivo que regula la actividad (saberes y contenidos).
- Una comunidad de referencia donde se insertan la actividad y el sujeto.

- Normas o reglas de comportamiento que regulan las relaciones sociales de esa comunidad.
- Reglas que regulan la división de tareas en la misma actividad.

Desde la perspectiva del sujeto que aprende, la adopción de un enfoque de enseñanza situada recupera y amplía algunos de los principios educativos del constructivismo y la teoría del aprendizaje significativo. Por principio de cuentas, el punto de partida de la enseñanza seguirá siendo lo que el educando realmente sabe, puede hacer y desea saber, así como la intención de que las experiencias educativas aborden mejor sus necesidades personales. Al mismo tiempo, se enfatizarán la búsqueda del sentido y el significado en torno a los contenidos que se han de aprender. Pero al mismo tiempo, se establece la importancia que tiene el uso funcional y pertinente del conocimiento adquirido en contextos de práctica apropiados, pero sobre todo la sintonía de dicho conocimiento con la posibilidad de afrontar problemas y situaciones relevantes en su entorno social o profesional.

1.8 Aprendizaje Significativo.

David Ausubel (1983), plantea en su teoría del aprendizaje significativo que el estudiante alcanza o logra un nivel de conocimiento en base a la relación de información que ya conoce con una nueva aportada de forma externa, reajustando ambas y generando así un nuevo conocimiento que se vuelve trascendente; con esto se consigue que el estudiante siga aumentando y perfeccionando el conocimiento que ya tiene, esto sumado a la implementación de estrategias como el uso y la aplicación de tecnología en la enseñanza de las Matemáticas.

En nuestras clases debemos utilizar recursos, técnicas y metodologías activas y participativas que integren a los conocimientos teóricos con la aplicación práctica de estos mediante el uso de las TIC's y la informática, para conseguir así aprendizajes verdaderamente significativos que motiven al aprendiz a auto-educarse, es decir, a buscar y encontrar por sí mismos el aprender más y de una forma mejor.

La conexión entre los conocimientos previos y los nuevos, aportan a alcanzar el "aprendizaje significativo", al describir que este es un proceso por el que se relaciona, la nueva información con algún aspecto o información ya existente en la estructura cognitiva del alumno y que es relevante para el aprendizaje que intenta aprender.

Lo importante entonces es, saber cómo el docente concibe el proceso de construcción del conocimiento de sus alumnos. Por tal razón, debe darse una planificación en función de los alumnos y no de él.

Las teorías constructivistas del aprendizaje detectan la necesidad de representar al estudiante como un ser activo en la cimentación de conocimientos, pero también resalta el rol del docente como un agente activo en los procesos de construcción de las temáticas a impartirse a los estudiantes, así como en el bosquejo, operación y estimación de los recursos, tácticas o acciones que aporten al desarrollo del mismo.

1.9 Estilos de aprendizaje de Kolb

En el aprendizaje existen dos dimensiones: la percepción y el procesamiento. Dentro de la dimensión de percepción, Kolb (1984) menciona que existen personas que aprenden a través de experiencias concretas y otras por medio de conceptualizaciones abstractas, por otro lado la dimensión del procesamiento se da a través de la observación reflexiva y también la experimentación activa. Kolb, al amalgamar las dos dimensiones logro obtener un modelo de 4 cuadrantes para fundamentar los estilos de aprendizajes.

Fig. N° 3.- Estilos de Aprendizaje según Kolb

Es importante tomar en cuenta los estilos de aprendizaje que poseen los estudiantes, estos estilos son las diferentes formas que un individuo puede adquirir conocimientos, para Alonso y Gallego (1994) los estilos de aprendizaje "son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables de cómo los alumnos perciben interacciones y responden a sus ambientes de aprendizaje".

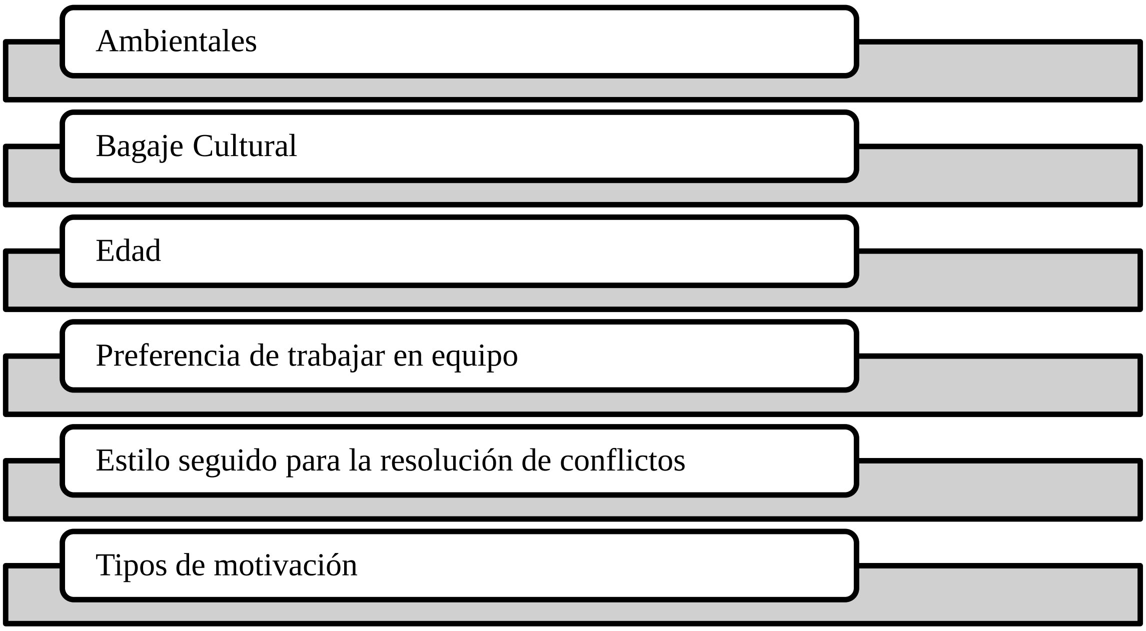


Fig. N° 4.- Componentes de los estilos de aprendizaje
Fuente: (Aragón García & Jiménez Galán, 2009)
Elaborado por: El Autor.:

1.10 Uso de software educativo y TIC´s en la enseñanza de las Matemáticas

El uso de las tecnologías ha permitido a docentes y alumnos a asimilar una gran cantidad de información y datos, obtener resultados y permitir trabajo en equipo. Enseñar Matemáticas comienza a visualizarse como sinónimo de uso de software matemático, como un instrumento didáctico, en esta nueva era tecnológica, ya que nos ofrece nuevas estrategias de enseñar y aprender matemáticas, otorgando diversidad de medios didácticos que capta la atención de los estudiantes porque las clases se vuelven interactivas, con situaciones que inducen a adquirir conocimientos más amplios sobre las matemáticas. Cuicas y Debel (2007) mencionan que usar un software al momento de enseñar matemáticas ayuda a que el estudiante no tenga que memorizar formulas y procedimientos, sin embargo es importante que ellos tengan un lapso de tiempo adecuado antes del uso del software, entender y manejar los conceptos básicos y procedimientos, para que así, ellos reconozcan cuando es el momento adecuado para utilizar un software matemático (Camacho, 2010).

Emplear tecnologías, concatenándolas con experiencias significativas, se convierten en herramientas cognitivas que el estudiante emplea para provocar y desarrollar habilidades del pensamiento (Jonassen, Carr, & Ping, 2005).

El uso de un software matemático "favorece los procesos inductivos y la visualización de conceptos complejos. Permite comparar, verificar o refutar hipótesis, cambiar postulados y someterlos a prueba y conjeturar, apoyándose en la construcción de modelos.

Según las investigaciones de (Perez, 2013) con el uso del software educativo se mejora el proceso de enseñanza aprendizaje, y resulta beneficioso ya que el estudiante se siente motivado y dinámico mejorando sustancialmente la relación estudiante-docente.

El uso de la tecnología, la variabilidad y fuerza permiten hacer un análisis de lo que los estudiantes deben aprender y de qué manera deben hacerlo. La tecnología nos inclina hacia el trabajo en equipo transformando, actitudes, aptitudes, concepciones y procesos cognitivos, permitiendo un ambiente de interacción social que buscan la solución y el entendimiento (Waldegg, 2002).

1.11 *DERIVE* como herramienta para la enseñanza de las Matemáticas

Para lograr procesos óptimos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en la actualidad se usan las Tecnologías de la Información y Comunicación TIC's, las mismas que permiten que el proceso de enseñanza aprendizaje de esta asignatura sea efectiva.

DERIVE es un paquete de software con capacidad para desarrollar cálculo simbólico, análisis gráfico y manipulación numérica, que permite trabajar con funciones, derivadas, límites, integrales y muchas otras operaciones matemáticas.

Se ejecuta en el entorno Windows, por lo tanto presenta características habituales que tienen dichas aplicaciones.

Entre las funciones o capacidades que tiene DERIVE, se encuentran:

- ✓ Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, operaciones con vectores, matrices y determinantes.

- ✓ Derivadas, integrales (definidas e indefinidas), series, límites, polinomios de Taylor.
- ✓ Representación gráfica de funciones en forma explícita, implícita, paramétrica y en coordenadas polares.
- ✓ Representación gráfica de funciones de dos variables.
- ✓ Operaciones con polinomios y fracciones algebraicas, entre otras.

A continuación se detallan las principales características de funcionalidad de DERIVE, a manera de un manual de usuario con instrucciones básicas para introducirse en su manejo como herramienta de apoyo para estimular un aprendizaje dinámico de las Matemáticas:

Para realizar las distintas operaciones con el programa DERIVE se puede hacer uso, bien de los botones de la barra de órdenes, o bien del menú principal que aparece en la parte superior de la pantalla (sólo se podrá trabajar con las opciones y botones que no estén “apagados”).

Al abrir el programa aparece la siguiente pantalla:

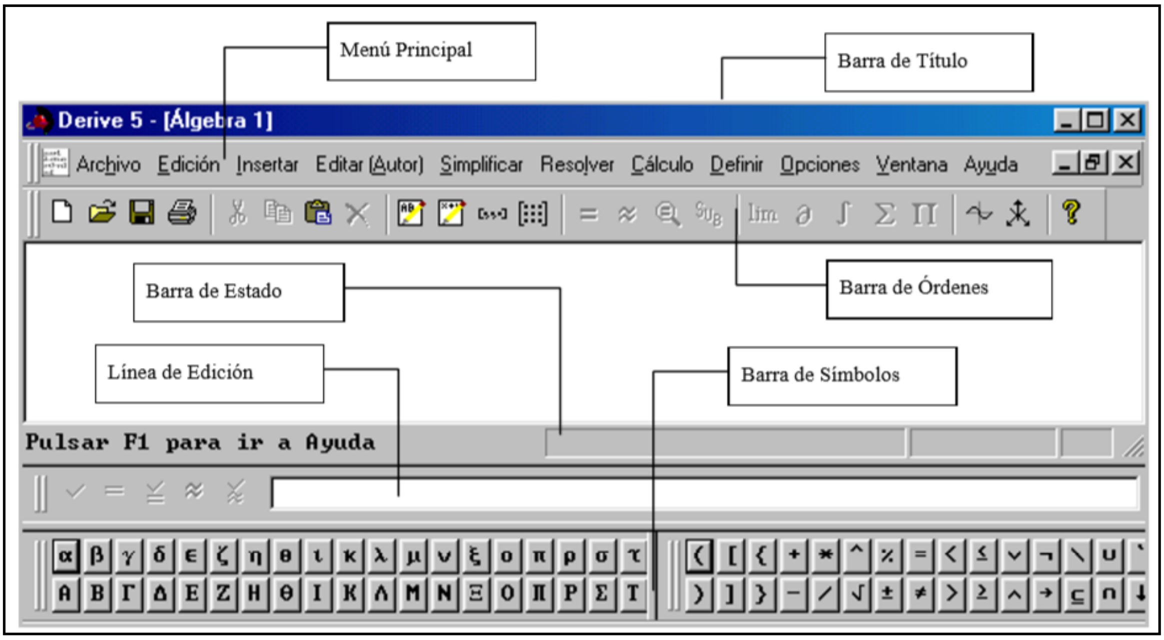


Fig. N° 5.- Características de Funcionalidad de DERIVE
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Trabajar con los botones es habitualmente más rápido, pero no contempla todas las posibilidades del programa. Al situar el puntero del ratón sobre cualquier botón, aparece una pequeña ventana que muestra su función. Dicha función también se describe en la barra de estado. Las opciones del programa se distribuyen en forma de árbol, de modo que cuando se selecciona una de ellas se despliega un menú en el que aparecen nuevas opciones. La forma más sencilla de utilizar los menús es a través del ratón. No obstante, también se puede trabajar por medio del teclado (lo cual puede resultar más cómodo y rápido cuando se tiene suficiente soltura). Para desplegar un menú del menú principal, basta con presionar Alt + letra subrayada en opción. Una vez desplegado el menú se puede seleccionar una opción presionando la letra que aparece subrayada. Además, algunas opciones pueden ser directamente ejecutadas con la combinación de teclas que aparece a su derecha. Cuando trabajemos a través de menús, lo expresaremos por la secuencia de opciones, por ejemplo: Archivo → Abrir significa que se elige la opción Abrir dentro del menú Archivo. El programa DERIVE tiene tres tipos distintos de ventanas:

1. La Ventana de Álgebra, es la que aparece al iniciar el programa y se utiliza para trabajar con expresiones simbólicas o numéricas.
2. La Ventana de Gráficas 2D, se utiliza para dibujar una o varias gráficas en dos dimensiones.
3. La Ventana de Gráficas 3D, permite representar una o varias gráficas en tres dimensiones.

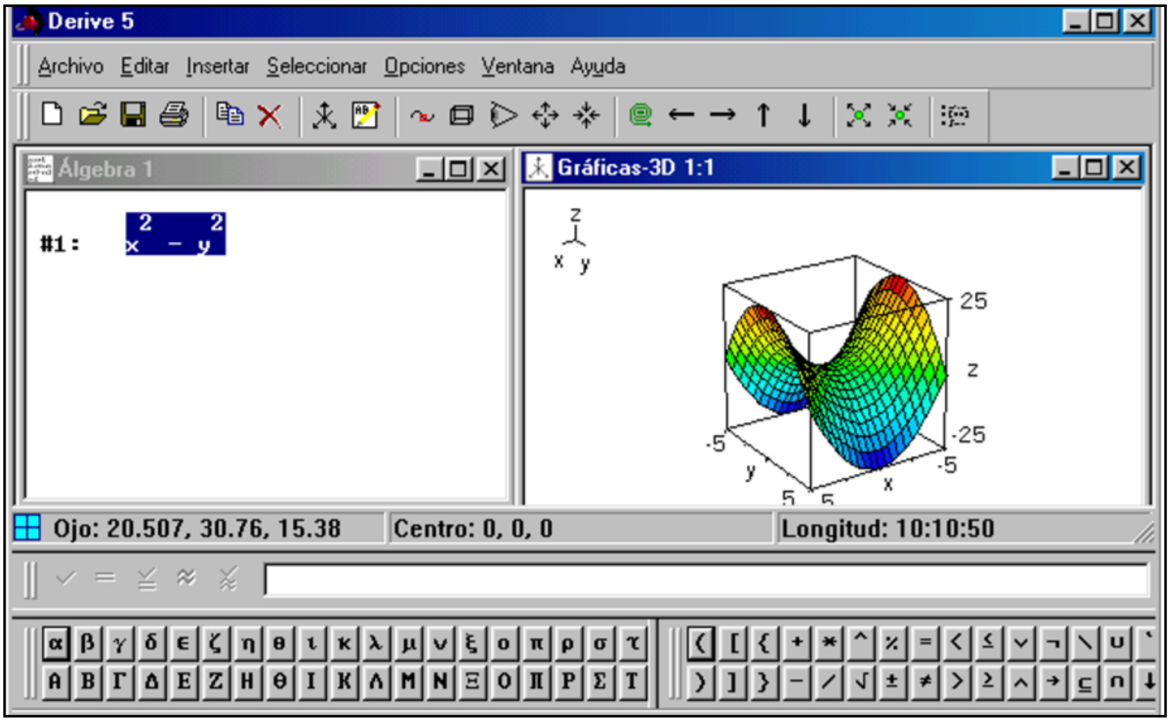


Fig. N° 6.- Ventajas de DERIVE
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Teclado	Ratón	Definición
	$\pm a$	más y menos a.
$a+b$	$a+b$	a más b.
$a-b$	$a-b$	a menos b.
$a*b \Leftrightarrow ab$	$a*b$	a por b.
a/b	a/b	a partido por b.
$a\hat{\ }b$	a^b	a elevado b.
$sqrt(a) \Leftrightarrow \boxed{\text{Ctrl+q}}\ a$	$\sqrt{a}$	raíz cuadrada de a.
$a!$		factorial de a.
$a/=b$	$a \neq b$	a es distinto de b.
$a<=b$	$a \leq b$	a es menor o igual que b.
$a>=b$	$a \geq b$	a es mayor o igual que b.
inf	∞	infinito.
$\#e \Leftrightarrow \boxed{\text{Ctrl+e}}$	$\hat{e}$	base e de los ln $(\ln(\hat{e})=1)$.
$\#i \Leftrightarrow \boxed{\text{Ctrl+i}}$	$\hat{\imath}$	unidad imaginaria, raíz cuadrada de -1.
pi $\Leftrightarrow \boxed{\text{Ctrl+p}}$	$\pi = 3.1416$	área del círculo de radio unidad.
$\#e\hat{\ }a \Leftrightarrow \exp(a) \Leftrightarrow \boxed{\text{Crtl+e}}\hat{\ }a$		e elevado a a.
$ln(a) \Leftrightarrow log(a)$		logaritmo neperiano de a.
$a\ \boxed{\text{Ctrl+o}}$	$a\circ$	a grados $= a \cdot \pi/180$ radianes.
$a\boxed{\text{Ctrl+b}}\ 1$, a sub 1	$a \downarrow 1$	subíndice para vectores y matrices, a_1.
	$\neg q$	"no" q.
p and q	$p \wedge q$	p "y" q.
p or q	$p \vee q$	p "o" q.
p imp q		p implica q.
$s\ \boxed{\text{Ctrl+t}}$	s`	complementario de s.
$s\boxed{\text{Ctrl+u}}\ t$	$s \cup t$	unión de s y t.
$s\boxed{\text{Ctrl+n}}\ t$	$s \cap t$	intersección de s y t.
$s \setminus t$		diferencia entre los conjuntos s y t.

Fig. N° 7.- Operadores fundamentales.
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Una de las ventajas de DERIVE es que permite crear nuevas utilidades a partir de las ya existentes, pudiéndose guardar en ficheros de extensión .MTH. Estos comandos tienen que ser cargados en la memoria del ordenador antes de ser utilizados por primera vez en un documento de trabajo. El programa, como cualquier otra aplicación Windows, permite tener abiertas varias de estas ventanas, siendo “la ventana activa” aquella cuya barra de título esté “encendida”.

1.11.1 Edición con DERIVE.

Para introducir expresiones en la ventana de “Álgebra” es necesario utilizar la línea de edición que se muestra a continuación.

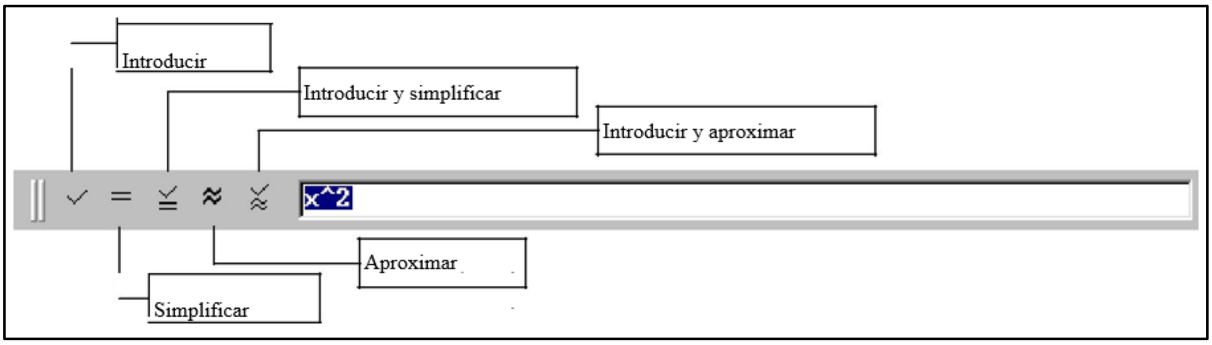


Fig. N° 8.- Edición con derive
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Con los diferentes comandos y herramientas de los cuadros de diálogos de las ventanas de DERIVE se pueden generar múltiples actividades.

A continuación se muestra la barra de órdenes de la Ventana de Álgebra, la cual permite ejecutar las siguientes opciones:

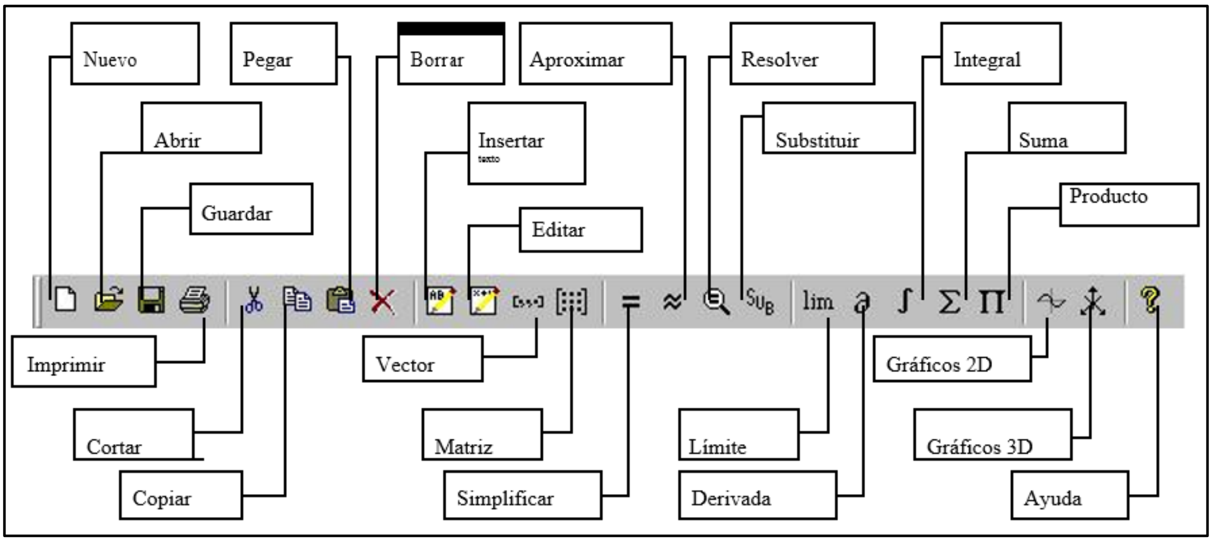


Fig. N° 9.- Menú de la Ventana de Álgebra
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Seguidamente se muestran todas las posibilidades que aparecen en el menú principal del programa cuando está activa la Ventana de Álgebra:

• Archivo →

Nuevo	Abre una nueva ventana vacía.
Abrir...	Abre un fichero de trabajo ya existente.
Cerrar	Cierra la ventana activa.
Guardar	Guarda el contenido de la ventana activa en un archivo (por defecto con extensión .DFW).
Guardar como...	Permite elegir el nombre y la ubicación del fichero en el que guardar el contenido de la ventana activa. También permite guardar los valores de configuración de la Ventana de Álgebra.

Fig. N° 10.- Herramientas en la opción Álgebra.
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Leer

Mth...	Carga un fichero de extensión .MTH en la ventana activa.
Datos...	Carga un fichero ASCII de datos como una matriz, dentro de la ventana activa.
Demo...	Carga un fichero de demostración que muestra paso a paso algunas posibili-dades del programa.
Utilidades...	Carga en memoria ficheros de utilidades (sin mostrarlos en pantalla) que contienen nuevos comandos y funciones para que puedan ser utilizados.

Exportar	Permite guardar el fichero en formato BASIC, FORTRAN, C o PASCAL.
Configurar la Página...	Permite elegir los márgenes de la página.
Vista Previa	Permite visualizar una presentación preliminar antes de imprimir.
Imprimir...	Permite seleccionar la impresora y sus propiedades, así como el rango que se desea imprimir. El botón imprime directamente sin posibilidad de realizar cambios en las opciones.
Salir	Cierra el programa, ofreciendo la posibilidad de guardar las Ventanas de Álgebra.

Fig. N° 11.- Herramientas en la opción Álgebra (continuación).
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

• Edición →

Objeto de Derive...	Edita la expresión activa.
Anotación...	Permite introducir un comentario que aparece en la barra de estado cuando la expresión está activa.
Vínculos con objetos OLE...	Modifica los vínculos de un objeto OLE.
Objeto	Activa un objeto incrustado o vinculado.
Borrar...	Borra los objetos seleccionados (también tecla Supr).
Recuperar	Recupera las expresiones eliminadas con el último uso del opción Borrar.
Seleccionar Todo	Selecciona todos los objetos de la Ventana de Álgebra activa.
Cortar	Mueve los objetos seleccionados al portapapeles.
Copiar	Copia los objetos seleccionados al portapapeles.
Pegar	Inserta los objetos del portapapeles.
Marcar y Copiar...	Copia el área marcada al portapapeles (formato mapa de bits).

• Insertar →|

Gráfica 2D...	Inserta una gráfica 2D en la Ventana de Álgebra activa.
Gráfica 3D...	Inserta una gráfica 3D en la Ventana de Álgebra activa.
Objeto de texto...	Inserta un texto en la Ventana de Álgebra activa.
Objeto OLE...	Inserta un objeto OLE en la Ventana de Álgebra activa.

• Editar (Autor) →

Expresión...	Es la forma de introducir expresiones en la Ventana de Álgebra activa.
Vector...	Permite introducir vectores de 100 elementos como máximo.
Matriz...	Sirve para crear matrices de tamaño máximo 100 × 100.

Fig. N° 12.- Opciones del Menú Principal de Algebra (continuación).
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

• Simplificar →

Normal	=	Simplifica una expresión devolviendo su valor exacto.
Expandir...		Realiza la expansión algebraica de una expresión.
Factorizar...		Factoriza una expresión.
Aproximar...	≈	Simplifica una expresión devolviendo un valor aproximado.
Sustituir Variable...	SUB	Permite sustituir una variable por un valor determinado o por una función de otras variables.

• Cálculo →

Límites...	lim	Calcula el límite de una función cuando una de sus variables tiende a un determinado valor.
Derivadas...	∂	Calcula la derivada parcial, del orden deseado, de una función respecto a una de sus variables.
Polinomios de Taylor...		Calcula el polinomio de Taylor de una función de una variable en torno a un punto y del grado que se desee.
Integrales...	$\int$	Cacula la integral, definida o indefinida, de una función respecto a una variable.
Sumas y Series...	Σ	Realiza la suma de una función respecto a una variable que varía en una unidad desde un valor mínimo hasta uno máximo.
Productos...	Π	Realiza el producto de una función respecto a una de sus variables que varía en una unidad a partir de un mínimo y hasta un valor máximo.
Vector...		Genera un vector cuyas componentes son el resultado de evaluar una función cuando una de sus variables evoluciona desde un valor inicial hasta un valor final.
Tabla...		Genera una tabla formada por dos columnas. La primera presenta los valores de una variable desde un valor inicial hasta uno final. La segunda muestra el resultado de evaluar

Fig. N° 13.- Opciones del Menú Simplificar
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

• Ventana →	
Cascada	Muestra todas las ventanas abiertas en forma de cascada.
Mosaico Horizontal	Muestra todas las ventanas abiertas en forma de mosaico horizontal.
Mosaico Vertical	Muestra todas las ventanas abiertas en forma de mosaico vertical.
Mostrar Pestañas	Muestra todas las ventanas abiertas mediante fichas.
• Nueva Ventana 2D	Abre una nueva Ventana de Gráficas en dos dimensiones. El botón permite abrir una nueva o cambiar a una ya existente.
Nueva Ventana 3D	Abre una nueva Ventana de Gráficas en tres dimensiones. El botón permite abrir una nueva o cambiar a una ya existente.
Barras de Herramientas	Muestra/oculta las distintas barras de herramientas del programa.
• Ayuda →	
Contenidos	Muestra el contenido de la ayuda mediante niveles referidos a un mismo tema.
Indice	Muestra una lista ordenada alfabéticamente de las opciones y de los comandos del programa, permitiendo seleccionar un término de búsqueda.
Preguntas Más Frecuentes	Contiene un listado de las preguntas más habituales y sus correspondientes respuestas.
Recursos Adicionales	Muestra cómo obtener más información acerca del uso de DERIVE.
Conectarse a la Página Web de Derive...	A través de la página Web del programa se pueden obtener versiones trial, actualizaciones, manuales, utilidades, etc.
Acerca de Derive...	Muestra información sobre el programa.

Fig. N° 14.- Opciones del Menú Simplificar (continuación).
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

A continuación se muestra la barra de comandos de la ventana gráficas en dos dimensiones, la cual permite ejecutar las siguientes opciones:

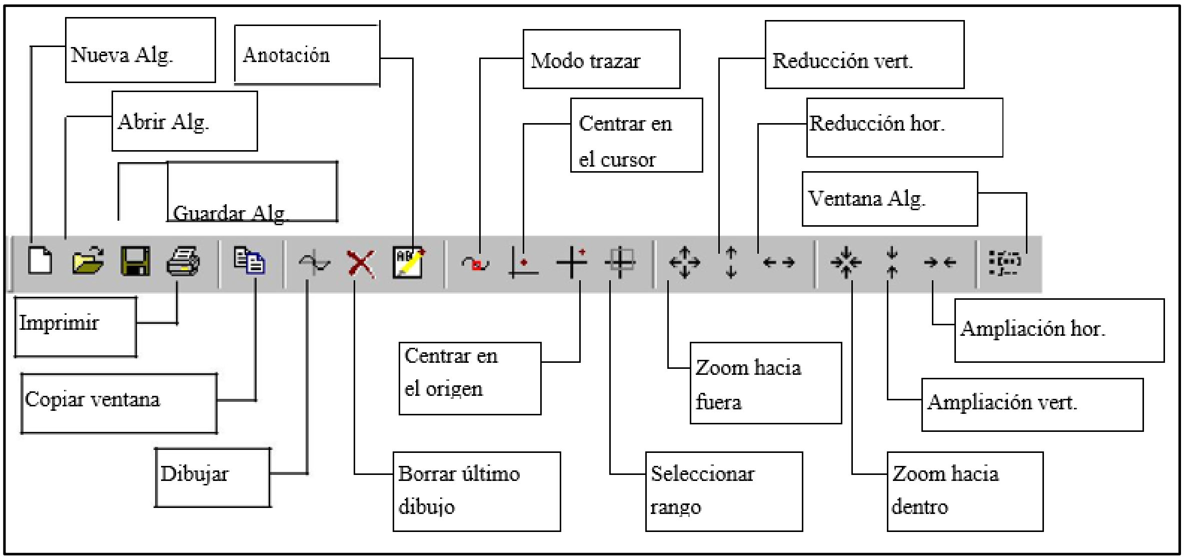


Fig. N° 15.- Menú de la ventana de gráficas 2D
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Al iniciar el trabajo con la ventana gráfica en tres dimensiones, ésta permite ejecutar las siguientes opciones:

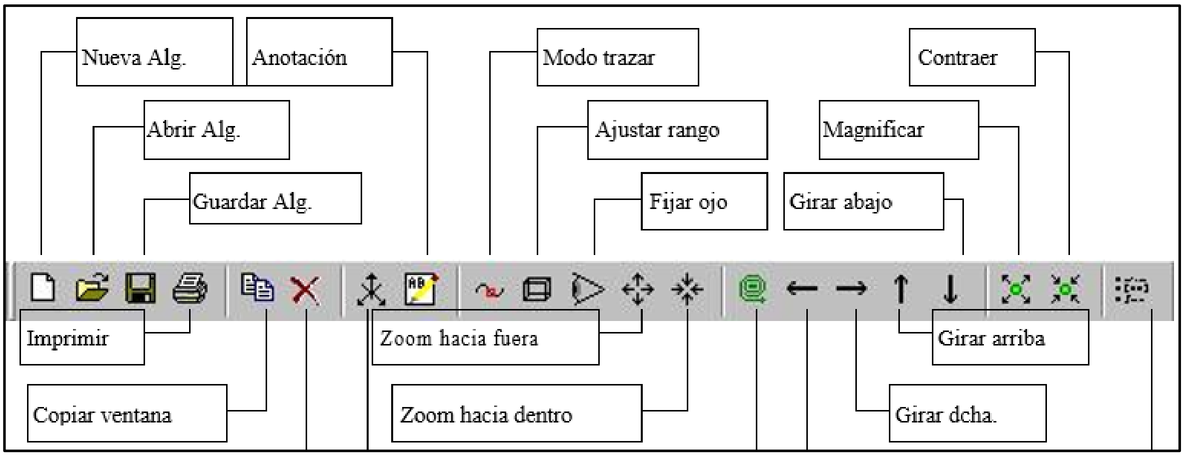


Fig. N° 16.- MENÚ DE LA VENTANA DE GRÁFICAS 2D
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

1.12 Cálculo diferencial e integral con DERIVE

DERIVE también permite trabajar en el ámbito del análisis matemático, calculando límites, derivadas, integrales, polinomios de Taylor, etc. A continuación se describen las principales posibilidades en este campo.

Límites y continuidad.

$f(x) := IF(condición, valor1, valor2)$. La función *f(x)* queda definida por valor1 cuando se cumple condición, y por valor2 en caso contrario. Por ejemplo:

$f(x) := IF(x \geq 0, x, -x)$ define la función valor absoluto *(ABS(x))*.

Derivada de una función

Seleccionar la función y escoger la opción Cálculo → Derivadas o el botón ∂ .

$DIF(f, x)$. Calcula la derivada de *f* respecto de la variable *x*.

$DIF(f, x, n)$. Calcula la derivada de orden *n* de *f* respecto de la variable *x*.

Los métodos anteriores nos permiten calcular derivadas parciales de cualquier orden respecto de una misma variable. Si queremos calcular una derivada parcial respecto de dos o más variables, basta con reiterar el proceso el número de veces que sea necesario.

Integral definida e indefinida.

Escribir la función y seleccionar la opción Cálculo → Integrales o el botón ∫ .

$INT(f, x)$. Calcula una primitiva de la función *f* respecto de la variable *x*.

$INT(f, x, a, b)$. Calcula la integral definida de la función *f* respecto de la variable *x* en el intervalo *[a, b]*.

DERIVE también dispone de la siguiente posibilidad gráfica relacionada con la integración:

$PLOTINT(f, x, a, b)$. Visualiza el área comprendido entre el eje de abscisas y la gráfica de la función, en el intervalo *[a, b]*. Esta expresión se dibuja directamente si la opción Opciones → Simplificar antes de Dibujar está activada en la Ventana de Gráficas 2D. En caso contrario hay que ejecutar = antes de dibujarla.

Las integrales dobles y triples se pueden calcular reiterando la orden INT el número de veces que sea necesario.

1.12.1 Aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral utilizando DERIVE.

Dentro del Cálculo Diferencial como aplicaciones tenemos a los ejercicios o planteamientos sobre razones de cambio, o a los problemas de optimización, en donde el concepto de la derivada y el incremento de una función se vuelven fundamentales; en cambio como aplicaciones del Cálculo Integral a la Física y a la Ingeniería, se consideran al trabajo, la fuerza debida a la presión del agua y los centros de masa.

Dentro del estudio de la Ingeniería Química, luego de aprender conceptos y fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral, el estudiante incursiona en las Ecuaciones Diferenciales, en donde principios como "la degradación radioactiva, la ley de enfriamiento de Newton y el crecimiento poblacional, son muy importantes para el estudio de asignaturas como la Termodinámica, Físicoquímica, Cinética de las reacciones Químicas y las Operaciones Unitarias con los balances de materia, demuestran el uso directo y la aplicación del Cálculo en la Ingeniería.

A continuación ejemplificaremos algunas de las aplicaciones de la derivada, el integral y como estos se los aplica en las ecuaciones diferenciales.

1.12.1.1 Recta tangente a una curva.

Una ecuación de una recta de la que conocemos un punto, (p, q), y la pendiente, m, puede obtenerse con la expresión:

$$y = m(x - p) + q$$

Pero en el caso de la recta tangente a una curva, $y = f(x)$, en un punto, $(a, f(a))$, la pendiente es la derivada $f'(a)$.

a) Vamos a hallar una ecuación de la recta tangente a la curva de ecuación $y = x^2$ en el punto correspondiente a $x = 1$:

Introducimos la función $f(x) := x^2$.

Se construye la siguiente herramienta para obtener la recta tangente en $(a, f(a))$ automáticamente:

$$TGTE(a) := f(a) + f'(a)(x - a)$$

Lo aplicamos a nuestro caso simplificando $TGTE(1)$.

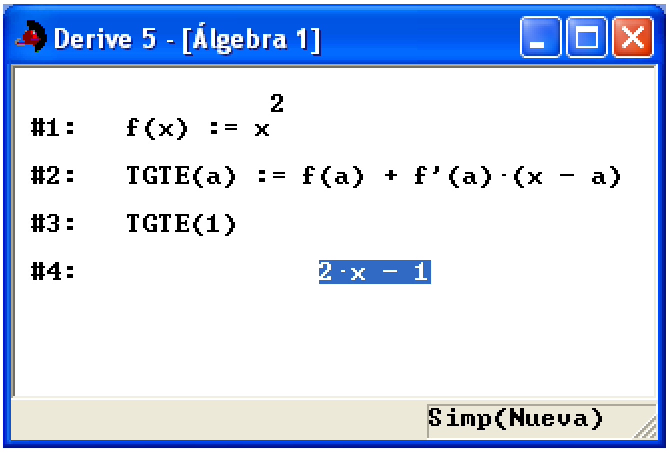


Fig. N° 17.- Recta Tangente a una Curva
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

b) Vamos a representar una función y su recta tangente en $x = a$:

Podemos considerar la expresión entre corchetes $[f(x), f(a) + f'(a)(x - a), 0]$ o bien $[f(x), TGTE(a), 0]$ y representarla conjuntamente. Se incluye **0** para que DERIVE no interprete una sola función en coordenadas paramétricas.

Introduce y simplifica $[f(x), TGTE(1), 0]$. A continuación, pulsa el icono  para abrir la ventana de gráficos, y una vez en ella vuelve a pulsar  para representar $f(x)$ y su recta tangente.

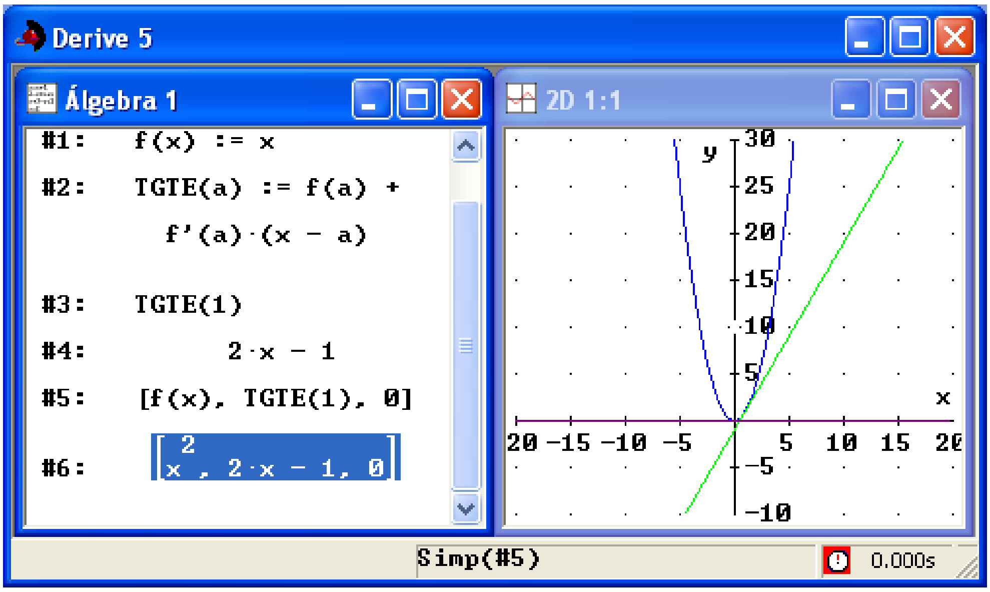


Fig. N° 18.- Una función y su recta tangente
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

1.12.1.2 Primera derivada.- crecimiento, máximos y mínimos.

Vamos a estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función $y = f(x)$.

Consideremos la función de la práctica anterior, $f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x$. Representaremos las gráficas de $[f(x), f'(x), 0]$. Observamos la relación entre ellas. Se analiza como cuando $f(x)$ crece, la primera derivada $f'(x)$ es positiva. Relacionamos los puntos donde se anula $f'(x)$ con los puntos donde la tangente a $f(x)$ es horizontal. Elimina las dos gráficas con **CTRL+D**.

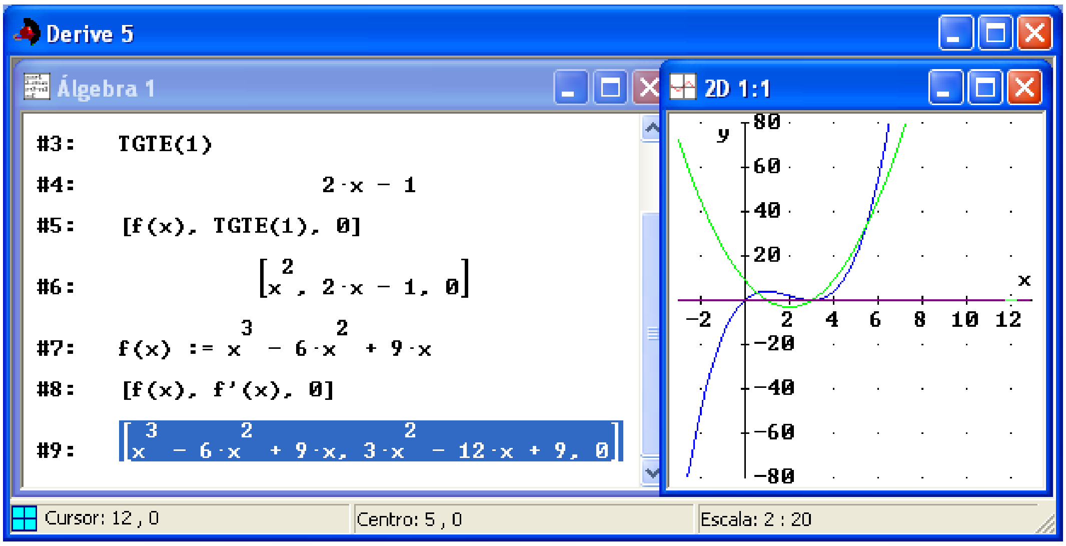


Fig. N° 19.- Representación Gráfica
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Se introduce la expresión $IF(f'(x) > 0, f(x))$ y se simplifica. Se representa el resultado. Se obtiene la gráfica de $f(x)$ solo en los intervalos en que es creciente.

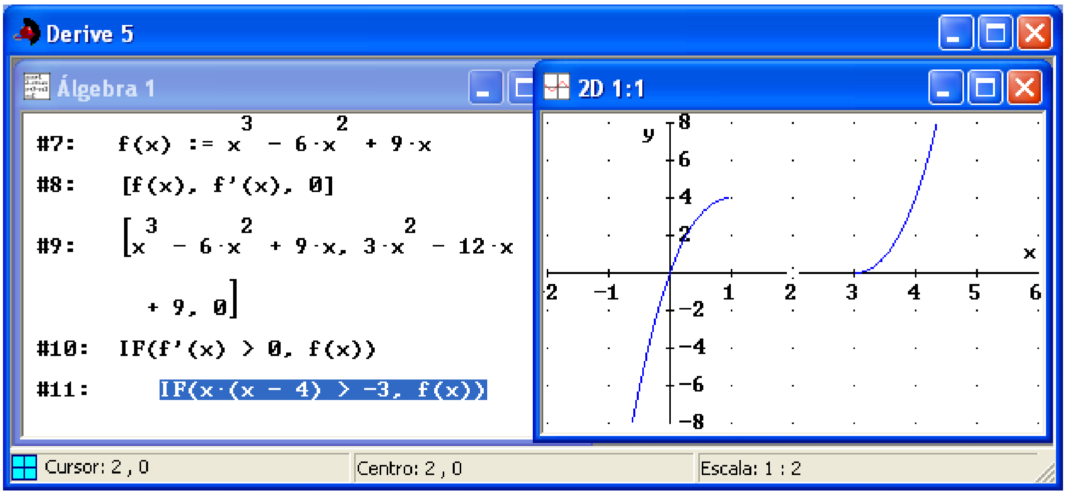


Fig. N° 20.- Representación gráfica solo en intervalo creciente.
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Se elimina la gráfica anterior y representa $f(x)$ solo en los intervalos de decrecimiento.

Vamos a estudiar el **crecimiento** de una función, analíticamente:

Considerando $f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x$. Basta situar el cursor sobre su definición anterior y pulsar para recuperarla.

Se introduce $f'(x) < 0$ y, a continuación, se "resuelve" la inecuación con . Se obtiene el intervalo donde $f(x)$ decrece. Se halla también el intervalo donde crece.

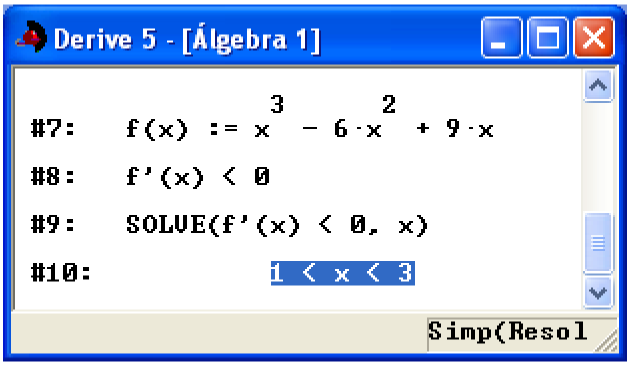


Fig. N° 21.- La inecuación
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Nos ocuparemos ahora de los **máximos** y **mínimos relativos**. Al resolver la ecuación $f'(x) = 0$ se obtiene los valores de x correspondientes. Consideramos la función $f(x)$ de la práctica anterior.

Para hallar la ordenada, basta sustituir $x = 1$ y $x = 3$ en la expresión de $f(x)$. Se lo hace mediante el icono de la barra de herramientas o directamente simplificando $f(3)$ y $f(1)$.

Esto se lo comprueba gráficamente. Se representa $f(x)$ (eliminando todas las gráficas anteriores). En el menú **Ventana se** elige la opción **mosaico vertical** para poder ver simultáneamente la gráfica y la ventana de expresiones.

Se sitúa el cursor en la ventana gráfica, próximo a un máximo o mínimo y pulsa **F3** o para pasar a modo **Traza**. El cursor se situará sobre un punto de la gráfica. Se lo desplaza con las flechas del teclado hasta alcanzar un máximo o un mínimo. Comprueba las coordenadas que aparecen en la parte inferior. Volviendo a pulsar F3 se sale del modo **Traza**.

Se puede repetir la práctica anterior con la función $f(x) \coloneqq x(x-2)(x-3)$. Tras resolver la ecuación: $f'(x) = 0$, se pulsa ≈ para obtener valores aproximados.

$f'(x) = 0$ supone que la recta tangente es horizontal. Esto ocurre en los máximos y mínimos, pero también puede pasar en otros puntos. En la última función se trata de un punto de inflexión en cuyos alrededores la función es casi horizontal.

1.12.1.3 Segunda derivada.- concavidad y puntos de inflexión.

Consideramos la función $f(x) \coloneqq x^3 - 6x^2 + 9x$. Basta situar el cursor sobre su definición anterior y pulsar = para recuperarla.

Resolviendo la ecuación $f''(x) = 0$. Se obtiene la x de los puntos de inflexión. Se lo comprueba representando la gráfica de $f(x)$. Y se puede comprobar los valores recorriendo la gráfica en modo traza.

Para representar la "parte cóncava" de $f(x)$, introduce, simplifica y a continuación representa la expresión:

$IF(f''(x) > 0, f(x))$ Hay que eliminar las gráficas previas.

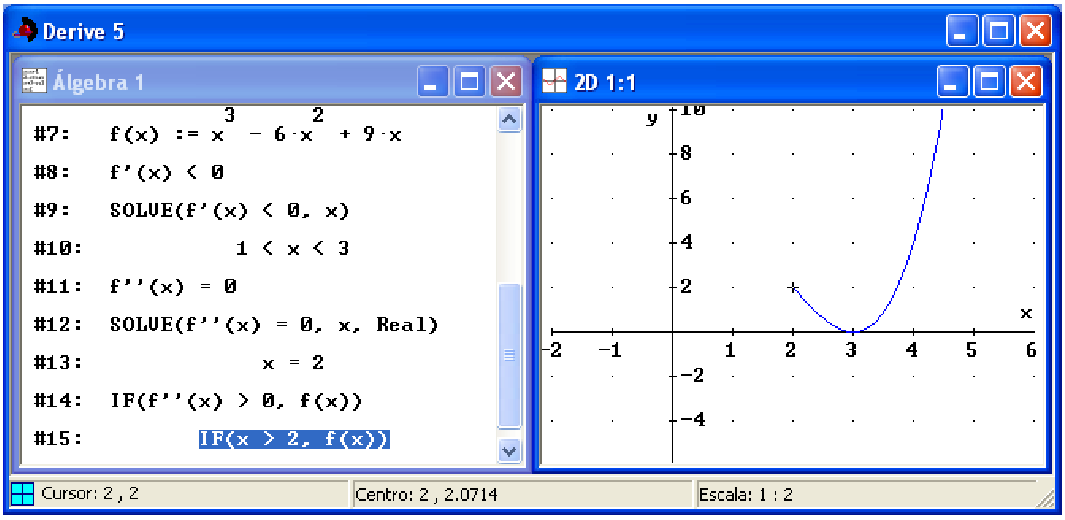


Fig. N° 22.- Representación de la parte cóncava
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Luego se representa la "parte convexa".

Se representa simultáneamente las gráficas de $[f(x), f'(x), f''(x)]$ para la función $f(x)$ de las prácticas anteriores, y se analiza la relación entre ellas comprobando las siguientes cuestiones:

Cuando f crece, f' es positiva.

Cuando f está cada vez más inclinada (cóncava), f'' es positiva.

Cuando f' crece (cóncava), f'' es positiva.

Cuando f presenta un máximo, f' se anula y f'' es negativa.

Cuando f presenta un punto de inflexión, f'' se anula.

Si $f'(a) = 0$ y $f''(a) < 0$ se trata de un máximo.

La ecuación $f(x) = 0$ *proporciona los puntos de corte con el eje OX.*

La ecuación $f'(x) = 0$ *proporciona los posibles máximos y mínimos relativos.*

La ecuación $f''(x) = 0$ *proporciona los puntos de inflexión.*

1.11.1.4 Optimización de funciones.

Los problemas de optimización consisten en encontrar los valores que hacen máxima o mínima una función. Tras leer el enunciado y asignar letras, (x, y...), a las variables, conviene seguir un plan sistemático.

1.12.1.5 Cálculo de integrales.

La integral de una función (definida o indefinida) puede obtenerse en DERIVE pulsando el icono **Cálculo Integral** ∫.

También puede obtenerse desplegando la opción **Cálculo/Integrales** de la barra de menús, pulsando CTRL+May+I o introduciendo directamente la expresión $INT(f(x), x)$ para la integral indefinida, o $INT(f(x), x, a, b)$ para la integral definida entre $x = a$ y $x = b$.

Introduce la función $f(x) := 3x^2 - 4$. Para ello, pulsa F2 o el icono , introduce su expresión y pulsa **Sí** para confirmar. Vamos a hallar la integral de $y = f(x)$ entre $x = 2$ y $x = 3$. Sitúa el cursor sobre la función que acabas de definir para resaltarla.

A continuación, pulsa el icono **Cálculo Integral** , activa la opción **Definida** y rellena los valores de los extremos inferior y superior.

Por último, pulsa **Sí** para verificar si la expresión se adapta a lo pretendido. Por último, pulsa el icono **Simplificar** y observa el resultado.

Fig. N° 23.- CÁLCULO DE INTEGRALES
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Representa el área limitada por el eje *OX* y la curva $y = f(x)$ entre $x = 2$ y $x = 3$. Puedes hacerlo con la expresión conjunta $[f(x), x = 2, x = 3]$ (introducir, simplificar y representar).

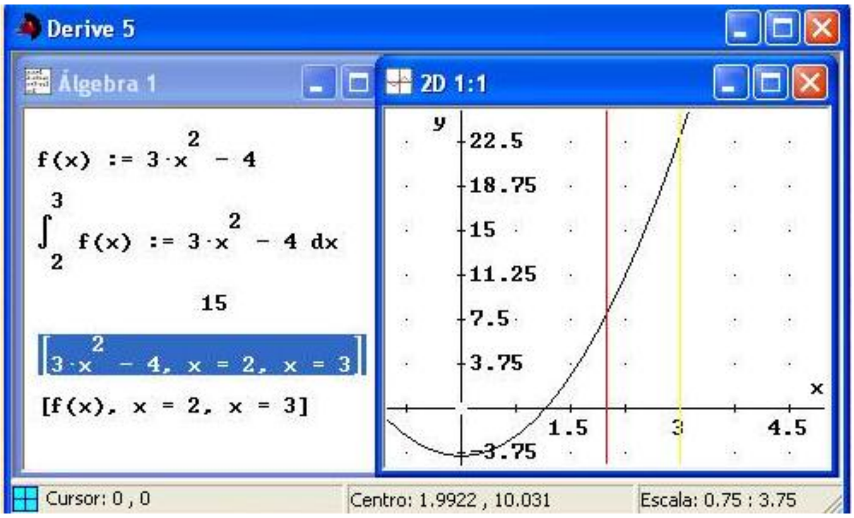


Fig. N° 24.- Representación del área limitada por el eje.
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

1.12.1.6 Aproximación de integrales.

Dada una función $f(x)$ definida en un intervalo $[a, b]$, hacemos una partición en n subintervalos. Construimos una aproximación del área bajo la curva o integral, sustituyendo la curva por una poligonal y el área por n trapecios.

El proceso es el siguiente:

Definimos una función $f(x) := x^3 - 4x$.

Generamos seis puntos $(x, f(x))$ con x desde 0 a 5:

$VECTOR([x, f(x)], x, 0, 5)$

Generamos las “barras” verticales:

$VECTOR([[x,0],[x,f(x)]],x,0,5)$

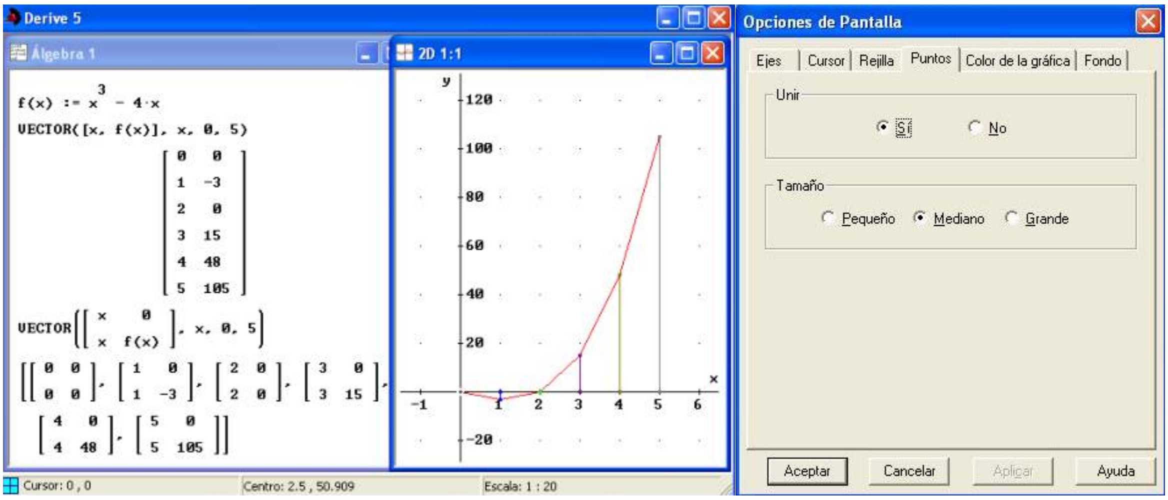


Fig. N° 25.- Vector
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Introducimos las tres expresiones, las simplificamos y las representamos (no olvidando elegir la opción de puntos conectados **Opciones – Pantalla** (o pulsar F11) **- Puntos - Unir - Sí** del menú de la pantalla de gráficos). Una aproximación numérica de la suma de los trapecios para una función $f(x)$, previamente definida, puede obtenerse con la siguiente utilidad en función de un intervalo $[a,b]$ y de n subintervalos:

$$TRAPECIOS(a,b,n) \coloneqq (b-a)/n(\frac{f(a)}{2} + SUM\left(f\left(a+\frac{i(b-a)}{n}\right), i, 1, n-1\right) + \frac{f(b)}{2})$$

Por ejemplo: *TRAPECIOS(2, 5, 50)* obtiene una aproximación de la integral definida de la función activa en el intervalo [2,5] mediante 50 trapecios.

1.13 Software educativo y TIC´s en el aprendizaje de aplicaciones de Cálculo

En las universidades, instituciones de educación superior es un tema fundamental la enseñanza de cálculo diferencial e integral debido a que son las funciones matemáticas por perfección de cualquier ciencia y en especial las ingenierías y que a su vez, estas asignaturas son el talón de Aquiles de los estudiantes universitarios, es así que los docentes en matemáticas buscan mecanismos tecnológicos para facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula, ya que sin la tecnología, el cálculo diferencial e integral, se inclinan más al algebra y poco a la intuición geométrica visual (Pluvinage, 2011).

Para el estudio de fenómenos como: la degradación radioactiva, la conservación de alimentos o el tratamiento de materiales bajo la ley de enfriamiento de Newton, el crecimiento poblacional en colonias de bacterias para el análisis microbiológico, la cinética enzimática, o la termodinámica química, es fundamental la aplicación de las derivadas y las integrales, ya que la resolución de una ecuación diferencial y su posterior comprobación analítica requieren de la derivación y la aplicación de las integrales.

Las ecuaciones diferenciales tienen una estrecha relación con la modelación matemáticas, desde sus inicios viene siendo una parte fundamental de la investigación de muchos fenómenos naturales. Las representaciones cumplen un rol muy importante en las matemáticas, ya que admite convertir, ideas intangibles, en objetos e imágenes reales, que ser percibidos por nuestros sentidos, y esto se logra a través de los softwares matemáticos, mediante el empleo de la tecnología.

Las investigaciones señalan que el empleo de la tecnología en un salón de clase, influyen directamente en el aspecto cognitivo, no es en sí la tecnología en sí, la que mejora el proceso de enseñanza aprendizaje, si no la interacción entre la tecnología, el ambiente y el entorno cultural (Rojano, 2003).

Capítulo 2.- Metodología de la investigación y resultados.

2.1 Tipo de investigación

La presente investigación es de tipo cuantitativa a nivel asociativo con una breve fase cualitativa, en donde participaron como objeto de estudio un grupo focal de veinte y seis (26) estudiantes del tercer semestre de la carrera de Ingeniería Química, matriculados en el periodo 1S/2016, quienes se caracterizan por ser el 46,20% son hombres y un 53,8% mujeres, ambos de entre 19 y 24 años de edad, de quienes el 19,20% trabaja y el 15,40% tiene hijos; ellos también manifiestan un 53,90% tiene problemas de tipo económico y personal, e indican un 73,10% que la carrera que se encuentran siguiendo no fue su primera opción al momento de postular para ingresar a la Universidad, a más de ello, el 57,70% de ellos expresa que la especialidad que siguieron el colegio (bachillerato) no tiene relación con la carrera que están siguiendo, sólo un 11,50% conoce el programa *DERIVE*, pero el 92,30% manifiesta de forma enfática que la implementación de software educativo mejoraría el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro y fuera del aula de clases; de este grupo de 26, catorce (14) se involucraron e iniciaron una fase de capacitación y tutorías, que incluyó:

1) La retroalimentación de contenidos y fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral;
2) Resolución de ejercicios y problemas aplicando bibliografía actualizada;
3) Aprendizaje dirigido en el manejo de software matemático con programas como: *DERIVE, GEOGEBRA* y *Wolfram Alpha*, por medio de la revisión de videos tutoriales (*Youtube*);

4) Formación en la búsqueda de artículos científicos de Matemáticas e Ingeniería; y finalmente,
5) Se logró el establecimiento de una metodología de técnicas de estudio y organización del aprendizaje de forma autónoma por parte de los estudiantes, que se la aplicó durante el transcurso de la aprobación de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales, en donde el grupo a quienes se les realizó la intervención didáctico-pedagógica, logró obtener los mejores resultados a nivel de rendimiento académico.

2.2 Técnicas e instrumentos de recolección de información.

Se elaboró un cuestionario para la recolección de información relacionada con la problemática de estudio, el mismo que se aplicó a un total de 26 estudiantes que han cursado las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral, para conocer las percepciones que tienen acerca de los problemas, dificultades u obstáculos que se les presenta en el proceso de enseñanza y aprendizaje, tanto dentro como fuera del aula.

El instrumento que se aplicó a los estudiantes incluyó el análisis de variables expresadas como interrogantes, tales como: obstáculos, problemas o dificultades para el aprendizaje de las Matemáticas, factores de motivación/desmotivación para el estudio, uso de aula virtual por parte del docente en sus clases, desarrollo de tutorías para estudiantes de bajo rendimiento, incentivo hacia la práctica de la investigación y uso de las TIC´s, entre otras.

2.3 Procedimiento

Se desarrolló para la recopilación de información el siguiente procedimiento:

1. Observación directa de las planificaciones microcurriculares de los docentes de Cálculo Diferencial e Integral en la carrera de Ingeniería Química para las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral.
2. Revisión documental de la estadística de los últimos 3 años (2014-2016) de los promedios de las calificaciones obtenidas al finalizar el curso de Cálculo Diferencial y Cálculo Integral de los estudiantes de primer y segundo nivel de la carrera de Ingeniería Química.
3. Aplicación de una encuesta a un grupo focal de 26 estudiantes de la carrera de Ingeniería Química de los dos primeros niveles de estudio que han cursado las asignaturas de Cálculo Diferencial o Integral para conocer su percepción acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje que aplican los docentes, sobre si ellos aplican TIC´s, si usan software educativo, para identificar posibles problemas y necesidades de los estudiantes para propiciar un mejor ambiente de trabajo dentro y fuera del aula., se les consultó adicionalmente sobre su situación actual en la universidad, datos socioeconómicos, entre otros.
4. Con los resultados obtenidos del diagnóstico situacional, posteriormente se elaboró una propuesta de intervención enfocada en el uso de software educativo para el logro de aprendizaje de aplicaciones de Cálculo Diferencial e Integral.

2.4 Resultados del diagnóstico

2.4.1 Análisis documental a las planificaciones microcurriculares.

Mediante observación directa se procedió a revisar las planificaciones microcurriculares **(Anexo 1)** para el periodo 2015-2016, denominadas "syllabus" en el lugar objeto de estudio, que fue la carrera de Ingeniería Química en la UACQS-UTMACH, para las asignaturas de Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales, en donde en todos los casos se evidenció que el docente que elabora la planificación del semestre de clases "no utiliza recursos informáticos o tecnológicos como recursos para el desarrollo y trabajo de sus clases tanto dentro como fuera del aula con sus estudiantes. El trabajo incluyó la revisión de doce planificaciones microcurriculares, durante cuatro periodos de clase a través de los años 2015 y 2016, las mismas que fueron elaboradas por seis docentes de la carrera.

2.4.2 Encuesta a los estudiantes.

A los **26** estudiantes encuestados de la carrera de Ingeniería Química en la UACQS, se les aplicó el cuestionario **(Anexo 2)** con la intencionalidad de que ellos generen una propuesta de ¿cómo debería ser el docente de Matemáticas idóneo, óptimo, motivador? que logre resultados significativos de aprendizaje de Cálculo Diferencial e Integral, dándole un mayor énfasis a las aplicaciones del Cálculo a la Ingeniería.

2.4.3 Análisis estadístico del rendimiento académico de los sujetos de estudio.

Para establecer una línea base, se procedió a realizar un diagnóstico situacional sobre la problemática, para lo cual, en una primera fase se recopiló los promedios de acreditación en cinco cursos de la carrera de Ingeniería Química de la Unidad Académica de Ciencias Químicas y de la Salud de la Universidad Técnica de Machala, de cada estudiante de primer y segundo nivel, en donde ha cursado las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral respectivamente, durante un periodo de tres años (2013-2015).

Tabla 1.- Promedios Asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral

Código	Promedio. **Cálc.Dif**	Promedio. **Cálc.Int**	Código	Promedio. **Cálc.Dif**	Promedio. **Cálc.Int**
2S13.1N.1	70	**51/43**	2S13.1N.16	71	**Retirado**
2S13.1N.2	72	72	2S13.1N.17	70	72
2S13.1N.3	70	73	2S13.1N.18	70	**46**
2S13.1N.4	72	71	2S13.1N.19	71	71
2S13.1N.5	70	**51**	2S13.1N.20	73	**Retirado**
2S13.1N.6	**43**	**0/49**	2S13.1N.21	71	70
2S13.1N.7	**35**	**Retirado**	2S13.1N.22	70	**52/27**
2S13.1N.8	73	81	2S13.1N.23	**0**	**Retirado**
2S13.1N.9	71	83	2S13.1N.24	71	**48/70**
2S13.1N.10	71	**57/70**	2S13.1N.25	80	73
2S13.1N.11	71	71	2S13.1N.26	71	72

2S13.1N.12	71	**Retirado**	2S13.1N.27	71	**48/75**
2S13.1N.13	**52**	**0/70**	2S13.1N.28	71	71
2S13.1N.14	**0**	**Retirado**	2S13.1N.29	71	70
2S13.1N.15	70	72	PROMEDIO	**68,2**	**57,2**

2S13.1N= (2S) Segundo Semestre del 2013. Estudiantes de Primer Nivel.
Fuente: Departamento de Estadística UACQS-SIUTMACH
Elaborado por: El Autor.

La Tabla 1 nos muestra a un grupo de 29 estudiantes matriculados en el primer nivel (1N), durante el segundo semestre del 2013 (2S13), en donde comparamos sus notas promedio con las que aprueban/reprueban las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral.

De los **29** estudiantes matriculados, sólo casi la mitad, **14** acreditan las dos asignaturas con calificaciones promedios de **72**/100 de forma continua e ininterrumpida; **2 se retiran**, ***3 reprueban Calculo Diferencial***, de los cuales uno se retiró, un segundo reprueba Cálculo Integral después de matricularse y aprobar por segunda vez Cálculo Diferencial, y sólo uno acredita en primera matrícula con 70/100 Cálculo Integral; **3 se retiran en segundo semestre**, ***7 reprueban Calculo Integral*** a pesar de haber aprobado Cálculo Diferencial en primera matrícula, de los cuales 2 vuelven a perder la asignatura, 3 acreditan y 2 más se retiran de los estudios.

Un escenario como el que acabamos de describir, nos dice de forma clara que hay problemas para el aprendizaje de las Matemáticas dentro del aula; una situación similar se comprueba en los otros cuatro cursos de la misma carrera.

Con los resultados preliminares obtenidos, se plantea la hipótesis de que *"al implementar el uso de tecnología dentro y fuera del aula, por medio del uso de software matemático entre otras herramientas, el estudiante potenciará sus habilidades para el aprendizaje de aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral"* relacionadas con su formación profesional, lo que le permitirá desenvolverse de forma efectiva en el estudio de las Ecuaciones Diferenciales y la Termodinámica, asignaturas que verá en los próximos niveles de su carrera.

2.5 Análisis del diagnóstico situacional de la problemática

Una vez aplicado el instrumento para la recopilación de información, se codifican y ordenan los datos, para proceder a analizar cada una de las variables y el cómo estas se relacionan, para posteriormente correlacionar cuáles son los aspectos que más influyen dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje para lograr aprendizajes significativos, conseguir motivación en los estudiantes y que el aprendiz genere una actitud proactiva para aprender.

Con lo manifestado por los estudiantes al responder a los cuestionamientos planteados, se espera obtener un criterio de sus necesidades a atender.

Los resultados obtenidos al procesar la información recopilada con el software estadístico *IBM SPSS*, se presentan a continuación:

1) ¿Cuáles considera que son los problemas o dificultades para el aprendizaje de las Matemáticas?

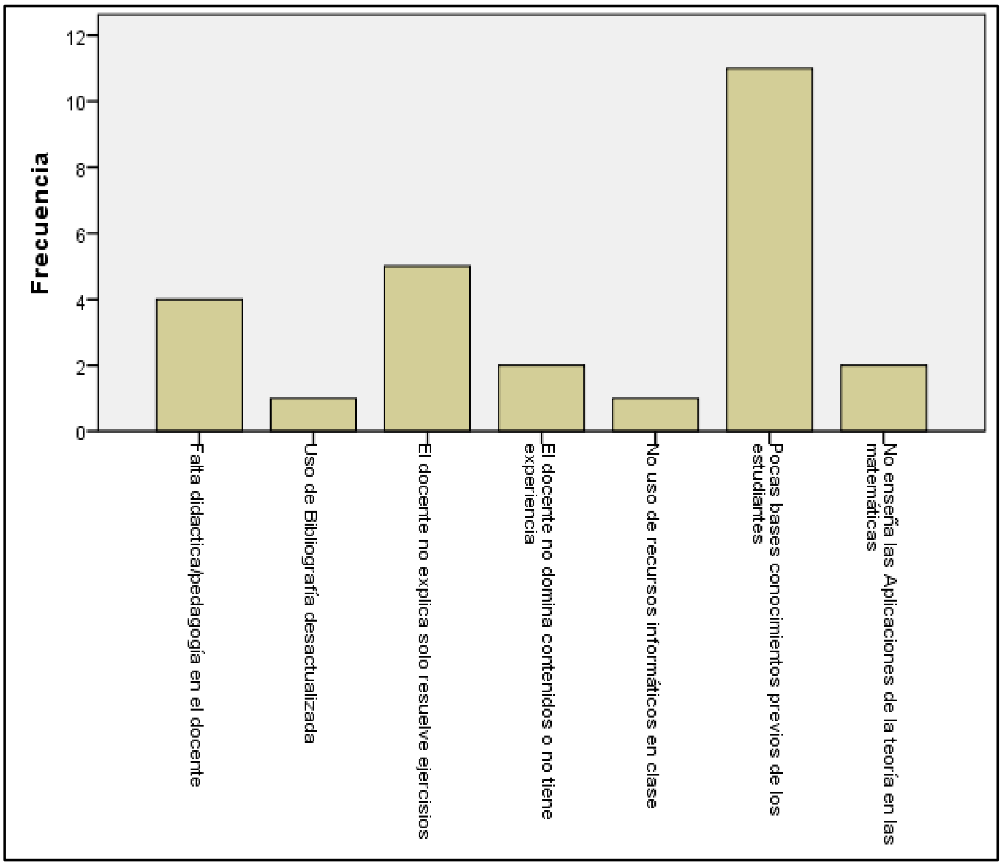


Fig. N° 26.- Problemas de aprendizaje de Matemáticas
Fuente: Estudiantes UTMACH
Elaborado por: El Autor.

El 42,30% de los estudiantes reconoce que el principal obstáculo para el aprendizaje es su deficiencia en bases o conocimientos previos de Matemáticas; el 19,20% manifiesta que un problema es que el docente sólo se dedica a resolver ejercicios más no a explicar el cómo tratar al problema en sí; el 15,40% en cambio indica que la falta de didáctica y pedagogía por parte del maestro es la principal causa de dificultad para el aprendizaje.

2) ¿Los docentes que le han dado clases utilizan el "Aula Virtual" (sin contar a los de Informática)?

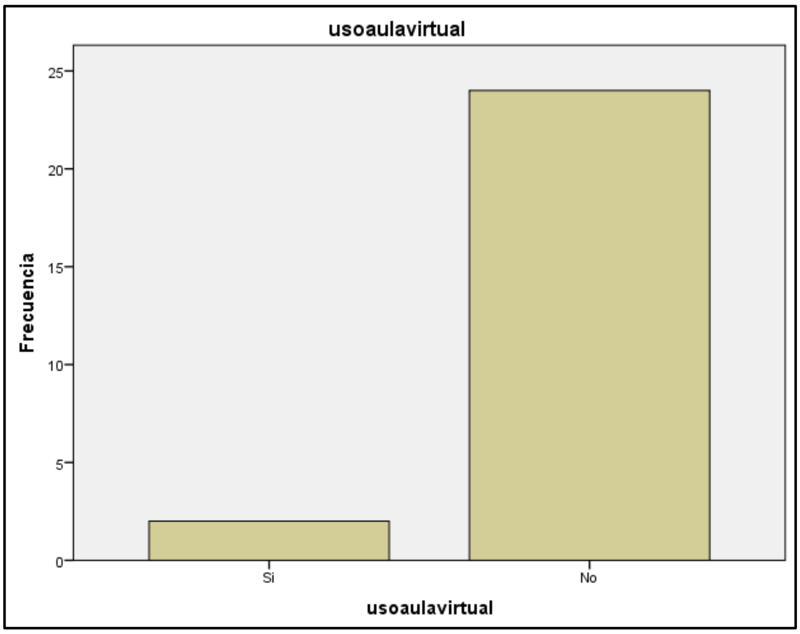


Fig. N° 27.- El docente hace uso del aula virtual
Fuente: Estudiantes UTMACH
Elaborado por: El Autor.

La mayoría (24/26) de los encuestados (92,30%) manifiesta que sus docentes en los dos primeros años de estudio que llevan en la carrera no utilizan el aula virtual con la que cuenta la universidad; a pesar de ser esta una muy buena alternativa a nivel de las TIC’s para estar en contacto semipresencial con el estudiante, a través de chats o foros.

Se sugerirá a los profesores de la carrera el implementar el uso del entorno virtual de aprendizaje EVA de la UTMACH, como una obligación dentro de su práctica docente.

3) ¿Los docentes en las diferentes asignaturas emplean software educativo?

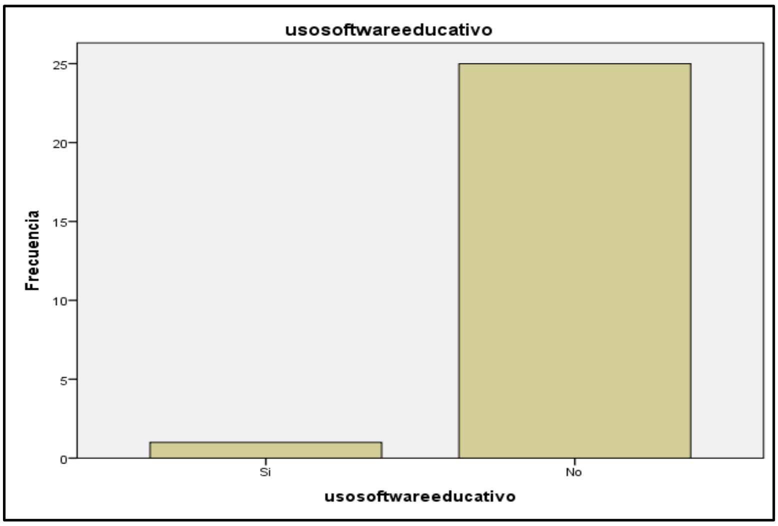


Fig. N° 28.- El docente en el aula utiliza software educativo
Fuente: Estudiantes UTMACH
Elaborado por: El Autor

El 96,20% de los estudiantes (casi su totalidad) reconocen que sus profesores no emplean software educativo como parte de su práctica docente.

8) ¿El docente promueve la investigación y el uso de TIC´s en el aula?

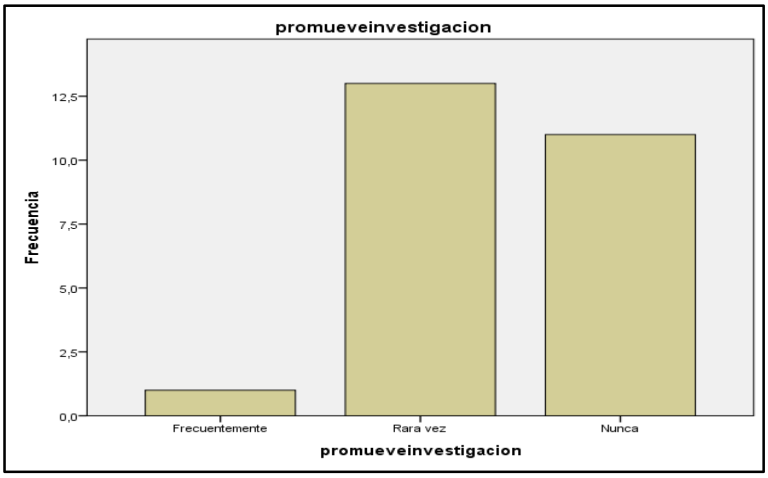


Fig. N° 29.- El docente promueve la investigación mediante uso de las TIC´s
Fuente: Estudiantes UTMACH
Elaborado por: El Autor

El 50,00% y el 42,30% de los estudiantes manifiestan que rara vez o nunca respectivamente, el docente promueve la investigación y el uso de las TIC's como parte del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El 92,30% de los encuestados manifiesta que la implementación de software educativo, y más aún programas específicos en Matemáticas que permitan resolver ejercicios y problemas de una forma más dinámica, impulsándose así también la investigación, el trabajo autónomo por parte de los estudiantes, y generando un cambio actitudinal propositivo, influirá considerablemente para el mejoramiento del desempeño del aprendíz en su proceso de enseñanza y aprendizaje.

Como se puede verificar, los estudiantes expresan que el principal factor de incidencia para la dificultad de obtener aprendizajes significativos de Matemáticas, es la formación didáctica y pedagogía que utiliza el docente tanto dentro como fuera del aula. Ante esto se ha desarrollado y ejecutado una propuesta innovadora que incluye:

- ✓ ***Uso de bibliografía actualizada y contextualizada*** con las aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral, que incluya a más de ejercicios, *"problemas"* que cuenten con un mayor grado de dificultad, lo que genera un sistema de retos para los estudiantes, y ante la posible complejidad en la resolución de éstos, ahí juega un papel preponderante el uso y aplicación de software matemático.
- ✓ ***Aplicación de Software Educativo***, en nuestro caso aplicado a las Matemáticas, que no sólo incluye *DERIVE*, sino también otros programas como *GEOGEBRA*, *Wolfram Alpha* y el uso de aplicaciones (App´s) que hoy en día el estudiante lleva en su celular o smart pone a la mano, y con las cuales se pueden desarrollar aprendizajes autónomos de una forma dinámica y más accesible o "amigable" para con nuestros estudiantes.
- ✓ ***Trabajar con Tutorías presenciales o a través de Aula Virtual***, en las cuales se desarrollen o traten ejercicios de aplicación relacionados con la formación profesional de los estudiantes, pero no sólo dirigidos a los que tienen bajas calificaciones o viceversa, sino, se trata de crear grupos o equipos de investigación interdisciplinarios, en donde se aprovechen los talentos, habilidades, destrezas, actitudes y aptitudes que cada uno de los chicos tiene dentro de sí.

- ✓ ***Desarrollo de Proyectos de Investigación***, basados primero en la premisa de que el estudiante cree su propia base de datos con artículos científicos, que comience a esbozar sus primeros ensayos, para que después escoja un tema o área en específica, para que siendo parte de un grupo de investigación, redacte ya su propio y original artículo de investigación.
- ✓ ***La Motivación como factor preponderante para la autoformación del estudiante*** a través de la investigación, la lectura, el uso de videos tutoriales, participación en grupos semilleros, proyectos de vinculación, participación en prácticas pre-profesionales, en donde aplique sus conocimientos de Matemáticas y a nivel de Ingeniería, para que esto lo lleve a un nivel superior de formación.

2.5.1 Evaluación diagnóstica al grupo de estudio.

Para poder medir o cuantificar de forma efectiva el beneficio percibido con el proceso de capacitación, asesoramiento y tutorías dirigido a los estudiantes, se aplicó una evaluación diagnóstica **(Anexo 3)** que incluyo cuatro ejercicios de: álgebra, derivadas, un integral por partes y la resolución de una ecuación diferencial; sólo cuatro de veinte y seis estudiantes pudieron resolver todos los ejercicios propuestos. Para la fase final de la intervención, se espera que los estudiantes estén en capacidad de resolver problemas y ejercicios de Ecuaciones Diferenciales de primer y segundo orden, en los que se aplican todos los conocimientos de la Matemática y el Cálculo Diferencial e Integral.

Con los resultados obtenidos de la evaluación diagnóstica se elaboró una propuesta para el fortalecimiento de habilidades y destrezas para la resolución de ejercicios y problemas de Cálculo Diferencial e Integral por parte de los estudiantes de Ingeniería, apoyándose en el uso de software matemático, aplicación de las TIC´s y la resolución de casos prácticos, problemas aplicados a la realidad, es decir, en el campo ocupacional/profesional del aprendiz de Matemáticas.

Capítulo 3.- Aplicación de la propuesta y análisis de resultados

3.1 Desarrollo de tutorías con estudiantes para la enseñanza de fundamentos y aplicaciones de Cálculo Diferencial e Integral (CDeI)

El proceso de inducción y capacitación dirigido a los catorce (14) estudiantes participantes ***(12 estudiantes formaron parte del grupo de control de una población total de 26)*** durante la intervención se realizó en un periodo de cuatro meses a través de "tutorías" desarrolladas en jornadas extra-curriculares, con una duración de una a dos horas por sesión de trabajo tres veces por semana, adaptándose las tutorías al horario de clases de los intervinientes, todo el proceso en total tuvo un duración de 100 horas, las mismas que fueron validadas por las autoridades académicas de la UACQS de la UTMACH.

1. El proceso consistió en realizar primero una retroalimentación de conceptos matemáticos, fórmulas, funciones y contenidos asimilados de Cálculo Diferencial e Integral en conceptos tales como:

Derivación.- Reglas para derivación de funciones algebraicas.

Derivación de funciones trascendentes.

Aplicaciones de la derivada en la ingeniería.

Integración de formas elementales ordinarias.

Fórmulas de reducción, artificios de integración (cambio de variable, integración por partes (IPP)

Integral definida.

Aplicaciones del integral.

Introducción a las Ecuaciones Diferenciales.

Todos estos contenidos se desarrollaron con bibliografía actualizada y resolviendo ejercicios de alto grado de complejidad (problemas).

2. Ya una vez que los estudiantes reaprendieron, recordaron o “refrescaron” sus conocimientos de fundamentos de Cálculo Diferencial e Integral, mediante la resolución de ejercicios con un grado de complejidad bajo-medio, se comenzó a trabajar con problemas que requerían de un mayor grado de abstracción por parte del estudiante, lo que conseguía generar una motivación en base a pequeños retos, en donde el aprendiz por sí solo se exige cada vez más para emprender un aprendizaje autónomo apoyado en el docente.

3. Como tercer componente del proceso, se inicia la integración de las tecnologías de la información y comunicación TIS’s en el proceso de enseñanza aprendizaje, por medio de la búsqueda de “tutoriales” en plataformas como Youtube, para reforzar ciertos temas que a veces dentro del aula de clase no se logran dilucidar, ya sea porque el docente no se expresa con claridad, falta de didáctica y/o pedagogía, o simplemente al

estudiante le da “miedo” o recelo a preguntar; con la ayuda de un video en línea, el aprendiz puede atender, escuchar, observar y repetir innumerables veces la forma de resolver un ejercicio hasta comprenderlo en su totalidad.

4. Como componente motivacional para los estudiantes se incursiona en el uso y aplicación de software educativo para Matemáticas, con los programas: DERIVE, GEOGEBRA y WOLFRAM ALPHA; el estudiante por sí solo buscó y descargó DERIVE y GEOGEBRA, se encontró con WOLFRAM en internet, y luego en algunos casos requirieron de los manuales de usuario de las plataformas, basándonos en una metodología innovadora de trabajo autónomo, para aprender a manejar las herramientas y encontrar los beneficios que estas tienen al momento de aprender y aplicar Matemáticas.

5. En los laboratorios de la UACQS, ya instalados los programas antes mencionados, se comenzó a resolver los ejercicios y problemas de Cálculo Diferencial e Integral con el apoyo de estos recursos informáticos, demostrándose sus ventajas, tales como: a) Realizan los cálculos rutinarios, liberando tiempo para poder plantear situaciones reales y dedicarlo a otras actividades de nivel superior; b) Permiten experimentar, variar parámetros y observar resultados; c)La visualización gráfica permite una mejor comprensión de algunos conceptos; d) Permiten un trabajo más autónomo, tanto individual como en equipo.

6. Para fundamentar mejor el aprendizaje dinámico de las aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral, se emprendió en ***la búsqueda de artículos científicos relacionados*** con temáticas de interés en temas como: degradación radiactiva, ley de enfriamiento de Newton, crecimiento poblacional y termodinámica química, entre otros; así como de páginas web con recursos de aprendizaje eficaces y motivadores. Con toda esta información el aprendiz fue estructurando una base de datos con ejercicios, libros digitales, software matemático, videos tutoriales y *"papers"* con información relacionada, en donde la modelación matemática se vuelve fundamental.

7. El instructor solicitó a los estudiantes la preparación de un portafolio con todo el material incorporado durante las sesiones de tutorías, que incluye la recopilación de ejercicios y problemas que resolvió por sí solo de forma analítica y apoyados en las diferentes plataformas, en donde se demostró todo el gran bagaje de recursos e información con el que cuenta cada una de las plataformas (DERIVE, GEOGEBRA y WOLFRAM) al momento de querer resolver un ejercicio de máximos y mínimos, una derivada parcial, un integral definido o indefinido y una ecuación diferencial de primer orden.

8. Finalmente, el complemento al proceso de inducción-capacitación-tutorías, para demostrar el grado de comprensión y asimilación tanto de los conocimientos como del manejo de las herramientas tecnológicas, se desarrolló en base a la estrategia "***formador de formadores***" en donde cada uno de los participantes en el proceso de intervención

seleccionó a dos compañeros para enseñarles lo aprendido en estos 4 meses, empleando una metodología diferente, dinámica, motivadora en base a la incorporación de las TIC's y software educativo en el PEA.

3.2 Actividades con problemas de aplicaciones de Cálculo

A continuación se presentan una serie de actividades propuestas con problemas y ejercicios de aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral, en donde la intervención de DERIVE como software educativo, acompañado de otras herramientas informáticas como GEOGEBRA y Wolfram Alpha, junto con las NTIC's (Nuevas tecnologías de la Información y Comunicación) se vuelven fundamentales para propiciar el logro de aprendizajes significativos, en base a un trabajo colaborativo empleando metodologías dinámicas como el ABP, la enseñanza situada y la pedagogía crítica entre otras.

Todas las actividades propuestas cuentan con una estructura que incluye la definición o establecimiento de su objetivo, recursos a emplear, logros y resultados de aprendizaje a alcanzar, componentes del perfil de egreso del estudiante universitario que se proyectan fomentar, orientaciones metodológicas, fundamentación teórica, desarrollo, ejercicios/problemas propuestos y se agregan fuentes adicionales de consulta para reforzar o fomentar el trabajo autónomo del estudiante en la búsqueda de información.

3.2.1 ACTIVIDAD 1

Tema: ***Razón de Cambio*.**

Objetivo:	
Aplicar el principio de la razón de cambio en procesos físicos y químicos de la Ingeniería Química.	
Recursos:	
Materiales.- Cuaderno de trabajo, texto guía, pizarra. **Tecnológicos.-** Computadora, laptop, Smartphone, internet, páginas web.	
Logros y Resultados de Aprendizaje a alcanzar: ✓ Habilidad para aplicar el conocimiento de las ciencias básicas de la profesión. ✓ Identificación, definición y resolución de problemas de la profesión.	**Componentes del Perfil de Egreso relacionados:** Implementar, modificar, optimizar y transferir tecnología relacionadas con las transformaciones físicas, químicas y bioquímicas de materiales, a partir del análisis de sistemas mediante el balance de materia y energía tanto en régimen estacionario como no estacionario.

Orientaciones Metodológicas:

Se estudiará una de las primeras aplicaciones de la derivada que es la razón de cambio, por medio de ejemplos sencillos expuestos a través de un video tutorial y resueltos de forma analítica empleando DERIVE.

Fundamentación Teórica:

En una relación lineal entre dos variables: $y = mx + b$, sabemos que la pendiente m es la razón de cambio entre las variables y i x.

La razón de cambio es constante si la relación entre las variables es lineal. El problema empieza a complicarse cuando pensamos en relaciones entre las variables que no son lineales. Normalmente se piensa que una de las variables es función de la otra. Esto es $y = f(x)$. Normalmente habrá puntos de la gráfica de la función donde suben más que en otros puntos y otros incluso bajan.

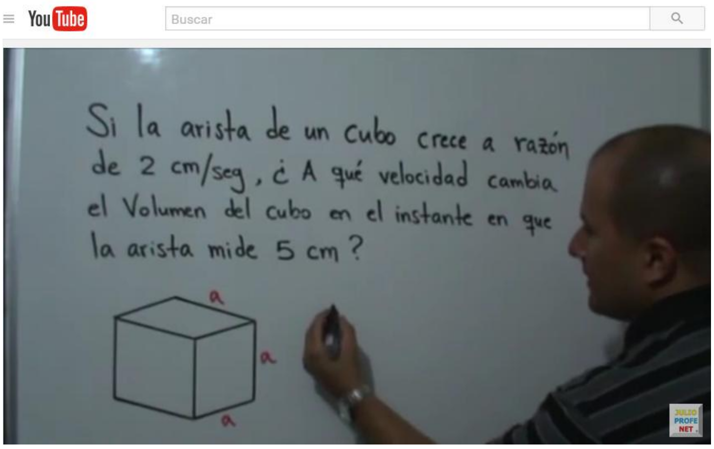
Una manera de medir la relación entre los cambios de dos variables relacionadas es a través de la tasa o razón de cambio promedio.

Definición: Sea f definida en un intervalo conteniendo los puntos x_1 y x_2. Se define la tasa de cambio promedio de la función $y = f(x)$ desde $x=x_1$ a $x=x2$ como:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Desarrollo:

1. Observamos el siguiente video tutorial para introducirnos en el concepto ejemplificado de la razón de cambio:



https://www.youtube.com/watch?v=Mzq_0WGBtSo

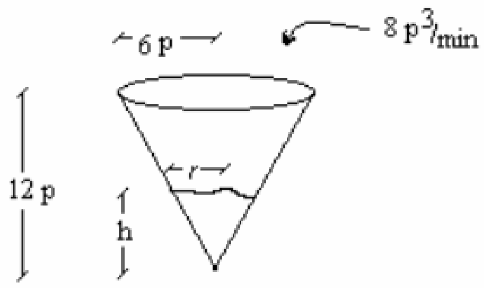
Ejercicio sobre razón de cambio, Volumen de cubo, conforme crecen sus aristas.

2. Procedemos a plantear y resolver el siguiente ejercicio:

Hacia un tanque cónico fluye agua a razón de 8 pies^3/min. Si la altura del tanque es de 12 pies y el radio de la base es de 6 pies. ¿Qué tan rápido se está elevando el nivel del agua cuando tiene 4 pies de altura?

Solución:

Planteamos los datos por medio de un esquema gráfico.



Denominaremos como:

E: Cantidad de agua que entra en pies^3.

S: Cantidad de agua que sale en pies^3.

A: Cantidad de agua que se acumula en pies^3.

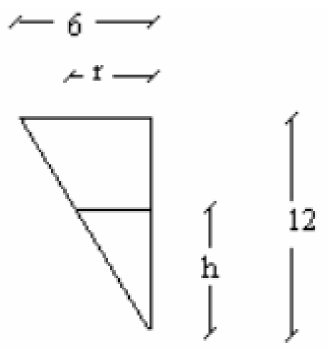
En donde bajo ciertas condiciones podemos plantear que: E – S = A. Derivando con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{dE}{dt} - \frac{dS}{dt} = \frac{dA}{dt}$$

En base a los datos, $\frac{dE}{dt} = 9\ pies^3/min$, y $\frac{dS}{dt} = 0\ pies^3/min$

El volumen del agua alojada depende de la geometría del recipiente. En este caso deberíamos usar la fórmula del volumen de un cono, es decir: $V = \frac{1}{3}\pi . r^2 . h$

Ahora hay que tener la función volumen en término de una variable, que en este caso, lo más indicado es que sea en función de *h* (¿por qué?). La forma geométrica del recipiente y la forma geométrica de la masa de agua que se va alojando en el recipiente nos permite hacer lo indicado. Las secciones transversales son triángulos semejantes, esto nos permite relacionar *r* con *h*.



$$\frac{h}{12}=\frac{r}{6} \quad \text{entonces} \quad r=\frac{h}{2}$$

reemplazando en la formula para el volumen del agua alojada, resulta:

$$V=\tfrac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 h=\tfrac{\pi}{12}h^3$$

$$\text{por tanto} \quad \frac{dV}{dt}=\frac{\pi}{4}h^2\frac{dh}{dt}$$

Entonces:

$$\boxed{\begin{aligned}&\frac{dM}{dt}-\frac{dQ}{dt}=\frac{dV}{dt}\\&8-0=\tfrac{\pi}{4}h^2\frac{dh}{dt}\\&\frac{dh}{dt}=\frac{32}{\pi h^2}\;\frac{p}{min}\end{aligned}}$$

$$\text{En } h=4 \text{ resulta:} \quad \boxed{\frac{dh}{dt}=\frac{32}{\pi(4)^2}=\frac{32}{\pi 16}=\frac{2}{\pi}\;\frac{p}{min}}$$

Ejercicios y problemas Propuestos:

1. La ley de Boyle afirma que cuando se comprime una muestra de gas a temperatura constante, la presión P y el volumen V satisfacen la ecuación P.V = C, donde C es una constante. Suponga que en cierto instante, el volumen es de 400 cm^3 y la presión de 80

KPa y disminuye a razón de 10 KPa/min. ¿Con qué razón aumenta el volumen en ese instante?

Fuentes de consulta adicional:

https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/4800/5/7418.pdf

http://www.ciencias.ula.ve/matematica/publicaciones/guias/servicio_docente/2009/texto21/derivada_marzo2009.pdf

3.2.2 ACTIVIDAD 2

Tema: Máximos y mínimos.

Objetivo: Comprobar la efectividad del concepto de optimización (máximos y mínimos), para la fabricación de empaques para diferentes tipos de productos.
Recursos: **Materiales.-** Cuaderno de trabajo, texto guía, pizarra. **Tecnológicos.-** Computadora, laptop, Smartphone, internet, páginas web.

Logros y Resultados de Aprendizaje a alcanzar:	**Componentes del Perfil de Egreso relacionados:**
Pericia para diseñar, conducir experimentos, analizar e interpretar datos. Utilización de técnicas, instrumentos modernos y herramientas especializadas. Compromiso de aprendizaje continuo.	Elaborar productos con procesos que requieren transformaciones físicas, químicas y bioquímicas de materiales, mediante la aplicación de operaciones unitarias.
Orientaciones Metodológicas: De forma analítica y aplicando software matemático DERIVE, resolveremos ejercicios de optimización; luego el estudiante aplicará estos conceptos para ña toma de decisiones en procesos de ingeniería (costo mínimo/ ahorro máximo).	

Fundamentación Teórica:

La determinación de los valores máximos y mínimos de una función, es uno de los logros de la gran potencia que tiene el Cálculo. Tomemos f(x) como una función de x. El valor de x para el cual la derivada de f(x) con respecto a x es igual a cero, corresponden a los puntos de inflexión de la función f(x) donde sus valores son máximo y mínimo.

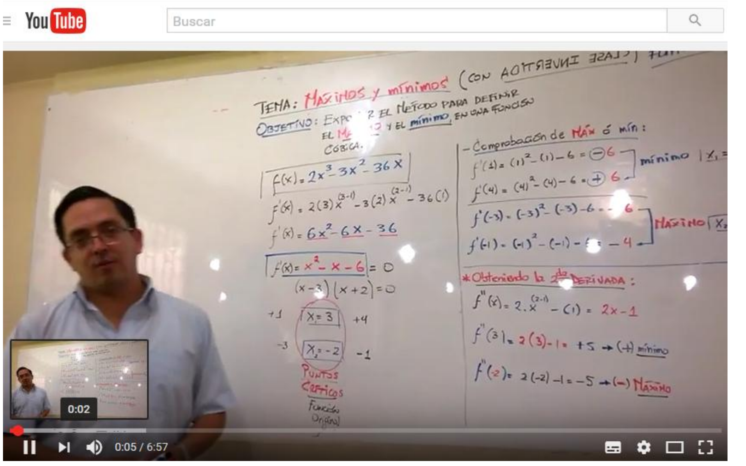
La derivada de una función puede ser interpretada geométricamente como la pendiente de la curva de la función matemática y(t), representada la derivada en función de t. La derivada es positiva cuando una función es creciente hacia un máximo, cero (horizontal) en el máximo, y negativa justo después del máximo. La segunda derivada es la tasa de cambio de la primera derivada y es negativa en el proceso que se acaba de describir, puesto que la primera derivada (la pendiente), siempre es cada vez más pequeña. La segunda derivada es siempre negativa en la cúspide de una función, que corresponde a un máximo de la función.

Desarrollo:

Primero, se envía a los estudiantes con antelación un video instruccional del nuevo tema de estudio, al mismo que se accede haciendo clic al siguiente link:

https://www.youtube.com/watch?v=SwcenCenIRs

Ejercicio de Máximos y mínimos desarrollado por el autor, exponiendo conceptos de derivación.



Se desea cercar un solar rectangular de 168 m^2. La alambrada se vende a \$3 dólares el metro lineal, pero uno de los lados debe ir reforzado con alambrada especial de \$4 dólares el metro. Halla las dimensiones del recinto más económico y el coste de cercarlo.

- Asignar variables. En nuestro ejemplo llamamos x a la longitud del lado reforzado y su opuesto, e y a cada uno de los lados contiguos.
- Determinar la función a optimizar. En nuestro ejemplo es el coste en dólares:

  $C = 4x + 3x + 3y + 3y$. Es decir, $C(x) = 7x + 6y$.
- Expresar la función anterior en una sola variable. Si depende de varias variables hay que reducirla a una sola para poder derivar. Para ello suele aparecer alguna condición. En nuestro ejemplo es el área, $xy = 168$. Hay que despejar, $y = 168/x$, y sustituir en $C = 7x + 6 \cdot 168/x$.
- Se deriva y resuelve $f'(x) = 0$ para hallar posibles máximos o mínimos. En nuestro caso, $C'(x) = 0$.
- Se comprueba la solución. Verificamos si el valor óptimo se corresponde con el extremo relativo hallado o el máximo/mínimo absoluto corresponde a un extremo del dominio o a algún punto no derivable.

Podemos utilizar DERIVE para obviar los cálculos mecánicos. Para despejar y en $xy = 168$, introduce la ecuación y pulsa , especificando **y** como variable. Para DERIVE, “resolver” es en realidad “despejar”.

Para sustituirlo en la función, se selecciona con el cursor y pulsa . Introduce **y** en el apartado **Variable** y la expresión obtenida **$168/x$** en el apartado **Sustitución**. Aunque en nuestro ejemplo sea sencillo, en otros casos puede no serlo.

Una vez obtenido **$C(x)=7x+1008/x$**, introducimos y resolvemos **$C'(x)=0$**. Por último, comprobamos si se trata de un máximo o un mínimo, y en su caso hallamos el valor de la función. En nuestro caso, el coste mínimo se obtiene simplificando **$C(12)$**.

Ejercicios y problemas Propuestos:

1 Se desea construir una caja con tapa utilizando un cartón rectangular que mide 5 pies x 8 pies. Esta se realiza cortando las regiones sombreadas de la figura y luego doblando por las líneas discontinuas, ¿Cuáles son las dimensiones x, y, z que maximizan el volumen de la caja?

Fuentes de consulta adicional:

http://www.ciencias.ula.ve/matematica/publicaciones/guias/servicio_docente/2009/texto21/derivada_marzo2009.pdf

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Math/maxmin.html

https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/4800/5/7418.pdf

3.2.3 ACTIVIDAD 3

Tema: ***Degradación Radioactiva*.**

Objetivo: Aplicar el concepto de la razón de cambio y proporcionalidad en el fenómeno de la radiación y degradación de isótopos, comprendiendo su importancia en procesos químicos y bioquímicos.	
Recursos: **Materiales.-** Cuaderno de trabajo, texto guía, pizarra. **Tecnológicos.-** Computadora, laptop, Smartphone, internet, páginas web.	
Logros y Resultados de Aprendizaje a alcanzar:	**Componentes del Perfil de Egreso relacionados:**
Pericia para diseñar, conducir experimentos, analizar e interpretar datos. Utilización de técnicas, instrumentos modernos y herramientas especializadas.	Operar sistemas de intercambio de energía. Comparar y seleccionar diferentes alternativas técnicas de un proceso, basadas en el uso racional de energía y recursos.

Orientaciones Metodológicas:

Una vez que ya se ha trabajado el concepto de la derivada y máximos y mínimos, se empieza a aplicar estos en la resolución de ecuaciones diferenciales. Para esto se inicia el desarrollo de la actividad con la presentación de un video tutorial.

Fundamentación Teórica:

***Degradación Radiactiva*.**

El número de átomos que se desintegran en un tiempo dado es directamente proporcional al número de átomos presentes en la muestra. La constante de proporcionalidad es conocida como la constante de desintegración.

$$\frac{dN}{dt} = -kN$$

Separando las variables:

$$\frac{dN}{N} = -kdt$$

integrando:

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -k \int_{0}^{t} dt$$

Se obtiene que el número de átomos en función del tiempo:

$$N = N_0 e^{-kt}$$

Se llama ***periodo de semidesintegración*** al tiempo $t_{\frac{1}{2}}$, para el cual, el número de núcleos iniciales se reduce a la mitad. Cada sustancia radiactiva tiene un periodo de semidesintegración. Por tanto, si:

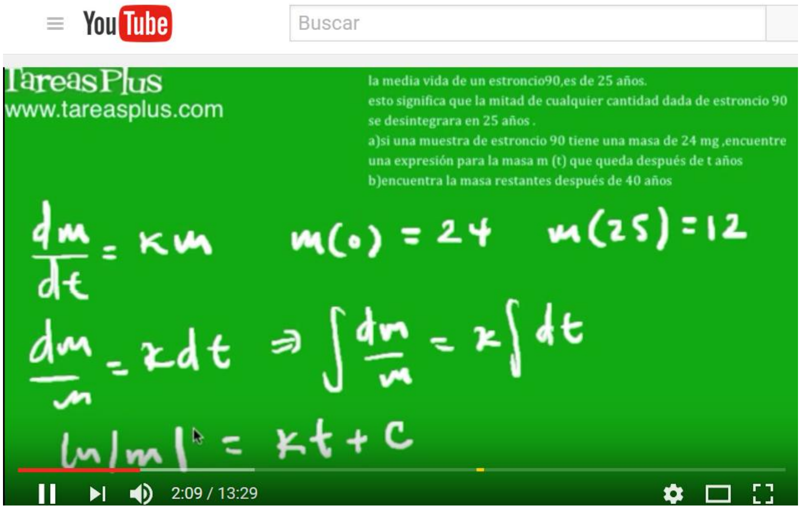
$$N = \frac{N_0}{2}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{ln2}{k}$$

La radiactividad es un fenómeno de amplio estudio y aplicación en diferentes campos de las ciencias y la ingeniería, en donde las Matemáticas a través del Cálculo Diferencial e Integral y las Ecuaciones Diferenciales permiten modelar diferentes procesos.

Desarrollo:

Realizamos una inducción al tema exponiendo un video explicativo, accediendo al siguiente link: https://www.youtube.com/watch?v=bfqjeGrwXU8



Se tiene una muestra de 300 g. de un elemento radioactivo, quedando al cabo de 24 horas 18,75 gramos de ese elemento. Calcule ¿cuál es el tiempo de vida media?

Vamos a usar la ley de desintegración pero referida a la masa de sustancia:

$$m = m_0 * e^{-kt}$$

Despejando el valor de *k* se obtiene:

$$k = \frac{\ln(\frac{18,75}{300})}{-86400\ s}$$

$k = 3{,}2 \times 10^{-5}\ seg^{-1}$

Sabemos que la actividad radiactiva está relacionada con la vida media y ésta con el tiempo de vida media:

$t_{½} = ln\ 2 / k = 21661$ seg = **6 horas.**

Los cálculos de vida media son valiosos dentro del estudio de la radiactividad, ya que permiten determinar el tiempo de exposición máximo de un individuo en un medio contaminado.

Ejercicios y problemas Propuestos:

1. Inicialmente había 100 miligramos de una sustancia radiactiva. Después de 6 horas su masa disminuyó en un 3 %. Si en un instante cualquiera la rapidez de desintegración es proporcional a la cantidad de sustancia presente, determinar la cantidad que queda después de 24 horas.

2. Un tanque está lleno de 100 litros de agua en los que se ha disuelto 20 kilogramos de sal. Otra mezcla que contiene 1 kilogramo de sal por litro es bombeada al tanque a razón de 7 litros por minuto. La solución mezclada es bombeada hacia el exterior a razón de 8 litros por minuto. Determinar la función que da la cantidad de sal en cada instante. ¿Se vaciará totalmente el tanque?

Fuentes adicionales de consulta:

http://nuclear.fis.ucm.es/webgrupo/labo/archivos/RADIACTIVIDAD_CLASE_PPT.pdf

https://es.slideshare.net/JenniferHernandez2/14-fisica-nuclear-problemas-resueltos

3.2.4 ACTIVIDAD 4

Tema: ***Crecimiento Poblacional*.**

Objetivo: Aplicar los principios del fenómeno del crecimiento poblacional para el cálculo de estimaciones de necesidades como agua, alimentación y vivienda para una población.	
Recursos: **Materiales.-** Cuaderno de trabajo, texto guía, pizarra. **Tecnológicos.-** Computadora, laptop, Smartphone, internet, páginas web.	
Logros y Resultados de Aprendizaje a alcanzar: Impacto en la profesión y en el contexto social. Aprendizaje para la vida. Conocimiento de asuntos y el entorno contemporáneo. Comprensión de sus responsabilidades profesionales y éticas.	**Componentes del Perfil de Egreso relacionados:** Realizar su desempeño con ética profesional, basado en los valores institucionales, como respeto hacia sí mismo y hacia los demás, honestidad y compromiso con la institución y el ambiente.

Orientaciones Metodológicas:

Una vez revisado el video tutorial y comprendidos los principios que rigen al fenómeno del crecimiento poblacional, el estudiante investigará y determinará en base a datos reales proporcionados por el INEC en su página web "Ecuador en cifras", las proyecciones demográficas para su ciudad de residencia durante los próximos 10, 20 y 50 años.

Fundamentación Teórica:

Crecimiento Poblacional.- Modelo Malthusiano.

Supongamos que una población tiene x individuos en un instante t. Sea, la diferencia entre su tasa de nacimientos y su tasa de mortalidad. Si la población está aislada y no hay inmigración o emigración neta, entonces la tasa de cambio obedece a la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = r(t,x)x$$

El caso más sencillo es aquel donde suponemos que $r(t,x) = a = constante$, entonces $\frac{dx}{dt} = ax$. Si en el instante $t = t_0$ la población tiene x_0 individuos, obtenemos el problema de valores iniciales $\frac{dx}{dt} = ax,\ x(t_0) = x_0$. Integrando resulta:

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x} = a \int_{t_0}^{t} dt$$

$$ln \frac{x}{x_0} = a(t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 e^{a(t-t_0)}$$

que se conoce como ***ley de crecimiento Malthusiano***.

El modelo de Malthus conlleva diversas profecías alarmantes sobre el desarrollo de la población humana, los requerimientos alimenticios de la población, entre otros datos demográficos.

Desarrollo:

Se investigará primero, realizando una revisión bibliográfica, de casos prácticos publicados en artículos científicos relacionados con el tema de estudio.

http://www.banrepcultural.org/sites/default/files/colf_mendezromero_rafaelalberto_tesis.pdf

Posteriormente se realizarán algunas estimaciones matemáticas.

Modelo de Malthus (o de crecimiento exponencial).

La población mundial en el año 1998 era de aproximadamente 5,9 billones de personas y se sabe que crece aproximadamente un 1,33 % cada año. Asumiendo que el crecimiento de la población se rige por el modelo exponencial, calcular el valor estimado de la población mundial en el año 2023. La ley de Malthus dice que el número de individuos de la población en el instante t, P(t), verifica la ecuación diferencial: P'(t) = kP(t). La solución general de esta ecuación viene dada por $P(t) = C * e^{kt}$. En esta expresión hay dos constantes que no se conocen de momento: k y C. Para determinar su valor utilizaremos el resto de la información:

1. P(1998) = 5.9 billones.
2. La población crece un 1,33 % cada año, de donde, por ejemplo, en el año 1999, la población se habría incrementado en un 1,33 % de 5,9 billones, es decir:

P(1999) = [5.9 + (1,33/100)*(5,9)] = 5,9785 billones. De ambos datos se tiene:

$5.9 = P(1998) = C^* e^{1998\,k}$ y $5.9785 = P(1999) = C\, e^{1999\,k}$

De donde despejando en ambas ecuaciones C, e igualándolas se obtiene el valor de $e^{-k} = (\frac{5,9}{5,9785})$

Aplicando logaritmos se obtiene el valor de k = 0,0132 aprox.

Ahora, una vez conocido el valor de k, se tiene:

$5,9 = P(1998) = C^*e^{(0,0132*1998)}$, de donde despejando y operando se obtiene, $C \approx 2,074 \times 10^{-11}$

Finalmente se tiene: $P(2023) = C\, e^{2023*k}$ = 8.2 billones de personas, aproximadamente.

Fuentes adicionales de consulta:

http://www.ing.uc.edu.ve/~jpaez/MA3B06/contenidos/contenido_ma3b06_tema3_3.pdf

3.3 Ejercicios y problemas de aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral.

Se va a fabricar una lata para que contenga 1 L de aceite. Encuentre las dimensiones que minimizarán el costo del metal para construir la lata

Un tanque tiene la forma de un cono circular invertido con una altura de 10 m y radio de la base de 4m. Se llena con agua hasta una altura de 8 m. Encuentre el trabajo requerido para vaciarlo bombeando toda el agua hacia la parte superior del mismo. (La densidad del agua es de 1000 Kg/m^3).

La rapidez con que cierto medicamento se disemina en el flujo sanguíneo se rige por la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = A - Bx, x(0) = 0$$

donde A y B son constantes positivas. La función X(t) describe la concentración del medicamento en el flujo sanguíneo en un instante cualquiera t. Encontrar el valor límite de X cuando $t \to \infty$. ¿Cuánto tarda la concentración en alcanzar la mitad de este valor límite?

Una alberca cuyo volumen es de 10.000L contiene agua con el 0.01% de cloro. Empezando en t = 0, desde la ciudad se bombea agua que contiene 0.001% de cloro, hacia el interior de la alberca a razón de 5L/min., y el agua de la alberca fluye hacia el exterior a la misma velocidad. ¿Cuál es el porcentaje de cloro en la alberca al cabo de 1 hora? ¿Cuándo tendrá el agua de la alberca 0.002% de cloro?

Supongamos que el rendimiento r en % de un alumno en un examen de una hora viene dado por:

$r = 300t\,(1-t)$. Donde $0 < t < 1$ es el tiempo en horas. Se pide:

¿En qué momentos aumenta o disminuye el rendimiento?

¿En qué momentos el rendimiento es nulo?

¿Cuándo se obtiene el mayor rendimiento y cuál es?

3.4 *DERIVE* (*Geogebra* y *Wolfram Alpha*) para el aprendizaje de aplicaciones de Cálculo Diferencial e Integral en ingeniería

Una vez que se ha trabajado con los estudiantes en un proceso integral de inducción y capacitación para el aprendizaje de fundamentos y principios sobre derivación e integración, en base a comprender la importancia de las aplicaciones del Cálculo, y luego de que el estudiante ha adquirido la habilidad y destreza en el manejo de software matemático con DERIVE, apoyado también en el uso de GEOGEBRA y WOLFRAM ALPHA, a continuación se presentan algunas herramientas tecnológicas que facilitarán y mejorarán el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en educación superior.

El trabajo W viene dado por $W = \int_1^2 \frac{10X}{(\sqrt{X+1})^5} dx$ calculamos la integral con ayuda de DERIVE y WOLFRAM:

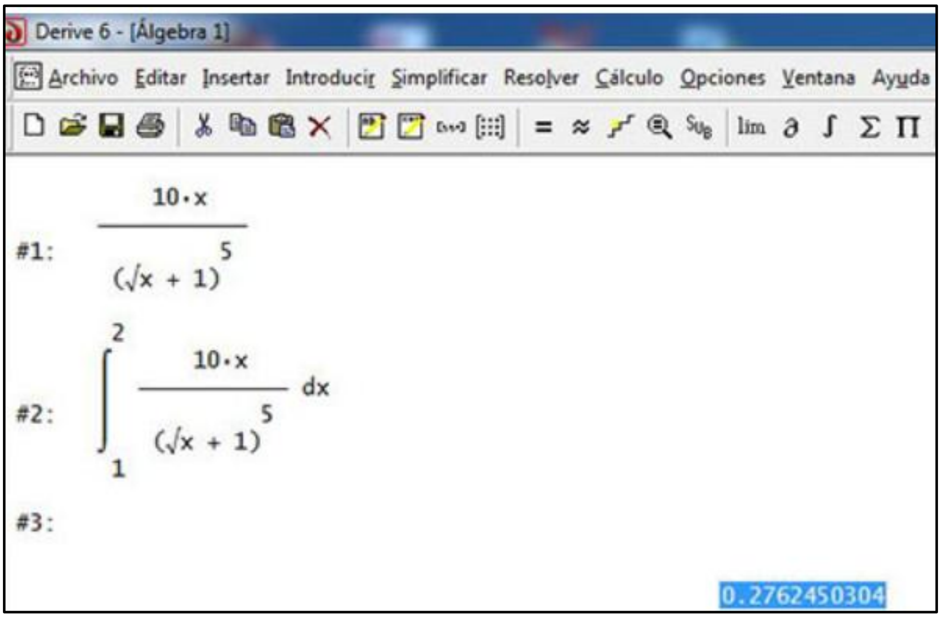


Fig. N° 30.- Cálculo de la integral
Fuente: DERIVE
Elaborado por: El Autor.

Y el mismo ejercicio se lo puede resolver con WOLFRAM para comprobar o comparar resultados, y determinar factores de eficiencia en el ahorro de tiempo.

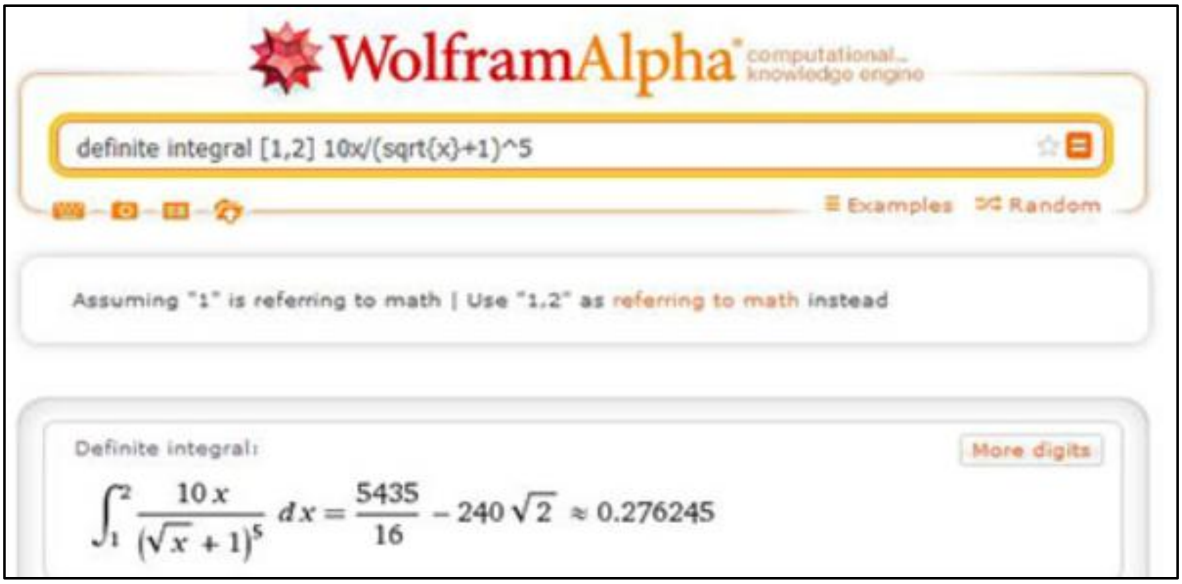


Fig. N° 31.- Cálculo de la integral con Wolfram
Fuente: Wolfram
Elaborado por: El Autor.

Dos poblados Pa y Pb están a 2 km y 3 km, respectivamente, de los puntos más cercanos A y B sobre una línea de transmisión, los cuales están a 4 km uno del otro. Si los dos poblados se van a conectar con un cable a un mismo punto de la línea ¿Cuál debe ser la ubicación de dicho punto para utilizar el mínimo de cable? Utilizando el recurso del Geogebra, se puede probar el valor de la distancia mínima que debe tener el cable. Puedes dar click en el botón de animación con lo que se mostrarán las diferentes posiciones del punto de interés así como la distancia de los dos segmentos involucrados denotada por la letra f.

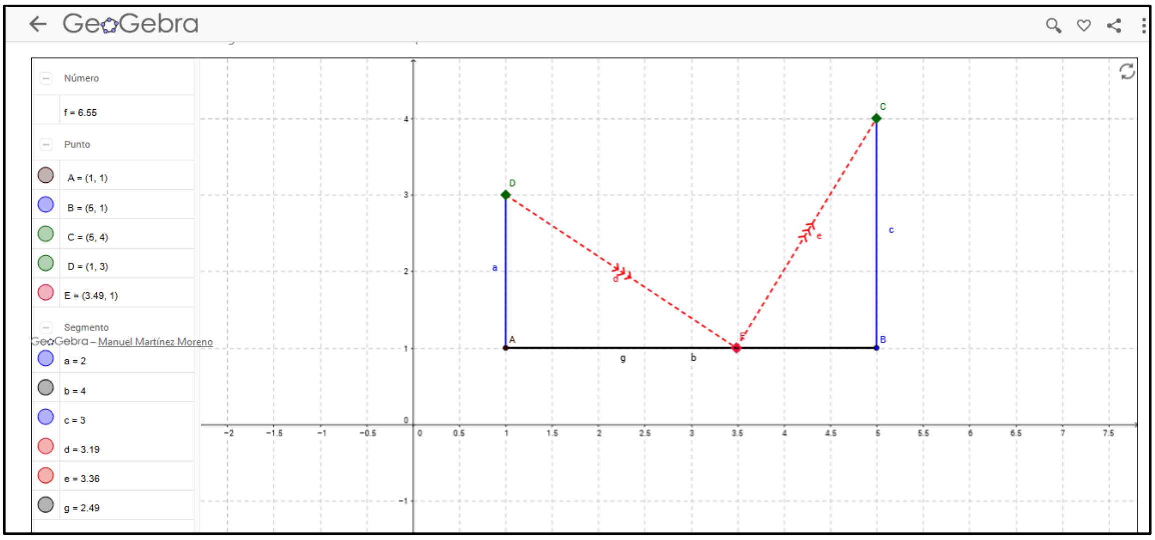


Fig. N° 32.- valor de la distancia mínima con Goegebra
Fuente: Geogebra
Elaborado por: El Autor.

Con ayuda de los desplazadores se determina de forma exacta las longitudes de cada extremo de cable que dan la longitud mínima.

Y a más de contar con software o plataformas como DERIVE, GEOGEBRA y Wolfram Alpha, el docente también debe ya "sintonizarse" en el uso de aplicaciones App's que se instalan o descargan con gran facilidad y de forma gratuita en los smarthphones y así tanto el docente como el estudiante tienen la facilidad de trabajar de forma ininterrumpida con su celular donde se encuentre, tanto dentro como fuera del aula de clase; así mismo se encuentran blog's en internet que cuentan con una gran cantidad de información al alcance de todos, dos ejemplos son ***MathStep*** y ***m^e*** Matemáticas Educativas.

Todos estos recursos con los que cuenta ahora el docente se convierten en su portafolio de trabajo diario que se irá enriqueciendo de forma continua.

3.5 Resultados de la intervención

3.5.1 Evaluación aplicada a los estudiantes post-intervención.

Al finalizar el proceso con el desarrollo y ejecución de la propuesta, y una vez que los aprendices estuvieron en capacidad de transmitir los conocimientos adquiridos a otros estudiantes, a todos ellos se les aplicó una evaluación expost **(Anexo 4)** para medir o determinar el grado de impacto de la intervención educativa que planteaba como hipótesis el aprendizaje de aplicaciones de Cálculo Diferencial e Integral, motivado o propiciado con el uso de software matemático, no solo limitándolo a un programa (DERIVE) sino integrándolo con otros como GEOGEBRA y Wolfram Alpha. Los resultados obtenidos tanto con la evaluación diagnóstica como con la ExPost, se presentan a continuación:

Tabla 2.- Resultados Evaluación Diagnóstica y post-test (GE)

Grupo Experimental			
Código	**Evaluación Diagnóstica**	**Evaluación Post**	**% MEJORA**
1S15.1N.2	5,0	8,0	**30%**
1S15.1N.4	6,0	9,0	**30%**
1S15.1N.7	6,5	8,5	**20%**

1S15.1N.10	6,5	10,0	**35%**
1S15.1N.11	5,0	9,0	**40%**
1S15.1N.12	5,0	8,5	**35%**
1S15.1N.16	6,5	9,0	**25%**
1S15.1N.17	5,5	8,8	**33%**
1S15.1N.20	5,0	6,5	**15%**
1S15.1N.21	4,5	7,0	**25%**
1S15.1N.22	6,5	8,5	**20%**
1S15.1N.23	5,0	8,0	**30%**
1S15.1N.24	7,0	9,0	**20%**
1S15.1N.26	6,5	9,0	**25%**
PROMEDIO:	**5,8**	**8,5**	**27%**

Tabla 3.- Resultados Evaluación Diagnóstica y post-test (GC)

Grupo de Control			
Código	**Evaluación Diagnóstica**	**Evaluación Post**	**% MEJORA**
1S15.1N.1	5,0	6,0	**10%**
1S15.1N.3	4,0	5,0	**10%**
1S15.1N.5	7,0	6,0	**-10%**
1S15.1N.6	6,0	7,0	**10%**
1S15.1N.8	5,0	6,0	**10%**
1S15.1N.9	6,5	4,5	**-20%**

1S15.1N.13	5,0	5,0	**0%**
1S15.1N.14	3,0	5,0	**20%**
1S15.1N.15	5,5	8,0	**25%**
1S15.1N.18	7,0	8,0	**10%**
1S15.1N.19	4,0	5,0	**10%**
1S15.1N.25	5,0	6,0	**10%**
PROMEDIO:	**5,3**	**6,0**	**7%**

La mejoría observada con la aplicación de la evaluación ex-post coincide con el desempeño y rendimiento de los estudiantes en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales.

Tabla 4.- PROMEDIOS Asignaturas CD, CI y Ecu. Diferenciales (GE)

Grupo Experimental			
Código	**Promedio Cálculo Diferencial**	**Promedio Cálculo Integral**	**Promedio Ecuaciones Diferenciales**
1S15.1N.2	84,0	84,0	90,0
1S15.1N.4	75,0	77,0	95,2
1S15.1N.7	84,0	75,0	97,7
1S15.1N.10	75,0	76,0	82,0
1S15.1N.11	97,0	97,0	100,0
1S15.1N.12	84,0	87,0	100,0

1S15.1N.16	70,0	73,0	85,1
1S15.1N.17	84,0	82,0	98,0
1S15.1N.20	82,0	74,0	81,2
1S15.1N.21	76,0	76,0	87,2
1S15.1N.22	80,0	80,0	95,3
1S15.1N.23	88,0	80,0	88,8
1S15.1N.24	75,0	73,0	86,8
1S15.1N.26	79,0	72,0	82,5
PROMEDIO:	**80,9**	**79,0**	**90,7**

Tabla 5.- PROMEDIOS Asignaturas CD, CI y Ecu. Diferenciales (GC)

Grupo de Control			
Código	**Promedio Cálculo Diferencial**	**Promedio Cálculo Integral**	**Promedio Ecuaciones Diferenciales**
1S15.1N.1	82,0	80,0	80,1
1S15.1N.3	74,0	77,0	70,2
1S15.1N.5	87,0	82,0	83,3
1S15.1N.6	73,0	75,0	75,0
1S15.1N.8	74,0	76,0	70,3
1S15.1N.9	73,0	76,0	78,0
1S15.1N.13	74,0	76,0	74,5
1S15.1N.14	80,0	79,0	78,5

1S15.1N.15	77,0	74,0	70,8
1S15.1N.18	85,0	88,0	80,1
1S15.1N.19	76,0	77,0	70,3
1S15.1N.25	80,0	70,0	72,5
PROMEDIO:	**77,9**	**77,5**	**75,3**

Como se puede observar en la **Tabla 4**, el rendimiento de los catorce participantes del proceso de intervención para el tercer semestre al acreditar la materia de Ecuaciones Diferenciales fue mucho mejor que en el estudio de primer y segundo nivel en las asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral. Y los estudiantes no sólo mejoraron en la asignatura mencionada sino también mejoró su promedio general, es decir, se consiguió un mejoramiento integral del estudiante, se obtiene ya ahora un equipo y grupo de trabajo, motivado y preparado para afrontar los retos que se le presenten durante sus próximos tres años de estudio en la carrera, al punto de que algunos de ellos presentaron sus proyectos desarrollados en el 2do. Congreso Internacional de Ciencia, Tecnología e Innovación CTEC/2016 en la UTMACH.

Tabla 6.- Resumen de PROMEDIOS Obtenidos por parte del GE/GC

	PROMEDIOS			**Desviación Standard**		**Prueba Factor Z**
Parámetros de Evaluación	**Grupo Control**	**Grupo Experimental**	**% Variación**	**Grupo Experimental**	**Grupo Control**	
Evaluación Diagnóstica	5,3	5,8	**5,0%**	0,8262	2,2913	0,0118
Evaluación Post	6,0	8,5	**25,3%**	0,8917	1,1766	1,41E-26

Cálculo Diferencial	77,9	80,9	**3,0%**	6,7989	4,8328	0,0487
Cálculo Integral	77,5	79,0	**1,5%**	6,8388	4,4823	0,2059
Ecuaciones Diferenciales	75,3	90,7	**15,4%**	6,8710	4,5968	2,55E-17

Como se puede observar en la **Tabla 6**, la mejora considerable en los resultados obtenidos no solo se evidencia en la evaluación post-test con respecto al diagnóstico aplicado, sino en el promedio alcanzado por el mismo grupo experimental en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales en donde ellos debieron aplicar los conocimientos previos adquiridos un año atrás, los mismos que fueron retroalimentados y potenciados durante la intervención desarrollada durante el proceso de tutorías.

El logro de aprendizajes alcanzados en los relacionado con las aplicaciones tanto de Cálculo Diferencial como de Integral, le permitieron a los estudiantes que formaron parte del grupo experimental aprobar con calificaciones muy satisfactorias el tercer semestre de estudios (1S/2016), no sólo en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales sino que al mismo tiempo durante el periodo lectivo 2016-2017 se motivaron para participar en proyectos de investigación, ciencia y tecnología de la Universidad (CTEC2-UTMACH/2016).

Como complemento al proceso de intervención desarrollado, se les aplicó a los 14 estudiantes que formaron parte del grupo experimental, una encuesta para medir su percepción (Anexo 4) del grado o nivel de conformidad/aceptación de la propuesta de intervención de la que formaron parte, la misma que se presenta a continuación:

Tabla 7.- Resultados de encuesta de percepción de estudiantes participantes de la intervención

Parámetros de Valoración de la Propuesta	No recomendable	No favorable	Poco Satisfactorio	Cuasi Satisfactorio	Muy Satisfactorio
	0%	10%	30%	70%	####
	1	2	3	4	5
1.- Califique su Nivel de Satisfacción con el uso del Software DERIVE.	-	-	-	5	9
2.- A qué nivel el software matemático DERIVE se presenta como una herramienta de fácil acceso y útil para la resolución de problemas y ejercicios de Cálculo Diferencial e Integral.	-	-	-	1	13
3.- En cuánto calificaría que mejoró su nivel de aprendizaje de aplicaciones del Cálculo con el uso de DERIVE	-	-	-	8	6
4.- En qué porcentaje está de acuerdo usted en que incide favorablemente la implementación de una metodología dinámica apoyada en el uso de software matemático para motivar el aprendizaje dentro y fuera del aula.	-	-	-	2	12
5.- Considera que las actividades planteadas dentro del proceso de tutorías fueron relevantes y apropiadas	-	-	1	3	10

6.- El proceso de aprendizaje con la intervención propuesta fue dinámico, atractivo y motivador a mediano y largo plazo	-	-	-	1	13
7.- Las actividades desarrolladas ayudaron a activar conocimientos previos	-	-	-	-	14
8.- Las actividades desarrolladas propiciaron a construir nuevos conocimientos	-	-	-	2	12
9.- Las actividades desarrolladas motivaron a aplicar los conocimientos nuevos adquiridos	-	-	-	1	13
10.- A qué nivel se considera usted capaz luego de participar en la intervención de transmitir los conocimientos adquiridos y ponerlos en práctica para otras actividades, proyectos de investigación o procesos de tutoría	-	-	3	4	7

3.5.2 Prueba de Hipótesis.

Para comprobar la efectividad de la hipótesis planteada se aplicó el estadígrafo "*chi cuadrado*". Los resultados obtenidos obedecen a las respuestas positivas de 19 estudiantes encuestados en contraste con 7 de ellos quienes no consideran válida la hipótesis de que el desempeño en clases dentro y fuera del aula mejoraría con la aplicación de tecnología por parte del docente, los resultados se exponen a continuación:

Problema desempeño en clases usando software mejoraría aprendizajes de Matemáticas

Recuento

		Software mejoraría Matemáticas		Total
		Si	No	
Problema desempeño clases	Económico	6	0	6
	Familiar	1	0	1
	Personal	7	1	8
	Con el docente	4	0	4
Total		18	1	19

Resumen de procesamiento de casos

	Casos					
	Válido		Perdidos		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
Problema desempeño clases * software mejoraría Matematicas	19	73,1%	7	26,9%	26	100,0%

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	1,451[a]	3	,694
Razón de verosimilitud	1,807	3	,613
Asociación lineal por lineal	,278	1	,598
N de casos válidos	19		

a. 6 casillas (75,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,05.

Con un nivel de significancia del 0,05 y con grados de libertad de 3, según la tabla del valor del chi cuadrado tenemos un valor límite de 7.815. Donde podemos concluir que dentro de un rango de 0 a 7.815, el resultado que obtuvimos está dentro de ese rango, el cual se denomina zona de aceptación con un valor de 1.451.

Donde podemos demostrar y definir que nuestra hipótesis es aceptada es decir que al realizar el cruce de dos variables muy importantes para el tema de investigación, 1) el problema de desempeño de clase, y 2) uso de un software matemático. Por lo tanto si se desea mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula, es fundamental en esta era digital, emplear software matemático para dinamizar el aprendizaje y sea significativo para el estudiante.

Capítulo 4.- Discusión

Como parte del proceso de discusión de resultados, se presenta a continuación un análisis de los efectos o consecuencias obtenidas una vez que se ha desarrollado y cumplido a cabalidad el proceso de intervención/propuesta educativa:

- ✓ El impacto generado con el uso del software DERIVE, junto con la aplicación de otras herramientas y estrategias didácticas, para el logro de aprendizajes significativos de aplicaciones de Cálculo Diferencial e Integral, no solo se ha podido evidenciar en el mejoramiento de las calificaciones promedio en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales, en donde se vuelve fundamental el aplicar todos los conocimientos previos adquiridos de Matemáticas, sino que también el resultado observado en el post-test de ellos, comparado con el grupo de control, ratifica el beneficio alcanzado en los estudiantes.
- ✓ La metodología empleada en la presente investigación, no sólo consiste en la singularidad de emplear un programa informático (DERIVE) para estimular un mejor proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, sino que incluye además a otros componentes como: 1) el uso de bibliografía actualizada para trabajar con problemas de Cálculo que poseen un mayor grado de dificultad para su resolución, acompañado de ejercicios de aplicación real a su área de competencia como es la Ingeniería Química; 2) se incluye a la investigación apoyada en la búsqueda y recopilación de artículos científicos de ingeniería en donde se evidencian las aplicaciones del Cálculo en

procesos industriales; y, 3) como componente fundamental junto con el uso de las TIC's se implementó a otros componentes como el software GEOGEBRA, a la plataforma de Wolfram Alpha, Excel a un nivel intermedio y ya no sólo básico, empleados todos estos para la resolución de problemas de una forma complementaria.

- ✓ La implementación del uso autónomo por parte del estudiante de software matemático y de las NTIC's, acompañado de la actualización bibliográfica en el proceso de enseñanza-aprendizaje y su entusiasmo por incursionar de una forma cada vez más activa en procesos de investigación, genera de forma inmediata una motivación intrínseca que le permitirá abordar de una forma diferente y más audaz a sus clases con diferentes docentes de la carrera que al ver este cambio actitudinal tendrán que cambiar de paradigma, alterar de forma positiva sus procesos mentales, para adaptarse a este nuevo proceso metodológico de trabajo tanto dentro como fuera del aula propuesto ahora por los estudiantes que participaron de la intervención educativa.
- ✓ Las capacidades del estudiante al poder trabajar con un programa informático como es el DERIVE, en sí no logran por sí solas el alcanzar logros de aprendizajes significativos de Matemáticas, es el conjunto de estrategias plateadas por el docente, más la implementación autónoma por parte del estudiante de un comportamiento de formación continua, buscando herramientas tecnológicas, bibliografía actualizada con la que se cuenta en la actualidad en el campus universitario, preparación a través de tutoriales, conformación de grupos de estudio y el apoyo en procesos de investigación-vinculación con docentes y estudiantes de otras carreras o de cursos superiores, lo que ha permitido la mejora continua de sus habilidades y experticia; proceso que debe ser aprovechado

de forma eficaz y eficiente por parte de los docentes, para de esta manera ir conformando grupos de trabajo cada vez más participativos, proactivos, dedicados, motivados y con ganas de aprender.

4.1 CONCLUSIONES

- El grupo de catorce (14) estudiantes que participaron de la intervención educativa mejoraron considerablemente sus rendimientos académicos, y a nivel de curso el promedio en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales se incrementó en un 15,63% en relación al del semestre anterior en la asignatura de Cálculo Integral, lo que denota una reacción, impacto o incidencia en los estudiantes al momento de recibir una asistencia a nivel de tutorías, y que también se convierte en un miembro activo del proceso de enseñanza y aprendizaje al momento de que la clase o el modelo de estudio se vuelve más activo y moderno al implementar el uso de software educativo o las TIC´s tanto dentro como fuera del aula.
- El modelo educativo presentado podría y debe ser aplicado por todos los docentes que enseñan Matemáticas o asignaturas relacionadas con las ciencias exactas, debido a que la naturaleza misma de estas materias afines, requiere de una enseñanza diferente, más dinámica, participativa, en donde se explique con ejercicios y problemas de aplicación ***¿para qué me va a servir mañana esto que estoy aprendiendo hoy?***, al momento que como docentes resolvemos esa interrogante a cada uno de nuestros estudiantes, estaremos generando en ellos ese interés por aprender de forma autónoma.

- La aplicación o uso en el aula de programas como DERIVE, GEOGEBRA y Wolfram Alpha, entre otros, hacen a la clase más dinámica, el estudiante puede comparar sus resultados al momento de derivar, integrar, o resolver una ecuación de diferencial de primer o segundo orden, lo que le permite ahorrar y ganar tiempo valioso, al momento de desarrollar o resolver un problema de aplicación.
- El incentivo o fomento de la investigación en nuestros estudiantes, se logra día a día tanto dentro como fuera del aula, y el incursionar con ellos en el trabajo de búsqueda y recopilación de artículos científicos es una buena base o fomento para ello; al encontrar aplicaciones de las Matemáticas conjugadas con la tecnología, el estudiante encuentra sentido al estudio y ve la vinculación de la ciencia con la ingeniería y su formación profesional.
- Con la presente investigación se espera propiciar la aplicación de software educativo y el uso de las TIC´s tanto dentro como fuera del aula como una iniciativa para los docentes no sólo de las asignaturas relacionadas con las Matemáticas, sino como una propuesta global que debe ser replicada a nivel general para mejorar la cultura organizacional y el clima laboral dentro del aula, basándonos en tres componentes fundamentales que son: la motivación, el liderazgo y la comunicación, cuando estos tres se conjugan junto con el perfeccionamiento del docente estamos hablando y ratificando una educación de calidad con pertinencia y calidez.

4.2 RECOMENDACIONES

Al finalizar la intervención educativa, luego de establecer una serie de conclusiones se recomienda para lograr la sustentabilidad y sostenibilidad de la propuesta, lo siguiente:

- Una educación que incorpora el uso y aplicación constante, permanente, continua y actualizada de las TIC’s, combinado con la enseñanza de aplicaciones de la asignatura que se imparte, permitirá el conseguir no sólo aprendizajes significativos en los estudiantes, sino que se busca incentivar una formación autónoma y proactiva que consiga que el estudiante por sí solo se motive a formar equipos de trabajo, aprovechando las destrezas y habilidades interdisciplinarias de sus compañeros dentro de la enseñanza y el aprendizaje no sólo de las Matemáticas, sino que esta visión se amplíe a todas la demás materias o módulos de su malla curricular.
- Se debe socializar esta nueva forma o metodología de trabajo con todos los docentes de las áreas de Matemáticas y de Ingeniería, ya que si sólo un docente la imparte o aplica, el resultado se “diluye” o se minimiza, debido a que es necesario el reforzar procesos de tutorías, acompañamiento, asesoramiento, “mentoring” con los estudiantes tanto de bajo rendimiento académico, como con los que se encuentran en un nivel superior de aprendizaje, formando así grupos semilleros que se van a ir involucrando en procesos de investigación avanzada.
- Los docentes de la Carrera de Ingeniería Química junto con las autoridades, deben fomentar el uso y aplicación de las TIC’s dentro y fuera del aula, apoyándose en

recursos como el aula virtual Moodle 3.0 con el que se cuenta en la actualidad en la UTMACH.

- Se debe implementar *"el uso obligado"* de programas informáticos, software educativo aplicado a Matemáticas y las Ingenierías, como lo son: DERIVE, GEOGEBRA, Wolfram Alpha, junto con otros como MatLab, SPSS o TORA, que permitirán que el estudiante se familiarice desde los inicios de sus estudios de pregrado con las aplicaciones informáticas en donde se utilizan los fundamentos teóricos adquiridos dentro del aula.
- La propuesta de intervención aplicada debe ser replicada o ampliada en su campo de acción a todas las carreras de la UTMACH, y luego se plantea la posibilidad de realizar un estudio a nivel de Instituciones de Educación Superior de la región sur del país, tanto públicas como particulares, para definir o establecer el grado de aplicación de la tecnología dentro del aula como alternativa para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje, motivar a los estudiantes de ingeniería a incursionar en el campo de la investigación, y fomentar principalmente en los docentes el cambio de paradigma en la forma de enseñar Matemáticas, valorando a las aplicaciones del Cálculo Diferencial e Integral como base para el aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alonso, M., Castro, U. (2008). Aplicaciones informáticas en el aula para la asignatura de Análisis Matemático.

Aragón, M., Jiménez, Y. (2009). Diagnóstico de los estilos de aprendizaje en los estudiantes: Estrategia docente para elevar la calidad educativa. *CPU-e, Revista de Investigación Educativa* [en linea] 2009, (Julio-Diciembre) : [Fecha de consulta: 6 de septiembre de 2017] Disponible en:<http://4www.redalyc.org/articulo.oa?id=283121714002>

Arrieche, M. (2007). ¿Qué se investiga en educación matemática?: perspectiva de un investigador en desarrollo. Paradigma. 23(2).

Balderas, A. (2011). Didáctica de las Ecuaciones Diferenciales y tecnología Informática.

Barriga, F. (2006). Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida. México. McGraw-Hill Interamericana. Recuperado de: https://www.academia.edu/28466499/E%C3%91ANZA_ABP_Y_metodo_de_casos

Bayón, L., Grau, J., Mateos, J. (2010). Aprendizaje interactivo en Matemáticas utilizando el Wolfram Demonstrations Project. XVIII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistemologiques etles problemes en mathematiques.

Camacho, M. (2010). La Enseñanza y Aprendizaje del Análisis matemático haciendo uso del CAS (*Computer Algebra System*)”.

Castro, I. (2010). Aplicaciones al Álgebra Lineal utilizando DERIVE.

Cuicas, M., Debel, E. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. Actualidades Investigativas en Educación. 7(2).

Del Puerto, S., Minnaard, C., Seminara, S. (2004). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. Buenos Aires.

Dubinsky, E. (1996). El aprendizaje de los conceptos abstractos de la Matemática avanzada. Puerto Rico.

Escudero R., Llinás H., Obeso V., Rojas C. (2005). Influencia de la tecnología en el aprendizaje de cálculo diferencial y estadística descriptiva.

Favieri, A., Scorzo, R. (2010). Análisis de la percepción de dificultad que tienen los alumnos con respecto a trabajos prácticos realizados con software matemático.

Jonassen, D., Carr, C., Ping, H. (2005). Computers as Mindtools for Engaging Learners in Critical Thinking. Obtenido de
http://tiger.coe.missouri.edu/~jonassen/Mindtools.pdf

Macías, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación.

Martínez V. (2001). Enseñanza de Matemáticas en Carreras Químicas desde un enfoque aplicado y motivador. Revista de Didáctica de las Matemáticas. 2(45).

Noriega, M., Rosillo, L. Treviño, M., Martín, L. (2011). Traducción del lenguaje verbal al lenguaje gráfico y simbólico con la ayuda de Geogebra.

Ortega, P., Serra, J. (2008). "Problemas de Cálculo Diferencial: cuestiones, ejercicios y tratamiento en DERIVE". PEARSON EDUCACIÓN S.A. España. ISBN.- 978-84-8322-459-5.

Perez, J. (2013). Empleo del software educativo y su eficiencia en el rendimiento académico del Cálculo Integral en la Universidad Peruana Unión, Perú.

Pluvinage, F. (2011). Uso de las tecnologías de la información y la Comunicación en la Enseñanza del Cálculo.

Quintana, D. (2010). Tratamiento didáctico de la derivada: aplicación del programa DERIVE.

Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en Matemáticas y ciencias en la escuela segundarias públicas de México. Revista Iberoamericana de la Educación.

Scorzo, R., Favieri, A., Williner, B. (2014). Análisis de una actividad sobre funciones racionales realizada con software matemático.

Stewart, J. (2013). "Cálculo Diferencial e Integral". International THOMSON Editores S.A. de C.V. México. ISBN.- 968-7529-91-1.

Terrero J., Pérez O. (2010), "Propuesta didáctica para la enseñanza del tema funciones a través de la utilización de estrategias metacognitivas y el uso del DERIVE". Unión.

Villarreal, M. (2003). Pensamiento matemático, cálculo diferencial y computadoras. Educación Matemática.

Waldegg, G. (2002). El uso de las nuevas tecnologías para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. Revista electrónica de investigación educativa.

ANEXOS