



Autoras:

- Ritha María Cedeño Marín
- Erika Elena Uzhca Galarza

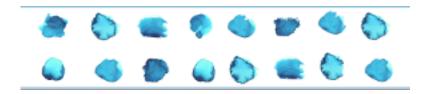
Director:

- Ing. Fabián Bravo Guerrero

Universidad de Cuenca Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación Carrera Matemáticas y Física

Lógica Matemática. Guía para el docente Cedeño, R. Uzhca, E.

Universidad de Cuenca Cuenca - Ecuador 2017



Introducción

La presente guía contiene recursos que ayudarán al docente a planificar la materia de Lógica Matemática, específicamente en los temas: conectores, tablas de verdad y álgebra proposicional, a través del desarrollo de siete clases. Estas han sido divididas en tres momentos: anticipación, construcción del conocimiento y consolidación.

Se incluirá varias actividades constructivistas: trabajo colaborativo y autónomo, desarrollo de actividades de investigación, contextualización histórica de la asignatura y aplicación de ejercicios. Además se propone el desarrollo de clases invertidas, es decir, la anticipación se enviará como trabajo autónomo y en la clase se construye y consolida el conocimiento.

Las actividades incorporan recursos que permiten disminuir la abstracción de la asignatura y adaptarse a las inteligencias visual, auditiva y kinestésica. Además, el diseño de esta guía para el docente, permitirá construir el conocimiento relacionando el uso de circuitos con la teoría de Lógica proposicional. Los temas se han planificado para dos horas clase.



INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA Y PROPOSICIONES	. 7
VALORES DE VERDAD: Conjunción y Disyunción	15
VALORES DE VERDAD: Negación, Condicional y Bicondicional	25
TABLAS DE VERDAD	39
TAUTOLOGÍA, CONTRADICCIÓN Y CONTINGENCIA	49
ÁLGEBRA DE PROPOSICIONES	57
CIRCUITOS LÓGICOS	65

Clase Nº 1

INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA Y PROPOSICIONES

Objetivo: Reconocer y construir proposiciones simples y

compuestas.

Sesión 1. Duración 2 horas

Contenidos:

- Enunciados y proposiciones
- Conectivos Lógicos
- Cuantificadores



Gottfried Leibniz fue uno de los primeros inventores de la lógica simbólica.



En 1859, George Boole estableció un sistema ordenado y factible para la lógica simbólica.

Planifiquemos la anticipación:



Actividad en parejas. Contando mi historia



- 1. De manera individual redactar, en máximo diez oraciones, datos, experiencias o momentos relevantes de su vida.
- 2. Compartir lo escrito con su compañero. En base a la actividad anterior, realizar tres preguntas y anotar las respuestas que se reciben.

Planifiquemos la construcción:



Actividad individual Prezi

1. Mostrar a los estudiantes las oraciones del siguiente link, en él se encuentran preguntas que permitirán obtener el concepto de proposición.

Link: goo.gl/owV7mZ



LÓGICA MATEMÁTICA

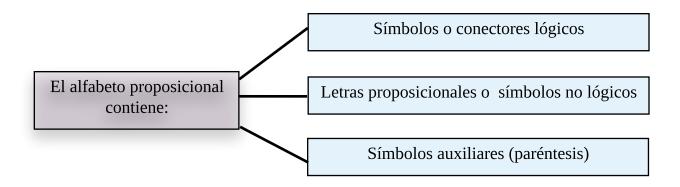
ES UN MÉTODO DE RAZONAMIENTO QUE INCLUYE AQUELLAS PARTES DE LA LÓGICA QUE PUEDEN SER ESTUDIADAS Y MODELADAS MATEMÁTICAMENTE.

Lógica proposicional

Uno de los sistemas lógicos encargados de estudiar el razonamiento en base a proposiciones es la **lógica porposicional**. Un sistema formal de lógica de enunciados necesita un lenguaje formal proposiciones.

Un lenguaje formal se constituye mediante un conjunto de símbolos y reglas para el conjunto de expresiones o fórmulas.

La lógica proposicional es bivalente, pues solo se admite dos valores de verdad: V o F.



Enunciados o proposiciones

Una proposición es una oración declarativa que tiene la posibilidad de ser verdadera o falsa pero nunca **ambas.** Se representan mediante letras minúsculas p, q, r, s. Son ejemplos de proposiciones las siguientes:

- Julián tiene 20 años.
- Ayer hubo una tormenta.
- Ecuador tiene 24 provincias.
- -7 + 15 = 14
- Los animales omnívoros se alimentan únicamente de carne.

CONECTIVOS LÓGICOS

Los conectivos lógicos son aquellos que permiten unir dos proposiciones simples para convertirlas a conpuestas.

Son ejemplos de **conectivos:** no, y, o, si ..., entonces, no es el caso, sí y sólo si, ni, o bien...

Suponiendo dos porposiciones simples:

p: 8 es par y q: π es irracional.

Usando conectivos se pueden lograr las siguientes combinaciones:

8 **no** es par

 π es irracional y 8 es par

Si 8 es par **entonces** π es irracional

 π es irracional **o** 8 es par

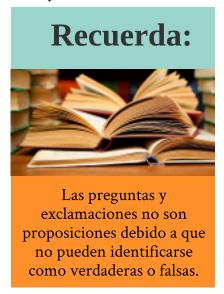
 π es racional **sí** y **sólo** si 8 es par.



Existen dos tipos de proposiciones:

Las proposiciones simples o también llamadas **atómicas** son aquellas que no se pueden dividir en otras proposiciones.

Por otro lado, las **proposiciones compuestas o moleculares** resultan de la unión de dos o más proposiciones simples.



CUANTIFICADORES

En las matemáticas se utilizan cuantificadores para indicar cantidad de veces que existe una situación.

Cuantificador universal:	Para todo elemento
Cuantificador existencial:	Existe algún elemento
Cuantificador existencial único:	Existe un solo elemento

Los cuantificadores son la notación que permite saber si se trata de una generalización (cuantificador universal) o de una especificación (cuantificador existencial). Generalmente se utilizan para *funciones proposicionales* y ayudan a formalizar enunciados. *Ejemplo*:

Todos los números enteros: \forall x€Z

Existen algunos números (x) que son naturales: $\exists x \in \mathbb{N}$

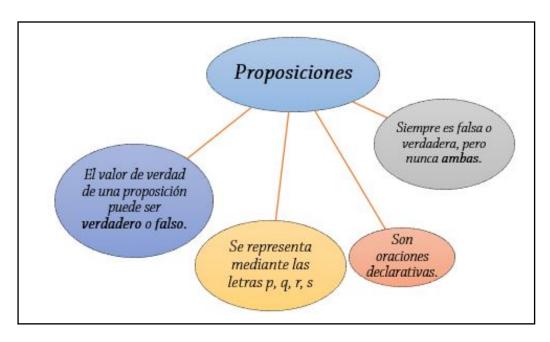
Existe una sóla raíz cúbica entera de -27: $\exists !x \in \mathbb{Z}, x=\sqrt[3]{-27}$

Planifiquemos la consolidación:

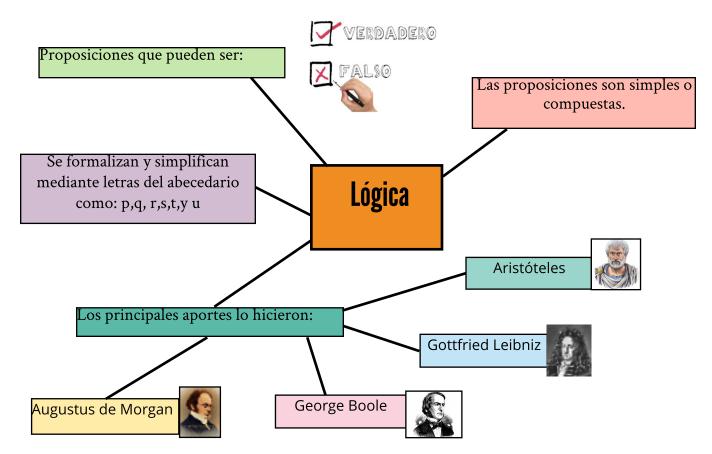


Actividad individual· Construcción de mapas mentales.

1. Elabore un mapa mental que contenga el resumen del concepto de proposición.



1. Elabore un mapa de ideas con lo escencial de la lógica proposicional.







1. Escriba cuatro ejemplos de proposiciones compuestas:

- Los números enteros no son negativos.
- Tengo siete dólares en mi cartera y no compraré café.
- Hoy es domiendo y está lloviendo.
- Viajamos a Quito o visitamos a los abuelos.

2. Motive al estudiante para que los ejemplos se puedan encaminar a situaciones matemáticas:

- 8 no es un número primo.
- Siete más doce no es igual a diez.
- El 2 y 3 son factores primos del número 12.
- La raíz cuadrada de 36 es 6, o -6.

3. Decida si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

- Existen números racionales que no son enteros. Falso
- Todos los números naturales son enteros. Verdadero
- Para todos los números reales x, x > 0. Verdadero

Desafío:

Si decimos: *x es un ser vivo*.

¿Estamos hablando de una proposición?

No lo es, porque x puede ser reemplazada con cualquier sustantivo y de eso dependerá su valor de verdad. Por ejemplo:

Luis en un ser vivo, si es una proposición porque será verdadera. Pero si la *x* se reemplaza por *un carro es un ser vivo* esta porpposición llegaría a ser falsa. Esta forma se denomina función proposicional.



INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA Y PROPOSICIONES

Nombre:	·
Fecha:	
1. Escriba al menos cuatro ejemplos de proposicion	es compuestas:
2. Escriba proposiciones que se relaciones con las m	
3. Decida si las siguientes proposiciones son verdad	deras o falsas.
- Existen números racionales que no son enteros.	
- Todos los números naturales son enteros.	
- Para todos los números reales x, x > 0.	

Desafío:

Si decimos: *x es un ser vivo*.

¿Estamos hablando de una proposición?

Argumenta tu respuesta.





Clase N° 2

VALORES DE VERDAD

Conjunción y disyunción

Objetivo: Determinar valores de verdad para la conjunción y disyunción, mediante tablas de verdad.

Sesión 1. Duración 2 horas

Contenidos:

- Valores de verdad
- Disyunción
- Conjunción





Las computadoras utilizan circuitos lógicos, las compuertas producen señales para satisfacer los requisitos de entrada.

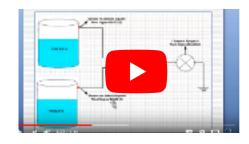


Planifiquemos la anticipación:



Actividad individual Video

- 1. Observar el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=raPT-8-Xjgk
- 2. Solicitar a los estudiantes que respondan las siguientes preguntas:
 - ¿Qué proposiciones existen en la situación del video?
 - ¿ Cuáles eran las condiciones o restricciones para que el foco se encienda?
 - ¿Qué valores tomaban las proposiciones? ¿Cómo se representaban?



Planifiquemos la construcción:



Actividad grupal· Práctica de laboratorio

- 1. Organice a los estudiantes en cuatro grupos de trabajo.
- 2. Reparta las hojas de práctica de forma individual.
- 3. Entregar a los estudiantes la tabla con los circuitos lógicos. Solicitar que se complete la hoja referente a la práctica de laboratorio.

Nota: Tener en cuenta que sean todos los estudiantes los que manejen los circuitos de forma organizada.

VALORES DE VERDAD

EN UNA PROPOSICIÓN EL VALOR DE VERDAD INDICA LA VERACIDAD DE LA MISMA. ES DECIR, PUEDE SER VERDADERO (1) O FALSA (0). SI LA PROPOSICIÓN ES COMPUESTA, EL VALOR DE VERDAD DEPENDERÁ DE SUS PROPOSICIONES ATÓMICAS.

Conjunción

Es una proposición compuesta que resulta de la combinación de dos proposiciones simples mediante el operador y que se simboliza con Λ .

Este conectivo implica la idea de "ambos" y será verdadera únicamente cuando las dos proposiciones que la componen sean verdaderas.

Disyunción

Al unir dos proposiciones simples mediante el operador ${\bf o}$ (que se simboliza con ${\bf v}$), se hablará de disyunción .

Este conectivo implica la idea de "esto o aquello" y será falsa solamente si las dos proposiciones son falsas de manera simultánea.

Recuerda: Al combinarse, las proposiciones no necesariamente deberán estar relacionadas.

Tabla de verdad para la conjunción

p	q	$p \wedge q$
V	V	v
v	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabla de verdad para la disyunción

p	q	$p \lor q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Planifiquemos la consolidación



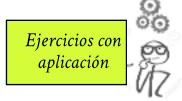
Actividad individual. Resolución de preguntas

- 1. Llenar las conclusiones de la práctica con apoyo del docente y del grupo.
- 2. Solicitar al estudiante que responda y plantee proposiciones que contengan las conectivas lógicas aprendidas: conjunción y disyunción.
- 3. Responder: Si se sabe que **p**: Guayaquil está en Perú y **q**: 11 < 18 Determinar los valores de verdad para: a) Guayaquil está en Perú y 11 < 18
 - b) 11 < 18 o Guayaquil está en Perú.

Expresar los enunciados en forma simbólica y construya las tablas.



Evaluación:



- 1.Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones simples, luego determine el valor de verdad de las proposiciones compuestas que se presentan a continuación:
- p: 22 es múltiplo de 4. Falso, porque la división para 4 no es exacta.
- q: 17 es número primo. Verdadero, porque solo es divisible para 1 y para sí mismo.
- **a)** p v q. 22 es múltiplo de 4 o 17 es número primo. Es decir, F V, y como al menos una de las porposiciones es verdadera; la proposición compuesta es verdadera.
- **b)** p Λ q. 22 es múltiplo de 4 y 17 es número primo. Se tiene como valor de verdad F V, a pesar de que la segunda proposición es verdadera, para la disyunción ambas proposiciones deben ser verdaderas.
- 2. Traduzca la siguiente proposición a lenguaje matemático y determine su valor de verdad. Indique el por qué de su respuesta..
- $7 \le 7$. La primera proposición será p: siete es menor que siete (F). La segunda será q: siete es igual a siete (V). Es decir p v q, y al ser verdadera la segunda proposición, es condición suficiente para que $7 \le 7$ sea verdadera.

VALORES DE VERDAD CONJUNCIÓN Y DISYUNCIÓN

Nombre:	
Fecha:	
1.Determine el valor de verdad de las siguientes proposicione	es simples, explique el porqué de su
respuesta.	\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \
p: 22 es múltiplo de 4.	1
q: 17 es número primo.	- College
Después halle el valor de verdad de las proposiciones compues	tas que se presentan a continuación
Para responder la segunda parte guíese en las tablas de verdad d	le la conjunción y disyunción.
a) p v q.	
b) p ^ q.	
2. Traduzca la siguiente proposición a lenguaje matemático	y determine su valor de verdad
Indique el por qué de su respuesta	
7 ≤ 7	
9554343	



PRÁCTICA DE LABORATORIO



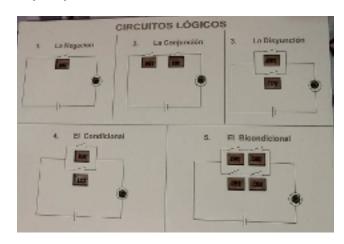
Conjunción y Disyunción

Nombre:	:	
Fecha:		_

Objetivo: Determinar valores de verdad para la conjunción y disyunción mediante tablas de verdad.

Materiales:

- Circuito
- Transformador
- Extensión



Procedimiento:

- 1. Utilice el circuito lógico, en las secciones 2 y 3. Los circuitos simulan el resultado lógico de la conjunción y de la disyunción.
- 2. Explore el circuito activando y desactivando los interruptores. Trabaje una vez que todos los focos estén desactivados.
- 3. Ahora se trabajará con el circuito 2. En él cierre p y q. ¿Qué sucede con la lámpara?
- 4. Mantenga cerrado p y abra q. ¿La lámpara se enciende o se apaga? ______
- 5. Abra p y cierre q, ¿Qué ocurre? _____
- 6. Mantenga abierto p y q, ¿qué sucedió con la lámpara? _____
- 7. Ahora bien, para representar el interruptor abierto de usará F y cuando el interruptor permanezca cerrado se usará V. Además, cuando la lámpara esté encendida se simbolizará con V y si está apagada con F.

Recuerde que cuando el cuando se cierre el circuito el interruptor deberá ir a la izquierda.



PRÁCTICA DE LABORATORIO



Conjunción y Disyunción

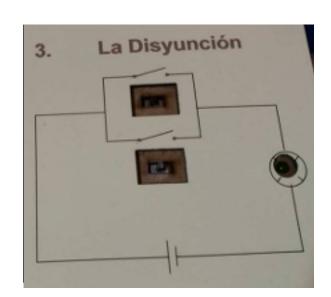
8. A partir de los datos anteriores, complete la siguiente tabla con las cuatro situaciones presentes:

р	q	pΛq

9.	Ahora	trabajaremos	similarmente	en e	el circuito	3.	Cierre	p	У	q.	¿Qué	sucede	con	la	lámpara
10	. Luego,	cierre q y abra	a p. ¿La lámpar	a se n	nantiene e	nce	ndida o	se	ap	aga	?				
11	. Abra q	y cierre p, ¿Qı	ıé sucede?												

13. Al igual que en el circuito anterior utilizaremos las siguientes simbologías, para representar el interruptor abierto de usará F y cuando el interruptor permanezca cerrado se usará V. Además, cuando la lámpara esté encendida se simbolizará con V y si está apagada con F.

12. Se mantiene abierto p y q, ¿qué ocurrió con la lámpara? _____



PRÁCTICA DE LABORATORIO



Conjunción y Disyunción

14. A partir de los datos anteriores, complete la siguiente tabla con las cuatro situaciones:

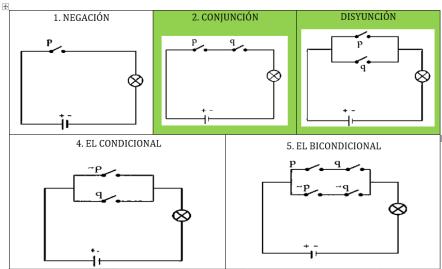
q	p∨q
	q

\sim									
C		171	0	111	101	10	111	00	,
\sim	U	ш	LJ.	·и	21	U	ш	CO	١,

2. En el circuito 4, ¿Qué sucede cuando q está cerrado?

1. En el circuito 3, ¿Qué sucede con los resultados de la lámpara?

CIRCUITOS LÓGICOS





Clase Nº 3

VALORES DE VERDAD

Negación, Condicional y bicondicional

Objetivo: Determinar valores de verdad para la negación, condicional y bicondicional.

Sesión 1. Duración 2 horas



Contenidos:

- Valores de verdad
- Negación
- Condicional
- Bicondicional



Los lenguajes lógicos formales pueden emplearse para estudiar la consistencia de conjuntos de creencias pues estas se componen de proposiciones que son portadoras del valor de verdad.

Planifiquemos la anticipación:



Actividad grupal· Formas de la negación



- 1. Organizar a los estudiantes en cuatro grupos.
- 2. Dar a cada grupo una ficha con una proposición.
- 3. Solicitar a los estudiantes que a partir de los enunciados se encuentren varias formas de expresar la misma idea y en el cuadro superior escribir la formalización proposicional correspondiente.
- 4. Un jefe del grupo leerá las ideas que se obtienen y se debatirá la validez de las mismas.

Planifiquemos la construcción:



Actividad grupal. Práctica de laboratorio.

- 1. Organice a los estudiantes en cuatro grupos de trabajo.
- 2. Reparta las hojas de práctica de forma individual.
- 3. Entregar a los estudiantes la tabla con los circuitos lógicos. Solicitar que se complete la hoja referente a la práctica de laboratorio.

VALORES DE VERDAD

Negación

Es un operador que se aplica a un solo valor de verdad. La respuesta será el valor contrario a la proposición inicial. La característica fundamental de la negación es que el valor de verdad es contrario al de la proposición inicial.

p: El Sol es la estrella más grande del Universo. ∼p: El Sol no es la estrella más grande del

Tabla de verdad para la negación

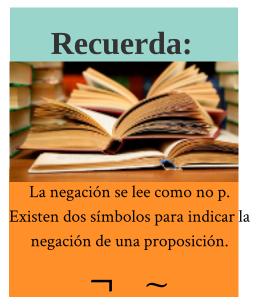
р	~p
V	F
F	V

Bicondicional

Se conoce como bicondicional al conectivo que es verdadero cuando ambos valores de p y q son verdaderos, caso contrario son falsos. Está equivalencia se da porque $p \rightarrow q$ y $q \rightarrow p$, y se escribe como $p \leftrightarrow q$. Se lee p es condición necesaria y suficiente para que q.

Condicional

Es un operador que se aplica a dos valores de verdad, en donde, las proposiciones p y q serán denominadas antecedente y consecuente respectivamente. Cuando el antecedente es Verdadero y el consecuente es Falso, la proposicion es Falsa.



p: Estoy en Alemania

q: El día está frío.

p→ q se traducirá como:

Estoy en Alemania si, y sólo si el día está frío



Tabla de verdad para el condicional

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabla de verdad para el bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Se puede pensar en el condicional como una promesa, cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, la 'promesa' no se cumple.

Para ejemplificar el condicional usaremos una historia de una fiesta. Un padre de familia le dice a la hija: Si obtienes buenas notas, irás a la fiesta. Lo mencionado se puede representar mediante dos proposiciones:

p: Obtienes buenas notas

q: Irás a la fiesta.



Nótese que el condicional está implícito.

Se llenará la tabla de verdad considerando las cuatro situaciones:

- 1. En el primer caso la joven obtiene buenas notas (V), entonces su padre le da el permiso para ir a la fiesta (V). Él dijo la verdad, se deberá colocar una V como respuesta porque él cumplió su promesa.
- 2. En el segundo caso, la joven sacó buenas calificaciones (V) y su padre no le dió el permiso (F). La joven se encuentra muy molesta puesto que su padre mintió (F).
- 3. En el tercer caso, la estudiante no obtuvo buenas notas (F) pero su padre le envió a la fiesta (V), puesto que no especificó qué sucedía en caso de no obtenerlas. La joven se siente feliz y el padre no mintió (V).
- 4. El último caso, la muchacha no obtuvo buenas calificaciones (F) entonces el padre no le otorgó el permiso (F), dado que él prometió enviarla si tenía buenas notas no miente en este caso y la hija entiende que el trato fue justo (V).

Desafio:

Plantee en base al ejemplo anterior, o a algún otro, los cuatro casos para llenar una tabla del bicondicional.



Planifiquemos la consolidación



Actividad individual· Software. Calculadora Lógica FREE

- 1. Solicitar alos estudiantes instalar en los celulares la aplicación: Calculadora Lógica FREE
- 2.En la sección: Tablas de verdad introducir las proposiciones y el símbolo del condiconal y la negación. Comprobar los resultados de las tablas de verdad.
- 3.Explicar un ejemplo cotidiano con las expresiones resultantes. Recordemos que Tr (True) es igual que Verdadero; y Fa (False es falso).









Puede utilizar las siguientes proposiciones para hallar valores de verdad que sean compatibles con la realidad. Irán en función del momento en que se lean.

p: Son las diez de la mañana.
q: El día es caluroso.
r: Edgar Allan Poe fue escritor.
s: Estamos en la Universidad de
Cuenca





- 1. Explique detalladamente por qué la proposición compuesta:
- "Si 14 = 18, entonces $94 \neq 94$ " es verdadera.

Puesto que se sabe que 14 no es igual a 18, es decir la primera proposición es falsa. Y que 94 si es igual a 94, otra proposición falsa, el resultado deberá ser verdadero.

- 2. Dadas las proposiciones: p: "Juego ajedrez", q: "Aprobé matemáticas" y r: "El Sol es una estrella". Exprese cada proposición compuesta en palabras:
- a) $\sim q \rightarrow (\sim r)$
- Si no aprobé matemáticas, entonces el Sol no es una estrella.
- b) r \rightarrow (p \land q)
- Si el Sol es una estrella, entonces juego ajedrez y aprobé matemáticas.
- c) ($\sim p \ v \sim r$) $\rightarrow q$
- Si no juego ajedrez o el Sol no es una estrella, entonces aprobé matemáticas.

Para la siguiente clase:

Leer el documento del siguiente enlace y presentar tres ideas fundamentales escritas.

Berríos, F. (2017). Tablas de Verdad. (2017). Universidad Tecnológica Metropolitana. Recuperado d https://logicautem.wordpress.com/2016/03/05/tablas-de-verdad/

VALORES DE VERDAD NEGACIÓN, CONDICIONAL Y BICONDICIONAL

Proposición:		Proposición:	
El gobierno no es democrático.		Los números naturales nos son enteros.	
	i		
	i		
	! 		
	¦		
	I		
Proposición:		Proposición:	
Si ordenas tu habitación irás a la fiesta.		Si cortas un árbol, morirán los animales.	
	; ;		
	i		
	i		
	i		
	! !		



VALORES DE VERDAD NEGACIÓN, CONDICIONAL Y BICONDICIONAL

Posibles soluciones

Proposición:

El gobierno no es democrático.

- No es cierto que el gobierno sea democrático
- Es falso que el gobierno sea democrático.
- No es verdad que el gobierno sea democrático
- El gobierno no es nada democrático.
- Es falso que el gobierno sea democrático.
- El gobierno es antidemocrático.

Proposición:

Los números naturales nos son enteros.



- No es cierto que los números naturales sean enteros.
- Es falso que los números naturales sean enteros.
- No es verdad que los números naturales sean números enteros.
- No es el caso de que los números naturales sean números enteros.

Proposición:

Si ordenas tu habitación irás a la fiesta.



- Si ordenas la habitación, irás a la fiesta.
- Irás a la fiesta si ordenas tu habitación.
- Que ordenes tu habitación implica que irás a la fiesta.
- Irása la fiesta a condición de que ordenes tu habitación.
- Irás a la fiesta siempre que ordenes tu habitación.
- Irás a la fiesta en caso de que ordenes tu habitación.
- Irás a la fiesta, supuesto que ordenes tu habitación.

Proposición:

 $\mathbf{p} \to \mathbf{q}$

Si cortas un árbol, morirán los animales.

- Si cortas un árbol, entonces morirán los animales.
- Que cortes un árbol trae consigo que mueran los animales.
- Morirán los animales, supuesto que cortas el árbol.
- Supuesto que cortas el árbol, morirán los animales.
- Morirán los animales siempre que cortes el árbol.
- Morirán los animales porque cortas el árbol.
- Que cortes el árbol implca que mueran los animales.

VALORES DE VERDAD NEGACIÓN, CONDICIONAL Y BICONDICIONAL

(a+b)3= (a-b)(a4+2ab)

Ejercicios:	Nombre: Fecha: Ejercicios con aplicación	$x+y-2<2$ $2+\sqrt{2x}$ $e=mc^{2}$ $\sum_{n=-m}^{\infty}x_{n}$ $E(\Delta)=E(\frac{np}{2x})$ $\sin^{2}x+\sin^{2}x\cos x=?$
1. Explique detalladamente	por qué la proposición compuesta:	
"Si 14 = 18, entonces 94 ≠ 94	4" es verdadera.	
Exprese cada proposición co	p: "Juego ajedrez", q: "Aprobé matemática ompuesta en palabras:	s" y r: "El Sol es una estrella".
$a) \sim q \rightarrow (\sim r)$		
b) $r \rightarrow (p \land q)$		
b) r → (p ∧ q)		
b) $r \rightarrow (p \land q)$ c) $(\sim p \lor \sim r) \rightarrow q$		





Negación, Condicional y Bicondicional

Nombre:	
Fecha:	

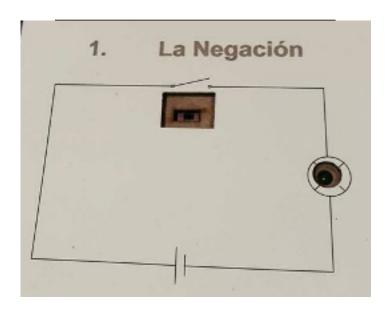
Objetivo: Determinar valores de verdad para la negación, condicional y bicondicional mediante tablas de verdad.

Materiales:

- Circuito
- Transformador
- Extensión

Procedimiento:

- 1. Utilice el circuito lógico, en las secciones 1, 4 y 5. Los circuitos simulan el resultado lógico de la negación, condicional y bicondicional.
- 2. Explore el circuito activando y desactivando los interruptores.
- 3. Ahora se trabajará con el circuito 1. En él cierre p. ¿Qué sucede con la lámpara?
- 4. Abra p , ¿Qué ocurre? ______



5. Ahora bien, para representar el interruptor abierto de usará F y cuando el interruptor permanezca cerrado se usará V. Además, cuando la lámpara esté encendida se simbolizará con V y si está apagada con F.





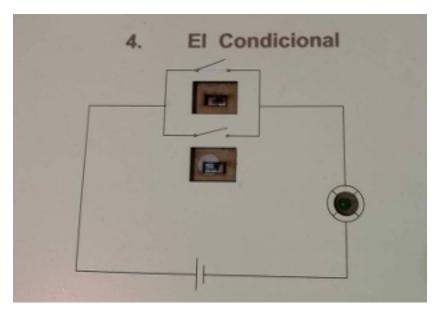
Negación, Condicional y Bicondicional

6. A partir de los datos anteriores, complete la siguiente tabla con las dos situaciones anteriores:

р	гр

7. Ahora se trabajará similarmente en el circuito 4. Cierre – p y q. ¿Qué sucede con la lámpara?
–––––––––––––––––––––––––––––––––––––
9. Abra q y cierre – p, ¿Qué sucede?
10. Mantenemos abierto − p y q, ¿qué ocurrió con la lámpara?

11. Ahora, para representar el interruptor abierto se usará F y cuando el interruptor permanezca cerrado se usará V. Es necesario recalcar que en el circuito usamos – **p "negación de p"**, por lo que este valor de verdad irá invertido. Es decir, si p está cerrado (v) se escribirá (F) . Cuando la lámpara esté encendida se simbolizará con V y si está apagada con F.





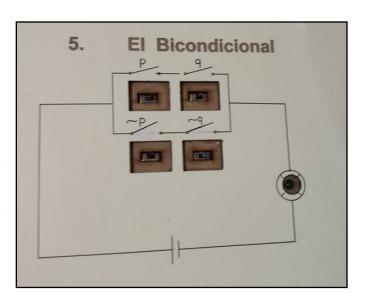
Negación, Condicional y Bicondicional

12. A partir de los datos anteriores, complete la siguiente tabla con las cuatro situaciones anteriores:

р	q	$\mathbf{p} \to \mathbf{q}$	гр	q	⊏pvq

13. En el circuito 5, se trabajará de manera similar. Cierre p y q. Se observa que en la parte inferior se
encuentra ~p y ~q, es decir, vamos a hacer lo contrario a la orden. Permanecerán abiertos ~p y~q. ¿Qué
sucede con la lámpara?
14. Ahora, p permanece cerrado y abrimos q. La negación de q estará cerrado. ¿La lámpara se mantiene encendida o se apaga?
15. Abra p y cierre q, haciendo lo contrario con las negaciones. ¿Qué sucede?
16. Al final abrimos los dos interruptores p y q, ¿qué ocurrió con la lámpara?

17. Ahora, para representar el interruptor abierto se usará F y cuando el interruptor permanezca cerrado se usará V. Es necesario recalcar que en el circuito usamos — p "negación de p", por lo que este valor de verdad irá invertido. Es decir, si p está cerrado (v) se escribirá (F). Cuando la lámpara esté encendida se simbolizará con V y si está apagada con F.







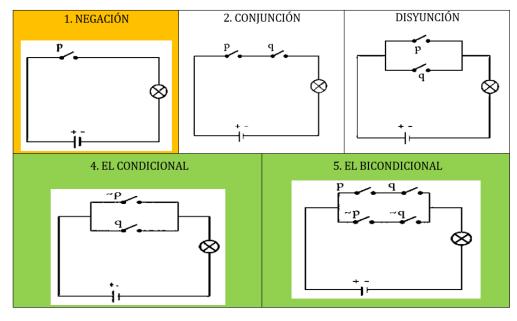
Negación, Condicional y Bicondicional

р	q	p→q	q→p	(b→d) v (d→b)	p↔q

Conclusiones:

1. En el circuito 4, ¿Qué sucede con los resultados de la lámpara?
2. En el circuito 5, ¿Qué sucede cuando q está cerrado?

CIRCUITOS LOGICOS



Clase N° 4

Clase invertida

TABLAS DE VERDAD

Objetivo: Determinar valores de verdad para la tablas de verdad con proposiciones compuestas.

Sesión 1. Duración 2 horas

Contenidos:

- Valores de verdad
- Tablas de verdad
- Prioridad de conectivos lógicos





Las tablas de verdad permiten la recuperación de datos que utilizan motores de búsqueda, tales como el Internet o el fichero de una biblioteca.



Planifiquemos la anticipación:

Actividad individual. Lectura de cómic

- 1. Solicitar a los estudiantes que lean el comic referente a la historia de las tablas de verdad:
- 2. Después se procederá a realizar las siguientes preguntas:
 - ¿ De qué otra forma podrían estar organizados los valores de verdad?
 - ¿ Es fácil determinar la respuesta en una tabla de verdad?
- El cómic se encuentra en la diapositiva de Power Point adjunto en el CD.

https://logicautem.wordpress.com/2016/03/05/tablas-de-verdad/

3. La tarea anterior de los estudiantes era leer y presentar tres ideas fundamentales del artículo Berríos, F. (2017). *Tablas de Verdad.* (2017). Universidad Tecnológica Metropolitana. Recuperado de:

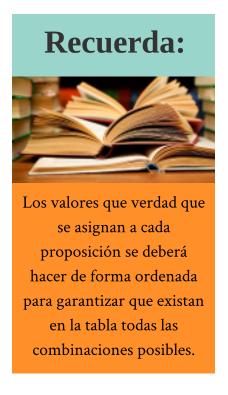


Planifiquemos la construcción:



Actividad individual. Mapa de ideas

2. A partir de las ideas que los estudiantes presentaron en clase y con ayuda de la teoría del texto, elaborar dos mapas de ideas, uno del procedimiento para resolver tablas de verdad y otro para la prioridad de los conectores lógicos.



PRIORIDAD DE LOS CONECTIVOS LÓGICOS

Para especificar el orden en el que se aplicaran los conectivos lógicos se usan paréntesis, sin embargo si estos no existen la prioridad viene dada por:

- Negación: tiene prioridad por sobre todos los operadores lógicos.
- La conjunción es más importante que la disyunción.

 Los condicionales y bicondicionales tienen la menor prioridad de los conectivos.

PASOS PARA RESOLVER TABLAS DE VERDAD

El número de filas viene dado por: 2ⁿ

n=número de proposiciones

Se debe listar todas las combinaciones para p y q. en caso de existir negativos, hacerlos en la columna correspondiente.

Resolver conjunciones, disyunciones, condicionales y bicondicionales, de acuerdo a las tablas de verdad antes mencionadas.

Construya una columna para la proposición final compuesta y use el signo correspondiente para encontrar el valor de verdad.

TABLAS DE VERDAD

Una tabla de verdad es un esquema que permite determinar si una proposición compuesta es verdadera, falsa o variada.

Para construir una tabla de verdad de una proposición compuesta, primero se traduce en lenguaje matemático las situaciones iniciales dadas. Después, se debe enunciar todas las posibles combinaciones de los valores de verdad para p, q, r, s o t. De ser necesario escriba los valores negativos de las proposiciones. Se agregarán las columnas necesarias dependiendo de cómo resolvemos el ejercicio. Al final, y dependiendo del orden de los operadores lógicos comparamos con los conectores anteriores (disyunción, conjunción, negación, condicional y bicondicional) y se halla el valor de verdad de la última columna.

Recordemos las primeras tablas de verdad que conocimos:

Negación	Conjunción			Disyunción					
	p	q	$p \wedge q$]	[p	q	$p \vee q$	
p ~p	v	v	V]		v	v	v	
V F	v	F	F]		v	F	V	
F V	F	v	F]		F	v	V	
F Y	F	F	F]		F	F	F	
Condicional				Bicondicional					
p q	$p \rightarrow q$		[p	q		$p \leftrightarrow q$	7	
v v	v			v	v	\top	v		
V F	F			V	F		F		
F V	V			F	V		F		
F F	v			F	F		v		

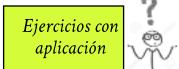
Analizar los siguientes ejemplos:

$$(r \land s) v \sim s$$

r	s	~ s	rΛs	(r ∧ s) v ~ s
V	V	F	V	V
V	F	V	F	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	V

 $[(p \wedge (\sim q)] \wedge q$

р	q	~ q	[(p \(\sigma \) q)]	[(p ^ (~ q)] ^ q
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F



Existen algunas aplicaciones a las tablas de verdad, y como ya se ha mencionado, la principal es determinar si las proposiciones compuestas son verdaderas o falsas. Existen problemas que se plantean y se puede traducir a lenguaje formal:

Un día mientras cuatro amigos jugaban póker, intentaban formar una escalera real y cada uno de ellos afirmó lo siguiente:

- Rodrigo dijo: "si no tengo una carta de corazones, entonces lloverá"
- Roberto dijo: "si no tengo una carta de corazones, entonces no lloverá"
- Santiago afirmó: "si tengo una carta de corazones, entonces no lloverá"

Todos tienen la misma posibilidad de tener las cartas para formal la escalera real y terminado el juego comienza a llover. El último amigo que los escuchaba, David dijo: "uno de ustedes ha hecho una afirmación falsa". ¿Quién de los tres amigos mintió?

Rodrigo

р	q	~p	∼p→q
٧	٧	F	v
V	F	F	V
F	٧	٧	V
F	F	٧	F

Roberto

р	q	~p	~q	~p→ ~q
٧	٧	F	F	V
٧	F	F	V	V
F	V	V	F	F
	E	V	V	V

Santiago

р	q	~q	p→ ~q
V	٧	F	F
V	F	٧/	V
V	Г	v	V
F	V	F	V

Como todos podían tener una carta de corazones (V), y lluvió (V). Se analizan las proposiciones y se determina que Santiago mintió, porque la respuesta de la tabla de verdad es Falsa.

Planifiquemos la consolidación:



Actividad grupal· Resolución de ejercicios

1. Solicitar a los estudiantes que resuelvan en grupo los siguientes ejercicios de tablas de verdad:

Resolver:

3.
$$(p \land q) \land [(p \rightarrow (\sim q)]$$

4.
$$(p v q) \rightarrow [p v (\sim p \wedge q)]$$

Soluciones:

p	q	r	~ p	q v (~ p)	p ^ [q v (~ p)]	{p ∧ [q v (~ p)] }v r
V	V	V	F	V	v	V
V	v	F	F	v	v	V
V	F	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	v	v	F	V
F	V	F	v	V	F	F
F	F	V	v	V	F	V
F	F	F	V	V	F	F

p	q	~ p	q v (~ p)	p ^ [q v (~ p)]	~ q	p A (~ q)	{p ^ [q v (~ p)] } v [p ^ (~ q)]
v	v	F	v	V	F	F	v
v	F	F	F	F	v	v	v
F	v	V	v	F	F	F	F
F	F	V	v	F	v	F	F

3. $(p \land q) \land [(p \rightarrow (\sim q)]$

p	q	р∧ q	~ q	p → (~ q)	$(p \land q) \land [(p \rightarrow (\sim q)]$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	F	F	V	F
F	F	F	v	v	F

4. $(p v q) \rightarrow [p v (\sim p \land q)]$

p	q	p v q	~ p	~ p ^ q	p v (~ p A q)]	$(p \ v \ q) \rightarrow [p \ v \ (\sim p \ \land q)]$
V	V	V	F	F	v	V
V	F	V	F	F	v	V
F	V	V	V	V	v	V
F	F	F	v	F	F	V

Desafío: En un barrio, un miembro de una pandilla acaba de asaltar una tienda.

Entonces el jefe decide hablar con los muchachos.

Pedro dijo: "Fue Ramiro o Sebastián"

Ramiro dijo: "Ni Ulises ni yo lo hicimos"

Sebastián expresó: "Ustedes dos están mintiendo"

Tito expresó: "No, uno de ellos está mintiendo; el otro está diciendo la verdad"

Ulises dijo: "No, Tito, eso no es cierto"

Ahora bien, el jefe sabía que tres de los asaltantes siempre decían la verdad, pero que dos siempre mentían. ¿Puede descubrir el jefe quién realizó el asalto a la tienda?

Traduzca las proposiciones a la forma simbólica y resuelva las tablas de verdad para hallar la solución. Utilice la aplicación: Calculadora Logical FREE

Problema recuperado de Simth, K. (1991). Intoducción a la Lógica. México: Iberoamericana

Solución:

Se debe expresar los enuncados de forma simbólica, para lo cual se utilizará proposiciones:

Sean: p: Pedro lo hizo

r: Ramiro lo hizo

s: Sebastián lo hizo

t: Tito lo hizo

u: Ulises lo hizo

Ahora vamos a traducir las expresiones:

Pedro dijo: r v s

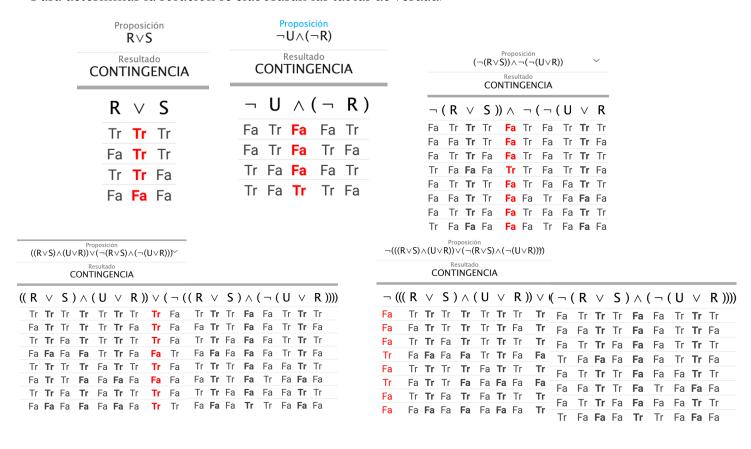
Ramiro dijo: ~u Λ (~r)

Sebastián expresó: $[\sim(r \ v \ s)] \Lambda \sim [\sim(u \ v \ r)]$

Tito expresó: $[(r \vee s) \wedge (u \vee r)] \vee \{ \sim (r \vee s) \wedge [\sim (u \vee r)] \}$

Ulises dijo: $\sim ([(r \vee s) \wedge (u \vee r)] \vee \{\sim (r \vee s) \wedge [\sim (u \vee r)]\})$

Para determinar la solución se elaborarán las tablas de verdad:



Ejercicios con

aplicación

Se analizan todas las proposiciones suponiendo que p es verdadera, luego que r,s,t y u. Sólo en un caso se presentan tres que dicen la verdad y dos que mienten. Así que **Sebastián** realizó el asalto a la tienda.

Para la siguiente clase:

Revisar el nombre que reciben las repuestas de los ejercicios 2, 3 y 4.

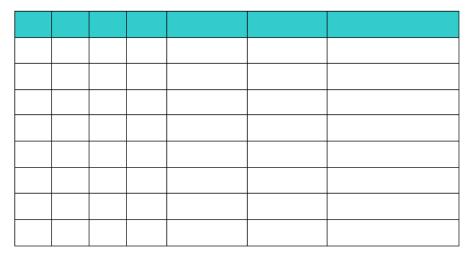
Consultar el artículo: goo.gl/RL4zSh Pág. 7



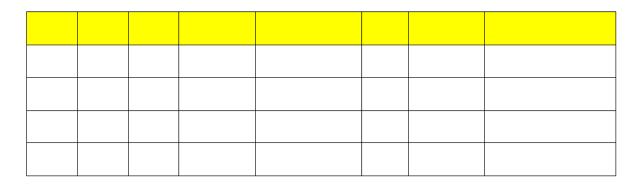
TABLAS DE VERDAD

Nombre: ______
Fecha: ______

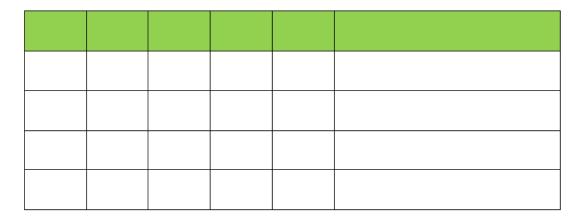
Resolver: las siguientes tablas de verdad:



2. {p
$$\boldsymbol{\Lambda}$$
 [q v (~ p)] } v [p $\boldsymbol{\Lambda}$ (~ q)]



3.
$$(p \land q) \land [(p \rightarrow (\sim q)]$$





4. $(p v q) \rightarrow [p v (\sim p \land q)]$

Desafío: En un barrio, un miembro de una pandilla acaba de asaltar una tienda.

Entonces el jefe decide hablar con los muchachos.

Pedro dijo: "Fue Ramiro o Sebastián"

Ramiro dijo: "Ni Ulises ni yo lo hicimos"

Sebastián expresó: "Ustedes dos están mintiendo"

Tito expresó: "No, uno de ellos está mintiendo; el otro está diciendo la verdad"

Ulises dijo: "No, Tito, eso no es cierto"

Ahora bien, el jefe sabía que tres de los asaltantes siempre decían la verdad, pero que dos siempre

mentían. ¿Puede descubrir el jefe quién realizó el asalto a la tienda?

Traduzca las proposiciones a la forma simbólica y resuelva las tablas de verdad para hallar la solución. Utilice la aplicación: Calculadora Logical FREE

Problema recuperado de Simth, K. (1991). Intoducción a la Lógica. México: Iberoamericana

Escriba las conclusiones:	
El asaltante fue:	

Clase N° 5

Clase invertida

TAUTOLOGÍA, CONTRADICCIÓN Y CONTINGENCIA

Objetivo: Definir y reconocer tautologías, contradicciones y contingencias como resultado de las tablas de verdad.

Sesión 1. Duración 2 horas



- Valor de verdad
- Tautología y contradicción
- Contingencia
- Falacias lógicas





Cuando se quiere combatir una falacia, como las presentadas en estas imágenes, debe reconstruirlo y exponer las contradicciones que existen.



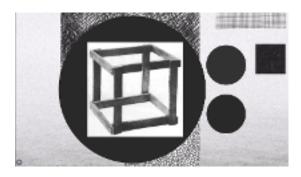
Planifiquemos la anticipación:



Actividad individual Análisis de imágenes

- 1. Los estudiantes como tarea anterior debían revisar el nombre que reciben las repuestas de los ejercicios
- 2, 3 y 4. Consultando el artículo: goo.gl/RL4zSh Pág. 7
 - Si en el ejercicio 2, los resultados eran VVFF.
 - ¿Qué nombre recibe este resultado? Contingencia
 - Si todos los valores de verdad de una tabla corresponden a Verdadero, ¿Qué nombre tiene este resultado? *Tautología*
 - ¿Y si los valores son falsos? Contradicción

2. Observar el siguiente documento de Prezi. En él están incluidas imágenes que corresponden a falacias . Para cada imagen el estudiante deberá indicar una contradicción por la que no es real la imagen. https://prezi.com/view/yueLHKu13zlhg2KCE9QV/







Planifiquemos la construcción:

Actividad individual. Elaboración de diagrama

1. Con ayuda del docente, el estudiante elaborará un diagrama con los conceptos de tautología, contradicción y contingencia.

Tautología

Se llama tautología a a las proposiciones compuestas que son verdaderas para cualquier asisgnación de verdad de sus proposiciones atómicas.

Contradicción

Una proposición compuesta es una contradicción si es falsa para cualquiera de sus cnunciados.

Contingencia

Si las proposiciones compuestas no brindan resultados de tautologías o contradicciones, se la denomina contingencia. Para determinar si es una tautología, contradicción y contingencia se debe construir la tabla de verdad y se comprueba en la última columna de la tabla.

TAUTOLOGÍA, CONTRADICCIÓN Y CONTINGENCIA

En el contexto de la lógica proposicional, existen estructuras básicas que se llaman proposiciones atómicas. Sin embargo, el interés de la lógica no es verificar si una proposición simple es o no verdad. El objetivo que la lógica proposicional persigue es determinar si el conjunto de las proposiciones es verdadero o no.

Cuando una proposición compuesta es verdadera sin importar la combinación de sus valores de verdad , se denomina **tautología** .

p	Γр	р∨гр
V	F	V
F	V	V

Respecto a las tablas de verdad, existen varias proposiciones compuestas que tienen como resultado tautologías: Ejemplo: "p o no p"

Tautología

Una **contradicción** existen cuando una proposición compuesta es falsa, sin importar el valor de las proposiciones que la componen. Ejemplos de contradicciones son las siguientes:

- El pastel es dulce, no es dulce.
- El hielo calienta.
- El número -3 es imaginario y es real.
- 1,3838 es números natural y racional.



Si una proposición no es ni verdadera ni falsa independientemente de los valores de verdad de las proposiciones simples que la componen, esta se denomina **contingencia.**

Recuerda:



Una tautología siempre es verdadera, entonces la negación de una tautología siempre va a ser falsa.

De igual forma con la contradicción, como siempre es falsa; la negación de una contradicción en una tautología.

Una fórmula es contingente si al menos uno de sus casos posibles resulta verdadero y falso por lo menos en otro. Es importante mencionar que cuando la respuesta es una contingencia, no basta con el análisis de la tabla de verdad, se debe examinar las proposiciones atómicas y el mundo empírico para demostrar la falsedad.

Planifiquemos la consolidación:



Actividad individual Ejercicios de relación

Relaciona cada una de las siguientes tautologías con el argumento que le corresponde.

Tautologías

b)
$$p \land q \rightarrow p$$

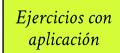
c) p
$$\Lambda$$
 q \rightarrow q

d)
$$p \rightarrow (p V q)$$

e)
$$q \rightarrow (p \ V \ q)$$

f)
$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$$





Argumentos

- \mathbf{c} $\mathbf{x} < 3 \ \mathbf{y} \ \mathbf{x} < -1 \ \mathbf{\dot{\cdot}} \ \mathbf{x} < -1$
- $\underline{\mathbf{e}}$ n es divisible por 3 $\cdot \cdot$ n es divisible por 2 o n es divisible por 3
- $\underline{\mathbf{f}}$ Si x 3 = y 3, entonces x = y \therefore Si x 6= y, entonces x 3
- ____ Ricardo aprobó Matemáticas y Química ∴ Ricardo aprobó Química
- **a** $x > 1 \text{ o } x \le 1$
- **f** Si n es divisible por 5, entonces –n es divisible por 5 : : Si –n no es divisible por 5, entonces n no es divisible por 5
- **d** x > 1 : x > 1 o x < -1

Evaluación:

1. Comprobar por tablas de verdad si la siguiente es o no tautológica: (p \rightarrow q \land \neg q) \rightarrow \neg p

р	q	¬P	¬q	p → q	p → q ∧ ¬q	$(p \rightarrow q \land \neg q) \rightarrow \neg p$
V	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V

Es tautológica, ya que resulta V en todas las interpretaciones.

2. Determinar si la siguiente tabla es una tautología, una contradicción o contingencia: p v (p \rightarrow q \wedge r)

р	q	R	q∧r	p→q∧r	p ∨ (p → q ∧ r)
V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V

3. Comprobar por tablas de verdad si la siguiente es o no tautológica: $(p \rightarrow \neg q) v (q \rightarrow \neg r)$

р	q	r	¬q	¬r	p → ¬q	q → ¬r	$(p \rightarrow \neg q) \lor (q \rightarrow \neg r)$
V	V	V	F	F	F	F	F
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	٧	F	F	V	V	F
F	V	F	F	V	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

No es tautológica, ya que resulta F en dos interpretaciones.

Desafío:

4. Comprobar por tablas de verdad las siguientes afirmaciones:

15 es un número compuesto o es martes, y si no es martes entonces 15 es un número compuesto.

Formalizando la proposición compuesta tendríamos: $(p \ v \ q) \land (\neg q \rightarrow p)$.

Asumiendo que p: 15 es un número compuesto q: Hoy es martes,

Al resolver la tabla de verdad se obtiene:

р	q	¬q	p∨q	-q → p	(p∨q)∧(¬q → p)
٧	V	F	v	٧	v
ν	F	v	v	V	v
F	v	F	v	V	v
F	F	v	F	F	F

(p V q) \land ($\neg q \rightarrow p$) Es una proposición compuesta con valor de verdad contingente, pues tiene valores de V y F. Para afirmar el valor de verdad se debe determinar si en verdad el día de hoy es



Para la siguiente clase:

Del siguiente texto leer las páginas 12 y 13, y realizar un organizador gráfico que resuma el concepto de proposiciones quivalentes, y cómo estás se relacionan con las tautologías.

Zill, D.G.; Dewar, J.M. (2012). Algebra, trigonometria y geometria analitica.3. ed. Mexico: McGraw Hill.

Podrá encontrar el texto en el siguiente enlace: goo.gl/VbyyzR



TAUTOLOGÍA, CONTRADICCIÓN Y CONTINGENCIA

Argumentos
n es divisible por 3 ∴ n es divisible por 2 o n es divisible por 3
Si x 3 = y 3, entonces x = y \therefore Si x 6= y, entonces x 3
6= y 3
Ricardo aprobó Matemáticas y Química ∴ Ricardo aprobó Química
x > 1 o x ≤ 1
Si n es divisible por 5, entonces –n es divisible por 5 \therefore Si –n no es divisible por 5, entonces n no es divisible por 5 $x>1$ \therefore $x>1$ o $x<-1$
iguiente es o no tautológica: (p → q ∧ ¬q) → ¬p
i .



D	esafío:	
5. Cc	mprobar por tablas de verdad las siguientes afirmaciones:	
15 es	un número compuesto o es martes, y si no es martes entonces 15 es un número	compuesto.
		1

Clase N° 6

Clase invertida

ÁLGEBRA DE PROPOSICIONES

Objetivo: Reducir y reconocer equivalencias e implicaciones lógicas.

Sesión 1. Duración 2 horas

Contenidos:

- Equivalencia
- Implicaciones lógicas
- Propiosiciones equivalentes







En base a razonamientos inductivos (de lo particular a lo general), podemos plantear hipótesis o predicciones científicas; sin experimentación.



Planifiquemos la anticipación:



Actividad individual Exposición de mapas mentales

- 1. Mediante sorteo solicitar que dos estudiantes expongan los mapas mentales realizados en casa.
- 2. Pedir que los estudiantes que respondan las siguientes preguntas y argumenten sus respuestas:
 - ¿Qué puedo concluir si dos tablas de verdad tienen las mismas respuestas?
 - ¿Existen proposiciones que siendo diferentes me den como respuesta los mismos valores de verdad?
 - ¿ Qué son las proposiciones equivalentes?

Planifiquemos la construcción:



Actividad grupal· Tarjetas lógicas

- 1. Con los estudiantes forme cinco grupos.
- 2. Reparta las tarjetas lógicas, y mediante un diálogo verifique que los estudiantes conozcan la clasificación de los números: naturales, enteros, racionales. irracionales, reales y complejos.
- 3. Mencione con los estudiantes tres características que poseen las tarjetas, estas serán: color, tamaño y el número que contienen.
- 4. A cada grupo entregue una implicación o equivalencia lógica.
- 5. Solicite que se demuestren estas equivalencias con el uso de las tarjetas. El objetivo es formar dos conjuntos, el primero con la primera parte de la proposición y el segundo con la parte restante. Una vez realizado esto, se verificará que los dos conjuntos contienen los mismos elementos, por lo que terminan siendo equivalentes.

A continuación se demostrará la Ley de Morgan.

$$\sim (p \land q) \equiv \sim p \lor \sim q$$

Una vez revisadas las fichas, se inicia identificando las proposiciones p y q. En este caso:

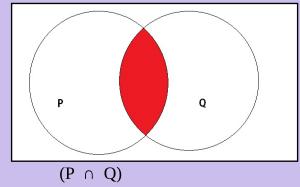
p: Números positivos

q: Tarjetas amarillos

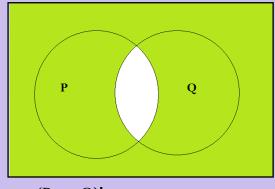
Ahora, se formará el primer conjunto de números: \sim (p \land q), es decir: se escogen todos los números enteros y los números amarillos. Nótese que se deben cumplir las dos condiciones. Pero como a este conjunto hay que negarlo, se tomará en cuenta todos los que no cumplan esta condición.

Dentro de la Teoría de Conjuntos tenemos identidades que tienen una marcada similitud con las equivalencias lógicas aquí mencionadas. Vamos a comparar los conjuntos con Diagramas de Venn.







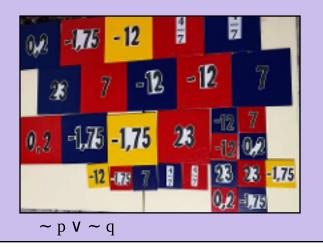


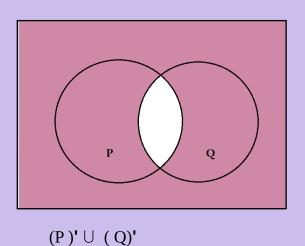
~(p ∧ q)

 $(P \cap Q)'$

A continuación queda demostrar la segunda parte: \sim p $V \sim$ q. Entonces los estudiantes deberán formar un conjunto tal que no estén números enteros o no estén tarjetas amarillas. Nótese que una de las dos condiciones son suficientes.

Los conjuntos resultantes son los mismos, por lo que la equivalencia se cumple.





Álgebra Proposicional

El álgebra de proposiciones es un conjunto de operaciones realizadas mediante la combinación de proposiciones y operadores del algebra de Boole.

El álgebra de Boole es un sistema de elementos, formado por: $B=\{0,1\}$

Las implicaciones y la equivalencia lógica surgen de las tablas de verdad con respuestas tautológicas. Mientras que el condicional y bicondicional se usan como conectivos lógicos y sus valores pueden ser verdaderos o falsos, las tablas de verdad con valores solamente verdaderos se conocen como implicación (\Rightarrow) y equivalencia (\Leftrightarrow) . Al ser imposible que tengan otros valores de verdad, son lógicamente equivalentes y tienen el mismo significado.

Observe que el bicondicional $A \leftrightarrow B$ es una tautología si y sólo si A tiene los mismos valores lógicos que B.

Son varias las equivalencias lógicas que pueden deducirse a partir de las leyes del álgebra de proposiciones. Toda tautología es una ley lógica.

A continuación se presentan algunas leyes del álgebra de proposiciones con su respectivo nombre:

Equivalencia Lógica

Se dice que dos proposiciones son logicamente equivalentes. Si coinciden sus resultados para los mismos valores de verdad. Se indican como $p \Leftrightarrow q$.

Si José está en Francia entonces él está en Europa (en símbolos $F \Leftrightarrow E$). Si José no está en Europa, entonces él no está en Francia (en símbolos, $\neg E \Leftrightarrow \neg F$).



EQUIVALENCIA	NOMBRE
P v F↔ P P ^ T ↔P	Leyes de la Identidad
P v T ↔ T P ^ F ↔ F	Leyes de Dominación
P v P ↔ P P ^ P ↔ P	Leyes de la Idempotencia
~(~P) ↔ P	Ley de la Doble Negación
PvQ ↔QvP;P^Q´↔Q^P	Leyes Conmutativas
$(P \lor Q) \lor R \leftrightarrow P \lor (Q \lor R)$ $(P \land Q) \land R \leftrightarrow P \land (Q \land R)$	Leyes Asociativas
$(P \lor Q) \land (P \lor R) \leftrightarrow P \lor (Q \land R)$ $(P \land Q) \lor (P \land R) \leftrightarrow P \land (Q \lor R)$	Leyes Distributivas
~(P^Q) ↔~Pv~Q ~(PvQ) ↔~P^~Q	Leyes de de Morgan

La diferencia entre la **equivalencia** y la **implicación lógica,** es que si *p* es falsa entonces la implicación no dice nada acerca de *q*, mientras que la equivalencia dice que tienen el mismo valor de verdad.



Implicación Lógica

Se dice que la proposición p implica lógicamente la proposición q, y se escribe $p \Rightarrow q$, si q es verdad cuando p es verdad.

Obsérvese que esto es equivalente a decir que $p \Rightarrow q$ es falso si p es falso cuando q es falso, ya que si p es verdad siendo q falso, no se cumpliría la definición anterior.

Cabe mencionar que en el condicional tiene un valor Verdadero aunque el antecedente y el consecuente no tengan relación. Por ejemplo, el condicional "Si García Lorca fue un poeta, entonces Gauss fue un matemático", ha de evaluarse como verdadero y no existe relación causal entre el antecedente y el consecuente.

Es por esta razón que no hay que confundir el condicional con la implicación lógica.

"García Lorca fue un poeta implica que Gauss fue un matemático"

Es una implicación falsa desde el punto de vista lógico.



Para la siguiente clase:

A partir del siguiente artículo elabore un resumen con la idea fundamental de las compuertas lógicas y una tabla que contenga: el nombre de la compuerta, el símbolo gráfico, la función algebraica y la tabla de verdad.

uControl.Compuertas lógicas. Recuperado de: goo.gl/5LrYHj

Planifiquemos la consolidación:



Actividad grupal· Realizar demostraciones

1. Demostrar que $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

$$(p\rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$

 $\sim (\sim q) \ v \sim p$
 $q \ v \sim p$
 $\sim p \ v \ q$
 $p \rightarrow q$

Ley del Condicional Ley de la Doble Negación Ley Conmutativa Por definición

2. Simplificar la expresión.

Ley de Morgan
Distributiva
Complemento
Forma normal
Condicional
Doble negación
Distributiva
Complemento
Forma normal

Material didáctico:





Se puede hacer estas demostraciones ulizando la parte de atrás de las tarjetas que contiene condiciones para ciertos animales: domésticos, salvajes, herbívoros, vida terrestre o marítima, etc.

En su defecto, se puede utilizar los bloque lógicos que se encuentran en el set, estos se diferencian por su color, tamaño y forma.

ÁLGEBRA DE PROPOSICIONES

Nombre:	
Fecha:	

1. Demostrar que $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

Proposiciones	Propiedad		

2. Simplificar la expresión.

$$[\sim\!(p\vee q)\vee(\sim\!p\wedge q)]\to(\sim\!p\wedge q$$

Proposiciones	Propiedad usada





Clase N° 7

Clase invertida

CIRCUITOS LÓGICOS

Objetivo: Reconocer compuertas lógicas y reducir los circuitos.

Sesión 1. Duración 2 horas

Contenidos:

- Circuitos lógicos
- Simplificación de circuitos



En un circuito lógico digital se transmite información binaria (ceros y unos), son usados para simplificar circuitos diseñados para computadoras. Fueron planteados por Claude Shannon en 1937.



Planifiquemos la anticipación:



Actividad individual. Imágenes con compuestas lógicas

Compuertas lógicas

Nombre	Símbolo Grafico	Función Algebraica	Tabla de Verdad
Y (AND)	∷ D	$F = A \cdot B$	A B A B 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 1
O (OR)	:	F = A + B	A B A+B 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1
Inversee (NOT)	x>-r	$F = \overline{A}$	A F 0 1 1 0
Separador (Buffer)	x—	F = A	A F 0 0 1 1
NO-Y (NAND)	; <u></u> □ → ,	$F = \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	A B A·B 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0

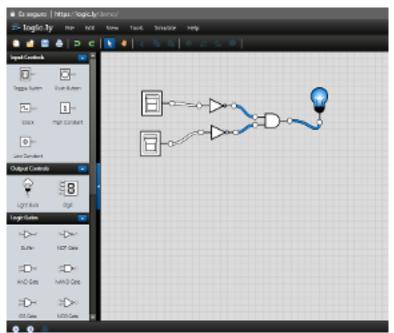
- 1. Se solicitará a los estudiantes que presenten las tablas que realizaron previamente.
- 2. Organice para que quede clara la relación y la semejanza entre las compuertas y los conectivos.

Planifiquemos la construcción:



Actividad individual. Uso de Software

1. Una vez que los estudiantes ya se familiarizaron con las compuerta lógicas, se les dará a conocer un simulador de circuitos lógicos. **Logic.ly** es un simulador online gratuito y de muy fácil uso. http://logic.ly/demo/



2. Se les explicará la relación existente entre los conectores lógicos y las compuertas lógicas,. La imagen representa el circuito lógico de:

$$\neg p \land \neg r$$

3. Solicitar que se elabore el diseño de una proposición compuesta y que se envíe la imagen al correo electronico del docente.

¿Qué es un circuito lógico?

Una función lógica es una variable binaria que depende de otras variables binarias relacionadas entre sí por las operaciones lógicas.

Un Circuito Lógico es el que maneja dos tipos de respuesta: "1" y "0" y se responde reglas lógicas.

Los circuitos están formados por interruptores que pueden estar cerrados o abiertos, estos conmutadores encienden o apagan una lámpara. Cuando el circuito se cierra la lámpara se enciende, y cuando está abierto se apaga. Para que los ciircuitos funcionen se requiere una batería.

Los circuitos lógicos, forman la base de cualquier dispositivo en el que se tengan que seleccionar o combinar señales de manera controlada. Entre los campos de aplicación de estos tipos de circuitos pueden mencionarse la conmutación telefónica, las transmisiones por satélite y el funcionamiento de las computadoras digitales. Las puertas lógicas son circuitos electrónicos capaces de realizar operaciones lógicas básicas.

¿Para qué sirven los circuitos lógicos?

Los circuitos lógicos permiten realizar muchas funciones diferentes; por ello han encontrado aplicación en la automatización de tareas: Equipos tales como: semáforos, alarmas, interruptores automáticos, etc. funcionan gracias a circuitos que contienen puertas lógicas. En el ámbito de la informática estos circuitos son la base para memorias, unidades de cálculo, etc.

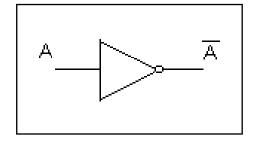
Recuperado de: http://www.esi2.us.es/~jaar/Datos/FIA/T3.pdf

Compuertas lógicas

Para representar proposiciones complejas suelen usarse símbolos con gráfico y significado propio.

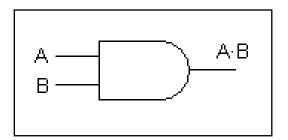
Negación - NOT

Compuerta de una entrada que niega la proposición entrante.



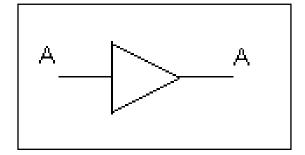
Y - AND

Indica producto lógico, con dos conmutadores la compuerta AND se representa:



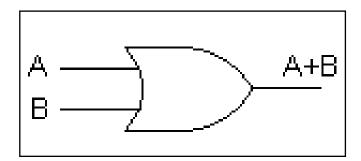
SI - IF

Realiza la función lógica de igualdad, su salida es igual que la entrada. Suele utilizarse generalmente como amplificador de corriente.



0 - OR

Compuerta comunmente con dos entradas que indica una suma lógica:

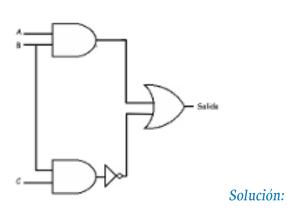


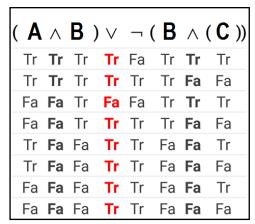


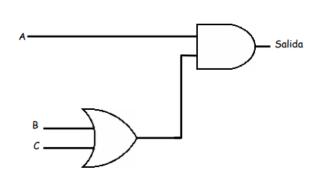


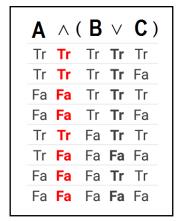
Actividad individual· Simplificación de circuitos

- 1. Entregar la hoja de trabajo para Circuitos Lógicos.
- 1. Escribir la tabla de verdad del siguiente circuito compuesto por las siguientes puertas lógicas y su ecuación lógica:

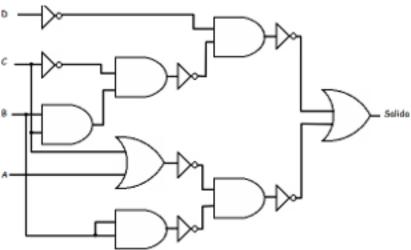








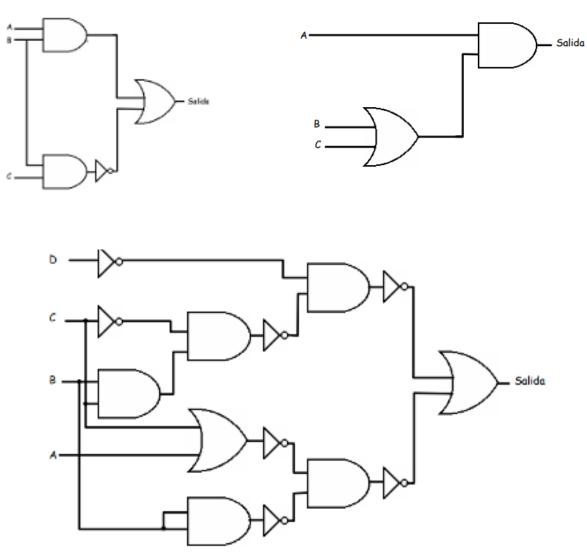




CIRCUITOS LÓGICOS

Nomb:	re:	•••••	•••••	•••••		•••••
Fecha:				•••••	••••	

1. Escribir la tabla de verdad del siguiente circuito compuesto por las siguientes puertas lógicas y su ecuación lógica:





Índice de imágenes

CARÁTULA

Profesor enseñando. Recuperado de: http://www.serperuano.com/2015/06/beneficios-que-tendra-el-profesor-que-apruebe-concurso-de-nombramiento/

Cienca y matemáticas. Recuperado de:

http://noticias.universia.es/ciencia-tecnologia/noticia/2017/02/23/1149389/somos-malos-matematicas.html

CLASE 1

Sabías que. Recuperado de: http://tultitlan.tv/sabias-que-3/

Gottfried Leibniz. Recuperado de: https://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/leibniz.htm

George Boole. Recuperado de: http://www.actiweb.es/riyuki/servicios.html

Trabajo en pareja. Recuperado de: https://es.123rf.com/photo_11222457_pareja

-trabajando-juntos-en-el-trabajo-escolar-en-el-aula.html

Recuerda (imágenes de libros). Recuperado de:

http://limite.bluefm.com.ar/2014/11/19/libros-empezando-a-pensar-filosoficamente/

Signo de admiración. Recuperado de:

https://mx.depositphotos.com/24233089/stock-photo-exclamation-sign-red-circle-web.html

Hombre Escribiendo. Recuperado de: http://www.imprimirmilibro.es/blog/la-estructura-del-ensayo/

Cubo Rubik. Recuperado de: http://www.fotolog.com/clube17/67011087/

Tijera. Recuperado de: http://www.freepik.es/iconos-gratis/vista-tijera-invertida_745343.htm

CLASE 2

Sabías que. Recuperado de: http://tultitlan.tv/sabias-que-3/

Computadora. Recuperado de:

http://gadgets.ndtv.com/laptops/news/acer-unveils-windows-10-based-chromebook-rivals

-with-cloudbook-lineup-723730

Tarjeta madre. Recuperado de:

http://viterbivoices.usc.edu/rob/my-major-computer-engineeringcomputer-science/ Recuerda (imágenes de libros). Recuperado de: http://limite.bluefm.com.ar/2014/11/19/libros-empezando-a-pensar-filosoficamente/

Cubo Rubik. Recuperado de: http://www.fotolog.com/clube17/67011087/

CLASE 3

Sabías que. Recuperado de: http://tultitlan.tv/sabias-que-3/

Rostro. Recuperado de: https://i1.wp.com/blog.firstreference.com/wp-content/uploads/2013/02/religion-workplace-safety.jpg

Trabajo grupal. Recuperado de: http://www.cem.itesm.mx/cms/dircom/publicaciones/agendas

/index.php?option=com_k2&view=item&id=611%3Aespacios-de-trabajo-grupal&Itemid=573

Recuerda (imágenes de libros). Recuperado de:

Fiesta. Recuperado de: https://www.euroresidentes.com/suenos/diccionario_significado_de/f/sonar-con-fiesta.htm Cubo Rubik. Recuperado de: http://www.fotolog.com/clube17/67011087/

Hombre leyendo. Recuperado de:

https://es.123rf.com/photo_35585516_dibujado-a-mano-ilustraci-n-vectorial-o-el-dibujo-de-un-hombre-leyendo-un-libro.html

Escribiendo formulas. Recuperado de: http://www.1001consejos.com/wp-content/uploads/2012/07/ho mbre-joven-escribiendo-formulas-en-una-pantalla-transparente.jpg i

CLASE 4

Sabías que. Recuperado de: http://tultitlan.tv/sabias-que-3/

Estadística. Recuerado de:

https://es.dreamstime.com/stock-de-ilustraci%C3%B3n-manos-con-la-hoja-del-papel

-del-an%C3%A1lisis-de-la-lupa-image70502140

Cerebro información. Recuperado de:

https://techcrunch.com/2015/11/28/how-education-will-be-smarter-less-intrusive-and

-able-to-respond-to-how-you-feel/

Recuerda (imágenes de libros). Recuperado de:

http://limite.bluefm.com.ar/2014/11/19/libros-empezando-a-pensar-filosoficamente/

Cubo Rubik. Recuperado de: http://www.fotolog.com/clube17/67011087/

Hombre levendo. Recuperado de:

https://es.123rf.com/photo_35585516_dibujado-a-mano-ilustraci-n-vectorial-o-el-

dibujo-de-un-hombre-levendo-un-libro.html

Dibujo de ladrón. Recuperado de: https://www.fotosearch.es/IMZ004/pgi0446/

CLASE 5

Sabías que. Recuperado de: http://tultitlan.tv/sabias-que-3/

Objetos imposibles. Recuperado de: http://brainden.com/best-illusions.htm#prettyPhoto[pp_gal]/8/

Cubo imposible. Recuperado de: http://www.educacionplastica.net/gallery/imposibles/imposible3

Cubo imposible Escher. Recuperado de:

https://www.taringa.net/posts/arte/6680221/Escher-un-genio-del-arte-abstracto.html

Imágenes imposibles. Recuperado de:

http://www.xn--quieromasdiseo-2nb.com/2012/03/figuras-imposibles-y-reticula.html

Signo de admiración. Recuperado de:

https://mx.depositphotos.com/24233089/stock-photo-exclamation-sign-red-circle-web.html

Recuerda (imágenes de libros). Recuperado de:

http://limite.bluefm.com.ar/2014/11/19/libros-empezando-a-pensar-filosoficamente/

Texto de algebra. Recuperado de: http://www.identi.li/index.php?topic=397152

CLASE 6

Sabías que. Recuperado de: http://tultitlan.tv/sabias-que-3/

Pizarrón con números. Recuperado de: https://www.sutori.com/item/untitled-a1c5-749f

Profesor. Recuperado de: https://blog.ted.com/8-math-talks-to-blow-your-mind/

Recuerda (imágenes de libros). Recuperado de:

http://limite.bluefm.com.ar/2014/11/19/libros-empezando-a-pensar-filosoficamente/

Lupa. Recuperado de: http://losporquesdelanaturaleza.com/sabias-que-la-lupa-fue-inventada-por-un-fraile/

Recuadro para la siguiente clase. Recuperado de:

http://bigpictures.club/resize.php?img=http://previews.123rf.com/images/emperio/

emperio1108/emperio110800062/10346975-Young-woman-looking-down-at-sign--

Stock-Photo-logo-company.jpg

CLASE 7

Sabías que. Recuperado de: http://tultitlan.tv/sabias-que-3/

Sistema binario. Recuperado de:

http://rea.ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/ODEA/HTML/091111_binario.elp/ceros_y_unos.html.

Claude Shannon. Recuperado de:

https://spectrum.ieee.org/tech-talk/telecom/internet/bell-labs-looks-at-claude-shannon

-legacy-future-of-information-age

Compuertas lógicas Negación. Recuperado de:

https://sistemasumma.files.wordpress.com/2012/09/compuerta-not.png

Compuertas lógicas Y. Recuperado de:

https://sistemasumma.files.wordpress.com/2012/09/compuerta-and.png

Compuertas lógicas SI. Recuperado de:

https://es.wikipedia.org/wiki/Puerta_1%C3%B3gica#/media/File:Funcion_logica_SI.PNG

Compuertas lógicas O. Recuperado de:

https://sistemasumma.files.wordpress.com/2012/09/compuerta-or.png

Circuitos lógicos. Recuperado de: http://electronicadigitaluni.blogspot.com/

Textos de consulta

Agostini, F. (1982). Juegos de lógica y matemáticas. Madrid: Ediciones Pirámide.

Bustamante, A. (2009). Logica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole. Bogotá: Pearson.

Ferrater, M., JoséLeblanc, H. (1995). Lógica matemática. México: Fondo de Cultura Económica.

Lipschutz, S. (1991). Teoría y problemas de teoría de conjuntos y temas a fines. México: McGraw -Hill

Miller, C. D. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. -12ª ed. México: Pearson.

Robledo, J. (2014). Matemática fundamental para matemáticos. Cali: Universidad del Valle

Veerarajan, T. (2008). Matemáticas discretas: con teoría de gráficas y combinatoria. México: MacGraw-Hill.

Zaldívar, F. (2005). Fundamentos de álgebra. México: Fondo ce Cultura Económica

Lógica Matemática: Guía para el docente

Ritha María Cedeño Marín Erika Elena Uzhca Galarza

En este documento se abarcan temas básicos de lógica matemática, enfatizando en la lógica proposicional. La guía se divide en siete clases. Cada una de ellas se estructura mediante anticipación, construcción del conocimiento y consolidación. Las actividades que se proponen pretenden ser de carácter constructivista, los ejemplos y ejercicios propuestos son en su mayoría contextualizados. Además se plantea el uso de material didáctico para conectivos lógicos y para álgebra de proposiciones. Cada clase viene acompañada de hojas de trabajo para el estudiante o las respectivas prácticas de laboratorio.

El presente constituye un apoyo para el docente que enseñará dichos temas.

Universidad de Cuenca Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación Carrera de Matemáticas y Física

