

Avances en el proyecto “Determinación de la forma exacta de la tierra a través de MEMS en un Nano-Satélite”

“Determination of earth’s exact shape by MEMS in a nanosatellite” Project’s advance.

J. Félix Vázquez¹, Tiburcio Fernández¹, and F. Viniegra²

¹ Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Ticoman Instituto Politécnico Nacional, México, bemol5808@gmail.com

² Facultad de Ciencias de la UNAM, México

Recibido: 15-01-2016. Aceptado: 20-03-2016

Resumen. El presente trabajo muestra el avance que se tiene en el proyecto denominado “Diseño y Construcción de un Nano-Satélite”, que se lleva a cabo en la ESIME U.P.-Ticomán del Instituto Politécnico Nacional. Este proyecto tiene como objetivo principal introducir a los alumnos en el que hacer espacial, se trata de un satélite con un peso de un kilogramo y es un cubo de 10 cm de lado y cuya carga útil tiene MEMS (sistema de micro-electromecánicos) que harán las veces de péndulo electrónico, lo anterior y los armónicos gravitacionales permitirán determinar la forma de la tierra. Se presenta el fundamento matemático, los componentes del satélite, el diseño preliminar de la estructura, la manufactura de la estructura, los resultados de un ensayo estructural destructivo y el análisis estático por elementos finitos.

Palabras claves. Satélite, nano-satélite, espacial, paneles solares, control de actitud, MEMS.

Abstract. The following document illustrates the progress that has been made in the “Design and construction of a Nano-Satellite” project. It is currently under development at ESIME U.P. Ticoman, which is part of the Instituto Politécnico Nacional. The Projects main objective is to give our students an introduction into Aerospace issues. The Nano-Satellite is a small cubic shaped devise measuring ten centimeters per side, with a one kilogram total weight. Its payload is a MEMS (Micro Electro-mechanical Systems) which will act as an electronic pendulum; this, combined with the gravitational potential harmonics, will allow us to determine the Earths true shape. The mathematical foundation, satellite components, preliminary structure design, manufacturing process, results of the structural destructive tests and static Analysis through the finite element method, are shown in this presentation.

Keywords. Satellite, nanosatellite, space, solar panels, attitude control, MEMS.

1. Introducción

La industria satelital está experimentando una transición de componentes y sistemas, esto ha propiciado que se desarrollen satélites pequeños para dar lugar a constelaciones de satélites, los cuales se han vuelto muy populares, debido a que han demostrado tener grandes ventajas con respecto a los satélites de gran tamaño. Por un lado, los costos de lanzamiento son relativamente bajos, además el gran auge de los sistemas micro-electromecánicos han permitido la miniaturización de varios de los subsistemas que conforman un satélite. Estas condiciones han sido de gran ayuda a los esfuerzos de los ingenieros aeroespaciales para el diseño y desarrollo de micro y nano satélites. Con esto las universidades han aprovechado el bajo costo relativo de estos satélites y se han dado a la tarea de fabricar satélites pequeños con el objetivo de introducir a los estudiantes universitarios en el quehacer aeroespacial con este tipo de proyectos como el NANOSAT 01, del INTA, El Chasqui I, de UNI, O/OREOS, de la NASA, ExpoplanetSat del MIT, y otros [1].

1.1 Definición de la misión

Es primordial la definición de la misión del satélite, ya que esta debe ser adecuada con el fin de que se realice satisfactoriamente, la primera consideración fue la toma de fotografías, pero se pensó en una segunda posibilidad la cual resulta más interesante fue la determinación de la forma de la tierra, a través de los armónicos gravitacionales.

1.2 Fundamentación matemática

Sabemos que la tierra no es una esfera perfecta, ésta tiene principalmente dos secciones importantes, el hemisferio sur que está más dilatado y el hemisferio norte más angosto, debido a esta forma, la tierra tiene un potencial gravitacional no solo del tipo inverso de la distancia. Es por esta razón que la trayectoria prevista con la mecánica clásica de un cuerpo que orbita alrededor de la tierra sea diferente a la real. Los cuerpos que orbitan sienten perturbaciones debidas a las anomalías de la concentración de masa en la tierra. Se procede a plantear el problema, donde se determina el potencial gravitacional de un cuerpo rígido masivo (β), con simetría axial y con una estructura arbitraria. Un cuerpo masivo continuo, está constituido de diferenciales de masa dm que constituyen el potencial gravitacional neto (Figura 1). Es decir el potencial medido en cualquier punto $P(x, y, z)$ tridimensional Euclidiano, está dado por (1).

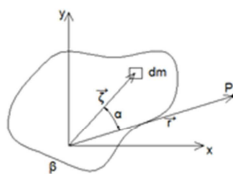


Figura 1. Cuerpo másico asimétrico y variables.

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int_{\beta} \frac{dm}{|\vec{r} - \vec{\zeta}|} \quad \text{Ecuación (1)}$$

donde dm está ubicado por el radio vector ζ , desde el origen O de un sistema inercial, hasta el centro del elemento, G es la constante gravitacional.

Se supone ahora que el cuerpo presenta simetría axil, es conveniente desarrollar el denominador como una serie en términos de los polinomios de Legendre (2).

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{\zeta}|} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{\zeta} \right) P_n(\cos\alpha) \quad \text{Ecuación (2)}$$

α es el ángulo que forman los vectores de posición al centro del elemento diferencial de masa ζ y el punto de medición $\vec{r}$. Sustituyendo este desarrollo en la expresión general se tiene (3):

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{GM}{r} + \frac{G}{2r^5}(\vec{r} \cdot \vec{Q} \cdot \vec{r}) + \dots \quad \text{Ecuación (3)}$$

donde se puede apreciar como el primer término corresponde al potencial gravitacional de una masa puntal M , el siguiente término, es el potencial cuadripolar, donde Q es el momento cuadripolar de la distribución de masa, en términos del tensor de inercia (4):

$$Q = \frac{I_0 - I}{R^2}(1R^2 - 3\vec{R}\vec{R}) \quad \text{Ecuación (4)}$$

siendo R un vector que parte del origen O del sistema de ejes principales y apunta en la dirección positiva del eje principal de simetría del cuerpo rígido. Por lo tanto se obtiene la siguiente expresión:

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{GM}{r} \left[1 - J_2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 P_2(\cos\theta) \right] + \dots \quad \text{Ecuación (5)}$$

donde se ha tomado el ángulo θ que es la coordenada cenital del marco de referencia de los ejes principales, y

$$J_2 = \frac{I_0 - I}{MR^2} = 1,083 \times 10^{-3} \quad \text{Ecuación (6)}$$

Si se reescribe nuevamente (5) como una serie de potencias de la distancia, se tiene (7):

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R}{r} \right)^2 P_n(\cos\theta) \right] \quad \text{Ecuación (7)}$$

A los J_n se les conoce como “armónicos gravitacionales”, para hallarlos, se describe la masa M del cuerpo asimétrico, en términos de la función densidad de masa en la forma usual (8):

$$M = \int_{\beta} \rho(\varepsilon, \theta) dv' \quad \text{Ecuación (8)}$$

En términos de la densidad de masa $\rho(\xi)$, el potencial gravitacional de un cuerpo masivo se escribe (9):

$$\Phi(\vec{r}) = -G \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\beta} \rho(\vec{\xi}) \left(\frac{\xi'}{r} \right)^n P_n(\cos\alpha) dv \quad \text{Ecuación (9)}$$

Se supone que el observador se encuentra situado en algún lugar fuera de la distribución de masa, sobre el eje de simetría del cuerpo. Por lo tanto el ángulo α es el mismo que la coordenada cenital θ .

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{2\Pi G}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-1}^1 \int_0^R \rho(\xi, \theta) \left(\frac{\xi}{r}\right)^n \xi^2 P_n(\cos\theta) d\xi d(\cos\theta) \quad \text{Ecuación (10)}$$

Se trabaja una integral para dejar una en función de la otra (10), dada la simetría del cuerpo y se puede escoger el conjunto de todos los polinomios de Legendre, éstas se pueden evaluar a partir de la propia densidad de masa $\rho(r, \theta)$, con lo que se obtienen una parte puramente radial en términos del vector de posición r y otra parte angular, en términos de la coordenada cenital de ese mismo elemento diferencial y aplicando la propiedad de ortogonalidad de los polinomios de Legendre, se tiene:

$$\Phi(\vec{r}) = -2\Pi G \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{2n+1} \frac{1}{r^{n+1}} \int_0^R \rho_n(\xi) \xi^{n+2} d\xi \quad \text{Ecuación (11)}$$

Simplificando (11),

$$A_k^n = \int_0^R \rho_k(\xi) \xi^{n+2} d\xi \quad \text{Ecuación (12)}$$

$$J_n = \frac{4\Pi}{MR^n} \left(\frac{A_k^n}{2n+1} \right) \quad \text{Ecuación (13)}$$

donde R es el radio polar, a partir de r y M de la masa total de la tierra. Colocando el potencial gravitacional queda finalmente (14):

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n J_n \quad \text{Ecuación (14)}$$

Con la ayuda de la teoría del potencial y las funciones especiales, se está en condiciones de calcular los armónicos gravitaciones para una distribución de masa de la tierra, es decir, si la distribución de masa de la tierra se conoce, entonces, se pueden calcular los coeficientes A_k^n y sustituirlos para obtener los J_n . Entre mayor número de armónicos se puedan calcular, la modelación del potencial gravitacional terrestre será más precisa. Un oscilador instalado en el interior de un recinto en órbita alrededor del mundo, modifica sus oscilaciones armónicas debido a la distribución de la masa del planeta [2]. Si se coloca un dispositivo de esta naturaleza, es posible entonces conocer la distribución de masa y geometría de la tierra. Por lo tanto, la misión del satélite será la de obtener por medio de MEMS, las variaciones de las frecuencias debidas a la masa de la tierra, esto sería equivalente a una tomografía de la tierra y por ende conocer de una manera más exacta o precisa la forma de la tierra.

2. Diseño y construcción de la estructura del nanosatélite

2.1 Diseño conceptual

Lo anterior nos permite saber que es posible llevar a cabo nuestro objetivo, por lo que una de las primeras tareas fue la búsqueda de satélites pequeños con características similares, con el objeto de poder hacer un comparativo y tener una referencia, como es el caso del CanX-4 y CanX-5 [3] y el Cubesat [4], el siguiente paso fue definir las características geométricas del satélite, especialmente de la estructura.

El límite máximo en peso del satélite será de 1 kg y un cubo de 10 cm de lado, con una órbita polar y como carga útil MEMS. Los componentes principales del satélite y las especificaciones de las cargas propuestas en el diseño preliminar se muestran en la Tabla 1 y las especificaciones de los MEMS en la Tabla 2.

2.2 Construcción de la estructura del satélite

Posteriormente se construyó un primer modelo en madera, el cual sirvió para visualizar y analizar los espacios dentro del satélite así como la ubicación tanto los equipos, como la carga útil de nuestro satélite. El modelo también permitió establecer el proceso de fabricación de nuestro modelo, lo cual resultó muy complicado, por lo que se decidió modificarlo y trabajar en una segunda propuesta (Figura 2(b)).

Tabla 1. Componentes del satélite

Componente	Cantidad	Masa total (kg)
Tarjeta COM	1	0.05854
Antena COM	1	0.01464
Antena GPS	1	0.01982
Tarjeta de Potencia	1	0.04672
Celdas Solares	26	0.05335
Baterías	3	0.06
Caja de Baterías	1	0.007
Calentadores	1	0.0004
Sensores de Temperatura	8	0.024
Tarjeta CPU	1	0.03426
Tarjeta GPS	1	0.3854
Bobina de torque	3	0.0399
MEMS	3	0.135
Total		0.92403

Una vez definido el modelo, se procedió a fabricar la estructura en aluminio comercial, cabe mencionar que el modelo final será fabricado con aluminio 7075, material utilizado en los satélites, debido a su notable ligereza, resistencia y en especial por su elevada recuperación en el campo de deformación.

Tabla 2. Especificaciones del MEMS

ESPECIFICACIONES	
Consumo de Corriente	45 μ A
Tamaño	80X55X21 mm
Registros	1000000

2.3 Manufactura de la estructura del satélite

La manufactura del satélite, está compuesta de dos piezas laterales iguales y cuatro pasadores con sus correspondientes tornillos de sujeción, como se muestra en la Figura 2(b), para su fabricación se utilizó una máquina de CNC, con el objeto de obtener la mejor precisión posible (Figura 2(a)), ya que el satélite debe cumplir con ciertas tolerancias y características en el maquinado con fin de reducir esfuerzos por maquinado.

El maquinado se realizó con una máquina de CNC “Cincinnati 500”, utilizando aluminio comercial por su bajo costo y con el fin de corroborar el proceso del maquinado y la precisión de las piezas. Es de vital importancia la estructura del satélite

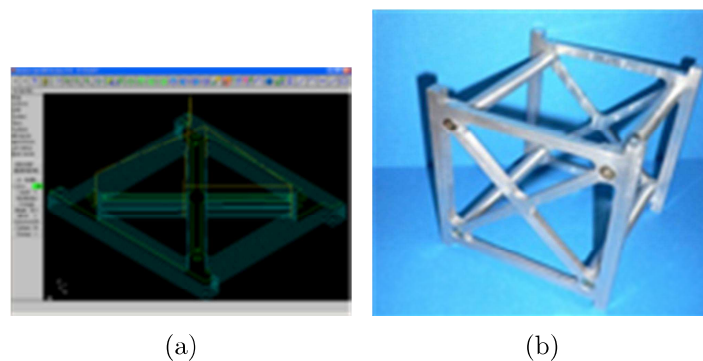


Figura 2. (a) Modelo en Master Cam; (b) Estructura final.

ya que ésta será quien contenga los componentes internos del satélite como son: las tarjetas, las baterías, los MEMS, las bobinas magnéticas y demás componentes además de protegerlos.

2.4 Ensayo destructivo

El siguiente paso fue someter a la estructura a un ensayo destructivo [5], con carga a compresión, como se muestra en la Figura 3(a), la gráfica correspondiente del ensayo se muestra en la Figura 3(b).

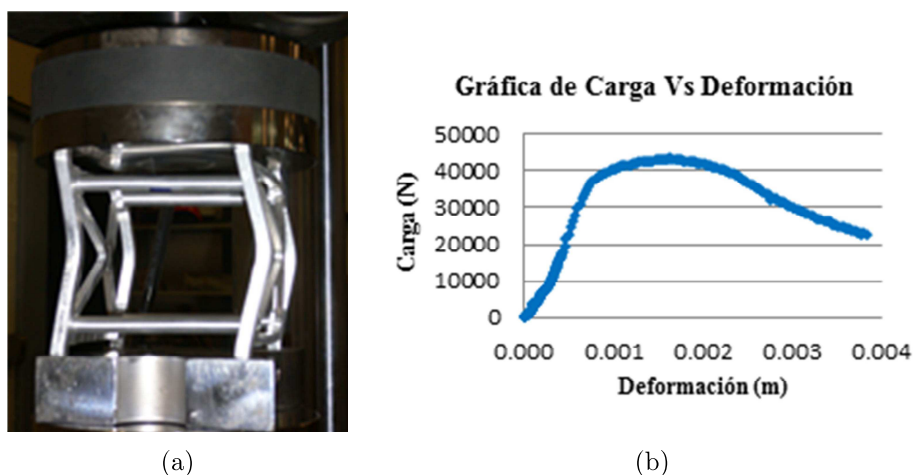


Figura 3. (a) Prueba destructiva; (b) Gráfica del ensayo.

2.5 Cálculos por pandeo, por flexión y Análisis por elementos finitos

Una de las condiciones más críticas que sufrirá tanto el lanzador como los satélites que van a bordo es la del lanzamiento, en donde se presentan las cargas de mayor magnitud, esto nos lleva a que nuestro satélite tenga condiciones por pandeo de las columnas, flexión en algunos elementos y los diferentes esfuerzos a los que se somete la estructura del satélite, por lo que procede a realizar cada uno de ellos.

2.5.1 Cálculo por pandeo

Se hizo el cálculo por pandeo de Euler, considerando:

- Postes de sección transversal cuadrada [6].
- Placa cuadrada con carga vertical (p/paneles laterales) [7].

- c) Placa plana simplemente apoyada y con carga uniformemente distribuida (panel superior) [8].
- d) Placa plana simplemente apoyada, con carga normal a la superficie y carga a compresión vertical.

2.6 Cálculo por flexión en vigas

También se realizó el cálculo de flexión de las barras, considerando que se encuentran simplemente apoyadas y con carga uniformemente distribuida.

2.7 Análisis por elementos finitos (MEF)

Esta estructura fue modelada con un paquete de Elementos Finitos y en las figuras 4(a) y 4(b) se muestran los resultados obtenidos.

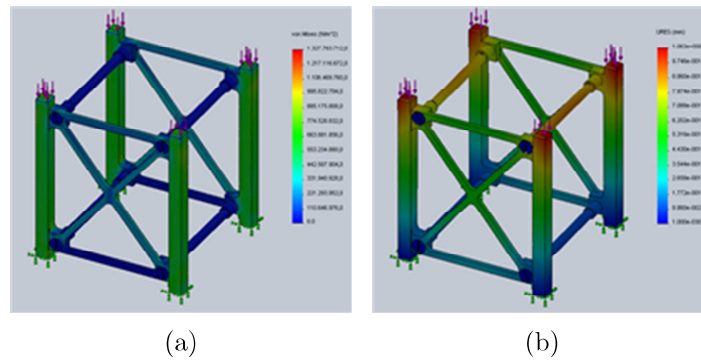


Figura 4. (a) Esfuerzos resultantes del análisis por MEF; (b) Deformaciones resultantes del análisis por MEF.

3. Resultados y discusión

3.1 Resultados

Con respecto a la manufactura, esta nos dio una estructura ligera y resistente, con un peso de 133 gramos, por otro lado, de los resultados obtenidos del ensaye destructivo de compresión, la carga máxima que pudo soportar fue de 43.83 kN y sobre la parte lineal la carga máxima fue de 36.35 kN.

Del cálculo por pandeo se muestran los resultados, para el caso:

- a) Se obtuvo en esfuerzo crítico de pandeo de $\sigma_{cr} = 428MPa$ y el esfuerzo normal, considerando un factor de seguridad (F.S.) de 1.25, obtenemos $\sigma_n = 4,1MPa$.
- b) El esfuerzo crítico resulta ser de $\sigma_{cr} = 26,34MPa$ y el esfuerzo normal a compresión es de $\sigma_n = 4,58MPa$.
- c) $\sigma_{max} = 981kPa$ y una flecha máxima de $y = -0,028mm$ para $a/b = 1$.
- d) Con una carga vertical de $Pv = 8,2$ y una carga normal de $Pn = 1,1$, $E = 69$ GPa, F.S. = 1.25, $\beta_x = 0,2935$ y $\beta_y = 0,3870$, nos dieron los siguientes esfuerzos.

$$\sigma t/A = \sigma_{max}A + \sigma Pv = 120,1kPa \quad \text{Ecuación (15)}$$

$$\sigma t/B = \sigma_{max}B + \sigma Pv = 149,1kPa \quad \text{Ecuación (16)}$$

En el caso de la flecha máxima que se obtuvo fue de $y_{max} = 9,5E - 4m$, el $M_{max} = 1,26N * m$ y el esfuerzo por flexión fue $\sigma_{max} = 98MPa$.

3.2 Discusión

Como se mencionó al principio algunas universidades del mundo están trabajando en este tipo de proyectos con el objeto de introducir a sus estudiantes en el área espacial. Si comparamos nuestro proyecto con respecto al Cubesat, al CanX-1, etc. el avance que hemos logrado podría parecer pequeño, sin embargo, también debemos comparar el presupuesto de ambas partes, además de las instalaciones y el personal, y entonces podríamos darle una justa apreciación, lo valioso de este proyecto ha sido el aprendizaje logrado de los alumnos que han participado.

4. Conclusiones

El fundamento matemático presentado al inicio, nos indica que es posible determinar la forma de la tierra a través de los armónicos gravitacionales. Con respecto al diseño del nano-satélite, la segunda opción, resultó ser más fácil en su armado, así como su manufactura. Con respecto al análisis estructural realizado podemos observar que la estructura se puede aligerar, debido a que los esfuerzos son muy pequeños, por lo que se procede a la optimización. Por el lado educativo, se considera que el proyecto ha cumplido en buena medida con su objetivo, ya que los alumnos que han participado en este proyecto se han involucrado en las diferentes facetas del proyecto como son; los dibujos, el diseño, la manufactura, el uso de los paquetes de cálculo, especialmente Marco Di Sciuva y Andrea Signoretto, estudiantes del Politécnico de Torino (Italia), quienes se titularon con el trabajo desarrollado en su estancia en nuestro proyecto. También podemos mencionar que Emmanuel Alonso (alumnos de la ESIME Zacatenco del IPN), actualmente se encuentra trabajando en la parte dinámica del satélite.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo por parte del Instituto Politécnico Nacional por el gran esfuerzo que realiza para apoyar económicamente cada uno de los proyectos a través de la Secretaría de Investigación y Posgrado.

Referencias

- [1] A. A. Valdez, "Nanosatélites," RITS, vol. 6, pp. 8–13, 2011. [Online]. Available: http://www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php?pid=S1997-40442011000100002&script=sci_arttext&tlng=es
- [2] F. A. Herbelein, "Modelaje del campo gravitacional terrestre," Foro-Red-Mat: Revista electrónica de contenido matemático, 2009. [Online]. Available: <http://www.red-mat.unam.mx/foro/volumenes/vol026/VINIEGRA.pdf>
- [3] J. Elliott, "The thermal design and analysis of the canx-4/-5 and nemo-am nanosatellites," (Doctoral dissertation), Aerospace Science and Engineering, University of Toronto, Toronto, 2014. [Online]. Available: <https://tspace.library.utoronto.ca/handle/1807/67848>
- [4] J. Berk, J. Straub, and D. Whalen, "The thermal design and analysis of the CanX-4/-5 and NEMO-AM Nanosatellites," in Aerospace Conference. IEEE, 2013, pp. 1 – 16.
- [5] G. López, Laboratorio de Ensaye. México: ESIME Ticoman del Instituto Politécnico Nacional.
- [6] A. P. Boresi and J. Schmidt, Advance Mechanics of Materials, Sixth edition. New Dehli, India: Wiley India, 2009.

- [7] J. Blaauwendraad and J. Hoefakker, “Introduction to Buckling” in Structural Shell Analysis. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2014.
- [8] T. Kubiak, “Thin Plates” in Static and Dynamic Buckling of Thin-Walled Plate Structures. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2013.