



UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL

**“ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS
MEDIANTE ESTATICA GRÁFICA”**

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

AUTORES

JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

DIRECTOR

ING. JUAN EUGENIO CARRIÓN MONSALVE Ph.D.

Cuenca, abril de 2015



RESUMEN

El presente trabajo de investigación trata sobre el uso del método de Estática Gráfica como una alternativa al método de Mecánica Vectorial, dando una nueva herramienta de diseño y análisis que aporta intuición estructural en el proceso de diseño.

Esta investigación incluye el desarrollo de un método analítico e implementación computacional en Matlab del método de Estática Gráfica para el cálculo de estructuras metálicas, además se incorpora la herramienta de diseño estructural en acero con el método AISC 360-10 (LRFD), así como un asistente de optimización que le permite al usuario buscar la posición óptima en un rango dado de análisis, modificando la forma y a su vez disminuyendo el volumen de acero requerido por la estructura. Adicionalmente se realiza una comparativa de los resultados provenientes del método de la Mecánica Vectorial (Método Matricial) con los resultados provenientes de la Estática Gráfica y los del Software Ram Advanse, los mismo que nos permiten verificar la validez y las ventajas del Método de Estática Gráfica desarrollado en el presente trabajo de investigación.

En el presente estudio se pone de manifiesto que la Estática Gráfica genera una intuición estructural en el proceso de diseño visualizado en la reciprocidad entre los diagramas de forma y fuerzas, creando así diseños más sostenibles y eficientes que derivan de la configuración geométrica de sus elementos y no simplemente de las propiedades de resistencia de los materiales.

Palabras Claves:

Estática Gráfica, acero, análisis estructural, diseño estructural, optimización, estructuras metálicas, diagrama de forma, diagrama de fuerzas.



ABSTRACT

The present research deals with the use of Graphic Statics Method as an alternative for Vector Mechanics Method. This gives a new design and analysis tool that contributes structural intuition to the design process.

This research includes the development of an analytic method and computational implementation in Matlab of the Graphic Statics Method for the calculus of metal structures.

Furthermore, the steel structural design tool with the method AISC 360-10 (LRFD) as well as an optimization aid that lets the user search the optimal position within a given scan range are incorporated. As a result this modifies the shape, and at the same time decreases the volume of steel required by the structure.

Additionally, a comparison between the results from the method of Vector Mechanics (Matrix Method) and the results from the Graphic Statics and Ram Advance software is made. This comparison allows verifying the validity and the advantages of the Graphic Statics Method that is developed in this research.

This research discusses that Graphic Statics generates a structural insight in the design process that is shown in the reciprocity between the shape and strength diagrams. Thus more sustainable and efficient designs that are derived from the geometry of its elements and not only from the properties of strength of materials are created.

Key Words:

Graphic Statics, steel, structural analysis, structural design, optimization, metallic structures, shape diagram, strength diagram



Contenido

RESUMEN	1
ABSTRACT	2
1. INTRODUCCION	15
1.1. INTRODUCCION Y ANTECEDENTES	15
1.2. JUSTIFICACION	16
1.3. OBJETIVOS	17
1.3.1. Objetivo General	17
1.3.2. Objetivos Específicos	17
2. REVISION BIBLIOGRAFICA	18
2.1. LA ESTATICA GRAFICA	18
2.2. COMPOSICION DE FUERZAS	19
2.2.1. DEFINICIONES	19
2.2.2. Composición de Fuerzas Concurrentes	21
2.2.3. Composición de Fuerzas No Concurrentes	25
2.3. CALCULO GRAFICO DE LAS REACCIONES EN LOS APOYOS	31
2.4. METODO GRAFICO DE LOS NODOS	34
2.5. METODO DE LA CREMONA	37
2.6. DISEÑO ESTRUCTURAL EN ACERO DE LOS ELEMENTOS.	39
2.6.1. Diseño de Elementos a Tensión	39
2.6.2. Diseño de Elementos a Compresión	40
2.7. OPTIMIZACIÓN	44
3. DESARROLLO DE ALGORITMOS Y METODOS COMPUTACIONLES	47
3.1. DESARROLLO DEL METODO	47
3.1.1. Determinación Estática y Cinemática de un Sistema Estructural	47
3.1.2. Desarrollo del Método Analítico de Estática Grafica	48
3.2. HERRAMIENTA COMPUTACIONAL	65
3.2.1. Alcance	66
3.2.2. Cálculo de Reacciones	71
3.2.3. Cálculo de Fuerzas mediante Estática Gráfica	73
3.3. MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN (MÉTODO DE BÚSQUEDA EN REJILLA)	89
4. APLICACIONES	96
4.1. EJEMPLO Nº1	96



4.1.1.	Método Matricial	97
4.1.2.	Método de Estática Gráfica.....	98
4.1.3.	Software Ram Advanse	105
4.1.4.	Diseño en la Herramienta Computacional	107
4.2.	EJEMPLO N°2	108
4.2.1.	Método Matricial	109
4.2.2.	Método de Estática Gráfica.....	110
4.2.3.	Software Ram Advanse	111
5.	CONCLUSIONES	114
6.	BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS	115
7.	ANEXOS	116
ANEXO 1.	116
ANEXO 2.	119
ANEXO 3.	120
ANEXO 4.	121
ANEXO 5.	122
ANEXO 6.	123
ANEXO 7.	124
ANEXO 8.	125
ANEXO 9.	126
ANEXO 10.	127
ANEXO 11.	128
ANEXO 12.	129
ANEXO 13.	130
ANEXO 14.	144



Lista de Figuras

Figura 1. Calculo de una Cupula de Revolución (Caippi, 1930, pág. 129)	18
Figura 2. Elementos de una Fuerza	20
Figura 3. Fuerzas Concurrentes y No Concurrentes	21
Figura 4. Fuerzas Concurrentes P_1 y P_2	21
Figura 5. Triángulos de Fuerzas.....	22
Figura 6. Equilibrio de Fuerzas	23
Figura 7. Varias Fuerzas Concurrentes	24
Figura 8. Polígono de Fuerzas	24
Figura 9. Polígono Vectorial Cerrado	25
Figura 10. Resultantes Parciales y Totales	26
Figura 11. Determinación de la Ubicación de la Resultante	28
Figura 12. Resultante de Fuerzas Paralelas.....	30
Figura 13. Resultante de Fuerzas Paralelas Desiguales y en Sentido Contrario	31
Figura 14. Armadura Simplemente Apoyada, Calculo de Reacciones.	32
Figura 15. Construcción de Polígono de Fuerzas	32
Figura 16. Línea de Cierre del Polígono Funicular	33
Figura 17. Determinación de los Valores de las Resultantes	34
Figura 18. Armadura Simplemente Apoyada, Método Grafico de los Nodos.....	35
Figura 19. Método Grafico de los Nodos.....	36
Figura 20. Método de Cremona	38
Figura 21. Curva de Euler	42
Figura 22. Optimización bidimensional, puede representar una maximización o una minimización. (Chapra & Canale, 2007, pág. 359).	45
Figura 23. Armadura Simplemente Apoyada. Método Analítico de Estática Grafica	49
Figura 24. Armadura ubicada en un Sistema Cartesiano.	49
Figura 25. Calculo de Reacciones. Método Analítico de Estática Grafica	51
Figura 26 Polígono de Fuerzas. Nodo 1.....	51
Figura 27. Polígono de Fuerzas. Nodo 2.....	52
Figura 28. Armadura Simplemente Apoyada. Método Analítico de Estática Grafica	53
Figura 29. Armadura ubicada en un Sistema Cartesiano	53
Figura 30. Calculo de Reacciones.	55
Figura 31. Polígono de Fuerzas. Nodo 1.....	56
Figura 32. Polígono de Fuerzas. Nodo 2.....	57
Figura 33. Polígono de Fuerzas. Nodo 3.....	58
Figura 34 Polígono de Fuerzas. Nodo 7.....	59
Figura 35. Polígono de Fuerzas. Nodo 10.....	60
Figura 36. Polígono de Fuerzas. Nodo 9.....	61
Figura 37. Polígono de Fuerzas. Nodo 4.....	62
Figura 38. Polígono de Fuerzas. Nodo 5.....	63
Figura 39. Polígono de Fuerzas. Nodo 6.....	64
Figura 40. Diagrama de Fuerzas	65

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



Figura 41. Pantalla principal del programa “Grafostática”	67
Figura 42. Base de datos pre-cargada de sección W, con las propiedades y los nombres de cada perfil.	68
Figura 43. Ventana para la modificación del sistema de unidades y del tipo de unidades usadas.	69
Figura 44. Mensaje de alerta que se presenta cuando no se han ingresado coordenadas para graficar.	70
Figura 45. Mensaje de alerta que se presenta cuando no se han ingresado datos de número de nodos o número de barras.....	70
Figura 46. Mensaje de alerta que se presenta cuando se pide calcular cuando no existen datos	70
Figura 47. Dibujo de una barra, donde se muestra la notación empleada para coordenadas iniciales y finales.....	73
Figura 48. Diagrama de cuerpo libre del nodo “j”	76
Figura 49. Rectángulo de análisis dentro de límites establecidos, para el Nodo 2 en este caso.....	89
Figura 50. Rectángulo de análisis con n=4 divisiones.	90
Figura 51. Ubicación de los puntos de análisis, dentro de la rejilla.	90
Figura 52. Coordenadas X e Y de los puntos generados. Y dimensiones del rectángulo de análisis.....	91
Figura 53. Pantalla Asistente de Optimización, que permite conocer los 25 primeros resultados óptimos.	93
Figura 54. Asistente de Optimización para 2, 3 y 4 puntos moviéndose simultáneamente.....	94
Figura 55. Resultados mostrados al ejecutar el asistente de optimización para 3 Nodos dados.....	95
Figura 56. Ejemplo N°1. Aplicaciones	96
Figura 57. Pantalla inicial del Ejemplo N°1	97
Figura 58. Mensaje que clasifica la estructura. Ejemplo N°1.....	97
Figura 59. Resultados aplicando el Método Matricial. Ejemplo N°1.	98
Figura 60. Mensaje que clasifica la Estructura. Ejemplo N°1.....	99
Figura 61. Ventana de resultados con el método de Estática Gráfica. Ejemplo N°1	99
Figura 62. Ventana Asistente de Optimización para un nodo específico. Ejemplo N°1	100
Figura 63. Ventana de Resultados luego de optimizar un nodo. Ejemplo N°1	101
Figura 64. Ventana Asistente de Optimización para dos o más nodos. Ejemplo N°1	102
Figura 65. Ventana de Resultados mediante Estática Gráfica luego de ejecutar la optimización para la posición de 3 Nodos. Ejemplo N°1.....	103
Figura 66. Optimización Manual por tanteos. Movimiento del Nodo 8.	104
Figura 67. Optimización Manual por tanteos. Movimiento del Nodo 12.	104
Figura 68. Optimización Manual por tanteos. Movimiento del Nodo 10.	105
Figura 69. Datos Iniciales en el programa Ram Advanse	105
Figura 70. Resultados del diseño en la Herramienta Computacional desarrollada. Sección “M”.	107
Figura 71. Ejemplo N°2. Aplicaciones	108
Figura 72. Ventana de Ingreso de Datos Iniciales. Ejemplo N°2	109
Figura 73. Clasificación de la Estructura. Ejemplo N°2	109

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



Figura 74. Resultados con el Método de Estática Gráfica. Ejemplo N°2	110
Figura 75. Mensaje de Alerta que indica que no se puede calcular mediante el Método de Estática Gráfica. Ejemplo N°2	111
Figura 76. Ejemplo N°2. Ram Advance.....	112
Figura 77. Ventana de Errores en Ram Advance. Ejemplo N°2.....	113



Universidad de Cuenca

Cláusula de derechos de autor

Yo, *JUAN PABLO AVILA SOLIS*, autor de la tesis "ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS MEDIANTE ESTÁTICA GRÁFICA", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Civil. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 01 de abril de 2015.

JUAN PABLO AVILA SOLIS

C.I: 0105780811



Universidad de Cuenca

Cláusula de derechos de autor

Yo, *EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA*, autor de la tesis “ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS MEDIANTE ESTÁTICA GRÁFICA”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Civil. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 01 de abril de 2015.

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

C.I: 0105785463



Universidad de Cuenca

Cláusula de propiedad intelectual

Yo, *JUAN PABLO AVILA SOLIS*, autor de la tesis “ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS MEDIANTE ESTÁTICA GRÁFICA”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 01 de abril de 2015.

JUAN PABLO AVILA SOLIS

C.I: 0105780811



Universidad de Cuenca

Cláusula de propiedad intelectual

Yo, *EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA*, autor de la tesis “ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS MEDIANTE ESTÁTICA GRÁFICA”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 01 de abril de 2015.

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

C.I: 0105785463



DEDICATORIA

Sin duda el camino ha sido largo desde que decidí comenzar con este sueño, que luego de varios años se está cristalizando. Ha sido un camino lleno de alegrías y tropiezos que los he podido sortear gracias al apoyo de dos personas valiosas, mis padres José y Martha, a quienes quiero dedicar esta tesis por su incansable apoyo en todo momento y por el ejemplo de perseverancia para alcanzar mis sueños. Quiero dedicar también esta tesis a mis hermanos Cristian y Elizabeth, por haber estado siempre animándome a ser cada día mejor que el anterior.

Juan Pablo



DEDICATORIA

A mis padres Alberto y Rosario que sin duda alguna han sido el pilar fundamental de cada meta alcanzada en mi vida, pues con su apoyo, amor, entrega y dedicación han hecho que este sueño se haga realidad.

A mi hermano Alexander que siempre ha sido mi ejemplo a seguir.

A mi hermana Verónica por su apoyo incondicional por jamás haber dudado que podría alcanzar mi meta, por estar en las buenas y las malas.

Edwin



AGRADECIMIENTO

A nuestras FAMILIAS por el apoyo y la paciencia brindada durante todo el tiempo que ha durado nuestra formación académica.

A los PROFESORES de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cuenca, que durante nuestro proceso de formación nos transmitieron muchos conocimientos valiosos para nuestro futuro. Además por permitirnos ser parte de tan prestigiosa Institución.

A nuestro DIRECTOR DE TESIS, Ing. Juan Carrión Ph.D., por la confianza depositada en nosotros para elaborar esta investigación y además por todo el conocimiento transmitido durante este período.

Juan Pablo

Edwin



1. INTRODUCCION

1.1.INTRODUCCION Y ANTECEDENTES

Con el inicio de los primitivos dinteles de madera en las antiguas construcciones griegas y el empleo de los distintos materiales, fueron despertando el interés y la necesidad de comprender el comportamiento de los elementos. Dicho interés en el comportamiento de los elementos constructivos procedente de los maestros constructores y arquitectos de la época, quienes tras observar y ensayar los distintos procesos y soluciones constructivas y enfocarse en los errores y aciertos de los mismos, fueron desarrollando normas o técnicas constructivas las cuales en su mayor parte la selección de materiales y soluciones caían en un sobredimensionamiento el cual garantizaba la seguridad estructural.

Tras el desarrollo de las técnicas constructivas y la necesidad de transmitir el conocimiento ya no solo de una manera verbal o escrita se incorpora al dibujo como una herramienta del conocimiento arquitectónico, en donde se agrega un carácter geométrico donde las normas de diseño conllevan una relación en sus elementos estructurales, tal es el caso de los procedimientos geométricos presentes en los trazados góticos. Con el adelanto del dibujo y la geometría surge en el siglo XVIII una disciplina denominada Geometría Descriptiva, siendo su fundador el francés Gaspard Monge (1746-1818), la misma que formo un conjunto de técnicas para la representación de objetos tridimensionales proyectados sobre planos ortogonales es decir proyecciones diédricas ortogonales. Las técnicas descritas por G. Monge en el siglo XVIII se pusieron de manifiesto para el desarrollo de la Geometría Proyectiva o Geometría de Posición siendo un elemento importante para el desarrollo de la Estática Grafica.

A partir de los objetivos de la Geometría Descriptiva, Karl Culmann, considerado el padre de la Estática Grafica, despertó un interés a partir de las ideas de G. Monge para la realización de cálculos sencillos de equilibrio de objetos sometidos a fuerzas exteriores. La idea de Karl Culmann para el desarrollo de su tratado de cálculos gráficos empleando la Geometría de Posición o Geometría Proyectiva, le llevaron a mostrar la dualidad existente entre el polígono de fuerzas y el polígono funicular la cual es la base de la Estática Grafica, dicha dualidad consiste del empleo de medios proyectivos de figuras que se proyectan en un plano y las cuales se pueden representar una sobre otra.

En la actualidad el empleo de la estática grafica se ha visto opacada por el implemento de teorías de las estructuras basadas en la mecánica y la resistencia de materiales, los cuales han permitido implantar dichas teorías en métodos matriciales para el desarrollo de herramientas computacionales, como es el caso de los análisis mediante elementos finitos. Sumándole a esto el avance



presentado en los gráficos por ordenador o también denominados CAD que han permitido una explosión en el diseño generando formas arquitectónicas sin un pensamiento estructural durante el proceso de diseño.

El desarrollo de herramientas computacionales para el análisis estructural ha permitido que la determinación de fuerzas de cualquier geometría sea muy fácil, lo que ha producido que el Ingeniero Estructural este al final del proceso creativo provocando con ello estructuras pesadas en donde existe un gasto exagerado del material, ignorando completamente la determinación de la forma en función del diseño. La solución para este problema es la Estática Grafica que permite soluciones de problemas de estática mediante construcciones netamente geométricas desarrollando un diseño más sostenible, pues permite la determinación de las fuerzas en función de la forma permitiendo la optimización de la misma.

En el presente estudio se pretende poner de manifiesto el uso de la Estática Grafica como un método adicional a los métodos actuales de Análisis Estructural, pues la Estática Grafica describe el equilibrio estático de un sistema de fuerzas aplicadas a una estructura, determinando una reciprocidad entre los diagramas de forma y de fuerzas. Dicha reciprocidad aporta una intuición estructural en el proceso de diseño, lo que sugiere una forma que genere el mayor efecto con el menor gasto. Basándonos en el principio de reciprocidad el presente estudio incorpora una herramienta computacional que nos permita obtener el diagrama de fuerzas, y que adicionalmente a esto permita optimizar la forma de la estructura, para posteriormente ser diseñada en acero, por ejemplo usando el Método LRFD (Load and Resistance factor design).

1.2. JUSTIFICACION

En la actualidad el desarrollo e implementación de las diferentes herramientas computacionales dentro del ámbito de diseño y análisis estructural, han permitido que la determinación de las fuerzas sea de una manera más sencilla, generando que el diseño arquitectónico ignore la vialidad estructural provocando, en ciertos casos, con ello estructuras muy pesadas y con altos gastos de material.

Una solución para este problema es el método de la Estática Grafica que permite la solución de problemas de estática mediante construcciones puramente geométricas, obteniendo un diseño más sostenible pues genera un mayor efecto estructural con un menor gasto de material.

En base a esta relación entre el comportamiento estructural con el arquitectónico se puede realizar a su vez una optimización en el diseño basado en la relación peso-costos de la estructura.



La investigación propuesta se enfoca en el análisis y diseño de estructuras metálicas empleando el método de Estática Grafica como una alternativa al método de Mecánica Vectorial, dando una nueva herramienta de diseño y análisis que aporta intuición estructural en el proceso de diseño.

Esta investigación incluye el desarrollo de un método analítico e implementación computacional del método de Estática Grafica para el cálculo de estructuras metálicas, además se incorpora la herramienta de diseño estructural en acero y una comparativa de los resultados provenientes del método de la Mecánica Vectorial con los resultados provenientes de la Estática Grafica.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo General

- Emplear el método de Estática Gráfica como un método analítico para el análisis de estructuras metálicas y su posterior implementación en una herramienta computacional con el fin de lograr una optimización en el diseño de las estructuras.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Revisión bibliográfica del método de Estática Gráfica y sus aplicaciones.
- Desarrollo de un método analítico para análisis estructural mediante el método de Estática Gráfica.
- Implementación de una herramienta computacional para el análisis y diseño de estructuras de acero.

2. REVISION BIBLIOGRAFICA

2.1. LA ESTATICA GRAFICA

La Estática Gráfica o también denominada Grafostática es una parte de la Mecánica que permite resolver gráficamente las condiciones de equilibrio de los cuerpos sometidos a la acción de fuerzas.

La resolución gráfica expuesta por la Estática Gráfica emplea un conjunto de procedimientos y construcciones geométricas que permiten determinar la magnitud y el sentido de los esfuerzos a los que están sometidos cada uno de los elementos que constituyen estos cuerpos, tal como se observa en la Figura 1, el cálculo de una Cúpula de Revolución.

La Estática Gráfica es una herramienta que permite el cálculo de una manera más sencilla que los métodos algebraicos tradicionales y con un alto grado de exactitud al comparar los resultados.

La Estática Grafica nos permite resolver algunos problemas como centros de gravedad, momentos estáticos y de inercia, así como la resolución de estructuras articuladas sometidas a la acción de fuerzas coplanares, es decir fuerzas que actúan en el mismo plano. Siendo este último caso el objeto de estudio.

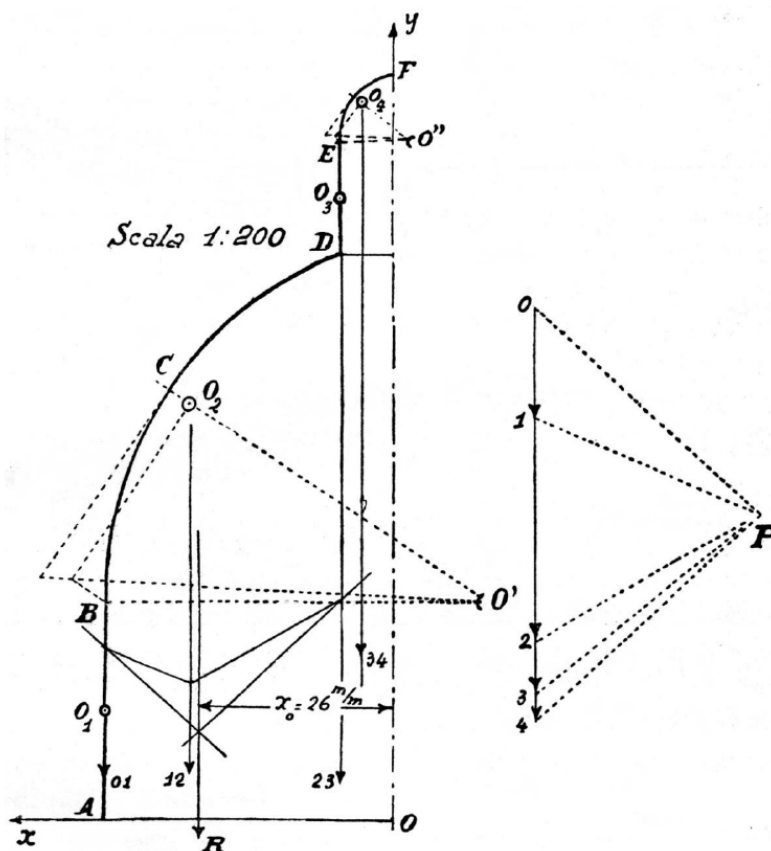


Figura 1. Cálculo de una Cúpula de Revolución (Caippi, 1930, pág. 129)

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



2.2. COMPOSICION DE FUERZAS

2.2.1. DEFINICIONES

Para el adecuado desarrollo del tema es necesario tener presente y claro las siguientes definiciones, entre estas tenemos:

Fuerza

Es toda acción que se ejerce sobre un cuerpo que modifica su estado de reposo o movimiento.

Toda fuerza puede ser determinada o conocida completamente por medio de cuatro elementos:

- **Magnitud**

La magnitud de la fuerza es la relación de eficacia en la producción de movimiento (Malcolm, 1909). La magnitud puede ser expresada gráficamente por medio de la longitud de una línea.

- **Dirección**

Es la línea recta según la cual tiende la fuerza a mover el cuerpo sobre el cual actúa. La dirección puede ser expresada gráficamente con una flecha mostrando el modo que la fuerza tiende a producir el movimiento.

- **Sentido**

Indica si la fuerza se dirige hacia el cuerpo o se aleja de él.

- **Punto de Aplicación**

Es el lugar en el cual la fuerza actúa directamente sobre el cuerpo

En la Figura 2, se muestra los elementos de una fuerza anteriormente descritos:

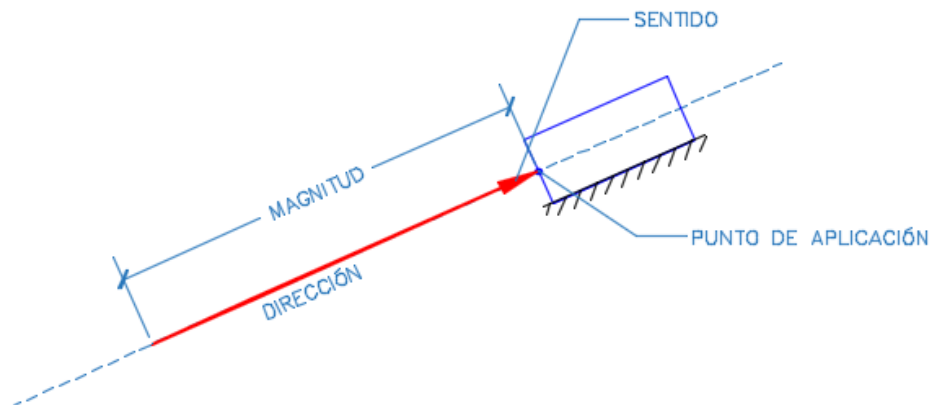
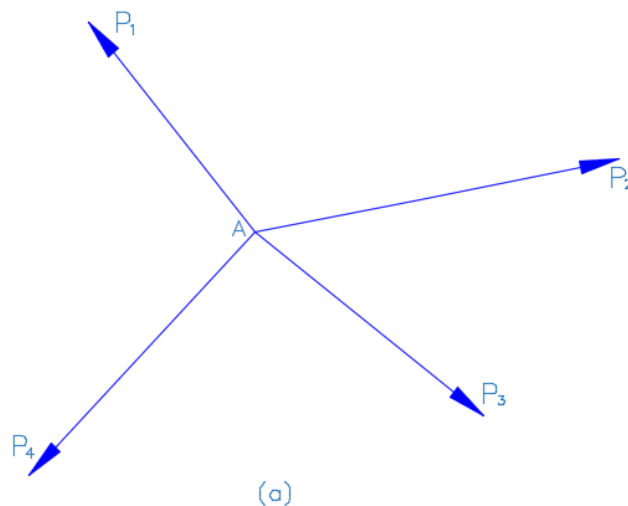


Figura 2. Elementos de una Fuerza

- **Fuerzas Concurrentes y No Concurrentes**

Las Fuerzas Concurrentes son aquellas fuerzas cuyas líneas de acción pasan por un punto (Figura 3a) y las Fuerzas No Concurrentes son aquellas que su línea de acción no pasan por un punto (Figura 3b). Si el sistema de fuerzas es concurrente o no concurrente esto afecta solo al movimiento de rotación, ya que el movimiento de translación es totalmente independiente de la posición del punto de aplicación de las fuerzas (Malcolm, 1909).



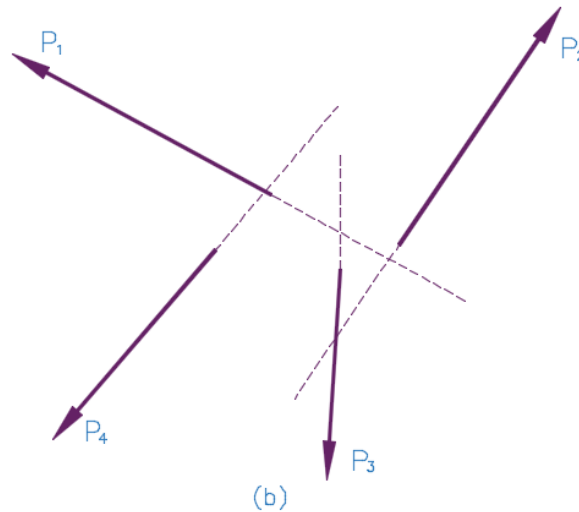


Figura 3. Fuerzas Concurrentes y No Concurrentes

2.2.2. Composición de Fuerzas Concurrentes

Dado un sistema de fuerzas concurrentes $P_1, P_2, P_3, \dots, P_N$, es decir que tienen el mismo punto de aplicación, el cual se encuentra en equilibrio bajo la acción de estas fuerzas, y cuya resultante debe pasar por el mismo punto de aplicación. Para la determinación de la resultante del sistema de fuerzas concurrentes hay que encontrar su magnitud, dirección y sentido, para lo cual representaremos gráficamente las condiciones de equilibrio primero para dos fuerzas concurrentes y luego para varias fuerzas concurrentes.

Resultante de Dos Fuerzas Concurrentes

Consideremos el caso básico de la composición de dos fuerzas concurrentes representadas por dos fuerzas P_1 y P_2 , representadas en magnitud y dirección por las líneas en la Figura 4, Dichas fuerzas forman el ángulo BAC.

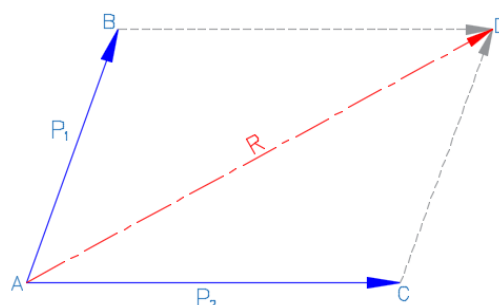


Figura 4. Fuerzas Concurrentes P_1 y P_2

Para la determinación de la resultante \mathbf{R} es necesario la construcción del paralelogramo ABCD denominado como paralelogramo de fuerzas (Figura 4), el cual resulta de trasladar paralelamente la fuerza \mathbf{P}_1 hasta que su punto de aplicación coincida con el extremo de la fuerza \mathbf{P}_2 , ahora trasladamos la fuerza \mathbf{P}_2 hasta que su punto de aplicación coincida con el extremo de la fuerza \mathbf{P}_1 , determinando el punto \mathbf{D} y a su vez la magnitud de la resultante \mathbf{R} . El sentido de la resultante \mathbf{R} está determinada al unir el origen \mathbf{A} con el punto \mathbf{D} y está representada por una flecha sobre la línea \mathbf{AD} .

El paralelogramo ABCD está compuesto por dos triángulos ABD y ACD (Figura 4) a los cuales se los denomina *triángulos de fuerzas*, y cuyos lados forman una línea *poligonal de fuerzas* con el punto \mathbf{A} y el extremo \mathbf{C} , de tal manera que las flechas que marcan el sentido de las fuerzas, partiendo de \mathbf{A} , establecen un sentido al contorno del triángulo, opuesto al de la resultante \mathbf{R} .

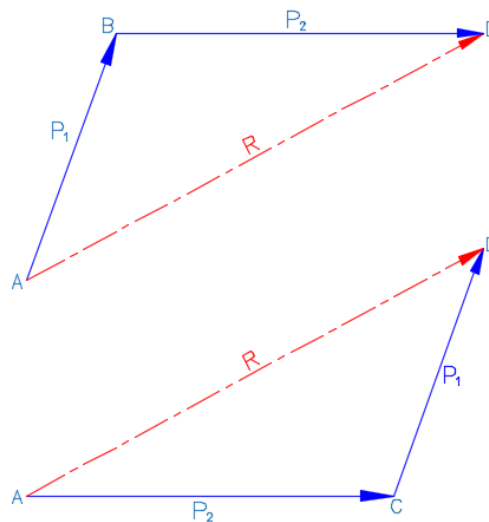


Figura 5. Triángulos de Fuerzas

Si en la Figura 5 se reemplaza el sentido de la resultante \mathbf{R} , por una nueva fuerza \mathbf{R}' , esta anula la acción de las fuerzas \mathbf{P}_1 y \mathbf{P}_2 , con lo cual el punto \mathbf{A} está en equilibrio bajo la acción de las fuerzas \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 y \mathbf{R}' , por ende los dos triángulos ABC y ABD determinan contornos en el mismo sentido como se muestra en la Figura 6.

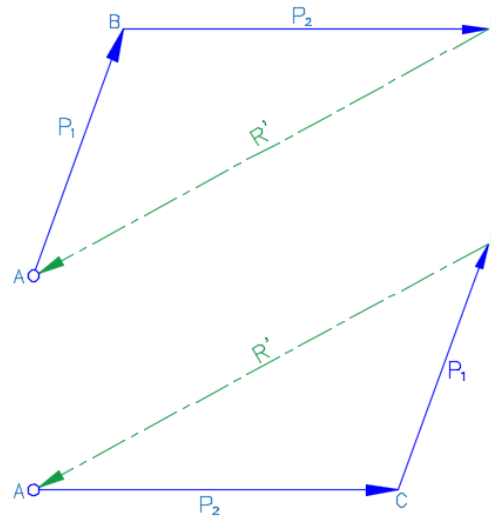


Figura 6. Equilibrio de Fuerzas

Esta propiedad mencionada anteriormente se puede expresar así:

“Si tres fuerzas concurrentes, con diferentes líneas de acción, se equilibran, se pueden componer en un triángulo de fuerzas con un sentido constante en su contorno.” (Henkel, 1949, pág. 19)

Resultante de Cualquier Número de Fuerzas Concurrentes

Para determinar la resultante de varias fuerzas concurrentes P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , que tiene como punto de aplicación el punto **A** (Figura 7 a), se representara gráficamente las condiciones de equilibrio al aplicar tres veces el procedimiento anteriormente expuesto en el caso de dos fuerzas concurrentes.

Tomaremos las dos primeras fuerzas P_1 y P_2 para formar el primer triángulo de fuerzas para lo cual trasladamos la fuerza P_2 al extremo de la fuerza P_1 , obteniendo la resultante R_1 , ahora formaremos el nuevo triángulo de fuerzas compuesto por R_1 y P_3 trasladando la fuerza P_3 al extremo de la resultante R_1 obteniendo R_2 , repetimos el proceso hasta obtener la resultante R como se observa en la Figura 7 b.

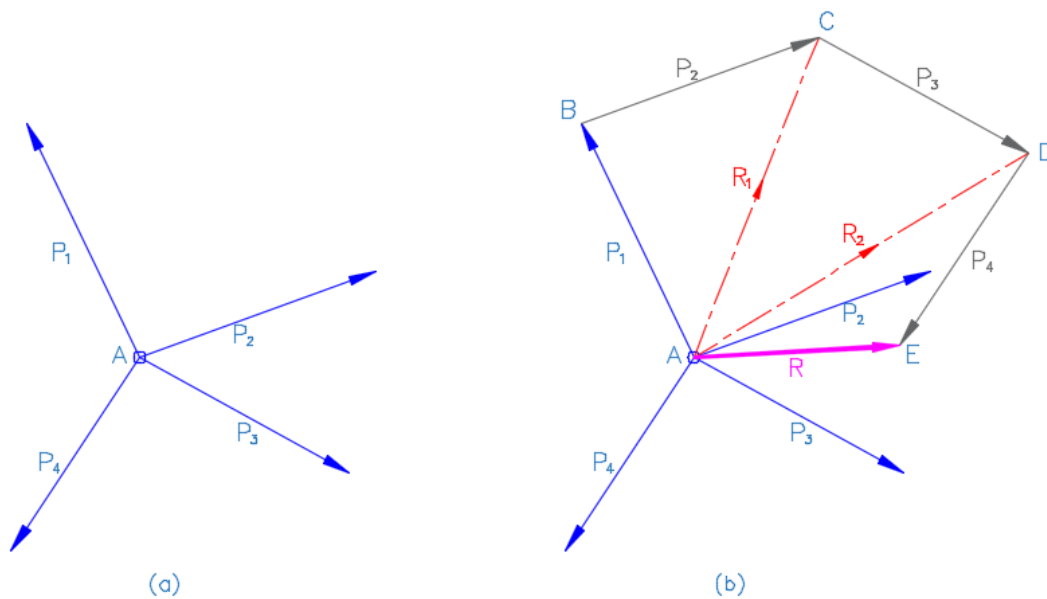


Figura 7. Varias Fuerzas Concurrentes

Otra manera de obtener la fuerza resultante, es mediante la construcción de una figura junto a la formada por la fuerzas dadas (Figura 8a.). A partir de un punto cualquiera, en este caso el punto A_0 , se van trasladando sucesivamente cada una de las fuerzas, es decir P_2 se traslada al extremo de la fuerza P_1 proceso que se repite con cada una de las fuerzas de tal manera que se forme un contorno poligonal recorrido en un solo sentido. El lado compuesto por el extremo de la fuerza P_4 y el punto A_0 , $A_0 E_0$, que cierra el polígono representa la resultante R como se muestra en la Figura 8b. El polígono compuesto por las fuerzas trasladadas y la resultante R se denominan polígono de fuerzas.

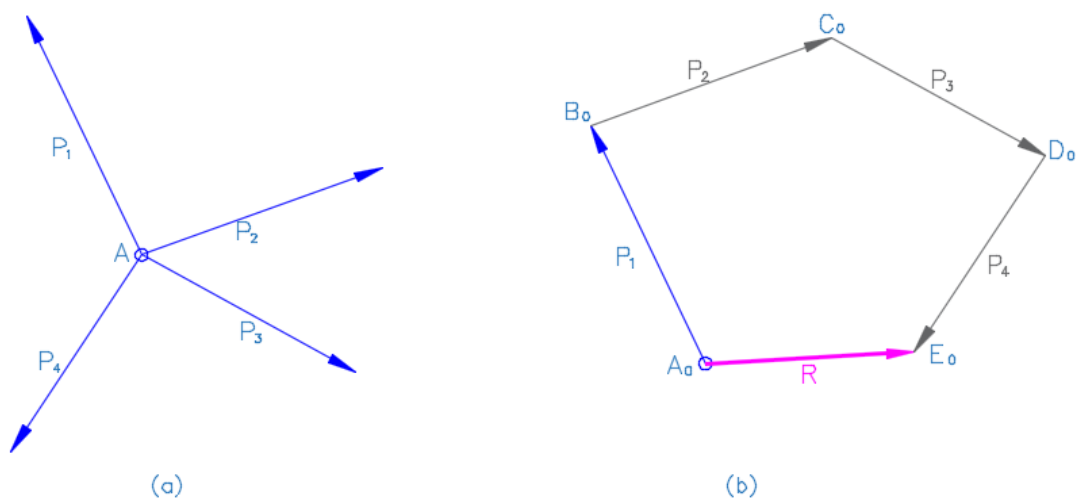


Figura 8. Polígono de Fuerzas

Si la resultante R , mostrada en la Figura 8 b, es reemplazada por una fuerza igual pero de sentido contrario el polígono vectorial se cierra, es decir el punto está en equilibrio (Figura 9).

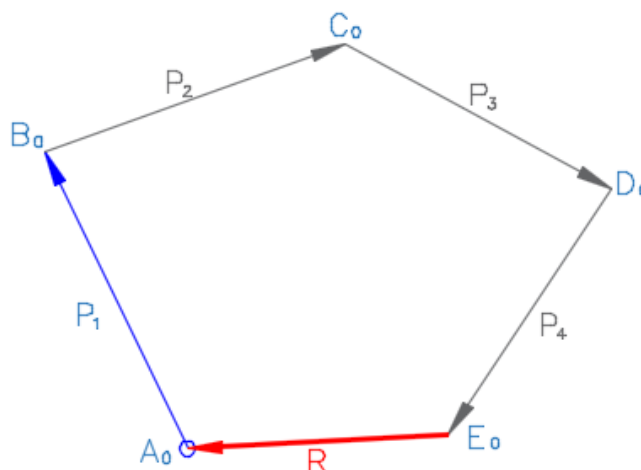


Figura 9. Polígono Vectorial Cerrado

A partir de esto se tiene el siguiente teorema:

“Para que un punto material sometido a un conjunto de fuerzas este en equilibrio, es necesario y suficiente que el polígono de dichas fuerzas sea cerrado”. (Bayle, 1966, pág. 7)

Con lo expuesto anteriormente se puede decir que si un polígono de fuerzas es cerrado o está en equilibrio, el sentido de las fuerzas forman un solo contorno es decir las fuerzas tiene un solo sentido.

2.2.3. Composición de Fuerzas No Concurrentes

Cuando las fuerzas P_1 , P_2 , P_3 , ... P_N , son fuerzas no concurrentes se las puede trasladar paralelamente hasta que puedan tener un punto en común y así poder determinar la resultante en magnitud, dirección y sentido, aplicando el procedimiento de la composición de fuerzas concurrentes. Al aplicar la translación esta no cambia la magnitud ni la dirección de las fuerzas y por ende se puede determinar la magnitud y la dirección de la resultante a través de un polígono de fuerzas que parte de un punto cualquiera. Teniendo únicamente por determinar la línea de acción o el punto de aplicación de la resultante aplicando el siguiente procedimiento:

Sean las fuerzas P_1 , P_2 , P_3 , P_4 y P_5 , como se observa en la Figura 10 a, que forman un sistema de fuerzas aplicadas a un cuerpo cualquiera. A partir de estas fuerzas se determinara la resultante mediante una construcción

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

geométrica sencilla, la cual consiste en construir un polígono de fuerzas, que parte de un punto arbitrario O llamado *Polo*, en la que se trazan las resultantes parciales y la resultante total denominadas respectivamente R_1 , R_2 , R_3 y R_T , Figura 10 b.

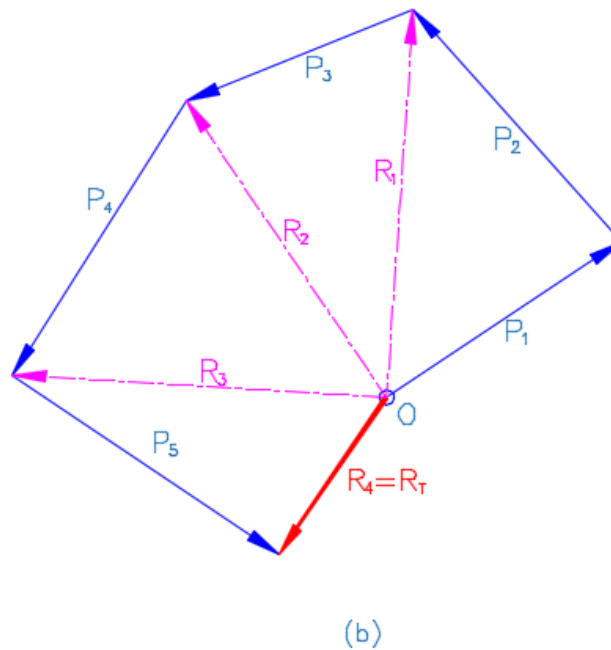
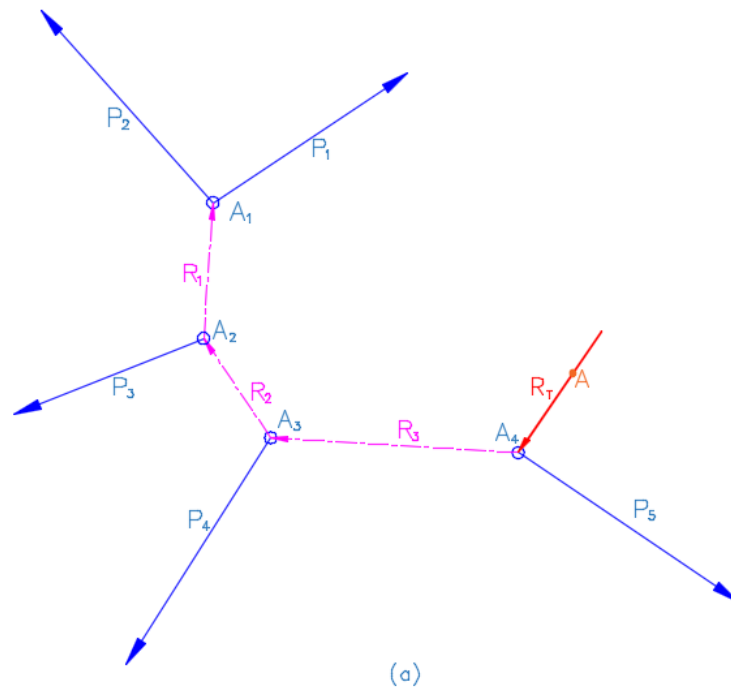


Figura 10. Resultantes Parciales y Totales



Entonces, por el punto A_1 , resultante de la intersección de P_1 y P_2 , trazamos a continuación una recta paralela a R_1 cortando a la fuerza P_3 en el punto A_2 , constituyendo la recta A_1A_2 , por la cual se traza una recta paralela a R_2 hasta cortar a la fuerza P_4 en el punto A_3 , formando la recta A_2A_3 , trazamos la recta paralela a R_3 hasta cortar a P_5 en el punto A_4 , al cual puede trasladarse la resultante total con lo que ya queda determinada totalmente la resultante.

Tomando en la prolongación de R_T un punto arbitrario denominado A , la línea poligonal formada por $A_1 A_2 A_3 A_4 A$ puede representar la posición de equilibrio que tomaría un hilo sujeto por el punto A y bajo la acción de las fuerzas P_1, P_2, P_3, P_4 y P_5 aplicadas en los vértices de $A_1 A_2 A_3 A_4$. Por esta razón la línea poligonal $A_1 A_2 A_3 A_4 A$ recibe la denominación de *polígono funicular* o simplemente *funicular*.

Las resultantes parciales y la resultante total, R_1, R_2, R_3 y R_T , que concurren a un mismo punto representan las tensiones de las porciones de hilo a las cuales son paralelas y reciben el nombre de haz de tensiones funiculares o radios polares (Henkel, 1949).

Si en la Figura 10a. se cambiara el sentido de las fuerzas, las líneas A_1A_2, A_2A_3, \dots del polígono funicular estarían comprimidas, lo que transformaría al polígono funicular en un polígono articulado o línea de presiones; este es el caso presente en la construcción de arcos y bóvedas (Henkel, 1949).

DETERMINACION DE LA POSICION DE LA RESULTANTE

En la Figura 11 b se muestran las fuerzas P_1, P_2, P_3, P_4 conjuntamente con el polígono de fuerzas empleado para la determinación de la resultante R , así como los radios polares $OA_1', OA_2', OA_3', OA_4'$, a partir de los cuales se determina el polígono funicular de las fuerzas dadas, $a a_1 a_2 a_3 a_4 b$.

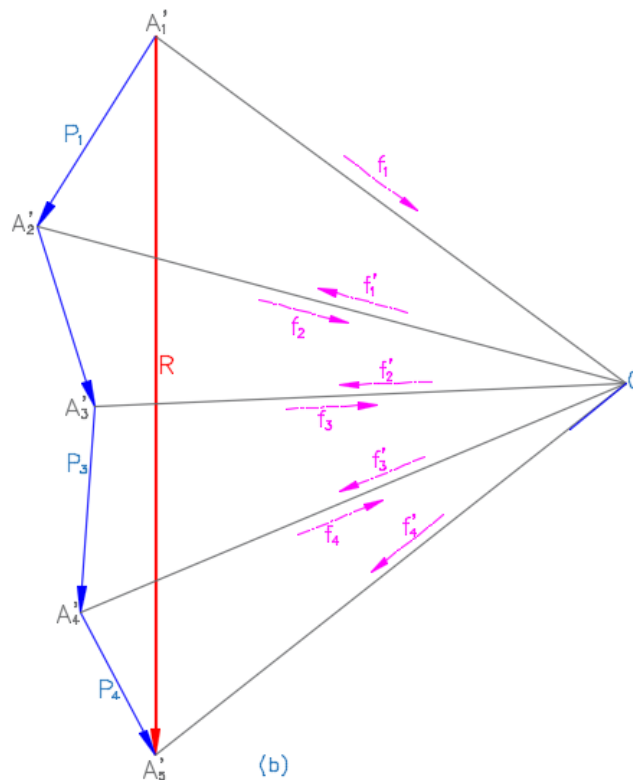
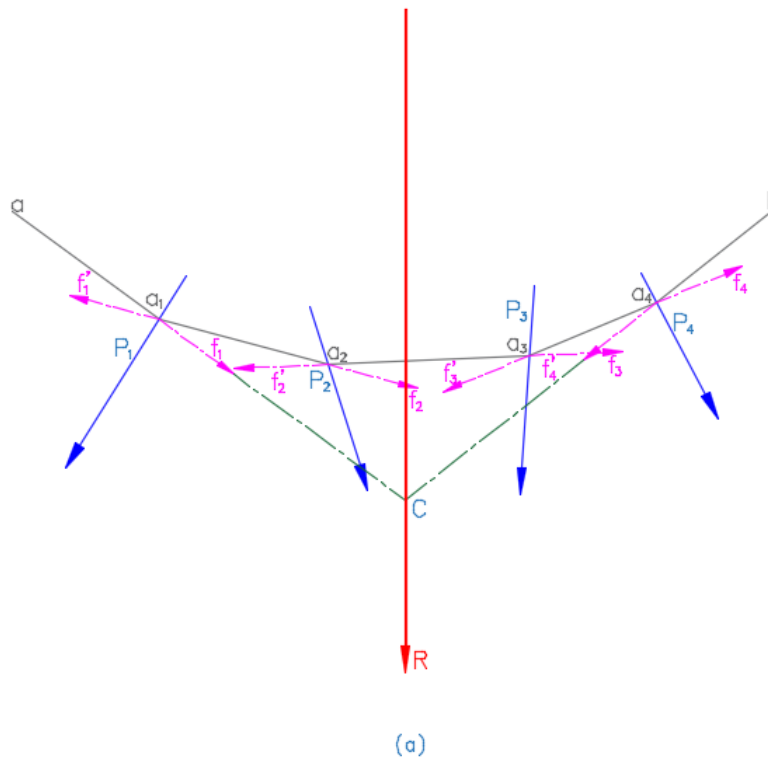


Figura 11. Determinación de la Ubicación de la Resultante

En la Figura 11 a, el triángulo $O A_1' A_2'$ está compuesto por las fuerzas P_1 , f_1 y f_1' las mismas que aplicadas a un mismo punto constituyen un sistema en

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



equilibrio. Por lo tanto la fuerza P_1 será equivalente a las otras dos fuerzas f_1 y f'_1 pero cambiadas de signo; pudiendo ser reemplazada la fuerza P_1 por las fuerzas f_1 y f'_1 . Por lo tanto se puede reemplazar las fuerzas P_1 por sus otras dos f_1 y f'_1 situadas sobre los lados del polígono funicular que concurren a ella.

De la misma manera se puede reemplazar la fuerza P_2 por sus equivalentes f_2 y f'_2 ubicados sobre el segundo y tercer lado del polígono funicular, en donde observamos que la fuerza f_2 es de igual y de signo contrario a f'_1 por lo tanto ambas fuerzas se anulan sobre el lado $a_1 a_2$ del polígono funicular. Lo mismo ocurrirá con los componentes equivalentes a la fuerza P_3 en donde se anulara la fuerza f'_2 . Con este procedimiento se ve que las todas las fuerzas intermedias se contrarrestan de dos a dos, con lo cual las fuerzas pueden reducirse a f_1 situada sobre el primer lado del polígono funicular y f'_4 ubicada sobre el ultimo lado del polígono funicular.

Las fuerzas P_1, P_2, P_3, P_4 y las fuerzas f_1 y f'_4 tendrán la misma resultante al ser dos sistemas equivalentes, por lo tanto la resultante de las dos fuerzas pasara por el punto de intersección C , con lo cual trazamos por C la fuerza resultante R con la misma magnitud dirección determinando así su ubicación en el diagrama.

Reglas del Polígono Funicular.

Las construcciones de los polígonos funiculares se las puede resumir en las dos siguientes reglas encontradas en (Bayle, 1966, pág. 10):

1. **Regla:** Sobre cada una de las fuerzas dadas se encuentra un vértice del polígono funicular. Los lados que pasan por este vértice son paralelos a los radios vectores que sobre la figura reciproca concurren en los extremos de la fuerza en cuestión
2. **Regla.** En el polígono funicular, un lado cualquiera comprendido entre una fuerza dada y la siguiente, es paralelo al radio vector que une el polo con el vértice en que se cortan, sobre el polígono vectorial, las dos fuerzas en cuestión.

La importancia de estas reglas radica en que nos ayudan al momento de determinar las reacciones en los apoyos de vigas, sobre todo en el caso que estas reacciones sean de signo distinto.

2.2.4. Composición de Fuerzas Paralelas

La composición de las fuerzas sigue el mismo procedimiento expuesto en la sección 2.2.3 *Composición de Fuerzas No Concurrentes*, aplicando el polígono de fuerzas para la obtención de la resultante y el polígono funicular para la ubicación de la resultante en el diagrama obtenidos a partir de punto arbitrario, polo.

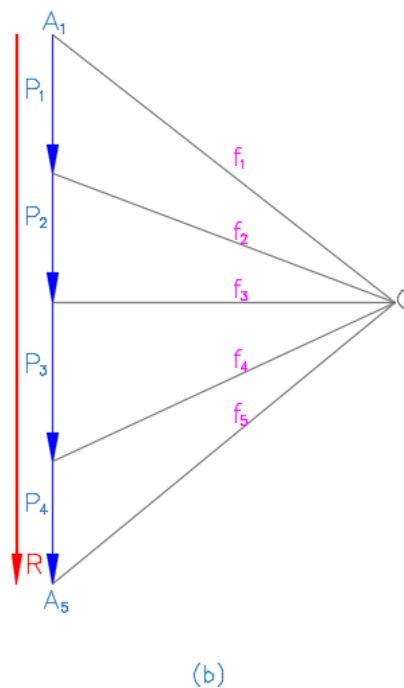
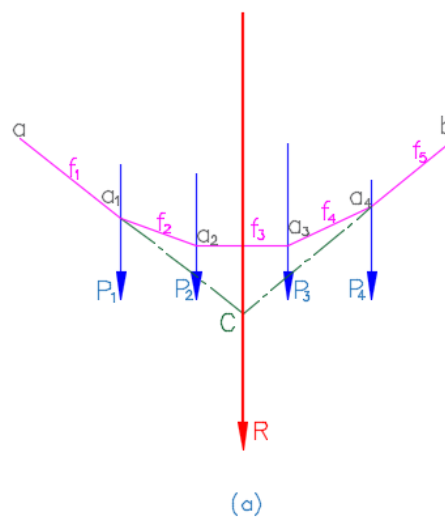


Figura 12. Resultante de Fuerzas Paralelas.

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

En la Figura 12 a, se presentan un sistema de fuerzas P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , con las que se ha efectuado la composición de fuerzas, Figura 12 b, para determinar la fuerza resultante a través de la construcción de un polígono de fuerzas, en este caso el contorno del polígono de fuerzas resulta una recta, esto es debido a la disposición de las mismas.

Tomando un punto arbitrario para el polo O , y trazando los radios polares f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 , trazamos paralelas a los radios polares comprendidos entre las fuerzas correspondientes obteniendo el polígono funicular $a a_1 a_2 a_3 a_4 b$.

La intersección de los lados extremos del polígono funicular $a a_1$ y $a_4 b$ determinan la ubicación de la resultante en el diagrama de fuerzas.

Cuando las fuerzas son solo dos, desiguales y de sentidos contrarios como se observa en la Figura 13, la resultante es siempre exterior a las componentes y si las dos fuerzas son iguales y de sentidos contrarios, la resultante está en el infinito y su valor sería nulo (Henkel, 1949).

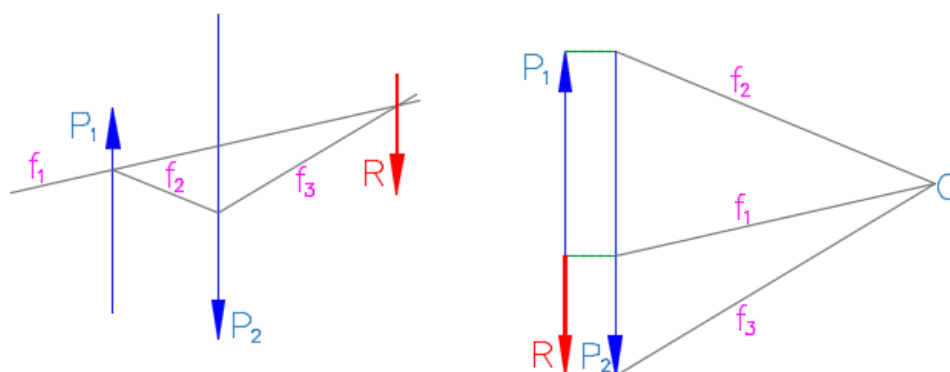


Figura 13. Resultante de Fuerzas Paralelas Desiguales y en Sentido Contrario

2.3. CALCULO GRAFICO DE LAS REACCIONES EN LOS APOYOS

Sean las fuerzas P_1 , P_2 y P_3 aplicadas a una armadura como se observa en la Figura 14, en donde se determinará la reacción en los apoyos aplicando los preceptos expuestos en la *Composición de Fuerzas No Concurrentes*. La estructura se encuentra apoyada en uno de sus extremos por un apoyo simple y el otro por una articulación.

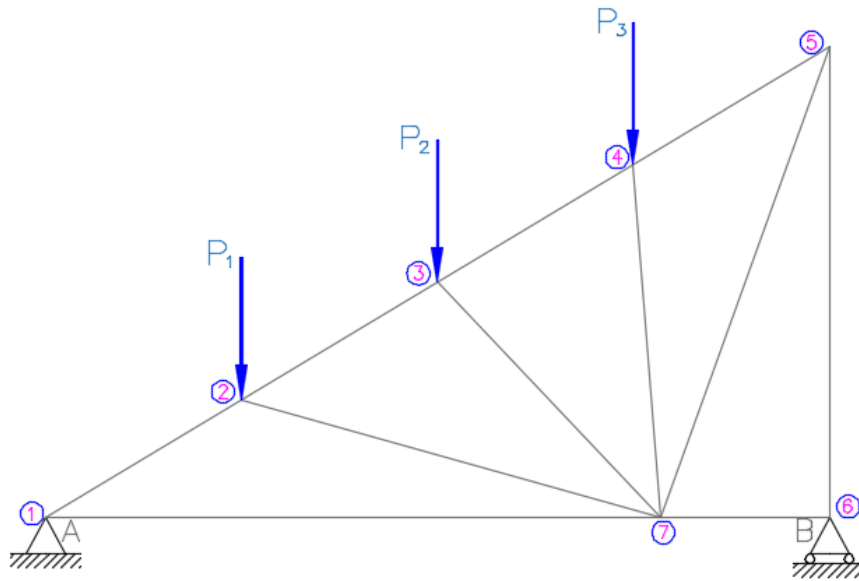


Figura 14. Armadura Simplemente Apoyada, Calculo de Reacciones.

Para la determinación de las reacciones en los apoyos partiremos con la construcción del polígono de fuerzas, para ello ubicaremos un punto cualquiera A_1' , a partir del cual se construye el polígono de fuerzas para la determinación de la resultante R , Figura 15. Siiguiente a esto ubicamos el Polo O , y trazamos los radios polares OA_1' , OA_2' , OA_3' , OA_4' , Figura 15.

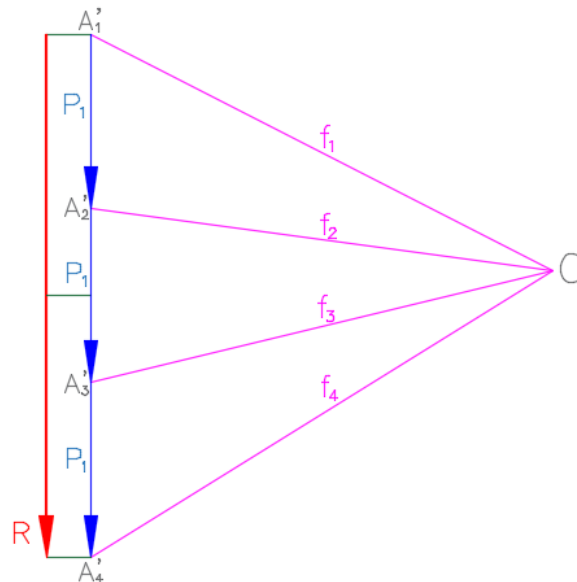


Figura 15. Construcción de Polígono de Fuerzas

Una vez obtenidos los radios polares trazamos paralelas a estos en el diagrama de forma (Figura 15) intersectando con cada una de sus fuerzas correspondientes. Tomamos el radio polar OA_1' y lo trasladamos a un punto aleatorio de la línea de acción de la reacción en el apoyo del nodo 1 denominada A , hasta que intersecte con la línea de acción de la fuerza correspondiente P_1 , estableciendo el punto A_2 .

Ahora por el punto A_2 se traza una paralela al radio polar OA_2' hasta que intersecte con la línea de acción de la fuerza P_2 formando el punto A_3 , a partir de este punto trazamos la paralela al radio OA_3' intersectando con la línea de acción de la fuerza P_3 y fijando el punto A_4 , a partir de este punto trazamos la paralela a OA_4' la cual intersectara con la línea de acción de la reacción en el apoyo en el nodo 6 encontrando así el punto A_5 (Figura 16).

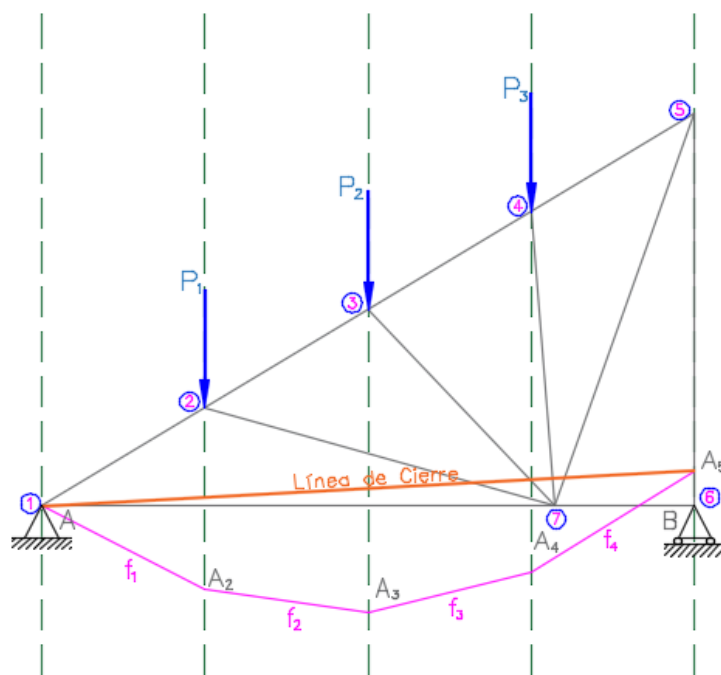


Figura 16. Línea de Cierre del Polígono Funicular

Unimos los puntos A y A_5 determinando la línea de cierre del polígono funicular AA_5 , la misma que trasladamos paralelamente al polígono de fuerzas tomando

como origen de la recta el Polo **O** (Figura 17). Al trasladar la línea de cierre esta dividirá a la resultante en dos segmentos de recta determinando así los valores de las reacciones en los nodos **R_A** y **R_B**.

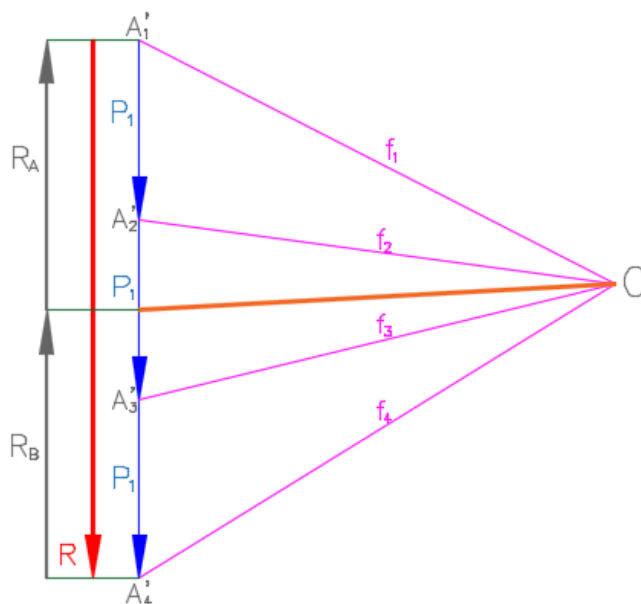


Figura 17. Determinación de los Valores de las Resultantes

2.4. METODO GRAFICO DE LOS NODOS

El método grafico de los nodos es similar al método analítico con la diferencia que se sustituyen las condiciones analíticas de equilibrio, las sumatorias de fuerzas horizontales ($\sum F_x = 0$) y verticales ($\sum F_y = 0$), por su equivalente gráfico, el polígono de fuerzas.

El método grafico de los nodos son básicamente construcciones geométricas sencillas que consisten en componer polígonos de fuerzas para cada uno de los nodos de la estructura, considerando todas las fuerzas que actúan en dicho nodo, previo a la composición de los polígonos de fuerzas se calcula las reacciones en los apoyos de la estructura, ya que a partir de las reacciones se van construyendo los polígonos de fuerzas de cada nodo.

Al momento de construir los polígonos de fuerzas hay que tener muy presente el establecer una escala que relacione la longitud de las gráficas con los fuerzas, así por ejemplo establecer que 1 cm de longitud en el grafico representan 1 toneladas de una fuerza, esto nos permitirá evitar errores. Dadas las características graficas del método se debe trazar con mucha precisión puesto

que esto nos ayudara a una precisión en el resultado y evitar errores acumulativos.

En la Figura 18, se presenta una estructura como base para el proceso de cálculo empleando el Método Grafico donde se describe el proceso anteriormente expuesto:

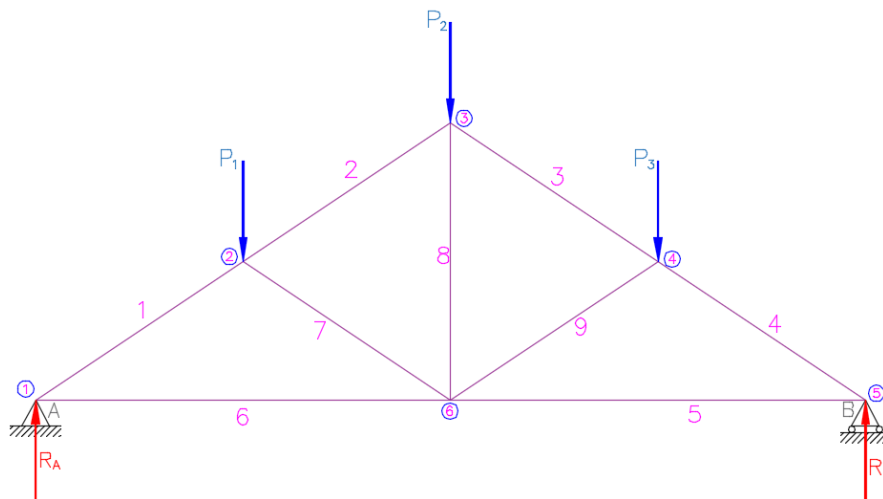


Figura 18. Armadura Simplemente Apoyada, Método Grafico de los Nodos

Como se había indicado el método consiste en la construcción de un polígono de fuerzas cerrado en cada uno de los nodos, para ello se debe primeramente calcular las reacciones en los apoyos, iniciando la construcción en el Nodo 1 y continuando con el resto de nodos de la estructura, tal como se muestra en la Figura 19.

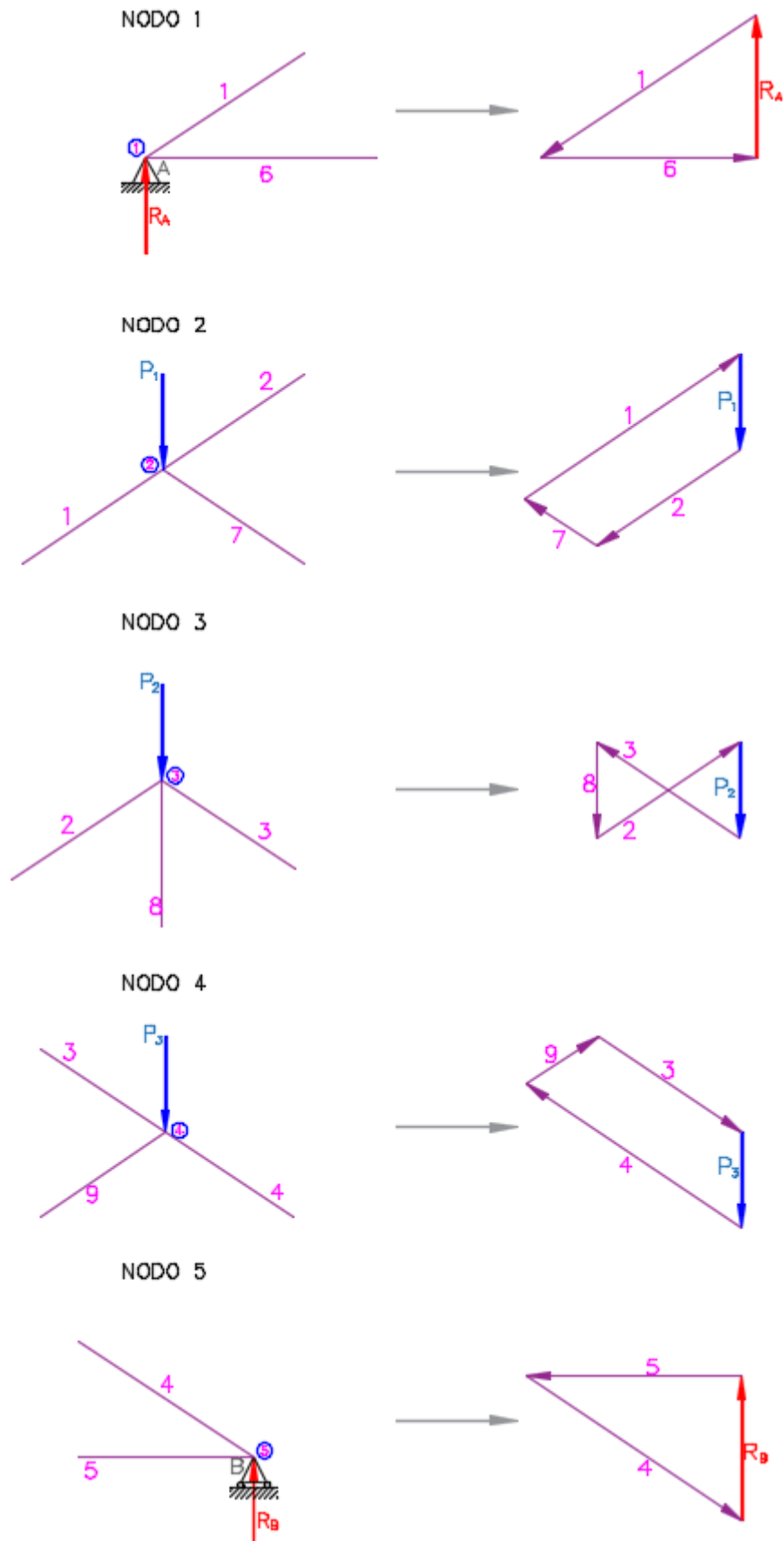


Figura 19. Método Gráfico de los Nodos

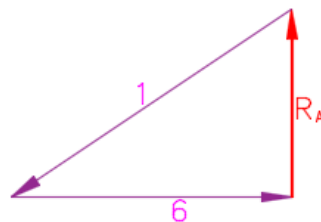
AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

2.5. METODO DE LA CREMONA

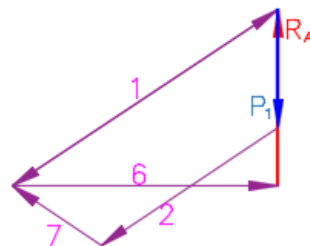
El italiano Luigi Cremona (1830-1903) fue el investigador que integro la dualidad de Maxwell en el concepto de la Estática Grafica de Culmann. La técnica desarrollada por Cremona consiste en considerar que las barras de las estructuras se encuentran articuladas y los esfuerzos a las que se encuentran sometidas las barras son de alguna manera proporcionales con la geometría de las líneas que representan las cargas y las direcciones de las barras, considerando el equilibrio estático de cada nodo de la estructura. Al estar cada nodo de la estructura en equilibrio su polígono de fuerzas es cerrado y como cada barra une dos nodos, cada barra participa en dos polígonos de fuerzas de dos nodos. Los polígonos de fuerzas de cada nodo se terminan enlazando y cerrando dando lugar al denominado diagrama de fuerzas.

A continuación en la figura 20 se muestra el ejemplo anteriormente resuelto en el método de los nodos. En la práctica se forma un solo diagrama de fuerzas, pero en este caso para ilustrar de una mejor manera se ha trazado polígono a polígono hasta representar el diagrama de fuerzas de toda la estructura. Sobre el diagrama de fuerzas se miden las longitudes de cada barra obteniendo las fuerzas de cada elemento.

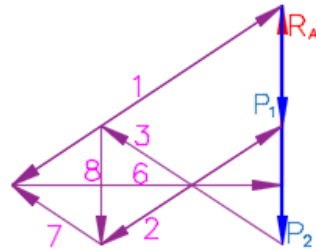
NODO 1



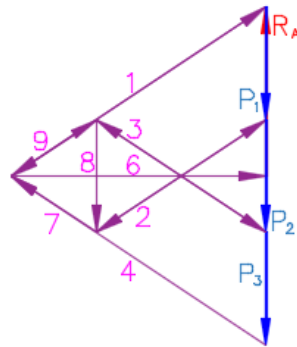
NODO 2



NODO 3



NODO 4



NODO 5

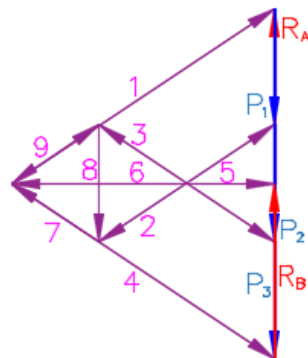


Figura 20. Método de Cremona

2.6. DISEÑO ESTRUCTURAL EN ACERO DE LOS ELEMENTOS.

2.6.1. Diseño de Elementos a Tensión

Es muy común encontrar elementos sometidos a tensión en armaduras, techos y en situaciones que se usan tirantes. Para nuestro caso su aplicación se limita a los miembros sometidos a tensión en armaduras.

Existen secciones que son típicamente empleadas para el diseño de miembros a tensión, que se detallan en la Tabla 1.

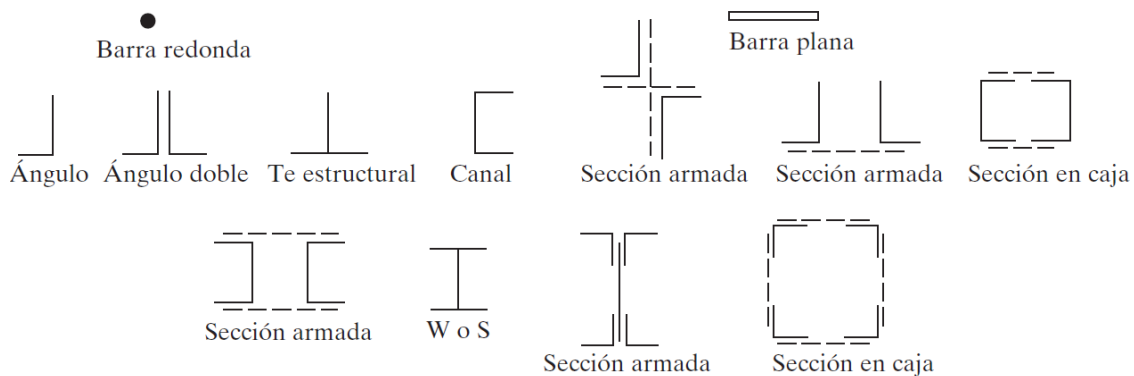


Tabla 1. Grupo de secciones usadas típicamente en el diseño de miembros a tensión. (McCormac & Csernak, 2012, pág. 63)

En el diseño de elementos a tensión se empleará el método AISC 360-10 (LRFD), para lo cual se describen las fórmulas empleadas:

$$P_u \leq \phi_t P_n \quad \text{donde} \quad \phi_t = 0,90$$

$$A_g \geq \frac{P_u}{0,90 \times F_y}$$

Donde

F_y = límite de fluencia del acero

A_g = área bruta de la sección

En base a lo expuesto anteriormente y a las fórmulas antes expuestas, se realiza el diseño con el siguiente procedimiento:

1) Identificar P_u :

Este dato es obtenido del análisis estructural.

2) Encontrar el área mínima requerida:



$$A_{g(requerido)} = \frac{P_u}{0,90 \times F_y}$$

3) Escoger una sección

Con la ayuda de un catálogo de secciones se puede escoger una sección que cumpla $A_g \geq A_{g(requerido)}$

4) Cálculo de capacidad

Para la sección escogida se calcula la capacidad real de la sección, despejando P_u de la ecuación antes planteada, quedando de la siguiente manera:

$$P_u = A_g \times 0,90 \times F_y$$

5) Cálculo del Coeficiente D/C, (demanda / capacidad)

Para el cálculo del coeficiente se realiza la división de la P_u calculada mediante análisis estructural entre la P_u real de la sección escogida.

6) Cálculo de la relación de esbeltez

Para el cálculo de la relación de esbeltez (McCormac & Csernak, 2012), indica que:

$$r_{min} = \frac{L}{300}$$

Donde:

r = radio de giro

L = Longitud del elemento

Se busca cumplir con esta condición para evitar vibraciones, deflexiones laterales y daños al elemento.

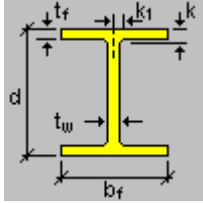
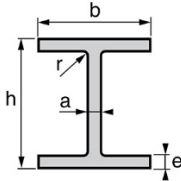
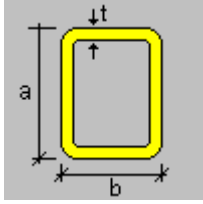
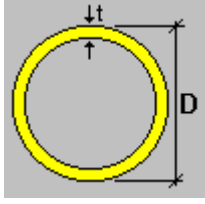
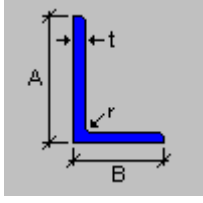
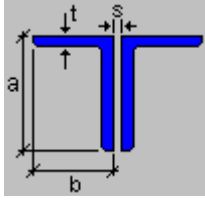
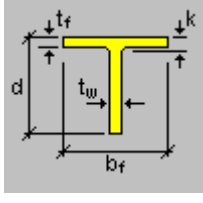
2.6.2. Diseño de Elementos a Compresión

Entre los elementos que típicamente se encuentran sometidos a compresión se encuentran las columnas y las armaduras; y en nuestro caso, dado que nuestra tesis se enfoca principalmente en armaduras, es a este tipo de elementos a los que se aplicará el diseño principalmente.

Entre las secciones que típicamente se utilizan para el diseño de columnas o miembros a compresión se encuentran las secciones:

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

 <p>W</p>	 <p>HEB</p>
 <p>HSS Cuadradas y Rectangulares</p>	 <p>HSS Circulares</p>
 <p>Angulos</p>	 <p>Doble ángulos</p>
 <p>Tees</p>	

En el diseño de columnas se empleará el método AISC 360-10 (LRFD), para lo cual se describen las fórmulas empleadas:

$$P_u \leq \phi_c P_n \quad \text{donde} \quad \phi_c = 0,90$$

$$P_n = F_{cr} \times A_g$$

Donde

F_{cr} = esfuerzo crítico de pandeo por flexión

A_g = área bruta de la sección

Para el caso de pandeo local se asume que las secciones son no esbeltas, ya que los perfiles laminados en caliente en general son secciones compactas para aceros normales, razón por la cual no se realiza la comprobación para pandeo local.

Para el cálculo de F_{cr} se presentan dos casos, que se deducen a partir de la curva de Euler, que se presenta en la Figura 21:

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

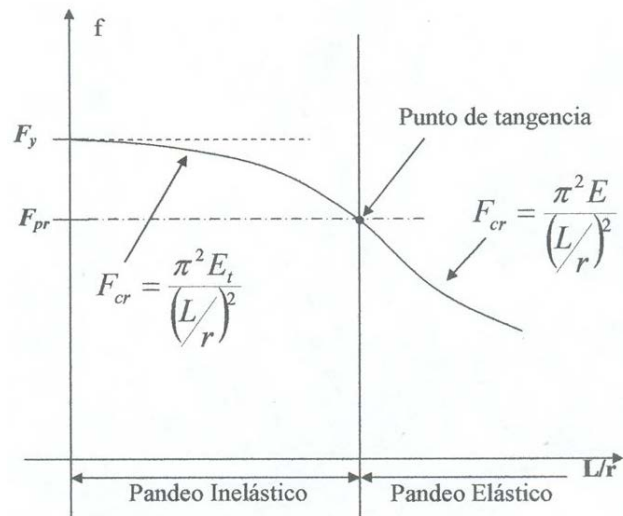


Figura 21. Curva de Euler

a) Pandeo Inelástico:

Generalmente se presenta en columnas cortas o intermedias.

$$\frac{KL}{r} \leq 4,71 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad o \quad F_e \geq 0,44f_y$$

Para este caso, F_{cr} se calcula con la siguiente fórmula:

$$F_{cr} = (0,658^{F_y/F_e})F_y$$

Donde

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

b) Pandeo elástico o pandeo de Euler:

Se presenta cuando se cumple la siguiente condición:

$$\frac{KL}{r} > 4,71 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad o \quad F_e \leq 0,44f_y$$

$$F_{cr} = 0,877F_e$$

En base a lo expuesto anteriormente y a las fórmulas antes expuestas, se realiza el diseño con el siguiente procedimiento:

1) Identificar los parámetros conocidos

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



P_u = Carga axial ultima

L = Longitud de la columna/barra

K = Factor de longitud efectiva. $K=1$ para elementos articulados en ambos extremos.

F_y = Límite de fluencia del acero

E = Módulo de elasticidad

2) Asumir “r”

r = Radio de giro.

Se asume inicialmente un valor (se asume como valor típico $r=3,15 \text{ in}$), o se puede tomar en cuenta que la relación $\frac{KL}{r}$ generalmente esta entre 40 y 60 (para columnas de edificios). Adicionalmente, se podría asumir un valor de $\frac{KL}{r}$ que se encuentre entre dichos valores.

3) Determinar F_{cr}

Con $\frac{KL}{r}$ conocido, se procede a determinar F_{cr} .

4) Determinar el área requerida

Con las fórmulas LRFD presentadas anteriormente, se obtiene la siguiente relación:

$$A_g \geq \frac{P_u}{0,9F_{cr}}$$

En donde A_g es el área requerida para la carga específica.

5) Escoger una sección

Con la ayuda de un catálogo de secciones se puede escoger una sección que cumpla $A_g \geq A_{g(requerido)}$

6) Cálculo de capacidad

Para la sección escogida se debe calcular la capacidad, de dicha sección, ya que el radio de giro de ésta sería el real para la sección.

Se busca que cumpla con la condición $\phi P_n \geq P_u$, si se cumple con ésta condición finaliza el diseño, caso contrario se debe regresar al paso 3).



7) DCR

Si se ha logrado obtener una sección que cumpla con la capacidad, es decir $DCR \leq 1.0$, finalmente se debe calcular la relación demanda/capacidad, que debe estar entre 0,8 y 0,95 para que se considere un buen diseño.

En la herramienta desarrollada se han implementado condiciones en las cuales el programa evalúa todas las secciones disponibles en el catálogo interno. Luego, mediante preguntas internas, se elige el mejor diseño, esto quiere decir, que cumpla con la demanda, y que la relación demanda/capacidad se encuentre entre 0,8 y 0,95. Si resulta imposible conseguir que la relación demanda/capacidad se encuentre entre dichos valores, el programa elige la sección cuya relación demanda/capacidad sea más próxima al valor de 1.

2.7. OPTIMIZACIÓN

La optimización es una rama de la matemática aplicada que consiste en la búsqueda del mejor resultado posible entre un grupo de opciones disponibles, bajo un criterio o varios criterios de evaluación.

En la mayoría de los casos se encuentra representado por una función, y en diversas ramas de la ciencia, tales como ingeniería, química, economía y otras más.

Dado el tipo de modelo o de problema que se desea optimizar, se presentan métodos de optimización que pretenden que las tareas que se desean realizar se lleven a cabo de manera eficiente y además manteniendo costos bajos.

Así, los problemas de optimización se encuentran clasificados, tomando en cuenta la forma de la función $f(\mathbf{x})$, como se presentan a continuación:

- “Si $f(x)$ y las restricciones son lineales, tenemos un problema de programación lineal.
- Si $f(x)$ es cuadrática y las restricciones son lineales, tenemos un problema de programación cuadrática.
- Si $f(x)$ no es lineal ni cuadrática y/o las restricciones no son lineales, tenemos un problema de programación no lineal.” (Chapra & Canale, 2007, pág. 359)

Otra manera de clasificar los problemas de optimización es según su dimensionalidad, así tenemos los siguientes:

- Unidimensionales: Implican funciones que dependen de una sola variable independiente.

- Multidimensionales: Son funciones que dependen de dos o más variables independientes.

Los problemas multidimensionales incluyen los problemas bidimensionales, que son los únicos que se pueden representar gráficamente, que consistiría en la búsqueda de picos o valles, como se muestra en la Figura 22

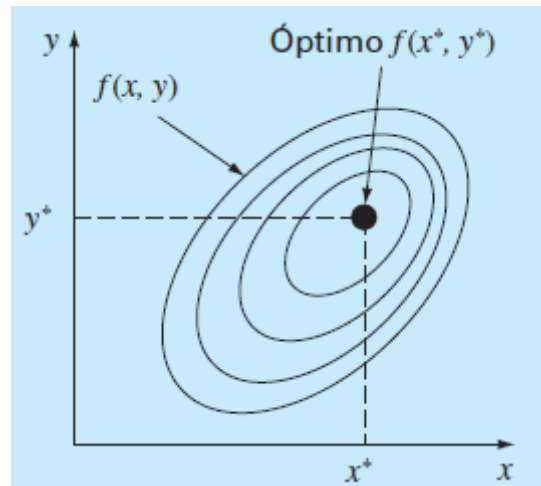


Figura 22. Optimización bidimensional, puede representar una maximización o una minimización. (Chapra & Canale, 2007, pág. 359).

Dentro de los problemas de optimización multidimensional no restringida tenemos dos grupos de métodos de optimización que podrían ser empleados:

- Métodos Directos
- Métodos de Gradiente

A continuación se presenta una breve explicación de los métodos de gradiente, en primera instancia, y una explicación un poco más detallada de los métodos directos, ya que el método empleado para la optimización en la presente tesis es un método directo.

2.7.1. Métodos de Gradiente

Los métodos con gradiente, como su mismo nombre lo indica, utilizan información de la derivada de la función y de ésta manera generar algoritmos eficientes que busquen el óptimo de la misma.

Cabe recordar que la primera derivada de una función nos proporciona información del punto en donde la función ha alcanzado un máximo o un mínimo. Y adicionalmente, conocemos que con la segunda derivada de la misma función podemos conocer si se ha alcanzado el máximo o el mínimo, con el signo que nos proporciona dicha derivada; positivo para el mínimo y negativo para el máximo.

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



2.7.2. Métodos Directos

Los métodos directos, a diferencia de los métodos de gradiente, no hacen uso de la derivada de la función para obtener máximos o mínimos. Y dadas estas circunstancias, en todos los casos éstos métodos son muy ineficientes. Pero, a pesar de las desventajas que posee, existe la gran ventaja de que son muy fáciles de comprender y ejecutar.

Entre los métodos indirectos, podemos encontrar los siguientes:

- Métodos de búsqueda aleatoria
- Búsqueda univariante
- Método simplex flexible
- Direcciones conjugadas. Método de Powell
- Métodos de búsqueda en rejilla

Dada la simplicidad del método, y que adicionalmente brinda facilidad al momento de implementar en nuestra herramienta computacional, hemos decidido emplear el Método de Búsqueda en Rejilla, cuya descripción se presenta a continuación.

❖ Método de búsqueda en rejilla

En éste método se puede evaluar una serie de puntos alrededor de un punto que sirve como punto base. En este sistema, el número de evaluaciones que se deben realizar es muy elevado, sobre todo cuando el número de puntos evaluados simultáneamente es mayor que 2. Y es por esta razón que cuando se emplea el método de la rejilla, siempre son elevados los recursos computacionales empleados.

Pero, con lo antes expuesto hemos elegido éste método, debido a que, por la manera en la que tenemos almacenados los datos de manera computacional, y por la manera en la que se encuentra codificado el programa, nos resulta muy útil y accesible desde el punto de vista computacional. Además, desde el punto de vista de las prestaciones mismas del método, consideramos ideal el mismo ya que podemos definir áreas de análisis para cada uno de los puntos evaluados.

Como sabemos, uno de los principios básicos en la estática gráfica es que no debemos tener barras que se crucen unas con otras, y con éste método podemos controlar muy bien esa condición, ya que podemos modificar a nuestra conveniencia los parámetros de inicio.

3. DESARROLLO DE ALGORITMOS Y METODOS COMPUTACIONLES

3.1. DESARROLLO DEL METODO

3.1.1. Determinación Estática y Cinemática de un Sistema Estructural

Los conceptos de determinación estática y cinemática de una estructura son importantes para la comprensión de las estructuras, y en nuestro caso para las estructuras reticuladas estudiadas en la presente tesis.

Estos conceptos nos permiten clasificar las estructuras en cuatro grupos, los que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 2. Clasificación de los Sistemas Estructurales

Clasificación de los Sistemas Estructurales		
Sistema Tipo	Propiedades Estáticas y Cinemáticas	
I	$s=0$ $m=0$	Estáticamente determinado y Cinemáticamente determinado
II	$s=0$ $m>0$	Estáticamente determinado y Cinemáticamente indeterminado
III	$s>0$ $m=0$	Estáticamente indeterminado y Cinemáticamente determinado
IV	$s>0$ $m>0$	Estáticamente indeterminado y Cinemáticamente indeterminado

Para la determinación tanto de “ m ” como de “ s ” se emplea la “Regla Extendida de Maxwell”, cuya ecuación se muestra a continuación:

$$s - m = b - 2j + k$$

Donde:

s = grado de hiperestaticidad

m = número de mecanismos

b = número de barras o miembros de la estructura

j = número total de nodos

k = número de restricciones cinemáticas

Los valores desconocidos son m y s , y pueden ser calculados mediante el SVD (Singular Value Descomposition) de la Matriz de Equilibrio de la Estructura (**A**).



La matriz de equilibrio de la estructura se ensambla como se muestra a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} \vdots & & \vdots \\ \cdots & (x_i - x_h) & \cdots & (x_i - x_j) & \cdots \\ \cdots & (y_i - y_h) & \cdots & (y_i - y_j) & \cdots \\ \cdots & (z_i - z_h) & \cdots & (z_i - z_j) & \cdots \\ \vdots & & & \vdots & \end{bmatrix}$$

Aquí, x_i, y_i, z_i son las coordenadas cartesianas del nodo i que está conectado por medio de barras con los nodos h y j .

Adicionalmente la regla extendida de Maxwell nos indica que:

$$s = b - r_A \quad y \quad m = 2j - k - r_A$$

En donde r_A es el rango de la Matriz A. Quedando de ésta manera determinados los valores de s y m , para clasificar el sistema estructural de acuerdo a la Tabla 1.

3.1.2. Desarrollo del Método Analítico de Estática Grafica

Basados en los principios de la Estática Grafica que describe el equilibrio estático de un sistemas de fuerzas aplicadas a una estructura mediante una construcción geométrica sencilla, la cual determina una reciprocidad entre los diagramas de forma y el diagrama de fuerzas. Con lo cual un polígono cerrado del diagrama de fuerzas representa el equilibrio estático del punto correspondiente en el diagrama de forma.

Dicha reciprocidad permite encontrar las fuerzas internas de la estructura debido a la proporcionalidad existente entre el diagrama de fuerzas y las longitudes de los segmentos del mismo.

En esta sección se describe el procedimiento empleado para la construcción del polígono de fuerzas de manera que se lo pueda implementar en una herramienta computacional ya que el diagrama de fuerza puede derivarse fácilmente a partir de la solución de sistemas de ecuaciones.

Para el desarrollo del procedimiento se iniciara con una estructura simple para posteriormente incorporar dicho procedimiento a una estructura más compleja.

La Figura 23 representa una estructura simple la cual se encuentra simplemente apoyada y con una carga en un nodo.

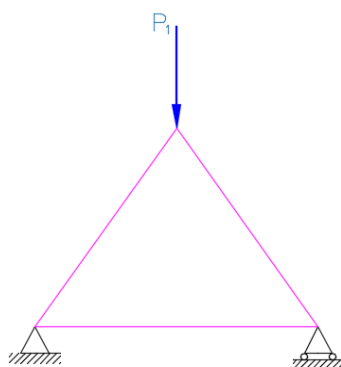


Figura 23. Armadura Simplemente Apoyada. Método Analítico de Estática Grafica

Primeramente colocamos a la estructura en sistema cartesiano con lo cual tenemos todas las coordenadas de los nodos de la forma (X,Y) , luego numeramos los nodos de la estructura de izquierda a derecha y en sentido anti-horario, como se muestra en la Figura 24.

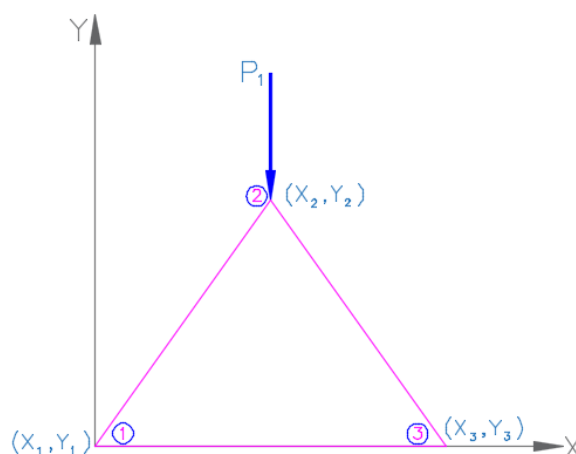


Figura 24. Armadura ubicada en un Sistema Cartesiano.

Posteriormente calculamos las reacciones aplicando lo visto en la Sección 2.3 lo cual es importante para el desarrollo del diagrama de fuerzas, puesto que las reacciones son el punto de partida del diagrama de fuerzas. El proceso para el cálculo de la reacciones inicia con ubicar un punto cualquiera $A_0 (X_0, Y_0)$, a partir de este punto se coloca la magnitud de la fuerza P_1 obteniendo el punto A_1 con coordenadas $(X_0, Y_0 - P_1)$. La ubicación del Polo O puede ser un punto cualquiera pero en este caso lo ubicaremos a la mitad de la fuerza P_1 definiendo así el valor de la ordenada, para el valor de la abscisa lo ubicaremos a $2 P_1$.

Ahora calcularemos los valores de las pendientes de los radios polares este cálculo se hará aplicando la ecuación de la pendiente de una recta entre dos puntos.



$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Obteniendo así una matriz de pendientes para cada uno de los radios polares.

$$RP = \begin{bmatrix} m_{f1} \\ m_{f2} \end{bmatrix}$$

Ahora determinaremos los puntos del polígono funicular, este proceso se lo realiza a partir de las líneas de acción de las fuerzas y con las ecuaciones de las rectas paralelas a los radios polares. Para encontrar los puntos partimos del Nodo 1 generando la ecuación de la recta con un punto y una pendiente el Punto sería el Nodo 1 (X_1, Y_1) y la pendiente la obtenemos de la Matriz RP, m_{f1} , teniendo la siguiente ecuación:

$$-m_{f1}x + y = -m_{f1}x_1 + y_1$$

La misma que al resolverla con la ecuación de la línea de acción de la fuerza P_1 la cual es una recta paralela al eje Y, la ecuación sería $X = X_2$. Al resolverlas conjuntamente determinan el punto a_2 y a su vez un segmento de polígono funicular, repetimos este proceso para establecer el punto a_3 , encontrando así la recta de la Línea de Cierre, que resulta al unir el Nodo 1 con el punto a_3 , Figura 25.

Ahora obtenemos la pendiente de la línea de cierre para poder trasladar dicha recta al polo, esto lo haremos generando la ecuación de la recta a partir del punto O y la pendiente de la línea de cierre, para encontrar los valores resolveremos conjuntamente la ecuación de la línea de cierre ya trasladada al polo con la línea A_0A_1 , con lo cual se establece el punto b (X_b, Y_b) y a su vez los valores de las reacciones R_A y R_B .

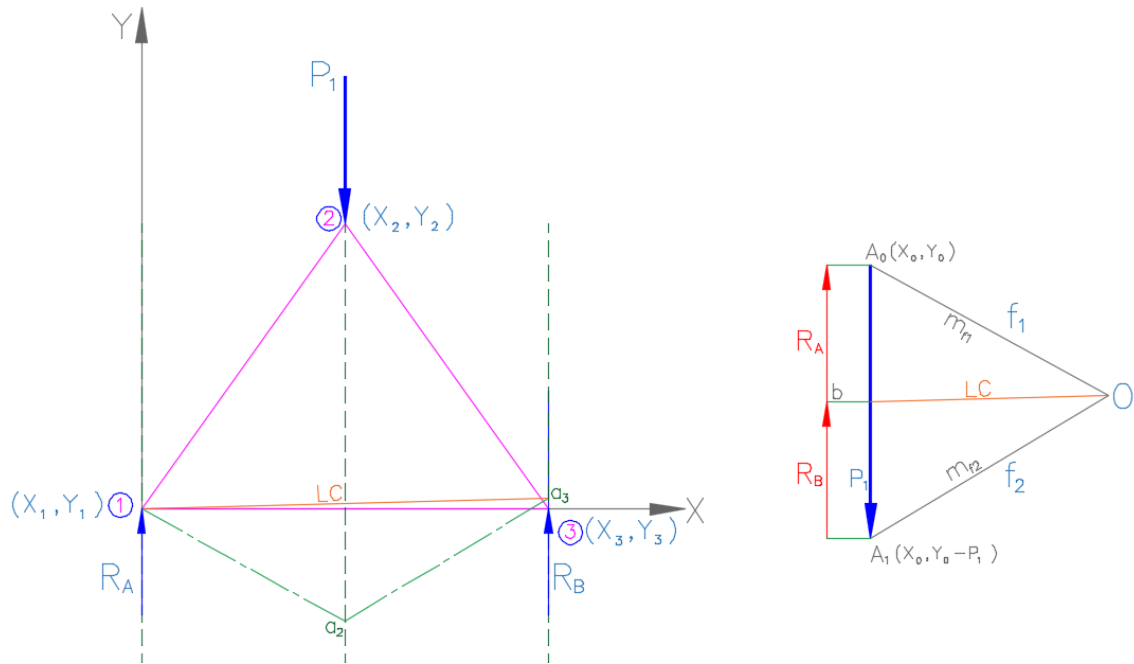


Figura 25. Cálculo de Reacciones. Método Analítico de Estática Gráfica

Una vez determinada las reacciones de la estructura iniciamos la determinación del polígono de fuerzas de cada uno de los nodos, este proceso se lo inicia por una de las reacciones, iniciando con el Nodo 1, Figura 26. El proceso para el polígono de fuerzas del nodo 1 se lo hace en sentido horario partiendo de la fuerza conocida, la reacción R_A , continuando con la barra 1 y a continuación la barra 3, Figura 26 a.

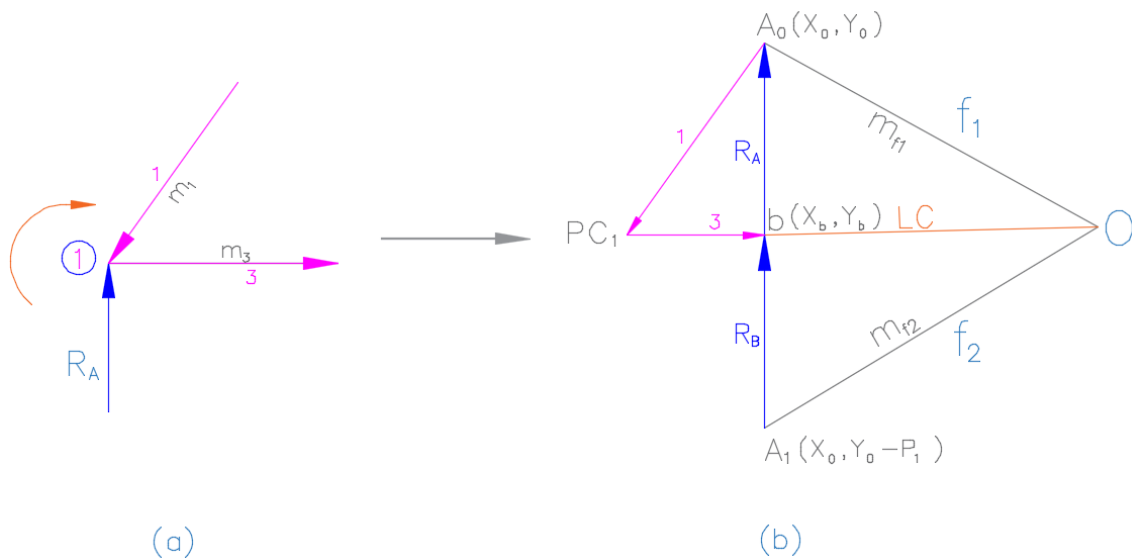


Figura 26 Polígono de Fuerzas. Nodo 1

Tomamos como origen el punto A_0 , que es el punto final de la reacción en diagrama de fuerzas, y la pendiente de la barra 1 (m_1) con ello se determina la ecuación Ec. 1. Para la ecuación Ec. 2 tomamos el punto inicial de la reacción (b) y la pendiente de la barra 3 (m_3). Al resolver estas dos ecuaciones encontramos punto PC_1 . Que nos permite cerrar el polígono de fuerzas del nodo 1 y a su vez determinar a las fuerzas de la barra 1 y 3.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ec. 1:} \quad -m_1x + y = -m_1x_0 + y_0 \\ \text{Ec. 2:} \quad -m_3x + y = -m_3x_b + y_b \end{array} \right\} \Rightarrow PC_1$$

Continuamos con el Nodo 2, en donde las fuerzas conocidas son P_1 y la fuerza de la barra 1, pero hay que tener presente que el sentido de la fuerza en la barra 1 cambia. Dadas la simplicidad del ejemplo no es necesario la resolución de las ecuaciones con lo que se traza una recta desde el punto final de la fuerza P_1 y pendiente de la barra 2 (m_2) la cual intersectara con el punto PC_1 , Figura 27, con ello se determinan todas las fuerzas de las barras en el diagrama de fuerzas.

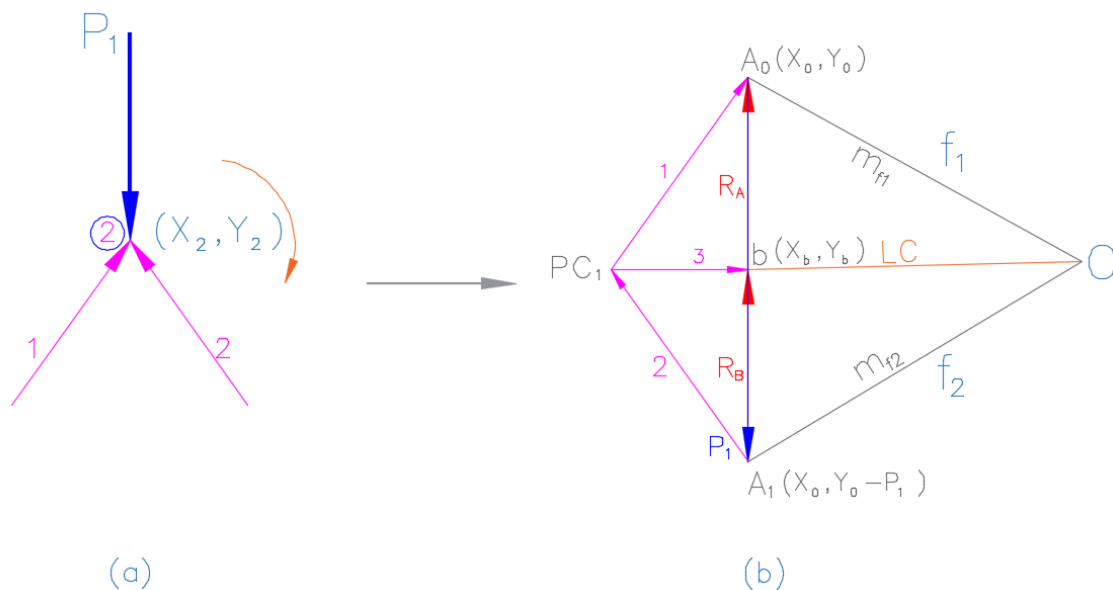


Figura 27. Polígono de Fuerzas. Nodo 2

Con la explicación antes expuesta y la finalidad de una mejor interpretación del método establecido procedemos a resolver una estructura cuya complejidad aumenta debido al mayor número de barras y de nodos, como se observa en la Figura 28.

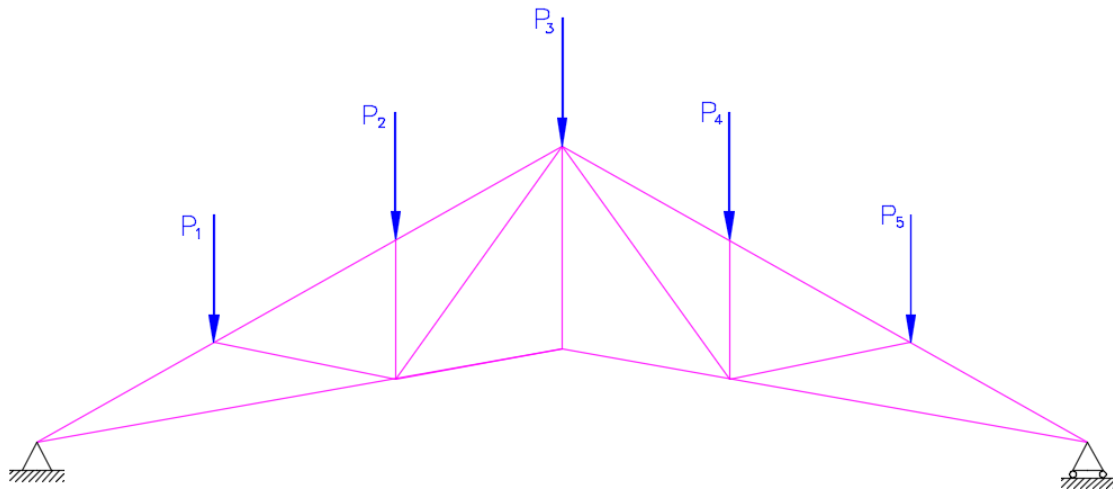


Figura 28. Armadura Simplemente Apoyada. Método Analítico de Estática Grafica

Ahora numeramos cada uno de los nodos y de las barras, Figura 29, al mismo tiempo que lo ubicamos en un sistema cartesiano para obtener las coordenadas de los nodos.

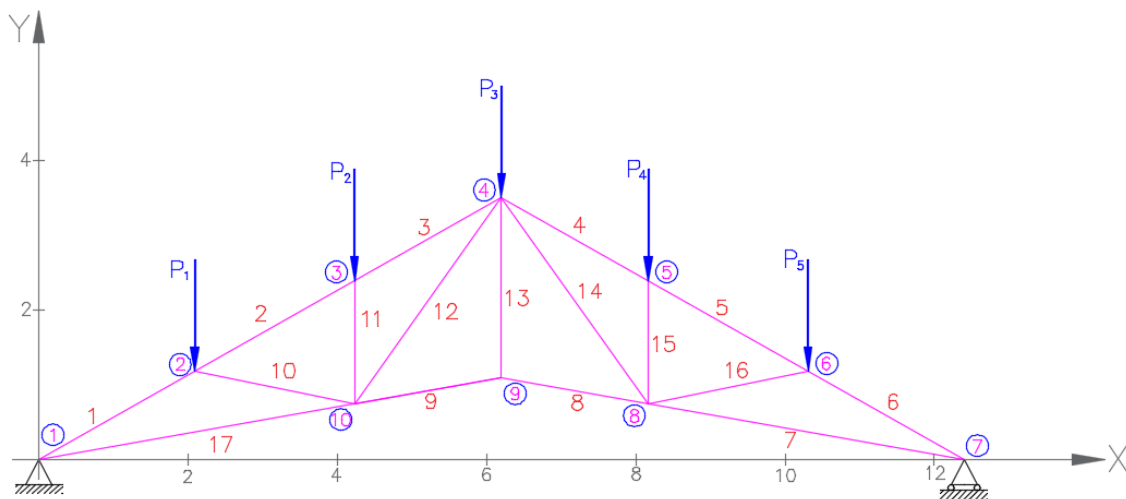


Figura 29. Armadura ubicada en un Sistema Cartesiano

Cada uno de los nodos presenta las siguientes coordenadas como se muestra en la siguiente Tabla 3.



Nodos	X	Y
1	0	0
2	2,09	1,18
3	4,23	2,39
4	6,2	3,5
5	8,17	2,39
6	10,31	1,18
7	12,4	0
8	8,17	0,75
9	6,2	1,1
10	4,23	0,75

Tabla 3. Tabla de Nodos Figura 29

Una vez determinada las coordenadas de los nodos debemos establecer las pendientes de los barras. Hay que tener presente que la pendiente de la barras que cuyo ángulo es de 90° el resultado será infinito ya que la división es para cero. Tal es el caso de las barras 11,13 y 15, tal como se muestra en la siguiente Tabla 4.

Barra	Nodo Inicial	Nodo Final	Pendiente m_i
1	1	2	0,5645
2	2	3	0,5645
3	3	4	0,5645
4	4	5	-0,5645
5	5	6	-0,5645
6	6	7	-0,5645
7	7	8	-0,1774
8	8	9	-0,1774
9	9	10	0,1774
10	10	2	-0,2005
11	10	3	Inf
12	10	4	1,3962
13	9	4	Inf
14	8	4	-1,3962
15	8	5	Inf
16	8	6	0,2005
17	10	1	-0,1774

Tabla 4. Tabla de Pendientes

Establecemos una escala que relacione la longitud de las gráficas con los fuerzas, la misma será 1:1 es decir que la 1.5 ton equivale a 1.5 cm de longitud.

A continuación determinaremos los valores de las reacciones R_A y R_B , siguiendo el procedimiento antes expuesto que consiste en encontrar la

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

resultante de la fuerzas aplicadas, para posteriormente trazar los radio polares, Figura 30, y con estos establecer el polígono funicular para localizar la línea de cierre, la misma que nos permite encontrar los valores de las reacciones, tal como se muestra en la Figura 30.

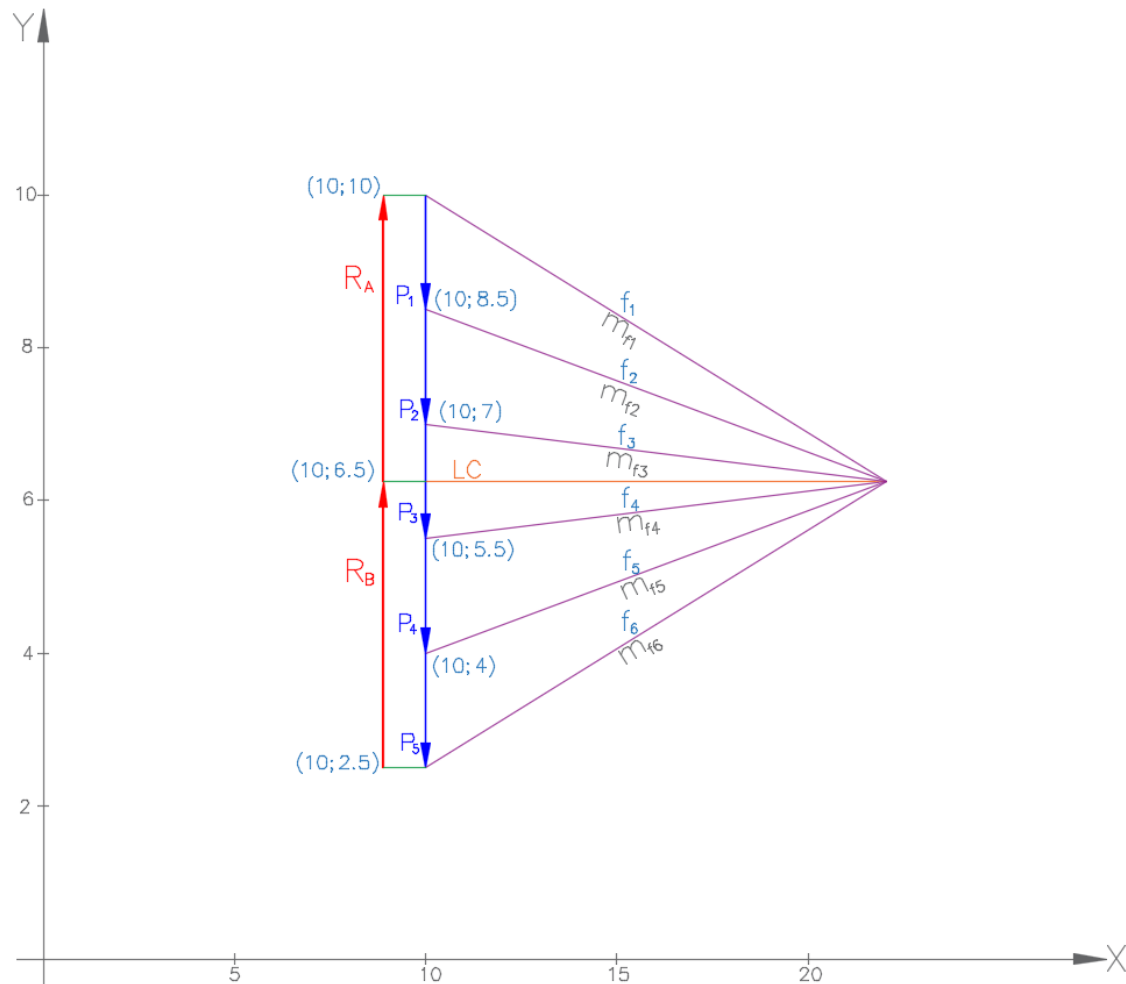


Figura 30. Calculo de Reacciones.

Una vez establecidos las coordenadas de las reacciones tal como se muestra en la figura anterior, formaremos los polígonos de fuerzas en cada uno de los nodos, para esto emplearemos el procedimiento anteriormente mencionado, con lo que iniciaremos en el Nodo 1 con la fuerza conocida en este caso la reacción R_A , teniendo así:

Nodo 1:

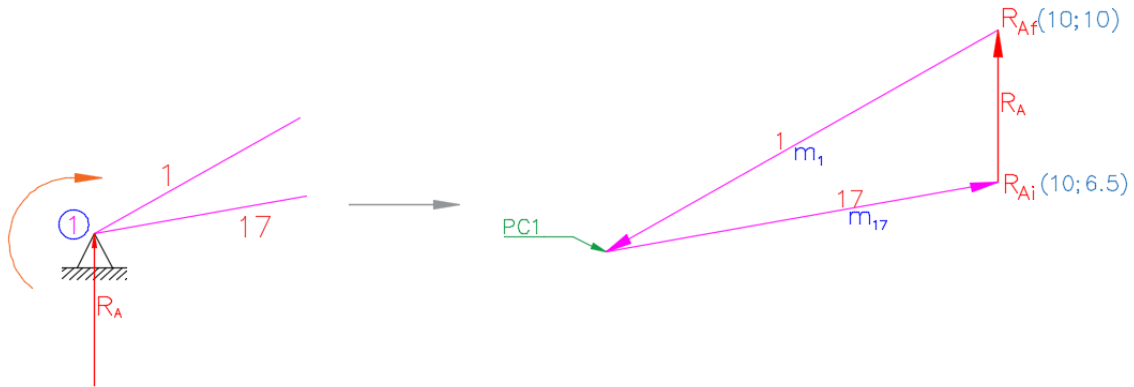


Figura 31. Polígono de Fuerzas. Nodo 1

Formulamos las ecuaciones que determinan el punto PC1, y a su vez permiten cerrar el polígono de fuerzas, obteniendo así:

Ec. 1: Punto R_{Af} (10; 10) Pendiente $m_1 = 0.5645$

$$-m_1 x + y = -m_1 R_{Afx} + R_{Afy}$$

Ec. 17: Punto R_{Ai} (10; 6.25) Pendiente $m_{17} = 0.1774$

$$-m_{17} x + y = -m_{17} R_{Aix} + R_{Aiy}$$

Teniendo el sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} -m_1 & 1 & \vdots & -m_1 R_{Afx} + R_{Afy} \\ -m_{17} & 1 & \vdots & -m_{17} R_{Aix} + R_{Aiy} \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} -0.5645 & 1 & \vdots & 4.355 \\ -0.1774 & 1 & \vdots & 4.479 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas PC1 y el polígono de fuerzas del nodo, Figura 31.

$$PC1 (0.3203 ; 4.5358)$$

Nodo 2:

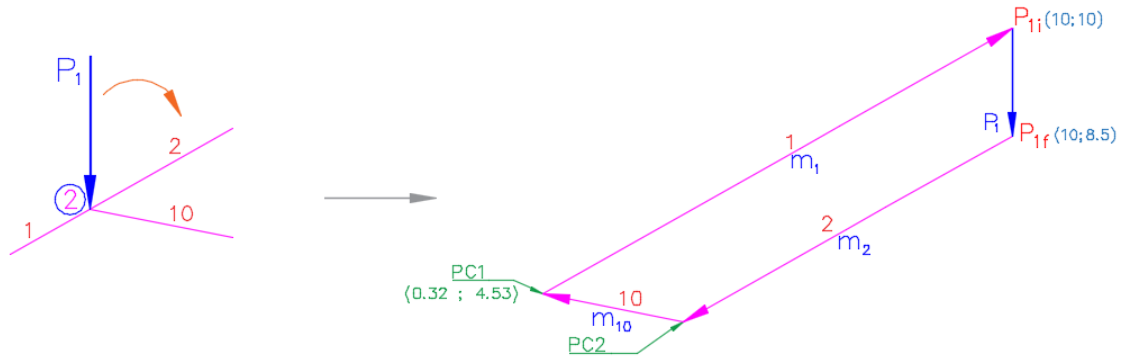


Figura 32. Polígono de Fuerzas. Nodo 2

Encontramos las ecuaciones que determinan el punto PC2, obteniendo así:

Ec. 2: Punto P_{1f} (10; 8.5) Pendiente $m_2 = 0.5645$

$$-m_2 x + y = -m_2 P_{1fx} + P_{1fy}$$

Ec. 10: Punto $PC1$ (0.3203 ; 4.4126) Pendiente $m_{10} = -0.2005$

$$-m_{10} x + y = -m_{10} PC1_x + PC1_y$$

Teniendo el sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} -m_2 & 1 & \vdots & -m_2 P_{1fx} + P_{1fy} \\ -m_{10} & 1 & \vdots & -m_{10} PC1_x + PC1_y \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} -0.5645 & 1 & \vdots & 2.855 \\ 0.2005 & 1 & \vdots & 4.60 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas del Punto PC2 y a su vez poder terminar el polígono de fuerzas del nodo, Figura 32:

$$PC2 (2.2810 ; 4.1426)$$

Nodo 3:

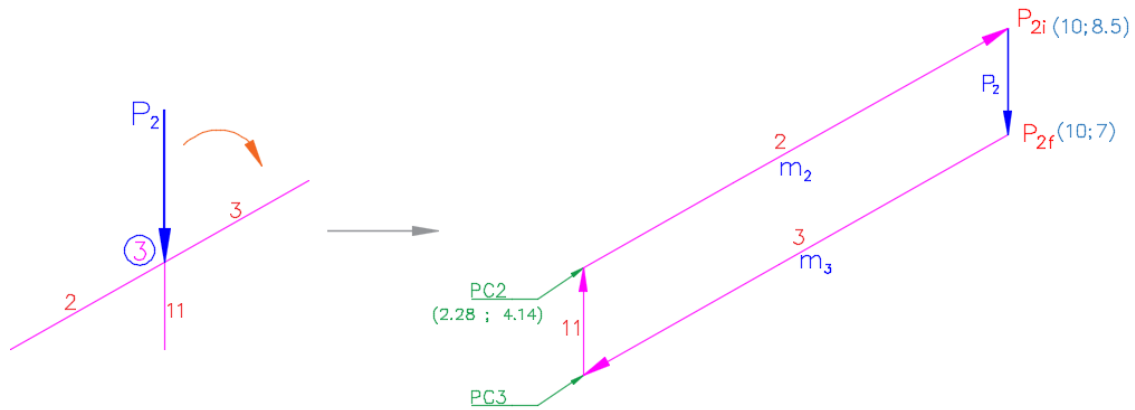


Figura 33. Polígono de Fuerzas. Nodo 3

Encontramos las ecuaciones que determinan el punto PC3, obteniendo así:

Ec. 3: Punto P_{2f} (10; 8.5) Pendiente $m_3 = 0.5645$

$$-m_3 x + y = -m_3 P_{2fx} + P_{2fy}$$

Dadas las condiciones de la barra 11, Figura 33, cuya pendiente es infinito dado que es vertical, se tomara el valor de x del punto PC2 para la ecuación.

Ec. 11: Punto PC2 (2.2810 ; 4.1426) Pendiente $m_{11} = Inf.$

$$x = 2.2810$$

Teniendo el siguiente sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} -m_3 & 1 & : & -m_3 P_{2fx} + P_{2fy} \\ 1 & 0 & : & PC2_x \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} -0.5645 & 1 & : & 1.355 \\ 1 & 0 & : & 2.2810 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas:

$$PC3 (2.2810 ; 2.6426)$$

Nodo 7:

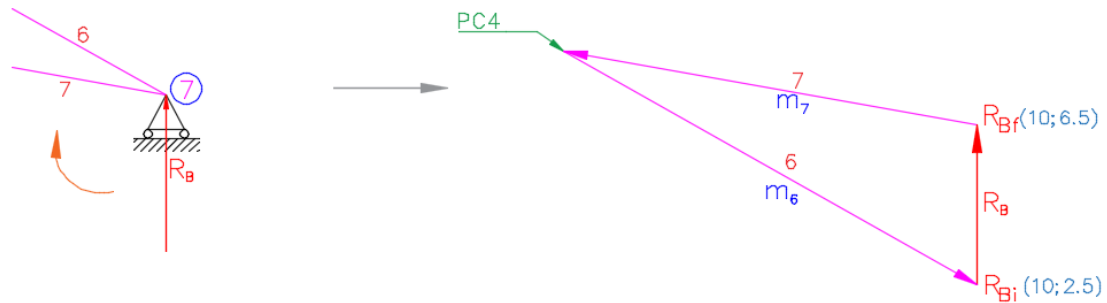


Figura 34 Polígono de Fuerzas. Nodo 7

Encontramos las ecuaciones que determinan el punto PC4, obteniendo así:

Ec. 7: Punto R_{Bf} (10;8.5) Pendiente $m_7 = -0.1774$

$$-m_7 x + y = -m_7 R_{Bfx} + R_{Bfy}$$

Ec. 6: Punto R_{Bi} (10 ; 2.5) Pendiente $m_6 = -0.5645$

$$-m_6 x + y = -m_6 R_{Bix} + R_{Biy}$$

Teniendo el siguiente sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} -m_7 & 1 & \vdots & -m_7 R_{Bfx} + R_{Bfy} \\ -m_6 & 1 & \vdots & -m_6 R_{Bix} + R_{Biy} \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} 0.1774 & 1 & \vdots & 8.024 \\ 0.5645 & 1 & \vdots & 8.145 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas, como se muestra en la Figura 34:

$$PC4 (0.3126 ; 7.9686)$$

Nodo 10:

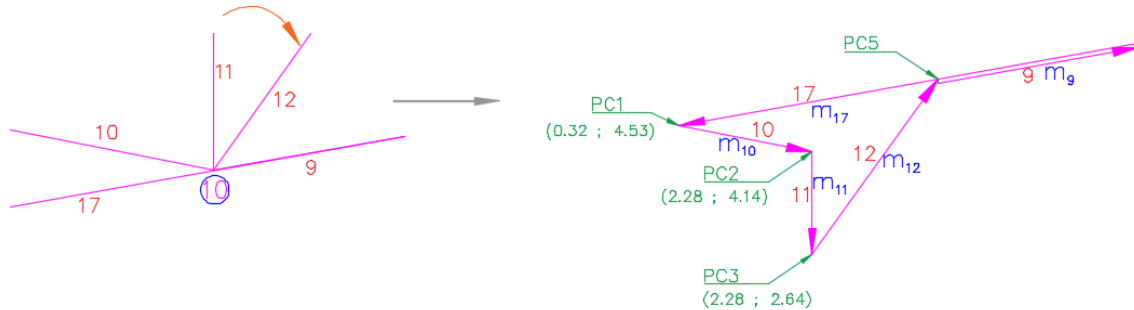


Figura 35. Polígono de Fuerzas. Nodo 10

En la Figura 35 se puede apreciar que la barra 17 y la barra 9 poseen la misma pendiente, lo que produce que fuerza de la barra 9 se superponga al cerrar el polígono de fuerzas.

Encontramos las ecuaciones que determinan el punto PC5, obteniendo así:

Ec. 12: Punto PC3 (2.28 ; 2.64) Pendiente $m_{12} = 1.3962$

$$-m_{12} x + y = -m_{12} PC3_x + PC3_y$$

Ec. 9: Punto PC1 (0.32 ; 4.53) Pendiente $m_9 = 0.1774$

$$-m_9 x + y = -m_9 PC1_x + PC1_y$$

Teniendo el siguiente sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} -m_{12} & 1 \\ -m_9 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_{12} PC3_x + PC3_y \\ -m_9 PC1_x + PC1_y \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} -1.3962 & 1 \\ -0.1774 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5421 \\ 4.4789 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas:

$$PC5 (4.1196 ; 5.2097)$$

Nodo 9:

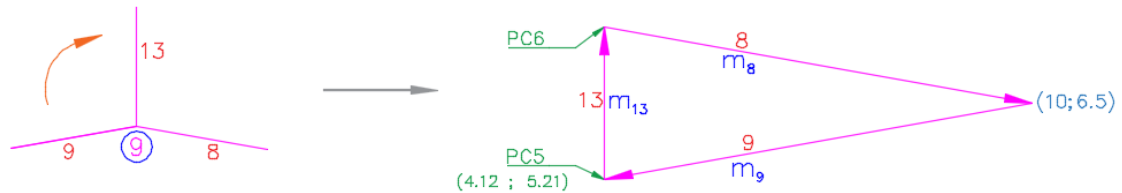


Figura 36. Polígono de Fuerzas. Nodo 9

Encontramos las ecuaciones que determinan el punto PC6, obteniendo así:

Ec. 13: Punto PC5 (4.12 ; 5.21) Pendiente $m_{13} = Inf.$

$$x = 4.12$$

Ec. 8: Punto $P9_i$ (10 ; 6.25) Pendiente $m_8 = -0.1774$

$$-m_8 x + y = -m_8 P9_{ix} + P9_{iy}$$

Teniendo el siguiente sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & -m_{12} PC3_x + PC3_y \\ -m_8 & 1 & \vdots & -m_8 P9_{ix} + P9_{iy} \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & 4.1196 \\ 0.1774 & 1 & \vdots & 8.024 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas, Figura 37:

$$PC6 (4.1196 ; 7.2932)$$

Nodo 4:

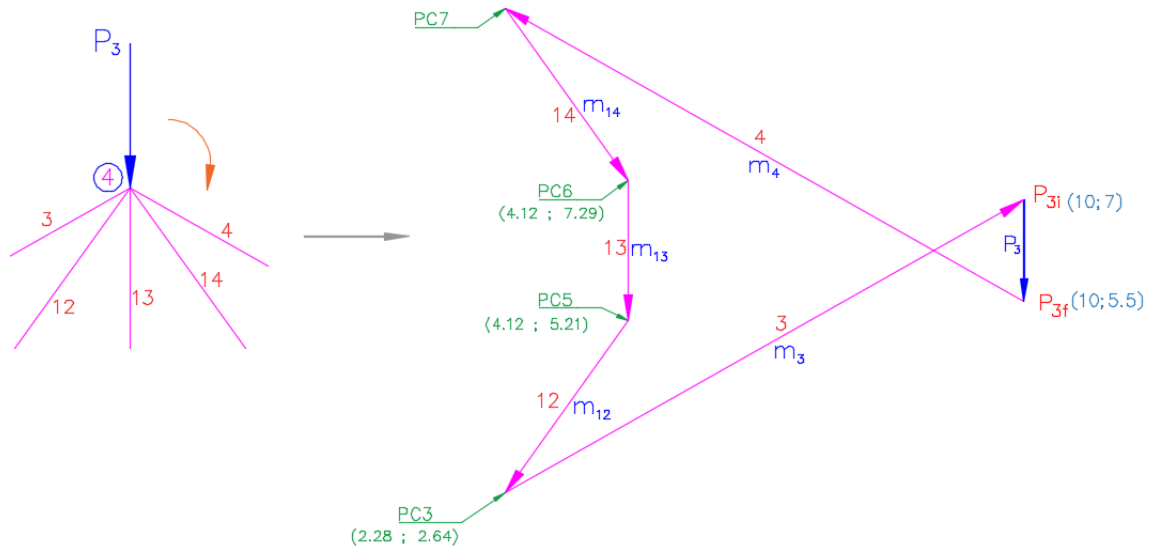


Figura 37. Polígono de Fuerzas. Nodo 4

Encontramos las ecuaciones que determinan el punto PC7, Figura 38, obteniendo así:

Ec. 4: Punto P_{3f} (10 ; 5.5) Pendiente $m_4 = -0.5645$

$$-m_4 x + y = -m_4 P_{3fx} + P_{3fy}$$

Ec. 14: Punto PC6 (4.1196 ; 7.2932) Pendiente $m_{14} = -1.3962$

$$-m_{14} x + y = -m_{14} PC6_x + PC6_y$$

Teniendo el siguiente sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} -m_4 & 0 \\ -m_{14} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_4 P_{3fx} + P_{3fy} \\ -m_{14} PC6_x + PC6_y \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} 0.5645 & 1 \\ 1.3962 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11.145 \\ 13.045 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas:

$$PC7 (2.2844 ; 9.8554)$$

Nodo 5:

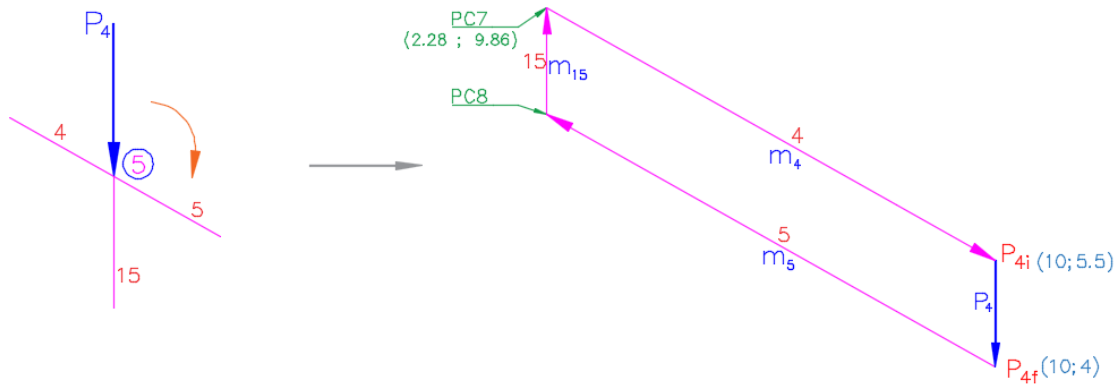


Figura 38. Polígono de Fuerzas. Nodo 5

Encontramos las ecuaciones que determinan el punto PC8, Figura 39, obteniendo así:

Ec. 5: Punto P_{4f} (10 ; 4) Pendiente $m_5 = -0.5645$

$$-m_5 x + y = -m_5 P_{4fx} + P_{4fy}$$

Ec. 15: Punto PC7 (2.2844 ; 9.8554) Pendiente $m_{15} = Inf.$

$$x = 2.2844$$

Teniendo el siguiente sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} -m_5 & 1 & : & -m_5 P_{4fx} + P_{4fy} \\ 1 & 0 & : & 2.2844 \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} 0.5645 & 1 & : & 9.645 \\ 1 & 0 & : & 2.2844 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas:

$$PC8 (2.2844 ; 8.3555)$$

Nodo 6:

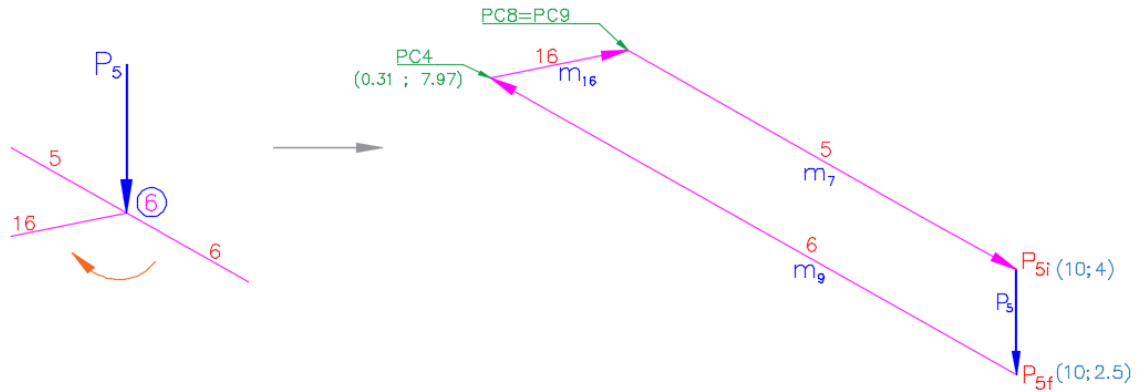


Figura 39. Polígono de Fuerzas. Nodo 6

Encontramos las ecuaciones que determinan el punto PC9, Figura 40, obteniendo así:

Ec. 16: Punto PC4 (0.3126 ; 7.9685) Pendiente $m_{16} = 0.2005$

$$-m_{16} x + y = -m_{16} PC4_x + PC4_y$$

Ec. 5: Punto P_{5i} (10 ; 4) Pendiente $m_5 = -0.5645$

$$-m_5 x + y = -m_5 P_{5ix} + P_{5iy}$$

Teniendo el siguiente sistema de ecuaciones de 2x2:

$$\begin{bmatrix} -m_{16} & 1 & : & -m_{16} PC4_x + PC4_y \\ -m_5 & 1 & : & -m_5 P_{5ix} + P_{5iy} \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} -0.2005 & 1 & : & 7.9059 \\ 0.5645 & 1 & : & 9.6450 \end{bmatrix}$$

Resolviendo obtenemos las coordenadas:

$$PC9 (2.2844 ; 8.3555)$$

Al determinar el último sistema de ecuaciones que nos permiten establecer el punto PC9, el cual coincide con las coordenadas del punto PC8 lo que significa que el polígono de fuerzas de toda la estructura se ha cerrado.

En la siguiente Figura 40 se muestra el diagrama de fuerzas de toda la estructura:

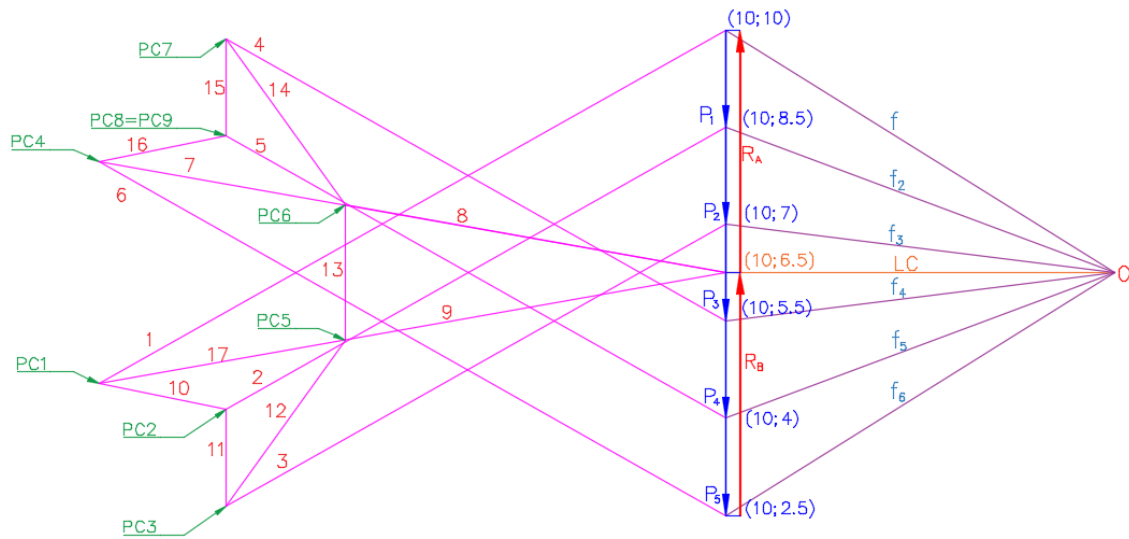


Figura 40. Diagrama de Fuerzas

3.2. HERRAMIENTA COMPUTACIONAL

El método analítico para análisis estructural mediante estática gráfica, resulta muy conveniente cuando es implementado en una herramienta computacional, ya que hoy en día las computadoras nos ahorrarían horas de trabajo y procesos que se tornan tediosos cuando se trata de optimizar un diseño. Y la presente tesis pretende optimizar los diseños.

Para la implementación se han considerado inicialmente tres lenguajes de programación tales como Visual Basic, codificación en AutoCad y Matlab. Entre los lenguajes de programación mencionados anteriormente hemos descartado Visual Basic y codificar en AutoCad, ya que consideramos que Matlab es el más apropiado, porque trabaja mediante matrices, lo que nos favorece y beneficia al momento de cargar catálogos o crear y guardar variables.



3.2.1. Alcance

Cuando se desarrolla una herramienta para cálculo estructural, es necesario tomar en cuenta factores importantes que serían imprescindibles para herramientas de este tipo, tales como:

- Una tabla que permita ingresar coordenadas de cada uno de los nodos.
- Una tabla que permita establecer las barras o miembros, con sus respectivos nodos inicial y final.
- Una ventana que muestre gráficamente los datos que se están ingresando.
- Opciones que permitan establecer el nodo en donde existen restricciones, apoyo simple o articulación.
- Una tabla que permita ingresar la magnitud de las cargas aplicadas y el nodo en donde se aplica dicha carga.
- Una ventana que nos muestre los resultados del análisis estructural, así como una ventana que nos muestre los resultados del diseño.
- Tener bases de datos pre-cargadas de secciones típicas usadas en el diseño de columnas, según el AISC.

Para conseguir que el programa no se quede en una herramienta básica que no permite mayores modificaciones ni opciones, se vuelve necesario establecer herramientas que permitan realizar modificaciones en el caso de cometer errores o herramientas que permitan trabajar con diferentes sistemas de unidades. Es por esto que además de contemplar los factores imprescindibles se han tomado en cuenta estas implementaciones necesarias:

- Opciones para poder agregar o borrar nodos, además la opción de poder borrar un nodo con solamente identificarlo con su número.
- Opciones para poder borrar o eliminar las barras o miembros ya ingresados anteriormente, identificándolos con su número.
- De la misma manera que con los nodos o con las barras, es necesario poder editar o eliminar ciertas cargas ingresadas anteriormente, es por esta razón que se añaden opciones que lo permitan.
- Opciones que nos permitan modificar las unidades en las que se está trabajando.
- Una ventana de “Ayuda” que resulta importante como una guía o un manual de uso del programa.
- Mensajes de alerta que permiten al usuario conocer cuando un dato está faltante o cuando se han ingresado de manera errónea los datos.
- Leyendas que muestran la numeración tanto de nodos y miembros, así como de las cargas y sus valores.

- Opciones para poder esconder leyendas cuando el dibujo se vuelve difícil de apreciar.

Además de las opciones que permiten manejar de una manera amigable al usuario el programa, es necesario implementar opciones en donde el usuario pueda exportar o importar hacia y desde Excel los datos, para de esta manera, evitar el ingreso de datos de nodos, barras y cargas cada vez que se use nuevamente el programa. Es por esta razón que se ha pensado en el establecimiento de:

- Un botón que nos permita “exportar” los datos ingresados hacia una hoja de Excel.
- Un botón que nos permita “importar” los datos desde una hoja electrónica de Excel.

El uso de la herramienta Excel nos permite “Guardar” o “Abrir” trabajos realizados con anterioridad.

Con lo antes descrito se procedió a crear la interfaz gráfica del programa que nos servirá para análisis y diseño estructural mediante Estática Gráfica. A continuación se muestra cada uno de los componentes del programa creado:

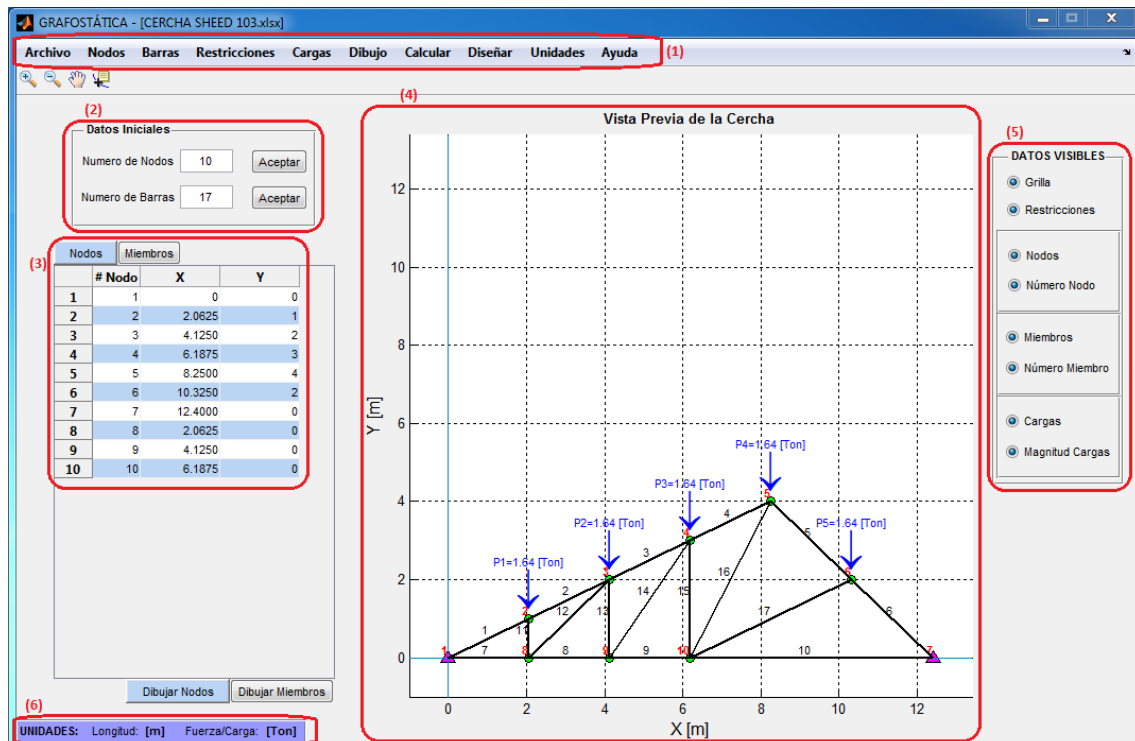


Figura 41. Pantalla principal del programa “Grafostática”

En la Figura 41 observamos los siguientes componentes agregados al programa:

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



- (1) Barra de herramientas.
- (2) Ingreso de datos, cantidad de nodos y barras.
- (3) Ingreso de las coordenadas de los nodos y de las conexiones de las barras.
- (4) Ventana que nos muestra la vista previa de los datos ingresados.
- (5) Botones que nos permiten mostrar u ocultar cada uno de los datos.
- (6) Barra de Estado que nos muestra las unidades en las que se está trabajando.

Con la ventana principal del programa creado, como se muestra en la Figura 41, se puede apreciar todas las posibles prestaciones que posee el Matlab gráficamente, permitiéndonos crear una interfaz gráfica amigable al usuario e intuitiva.

Bases de datos pre-cargadas

La herramienta Matlab nos permite trabajar con matrices, de tal manera que resulta muy útil para el objetivo al que pretendemos llegar. El diseño de los miembros se facilita ya que podemos tener pre-cargadas bases de datos con las propiedades de las secciones usadas comúnmente en el diseño de columnas. Estas bases de datos precargadas se muestran en la Figura 42.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	44	335	98.5000	17.8000	3.4900							
2	44	290	85.4000	17.8000	3.4900							
3	44	262	76.9000	17.7000	3.4700							
4	44	230	67.7000	17.5000	3.4300							
5	40	593	174	17	3.8000							
6	40	503	148	16.8000	3.7200							
7	40	431	127	16.6000	3.6500							
8	40	397	117	16.6000	3.6400							
9	40	372	109	16.5000	3.6000							
10	40	362	107	16.5000	3.6000							
11	40	324	95.3000	16.4000	3.5800							
12	40	297	87.4000	16.3000	3.5400							
13	40	277	81.4000	16.4000	3.5800							
14	40	249	73.3000	16.3000	3.5500							
15	40	215	63.4000	16.2000	3.5400							
16	40	199	58.5000	16	3.4500							
17	40	392	115	16.1000	2.6400							
18	40	331	97.5000	15.9000	2.5700							
19	40	327	96	16	2.5800							
20	40	294	86.3000	15.9000	2.5500							
21	40	278	82	15.8000	2.5200							

Figura 42. Base de datos pre-cargada de sección W, con las propiedades y los nombres de cada perfil.

En las columnas 1 y 2 se muestra el nombre que identifica cada una de las secciones; en la columna 3 se encuentran los datos de área, en la columna 4 están los datos de radio de giro en "x" y en la columna 5 se encuentran los datos de radio de giro en "y". Para el diseño y verificaciones que realiza el programa

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

desarrollado, son necesarios solamente los datos antes mencionados, por esta razón no se dispone de más datos al momento de revisar las propiedades de cada una de las secciones pre-cargadas.

Sub-ventanas

Como en toda herramienta computacional, es necesario siempre crear sub-ventanas que nos permiten agrupar de mejor manera las funciones que corresponden a algo en específico, como es el caso del cambio de unidades o el ingreso de las cargas.

Gracias a esta ventaja se han podido desarrollar sub-ventanas y se ha conseguido lograr una interfaz amigable al usuario e intuitiva. A continuación se presenta la ventana que se abre al momento que el usuario desee cambiar las unidades en las que está trabajando.

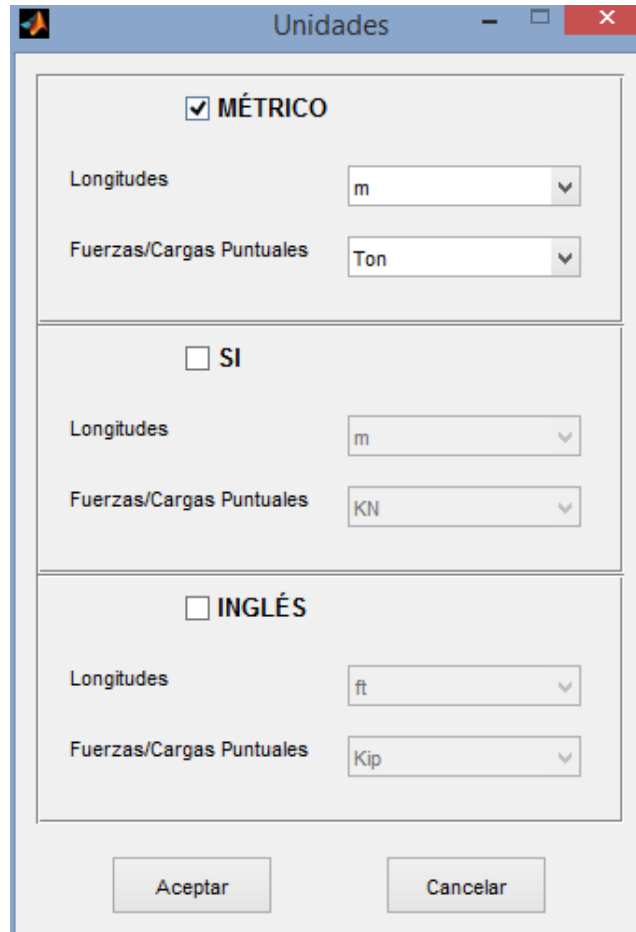


Figura 43. Ventana para la modificación del sistema de unidades y del tipo de unidades usadas.

Como se muestra en la Figura 43, el uso de estas sub-ventanas nos ha permitido agrupar algunas de las posibles opciones de unidades que se puedan presentar

para que el usuario realice el cálculo con las unidades a las que esté más familiarizado.

Mensajes de alerta

En el desarrollo de un programa siempre existen limitaciones, lo que generaría bucles infinitos o errores que solamente van a causar problemas al momento de ejecutarlo. Es por esta razón que se han agregado mensajes de alerta que en cierta manera nos indican el error que estamos cometiendo. A continuación se muestran ejemplos de los posibles mensajes de alerta que nos mostraría el programa al momento de cometer un error.

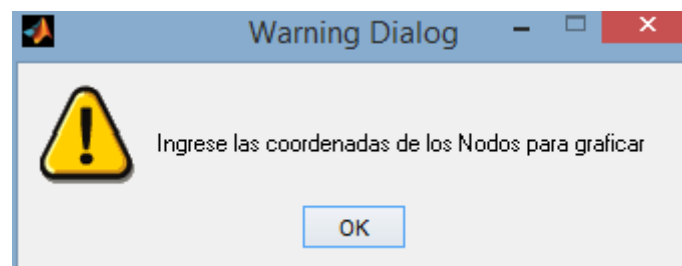


Figura 44. Mensaje de alerta que se presenta cuando no se han ingresado coordenadas para graficar.

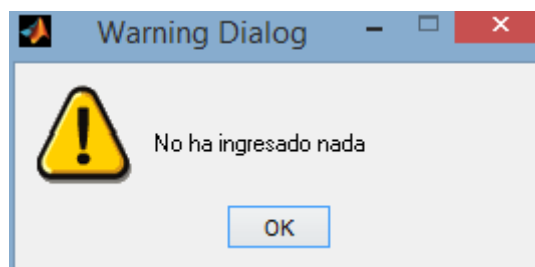


Figura 45. Mensaje de alerta que se presenta cuando no se han ingresado datos de número de nodos o número de barras

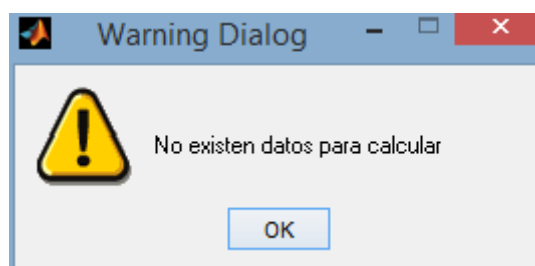


Figura 46. Mensaje de alerta que se presenta cuando se pide calcular cuando no existen datos

En fin, y en base a las ventajas expuestas por parte de Matlab, consideramos el programa ideal para desarrollar nuestra herramienta computacional, ya que nos brinda las facilidades de programación que buscamos, con las prestaciones necesarias y justas para el objetivo que pretendemos en la presente tesis.

3.2.2. Cálculo de Reacciones

En el proceso de creación del programa, se han empleado en gran cantidad las herramientas que nos brinda Matlab, que como ya se mostró anteriormente en las Figuras 41 a 47, se crearon botones, barra de herramientas, etc. Con la ayuda de todas ellas, se ha implementado una subrutina para el cálculo de las reacciones. En el Diagrama de Bloques 1 se observa el proceso general empleado en el cálculo de reacciones.



Diagrama de Bloques 1. Proceso general empleado en el cálculo de las reacciones con el método de Estática Gráfica.

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

El Diagrama de Flujo 1 muestra en detalle el proceso implementado en la herramienta computacional desarrollada en la presente tesis.

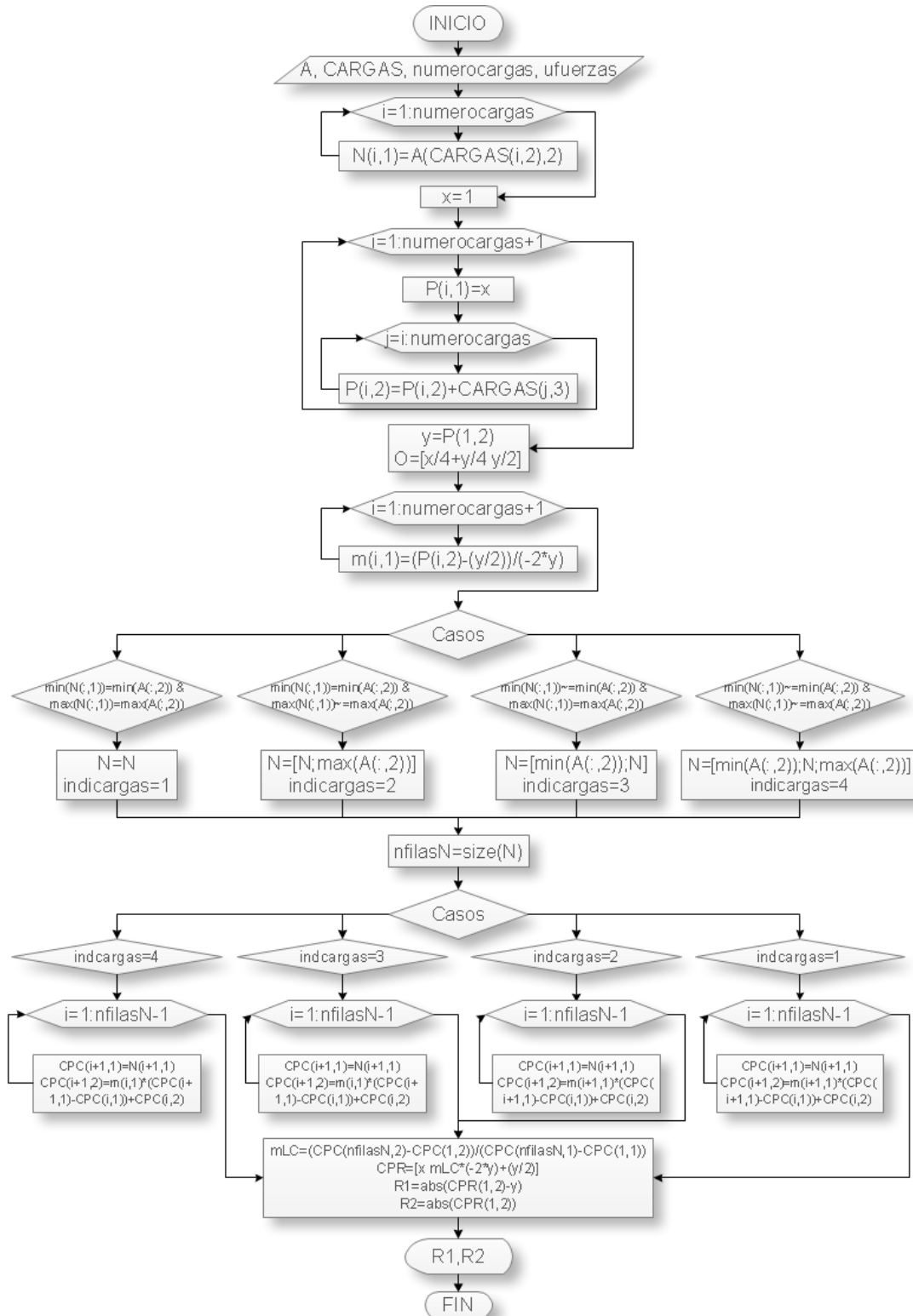


Diagrama de Flujo 1. Diagrama de Flujo que esquematiza la codificación para el cálculo de las reacciones con Estática Gráfica

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

Adicionalmente, en el Anexo 1 se presenta el código implementado en Matlab que permite el cálculo de reacciones, elaborado en base al Diagrama de Flujo 1.

Para la determinación de las reacciones, es necesario que se ingresen adecuadamente todos los datos de la estructura que se desea calcular, siendo éstos:

- La matriz **A**, que nos brinda la información de las coordenadas de cada uno de los nodos.
- La matriz de **CARGAS**, que nos brinda la información de la magnitud de cada una de las cargas y el nodo en donde se aplica cada una de ellas.
- El dato *numerocargas*, que corresponde al número de cargas que posee la estructura.

Con estas dos matrices y el valor del número de cargas, es posible determinar las reacciones por el método de estática gráfica.

3.2.3. Cálculo de Fuerzas mediante Estática Gráfica

a) Determinación de la dirección de cada una de las barras

Para la determinación de la dirección de cada una de las barras, el programa utiliza como base el diagrama que se muestra en la Figura 47.

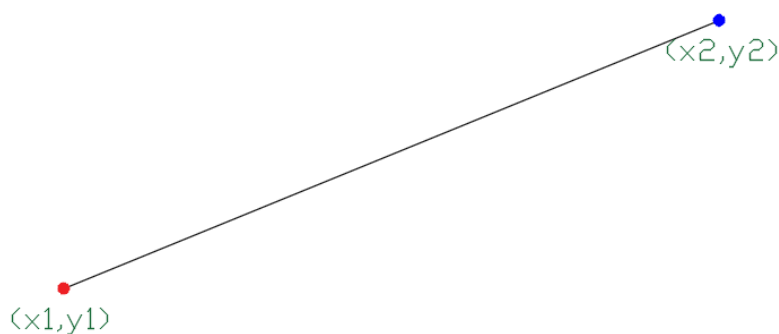


Figura 47. Dibujo de una barra, donde se muestra la notación empleada para coordenadas iniciales y finales

Para la determinación de la dirección de la barra, es necesario que se disponga de las matrices A y B, en donde, como se explicó anteriormente, A contiene las coordenadas de los nodos y B contiene los números de los nodos, iniciales y finales.

La dirección de las barras es determinada en base al siguiente diagrama de flujo:

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

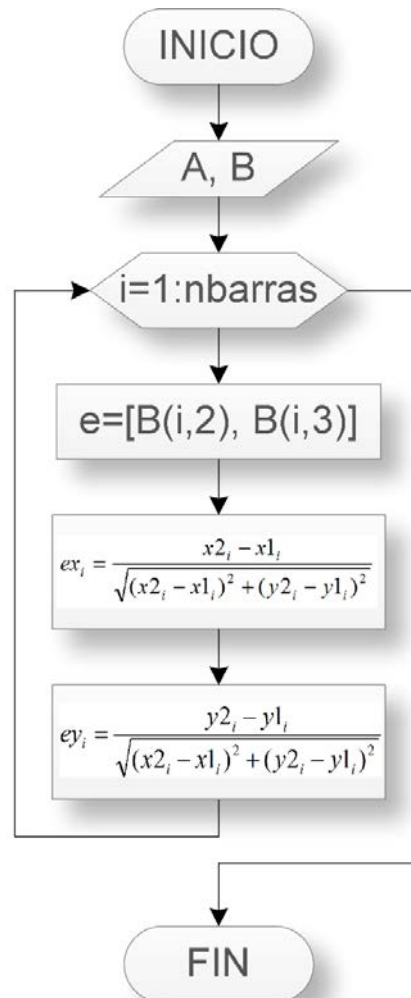


Diagrama de Flujo 1. Determinación de la dirección de las barras

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 2.

b) Armado de la matriz de incidencia

Para el armado de la matriz de incidencia, es necesario disponer del número de nodos (nnodos), del número de barras (nbarras) y de la dirección de cada una de las barras, que fue obtenido anteriormente.

La matriz de incidencia nos indica el nodo inicial y el nodo final de cada una de las barras, es decir, en donde parte la barra y hacia dónde llega.

Bajo estas premisas, se ha desarrollado el diagrama de flujo que posteriormente se implementó para el armado de la matriz de incidencia.

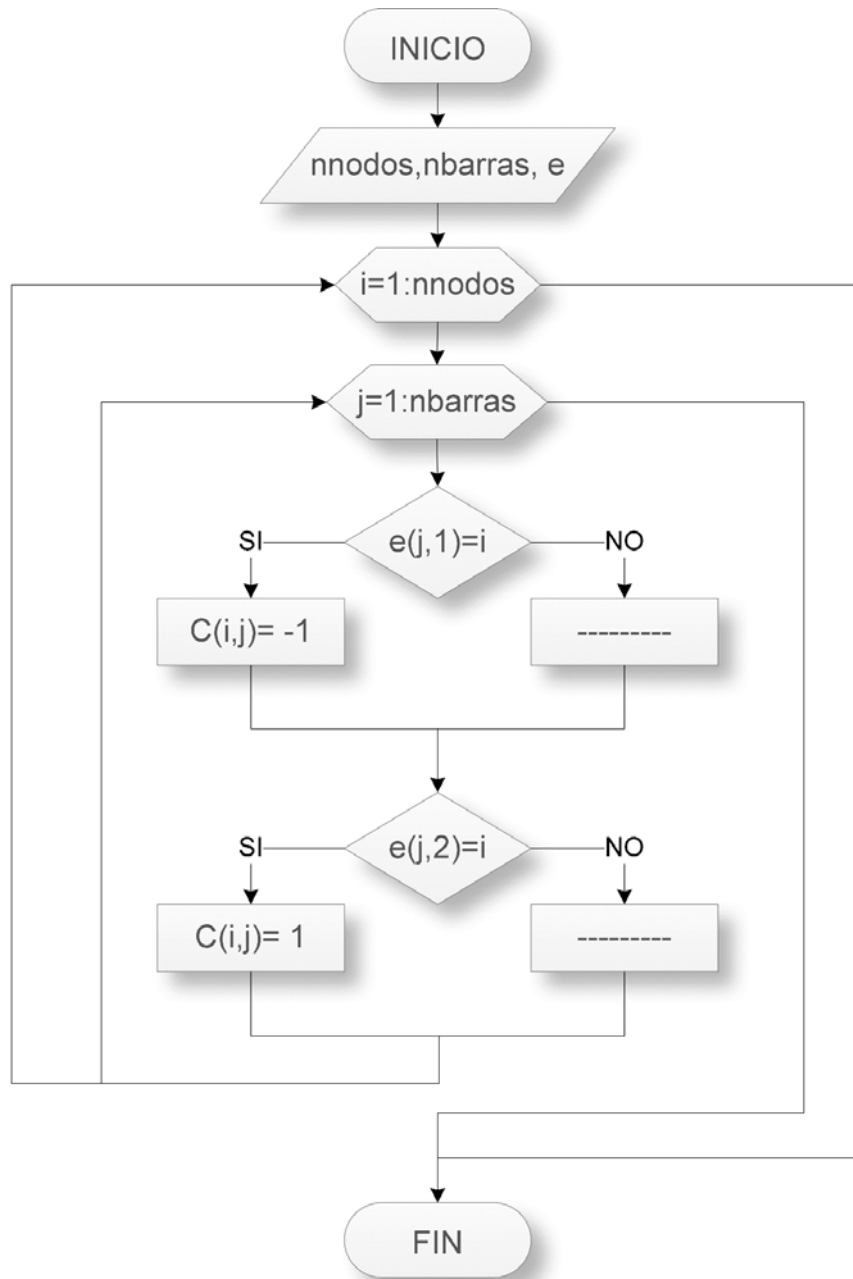


Diagrama de Flujo 2. Armado de la matriz de incidencia

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 3.

c) Planteamiento del diagrama de cuerpo libre

El planteamiento del diagrama de cuerpo libre es necesario para determinar el ángulo de cada una de las barras y de esta manera establecer el orden de análisis, que para el método de Estática Gráfica es necesario que se lo realice de manera horaria.

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

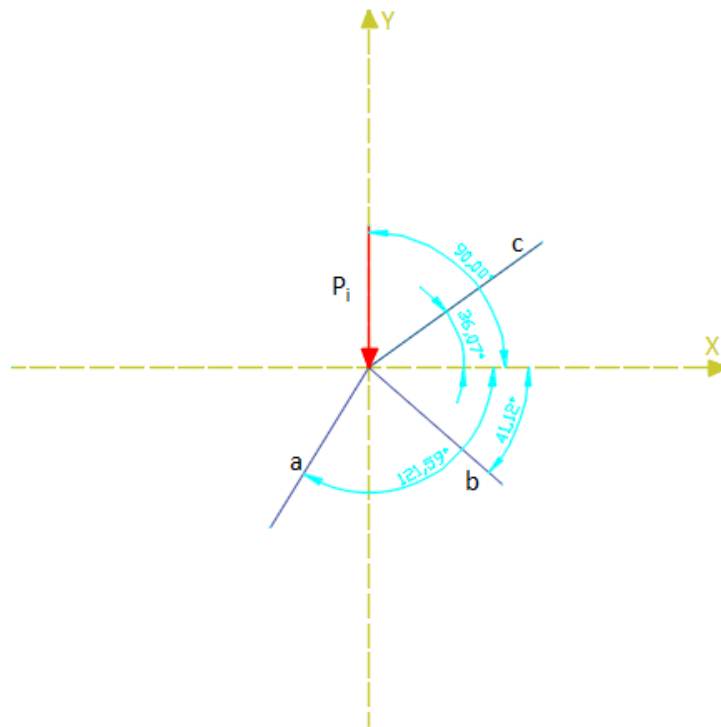


Figura 48. Diagrama de cuerpo libre del nodo "j"

La Figura 48 muestra el diagrama de cuerpo libre del nodo "j", que tiene como componentes las barras "a", "b", "c" y la carga " P_i ". Adicionalmente se muestran los ángulos que sirven para la resolución de manera horaria.

Con las consideraciones mencionadas, se realizó el armado del diagrama de flujo para la obtención del diagrama de cuerpo libre de cada uno de los nodos, como se muestra en el Diagrama de Flujo 4, que necesita como datos iniciales el número de nodos (nnodos), el número de barras (nbarras) y la matriz de incidencia "C".

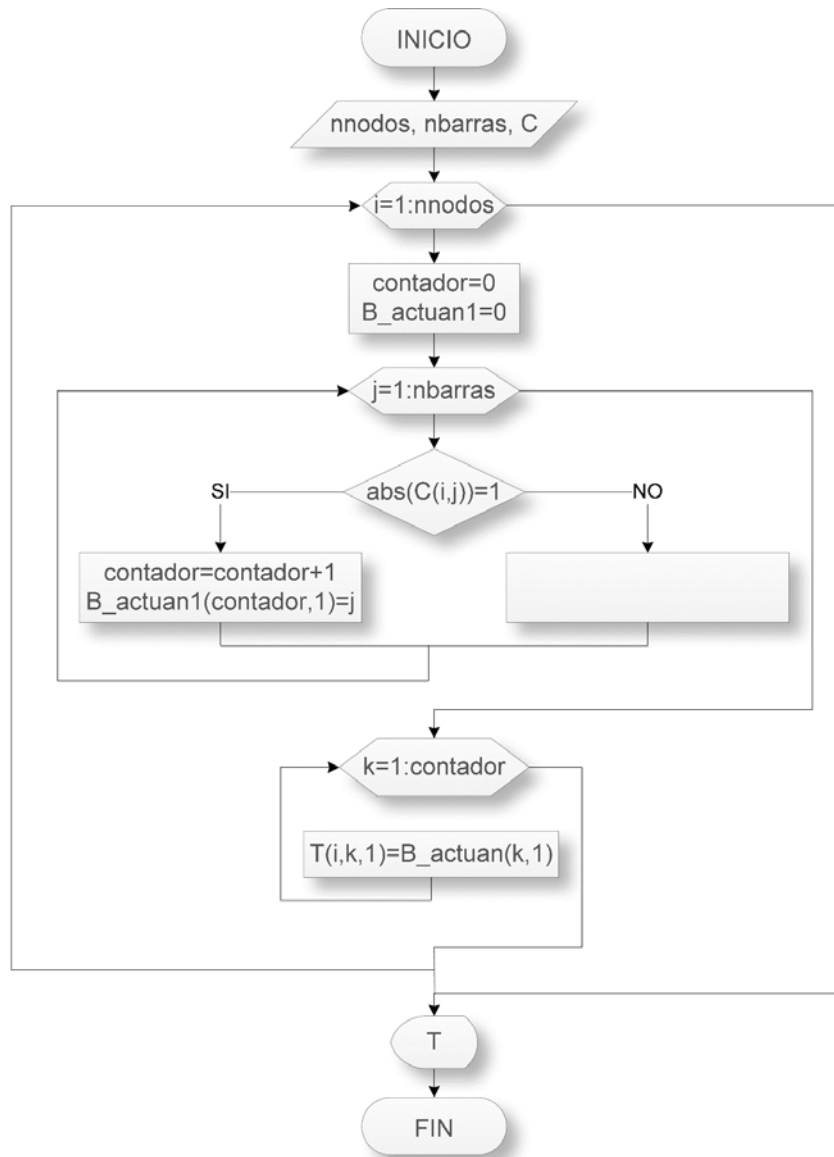


Diagrama de Flujo 3. Diagrama de cuerpo libre de cada uno de los nodos

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 4.

El Diagrama de Flujo 4 nos brinda como resultado la matriz T, que nos indica los números de las barras que actúan en cada uno de los nodos.

El proceso de armado de los sistemas de ecuaciones de 2 x 2 obedece a un solo procedimiento general, que se presenta en el Diagrama de Bloques 2.

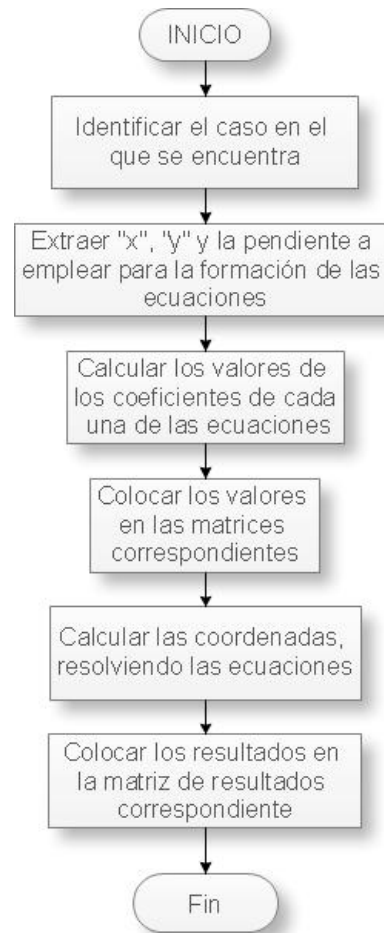


Diagrama de Bloques 2. Procedimiento general para el armado de las ecuaciones y resolución de las mismas.

Este procedimiento se aplica para el armado de las ecuaciones en cada uno de los nodos analizados. Pero, debido a que se deben tener consideraciones especiales en el método de Estática Gráfica, tales como la dirección de cada una de las fuerzas en cada polígono que se forma. Es necesario considerar casos especiales para cubrir con cada una de las consideraciones requeridas al momento de programar.

A continuación se presenta en detalle el armado de cada uno de los posibles casos que se presentan en el análisis de nodos para armar las ecuaciones.

- d) Caso 1: $(0 - 1)$, Nodo con tres fuerzas concurrentes, una conocida (carga o barra resuelta) y dos desconocidas

La implementación de éste caso se tiene que realizar por separado, debido a que la fuerza conocida es suficiente para determinar las dos barras cuyas fuerzas son desconocidas, ya que conocemos las coordenadas iniciales y finales de la fuerza conocida en el “diagrama de fuerzas” y además conocemos las

pendientes de las barras desconocidas, y con esto es suficiente para armar la matriz $Ax = B$ y así obtener las coordenadas faltantes, sin que sea necesario un análisis adicional. De esta manera se ha desarrollado el diagrama de flujo que ayuda a la implementación de este caso especial, como se muestra en el Diagrama de Flujo 5.

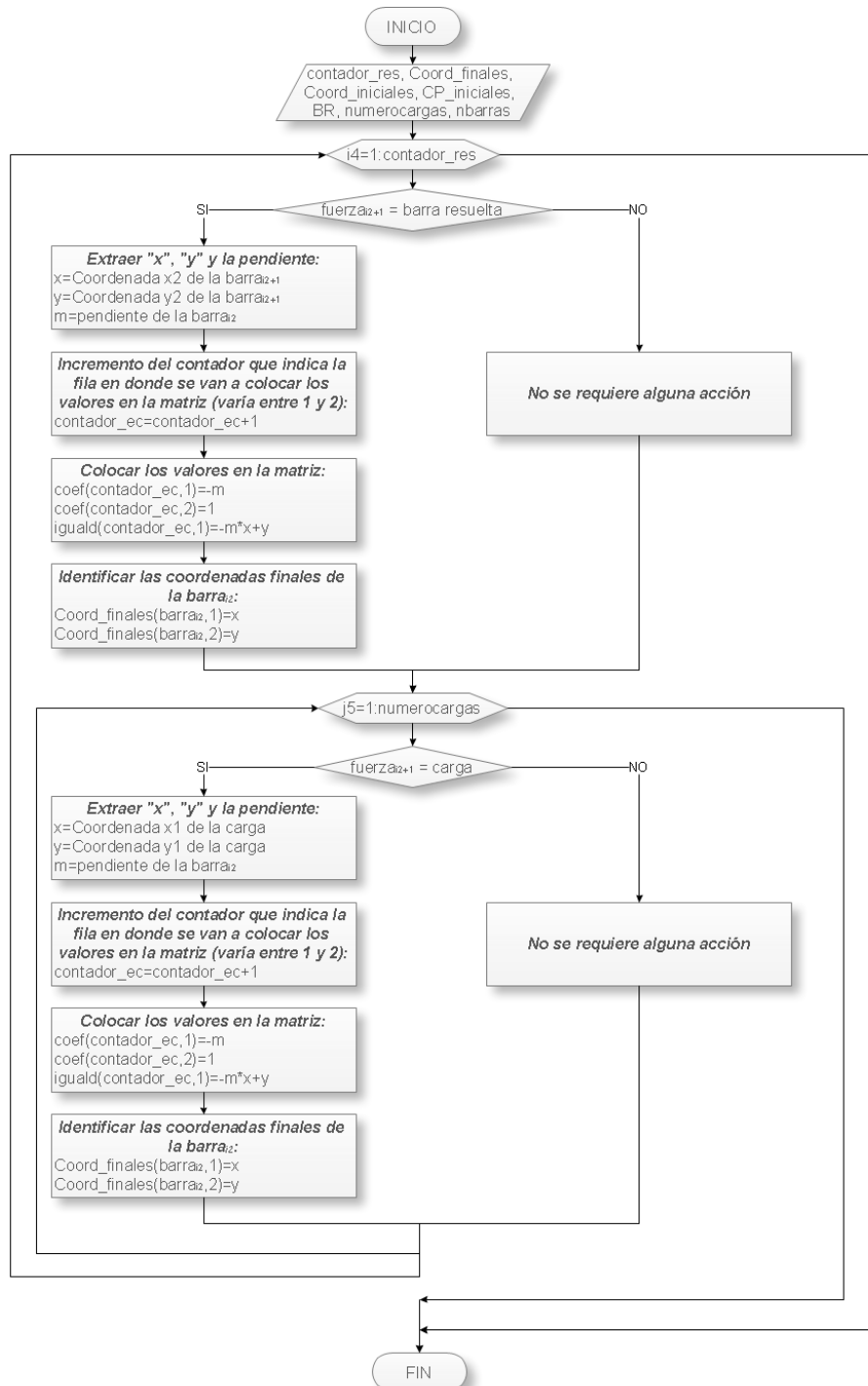


Diagrama de Flujo 4. Caso 1 (Tres fuerzas, una conocida y dos desconocidas, la conocida puede ser barra o carga)

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 5:

- e) Caso 2: $(0 - 1)$, Nodo con tres fuerzas concurrentes una conocida (reacción) y dos desconocidas

Este caso presenta una particularidad, y se diferencia del caso antes descrito, ya que las coordenadas iniciales y finales de las reacciones se encuentran almacenadas en una matriz diferente a la matriz en donde se almacenan las coordenadas de las barras resueltas o las coordenadas de las cargas. La matriz en donde se almacenan las coordenadas iniciales de las reacciones se la ha denominado como **CReac_i**.

Para este caso, debido al orden de análisis $(0-1)$, es necesario solamente la matriz en donde se almacenan las coordenadas iniciales de las reacciones. El Diagrama de Flujo 6 muestra la manera en la que se ha realizado la implementación de este caso.

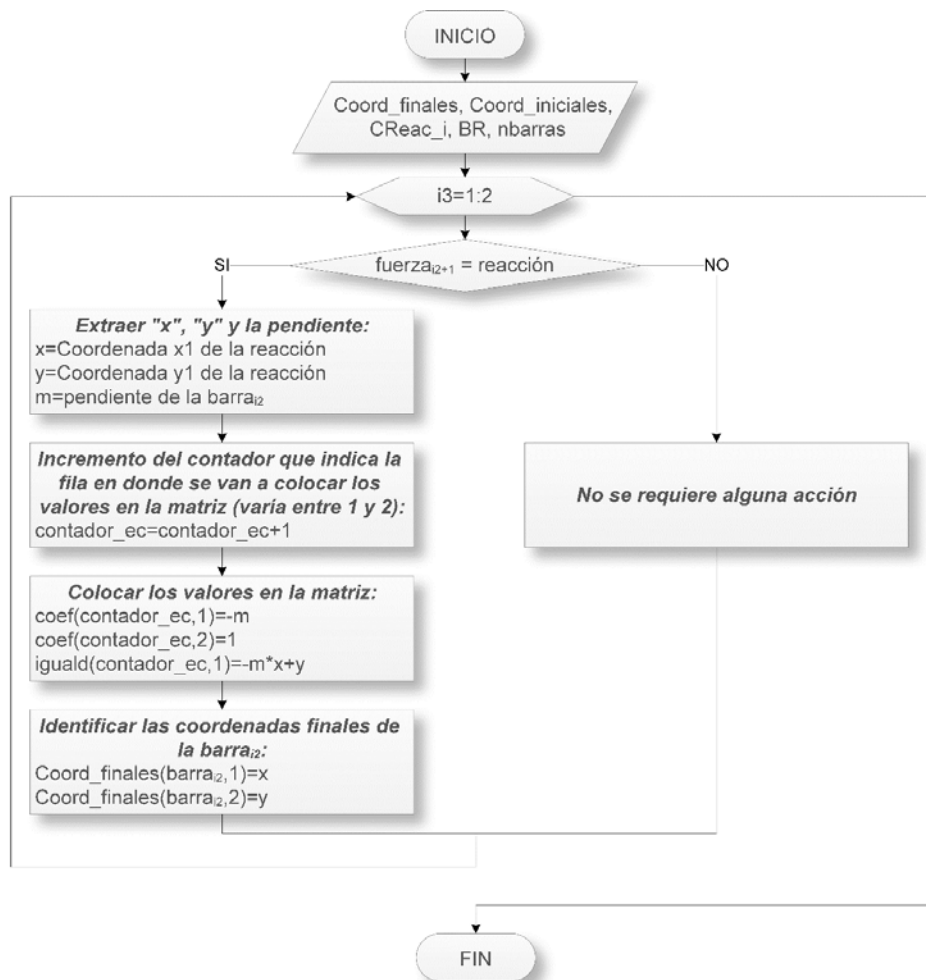


Diagrama de Flujo 5. Caso 2, una reacción y dos barras desconocidas

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 6:

- f) Caso 3: $(0 - 1)$, Nodo en donde actúa una carga, y el análisis se lo realiza entre una barra desconocida y la carga

Este caso se diferencia de los anteriores, ya que el número de barras, cargas y/o reacciones no es de importancia, siempre y cuando el número de incógnitas en el nodo sea solamente igual a 2.

Este caso posee una particularidad solamente porque la matriz en donde se almacenan las coordenadas de las cargas en el Diagrama de Fuerzas tiene una denominación distinta que la matriz de las barras o la matriz de las reacciones.

Dado el orden de análisis $(0-1)$, que se analiza en este caso, es necesario solamente extraer los datos de las coordenadas iniciales de las cargas, que se encuentran almacenados en la matriz **CP_iniciales**.

En base a estas particularidades presentadas se elaboró el Diagrama de Flujo 7, que se muestra a continuación.

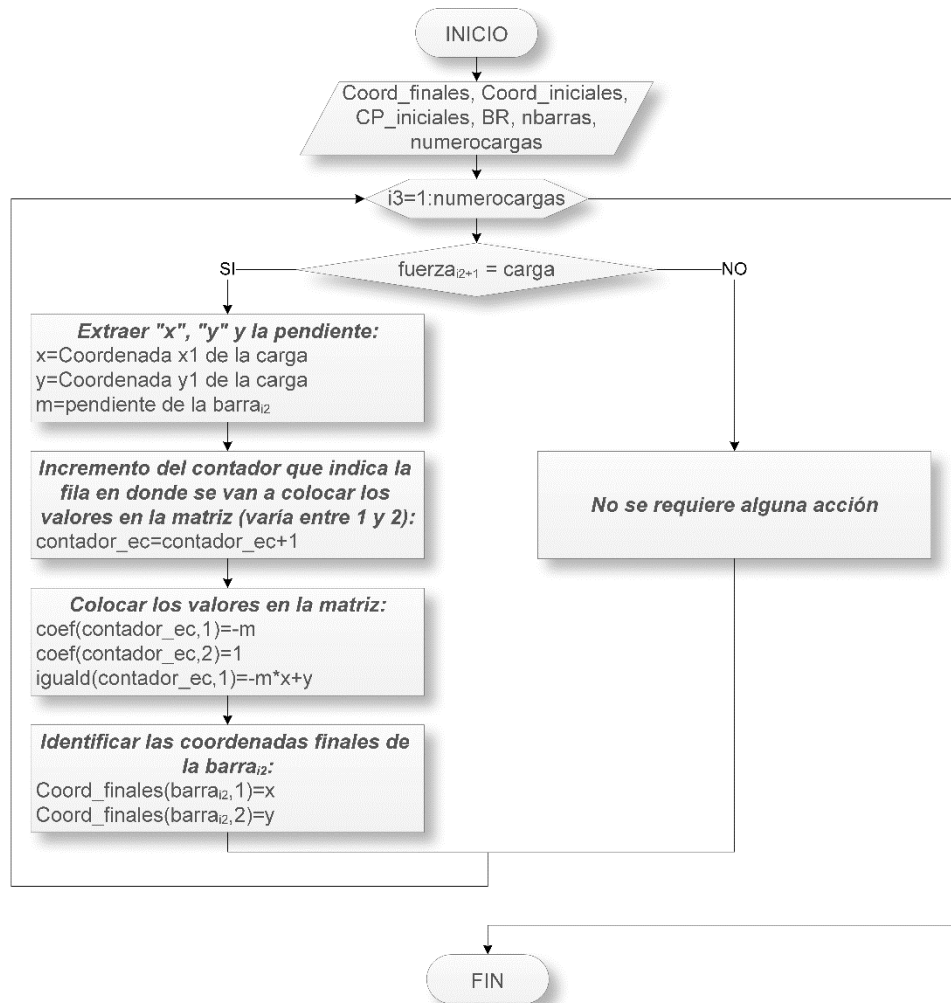


Diagrama de Flujo 6. Caso 3, análisis que corresponde a una barra desconocida y una carga (0-1)

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 7:

- g) Caso 4: (0 – 1), Nodo sin condiciones especiales, pero el análisis corresponde a una barra desconocida y una barra conocida o resuelta previamente

Para este análisis, se interpreta que el nodo no cumplió con ninguna de las condiciones anteriores, es decir, el nodo posee más de tres fuerzas concurrentes, además el análisis no se lo está realizando con una reacción o con una carga, sino que se lo realiza entre una barra desconocida (0) y una barra conocida (1).

Como se ha explicado anteriormente, las coordenadas de las barras resueltas se almacenan en una matriz diferente a las reacciones y cargas. Estas matrices

son **Coord_iniciales** y **Coord_finales**, en donde se almacenan las coordenadas iniciales y finales de las barras resueltas, respectivamente.

Además, como se explicó en el *Capítulo 2*, en el método de Estática Gráfica es necesario cambiar el sentido de las fuerzas cuando se utiliza por segunda vez en un análisis una barra. Es por esto que se adiciona una condición denominada **“bandera_inic_fin”**, que nos indica si una barra está siendo utilizada por segunda vez en un análisis de nodos. En esta matriz se almacenan valores *unos* (1), para las barras que ya han sido empleadas anteriormente, caso contrario son *cero* (0).

El diagrama de flujo que se elaboró para realizar esta implementación se presenta en el Diagrama de Flujo 8.

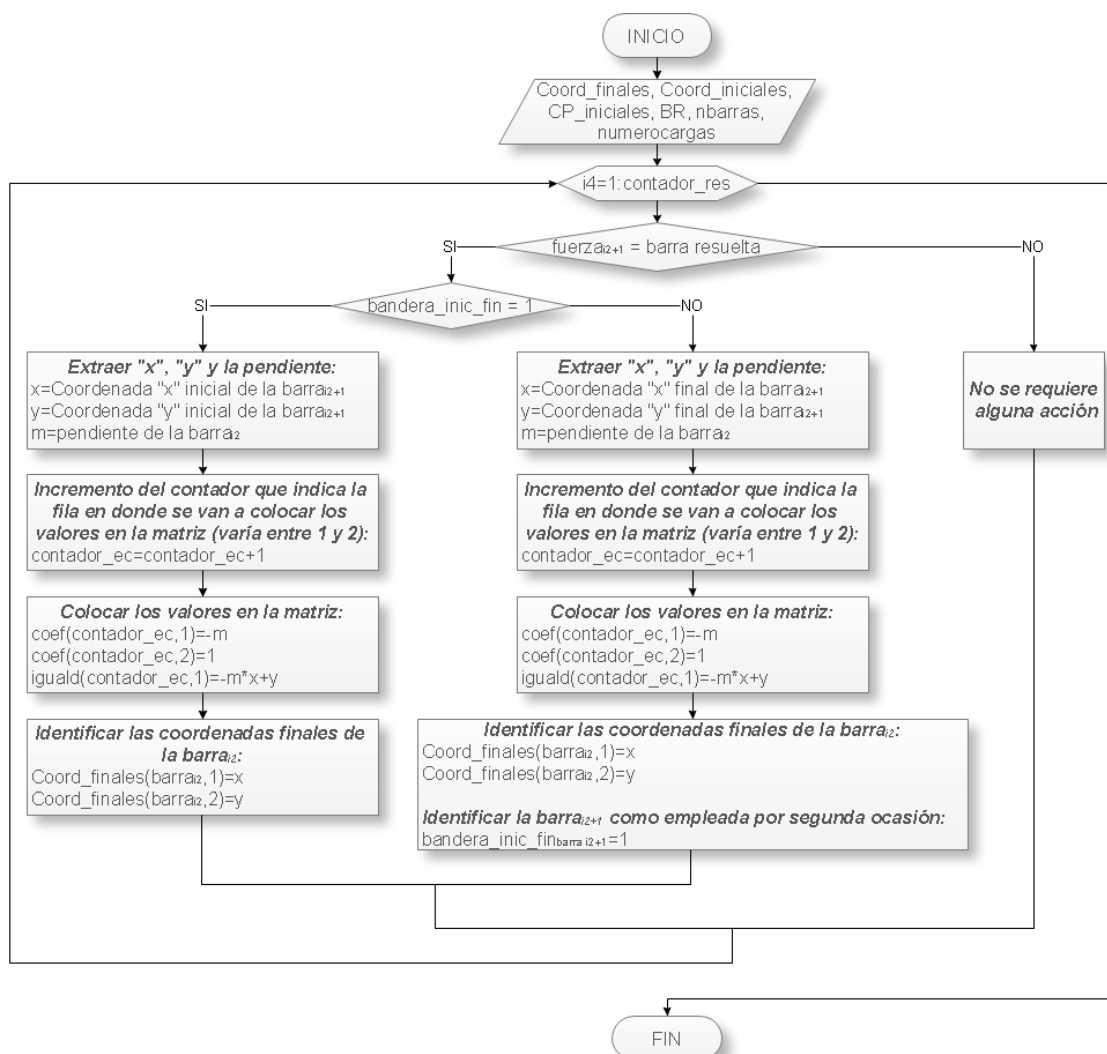


Diagrama de Flujo 7. Caso 4, análisis entre una barra desconocida y una barra conocida o resuelta previamente.

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 8:

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



- h) Caso 5: (1 – 0), Nudo con tres fuerzas concurrentes, una conocida (carga o barra resuelta) y dos desconocidas

Para la implementación de este caso, nótese que las condiciones son las mismas que para el caso 1, con la variante que el análisis, debido al orden de las fuerzas, se lo realiza entre una fuerza conocida y una desconocida, estrictamente en este orden.

El orden de análisis entre fuerzas, sean estas conocida-desconocida o desconocida-conocida es muy importante, ya que las variables a considerar en el armado de la matriz está almacenado en diferentes matrices.

Con estas variantes se desarrolló el Diagrama de Flujo 9, que indica el método empleado para la implementación en la herramienta computacional.

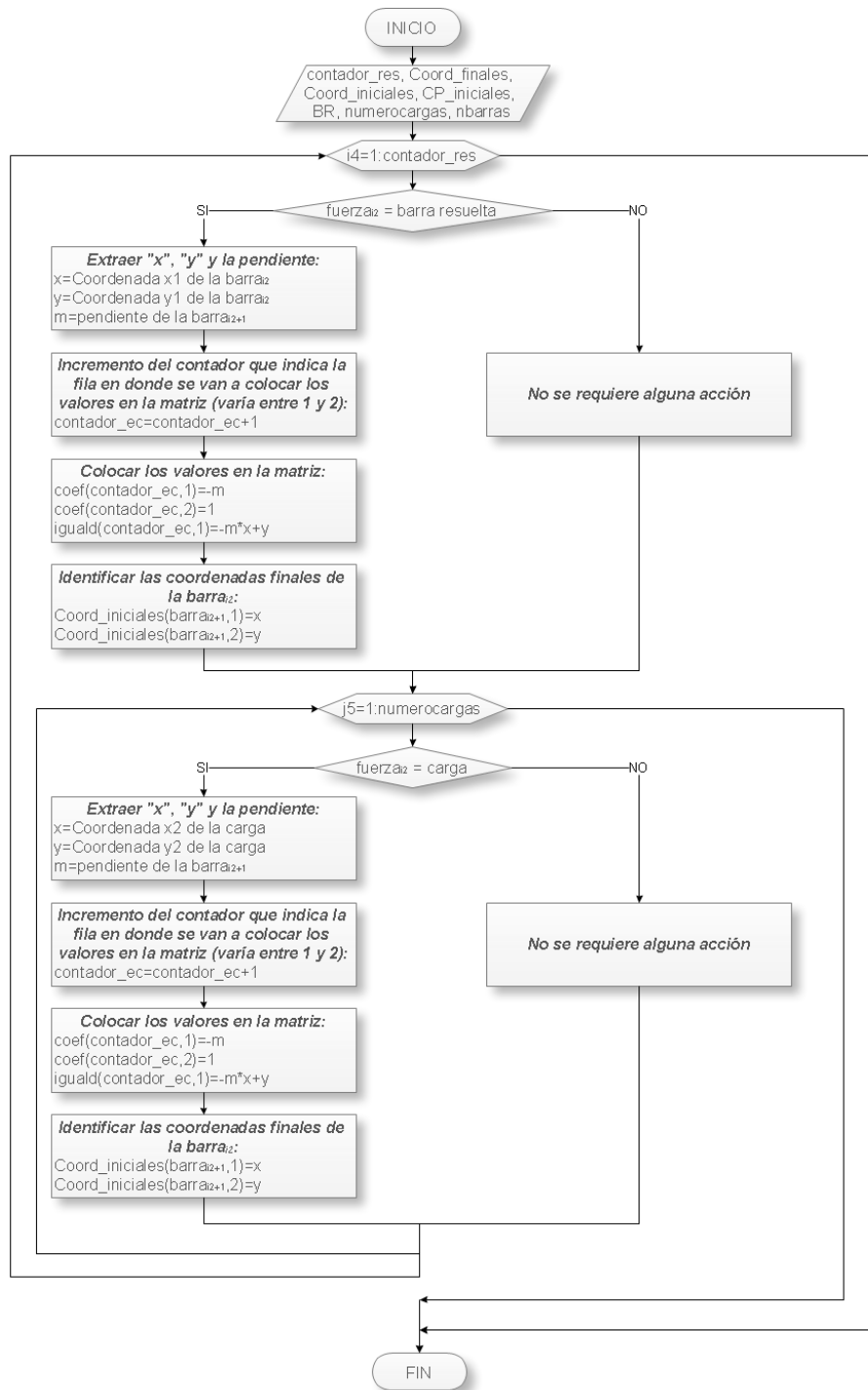


Diagrama de Flujo 8. Caso 5 (Tres fuerzas, una conocida y dos desconocidas, la conocida puede ser barra o carga)

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 9:

- i) Caso 6: (1 – 0), Nodo con tres fuerzas concurrentes una conocida (reacción) y dos desconocidas

La implementación de este caso se la realiza de la misma manera que el Caso 2, con la variable de que, debido al orden de análisis, se requiere la lectura de la matriz en donde se almacenan las coordenadas finales de las reacciones **CReac_f**, en lugar de las coordenadas iniciales que en el Caso 2.

El Diagrama de Flujo 10 muestra la manera en la que se ha realizado la implementación de este caso.

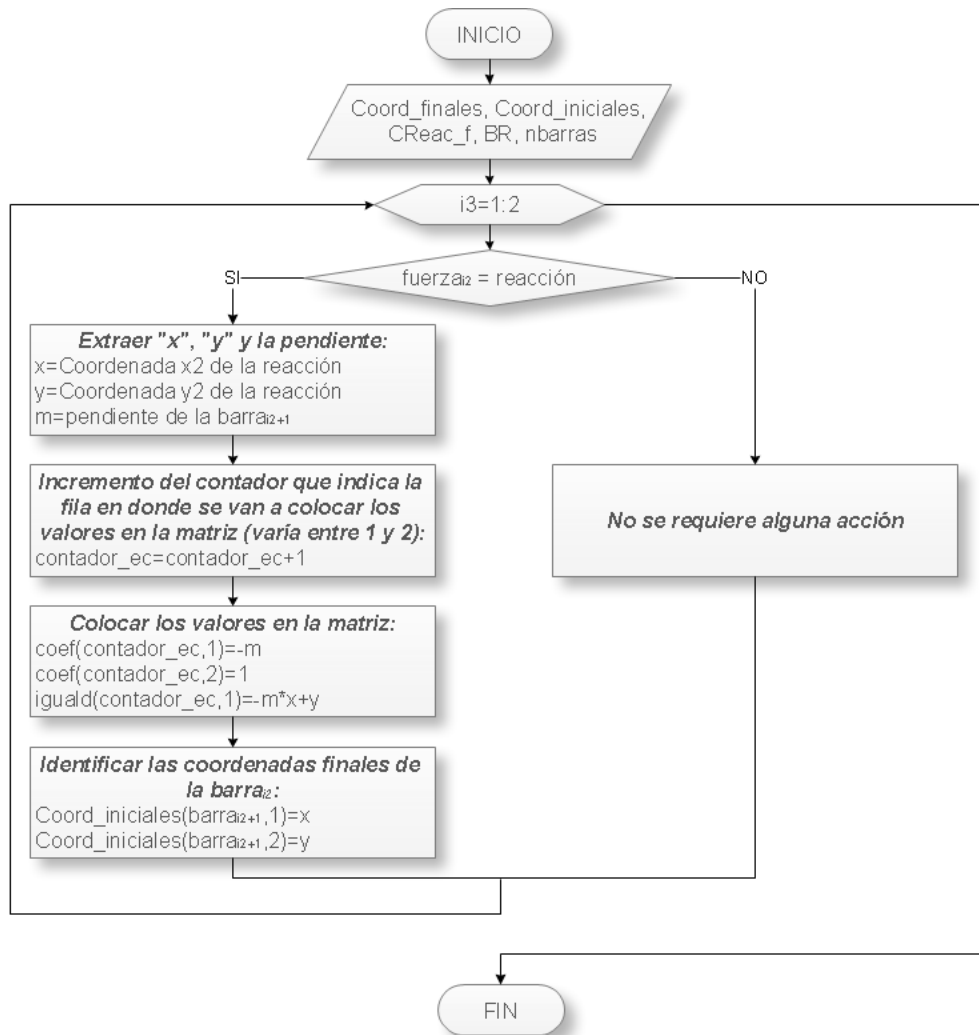


Diagrama de Flujo 9. Caso 6, una reacción y dos barras desconocidas

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 10:

- j) Caso 7: (1 – 0), Nodo en donde actúa una carga, y el análisis se lo realiza entre la carga y una barra desconocida

De la misma manera que en el Caso 3, este caso posee una particularidad solamente porque la matriz en donde se almacenan las coordenadas de las

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

cargas en el Diagrama de Fuerzas tiene una denominación distinta que la matriz de las barras o la matriz de las reacciones.

Dado el orden de análisis (1-0), que se analiza en este caso, es necesario solamente extraer los datos de las coordenadas finales de las cargas, que se encuentran almacenados en la matriz **CP_finales**.

En base a estas particularidades presentadas se elaboró el Diagrama de Flujo 11, que se muestra a continuación.

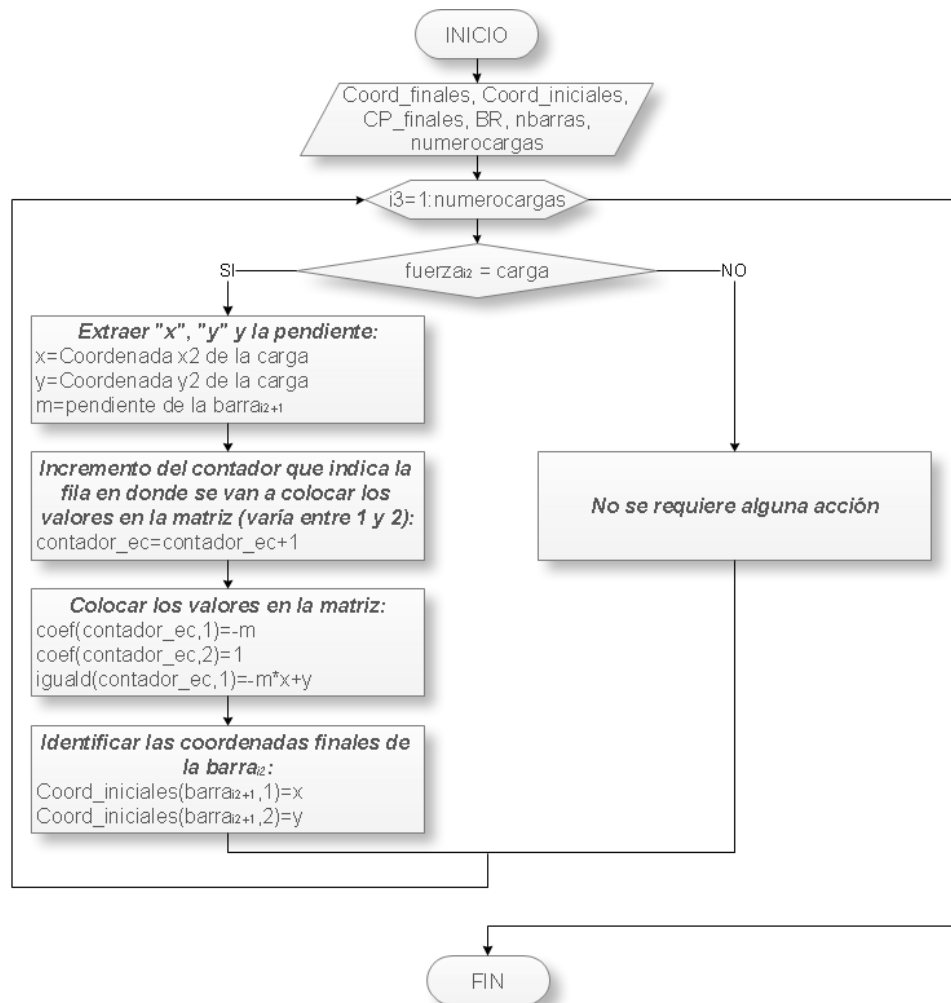


Diagrama de Flujo 10. Caso 7, análisis que corresponde a una carga y una barra desconocida (1-0)

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 11:

- k) Caso 8: (1 – 0), Nodo sin condiciones especiales, pero el análisis corresponde a una barra conocida o resuelta previamente y una barra desconocida

Para este análisis, de la misma manera que en el Caso 4, el análisis se lo realiza entre una barra conocida (1) y una barra desconocida (0), con la variante del orden del análisis realizado.

Para este caso es necesaria la lectura de las matrices **Coord_iniciales** y **Coord_finales**, en donde se almacenan las coordenadas iniciales y finales de las barras resueltas, respectivamente. Además, como en el Caso 4, es necesario adicionar una condición denominada **"bandera_inic_fin"**, que nos indica si una barra está siendo utilizada por segunda vez en un análisis de nodos. En esta matriz se almacenan valores *unos* (1), para las barras que ya han sido empleadas anteriormente, caso contrario son *cero* (0).

El diagrama de flujo que se elaboró para realizar esta implementación se presenta en el Diagrama de Flujo 12.

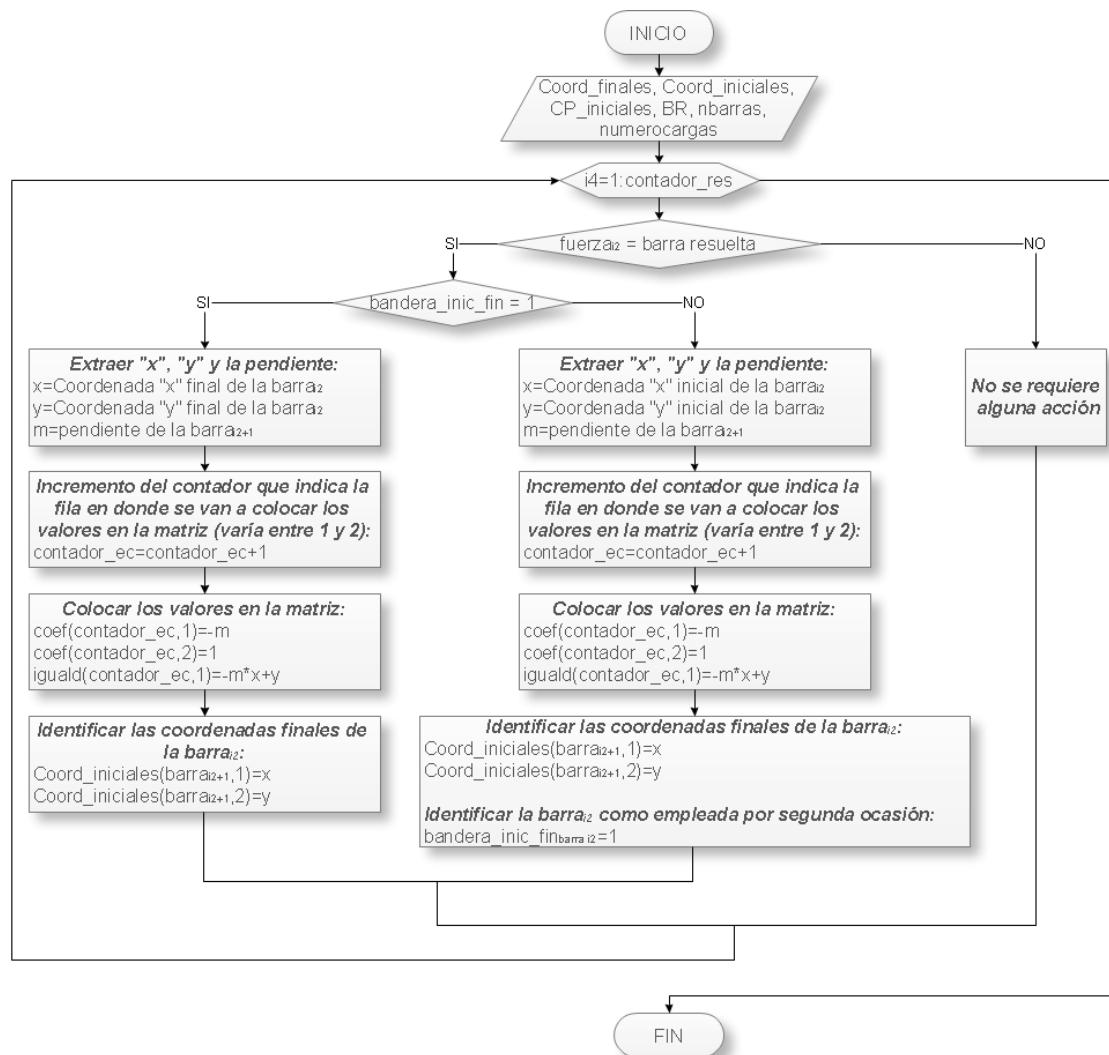


Diagrama de Flujo 11. Caso 8, análisis entre una barra conocida y una barra desconocida o resuelta previamente.

Y, su codificación correspondiente se muestra en el Anexo 12:

Luego de que se han explicado los 8 casos que pudieran presentarse en el transcurso del análisis entre los pares de fuerzas existentes en cada uno de los nodos en el diagrama de cuerpo libre, cabe aclarar que todos los casos presentados forman parte de un todo, cuya codificación se presenta en el Anexo 13.

3.3. MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN (MÉTODO DE BÚSQUEDA EN REJILLA)

Como se presentó en la sección 2.7, el método elegido para optimización que se emplea en la presente tesis es el Método de Búsqueda en Rejilla, cuyo desarrollo se detalla a continuación:

- Planteamiento del método:

Para el método empleado y, expuestos los límites que deben poseer los parámetros iniciales, se ha desarrollado el método de búsqueda en rejilla de la siguiente manera:

1. Ingreso de los parámetros iniciales, que definen los límites superior e inferior del rectángulo de análisis. Los parámetros iniciales son:
 - a. Límite inferior en "x" = $L_{ix} = \overline{AC}$. (Figura 49).
 - b. Límite superior en "x" = $L_{sx} = \overline{BD}$. (Figura 49).
 - c. Límite inferior en "y" = $L_{iy} = \overline{AB}$. (Figura 49).
 - d. Límite superior en "y" = $L_{sy} = \overline{CD}$. (Figura 49).

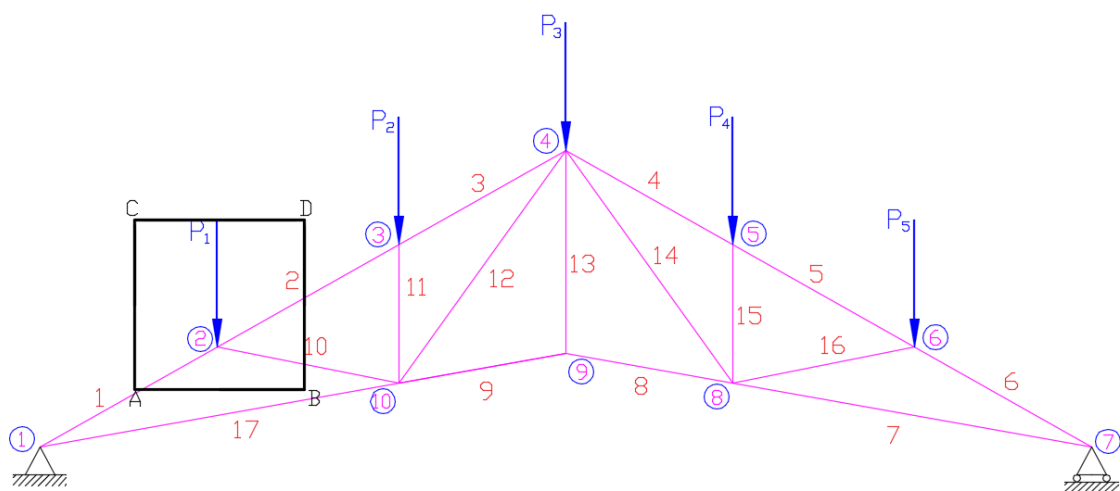


Figura 49. Rectángulo de análisis dentro de límites establecidos, para el Nodo 2 en este caso.

2. Seleccionar el número “ n ” de divisiones horizontales y verticales que se realizan al rectángulo, para conseguir la formación de la rejilla. Figura 50.

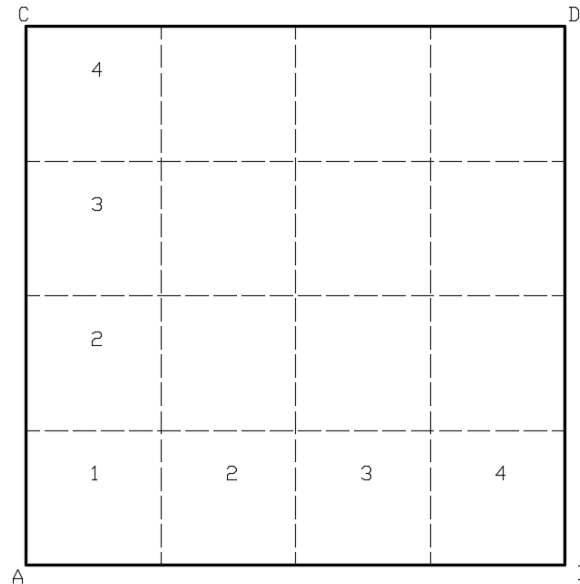


Figura 50. Rectángulo de análisis con $n=4$ divisiones.

Para el caso implementado en nuestra tesis, el número de divisiones horizontales y verticales es siempre el mismo, es decir “ n ” es único tanto para “ x ” como para “ y ”.

3. Dentro de cada uno de los rectángulos generados en la rejilla, se ubica un punto en el centro de los mismos, como se presenta en la Figura 51.

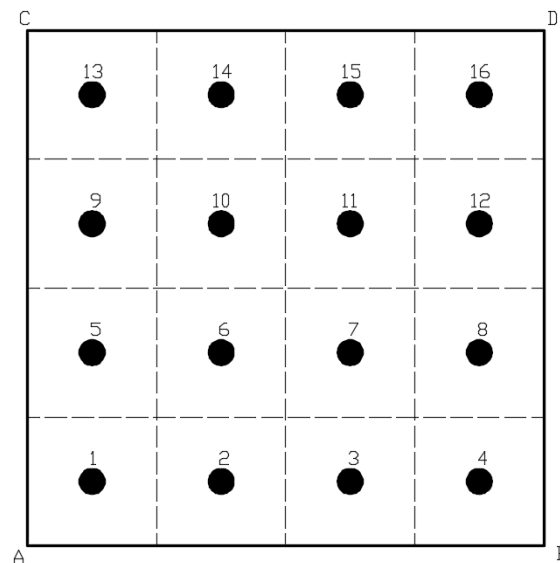


Figura 51. Ubicación de los puntos de análisis, dentro de la rejilla.

El número de puntos generados siempre será de $n \times n$, y como se puede apreciar en la Figura 51, para el caso $n=4$, el número de puntos generados es de 16.

4. Las coordenadas de los $n \times n$ puntos generados, se obtienen de manera matemática en base a la siguiente notación que se presenta en la Figura 52:

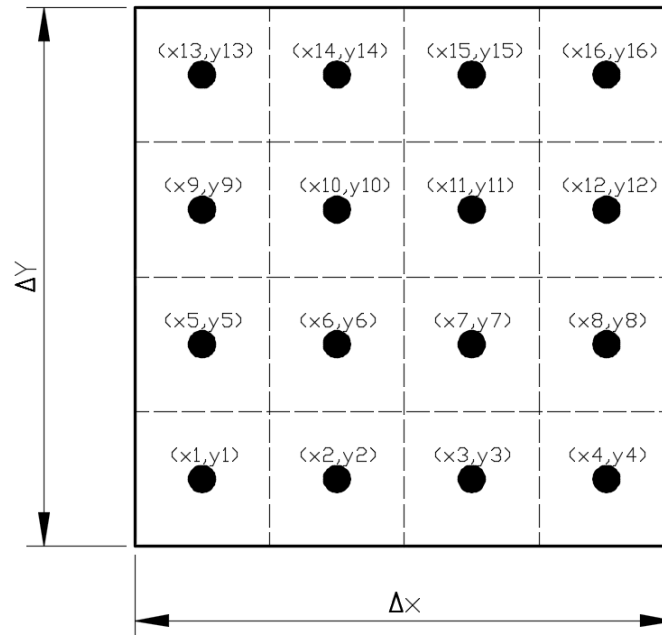


Figura 52. Coordenadas X e Y de los puntos generados. Y dimensiones del rectángulo de análisis

Donde:

$$\Delta x = \text{Limite superior en } X - \text{Limite inferior en } X$$

$$\Delta y = \text{Limite superior en } Y - \text{Limite inferior en } Y$$

Y, las coordenadas de cada uno de los puntos se generan de la siguiente manera:

$$x1 = \frac{\Delta x}{2n} \times 1 + L_{ix} \quad ; \quad y1 = \frac{\Delta y}{2n} \times 1 + L_{iy}$$

$$x2 = \frac{\Delta x}{2n} \times 3 + L_{ix} \quad ; \quad y2 = \frac{\Delta y}{2n} \times 1 + L_{iy}$$

$$x3 = \frac{\Delta x}{2n} \times 5 + L_{ix} \quad ; \quad y3 = \frac{\Delta y}{2n} \times 1 + L_{iy}$$

$$x4 = \frac{\Delta x}{2n} \times 7 + L_{ix} \quad ; \quad y4 = \frac{\Delta y}{2n} \times 1 + L_{iy}$$



$$x_5 = \frac{\Delta x}{2n} \times 1 + L_{ix} \quad ; \quad y_5 = \frac{\Delta y}{2n} \times 2 + L_{iy}$$

$$x_6 = \frac{\Delta x}{2n} \times 3 + L_{ix} \quad ; \quad y_6 = \frac{\Delta y}{2n} \times 2 + L_{iy}$$

Y así sucesivamente hasta el último punto, que posee como coordenadas:

$$x_{16} = \frac{\Delta x}{2n} \times 7 + L_{ix} \quad ; \quad y_{16} = \frac{\Delta y}{2n} \times 7 + L_{iy}$$

Y el multiplicador, que varía solamente con números impares, tiene como límite superior el “ $2n-1$ ”, que retoma su valor de 1 cada que ha alcanzado su límite superior.

5. Conocidos el nuevo grupo de coordenadas, se procede a realizar el cálculo mediante el método de Estática Gráfica, y posteriormente el cálculo del volumen de acero requerido, para cada uno de los puntos que se encuentran dentro del rango elegido.

Se pueden elegir realizar 4, 16, 64, 256, 1024, y 4096 número de puntos dentro del rango elegido, para cada uno de los puntos evaluados.

En el programa elaborado adjunto a la presente tesis, se ha incluido este método de optimización, en donde mostramos los elementos que posee la ventana de optimización. Los detalles se presentan en la Figura 53.

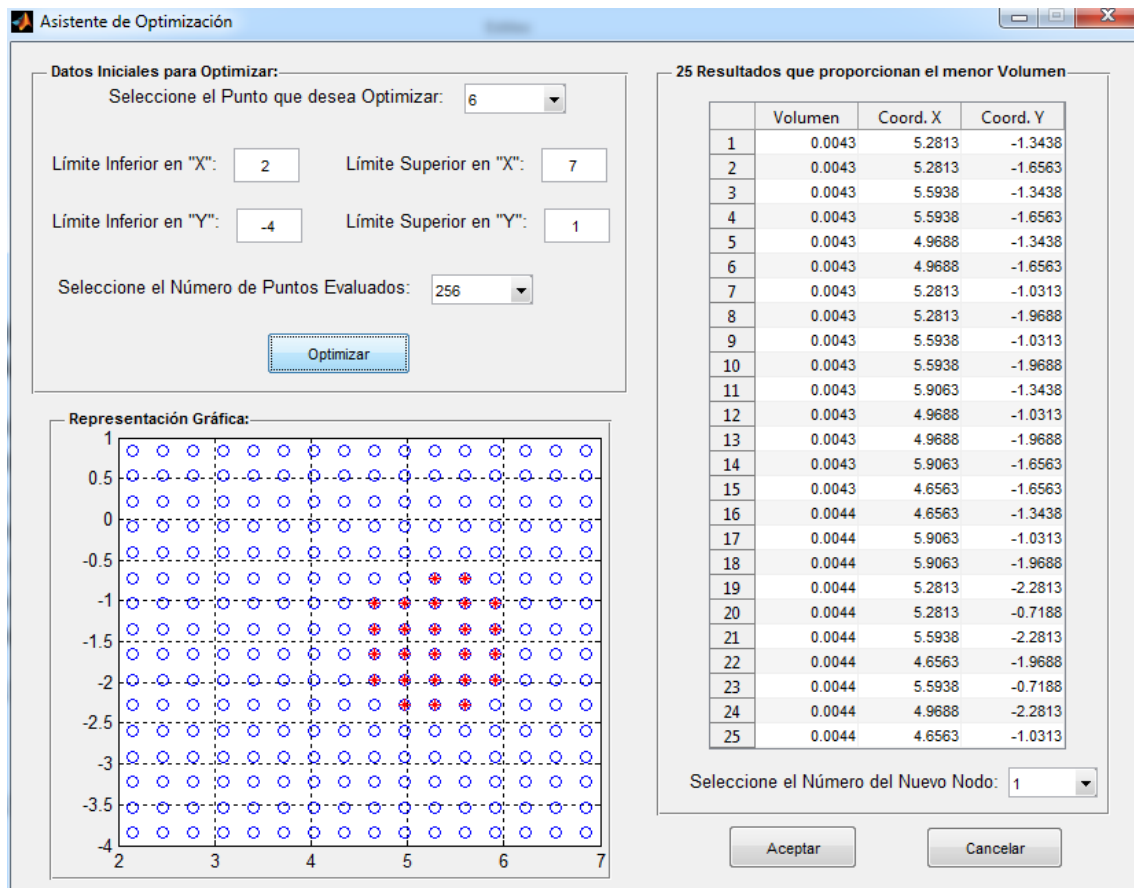


Figura 53. Pantalla Asistente de Optimización, que permite conocer los 25 primeros resultados óptimos.

Como se puede apreciar en la Figura 53, el asistente de optimización permite ingresar los límites inferiores y superiores en X y en Y, además permite seleccionar el número de puntos que serán parte de la evaluación para encontrar los 25 mejores resultados, como se muestran de manera gráfica y almacenados en una tabla ordenada de manera ascendente, desde el resultado que nos brinda el menor volumen. Por otra parte, podemos elegir una de estas 25 mejores posiciones para reemplazar la posición original del nodo.

En la Figura 53 se presenta el asistente que permite optimizar la posición de solamente un Nodo en específico, pero además de esta opción, se ha implementado la opción que nos permite optimizar la posición de 2, 3 y 4 Nodos moviéndose simultáneamente, hasta obtener la mejor combinación, que nos brinda el menor volumen. Esta ventana se muestra en la Figura 54.

Asistente de Optimización

Datos Iniciales para Optimizar:

Número de Nodo: ☐ Mantener este Nodo fijo

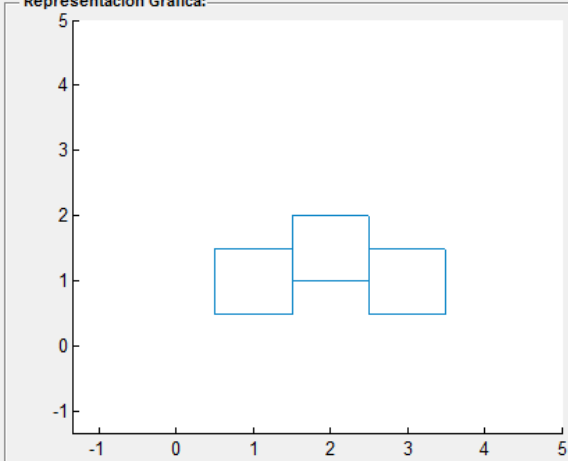
Límite Inferior en "X": Límite Superior en "X":

Límite Inferior en "Y": Límite Superior en "Y":

Seleccione el Número de Puntos Evaluados por cada Nodo:

<<< Anterior Siguiente >>> **Optimizar**

Representación Gráfica:



Resultados Ordenados de Manera Ascendente

Número en el Ranking: **Ir**

<<< Anterior Siguiente >>>

Nodo	Coord. X	Coord. Y

Volumen:

Seleccione el Número del Nuevo Nodo:

Aceptar **Cancelar**

Figura 54. Asistente de Optimización para 2, 3 y 4 puntos moviéndose simultáneamente.

En la Figura 54 podemos observar una ventana similar al asistente de optimización de 1 Nodo, con la variación de que en esta opción podemos observar los rangos en los cuales se realizará el análisis para cada uno de los nodos, como se puede ver en este caso, se realiza la optimización con 3 puntos.

En la Figura N° 55 podemos ver el resultado mostrado:

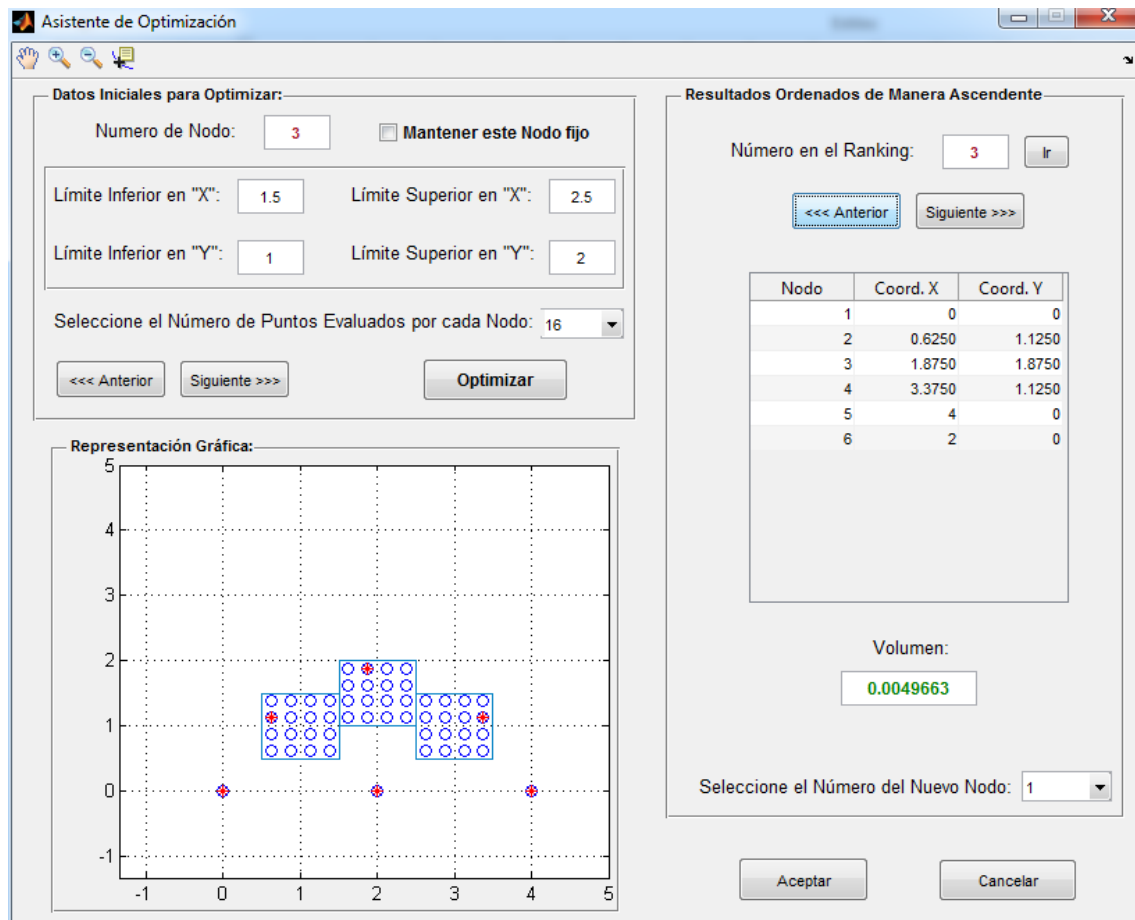


Figura 55. Resultados mostrados al ejecutar el asistente de optimización para 3 Nodos dados

En la Figura 55, se nota claramente que en la representación gráfica, a diferencia del asistente de optimización para 1 Nodo, se presentan todos los nodos de la estructura analizada, incluyendo los Nodos que se han mantenido fijos. Adicionalmente, se ha elaborado un “ranking” con las combinaciones que proporcionan el menor volumen, como se puede observar en la parte derecha de la pantalla del Asistente de Optimización.

Los ejemplos respectivos de optimización se presentan en el capítulo 4, con mucho mayor detalle.

4. APLICACIONES

En esta sección, ilustraremos la versatilidad que presenta la herramienta computacional creada, usando una serie de ejemplos de diferentes problemas estructurales. Los mismos que serán analizados estructuralmente por el Método Matricial, el Método de Estática Gráfica y el programa Ram Advanse para realizar una comparativa de los resultados obtenidos.

4.1. EJEMPLO N°1

La estructura analizada en el presente ejemplo se muestra en la Figura 56:

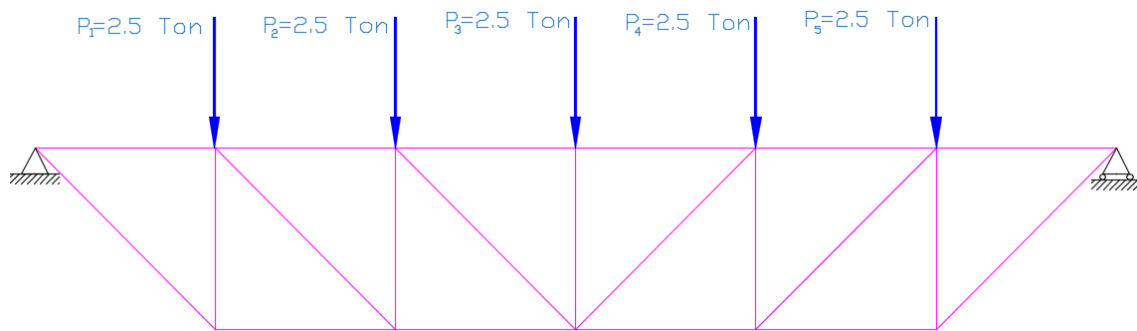


Figura 56. Ejemplo N°1. Aplicaciones

El proceso de ingreso de datos para éste ejemplo se lo realiza de la siguiente manera:

- 1) Ingreso del número de nodos
- 2) Ingreso del número de barras
- 3) Ingreso de las coordenadas de los nodos
- 4) Establecer el nodo inicial y nodo final para cada una de las barras
- 5) Asignas las restricciones
- 6) Ingreso de las cargas

Dando como resultado la estructura que se muestra en la Figura 57:

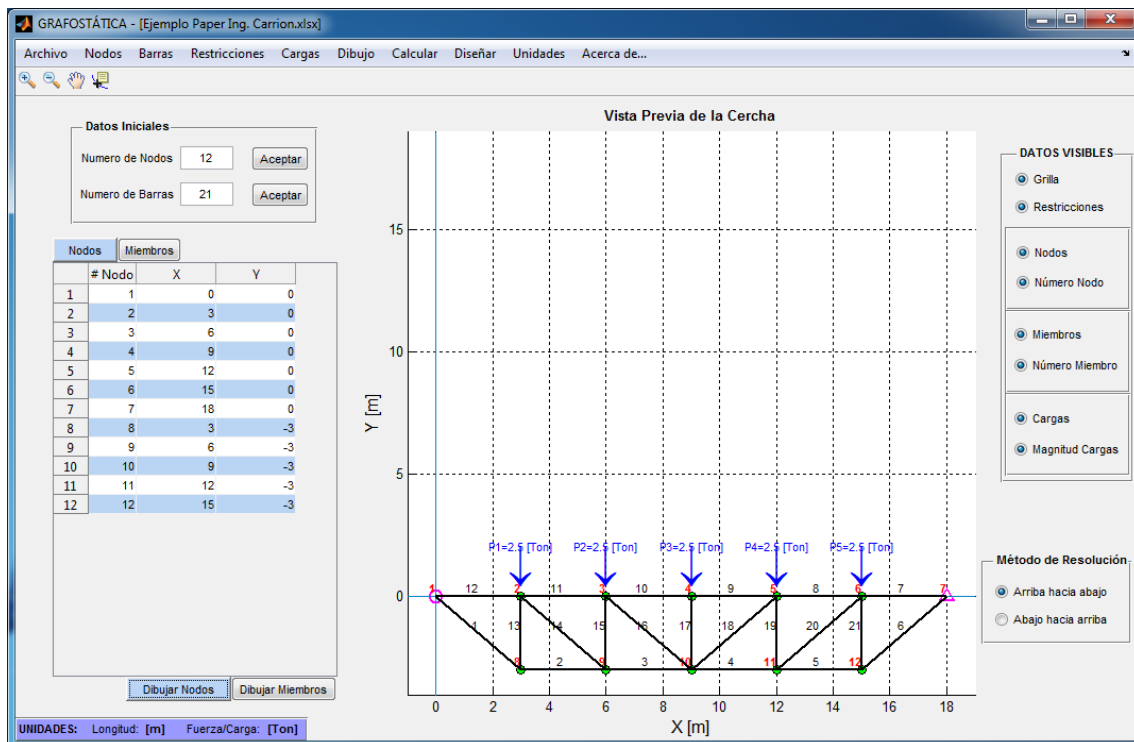


Figura 57. Pantalla inicial del Ejemplo N°1

El siguiente paso a ejecutar es dirigirnos hasta la pestaña “Calcular”, donde encontraremos dos opciones, el Método Matricial y el Método de Estática Gráfica, que se analizan a continuación.

4.1.1. Método Matricial

Al ejecutar el análisis con el Método Matricial el programa nos muestra un mensaje que hace referencia a la clasificación de la estructura ingresada, la misma que nos permite saber si puede o no ser calculada con el método matricial, Figura 58.

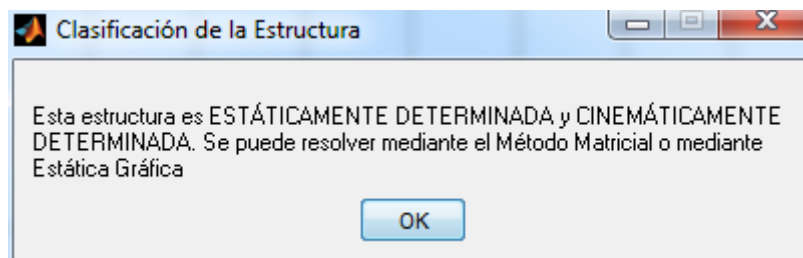


Figura 58. Mensaje que clasifica la estructura. Ejemplo N°1

La pantalla de resultados que nos muestra al ejecutar el programa, es la que se presenta en la Figura 59.

pantalla_resultados_matricial

Nombre	Valor de la Reacción	Unidad
R1x	0	Ton
R1y	6.25	Ton
R7y	6.25	Ton

Nombre	Valor de la Fuerza	Unidad	Tracción/Compresión
F1	8.8388	Ton	Tracción
F2	6.25	Ton	Tracción
F3	10	Ton	Tracción
F4	10	Ton	Tracción
F5	6.25	Ton	Tracción
F6	8.8388	Ton	Tracción
F7	-6.25	Ton	Compresión
F8	-10	Ton	Compresión
F9	-11.25	Ton	Compresión
F10	-11.25	Ton	Compresión
F11	-10	Ton	Compresión
F12	-6.25	Ton	Compresión
F13	-6.25	Ton	Compresión
F14	5.3033	Ton	Tracción
F15	-3.75	Ton	Compresión
F16	1.7678	Ton	Tracción
F17	-2.5	Ton	Compresión
F18	1.7678	Ton	Tracción
F19	-3.75	Ton	Compresión
F20	5.3033	Ton	Tracción
F21	-6.25	Ton	Compresión

Aceptar

Figura 59. Resultados aplicando el Método Matricial. Ejemplo N°1.

4.1.2. Método de Estática Gráfica

Al ejecutar el análisis con el Método de Estática Gráfica, el programa nos muestra nuevamente la clasificación de la estructura ingresada, con un mensaje igual al que se presenta en la Figura 60.

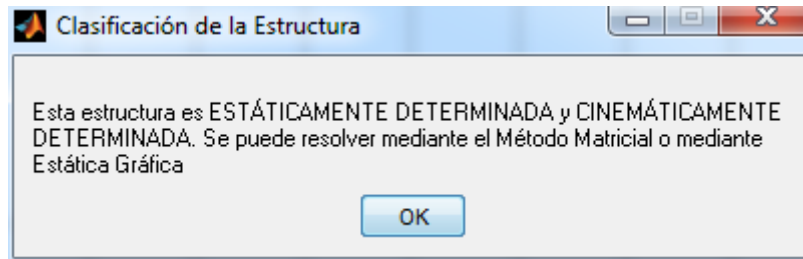


Figura 60. Mensaje que clasifica la Estructura. Ejemplo N°1

Dado que el mensaje indica que la clasificación de la presente estructura puede ser calculada mediante Estática Gráfica, se abre una ventana con los resultados calculados por este método, y nos muestra dos ventanas; una que contiene el Diagrama de Forma y otra que contiene el Diagrama de Fuerzas, tal como se presenta en la Figura 61.

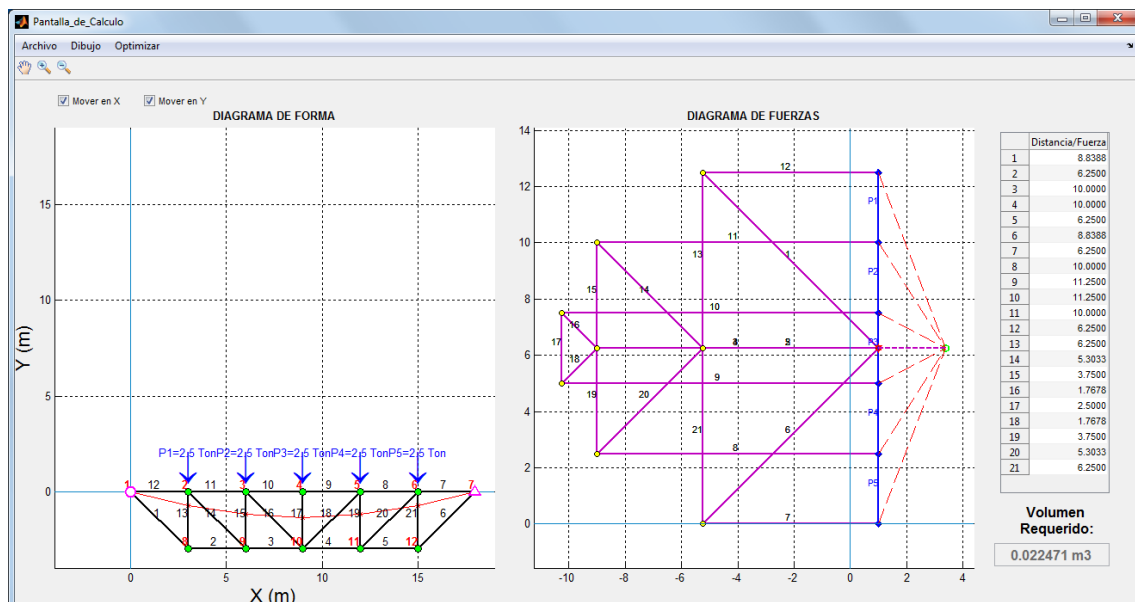


Figura 61. Ventana de resultados con el método de Estática Gráfica. Ejemplo N°1

Además, en la Figura 61 se observa que se presentan las fuerzas en una tabla ubicada en la parte derecha de la ventana y el volumen de acero requerido para la estructura.

El Método de Estática Gráfica muestra una pestaña denominada “Optimizar” que nos lleva hacia dos asistentes de optimización, que se describen a continuación:

- Asistente de optimización para un Nodo:

Este asistente de optimización nos permite ubicar el nodo que deseamos optimizar, al que asignamos una región en la cual es analizado, y elegimos el número de puntos a evaluar dentro de la región de estudio. Todo esto, con el fin

de mostrarnos la posición del mismo para la cual el volumen es mínimo, Figura 62.

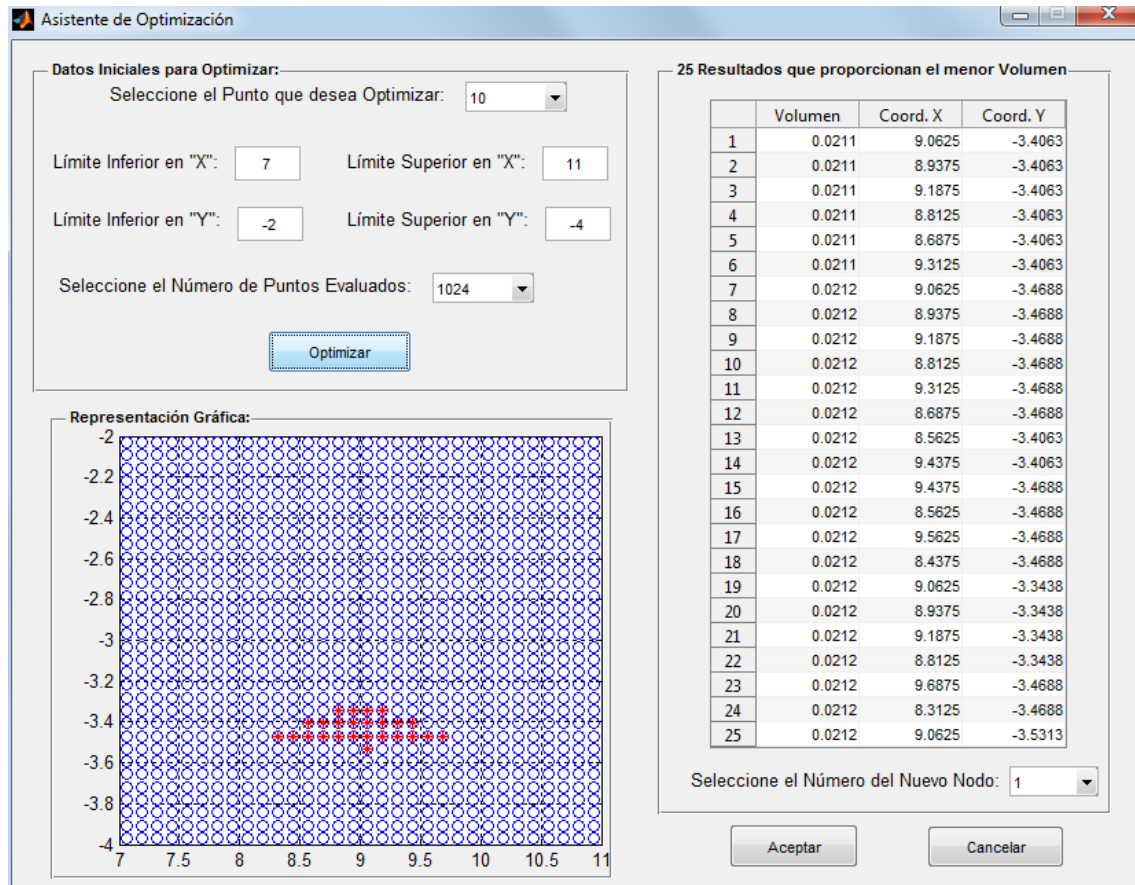


Figura 62. Ventana Asistente de Optimización para un nodo específico. Ejemplo N°1

En la Figura 62 podemos ver de manera gráfica y tabulada los 25 mejores resultados, es decir, las diferentes posiciones de los nodos que hacen que se minimice el volumen requerido de acero en la estructura. Adicionalmente se puede elegir uno de los 25 mejores resultados y reemplazar la posición anterior del Nodo por uno de ellos.

Al aceptar el reemplazo, automáticamente se observa que se recalcula el diagrama de fuerzas y se modifica el diagrama de forma, como se ve en la Figura 63.

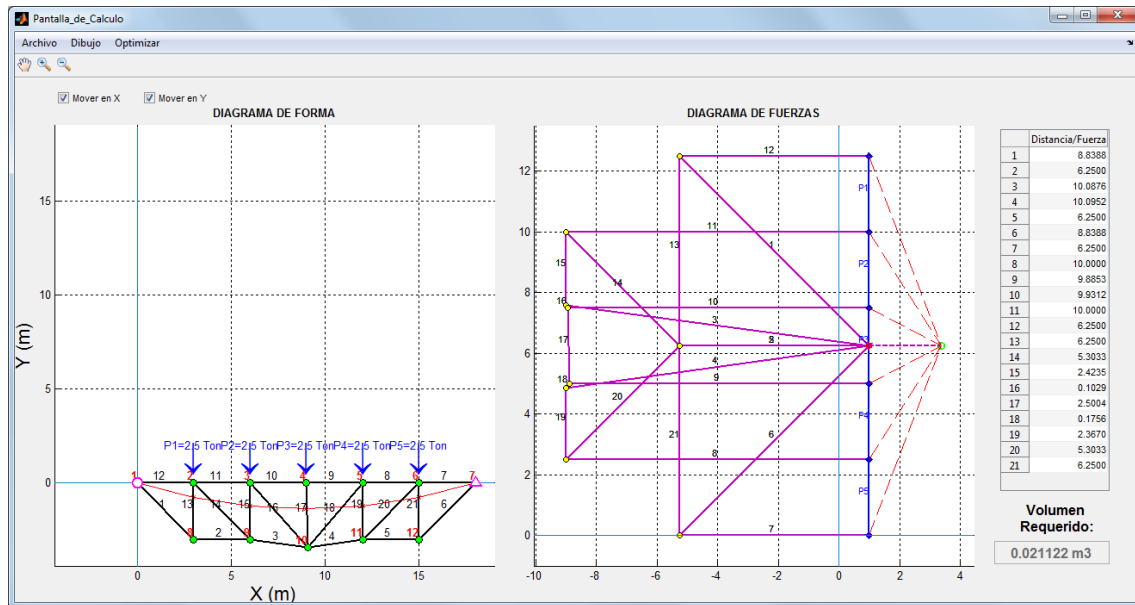


Figura 63. Ventana de Resultados luego de optimizar un nodo. Ejemplo N°1

Si comparamos el volumen requerido antes de la optimización (Figura 61) y el volumen requerido después de la optimización (Figura 63), podemos ver la diferencia en el mismo, obteniendo una disminución ligera.

- Asistente de optimización para dos o más nodos

Este asistente nos permite elegir los nodos que simultáneamente buscarán una posición para la cual el volumen será mínimo. Esta búsqueda simultánea se puede realizar para 2, 3 y 4 nodos, como se explicó en capítulos anteriores.

Para el presente ejemplo se ha elegido optimizar la posición de los nodos 9, 10 y 11. Su resultado se muestra en la Figura 64.

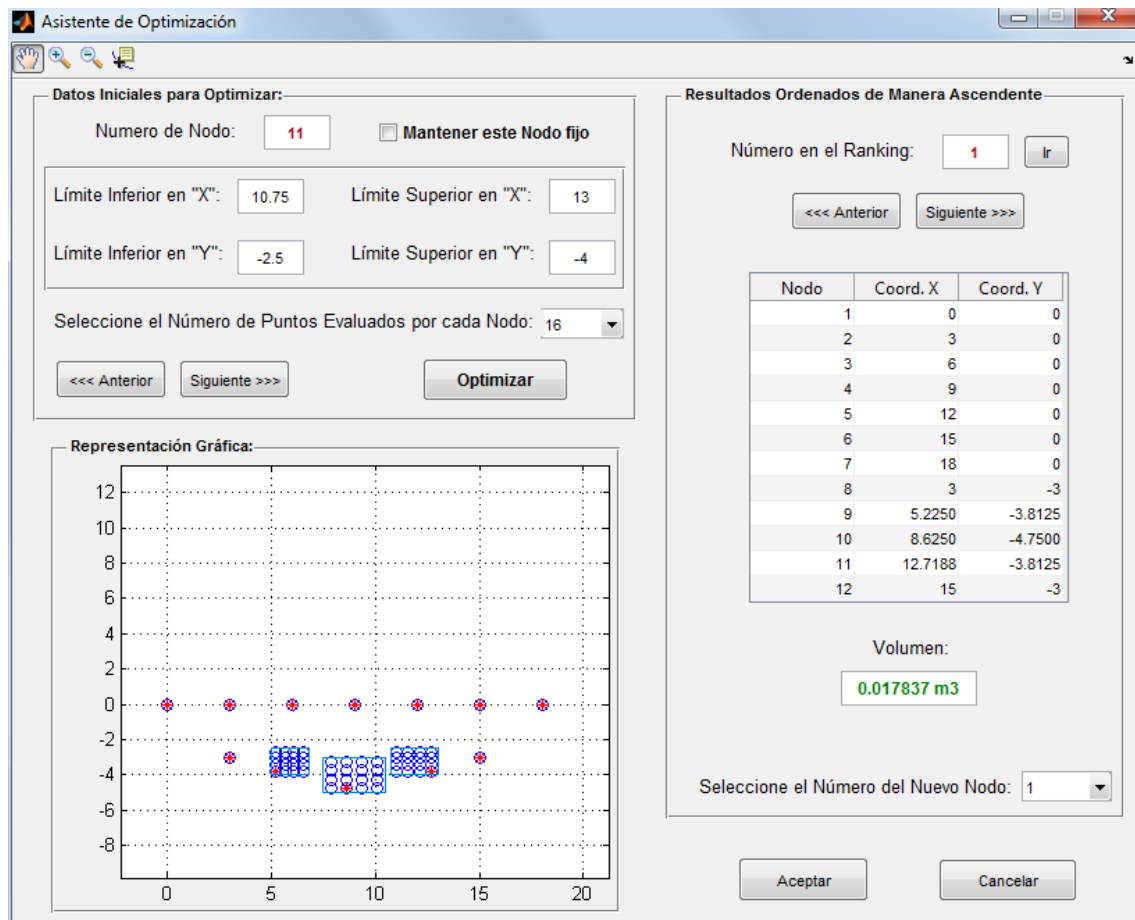


Figura 64. Ventana Asistente de Optimización para dos o más nodos. Ejemplo N°1

En la Figura 64 se muestran los puntos analizados dentro de cada una de las regiones establecidas inicialmente, como también se presentan los Nodos que se mantuvieron fijos dentro del análisis. Así también, en la parte derecha de la pantalla se muestran las coordenadas de la estructura con las coordenadas óptimas para los nodos analizados; los que pueden ser encontrados ordenados mediante un “ranking de resultados”, que puede ser mostrado y graficado presionando los botones “Anterior” o “Siguiente”.

De la misma manera que en el asistente de optimización para un nodo, en este asistente podemos elegir una combinación de posiciones para la cual el volumen es el mínimo y reemplazar las nuevas coordenadas por las iniciales. Este reemplazo hace que inmediatamente se calcule el diagrama de fuerzas y se modifique el diagrama de forma, como se presenta en la Figura 65.

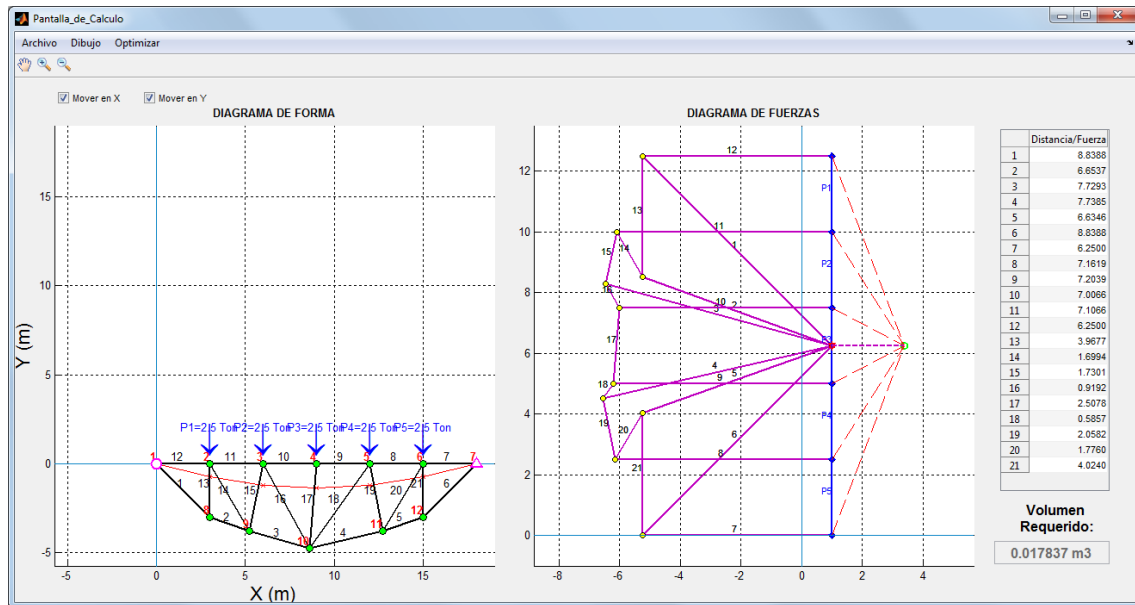


Figura 65. Ventana de Resultados mediante Estática Gráfica luego de ejecutar la optimización para la posición de 3 Nodos. Ejemplo N°1

- Optimización manual por tanteos

Este tipo de optimización es manual debido a que se lo realiza modificando las coordenadas de los nodos, mediante el arrastrar el nodo a cualquier posición, pero teniendo presente siempre que las barras no deben intersectarse entre sí.

El número de variaciones de la posición del nodo depende mucho de la intuición del usuario, para lograr con rapidez disminuir el volumen, manteniendo la forma deseada.

En las Figuras 66, 67 y 68 se muestran 3 movimientos arbitrarios que generan disminución en el volumen requerido de acero:

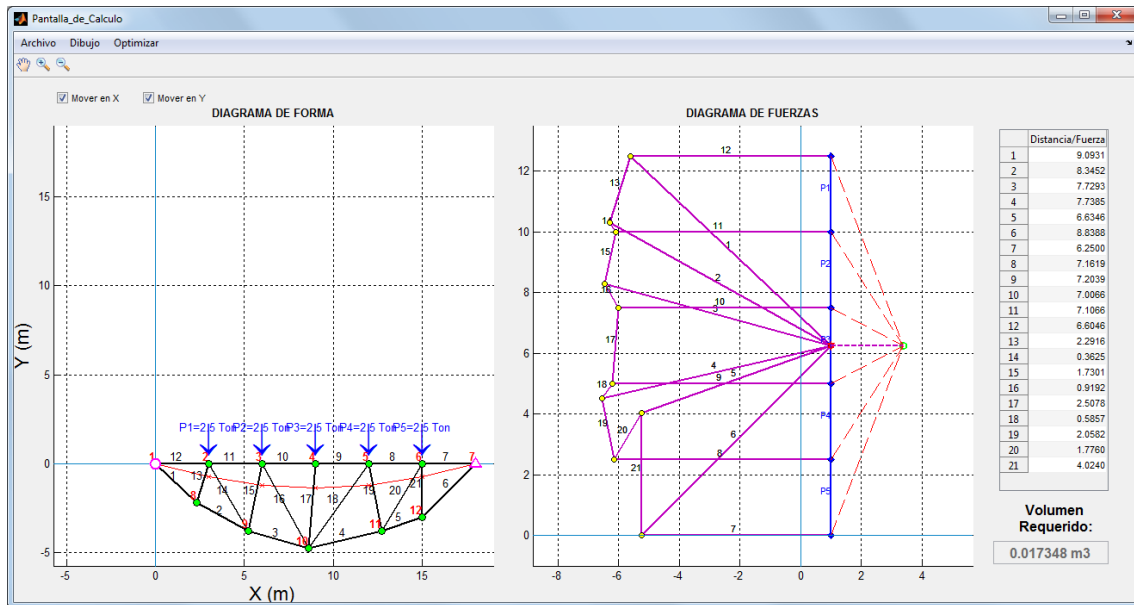


Figura 66. Optimización Manual por tanteos. Movimiento del Nodo 8.

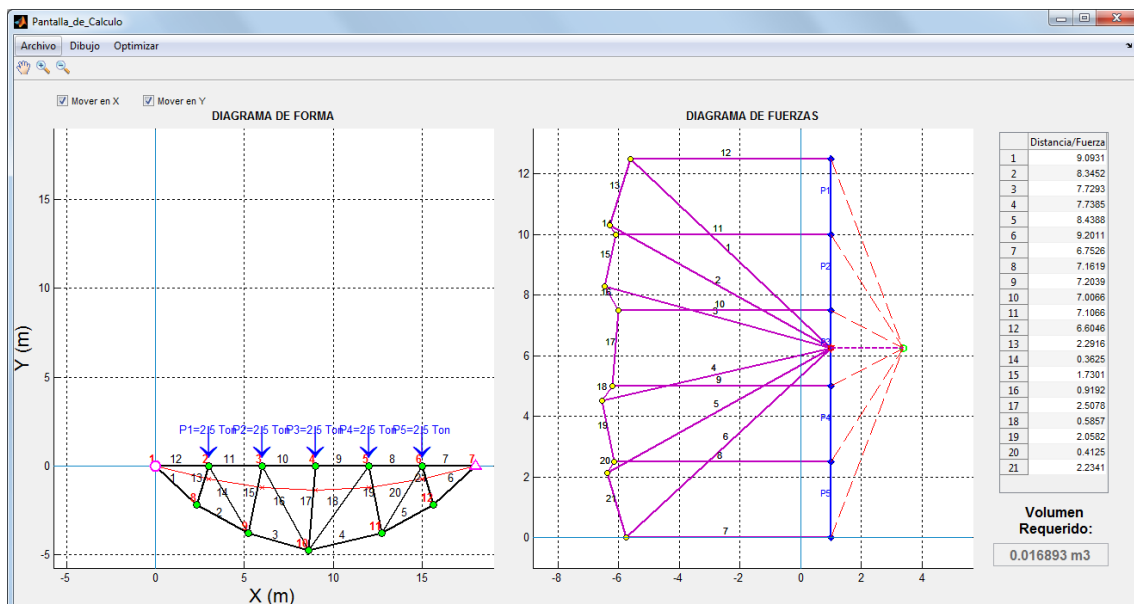


Figura 67. Optimización Manual por tanteos. Movimiento del Nodo 12.

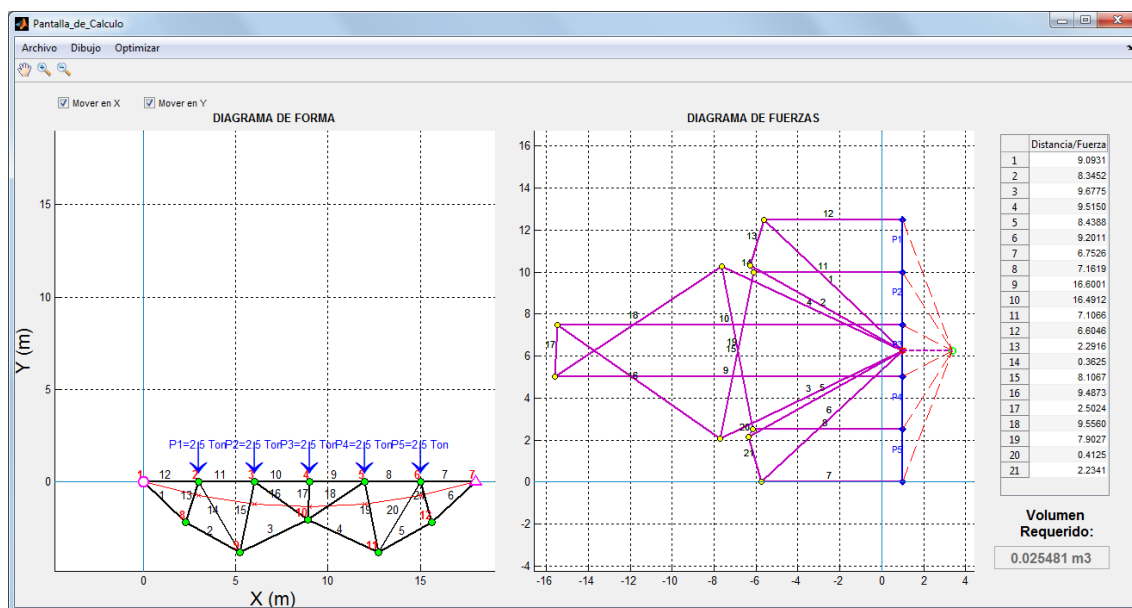


Figura 68. Optimización Manual por tanteos. Movimiento del Nodo 10.

En las Figuras 66 y 67 se realizaron movimientos que ayudaron a disminuir el volumen requerido de acero. Y, en contraste a esto, en la Figura 68 se observa un movimiento que genera el efecto contrario, es decir, se incrementa el volumen de acero requerido para la estructura.

4.1.3. Software Ram Advanse

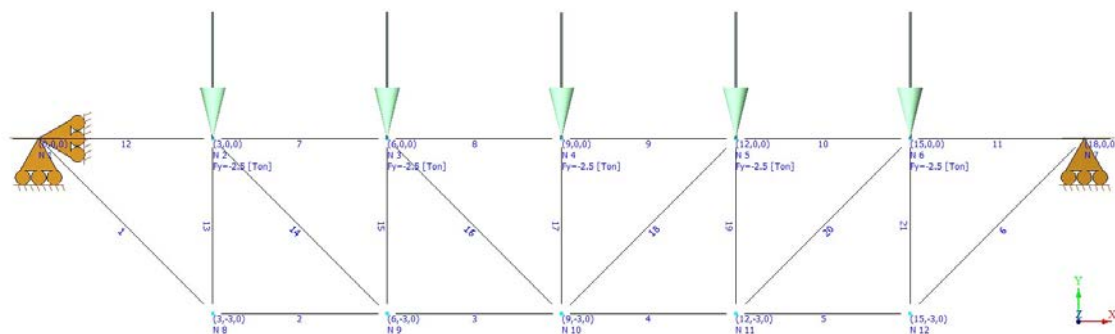


Figura 69. Datos Iniciales en el programa Ram Advanse

En la Figura 69 se presentan los datos iniciales de manera gráfica, en la herramienta Ram Advanse.

Y, como resultados del análisis en Ram Advanse, los mostramos en las Tablas 4 y 5.



Tabla 5. Resultados de las Reacciones. Ram Advanse

Nudo	Fuerzas [Ton]		
	FX	FY	FZ
1	0,00	6,25	0,00
7	0,00	6,25	0,00

Tabla 6. Resultados de las Fuerzas. Ram Advanse

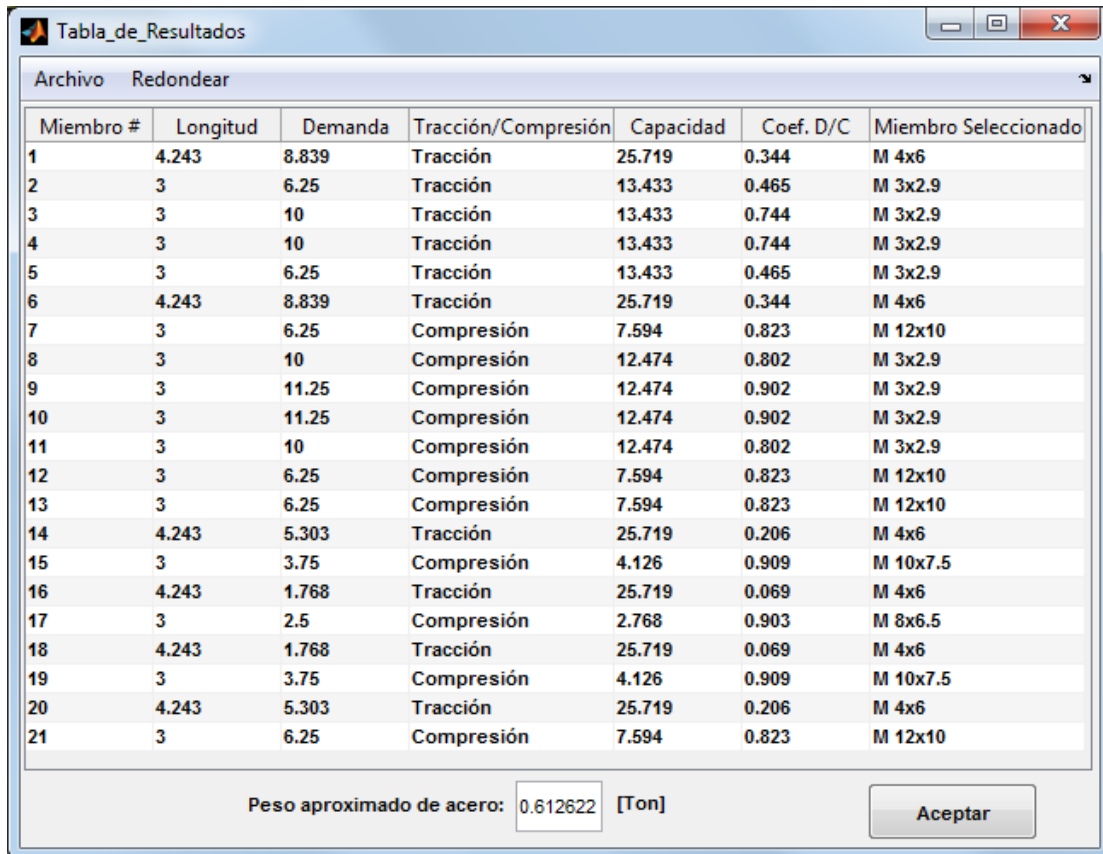
Miembro	Axial [Ton]
1	8,839
2	6,250
3	10,000
4	10,000
5	6,250
6	8,839
7	-10,000
8	-11,250
9	-11,250
10	-10,000
11	-6,250
12	-6,250
13	-6,250
14	5,303
15	-3,750
16	1,768
17	-2,500
18	1,768
19	-3,750
20	5,303
21	-6,250

Notas.-	Axial: Fuerzas axiales
	NJ: Nodo Inicial
	NK: Nodo Final

Los resultados presentados en las Tablas 5 y 6, pueden ser comparados con los resultados que se presentan en las Figuras 59 y 61, que nos muestran los resultados obtenidos mediante el Método Matricial y el Método de Estática Gráfica, respectivamente. La igualdad en los resultados obtenidos prueba la validez de los métodos implementados en la herramienta computacional desarrollada para la presente tesis.

4.1.4. Diseño en la Herramienta Computacional

Adicionalmente a las herramientas mostradas de análisis estructural mediante el Método Matricial y mediante Estática Gráfica, y optimización; se presenta una opción que diseña mediante el método LRFD y escoge las secciones de los elementos de una biblioteca almacenada en la memoria interna del programa. Sus resultados para la estructura mostrada en la Figura 57, se presentan en la Figura 70.



Miembro #	Longitud	Demanda	Tracción/Compresión	Capacidad	Coef. D/C	Miembro Seleccionado
1	4.243	8.839	Tracción	25.719	0.344	M 4x6
2	3	6.25	Tracción	13.433	0.465	M 3x2.9
3	3	10	Tracción	13.433	0.744	M 3x2.9
4	3	10	Tracción	13.433	0.744	M 3x2.9
5	3	6.25	Tracción	13.433	0.465	M 3x2.9
6	4.243	8.839	Tracción	25.719	0.344	M 4x6
7	3	6.25	Compresión	7.594	0.823	M 12x10
8	3	10	Compresión	12.474	0.802	M 3x2.9
9	3	11.25	Compresión	12.474	0.902	M 3x2.9
10	3	11.25	Compresión	12.474	0.902	M 3x2.9
11	3	10	Compresión	12.474	0.802	M 3x2.9
12	3	6.25	Compresión	7.594	0.823	M 12x10
13	3	6.25	Compresión	7.594	0.823	M 12x10
14	4.243	5.303	Tracción	25.719	0.206	M 4x6
15	3	3.75	Compresión	4.126	0.909	M 10x7.5
16	4.243	1.768	Tracción	25.719	0.069	M 4x6
17	3	2.5	Compresión	2.768	0.903	M 8x6.5
18	4.243	1.768	Tracción	25.719	0.069	M 4x6
19	3	3.75	Compresión	4.126	0.909	M 10x7.5
20	4.243	5.303	Tracción	25.719	0.206	M 4x6
21	3	6.25	Compresión	7.594	0.823	M 12x10

Peso aproximado de acero: 0.612622 [Ton] Aceptar

Figura 70. Resultados del diseño en la Herramienta Computacional desarrollada. Sección "M".

Se observa que esta ventana nos permite visualizar resultados tales como:

- Número del miembro o barra
- Longitud de la barra
- Demanda: Es la carga para la cual se realiza el diseño
- Un comentario que nos indica si la barra se encuentra en tracción o en compresión.
- Capacidad: Es la carga máxima que soportaría el elemento escogido del catálogo.
- Coeficiente D/C: Es el coeficiente Demanda/Capacidad.
- Miembro Seleccionado

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA

4.2. EJEMPLO N°2

Como segundo ejemplo hemos elegido una estructura que posee una configuración particular, ya que no posee diagonales, lo que la hace cinemáticamente indeterminada pero estáticamente determinada. Y para una posición específica de los nodos, la presente estructura tendrá una resolución por el método de Estática Gráfica. Figura 71.

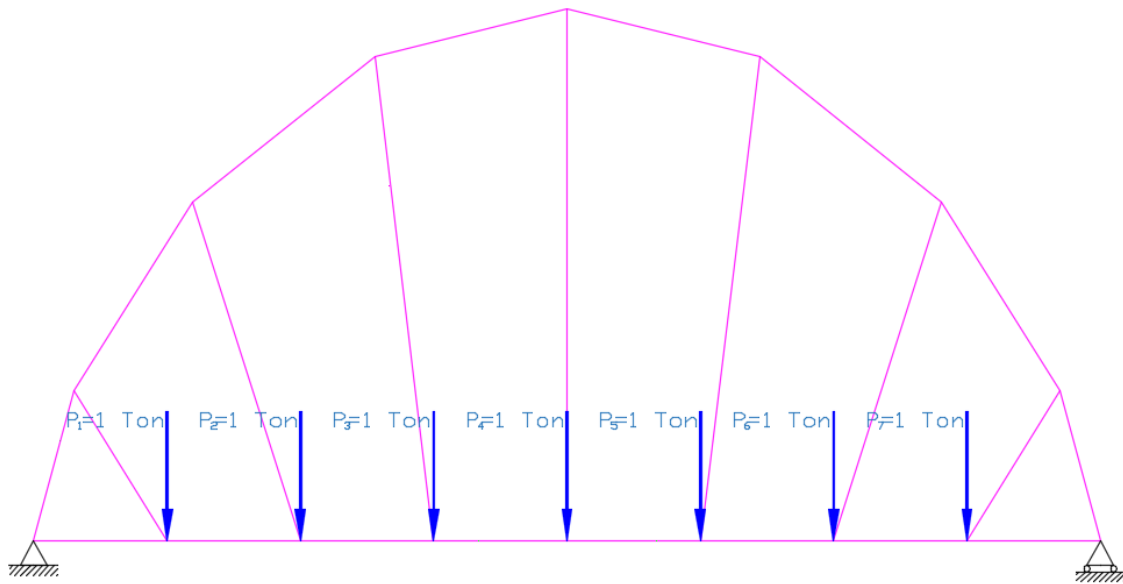


Figura 71. Ejemplo N°2. Aplicaciones

La estructura presentada en la Figura 71 se ingresó bajo el mismo orden que se indicó en el ejemplo anterior, quedando de la forma que se muestra en la Figura 72.

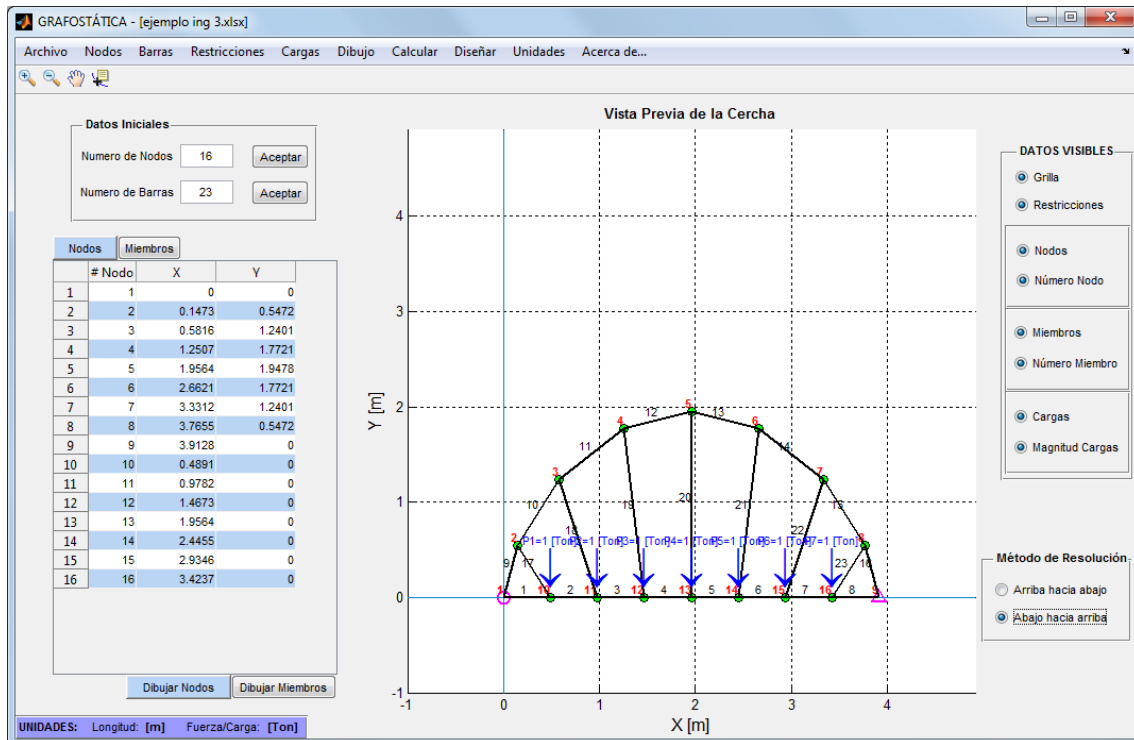


Figura 72. Ventana de Ingreso de Datos Iniciales. Ejemplo N°2

4.2.1. Método Matricial

La estructura presentada en la Figura 71 se calculó mediante el Método Matricial, y en su proceso nos muestra el siguiente mensaje (Figura 73):

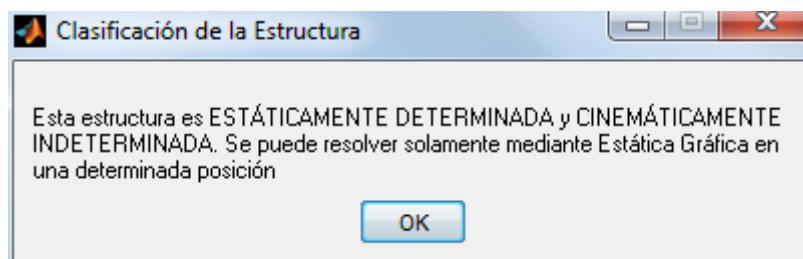


Figura 73. Clasificación de la Estructura. Ejemplo N°2

Lo que nos indica que se encuentra en un grupo de estructuras que solamente pueden ser resueltas mediante Estática Gráfica. Y por lo tanto, no se generan resultados para un análisis matricial.

4.2.2. Método de Estática Gráfica

Como la presente estructura se encuentra en una posición en la cual, si colocáramos las respectivas diagonales, su valor sería de cero o muy cercano a dicho valor, lo que significa que mediante Estática Gráfica es posible calcular, como se muestra en la Figura 74.

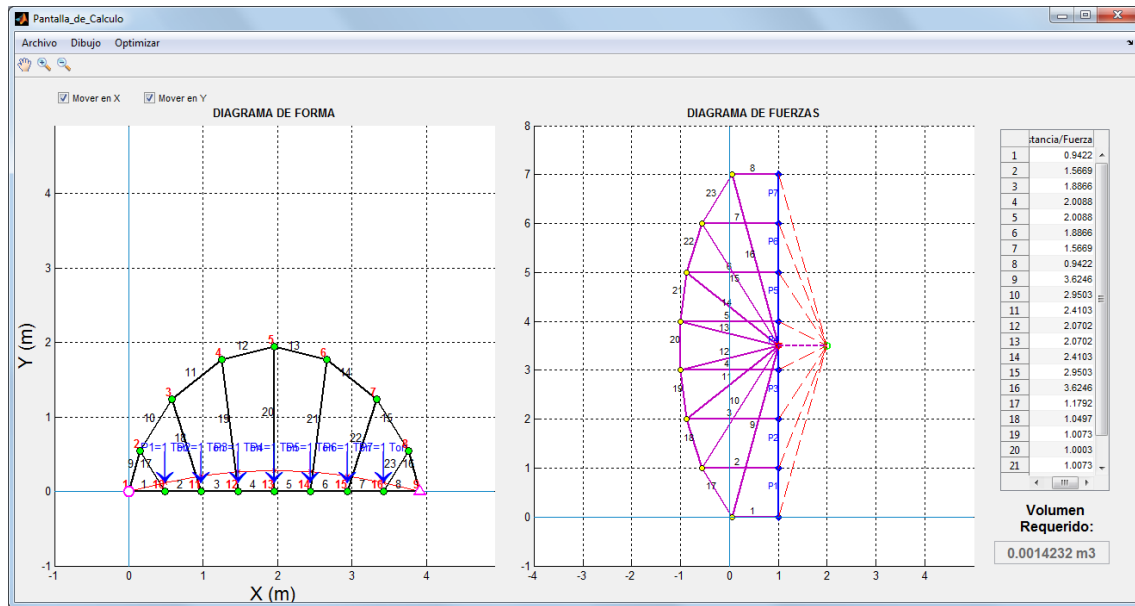


Figura 74. Resultados con el Método de Estática Gráfica. Ejemplo N°2

Ahora, si a la presente estructura se realiza una pequeña o significativa modificación a uno de los nodos en el Diagrama de Forma, se podrá observar un mensaje de alerta que indica que no es posible realizar el cálculo para la posición actual de los nodos, ya que esta modificación genera que no se puedan cerrar algunos polígonos de fuerzas en el Diagrama de Fuerzas.

Dicho mensaje de alerta se muestra en la Figura 75.

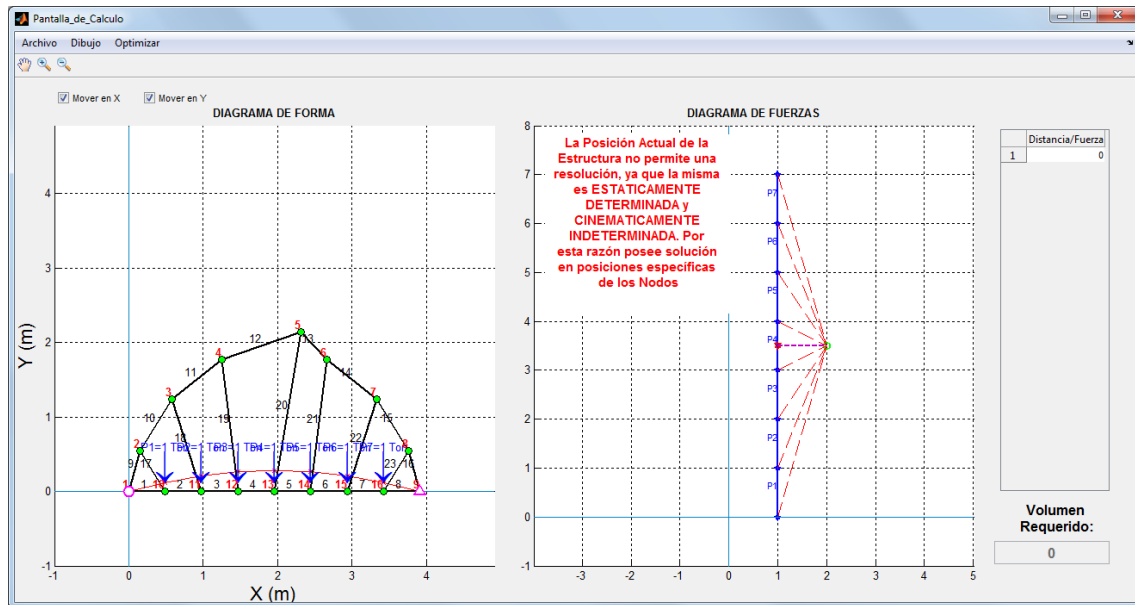


Figura 75. Mensaje de Alerta que indica que no se puede calcular mediante el Método de Estática Gráfica. Ejemplo N°2

En la Figura 75, se ha realizado un movimiento significativo del Nodo 5, y como consecuencia de esto se ha generado un mensaje que nos indica que no es posible obtener una solución mediante el Método de Estática Gráfica.

4.2.3. Software Ram Advanse

La estructura presentada en la Figura 71, fue ingresada al software Ram Advanse, para comprobar que ese tipo de herramientas no resuelve sistemas cinemáticamente indeterminados.

En la Figura 76 se presenta los datos iniciales ingresados en Ram Advanse.

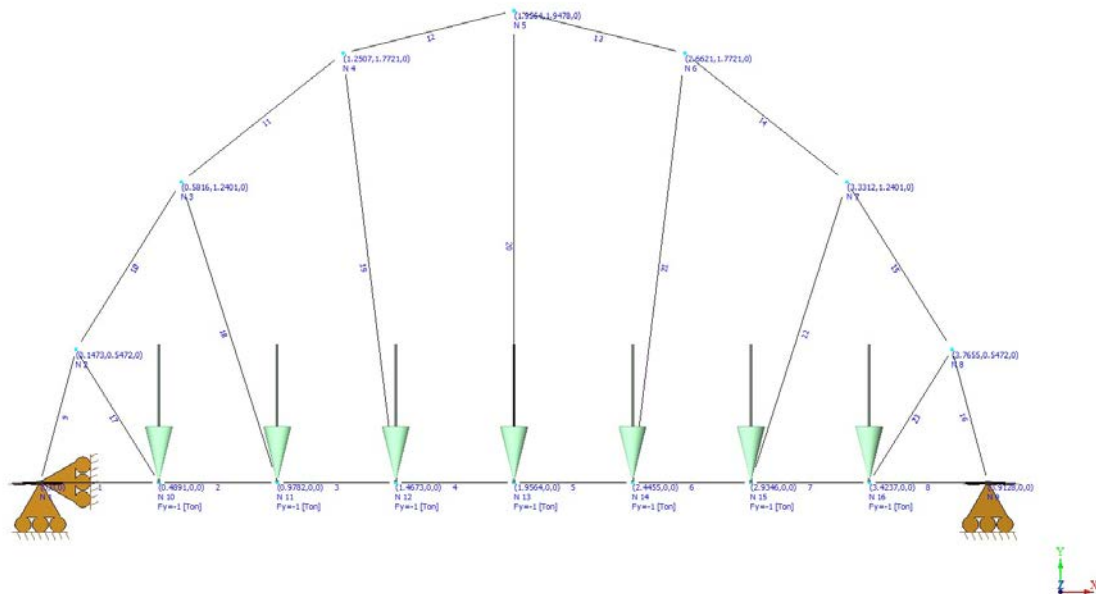


Figura 76. Ejemplo N°2. Ram Advance

Y, luego de intentar ejecutar el análisis estructural, el programa nos muestra la siguiente ventana, que indica errores al momento de procesar los datos. Figura 76.



Figura 77. Ventana de Errores en Ram Advanse. Ejemplo N°2



5. CONCLUSIONES

- El método de Estática Grafica permite resolver estructuras que se clasifican como estáticamente determinadas y ciertas estructuras cinemáticamente indeterminadas lo cual es una ventaja frente a los software de análisis y diseño estructural pues los mismos tienen como limitante el no poder realizar el análisis a estructuras cinemáticamente indeterminadas.
- Una ventaja de la Estática Grafica es que nos genera una intuición estructural en el proceso de diseño, creando así diseños más sostenibles y eficientes que derivan de la configuración geométrica de sus elementos y no simplemente de las propiedades de resistencia de los materiales.
- Al comparar los resultados del análisis del Método de Estática Grafica con Software de análisis estructural Ram Advanse y con los resultados obtenidos con el Método Matricial se puede comprobar que el método de Estática Grafica es muy método confiable y exacto pues los resultados pueden llegar a variar en la tercera cifra decimal lo cual es un resultado bastante exacto.
- El Método de Estática Gráfica permite desarrollar un método analítico para el análisis de estructuras y lograr una optimización en el diseño, el cual mejora la relación peso - costo de la estructura.
- El asistente de optimización implementado en la herramienta computacional desarrollada en esta tesis, le permite al usuario buscar la posición óptima en un rango dado de análisis, modificando la forma y a su vez disminuyendo el volumen de acero requerido por la estructura.
- El desarrollo de esta tesis sirve como un punto de partida para la investigación de la Estática Gráfica como una herramienta de optimización en el diseño estructural, ya que la presente tesis brinda una base a partir de la cual se podrían desarrollar trabajos futuros que generen un aporte adicional al estudio de la Estática Gráfica.



6. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- Baker, W. F., Beghini, L. L., Mazurek, A., Carrion, J., & Beghini, A. (2013). *Maxwell's reciprocal diagrams and discrete Michell frames*.
- Bayle, J. (1966). *Estática Gráfica*. Barcelona: Hispano Europea.
- Block, P. (2005). *Equilibrium systems Studies in Masonry Structure*.
- Block, P. (2009). *Thrust Network Analysis Exploring Three-dimensional Equilibrium*.
- Caippi, A. (1930). *Corso di Statica Grafica. Parte Seconda*. Roma.
- Cathcart, W. L. (1911). *A short course in graphic statics*. New York: D. Van Nostrand Company.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2007). *Métodos Numéricos para Ingenieros*. México DF: Mc Graw Hill.
- Charles, & Malcolm, C. W. (1912). *A text book on graphic statics*. New York and Chicago: The Myron C. Clark.
- Fernández Sora, A., Lezaún Martínez de Ubago, L., & Madre Cosorrán, J. (1996). *Grafostática (140 Cerchas Resueltas)*. Zaragoza: Mira Editores.
- Gómez Acosta, J. (2013). *La estática gráfica. Instrumento para el conocimiento estructural intuitivo y el diseño de los arquitectos*. Valencia: Universitat Politècnica de Valencia.
- Henkel, O. (1949). *Estática Gráfica*. En O. Henkel, *Estática Gráfica* (pág. 19). Barcelona: LABOR S.A.
- Malcolm, C. (1909). *A Text Book On Graphic Statics*. London: E&F.N.
- Shearer, M. S. (2010). *Analyzing and Creating Forms: Rapid Generation of Graphic Statics Solutions through RhinoScript*.



7. ANEXOS

ANEXO 1.

```
% formamos una matriz auxiliar en donde colocamos las coordenadas x
del nodo donde se aplican las cargas
for i=1:numerocargas
    N(i,1)=A(CARGAS(i,2),2);
end

car=CARGAS;
for i=1:numerocargas
    for j=i+1:numerocargas
        if N(j,1) < N(i,1)
            temp = N(i,1);
            tmn=car(i,2);
            tmm=car(i,3);
            N(i,1) = N(j,1);
            car(i,2)=car(j,2);
            car(i,3)=car(j,3);
            N(j,1) = temp;
            car(j,2)=tmn;
            car(j,3)=tmm;
        end
    end
end

% Formamos la matriz P, que es la matriz de coordenadas de los puntos
en el diagrama de fuerzas, si tengo n cargas, se tendrá n+1 puntos

x=1; % es el valor en el eje X donde se desea que se dibujen las
cargas
P=[0 0];
for i=1:numerocargas+1
    P(i,1)=x;
    for j=i:numerocargas
        P(i,2)=P(i,2)+car(j,3);
    end
end

% Definimos las coordenadas del punto O; que son arbitrarias
y=P(1,2);
O=[x/4+y/4 y/2];

% Formamos la matriz de pendientes de las lineas que unen el punto O
con cada una de las coordenadas existentes en la matriz P
for i=1:numerocargas+1
    m(i,1)=(P(i,2)-(y/2))/(-2*y);
end

% hago preguntas para salvar el hecho de que las cargas se apliquen en
los extremos de la cercha
if min(N(:,1))==min(A(:,2))&max(N(:,1))==max(A(:,2))
    'la carga de la izquierda se aplica en el nudo que tiene como
coordenada x cero y la de la derecha se aplica en el ultimo nudo de la
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
derecha, por lo tanto no se debe considerar las dos pendientes,
primera y final';
N=N;
indicargas=1;
elseif min(N(:,1))==min(A(:,2))&max(N(:,1))~=max(A(:,2))
    'solo la carga de la izquierda actua en el ultimo nodo de la
    izquierda, eliminar la primera pendiente';
    N=[N;max(A(:,2))];
    indicargas=2;
elseif max(N(:,1))==max(A(:,2))&min(N(:,1))~=min(A(:,2))
    'solo la carga de la derecha actua en el ultimo nodo de la
    derecha, eliminar la ultima pendiente';
    N=[min(A(:,2));N];
    indicargas=3;
elseif min(N(:,1))~=min(A(:,2))&max(N(:,1))~=max(A(:,2))
    'en este caso no hay cargas en los extremos, solo intermedias,
    considerar todas la pendientes';
    N=[min(A(:,2));N;max(A(:,2))]; % me construye la nueva N,
    agregando las coordenadas de los extremos porque las P no me
    definieron eso
    indicargas=4;
end

% Creo la matriz de coordenadas de los puntos del (poligono de
funicular), este dato sirve para graficar en el diagrama de forma
nfilasN=size(N);
nfilasN=nfilasN(1,1);
CPC=[0 0];

if indicargas==4
    for i=1:nfilasN-1
        CPC(i+1,1)=N(i+1,1);
        CPC(i+1,2)=m(i,1)*(CPC(i+1,1)-CPC(i,1))+CPC(i,2);
    end
elseif indicargas==3
    for i=1:nfilasN-1
        CPC(i+1,1)=N(i+1,1);
        CPC(i+1,2)=m(i,1)*(CPC(i+1,1)-CPC(i,1))+CPC(i,2);
    end
elseif indicargas==2
    for i=1:nfilasN-1
        CPC(i+1,1)=N(i+1,1);
        CPC(i+1,2)=m(i+1,1)*(CPC(i+1,1)-CPC(i,1))+CPC(i,2);
    end
elseif indicargas==1
    for i=1:nfilasN-1
        CPC(i+1,1)=N(i+1,1);
        CPC(i+1,2)=m(i+1,1)*(CPC(i+1,1)-CPC(i,1))+CPC(i,2);
    end
end

% Obtenemos la pendiente de la linea de cierre
mLC=(CPC(nfilasN,2)-CPC(1,2))/(CPC(nfilasN,1)-CPC(1,1));

% Obtenemos las coordenadas en el diagrama de fuerzas del punto donde
se corta la linea que define la magnitud de las reacciones
CPR=[x mLC*(-2*y)+(y/2)];
```



Universidad de Cuenca

```
% Ahora se calcularan las reacciones  
R1=abs(CPR(1,2)-y);  
R2=abs(CPR(1,2));
```



ANEXO 2.

```
% DETERMINAR LA DIRECCION DE CADA BARRA
e=[B(:,2),B(:,3)];
for i=1:nbarras
    ex(e(i,1),e(i,2))=(A(e(i,2),2)-A(e(i,1),2))/(sqrt((A(e(i,2),2)-
A(e(i,1),2))^2+(A(e(i,2),3)-A(e(i,1),3))^2));
    ey(e(i,1),e(i,2))=(A(e(i,2),3)-A(e(i,1),3))/(sqrt((A(e(i,2),2)-
A(e(i,1),2))^2+(A(e(i,2),3)-A(e(i,1),3))^2));
end
```




ANEXO 3.

```
% Armado de la matriz de incidencia
for i=1:nnodos
    for j=1:nbarras
        if e(j,1)==i
            C(i,j)=-1;
        end
        if e(j,2)==i
            C(i,j)=1;
        end
    end
end
end
```



ANEXO 4.

```
for i=1:nodos
    contador=0;
    B_actuan1=0;
    for j=1:nbarras
        if abs(C(i,j))==1
            contador=contador+1;
            B_actuan1(contador,1)=j;
        else
            'es cero';
        end
    end
end
for k=1:contador
    T(i,k,1)=B_actuan1(k,1);
end
end
```



ANEXO 5.

```
for i4=1:contador_res
    if PC(i4,3)==resp(i2+1) | PC(i4,4)==resp(i2+1)
        coordx=Coord_finales(resp(i2+1),1);
        coordy=Coord_finales(resp(i2+1),2);
        m=BR(resp(i2),3);
        contador_ec=contador_ec+1;
        desc(1,contador_ec)=resp(i2);
        %coloco los valores en la matriz
        coef(contador_ec,1)=-m;
        coef(contador_ec,2)=1;
        iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
        %escribo en la matriz las finales de la

desconocida

        Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
        Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
        Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
        Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
        bandera_inic_fin(resp(i2+1),1)=1;

    end
    %en el caso que sea alguna carga
    for j5=1:numerocargas
        if resp(i2+1,1)==nbarras+2+j5
            if ya==0
                coordx=CP_iniciales(j5,1);
                coordy=CP_iniciales(j5,2);
                m=BR(resp(i2,1),3);
                contador_ec=contador_ec+1;
                desc(1,contador_ec)=resp(i2,1);
                %coloco los valores en la matriz
                coef(contador_ec,1)=-m;
                coef(contador_ec,2)=1;
                iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
                %escribo en la matriz las finales de la

desconocida

                Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
                Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
                Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
                Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
                ya=1;
            end
        end
    end
end
end
```



ANEXO 6.

```
% EL CASO DE UN DESCONOCIDO - REACCION
for i3=1:2
    if resp(i2+1)==nbarras+i3
        %para R(i) obtengo las coord finales
        coordx=CREac_i(i3,1);
        coordy=CREac_i(i3,2);
        m=BR(resp(i2),3); %obtengo la pendiente de la
        barra que va luego de R
        contador_ec=contador_ec+1; %se incrementa el
        contador ya que se escribe una ecuacion
        desc(1,contador_ec)=resp(i2); %es un auxiliar para
        poder llenar las columnas 3 y 4 de la matriz PC
        %coloco los valores en la matriz
        coef(contador_ec,1)=-m;
        coef(contador_ec,2)=1;
        iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
        %escribo en la matriz las finales de la
        desconocida
        Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
        Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
        Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
        Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
    end
end
```



ANEXO 7.

```
%EL CASO DE UN DESCONOCIDO - CARGA
for i3=1:numericargas
    if resp(i2+1)==nbarras+2+i3
        %significa que una de las cargas esta antes,
        extraer las coord iniciales de P
        coordx=CP_iniciales(i3,1);
        coordy=CP_iniciales(i3,2);
        m=BR(resp(i2),3);
        contador_ec=contador_ec+1;
        desc(1,contador_ec)=resp(i2);
        %coloco los valores en la matriz
        coef(contador_ec,1)=-m;
        coef(contador_ec,2)=1;
        iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
        %escribo en la matriz las finales de la
desconocida
        Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
        Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
        Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
        Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
    end
end
```



ANEXO 8.

```
for i4=1:contador_res
    if PC(i4,3)==resp(i2+1) | PC(i4,4)==resp(i2+1)
        if bandera_inic_fin(resp(i2+1),1)==1
            coordx=Coord_iniciales(resp(i2+1),1);
            coordy=Coord_iniciales(resp(i2+1),2);
            m=BR(resp(i2),3);
            contador_ec=contador_ec+1;
            desc(1,contador_ec)=resp(i2);
            %coloco los valores en la matriz
            coef(contador_ec,1)=-m;
            coef(contador_ec,2)=1;
            iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida
            Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
            Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
            Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
            Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);

        else
            coordx=Coord_finales(resp(i2+1),1);
            coordy=Coord_finales(resp(i2+1),2);
            m=BR(resp(i2),3);
            contador_ec=contador_ec+1;
            desc(1,contador_ec)=resp(i2);
            %coloco los valores en la matriz
            coef(contador_ec,1)=-m;
            coef(contador_ec,2)=1;
            iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida
            Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
            Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
            Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
            Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
            bandera_inic_fin(resp(i2+1),1)=1;
        end
    end
end
```



ANEXO 9.

```
for i4=1:contador_res
    if PC(i4,3)==resp(i2) | PC(i4,4)==resp(i2)

        coordx=Coord_iniciales(resp(i2),1);
        coordy=Coord_iniciales(resp(i2),2);
        m=BR(resp(i2+1),3);
        contador_ec=contador_ec+1;
        desc(1,contador_ec)=resp(i2+1);
        %coloco los valores en la matriz
        coef(contador_ec,1)=-m;
        coef(contador_ec,2)=1;
        iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
        %escribo en la matriz las finales de la

desconocida

        Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
        Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
        Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
        Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
        bandera_inic_fin(resp(i2),1)=1;

    end
    %en el caso que sea alguna carga
    for j5=1:numero cargas
        if resp(i2,1)==nbarras+2+j5
            if ya==0
                'es barra carga';
                coordx=CP_finales(j5,1);
                coordy=CP_finales(j5,2);
                m=BR(resp(i2+1,1),3);
                contador_ec=contador_ec+1;
                desc(1,contador_ec)=resp(i2+1,1);
                %coloco los valores en la matriz
                coef(contador_ec,1)=-m;
                coef(contador_ec,2)=1;
                iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
                %escribo en la matriz las finales de la

desconocida

                Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
                Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
                Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
                Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
                ya=1;
            end
        end
    end
end
```



ANEXO 10.

```
% EL CASO DE UNA REACCION - DESCONOCIDO
for i3=1:2
    if resp(i2)==nbarras+i3
        %para R(i) obtengo las coord finales
        coordx=CREac_f(i3,1);
        coordy=CREac_f(i3,2);
        m=BR(resp(i2+1),3); %obtengo la pendiente de la
        barra que va luego de R
        contador_ec=contador_ec+1; %se incrementa el
        contador ya que se escribe una ecuacion
        desc(1,contador_ec)=resp(i2+1); %es un auxiliar
        para poder llenar las columnas 3 y 4 de la matriz PC
        %coloco los valores en la matriz
        coef(contador_ec,1)=-m;
        coef(contador_ec,2)=1;
        iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
        %escribo en la matriz las iniciales de la
        desconocida

        Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
        Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
        Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
        Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
    end
end
```




ANEXO 11.

```
%EL CASO DE UN CARGA - DESCONOCIDO
for i3=1:numericargas
    if resp(i2)==nbarras+2+i3
        %significa que una de las cargas esta antes,
        extraer las coord finales de P
        coordx=CP_finales(i3,1);
        coordy=CP_finales(i3,2);
        m=BR(resp(i2+1),3);
        contador_ec=contador_ec+1;
        desc(1,contador_ec)=resp(i2+1);
        %coloco los valores en la matriz
        coef(contador_ec,1)=-m;
        coef(contador_ec,2)=1;
        iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
        %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

        Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
        Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
        Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
        Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
    end
end
```



ANEXO 12.

```
%EN EL CASO DE UN BARRA CONOCIDA - DESCONOCIDO
for i4=1:contador_res
    if PC(i4,3)==resp(i2) | PC(i4,4)==resp(i2)
        if bandera_inic_fin(resp(i2),1)==1
            'cuando i=8';
            coordx=Coord_finales(resp(i2),1);
            coordy=Coord_finales(resp(i2),2);
            m=BR(resp(i2+1),3);
            contador_ec=contador_ec+1;
            desc(1,contador_ec)=resp(i2+1);
            %coloco los valores en la matriz
            coef(contador_ec,1)=-m;
            coef(contador_ec,2)=1;
            iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

            Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);

        else
            coordx=Coord_iniciales(resp(i2),1);
            coordy=Coord_iniciales(resp(i2),2);
            m=BR(resp(i2+1),3);
            contador_ec=contador_ec+1;
            desc(1,contador_ec)=resp(i2+1);
            %coloco los valores en la matriz
            coef(contador_ec,1)=-m;
            coef(contador_ec,2)=1;
            iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

            Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            bandera_inic_fin(resp(i2),1)=1;
        end
    end
end
```



ANEXO 13.

```
function [ Coord_iniciales, Coord_finales, ex, ey ] =  
Metodo_Analitico_Estatica_Grafica(A, B, P, x, R1su, R2su,CPR,  
restricciones, CARGAS)  
[nnodos,sin_u]=size(A);  
[nbarras,sin_u]=size(B);  
[numerocargas,sin_u]=size(CARGAS);  
  
%MATRIZ DE BARRAS Ni Nf m ----> BR  
e=0;  
ex=0;  
ey=0;  
ext=0;  
Esfuerzos=0;  
C=zeros(nnodos,nbarras);  
% DETERMINAR LA DIRECCION DE CADA BARRA  
e=[B(:,2),B(:,3)];  
for i=1:nbarras  
    ex(e(i,1),e(i,2))=(A(e(i,2),2)-A(e(i,1),2))/(sqrt((A(e(i,2),2)-  
A(e(i,1),2))^2+(A(e(i,2),3)-A(e(i,1),3))^2));  
    ey(e(i,1),e(i,2))=(A(e(i,2),3)-A(e(i,1),3))/(sqrt((A(e(i,2),2)-  
A(e(i,1),2))^2+(A(e(i,2),3)-A(e(i,1),3))^2));  
end  
  
for i=1:nbarras  
    BR(i,1)=B(i,2);  
    BR(i,2)=B(i,3);  
    if ex(BR(i,1),BR(i,2))==0  
        BR(i,3)=ey(BR(i,1),BR(i,2))/(ex(BR(i,1),BR(i,2))+0.000001);  
    else  
        BR(i,3)=ey(BR(i,1),BR(i,2))/ex(BR(i,1),BR(i,2));  
    end  
end  
BR;  
  
P; %MATRIZ DE COORDENADAS DE LAS CARGAS APILADAS  
for j=1:numerocargas  
    CP_iniciales(j,1)=P(j,1);  
    CP_iniciales(j,2)=P(j,2);  
    CP_finales(j,1)=P(j+1,1);  
    CP_finales(j,2)=P(j+1,2);  
end  
  
%MATRIZ DE COORDENADAS DE LAS REACCIONES APILADAS ----> Reac  
for i=1:4  
    Reac(i,1)=x;  
end  
Reac(1,2)=R1su+CPR(1,2);  
Reac(2,2)=CPR(1,2);  
Reac(3,2)=CPR(1,2);  
Reac(4,2)=CPR(1,2)-R2su;  
Reac;  
CReac_i(1,1)=Reac(2,1);
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
CReac_i(1,2)=Reac(2,2);
CReac_i(2,1)=Reac(4,1);
CReac_i(2,2)=Reac(4,2);
CReac_f(1,1)=Reac(1,1);
CReac_f(1,2)=Reac(1,2);
CReac_f(2,1)=Reac(3,1);
CReac_f(2,2)=Reac(3,2);

restricciones; %MATRIZ DE RESTRICCIONES DONDE SE INDICA EN QUE NODO SE
APLICA CADA RESTRICCION

CARGAS; %MATRIZ DE CARGAS DONDE SE MUESTRA EL # DE CARGA, EL NODO
DONDE SE APLICA Y LA MAGNITUD

% 1)BUSCO LA 1RA RESTRICCION Y BUSCO EN ESTE NODO LAS BARRAS QUE
TRABAJAN (CON LA MATRIZ DE INCIDENCIA)
% Armado de la matriz de incidencia
for i=1:nnodos
    for j=1:nbarras
        if e(j,1)==i
            C(i,j)=-1;
        end
        if e(j,2)==i
            C(i,j)=1;
        end
    end
end
C;

contador=0;
for i=1:nbarras
    if abs(C(restricciones(1,2),i))==1
        contador=contador+1;
        B_actuan(contador,1)=i;
    end
end

%buscar con la ayuda de la matriz de incidencia, las barras que actuan
en cada nodo
for i=1:nnodos
    contador=0;
    B_actuan1=0;
    for j=1:nbarras
        if abs(C(i,j))==1
            contador=contador+1;
            B_actuan1(contador,1)=j;
        else
            'es cero';
        end
    end
    for k=1:contador
        T(i,k,1)=B_actuan1(k,1);
    end
end
T=T';
bandera_general=zeros(nbarras+2+numerocargas,1);
incognitas=numel(bandera_general(bandera_general==0));
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS
EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
cont=1;
contador_res=0;
bandera_inic_fin=zeros(nbarras,1);
solouna=0;

while incognitas>0
for i=1:nnodos
    i;
    CD=0;
    DC=0;
    contador_ec=0; %contador que se incrementa en el momento en que se
    escribe una ecuacion
    resp=T(:,i,:);
    resp(resp==0)=[];
    [fila,columna]=size(resp);
    if restricciones(1,2)==i
        resp(fila+1,1)=nbarras+1;
    elseif restricciones(2,2)==i
        resp(fila+1,1)=nbarras+2;
    end
    for j=1:numerocargas
        if CARGAS(j,2)==i
            [fila2,columna2]=size(resp);
            if fila==fila2
                resp(fila+1,1)=nbarras+2+j;
            else
                resp(fila+2,1)=nbarras+2+j;
            end
        end
    end
    C;
    ang=0;
    resp;
    [fila2,columna2]=size(resp);

    for k=1:fila
        exmult=ex(BR(resp(k,1),1),BR(resp(k,1),2))*-C(i,resp(k,1));
        eymult=ey(BR(resp(k,1),1),BR(resp(k,1),2))*-C(i,resp(k,1));
        if exmult>0 & eymult<0
            ang(k,1)=360-
            (radtodeg(acos(exmult/sqrt((exmult)^2+(eymult)^2))));
        elseif exmult<=0 & eymult<0
            ang(k,1)=360-
            (radtodeg(acos(exmult/sqrt((exmult)^2+(eymult)^2))));
        else
            ang(k,1)=(radtodeg(acos(exmult/sqrt((exmult)^2+(eymult)^2))));
        end
    end

    [fila3,columna3]=size(ang);
    dif=fila2-fila3;
    if dif==0
    else
        for k=1:dif
            resp(fila3+k);
            nbarras+1;
            if resp(fila3+k)==nbarras+1 | resp(fila3+k)==nbarras+2
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
        ang(fila3+k)=270;
    end
    for l=1:numero_cargas
        if resp(fila3+k)==nbarras+2+1
            ang(fila3+k)=90;
        end
    end

    end
end
ang;
% ORDENAMIENTO DECRECIENTE METODO DE BURBUJA

for i1=1:length(ang)
    for i3=1:length(ang)-i1
        if ang(i3)<ang(i3+1)
            aux=ang(i3);
            ang(i3)=ang(i3+1);
            ang(i3+1)=aux;
            aux1=resp(i3);
            resp(i3)=resp(i3+1);
            resp(i3+1)=aux1;
        end
    end
end

%poner 1s en un vector bandera_calc para identificar cual esta
calculado y cual no
bandera_calc=zeros(length(ang),1);
for i2=1:length(ang)
    if resp(i2)==nbarras+1 | bandera_general(resp(i2))==1
        bandera_calc(i2,1)=1;
        bandera_general(resp(i2),1)=1;
    end
    if resp(i2)==nbarras+2
        bandera_calc(i2,1)=1;
        bandera_general(resp(i2),1)=1;
    end
    for i4=1:numero_cargas
        if resp(i2)==nbarras+2+i4
            bandera_calc(i2,1)=1;
            bandera_general(resp(i2),1)=1;
        end
    end
end
resp;
ang;
bandera_calc;

%identificar entre cuales se hace las operaciones)
numceros=numel(bandera_calc(bandera_calc==0));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%
if numceros==1
    'UNIR LOS ULTIMOS NADA MAS';
end
```



```
ang(length(ang)+1,1)=ang(1,1);
resp(length(resp)+1,1)=resp(1,1);
bandera_calc(length(bandera_calc)+1,1)=bandera_calc(1,1);
solouna=1;
for i2=1:(length(ang)-1)
if bandera_calc(i2)==0 & bandera_calc(i2+1)==1
    ['Obtenemos las iniciales de ' num2str(resp(i2+1)) ' (0-
1)'];

    DC=1;
    CD=0;
    %si el i2+1 es reaccion
    for i3=1:2
        if resp(i2+1)==nbarras+i3
            %para R(i) obtengo las coord finales
            coordx=CREac_i(i3,1);
            coordy=CREac_i(i3,2);
            desc=resp(i2);
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

            Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
            Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
            Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
            Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
            bandera_calc(i2,1)=1;
            bandera_general(resp(i2),1)=1;
        end
    end

    %si el i2+1 es carga
    for i3=1:numericargas
        if resp(i2+1)==nbarras+2+i3
            %significa que una de las cargas esta antes,
extraer las coord iniciales de P
            coordx=CP_iniciales(i3,1);
            coordy=CP_iniciales(i3,2);
            desc=resp(i2);
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

            Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
            Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
            Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
            Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
            bandera_calc(i2,1)=1;
            bandera_general(resp(i2),1)=1;
        end
    end

    %si el i2+1 es barra
    for i4=1:contador_res
        if PC(i4,3)==resp(i2+1) | PC(i4,4)==resp(i2+1)
            if bandera_inic_fin(resp(i2+1),1)==1
                coordx=Coord_iniciales(resp(i2+1),1);
                coordy=Coord_iniciales(resp(i2+1),2);
                desc=resp(i2);
                %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

                Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
                Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
bandera_calc(i2,1)=1;
bandera_general(resp(i2),1)=1;
else
    coordx=Coord_finales(resp(i2+1),1);
    coordy=Coord_finales(resp(i2+1),2);
    desc=resp(i2);
    %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

    Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
    Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
    Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
    Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
    bandera_inic_fin(resp(i2+1),1)=1;
    bandera_calc(i2,1)=1;
    bandera_general(resp(i2),1)=1;
end
end

end
elseif bandera_calc(i2)==1 & bandera_calc(i2+1)==0
    ['Obtenemos las finales de ' num2str(resp(i2)) ' (1-0)'];
    CD=1;
    DC=0;
    %si el i2 es reaccion
    for i3=1:2
        if resp(i2)==nbarras+i3
            %para R(i) obtengo las coord finales
            coordx=CREac_f(i3,1);
            coordy=CREac_f(i3,2);
            desc=resp(i2+1);
            %escribo en la matriz las iniciales de la
desconocida

            Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            bandera_calc(i2,1)=1;
            bandera_general(resp(i2),1)=1;
        end
    end

    %si el i2 es carga
    for i3=1:numero cargas
        if resp(i2)==nbarras+2+i3
            %significa que una de las cargas esta antes,
extraer las coord finales de P
            coordx=CP_finales(i3,1);
            coordy=CP_finales(i3,2);
            desc=resp(i2+1);
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

            Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            bandera_calc(i2,1)=1;
```




```
bandera_general(resp(i2),1)=1;
end
end

%si el i2 es barra
for i4=1:contador_res
    if PC(i4,3)==resp(i2) | PC(i4,4)==resp(i2)
        if bandera_inic_fin(resp(i2),1)==1
            coordx=Coord_finales(resp(i2),1);
            coordy=Coord_finales(resp(i2),2);
            desc=resp(i2+1);
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

            Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            bandera_calc(i2,1)=1;
            bandera_general(resp(i2),1)=1;

        else
            coordx=Coord_iniciales(resp(i2),1);
            coordy=Coord_iniciales(resp(i2),2);
            desc=resp(i2+1);
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

            Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
            Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
            bandera_inic_fin(resp(i2),1)=1;
            bandera_calc(i2,1)=1;
            bandera_general(resp(i2),1)=1;

        end
    end
end

end

end

end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%
if numceros>2

else

coef=0;
iguald=0;
ang(length(ang)+1,1)=ang(1,1);
resp(length(resp)+1,1)=resp(1,1);
bandera_calc(length(bandera_calc)+1,1)=bandera_calc(1,1);

for i2=1:(length(ang)-1)
    i2;
    bandera_general(resp(i2),1);
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
bandera_general(resp(i2+1),1);

if bandera_calc(i2)==0 & bandera_calc(i2+1)==0
    ['no entre ' num2str(resp(i2)) ' y ' num2str(resp(i2+1))
' (DOS CERO)'];
    %aquí poner cual es iniciales y cual es finales
elseif bandera_calc(i2)==1 & bandera_calc(i2+1)==1
    ['no entre ' num2str(resp(i2)) ' y ' num2str(resp(i2+1))
' (DOS UNO)'];
elseif bandera_calc(i2)==0 & bandera_calc(i2+1)==1
    ['SI entre ' num2str(resp(i2)) ' y ' num2str(resp(i2+1))
' (0-1)'];
    DC=1;
    CD=0;
    if length(ang)==4 & resp(1,1)~=nbarras+1 &
resp(2,1)~=nbarras+1 & resp(3,1)~=nbarras+1 & resp(1,1)~=nbarras+2 &
resp(2,1)~=nbarras+2 & resp(3,1)~=nbarras+2 %caigo en el caso
especial
        ya=0;
        for i4=1:contador_res
            if PC(i4,3)==resp(i2+1) | PC(i4,4)==resp(i2+1)
                coordx=Coord_finales(resp(i2+1),1);
                coordy=Coord_finales(resp(i2+1),2);
                m=BR(resp(i2),3);
                contador_ec=contador_ec+1;
                desc(1,contador_ec)=resp(i2);
                %coloco los valores en la matriz
                coef(contador_ec,1)=-m;
                coef(contador_ec,2)=1;
                iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
                %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

                Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
                Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
                Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
                Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
                bandera_inic_fin(resp(i2+1),1)=1;
            end
        %en el caso que sea alguna carga
        for j5=1:numero cargas
            if resp(i2+1,1)==nbarras+2+j5
                if ya==0
                    coordx=CP_iniciales(j5,1);
                    coordy=CP_iniciales(j5,2);
                    m=BR(resp(i2,1),3);
                    contador_ec=contador_ec+1;
                    desc(1,contador_ec)=resp(i2,1);
                    %coloco los valores en la matriz
                    coef(contador_ec,1)=-m;
                    coef(contador_ec,2)=1;
                    iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
                    %escribo en la matriz las finales de la
desconocida

                    Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
                    Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
                    Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
                    Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
ya=1;
end
end
end

end
else

% EL CASO DE UN DESCONOCIDO - REACCION

for i3=1:2
    if resp(i2+1)==nbarras+i3
        %para R(i) obtengo las coord finales
        coordx=CREac_i(i3,1);
        coordy=CREac_i(i3,2);
        m=BR(resp(i2),3); %obtengo la pendiente de la
        barra que va luego de R
        contador_ec=contador_ec+1; %se incrementa el
        contador ya que se escribe una ecuacion
        desc(1,contador_ec)=resp(i2); %es un auxiliar para
        poder llenar las columnas 3 y 4 de la matriz PC
        %coloco los valores en la matriz
        coef(contador_ec,1)=-m;
        coef(contador_ec,2)=1;
        iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
        %escribo en la matriz las finales de la
        desconocida

        Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
        Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
        Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
        Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
    end
end

%EL CASO DE UN DESCONOCIDO - CARGA
for i3=1:numero cargas
    if resp(i2+1)==nbarras+2+i3
        %significa que una de las cargas esta antes,
        extraer las coord iniciales de P
        coordx=CP_iniciales(i3,1);
        coordy=CP_iniciales(i3,2);
        m=BR(resp(i2),3);
        contador_ec=contador_ec+1;
        desc(1,contador_ec)=resp(i2);
        %coloco los valores en la matriz
        coef(contador_ec,1)=-m;
        coef(contador_ec,2)=1;
        iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
        %escribo en la matriz las finales de la
        desconocida

        Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
        Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
        Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
        Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
    end
end
```



```
%EN EL CASO DE UN DESCONOCIDO - BARRA CONOCIDA
for i4=1:contador_res
    if PC(i4,3)==resp(i2+1) | PC(i4,4)==resp(i2+1)
        if bandera_inic_fin(resp(i2+1),1)==1
            coordx=Coord_iniciales(resp(i2+1),1);
            coordy=Coord_iniciales(resp(i2+1),2);
            m=BR(resp(i2),3);
            contador_ec=contador_ec+1;
            desc(1,contador_ec)=resp(i2);
            %coloco los valores en la matriz
            coef(contador_ec,1)=-m;
            coef(contador_ec,2)=1;
            iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida
            Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
            Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
            Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
            Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);

        else
            coordx=Coord_finales(resp(i2+1),1);
            coordy=Coord_finales(resp(i2+1),2);
            m=BR(resp(i2),3);
            contador_ec=contador_ec+1;
            desc(1,contador_ec)=resp(i2);
            %coloco los valores en la matriz
            coef(contador_ec,1)=-m;
            coef(contador_ec,2)=1;
            iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
            %escribo en la matriz las finales de la
desconocida
            Coord_finales(resp(i2),1)=coordx;
            Coord_finales(resp(i2),2)=coordy;
            Coord_finales(resp(i2),3)=resp(i2);
            Coord_iniciales(resp(i2),3)=resp(i2);
            bandera_inic_fin(resp(i2+1),1)=1;
        end
    end
end
bandera_general(resp(i2),1)=1;
elseif bandera_calc(i2)==1 & bandera_calc(i2+1)==0
    ['SI entre ' num2str(resp(i2)) ' y ' num2str(resp(i2+1))
' (1-0)'];
    CD=1;
    DC=0;
    if length(ang)==4 & resp(1,1)~=nbarras+1 &
resp(2,1)~=nbarras+1 & resp(3,1)~=nbarras+1 & resp(1,1)~=nbarras+2 &
resp(2,1)~=nbarras+2 & resp(3,1)~=nbarras+2 %caigo en el caso
especial
        ya=0;
        for i4=1:contador_res
            if PC(i4,3)==resp(i2) | PC(i4,4)==resp(i2)

                coordx=Coord_iniciales(resp(i2),1);
                coordy=Coord_iniciales(resp(i2),2);
```



```
m=BR(resp(i2+1),3);
contador_ec=contador_ec+1;
desc(1,contador_ec)=resp(i2+1);
%coloco los valores en la matriz
coef(contador_ec,1)=-m;
coef(contador_ec,2)=1;
iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
%escribo en la matriz las finales de la

desconocida

Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
bandera_inic_fin(resp(i2),1)=1;

end
%en el caso que sea alguna carga
for j5=1:numerocargas

if resp(i2,1)==nbarras+2+j5
if ya==0
'es barra carga';
coordx=CP_finales(j5,1);
coordy=CP_finales(j5,2);
m=BR(resp(i2+1,1),3);
contador_ec=contador_ec+1;
desc(1,contador_ec)=resp(i2+1,1);
%coloco los valores en la matriz
coef(contador_ec,1)=-m;
coef(contador_ec,2)=1;
iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
%escribo en la matriz las finales de la

desconocida

Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
ya=1;
end
end
end

end
else

% EL CASO DE UNA REACCION - DESCONOCIDO

for i3=1:2
if resp(i2)==nbarras+i3
%para R(i) obtengo las coord finales
coordx=CREac_f(i3,1);
coordy=CREac_f(i3,2);
m=BR(resp(i2+1),3); %obtengo la pendiente de la
barra que va luego de R
contador_ec=contador_ec+1; %se incrementa el
contador ya que se escribe una ecuacion
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
desc(1,contador_ec)=resp(i2+1); %es un auxiliar
para poder llenar las columnas 3 y 4 de la matriz PC
%coloco los valores en la matriz
coef(contador_ec,1)=-m;
coef(contador_ec,2)=1;
iguald(contador_ec,1)=-m*coor dx+coor dy;
%escribo en la matriz las iniciales de la
desconocida
Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coor dx;
Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coor dy;
Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
end
end

%EL CASO DE UN CARGA - DESCONOCIDO
for i3=1:numero cargas
if resp(i2)==nbarras+2+i3
%significa que una de las cargas esta antes,
extraer las coord finales de P
coor dx=CP_finales(i3,1);
coor dy=CP_finales(i3,2);
m=BR(resp(i2+1),3);
contador_ec=contador_ec+1;
desc(1,contador_ec)=resp(i2+1);
%coloco los valores en la matriz
coef(contador_ec,1)=-m;
coef(contador_ec,2)=1;
iguald(contador_ec,1)=-m*coor dx+coor dy;
%escribo en la matriz las finales de la
desconocida
Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coor dx;
Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coor dy;
Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
end
end

%EN EL CASO DE UN BARRA CONOCIDA - DESCONOCIDO
for i4=1:contador_res
if PC(i4,3)==resp(i2) | PC(i4,4)==resp(i2)
if bandera_inic_fin(resp(i2),1)==1
'cuando i=8';
coor dx=Coord_finales(resp(i2),1);
coor dy=Coord_finales(resp(i2),2);
m=BR(resp(i2+1),3);
contador_ec=contador_ec+1;
desc(1,contador_ec)=resp(i2+1);
%coloco los valores en la matriz
coef(contador_ec,1)=-m;
coef(contador_ec,2)=1;
iguald(contador_ec,1)=-m*coor dx+coor dy;
%escribo en la matriz las finales de la
desconocida
Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coor dx;
Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coor dy;
Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
else
    coordx=Coord_iniciales(resp(i2),1);
    coordy=Coord_iniciales(resp(i2),2);
    m=BR(resp(i2+1),3);
    contador_ec=contador_ec+1;
    desc(1,contador_ec)=resp(i2+1);
    %coloco los valores en la matriz
    coef(contador_ec,1)=-m;
    coef(contador_ec,2)=1;
    iguald(contador_ec,1)=-m*coordx+coordy;
    %escribo en la matriz las finales de la
desconocida
    Coord_iniciales(resp(i2+1),1)=coordx;
    Coord_iniciales(resp(i2+1),2)=coordy;
    Coord_iniciales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
    Coord_finales(resp(i2+1),3)=resp(i2+1);
    bandera_inic_fin(resp(i2),1)=1;
end
end
end
bandera_general(resp(i2+1),1)=1;

end
coef;
iguald;

if solouna==1
else
    %para identificar si va en la matriz de iniciales o de finales
    if CD==1
        ['la respuesta de ' num2str(desc(1,contador_ec)) ' va en
finales'];
        vaenfinales=desc(1,contador_ec);
    elseif DC==1
        ['la respuesta de ' num2str(desc(1,contador_ec)) ' va en
iniciales'];
        vaeniniciales=desc(1,contador_ec);
    end
end

if contador_ec==2
    yahaydosecuaciones=1;
else
    yahaydosecuaciones=0;
end

end

if yahaydosecuaciones==1
    PCs=inv(coef)*iguald;
    contador_res=contador_res+1;
    PC(contador_res,1)=PCs(1,1);
    PC(contador_res,2)=PCs(2,1);
```

AUTORES: JUAN PABLO AVILA SOLIS

EDWIN NICOLAS LAZO BERREZUETA



```
PC(contador_res,3)=desc(1,1);
PC(contador_res,4)=desc(1,2);

Coord_finales(vafenfinales,1)=PCs(1,1);
Coord_finales(vafenfinales,2)=PCs(2,1);
Coord_iniciales(vaineniciales,1)=PCs(1,1);
Coord_iniciales(vaineniciales,2)=PCs(2,1);
end
end
incognitas=numel(bandera_general(bandera_general==0));
resp;
end
cont=cont+1;
bandera_general;
end

end
```




ANEXO 14.

En este anexo se incluye un CD en donde se encuentra la herramienta computacional desarrollada en Matlab para la presente tesis.