

RESUMEN

El presente proyecto de graduación es un compendio de animaciones relacionadas con la unidad didáctica “Campos Eléctricos y Magnéticos dependientes del Tiempo” perteneciente al Electromagnetismo.

Mediante el uso del programa Modellus se han elaborado variadas animaciones, las mismas que se han clasificado en: Conceptuales, Ejercitativas y Lúdicas. Las primeras presentan al usuario toda la parte teórico-conceptual correspondiente al tema de una manera clara, precisa, amena y directa, las segundas le permiten al usuario la interacción entre el computador y él, poniendo de manifiesto de una forma recreada el conocimiento adquirido a través de las animaciones conceptuales, mientras que las ultimas permiten demostrar habilidades de tipo mental y manual ya que las mismas serán puramente interactivas.

Como parte complementaria, he elaborado una guía que contiene un resumen adecuado de cada tema, el cual ira con los códigos de sus respectivas animaciones y una animación de muestra con su respectiva descripción, para de esta forma el usuario pueda utilizarlo correctamente y pueda facilitar su comprensión. Además presento un resumen muy operativo acerca del programa informático Modellus para que los usuarios lo conozcan y aprendan.

PALABRAS CLAVE

Electromagnetismo
Modellus
Campo Magnético
Corriente de desplazamiento
Corriente de conducción
Corriente alterna
Antirresonancia
Resonancia
Inducción mutua
Autoinducción
Transformadores
Bobinas
Multiplicadores
Ecuaciones de Maxwell
Ondas electromagnéticas
Factor de atenuación
Impedancia intrínseca
Vector de Poynting

Í N D I C E

Certificado.....	4
Dedicatoria.....	7
Agradecimiento.....	8
Introducción.....	9
Descripción de cada tema.....	10
Introducción a Modellus.....	12
Presentación.....	23
Ley de Faraday-Henry. Ley de Lenz.....	24
Conductor móvil en un campo magnético.....	30
Corrientes de desplazamiento.....	36
El generador de corriente alterna. Valores en C.A.....	41
Circuitos puros en corriente alterna.....	47
Circuitos serie en C.A. Resonancia.....	54
Circuitos paralelos en C.A. Antirresonancia.....	66
Circuitos mixtos en corriente alterna.....	77
Inducción mutua y autoinducción. Transformadores.....	84
Ecuaciones de Maxwell.....	91
Ondas electromagnéticas. Soluciones.....	98
Potencia y vector de Poynting.....	105
Conclusiones.....	111
Recomendaciones.....	112
Bibliografía.....	113



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fundada en 1867

Yo, Dalila Graciela Salazar Largo, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.



Dalila Graciela Salazar Largo.
0105643662

Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail cdjbv@ucuenca.edu.ec casilla No. 1103

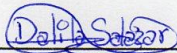
Cuenca - Ecuador



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fundada en 1867

Yo, Dalila Graciela Salazar Largo, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Licenciada en Ciencias de la Educación en la especialidad de Matemáticas y Física. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.



Dalila Graciela Salazar Largo
0105643662

Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail cdjbv@ucuenca.edu.ec casilla No. 1103

Cuenca - Ecuador

UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA



**“APRENDIENDO CAMPOS ELÉCTRICOS Y MAGNÉTICOS
DEPENDIENTES DEL TIEMPO CON MODELLUS”**

**Tesis previa a la obtención
del título de Licenciada
en Ciencias de la Educación
en la especialidad de
Matemáticas y Física**

***DIRECTOR:* Dr. ALBERTO SANTIAGO AVECILLAS JARA**

***AUTOR:* DALILA GRACIELA SALAZAR LARGO**

**CUENCA-ECUADOR
2012**

DEDICATORIA

**“Así como el oro
debe pasar por el fuego para ser purificado,
los seres humanos necesitamos
pruebas para pulir nuestro carácter”**

**Con mucho cariño quiero dedicar
este proyecto a mis queridos padres: Ángel y Florencia,
que me han apoyado durante todos esos
momentos difíciles, además por ser mi pilar
fundamental para seguir adelante.**

**A mis hermanos: Zulma, Marco, Anita, Ángel y Juan Pablo que son mis amigos
incondicionales y que de una u otra manera estuvieron apoyándome en este
proceso de mejoramiento.**

**Y con todo mi corazón a mis profesores y compañeros
que en estos años de estudio se han convertido
en mi mayor apoyo e inspiración.**

AGRADECIMIENTO

En primer lugar quiero agradecerle a Dios por la vida, por permitirme superar todos los obstáculos que se presentaron en ella, además por darme una hermosa familia, que siempre estuvo junto a mí apoyándome.

Desde lo más profundo de mi corazón, quiero dar el más sincero agradecimiento a todos mis profesores que hicieron de mí una buena profesional y una mejor persona, en especial a mi director de tesis el Dr. Santiago Vecillas Jara, quien con su experiencia y sus sabios consejos supo guiarme por el buen camino para alcanzar mis anhelados propósitos.

También quiero agradecer a todos mis compañeros de la especialidad y en especial a mi compañera y amiga Zoila Santos, quienes con su presencia y apoyo me permitieron culminar mi proyecto.

¡Gracias a todos!

INTRODUCCIÓN

“APRENDIENDO CAMPOS ELÉCTRICOS Y MAGNÉTICOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO CON MODELLUS” es un proyecto que vincula software y elementos informáticos que está al alcance de la mayoría de centros educativos con la Matemática, obteniendo así un producto final de mayor interés para todas las personas que lo adquieren, de esta manera no solo se consigue aprender nuevos conocimientos sino que se despierta la creatividad, interés y motricidad del usuario, mejorando así la educación.

Y este trabajo es precisamente uno de esos softwares educativos que proporcionan dinamismo en las aulas. Sus animaciones conceptuales, ejercitativas y lúdicas hechas en Modellus son interesantes e ilustrativas, que buscan al mismo tiempo un aprendizaje eficaz para que de alguna forma faciliten la enseñanza a los docentes.

DESCRIPCIÓN DE CADA TEMA

3.2.1 Ley de Faraday-Henry. Ley de Lenz: El primer tema contiene los conceptos y modelos matemáticos correspondientes a la ley de Faraday-Henry y ley de Lenz, además presenta otros parámetros que se derivan de estas leyes.

3.2.2 Conductor móvil en un campo magnético: Este tema contiene el estudio de los conductores móviles como son: conductor rectilíneo, espiras, multiplicadores en diferentes campos con sus respectivas expresiones matemáticas.

3.2.3 Corrientes de desplazamiento: En este tema se estudia conceptos y modelos matemáticos de las corrientes y sus densidades de tal manera que nos permita entender el paso de la corriente alterna a través de los capacitores.

3.2.4 El generador de corriente alterna. Valores en C.A.: Se presentan los conceptos y modelos matemáticos del generador y valores en corriente alterna además sus respectivas aplicaciones.

3.2.5 Circuitos puros en corriente alterna: En el presente tema se presenta los tres circuitos puros con sus respectivos modelos matemáticos y diagramas de fases y fasores.

3.2.6 Circuitos serie en corriente alterna. Resonancia: Contiene el estudio de los cuatro posibles circuitos serie como son: RL, RC, LC y RLC con sus respectivos modelos matemáticos y diagramas de fases y fasores. Además se explica breve y concretamente cuando un circuito RLC entra en resonancia.

3.2.7 Circuitos paralelos en corriente alterna. Antirresonancia: En este tema se analiza el comportamiento de los cuatro circuitos paralelo como son: RL, RC, LC y RLC, modelos matemáticos y diagramas de fases y fasores correspondientes. Finalmente se presenta una explicación de un circuito RLC cuando entra en antirresonancia.

3.2.8 Circuitos mixtos en corriente alterna: Contiene la ampliación de los temas anteriores para la resolución de circuitos mixtos.

3.2.9 Inducción mutua y autoinducción. Transformadores: En el presente tema se presenta el estudio de inducción mutua y autoinducción con sus respectivos modelos matemáticos, además la ecuación para un transformador y para su rendimiento.

3.2.10 Ecuaciones de Maxwell: En este tema se estudia las dos formas de expresar las ecuaciones de Maxwell en diferentes medios y situaciones.

3.2.11 Ondas electromagnéticas. Soluciones: Contiene el análisis para determinar el modelo matemático de las ondas electromagnéticas, además las expresiones matemáticas de las soluciones para diferentes medios.

3.2.12 Potencia y vector de Poynting: En este último tema se presenta el desarrollo para determinar el modelo matemático para la potencia óhmica, además se presentan las ecuaciones como: vector de poynting, promedio del vector de poynting, intensidad de la onda electromagnética, momentum lineal, momentum angular y la relación de los campos eléctrico y magnético.

INTRODUCCIÓN A MODELLUS

(Herramienta para la Modelización de Sistemas)

1. Introducción

Modellus es una herramienta orientada a la simulación y modelización de sistemas válida para el estudio de diversas materias dentro de los currícula de Educación Secundaria, Bachillerato y Formación Profesional. Sus autores la han concebido como instrumento de apoyo en el aula y con ese objetivo es que se explica su funcionamiento y uso para profesores y estudiantes.

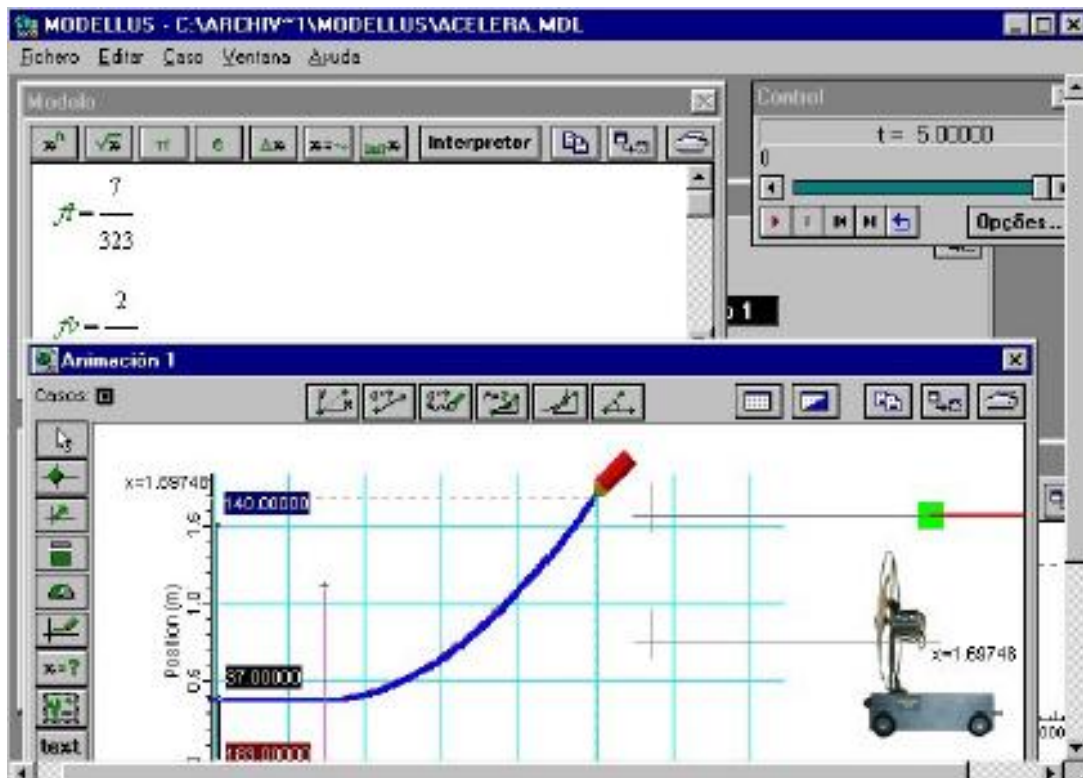
Modelo matemático

Sabemos que los diversos fenómenos que se estudian en las materias del área de ciencias pueden explicarse y representarse mediante su modelo matemático. Este modelo recogerá el comportamiento del sistema tanto en su aspecto temporal (evolución a lo largo del tiempo) como en su aspecto puramente matemático (cálculo de valores). Modellus está orientado a los modelos temporales de tal manera que con él se puede estudiar el comportamiento dinámico de los distintos sistemas. Este comportamiento se podrá estudiar mediante la simulación en distintos escenarios “casos” en cada uno de los cuales cada uno de los parámetros o constantes del modelo pueden ser modificados. Tal sería el caso del estudio de la caída de un cuerpo en distintos planetas del sistema solar con distintas fuerzas de gravedad, o el comportamiento de un muelle con distintas constantes de elasticidad.

La modelización de cualquier fenómeno o sistema se apoya en la observación de los fenómenos que lo caracterizan, razón por la cual, en la medida que podamos reproducir esos fenómenos y experimentar con ellos, podremos comprender con más claridad el modelo. El estudio del modelo se realizará siempre en orden creciente de complejidad de tal forma que en una primera fase se tendrán en cuenta los aspectos más relevantes para posteriormente derivar hacia un modelo más perfecto a través de un método de “refinamiento”. Según lo define uno de sus autores (V. D. Teodoro), Modellus es, bajo el punto de vista computacional, un micromundo computacional para estudiantes y profesores a la vez, basado en un método de programación en el que el usuario escribe en la “Ventana de modelo”.

2. Estructura Básica de Modellus.

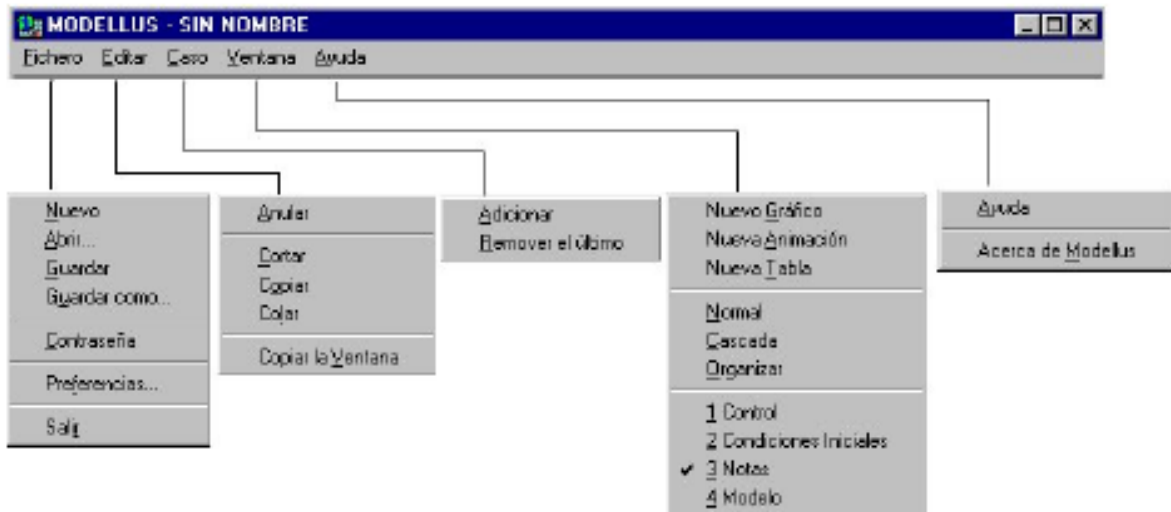
Modellus presenta un entorno muy “amigable” basado en una serie de ventanas, cada una de las cuales recoge o muestra una serie de informaciones muy concretas. En la figura vemos una imagen del entorno; las ecuaciones matemáticas se escriben de la misma manera que lo haría en el papel.



Por ser una aplicación que trabaja en Windows, aprovecha todas las ventajas del entorno y esto facilita su manejo. La versión que explicamos en este trabajo es la V:2.01 de 2000.

Las ventanas permiten la modificación de su tamaño y al activarlas pasan a primer plano colocando en segundo plano a las que estén dentro de su área; del mismo modo las ventanas se pueden mover dentro de la pantalla.

Menú de Modellus:



El menú que presenta el entorno consta de cinco opciones principales:

Fichero
 Editar
 Caso
 Ventana
 Ayuda

Fichero: Con la opción Fichero podemos realizar las siguientes operaciones:

Nuevo: Crear un nuevo modelo.

Abrir: Leer un modelo del disco (ya creado).

Guardar: Guardar modelo en un fichero con el mismo nombre que tenga.

Guardar Como: Grabar un fichero con el nombre que le queramos dar.

Contraseña: Poner una clave al modelo de tal manera que no se puedan modificar los datos de las ventanas de animación y modelo.

Preferencias: Configurar ubicación de ficheros.

Salir: Salir y abandonar el programa.

Editar: Permite las operaciones de edición comunes a cualquier herramienta.

Anular: Anula la última operación de edición realizada

Cortar: Permite cortar el objeto seleccionado y lo coloca en el portapapeles.

Copiar: Copia el objeto seleccionado al portapapeles.

Copiar la Ventana: Copia todo el contenido de la ventana en la que estemos y lo deposita en el portapapeles.

Caso: Esta opción presenta dos posibilidades:

Adicionar: Añade un caso en la ventana de condiciones.

Remover el último: Quita el último de los casos añadidos, téngase en cuenta que al menos debe existir un caso en la ventana de condiciones.

Ventanas: Esta opción presenta las siguientes acciones encaminadas a la creación de ventanas dentro del modelo.

Nuevo Gráfico: Crea una nueva ventana de gráfico.

Nueva Animación: Crea una nueva ventana de animación.

Nueva Tabla: Crea una nueva ventana de tabla.

Normal: Sitúa las ventanas en la pantalla en modo normal

Cascada: Sitúa las ventanas en la pantalla en cascada.

Organizar: Sitúa las ventanas en pantalla de forma organizada.

1 Control: Activamos la ventana de control.

2 Condiciones Iniciales: Activamos la ventana de condiciones iniciales.

3 Notas: Activamos la ventana de notas.

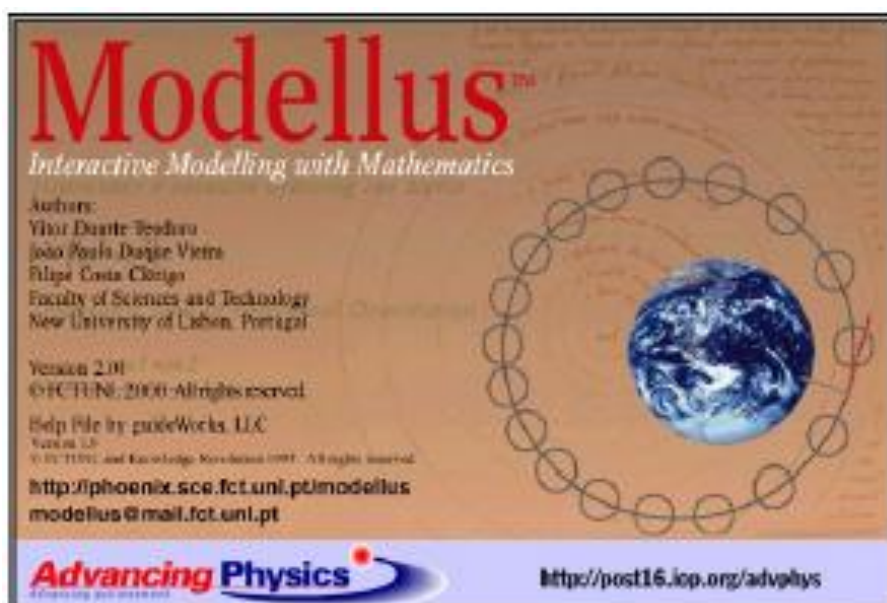
4 Modelo: Activamos la ventana de modelo.

Las ventanas que se van creando aparecerán en esta opción del menú con números consecutivos a partir del 4, téngase en cuenta que las ventanas 1, 2, 3 y 4 no se pueden eliminar.

Ayuda: Muestra las opciones siguientes:

Ayuda: Nos despliega la ventana de ayuda.

Acerca de Modellus: Esta opción nos presenta información sobre el programa



Modellus está estructurado en torno a un conjunto de ventanas sobre las que se escribe o se muestra la información de los modelos que se pretenden simular. Las ventanas son las siguientes:

- Ventana de modelo.
- Ventana de condiciones
- Ventana de animaciones
- Ventana de control
- Ventana de gráficos
- Ventana de tablas

A continuación se estudian estas ventanas, su utilización y contenidos.

2.1. VENTANA DE MODELO: Escritura de las ecuaciones del modelo. Para iniciar el trabajo con Modellus, una vez arrancada la aplicación, debemos ir al menú Modelo (Nuevo) y de esta manera iniciamos la creación de un modelo nuevo.

Lo primero que debemos hacer es escribir las ecuaciones del modelo, y esto lo hacemos en la “ventana de modelo” que aparece en la figura. A la hora de escribir las ecuaciones tenemos que hacerlo observando unas normas básicas en lo que se refiere a la sintaxis. Estas normas son las siguientes:

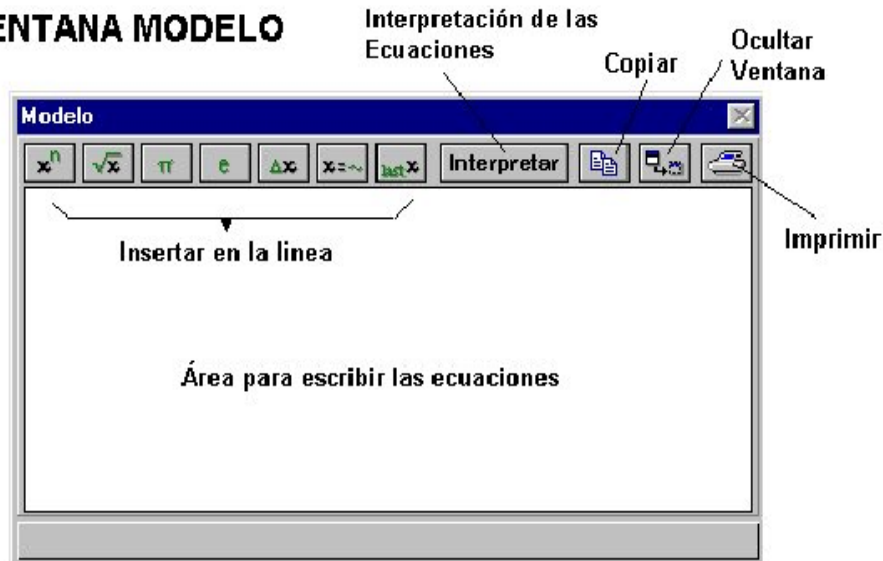
Sintaxis de los modelos:

Modellus soporta ecuaciones algebraicas, diferenciales e iterativas.

Usted puede modelar ecuaciones que van desde las relaciones simples como las líneas rectas y parábolas a los conceptos más complejos como son las ecuaciones de Van der Pol o de Lorentz.

La entrada de un modelo en Modellus es casi como la escritura de ecuaciones matemáticas en el papel.

VENTANA MODELO

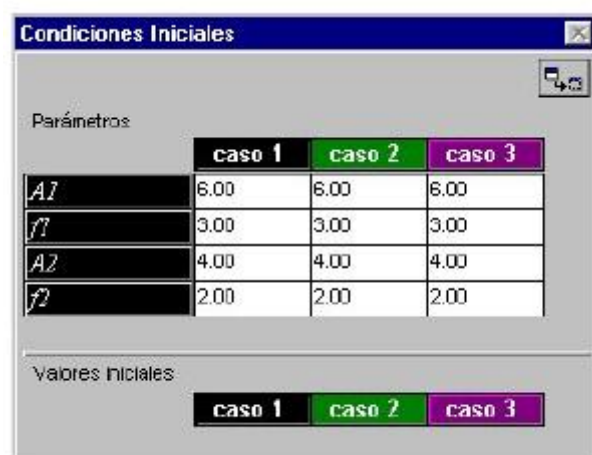


2.2. VENTANA DE CONDICIONES

Cuando se ha escrito el modelo en la correspondiente ventana y se ha pulsado por primera vez el botón interpretar aparecerá la ventana de “condiciones” que se encarga de recoger los valores de los “parámetros” y los “valores iniciales” del modelo en forma de tabla formando parte del “caso 1” que es el primer caso de simulación que Modellus crea por defecto.

Los “parámetros” se podrán modificar en esta misma ventana o también en la ventana de “animación” haciendo uso de algunos de sus objetos como veremos más adelante.

Cada uno de los posibles casos, que nosotros podremos añadir en el estudio del modelo, no son otra cosa que distintos escenarios para aplicar a las mismas ecuaciones. Esto nos permitirá poder estudiar el modelo cambiando a nuestro gusto distintos parámetros.



Si deseamos modificar los parámetros desde la ventana de animación quedará invalidado el valor del parámetro que se coloque en esta ventana. Cada uno de los casos que nosotros establezcamos en la simulación tendrá la posibilidad de verse en la ventana de “animación”; bastará con seleccionarlo de entre los que aparecerán señalados en la parte superior izquierda de la ventana, y esto ocurrirá en las ventanas de “tabla” y “gráfico” teniendo en cuenta que en la ventana de “gráfico” pueden coexistir los gráficos de cada uno de los casos con el fin de poder ver las distintas curvas superpuestas.

2.3. VENTANA DE ANIMACIONES

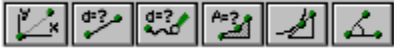
Una vez que hemos escrito las ecuaciones del modelo, la siguiente operación será diseñar la ventana de animaciones en la que se realizarán las representaciones gráficas de aquellos valores que nos interese ver.

Esta ventana tiene mucho interés de cara a ser el “interface” con el estudiante ya que si se hace buen uso de todas sus posibilidades encontraremos en ella una poderosa herramienta. En la figura vemos la estructura de esta ventana de “animación” mostrando un ejemplo de movimiento de un balón lanzado hacia arriba.



El tamaño y posición de esta ventana, al igual que el resto, se puede modificar colocando el puntero en los bordes y estirando hacia dentro o hacia fuera o manteniendo pulsado y moviendo en el caso de cambiar la posición.

En esta ventana se pueden colocar distintos elementos gráficos que se corresponden con los botones que aparecen en la parte superior. Cada uno de estos elementos se podrá asociar a las variables del modelo y realizar las funciones que correspondan a él de acuerdo a los parámetros que se hayan colocado en su ventana de parámetros asociada. Pasaremos a explicar cada uno de los elementos, así como sus ventanas asociadas.

Los botones de la parte superior  se usan para realizar mediciones sobre las imágenes (GIF o BMP) o videos (AVI), que pueden colocarse en el fondo,  usando el botón de fondo.

El rayado (grid) puede mostrarse u ocultarse mediante el botón . Pulsando sobre el botón de fondo puede definir el espaciado del grid y su color así como el color del fondo de la pantalla.

A continuación se muestra una tabla en la que se puede identificar cada uno de los botones que representan un determinado objeto.

Use esta herramienta.....para añadir:

Partícula



Imagen, bola (partícula), rectángulo, o referencia.

Vector



Vector con o sin flecha resultante o componentes.

Indicador de Nivel



Horizontal o Vertical.

Medidor Analógico



Aguja, reloj, o medidor circulo completo.

Trazador



Realiza el trazado interactivo de líneas o puntos.

Medidor Digital



Medidor digital, mostrado o no el nombre de la Variable.

Importar imagen



Importa imagen en formato BMP o GIF

Texto



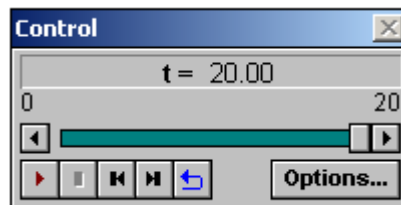
Texto con el color, fuente, estilo y tamaño especificables.

Objeto Geométrico



Líneas y figuras tales como círculos y polígonos.

2.4. VENTANA DE CONTROL



Una vez que hemos diseñado el modelo en la ventana “Modelo” y hemos colocado en la ventana “animaciones los objetos, así como las condiciones y las tablas y gráficos que nos haya parecido bien, se debe pasar a la fase de “simulación”.

En la fase de “simulación” Modellus realizará los cálculos y mostrará los valores de la forma que hayamos previsto. La ventana “Control” es la que permite el control del proceso de simulación.

Los botones de esta ventana sirven para:

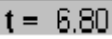
Simular  o detener  la simulación.

Terminar  la simulación.

Reiniciar  el modelo, ir al principio sin perder los valores calculados.

Saltar  al último valor calculado del modelo.

Repetir  la simulación del modelo.

Lee  el actual valor de la variable independiente.

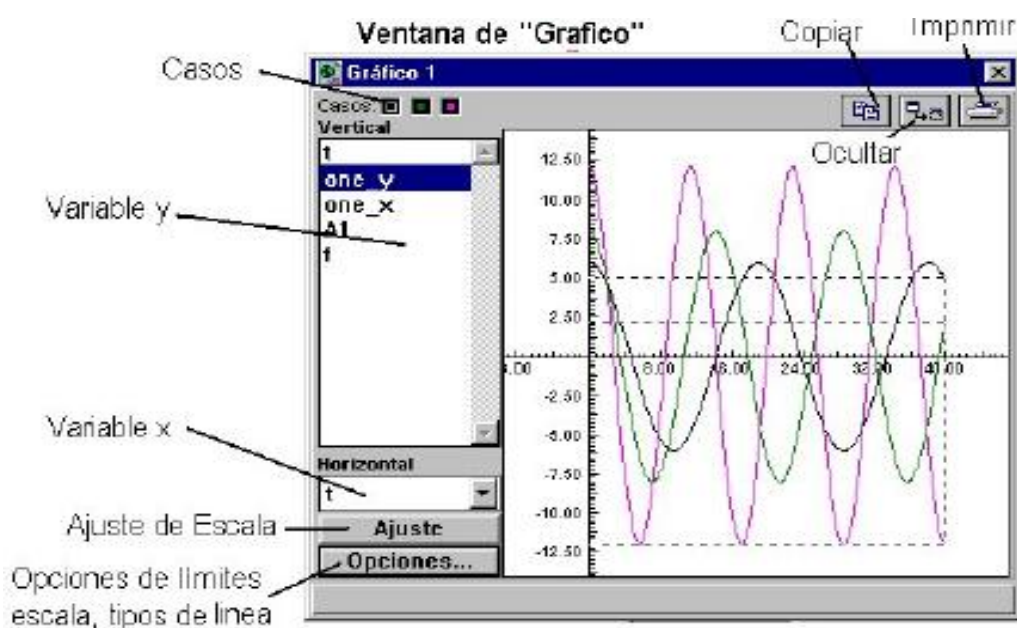
Muestra  el valor actual de la variable independiente y chequea visualmente el progreso de esta variable.

Ir atrás  o adelante  un simple paso.

Acceder a caja de diálogo Opciones....:

2.5. VENTANA DE GRÁFICO

Mediante esta ventana podemos realizar representaciones gráficas en ejes de coordenadas (XY) de las variables que queramos y para los casos que hayamos definido mediante la opción del menú "Casos". En la figura vemos la ventana de "gráficos" y en ella se puede distinguir el área de representación en donde se dibujan los gráficos y a la izquierda aparecen las ventanas de las variables.



2.6. VENTANA DE TABLA

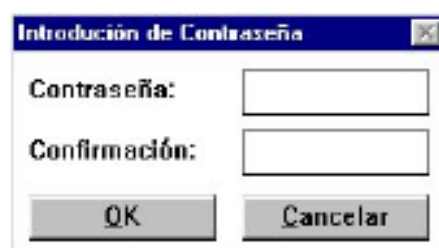
En numerosas aplicaciones será necesario realizar una tabla con los valores de las variables, esta posibilidad nos la brinda la ventana de “tabla” que sencillamente permite la creación de tablas con tantas variables como seleccionemos en la ventana de la izquierda simplemente pulsando las teclas “Control” o “Shift” a la vez que señalamos con el ratón (tecla izquierda) sobre éstas.



2.7. PROTECCIÓN DE LOS TRABAJOS

Mediante la opción Contraseña dentro del menú de “Fichero” podremos conseguir proteger el trabajo, de tal manera que a quien realice las simulaciones solo le estará permitido ver los resultados, pero nunca modificar la ventana “Modelo” o la ventana Animación ni podrá modifica ni crear ventanas de “gráficos” o “tablas”.

Cuando activamos por primera vez ésta opción aparece una ventana como la de la figura en la que se nos pide el Password y la Confirmación, es decir debemos escribir dos veces, una en cada ventana, el password (clave).



PRESENTACIÓN

A partir de este momento iniciamos el estudio con Modellus de la subunidad estructural “CAMPOS ELÉCTRICOS Y MAGNÉTICOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO”, perteneciente al Electromagnetismo.

Dicho estudio abarca el desarrollo de los doce temas que fueron descritos anteriormente y cada uno de ellos contiene:

- 1) Logros de aprendizaje;
- 2) Fundamentación teórica, sus gráficas en caso de haberlas y sus ecuaciones matemáticas;
- 3) Problema modelo;
- 4) Evaluación de logros, con las respuestas;
- 5) Listado y descripción por grupos de las animaciones, y
- 6) Animación de muestra con su descripción.

Es necesario indicar que la **animación de muestra** presentada en este trabajo de graduación es sólo un ejemplo de animación por cada tema, puesto que todas las animaciones de la subunidad mencionada se encuentran en el CD adjunto en formato DVD.

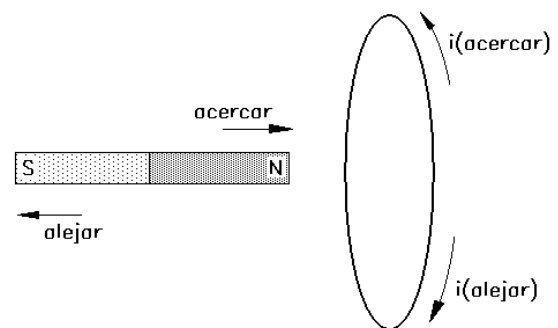
3.2.1 LEY DE FARADAY-HENRY. LEY DE LENZ

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Formular matemáticamente la ley de Faraday-Henry. Ley de Lenz.
- 2- Aplicarlos a la resolución de los problemas propuestos.
- 3- Admirar y valorar esta ley por su importancia en el mundo actual.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

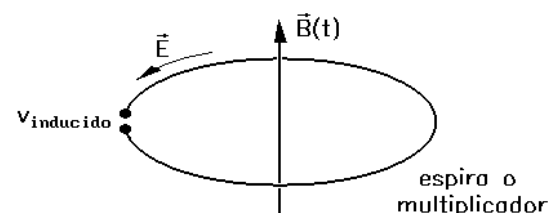
Sabemos que un conductor con corriente genera un campo magnético. El fenómeno inverso también se da; hacia 1831 Faraday en Inglaterra y Henry en Estados Unidos descubrieron que un campo magnético puede inducir un voltaje activo o electromotancia en un circuito abierto, siempre y cuando el flujo de enlace sobre el circuito cambie con el tiempo. El físico Lenz también observó esto, pero además



F i g u r a 3 . 2 . 1 . 1

cerró el circuito y estudió el sentido de la corriente inducida. Hay varias maneras de hacer que el flujo de enlace varíe con el tiempo; una de ellas consiste en acercar y alejar un imán de barra hacia una espira o multiplicador estático que constituye un circuito cerrado, figura 3.2.1.1; entonces por el circuito fluye una intensidad alternante en sentidos tales que el campo generado por dicha corriente se opone a la causa que lo produce, esto es, el acercamiento y alejamiento del imán. En esto consiste la ley de Lenz que en forma general expresa que: "el sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que lo produce".

Si en lugar de un circuito cerrado se tuviera una espira o un multiplicador en circuito abierto, como se muestra en la figura 3.2.1.2, en lugar de una corriente inducida se presenta una electromotancia inducida en los extremos del circuito, que "es igual a la rapidez de cambio con el tiempo del flujo de enlace", esto es:



F i g u r a 3 . 2 . 1 . 2

$$v = - \frac{d\Lambda}{dt}$$

(3.2.1.1)

ecuación que constituye la "ley de Faraday-Henry-Lenz". El voltaje o fem inducida es también igual a la integral cerrada de línea del campo $\vec{E}$, alternante, asociado con la intensidad inducida, es decir:

$$\boxed{v = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}} \quad (3.2.1.2)$$

Una forma equivalente de la ecuación (3.2.1.1) se obtiene expresando el flujo de enlace como la integral de superficie de la densidad de flujo magnético $\vec{B}$, $\mathcal{A} = N \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$, con lo que se obtiene:

$$\boxed{v = -N \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = -N \frac{\partial}{\partial t} \int \mu \vec{H} \cdot d\vec{S}} \quad (3.2.1.3)$$

y, por lo tanto:

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -N \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = -N \frac{\partial}{\partial t} \int \mu \vec{H} \cdot d\vec{S}} \quad (3.2.1.4)$$

Las dos expresiones anteriores son de validez general, de tal manera que la espira o multiplicador pueden estar moviéndose; sin embargo si la espira es estacionaria, las ecuaciones anteriores se reducen a:

$$\boxed{v = -N \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -N \int \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot d\vec{S}} \quad (3.2.1.5)$$

y:

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -N \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -N \int \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot d\vec{S}} \quad (3.2.1.6)$$

Haciendo uso del teorema de Stokes, el primer miembro de la ecuación anterior es:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int (\text{rot } \vec{E}) \cdot d\vec{S}$$

de modo que:

$$\int (\text{rot } \vec{E}) \cdot d\vec{S} = -N \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -N \int \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

es decir:

$$\boxed{\text{rot } \vec{E} = -N \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu N \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}} \quad (3.2.1.7)$$

3) PROBLEMA MODELO:

- 1) Se coloca una bobina de 140 espiras 0,15 m y de radio perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,5 T. Encuentre la fem inducida en la bobina si, en 0,3 s a) se invierte el sentido del campo, b) se duplica el campo, c) se rota la bobina 90°.

$$v = -\frac{\Delta V}{\Delta t} = -NS \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$a) \quad v = -140 \cdot \pi \cdot 0,15^2 \frac{-0,5 - 0,5}{0,3}$$

$$v = 32,987 \text{ V}$$

$$b) \quad v = -140 \cdot \pi \cdot 0,15^2 \frac{1 - 0,15}{0,3}$$

$$v = -16,493 \text{ V}$$

$$c) \quad v_{ba} = -140 \cdot 0,5 \frac{0 - \pi \cdot 0,15^2}{0,3}$$

$$v = 16,493 \text{ V}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- Un voltaje inducido en los extremos del circuito es igual a.....

.....

2- Describa una de las maneras de hacer que el flujo de enlace varíe con el tiempo...

.....

.....

3- El voltaje o fem inducida es también igual.....

.....

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Una bobina circular de 75 espiras de 35 mm de radio, está orientada con su eje paralelo a un campo magnético uniforme en el espacio que ocupa la bobina. El módulo del campo magnético varia lentamente de 18 a 43 mT en 240 ms. Calcular el valor de la fuerza electromotriz inducida en la bobina durante este intervalo de tiempo.

Resp. $v = 0,030 \text{ V}$

2- Una bobina rectangular de 85 cm por 110 cm contiene 90 espiras. Rota a razón de 5000 rpm dentro de un campo uniforme de densidad $B = 4 \text{ T}$. Halle: a) la función voltaje inducido, b) el voltaje inducido en $t = 1,403 \text{ s}$.

Resp. $v = 9896,04 \text{ Sen } 366,52t$; $v_{0,3} = 8579,95 \text{ V}$

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con el tema: Ley de Faraday-Henry, Ley de Lenz, modelos matemáticos y gráficas pertinentes. Las expresiones matemáticas se expresan en formas diferencial e integral.

EM321C1

EM321C2

EM321C3

b) Ejercitativas: Muestran al usuario un ejercicio resuelto de una bobina que se encuentra en aire y una animación interactiva que consiste en enlazar con vectores las respuestas correctas, de esta forma el estudiante pone en evidencia lo aprendido a través de las animaciones conceptuales.

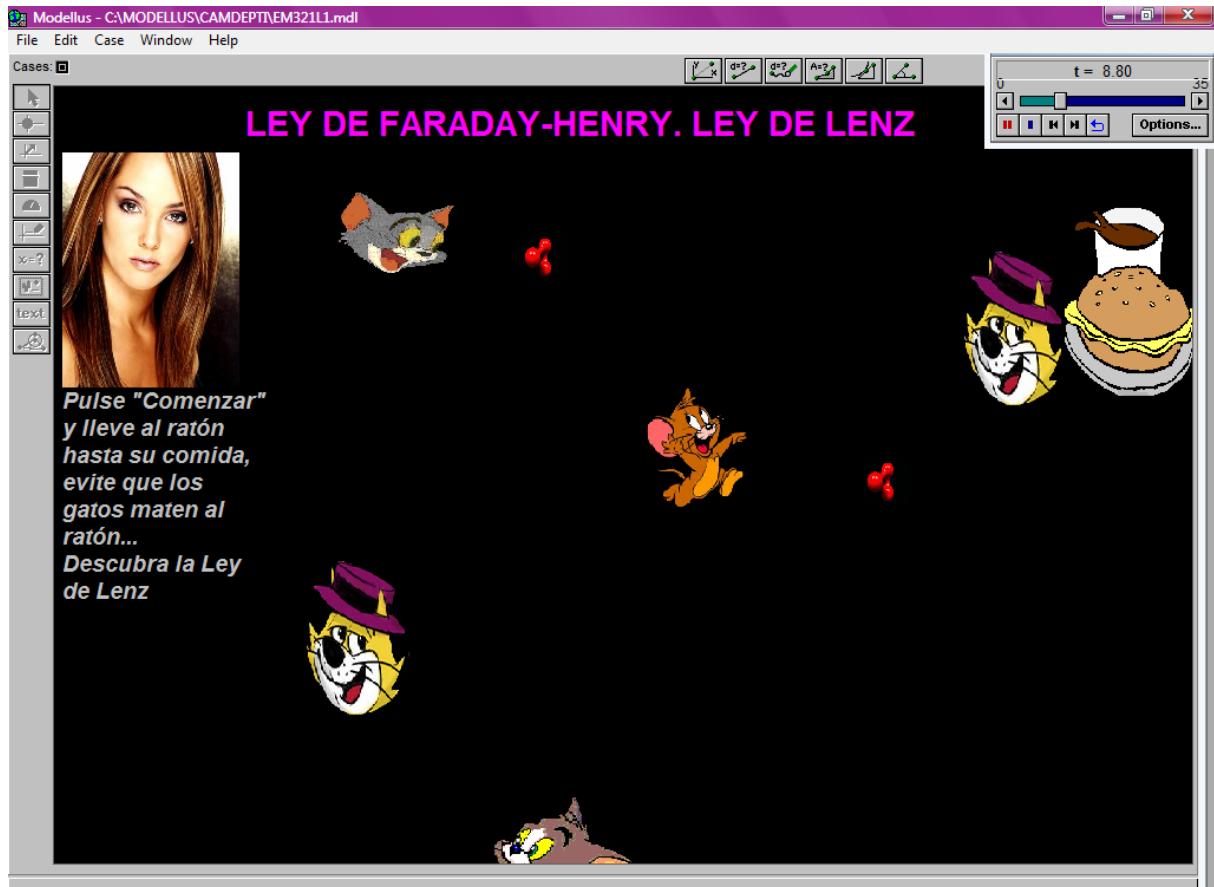
EM321E1

EM321E2

c) Lúdicas: Esta animación es puramente interactiva ya que presenta al usuario una forma divertida de aprender y reforzar lo estudiado.

EM321L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:



Descripción:

Esta es una animación lúdica en la que el usuario debe llevar al ratón hasta la comida evitando chocar con los gatos. Una vez alcanzada la meta, el estudiante es premiado con el enunciado de la Ley de Lenz.

3.2.2 CONDUCTOR MÓVIL EN UN CAMPO MAGNÉTICO

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Conocer las expresiones y aplicaciones de este fenómeno.
- 2- Desarrollar las actividades propuestas.
- 3- Trabajar mancomunadamente con el grupo.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Sabemos que la fuerza magnética sobre una carga móvil está dada por la expresión $\vec{F} = Q \vec{U} \times \vec{B}$, de donde $\vec{F}/Q = \vec{U} \times \vec{B} = \vec{E}$ es la intensidad de campo que es capaz de originar una fem. Supongamos una porción de conductor que se mueve dentro de un campo magnético estático, figura 3.2.2.1. Los electrones libres sienten la acción de la fuerza de Lorentz, $\vec{F} = -e \vec{U} \times \vec{B}$ y dan origen al campo $\vec{E} = -\vec{F}/e$, de modo que en los extremos del conductor aparece una fem inducida dada por:

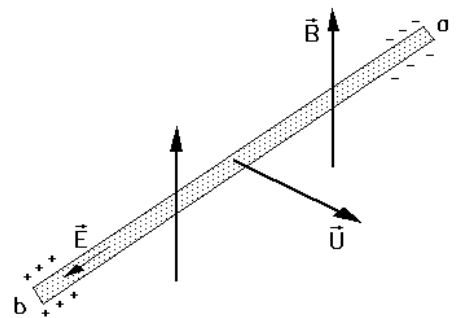


Figura 3.2.2.1

$$v_{ba} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{U} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad (3.2.2.1)$$

En particular, para un conductor rectilíneo de longitud l moviéndose perpendicularmente dentro de un campo uniforme se tiene:

$$v_{ba} = El = UBl \quad (3.2.2.2)$$

Para el caso de trayectorias cerradas, como espiras o multiplicadores, pero en movimiento dentro de un campo estático, la fem inducida en sus extremos será:

$$v_{ba} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{U} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad (3.2.2.3)$$

en donde la integral cerrada abarcará las N espiras, pero considerando únicamente las partes móviles con respecto al campo, esto es, las partes que cortan las líneas de $\vec{B}$.

El caso más general de inducción ocurre cuando se tiene un multiplicador, de forma cualquiera, en movimiento dentro de un campo magnético que varía con el tiempo. La fem inducida en sus extremos es:

$$v_{ba} = \int (\vec{U} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} - N \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (3.2.2.4)$$

3) PROBLEMA MODELO:

- 1) Una bobina de 50 espiras y 15 cm de radio, situado en el plano XY, es atravesado por el campo magnético variable $\vec{B} = 6 \cos 3t \vec{k} \text{ T}$. Halle: a) la expresión para el voltaje inducido en la bobina, b) el voltaje en $t = 12 \text{ s}$.

$$v_{ba} = -N \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$a) v_{ba} = -N \int 6 \cos 3t \vec{k} \cdot dS \vec{k}$$

$$v_{ba} = -N \cdot 6 \cos 3t \int dS$$

$$v_{ba} = -NS 6 \cos 3t$$

$$v_{ba} = -50 \cdot \pi \cdot 0,15^2 \cdot 6 \cos 3t$$

$$v_{ba} = -21,206 \cos 3t$$

$$b) v_{ba} \big|_{t=12} = -21,206 \cos 3 \cdot 12$$

$$v_{ba} \big|_{t=12} = 2,714 \text{ V}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- El caso más general de inducción ocurre cuando.....

2- Si tenemos espiras o multiplicadores en movimiento dentro de un campo estático el voltaje inducido es:

3- la fuerza magnética sobre una carga está dada por la expresión:

.....

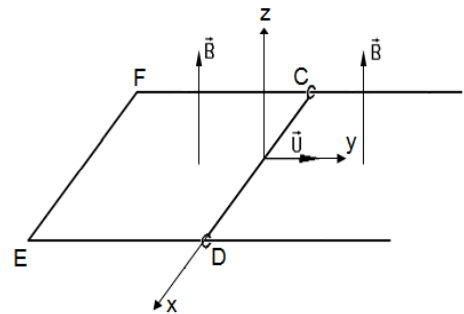
a) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Se tiene un circuito con una resistencia de $R = 250 \, \Omega$ y que los extremos rectos y el alambre deslizante tienen una resistencia despreciable, de forma que la resistencia prácticamente no varía conforme el alambre se desliza. Determinar: a) la fem inducida y b) la corriente inducida en el circuito de alambre deslizante en la figura, cuando $l = 450 \text{ mm}$, $B = 0,50 \text{ T}$ y $v = 16 \text{ m/s}$.

Resp. $v = 0,36 \text{ V}$; $i = 1,44 \text{ mA}$

2- Un conductor CD tiene 60 cm de largo. Se mueve con velocidad $\vec{v} = 40 \vec{j} \text{ m/s}$ dentro del campo de densidad $B = 0,8 \vec{k} \text{ T}$. Halle: a) el voltaje v_{CD} , b) el valor de la corriente si la resistencia de la espira es de $2,5 \, \Omega$.

Resp. $v_{CD} = -14,4 \text{ V}$; $i = -5,76 \text{ A}$



5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta los diferentes conceptos y expresiones matemáticas relacionadas con conductores móviles en diferentes situaciones, gráficos adecuados. Las expresiones matemáticas se expresan en forma diferencial e integral.

EM322C1

EM322C2

b) Ejercitativas: Muestran al usuario un ejercicio resuelto de una bobina rotatoria que se mueve con MCU y una animación interactiva que consiste en enlazar las expresiones matemáticas con los respectivos enunciados reforzando lo aprendido en las animaciones conceptuales.

EM322E1

EM322E2

c) Lúdicas: En esta animación se muestra un juego didáctico en el que el usuario pone en manifiesto sus habilidades, cuando el estudiante logre alcanzar la meta automáticamente podrá visualizar la ecuación de voltaje inducido para una porción de conductor que se encuentre dentro de un campo magnético estático.

EM322L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:

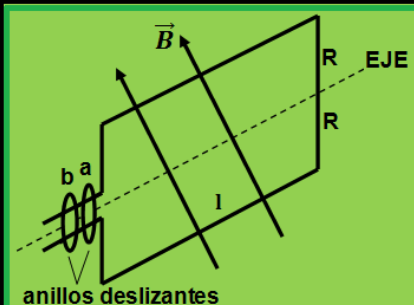
Modellus - C:\MODELLUS\CAMDEPT\EM322E1.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: 

CONDUCTOR MÓVIL EN UN CAMPO MAGNÉTICO

Halle la fem que induce la espira rotatoria de la figura al moverse con MCU dentro del campo $B = B_0$.



$\vec{v} = \oint (\vec{U} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

Ya que hay dos porciones de longitud L moviéndose con velocidad $U = \omega R$, tenemos:

$$v = 2 \int_0^1 (U B_0 \sin \theta) dl$$

$$v = 2 \omega R B_0 l \sin \omega t$$

$$v = B_0 \omega 2 R l \sin \omega t$$

Pero $2 R l = S$ es el área de la espira, por lo tanto:

$$v = B_0 \omega S \sin \omega t$$

RESPUESTA

Pulse "Comenzar" y preste mucha atención al desarrollo del siguiente ejercicio...




Descripción:

Esta es una animación ejercitativa, en ella se desarrolla un problema de un conductor móvil moviéndose con MCU dentro de un campo magnético, en este caso el estudiante debe prestar mucha atención al desarrollo del ejercicio, ya que le servirá de modelo para el desarrollo de los problema propuestos.

3.2.3 CORRIENTES DE DESPLAZAMIENTO

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Conocer este tipo de corrientes y sus respectivas densidades.
- 2- Resolver correctamente los problemas propuestos.
- 3- Despertar el interés y curiosidad por este tema y trabajar mancomunadamente con el grupo.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Sabemos que un capacitor no permite el paso de la corriente continua, pero sí el de la corriente alterna. En este tema analizaremos esta situación y hallaremos la explicación del evento. Supongamos que se aplica el voltaje $v = v(t)$ al circuito de la figura 3.2.3.1 que implica un resistor y un capacitor en paralelo; en estas condiciones, las corrientes a través del resistor y del capacitor son:

$$i_c = \frac{v}{R} \quad (1)$$

$$i_D = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

las cuales son de naturaleza diferente. A la primera se le ha llamado "corriente de conducción", i_c , a la segunda la llamaremos "corriente de desplazamiento", i_D , la cual es muy curiosa por cuanto en realidad no existe tal corriente dentro del capacitor, pero el efecto hacia el exterior es como si sí lo hubiera, pues la corriente que llega a una de las placas es igual a la que sale de la otra. Lo que realmente ocurre en el interior del capacitor es la formación de un campo eléctrico variable, $\vec{E}$, que da origen a la corriente de desplazamiento.

Si representamos el resistor y el capacitor en la forma de la figura 3.2.3.2 podremos incluir de manera más didáctica los vectores $\vec{E}$ y $\vec{J}$, así como los demás parámetros necesarios. Dentro de los dos elementos el campo eléctrico es $E = v/z$. A partir de las ecuaciones (2.3.1.7) y

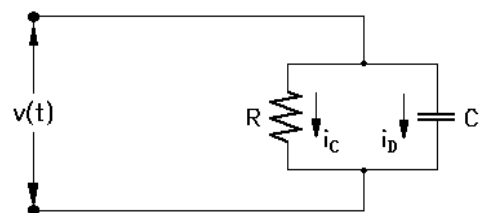


Figura 3.2.3.1

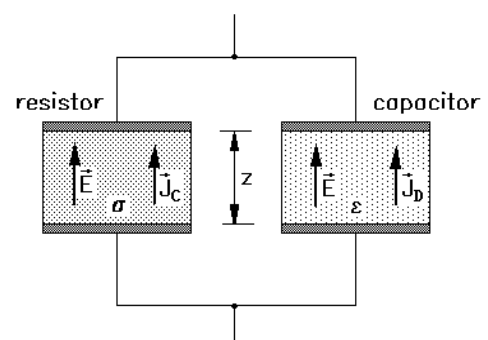


Figura 3.2.3.2

(2.3.1.8), la densidad de corriente de conducción, esto es, dentro del resistor, es:

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} = \frac{\sigma v}{z} \vec{k} = \frac{i_c}{S} \vec{k} \quad (3.2.3.1)$$

A partir de la ecuación (2) desarrollamos la expresión para la densidad de corriente de desplazamiento:

$$J_D = \frac{i_D}{S} = \frac{C dv}{S dt} = \frac{\epsilon S}{zS} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{z} \right) = \frac{\epsilon}{z} \frac{dE}{dt}$$

es decir:

$$\vec{J}_D = \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (3.2.3.2)$$

A menudo encontraremos elementos eléctricos, especialmente semiconductores, que presentan características intrínsecas aptas para ambos tipos de corrientes o de densidades de corriente; en tales casos la densidad de corriente total es:

$$\vec{J} = \vec{J}_c + \vec{J}_D = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\sigma \vec{D}}{\epsilon} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \text{rot } \vec{H} \quad (3.2.3.3)$$

Las expresiones correspondientes para las intensidades de corrientes de conducción, de desplazamiento y total son:

$$\begin{aligned} i_c &= \oint \vec{J}_c \cdot d\vec{S} = \oint \sigma \vec{E} \cdot d\vec{S} \\ i_D &= \oint \vec{J}_D \cdot d\vec{S} = \oint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \oint \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \\ i_T &= \oint (\vec{J}_c + \vec{J}_D) \cdot d\vec{S} = \oint \left(\sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \end{aligned} \quad (3.2.3.4)$$

Como hemos visto, el capacitor conduce la corriente alterna en forma de corriente de desplazamiento, gracias a que ésta varía con el tiempo originando un campo $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$ que podría ser de la forma $\vec{E} = E_0 e^{i\omega t}$. Para este caso concreto vamos a averiguar la relación entre las dos densidades de corriente dentro, por ejemplo, de un semiconductor:

$$J_T = J_c + J_D = \sigma E_0 e^{i\omega t} + \epsilon \frac{d}{dt} E_0 e^{i\omega t} = \sigma E_0 e^{i\omega t} + \epsilon E_0 i\omega e^{i\omega t}$$

$$J_c + J_D = \sigma E_0 e^{i\omega t} + i\omega \epsilon E_0 e^{i\omega t} = \sigma E + i\omega \epsilon E$$

de donde:

$$\boxed{\frac{J_C}{J_D} = \frac{\sigma E}{i\omega\epsilon E} = \frac{\sigma}{\omega\epsilon}} \quad (3.2.3.5)$$

Vemos que la corriente de desplazamiento depende directamente de ω , de modo que en los circuitos de corrientes alternas de alta frecuencia, la intensidad de corriente es básicamente de desplazamiento.

3) PROBLEMA MODELO:

- 1) El suelo húmedo tiene una conductividad de $\sigma = 1,5E-4 \text{ S/m}$ y una permitividad relativa de $\epsilon_r = 3,2$. Halle J_C y J_D si el campo eléctrico es $E = 5E-7 \text{ Sen } 7E9t$.

$$J_C = \sigma E = 1,5E-4 \cdot 5E-7 \text{ Sen } 7E9t$$

$$J_C = 7,5E-12 \text{ Sen } 7E9t \text{ A/m}^2$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r E = 8,85E-12 \cdot 3,2 \cdot 5E-7 \text{ Sen } 7E9t$$

$$D = 1,416E-17 \text{ Sen } 7E9t$$

$$J_D = \frac{\partial D}{\partial t} = 1,416E-17 \cdot 7E9 \text{ Cos } 7E9t$$

$$J_D = 9,919E-8 \text{ Cos } 7E9t \text{ A/m}^2$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- El capacitor conduce la corriente alterna en forma de.....
.....

2- La corriente de desplazamiento depende directamente.....
.....

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Un conductor cilíndrico de 3,2 mm de radio lleva la corriente $i_C = 5 \text{ Sen } 6E10t \text{ } \mu\text{A}$. Determine la amplitud de la densidad de corriente de desplazamiento, si $\sigma = 40 \text{ MS/m}$ y $\varepsilon_r = 12$.

Resp. $J_D = 2,476E-3 \text{ } \mu\text{A/m}^2$

2- Un campo $E = 180 \text{ Sen } 3E10t \text{ V/m}$ está dentro de un material de $\sigma = 3 \text{ S/m}$ y $\varepsilon_r = 13$. Halle las densidades de las corrientes de conducción y de desplazamiento.

Resp. $J_C = 540 \text{ Sen } 3E10t \text{ A/m}^2$; $J_D = 62,127 \text{ Cos } 3E10t \text{ A/m}^2$

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este grupo de animaciones presenta al usuario la parte teórico-conceptual relacionada con las corrientes de desplazamiento, expresiones matemáticas de dichas corrientes y gráficas adecuadas al tema. Los modelos matemáticos están expresados en formas diferencial e integral.

EM323C1

EM323C2

EM323C3

b) Ejercitativas: Muestran al estudiante una animación en la que puede interactuar con el computador ya que consiste en enlazar enunciados con ecuaciones, además un ejercicio resuelto de un conductor cilíndrico, de esta forma el usuario pone a prueba los conocimientos adquiridos a través de las animaciones conceptuales.

EM323E1

EM323E2

c) Lúdicas: Esta animación es eminentemente interactiva, consiste en armar un rompecabezas, cuando el usuario lo arme correctamente aparecerán las expresiones de las corrientes y de las densidades de corriente.

EM323L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:

Modellus - C:\MODELLUS\CAMDEPT\EM323C2.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: [icon]

CORRIENTES DE DESPLAZAMIENTO

resistor capacitor

Si el capacitor y resistor están representados como en el gráfico, dentro de los dos elementos el campo eléctrico es:

$$E = \frac{v}{z}$$

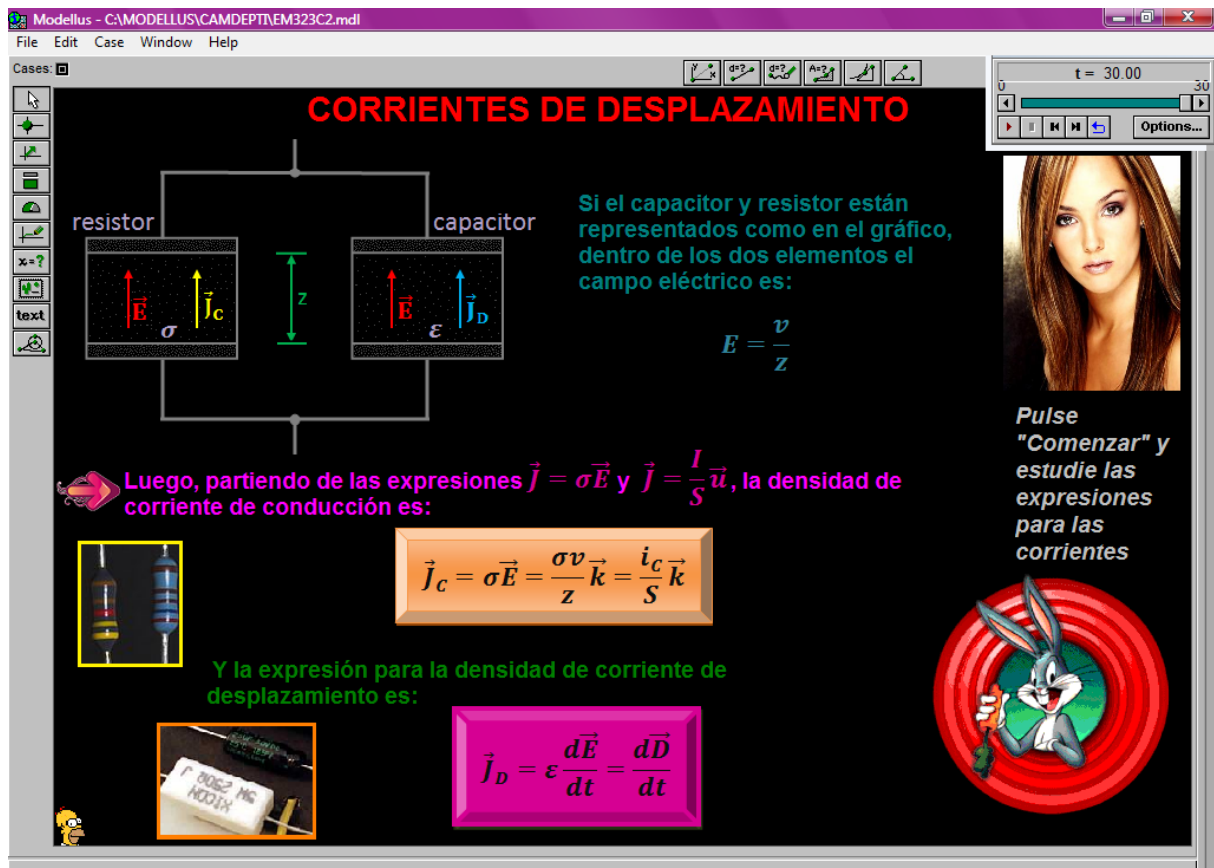
Luego, partiendo de las expresiones $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ y $\vec{J} = \frac{I}{S} \vec{u}$, la densidad de corriente de conducción es:

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} = \frac{\sigma v}{z} \vec{k} = \frac{i_c}{S} \vec{k}$$

Y la expresión para la densidad de corriente de desplazamiento es:

$$\vec{J}_D = \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{d\vec{D}}{dt}$$

Pulse "Comenzar" y estudie las expresiones para las corrientes



Descripción:

Esta animación es de tipo conceptual, el usuario debe mantener su atención ya que en esta se muestra las expresiones matemáticas para las densidades de corriente.

3.2.4 EL GENERADOR DE CORRIENTE ALTERNA. VALORES EN C.A.

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Conocer un generador de corriente alterna, definir los valores en c.a. y desarrollar sus expresiones correspondientes.
- 2- Desarrollar las actividades propuestas.
- 3- Reconocer y admirar las expresiones de valores que existen en C.A.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

En buena parte el mundo actual es movido gracias a la electricidad, la cual proviene de los pequeños y grandes generadores que son accionados de variadas formas (turbinas hidráulicas, turbinas de vapor, centrales termonucleares, etc.). Pero los generadores, propiamente dichos, originan corrientes alternas gracias a su adecuado diseño para aprovechar el fenómeno físico que fuera estudiado y descubierto por Faraday, Henry y Lenz.

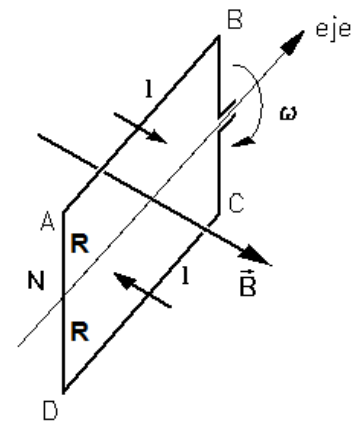


Figura 3.2.4.1

En forma simplificada, el generador de C.A. es una o varias bobinas ensambladas sobre un eje y que constituyen el rotor; la parte fija es el estator que comprende los dispositivos para la formación de un campo magnético intenso. Al girar el rotor dentro del campo magnético se induce en los extremos de la(s) bobina(s) la fem alterna que es aprovechada de mil maneras. La figura 3.2.4.1 esquematiza esta situación. Analicémosla más detenidamente: Los tramos AB y CD, de longitudes l , describen un MCU con velocidad orbital $U = \omega R$ dentro del campo estático B , entonces:

$$v = \oint \mathbf{U} \cdot \mathbf{B} \sin \theta_{AB} + \oint \mathbf{U} \cdot \mathbf{B} \sin \theta_{CD} = 2UB \sin \theta = 2\omega R B l \sin \omega t = BS\omega \sin \omega t$$

y para N espiras:

$$v = NBS\omega \sin \omega t = V_0 \sin \omega t \quad (3.2.4.1)$$

en donde $V_0 = NBS\omega$ es la amplitud de la electromotancia o voltaje sinusoidal generado y cuya gráfica se muestra en la figura 3.2.4.2.

Si el rotor del generador comprende una sola bobina, el generador es "monofásico" y se tiene en la salida un par de líneas (fase y neutro) que entregan la corriente generada. Si el rotor comprende tres bobinas, desfasadas 120° entre sí, el generador es "trifásico" y se tiene en la salida seis líneas las cuales se juntan en la forma indicada en la figura 3.2.4.3 para obtener las tres fases R, S y T y el neutro N; de esta forma se aprovecha un mismo montaje para tener tres generadores en uno entregando voltajes mutuamente desfasados un ángulo de 120° .

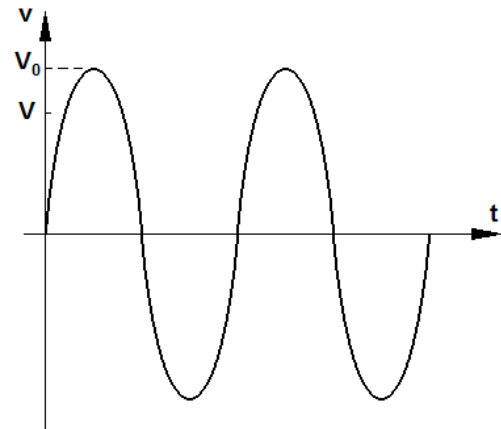


Figura 3.2.4.2

Para el caso de los generadores monofásicos sólo se tiene el voltaje fase-neutro; en cambio para los generadores trifásicos se tienen tres voltajes fase-neutro, v_R, v_S, v_T , y tres voltajes fase-fase o interfases, v_{RS}, v_{RT}, v_{ST} . Si al voltaje fase-neutro lo representamos con v , el voltaje interfases, de acuerdo a la figura 3.2.4.4, es:

$$v_{RS} = \sqrt{v_R^2 + v_S^2 - 2v_R v_S \cos 120^\circ}$$

$$v_{RS} = \sqrt{v^2 + v^2 - 2v^2 \cos 120^\circ} = \sqrt{2v^2 + v^2}$$

$$v_{RS} = \sqrt{3v^2} = v\sqrt{3}$$

Para el caso del Ecuador, las amplitudes de los voltajes domésticos fase-neutro y fase-fase son, respectivamente, de 180 V y 311 V.

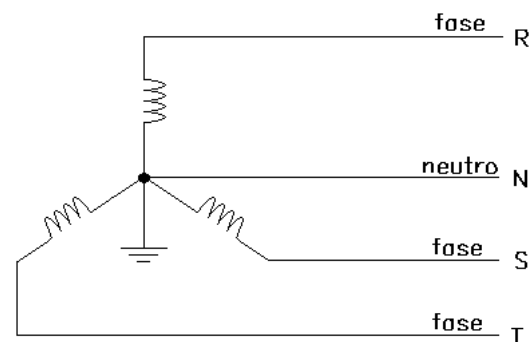


Figura 3.2.4.3

Ya que la corriente alterna varía con el tiempo, las funciones voltaje, intensidad y potencia son:

$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

$$i = I_0 \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

$$p = vi = V_0 I_0 \text{Sen } \omega t \cdot \text{Sen } (\omega t + \phi) = P_0 \text{Sen } \omega t \cdot \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

y por lo mismo es conveniente definir los siguientes "valores en corriente alterna":

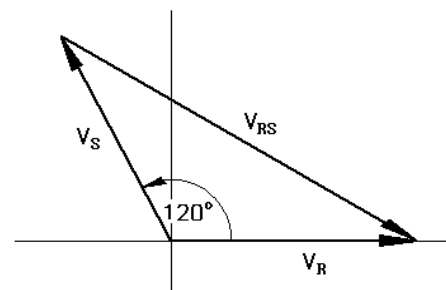


Figura 3.2.4.4

a) Valores máximos: son las amplitudes o valores pico de las funciones voltaje(s), intensidad(es) y potencia. Los representaremos mediante V_0, I_0, P_0 .

b) Valores instantáneos: son los valores que toman las respectivas funciones en un instante particular. Los representaremos mediante v, i, p .

c) Valores medios: son las medias aritméticas funcionales de las funciones voltaje(s) e intensidad(es). Los representaremos mediante $\bar{v}, \bar{i}$. Debido a la simetría de las funciones armónicas, en ambos casos los valores medios son cero.

d) Valores eficaces: Son las raíces cuadradas de las medias aritméticas de los cuadrados de las funciones voltaje(s) e intensidad(es). Asimismo son aquellos valores de voltaje(s) e intensidad(es) que desarrollan el mismo trabajo, energía o calor que sus semejantes en corriente continua. Los representaremos mediante V & I y sus expresiones son $V = V_0 / \sqrt{2}, I = I_0 / \sqrt{2}$.

La potencia eficaz, P , se define como su media aritmética funcional, esto es:

$$P = \bar{P} = \frac{\int_0^{2\pi/\omega} V_0 I_0 \text{Sen } \omega t \cdot \text{Sen } (\omega t + \phi) dt}{2\pi/\omega} = \frac{V_0 I_0 \omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (\text{Sen}^2 \omega t \text{Cos } \phi + \text{Sen } \omega t \text{Cos } \omega t \text{Sen } \phi) dt$$

de donde:

$$P = \frac{V_0 I_0}{2} \text{Cos } \phi = IV \text{Cos } \phi = \frac{P_0}{2} \text{Cos } \phi$$

3) PROBLEMA MODELO:

- 1) Un generador de corriente alterna comprende tres bobinas de 70 espiras y 350 cm^2 de área que giran a $180\pi \text{ rad/s}$ dentro de un campo estacionario de 0,6 T. Halle: a) su función voltaje fase-neutro, b) su función voltaje interfaces.

a) $v = NBS\omega \text{Sen } \omega t$

$$v = 70 \cdot 0,6 \cdot 0,035 \cdot 180\pi \text{ Sen } 180\pi t$$

$$v = 831265 \text{ Sen } 180\pi t$$

b) $v_{RS} = v\sqrt{3} = 831265 \text{ Sen } 180\pi t$

$$v_{RS} = 1439,793 \text{ Sen } 180\pi t$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- El generador de corriente alterna es.....
.....
.....

2- Los valores máximos son.....
.....

1- Un generador es monofásico cuando.....
.....

3- Se llaman valores medios.....
.....

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Un generador de C.A. comprende un rotor cuya bobina es rectangular de 30 cm por 20 cm y 150 espiras. La frecuencia con la que rota es 35 Hz dentro de un campo estacionario de 0,8 T. Encuentre la función voltaje y el voltaje en $t = 15$ s.

Resp. $v = 1583,35 \text{ Sen } 219,911t$; $v(15) = 1154$ V

2- Para el voltaje $v = 200 \text{ Sen } 120\pi t$. Halle: a) el voltaje máximo, b) el voltaje para $t = 2,09$ s, c) el voltaje eficaz.

Resp. a) 200 V ; b) 117,557 V ; c) 141,421 V

3- Para la corriente $i = 7,3 \text{ Sen } (10\pi t - \pi/3)$. Halle: a) el valor máximo, b) el valor instantáneo para $t = 7,5$ s, c) el valor eficaz.

Resp. a) 7,3 A ; b) 6,322 A ; c) 7,162 A

4- ¿Qué potencia eficaz desarrolla un elemento conectado al voltaje alterno $v = 180 \text{ Sen } 30t$ si conduce una intensidad $i = 12 \text{ Sen } (30t + \pi/3)$?

Resp. 540 W

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con el Generador de corriente alterna y valores en corriente alterna, expresiones matemáticas y gráficas pertinentes.

EM324C1

EM324C2

EM324C3

EM324C4

b) Ejercitativas: Presentan al usuario un ejercicio resuelto de las funciones de voltaje fase-neutro y fase-fase, y una animación que consiste en enlazar correctamente enunciados con modelos matemáticos, de esta forma el estudiante podrá evidenciar lo aprendido a través de las animaciones conceptuales.

EM324E1

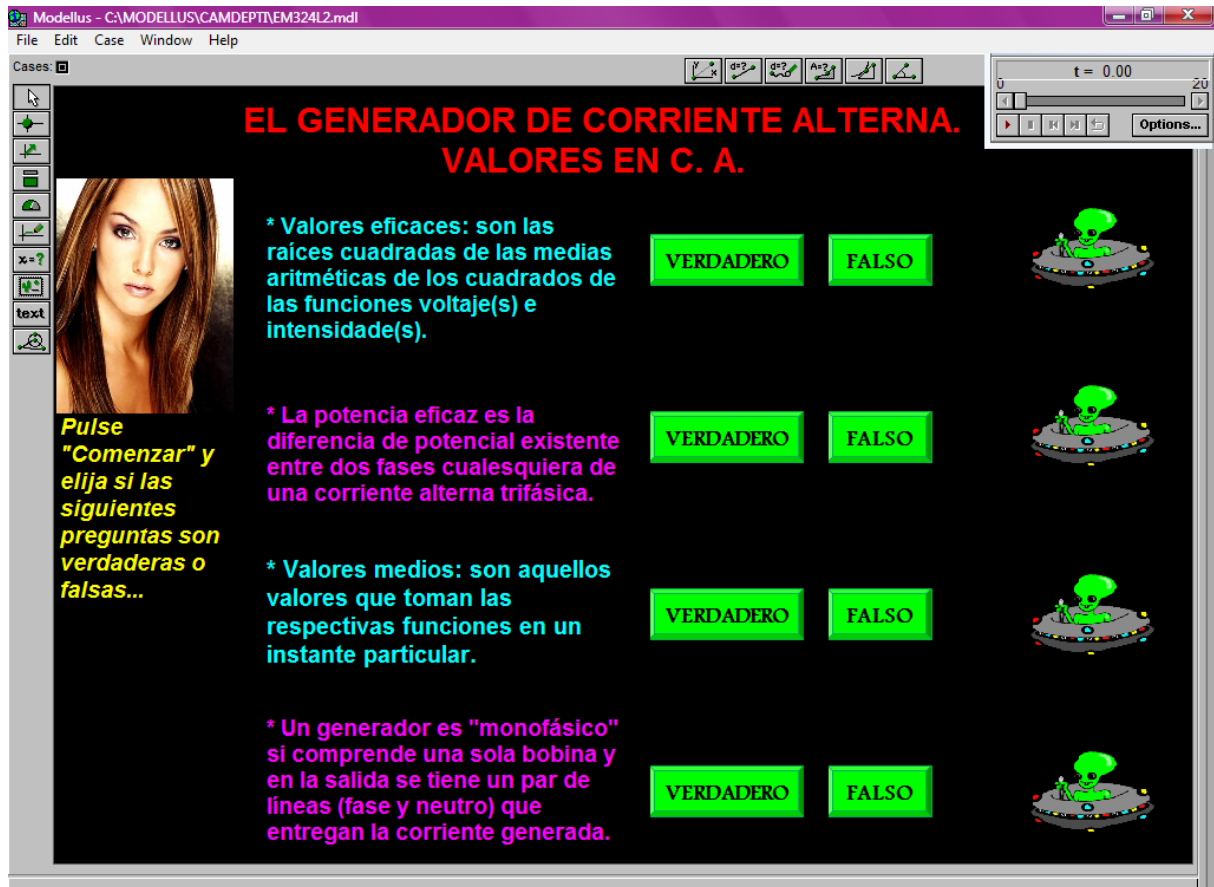
EM324E2

c) Lúdicas: Estas animaciones son puramente interactivas ya que el usuario deberá poner a prueba sus habilidades manuales y mentales.

EM324L1

EM324L2

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:



Descripción:

Esta es una animación lúdica en la que el usuario pone a prueba sus conocimientos de una manera divertida. El juego consiste en llevar al marciano a la respuesta correcta, para ello el estudiante deberá tener los conocimientos suficientes sobre el tema; en caso de errar el juego se detiene automáticamente.

3.2.5 CIRCUITOS PUROS EN CORRIENTE ALTERNA

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Desarrollar y aprender las expresiones principales que describen el comportamiento de los tres circuitos puros.
- 2- Aplicarlos a la resolución de los problemas propuestos.
- 3- Colaborar con el grupo.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Aquí estudiaremos los circuitos R, L y C, puros en C.A., esto es, suponiendo que no hay vestigios de los otros dos parámetros en cada uno de los circuitos. La secuencia a seguir será la siguiente: 1) se empezará por el nombre y diagrama del circuito; 2) a continuación desarrollaremos las funciones de voltaje, intensidad y potencia, incluido el ángulo de desfase ϕ entre voltaje, que siempre hará de referencial, e intensidad; 3) luego se incluirán los diagramas de fasores y de fases; 4) finalmente se anotarán las expresiones para los valores eficaces de voltaje, intensidad y potencia.

a) Circuito R en C.A.:

FUNCIONES:

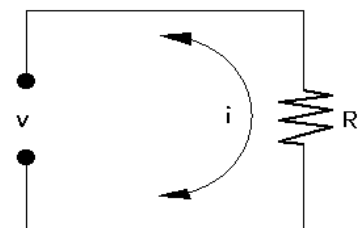
$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_0}{R} \text{Sen } \omega t$$

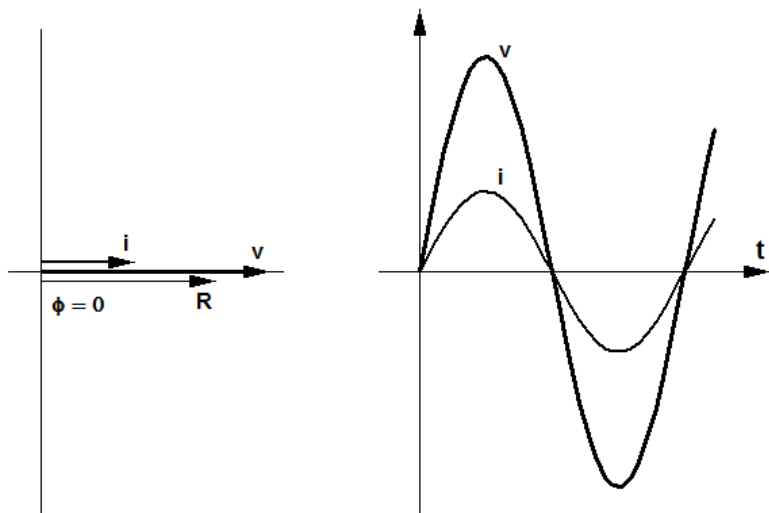
$$i = I_0 \text{Sen } \omega t \quad \left(\text{con } I_0 = \frac{V_0}{R} \right)$$

de modo que $\phi = 0$

$$p = vi = V_0 I_0 \text{Sen}^2 \omega t$$



DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_0}{R\sqrt{2}}; \quad P = \frac{V_0 I_0}{2} = \frac{V_0^2}{2R} = VI$$

b) Circuito L en C.A.:

Para el análisis del presente circuito utilizaremos la ley de Faraday-Henry en la forma alterna $v = L \frac{di}{dt}$:

FUNCIONES:

$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

$$v = L \frac{di}{dt}, \text{ de donde:}$$

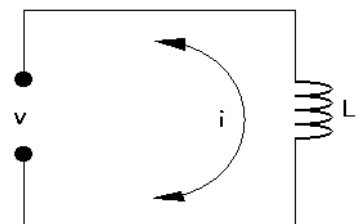
$$di = \frac{v}{L} dt = \frac{V_0 \text{Sen } \omega t}{L} dt$$

$$i = \frac{V_0}{\omega L} \left(-\text{Cos } \omega t \right) - \frac{V_0}{R_L} \text{Cos } \omega t \quad (\text{con } R_L = \omega L = 2\pi f L)$$

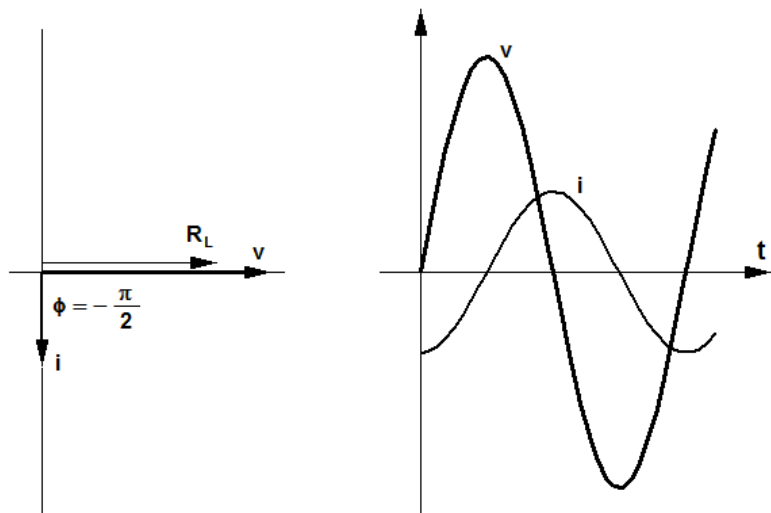
$$i = -I_0 \text{Cos } \omega t \quad (\text{con } I_0 = \frac{V_0}{R_L})$$

de modo que $\phi = -\pi/2$

$$p = vi = -V_0 I_0 \text{Sen } \omega t \text{Cos } \omega t$$



DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_0}{R_L \sqrt{2}}; \quad P = 0$$

c) Circuito C en C.A.:

FUNCIONES:

$$v = V_0 \text{ Sen } \omega t$$

Del concepto de capacitancia $C = \frac{q}{v}$ tenemos:

$$q = vC = V_0 C \text{ Sen } \omega t, \text{ por lo tanto:}$$

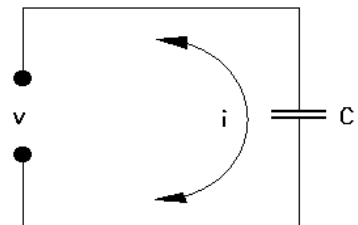
$$\frac{dq}{dt} = i = V_0 \omega C \text{ Cos } \omega t = \frac{V_0}{1/\omega C} \text{ Cos } \omega t = \frac{V_0}{R_C} \text{ Cos } \omega t$$

$$\left(\text{con } R_C = \frac{1}{\omega C} \right)$$

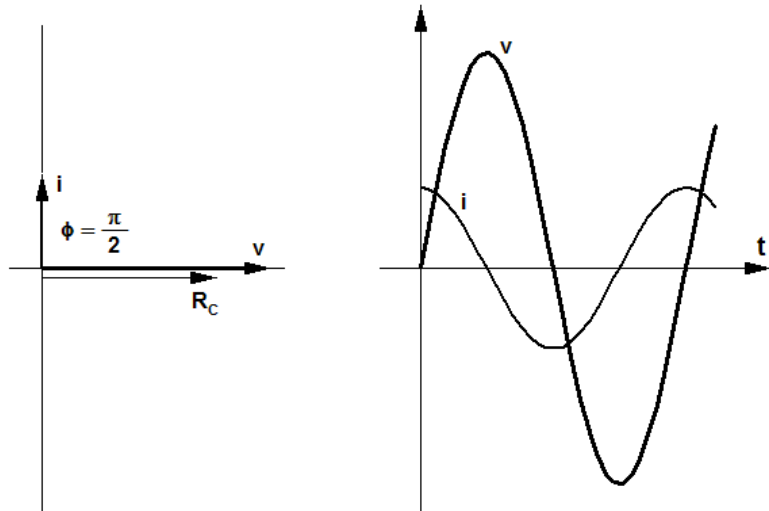
$$i = I_0 \text{ Cos } \omega t \quad \left(\text{con } I_0 = \frac{V_0}{R_C} \right)$$

de modo que $\phi = \pi/2$

$$p = vi = V_0 I_0 \text{ Sen } \omega t \text{ Cos } \omega t$$



DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_0}{R_C \sqrt{2}}; \quad P = 0$$

3) PROBLEMA MODELO:

- 1) Se conecta un resistor de $35 \, \Omega$ a una fuente de corriente alterna cuyo voltaje es $v = 140 \text{Sen}100\pi t$. Determine: a) las funciones intensidad y potencia, b) los valores eficaces de voltaje, intensidad y potencia.

$$\begin{aligned} \text{a) } i &= \frac{V_0}{R} \text{Sen} \omega t = \frac{140}{35} \text{Sen}100\pi t \\ i &= 4 \text{Sen}100\pi t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= V_0 I_0 \text{Sen}^2 \omega t = 140 \cdot 4 \text{Sen}^2 100\pi t \\ p &= 560 \text{Sen}^2 100\pi t \end{aligned}$$

$$\text{b) } V = \frac{140}{\sqrt{2}} = 98,995 \, \text{V}$$

$$I = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2,828 \, \text{A}$$

$$P = \frac{140 \cdot 4}{2} = 280 \, \text{W}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- Los circuitos puros en c.a. son:.....
.....

2- Las expresiones para las resistencias inductiva y capacitiva son:
..... y

3- Un circuito inductivo en corriente alterna implica.....
.....

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Una fuente de voltaje C.A. a 120 V se conecta a las terminales de un capacitor de $2\text{ }\mu\text{F}$. Halle: a) la corriente que entra al capacitor si la frecuencia de la fuente es 60 Hz , b) el valor de la potencia en el capacitor.

Resp. a) $0,090\text{ A}$; b) 0

2- Un inductor de $0,7\text{ H}$ se conecta de sus terminales a una fuente de voltaje de C.A. a 120 V . Calcule: a) la corriente que pasa por el inductor si la frecuencia es 80 Hz , b) la potencia eficaz de dicho inductor.

Resp. a) $0,341\text{ A}$; b) 0

3- Se conecta un resistor de $18\text{ }\Omega$ al voltaje $v = 180\text{ Sen}120\pi t$. Halle: a) las funciones intensidad y potencia, b) los valores eficaces de voltaje, intensidad y potencia. Construya los diagramas de fases y fasores.

Resp. a) $i = 10\text{ Sen}120\pi t$, $p = 1800\text{ Sen}^2 120\pi t$; b) $127,3\text{ V}$; $7,07\text{ A}$; 900 W

4- Se conecta un capacitor de 25 F al voltaje alterno $v = 311\text{ Sen}200\pi t$. Halle: a) las funciones intensidad y potencia, b) los valores eficaces de voltaje, intensidad y potencia. Construya los diagramas de fases y de fasores.

*Resp. a) $i = 12,44\text{ Cos}200\pi t$, $p = 3868,84\text{ Sen}200\pi t\text{ Cos}200\pi t$
b) $219,91\text{ V}$; $8,796\text{ A}$; 0*

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con el tema: Circuitos puros en corriente alterna, modelos matemáticos y diagramas de circuitos, fases y fasores pertinentes.

EM325C1

EM325C2

EM325C3

b) Ejercitativas: Este grupo de animaciones muestra al usuario: un ejercicio resuelto, una animación que consiste en enlazar enunciados con expresiones matemáticas y además se presenta un diagrama de fases en el que el estudiante puede analizar el comportamiento de la intensidad y voltaje.

EM325E1

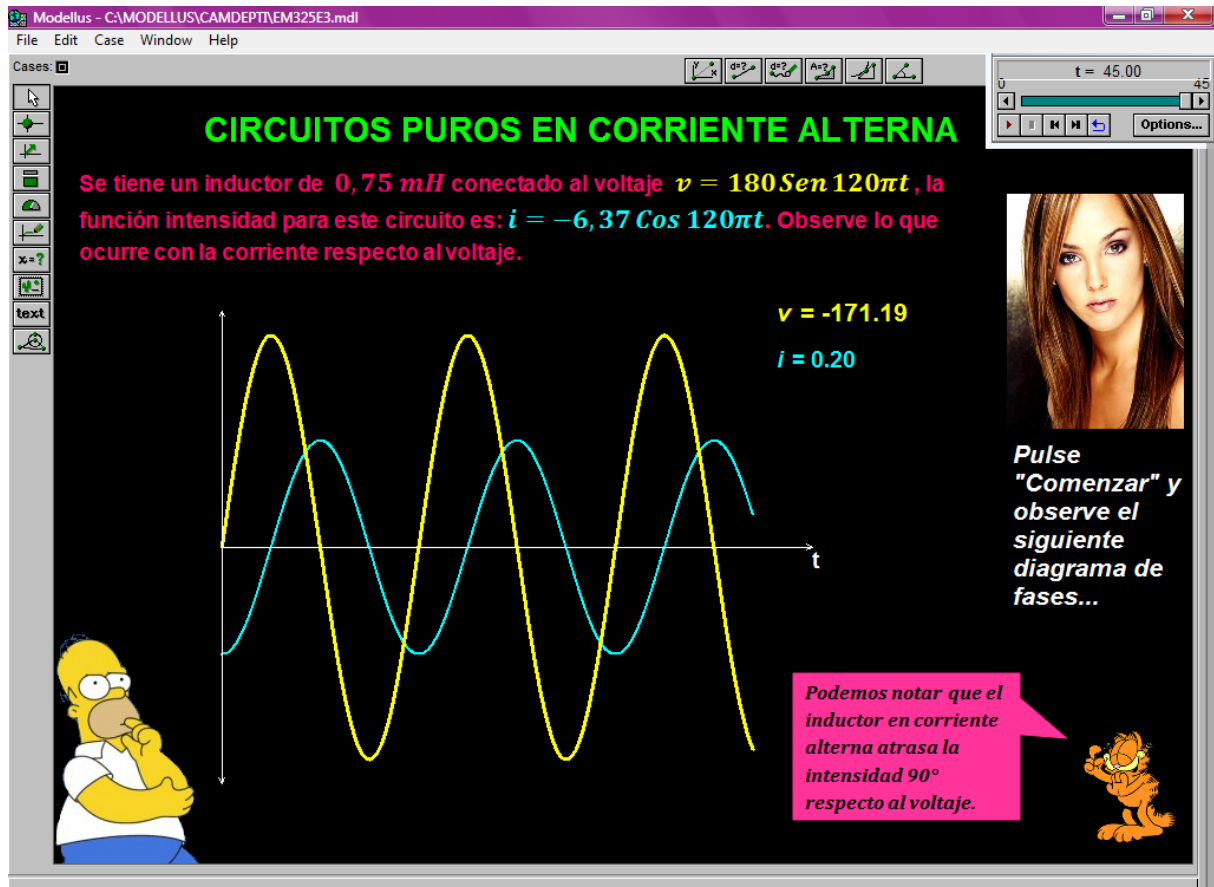
EM325E2

EM325E3

c) Lúdicas: Esta animación presenta un juego didáctico que consiste en ubicar las expresiones matemáticas en los respectivos lugares, en caso de errar el juego se detiene de esta manera el usuario tiene que volver a iniciar dicho juego.

EM325L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:



Descripción:

Esta animación es de tipo ejercitativa, el usuario se detiene únicamente a observar lo que ocurre con la intensidad respecto al voltaje en el diagrama de fases y luego comentarlo.

3.2.6 CIRCUITOS SERIE EN C.A. RESONANCIA

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Ampliar los conocimientos para el análisis y estudio de otros circuitos de c.a.
- 2- Aplicarlos a la resolución de los problemas propuestos.
- 3- Reconocer la importancia de estos circuitos y su frecuencia en la vida real.

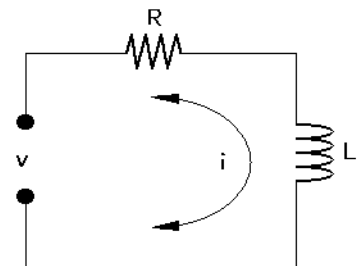
2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Aquí analizaremos el comportamiento de los cuatro posibles circuitos serie que implican resistores, inductores y capacitores: 1) se presentará el nombre y diagrama del circuito; 2) a continuación se desarrollarán las funciones involucradas; 3) luego se incluirán los diagramas de fasores y de fases; 4) finalmente se anotarán los valores eficaces.

a) Circuito RL serie en C.A.:

FUNCIONES:

$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$



Para desarrollar la función intensidad recordemos que la suma de caídas de voltaje es igual al voltaje total de la fuente:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} = \frac{V_0 \omega}{L} \text{Cos } \omega t \quad (\text{ecuación diferencial del circuito})$$

Resolvemos la parte homogénea:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} = 0$$

$$r^2 + \frac{R}{L} r = 0$$

$$r \left(r + \frac{R}{L} \right) = 0$$

$$r_1 = 0; r_2 = -\frac{R}{L}$$

luego:

$$i_0 = C_1 + C_2 e^{-\frac{R}{L}t}$$

que decae rápidamente y por lo mismo se descarta.

Resolvemos la parte no homogénea por el método de coeficientes indeterminados:

$$i = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$\frac{di}{dt} = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} = -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega^2 \sin \omega t$$

entonces:

$$-A\omega^2 \cos \omega t - B\omega^2 \sin \omega t - \frac{RA\omega}{L} \sin \omega t + \frac{RB\omega}{L} \cos \omega t = \frac{V_0 \omega}{L} \cos \omega t$$

$$-B\omega^2 - \frac{RA\omega}{L} = 0 \quad (1)$$

$$-A\omega^2 + \frac{RB\omega}{L} = \frac{V_0 \omega}{L} \quad (2)$$

De (1):

$$B = -\frac{RA\omega}{\omega^2 L} = -\frac{RA}{\omega L} \quad (3)$$

Sustituimos (3) en (2):

$$-A\omega^2 - \frac{R^2 A \omega}{\omega L^2} = \frac{V_0 \omega}{L}$$

$$-A\omega^2 - \frac{R^2 A}{L^2} = \frac{V_0 \omega}{L}$$

$$-A \left(\omega^2 + \frac{R^2}{L^2} \right) = \frac{V_0 \omega}{L}$$

$$A = \frac{-V_0 \omega}{L \left(\omega^2 + R^2 / L^2 \right)} = \frac{-V_0 \omega L^2}{L \left(\omega^2 L^2 + R^2 \right)} = -\frac{V_0 \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (4)$$

Sustituimos (4) en (3):

$$B = \frac{RV_0 \omega L}{\omega L \left(\omega^2 L^2 + R^2 \right)} = \frac{RV_0}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

luego:

$$i = -\frac{V_0 \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \cos \omega t + \frac{V_0 R}{R^2 + \omega^2 L^2} \sin \omega t \quad (5)$$

Hacemos los siguientes cambios de variable:

$$-\frac{V_0 \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} = I_0 \sin \phi \quad (6)$$

$$\frac{V_0 R}{R^2 + \omega^2 L^2} = I_0 \cos \phi \quad (7)$$

Dividimos (6) para (7):

$$\tan \phi = -\frac{V_0 \omega L}{V_0 R} = -\frac{\omega L}{R}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(-\frac{\omega L}{R}\right)$$

Elevamos (6) y (7) al cuadrado y los sumamos:

$$\frac{V_0^2 \omega^2 L^2}{R^2 + \omega^2 L^2} = I_0^2 \sin^2 \phi$$

$$\frac{V_0^2 R^2}{R^2 + \omega^2 L^2} = I_0^2 \cos^2 \phi$$

$$I_0^2 = \frac{V_0^2 \omega^2 L^2 + V_0^2 R^2}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{V_0^2 (R^2 + \omega^2 L^2)}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{V_0^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

entonces:

$$i = I_0 \sin \phi \cos \omega t + I_0 \cos \phi \sin \omega t$$

$$i = I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$$i = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin\left[\omega t + \tan^{-1}\left(\frac{-\omega L}{R}\right)\right]$$

$$i = \frac{V_0}{Z} \sin\left[\omega t + \tan^{-1}\left(\frac{-R_L}{R}\right)\right] = I_0 \sin(\omega t + \phi)$$

en donde:

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = \sqrt{R^2 + R_L^2} \quad (\text{es la impedancia del circuito, en } \Omega)$$

Las caídas de voltaje y potencia son:

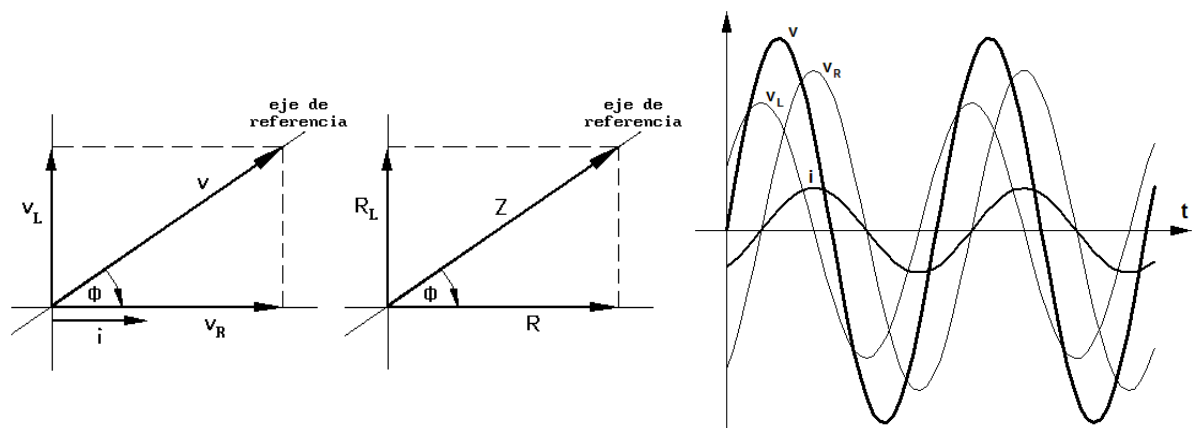
$$v_R = Ri = \frac{RV_0}{Z} \sin(\omega t + \phi) = V_{0R} \sin(\omega t + \phi) \quad (\text{con } V_{0R} = \frac{V_0 R}{Z})$$

$$v_L = L \frac{di}{dt} = L \omega \frac{V_0}{Z} \cos(\omega t + \phi) = \frac{R_L V_0}{Z} \cos(\omega t + \phi)$$

$$v_L = V_{0L} \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{con } V_{0L} = \frac{V_0 R_L}{Z})$$

$$p = vi = V_0 I_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \phi)$$

DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_0}{Z\sqrt{2}}; \quad V_R = \frac{V_{0R}}{\sqrt{2}}; \quad V_L = \frac{V_{0L}}{\sqrt{2}}$$

$$P = VI \cos \phi = \frac{V_0 I_0 R}{2Z} = \frac{V_0 I_0 R}{2Z^2} = \frac{V_0^2 R}{2Z^2}; \quad V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

b) Circuito RC serie en C.A.:

FUNCIONES:

$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

$$i = I_0 \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

con:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + R_C^2} \quad (\text{impedancia del circuito})$$

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$

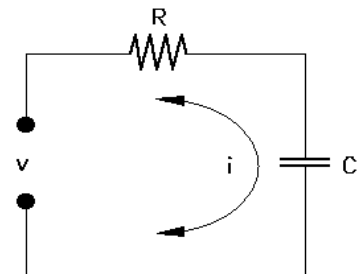
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{R_C}{R}\right) \quad (\text{ángulo de desfase})$$

$$v_R = V_{0R} \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

$$v_C = -V_{0C} \text{Cos } (\omega t + \phi)$$

con:

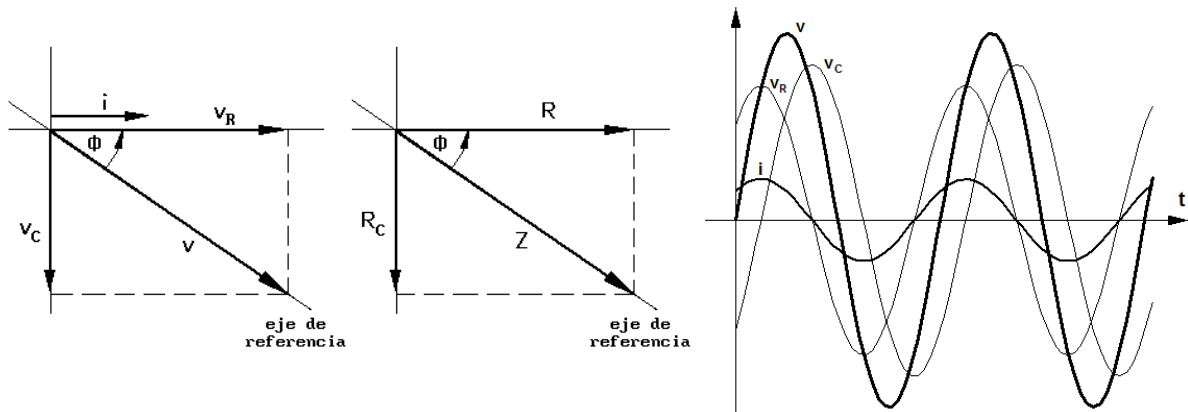
$$V_{0R} = I_0 R = \frac{V_0 R}{Z}$$



$$V_{0C} = I_0 R_C = \frac{V_0 R_C}{Z}$$

$$p = vi = V_0 I_0 \text{Sen } \omega t \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}} ; I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_0}{Z\sqrt{2}} ; V_R = \frac{V_{0R}}{\sqrt{2}} ; V_C = \frac{V_{0C}}{\sqrt{2}}$$

$$P = VI \cos \phi = \frac{V_0 I_0}{2} \frac{R}{Z} = \frac{V_0 I_0 R}{2Z} = \frac{V_0^2 R}{2Z^2} ; V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

c) Circuito LC serie en C.A.:

FUNCIONES:

$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

$$i = I_0 \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

con:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}$$

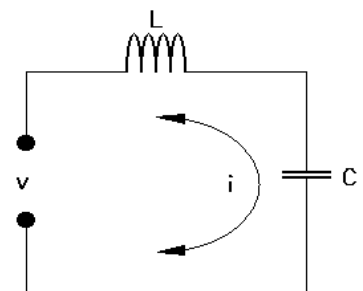
$$Z = |R_C - R_L| \quad (\text{impedancia del circuito})$$

$$R_L = \omega L ; R_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\phi = \begin{cases} +\pi/2 & R_C > R_L \\ -\pi/2 & R_C < R_L \end{cases} \quad (\text{ángulo de desfase})$$

$$v_L = V_{0L} \text{Cos } (\omega t + \phi)$$

$$v_C = -V_{0C} \text{Cos } (\omega t + \phi)$$



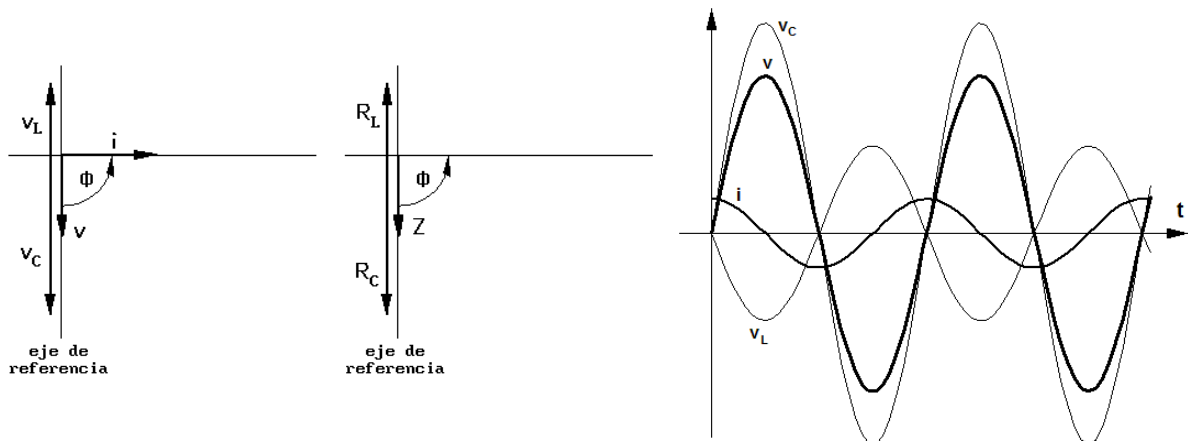
con:

$$V_{0L} = I_0 R_L = \frac{V_0 R_L}{Z}$$

$$V_{0C} = I_0 R_C = \frac{V_0 R_C}{Z}$$

$$p = vi = \pm V_0 I_0 \text{Sen } \omega t \text{Cos } \omega t$$

DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_0}{Z\sqrt{2}}; \quad V_L = \frac{V_{0L}}{\sqrt{2}}; \quad V_C = \frac{V_{0C}}{\sqrt{2}}$$

$$P = VI \text{Cos } \left(\pm \pi/2 \right) \neq 0; \quad V = |V_C - V_L|$$

d) Circuito RLC serie en C.A.:

FUNCIONES:

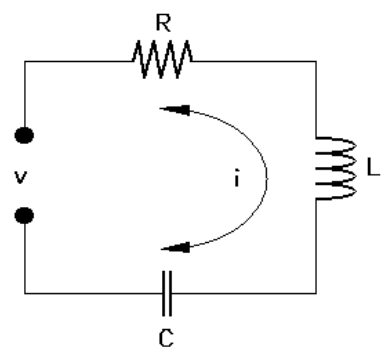
$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

$$i = I_0 \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

con:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_C - R_L)^2} \quad (\text{impedancia del circuito})$$



$$R_L = \omega L ; R_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{R_C - R_L}{R} \right) \quad (\text{ángulo de desfase})$$

$$v_R = V_{0R} \sin(\omega t + \phi)$$

$$v_L = V_{0L} \cos(\omega t + \phi)$$

$$v_C = -V_{0C} \cos(\omega t + \phi)$$

con:

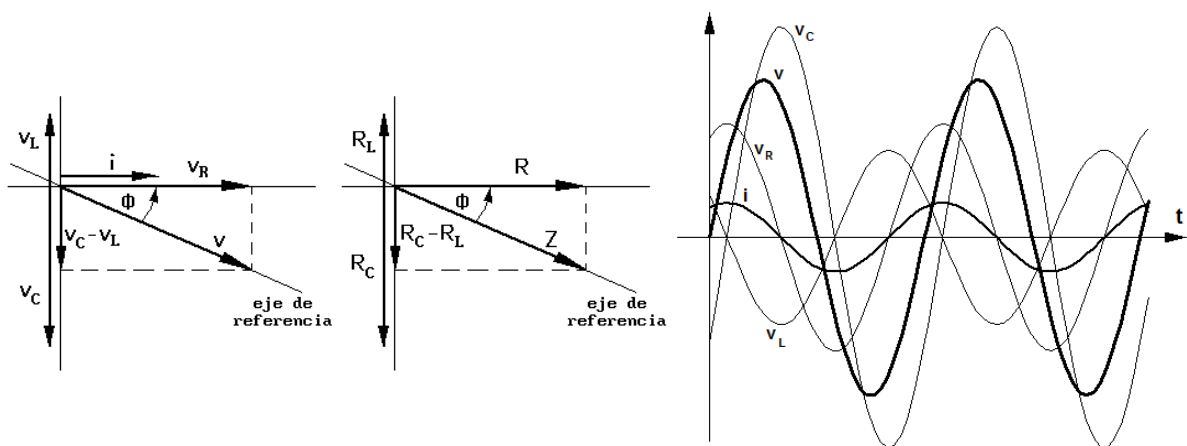
$$V_{0R} = I_0 R = \frac{V_0 R}{Z}$$

$$V_{0L} = I_0 R_L = \frac{V_0 R_L}{Z}$$

$$V_{0C} = I_0 R_C = \frac{V_0 R_C}{Z}$$

$$p = vi = \pm V_0 I_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \phi)$$

DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}} ; I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_0}{Z\sqrt{2}} ; V_R = \frac{V_{0R}}{\sqrt{2}} ; V_L = \frac{V_{0L}}{\sqrt{2}} ; V_C = \frac{V_{0C}}{\sqrt{2}}$$

$$P = VI \cos \phi = \frac{V_0 I_0 R}{2Z} = \frac{V_0 I_0 R}{2Z^2} = \frac{V_0^2 R}{2Z^2} ; V = \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2}$$

Un circuito RLC serie entra en resonancia cuando la frecuencia cíclica del voltaje aplicado coincide con la frecuencia propia del circuito, esto es, cuando $\omega = 1/\sqrt{LC}$. En estas condiciones la potencia que desarrolla el circuito es la mayor posible y ocurren los siguientes eventos:

$$\phi = 0$$

$$V_L = V_C$$

$$V = V_R$$

$$R_L = R_C$$

es decir:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

o también:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

de donde:

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

y:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

La impedancia se reduce a:

$$Z = R$$

La intensidad es:

$$i = I_0 \text{Sen} \omega t = \frac{V_0}{R} \text{Sen} \omega t$$

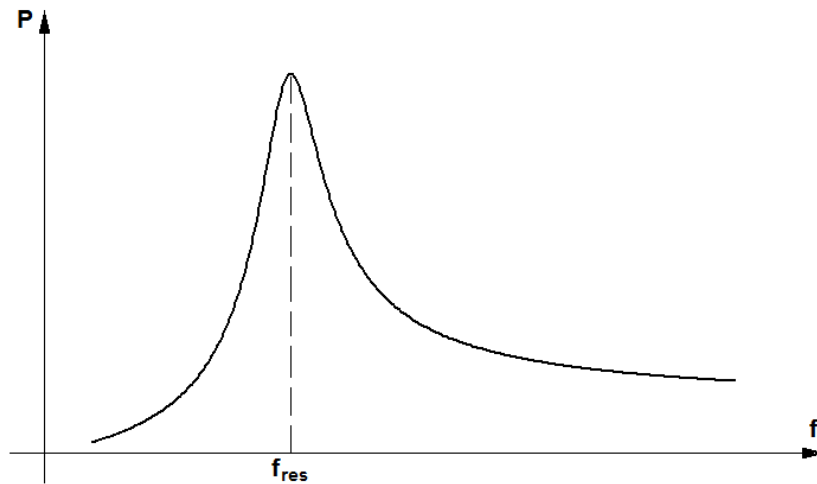
La potencia es:

$$p = V_0 I_0 \text{Sen}^2 \omega t$$

Los valores eficaces son:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = V_R ; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} ; \quad V_L = V_C = \frac{V_{0C}}{\sqrt{2}} ; \quad P = \frac{V_0 I_0}{2} = P_{\text{máx}}$$

La gráfica muestra la curva $P - f$, donde se aprecia el enorme incremento que sufre la potencia P en $f = f_{res}$.



Los fenómenos de resonancia son especialmente deseables en generación, emisión y detección de ondas electromagnéticas por su aplicación en los sistemas de radio y televisión.

3) PROBLEMA MODELO:

- 1) Resuelva el siguiente circuito; el voltaje de la fuente utilizada es $v = 200 \text{ Sen } 140\pi t$.

$$R_C = \frac{1}{140\pi \cdot 20 \times 10^{-6}} = 113,682 \, \Omega$$

$$Z = \sqrt{250^2 + 113,682^2} = 274,634 \, \Omega$$

$$I_0 = \frac{200}{274,634} = 0,728 \, A$$

$$V_{0R} = 0,728 \cdot 250 = 182 \, V$$

$$V_{0C} = 0,728 \cdot 113,682 = 82,760 \, V$$

$$\phi = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{113,682}{250}\right) = 0,428 \, \text{rad}$$

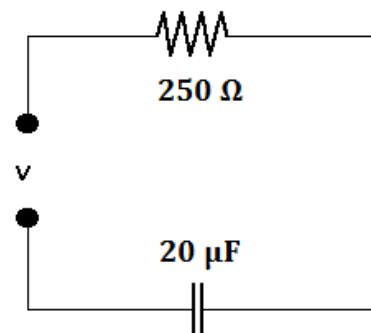
$$v = 200 \text{ Sen } 140\pi t$$

$$i = 0,728 \text{ Sen } (140\pi t + 0,428)$$

$$v_R = 182 \text{ Sen } (140\pi t + 0,428)$$

$$v_C = -82,760 \text{ Cos } (140\pi t + 0,428)$$

$$p = 145,6 \text{ Sen } 140\pi t \text{ Sen } (140\pi t + 0,428)$$



$$V = 141.421 \text{ V}$$

$$I = 0,515 \text{ A}$$

$$V_R = 128,693 \text{ V}$$

$$V_C = 58,520 \text{ V}$$

$$P = 66,262 \text{ W}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- Que ocurre con la potencia cuando un circuito RLC entra en resonancia.....
.....

2- Los fenómenos de resonancia son.....
.....
.....

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Un circuito serie consiste en una resistencia de 100Ω , una bobina de $0,10 \text{ H}$ de inductancia y un capacitor de $20 \mu\text{F}$. Las terminales del circuito se conectan a una fuente de alimentación de 110 V y 60 Hz . Calcule: a) la corriente, b) el ángulo de desfase.

Resp. a) $0,78 \text{ A}$; b) $0,759 \text{ rad}$

2- Una resistencia de 5Ω se conecta en serie con una inductancia de $0,2 \text{ H}$ y una capacitancia de 40 nF . El circuito se conecta a una fuente de alimentación de 30 V y 1780 Hz de frecuencia. Encontrar: a) la corriente en el circuito, b) el ángulo de desfase, c) la potencia.

Resp. a) $5,75 \text{ A}$; b) $-0,291 \text{ rad}$; c) $172,5 \text{ W}$

3- Un capacitor de $10 \mu\text{F}$ está conectado en serie con una resistencia de 40Ω , este circuito se conecta a una línea de 110 V y 60 Hz . Calcule: a) la impedancia del circuito, b) la corriente del circuito, c) el ángulo de desfase.

Resp. a) $268,3 \Omega$; b) $0,373 \text{ A}$; c) $1,42 \text{ rad}$

4- Un experimentador tiene una bobina de inductancia 3 mH y desea construir un circuito cuya frecuencia de resonancia sea de 1 MHz . ¿Cuál debe ser el valor del capacitor que utilizara?

Resp. $8,44\text{E}-12 \text{ F}$

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este acumulado de animaciones presenta los cuatro posibles circuitos serie: RL, RC, LC y RLC, el desarrollo de estos con sus respectivos modelos matemáticos y diagramas de fases y fasores.

EM326C1
EM326C2
EM326C3
EM326C4
EM326C5
EM326C6
EM326C7
EM326C8
EM326C9
EM326C10

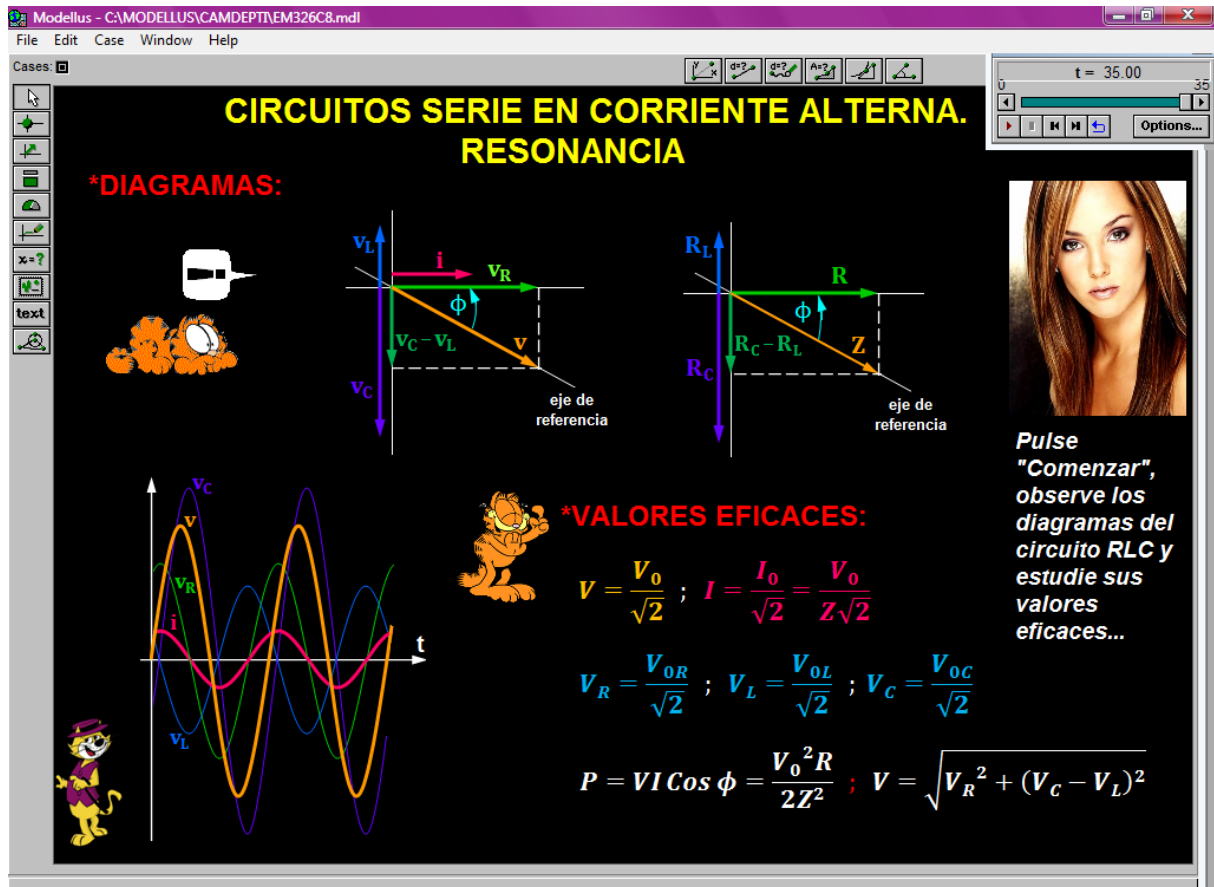
b) Ejercitativas: Este conjunto de animaciones muestra al usuario: un ejercicio resuelto de un circuito RLC, un diagrama de fases en el que se puede observar el comportamiento de la intensidad y voltaje cuando el circuito entra en resonancia y una animación que consiste en enlazar con vectores las respuestas correctas.

EM326E1
EM326E2
EM326E3

c) Lúdicas: Esta animación presenta un juego muy divertido que consiste en llevar a la nave hasta el hangar, cuando esto suceda el usuario podrá conocer el enunciado de un circuito RLC cuando entra en resonancia.

EM326L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:



Descripción:

Esta animación es de tipo conceptual, en ella se puede observar los diagramas de fases y fasores y los valores eficaces correspondientes a un circuito RLC. El usuario únicamente deberá poner atención al estudio de lo antes mencionado.

3.2.7 CIRCUITOS PARALELOS EN C.A. ANTIRRESONANCIA

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Conocer este tipo de circuitos, modelos matemáticos y sus diagramas.
- 2- Desarrollar correctamente las actividades propuestas.
- 3- Colaborar con el grupo.

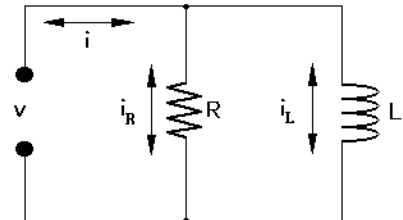
2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Aquí analizaremos el comportamiento de los cuatro posibles circuitos paralelo que implican resistores, inductores y capacitores; 1) se presentará el nombre y diagrama del circuito; 2) a continuación se desarrollarán las funciones involucradas; 3) luego se incluirán los diagramas de fasores y de fases; 4) finalmente se anotarán los valores eficaces.

a) Circuito RL paralelo en C.A.:

FUNCIONES:

$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$



Por el método de superposición de oscilaciones:

$$i_R = I_{0R} \text{Sen } \omega t$$

$$i_L = I_{0L} \text{Sen } (\omega t - \pi/2)$$

Vemos que $\delta = \pi/2$, luego:

$$i = I_0 \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

con:

$$I_0 = \sqrt{I_{0R}^2 + I_{0L}^2 - 2I_{0R}I_{0L} \cos\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{I_{0R}^2 + I_{0L}^2} = \sqrt{\frac{V_0^2}{R^2} + \frac{V_0^2}{R_L^2}} = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R_L^2}}$$

o simplemente:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}$$

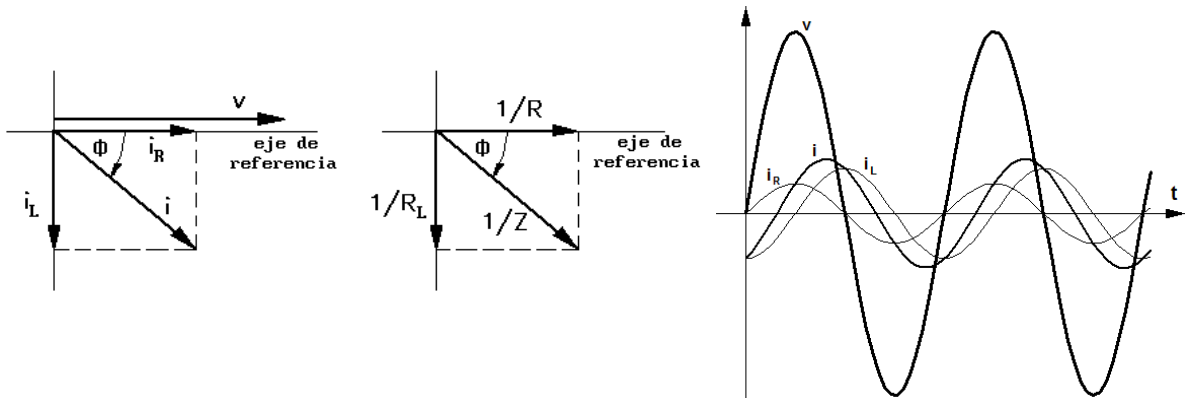
con: $\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R_L^2}}$ (inverso de la impedancia del circuito)

y:

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{I_{0R} \sin 0 + I_{0L} \sin \pi/2}{I_{0R} \cos 0 + I_{0L} \cos \pi/2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-I_{0L}}{I_{0R}} \right) = \tan^{-1} \left(-\frac{R}{R_L} \right)$$

$$p = vi = V_0 I_0 \sin \omega t \sin (\omega t + \phi)$$

DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad I_R = \frac{I_{0R}}{\sqrt{2}}; \quad I_L = \frac{I_{0L}}{\sqrt{2}}$$

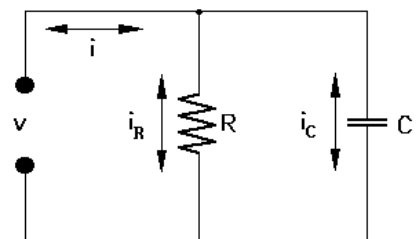
$$P = VI \cos \phi = \frac{V_0 I_0}{2} \frac{Z}{R}; \quad I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

b) Circuito RC paralelo en C.A.:

FUNCIONES:

$$v = V_0 \sin \omega t$$

$$i = I_0 \sin (\omega t + \phi)$$



con:

$$I_0 = \sqrt{I_{0R}^2 + I_{0C}^2 - 2I_{0R}I_{0C} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{2} \right)} = \sqrt{I_{0R}^2 + I_{0C}^2} = \sqrt{\frac{V_0^2}{R^2} + \frac{V_0^2}{R_C^2}} = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R_C^2}}$$

o simplemente:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}$$

con:

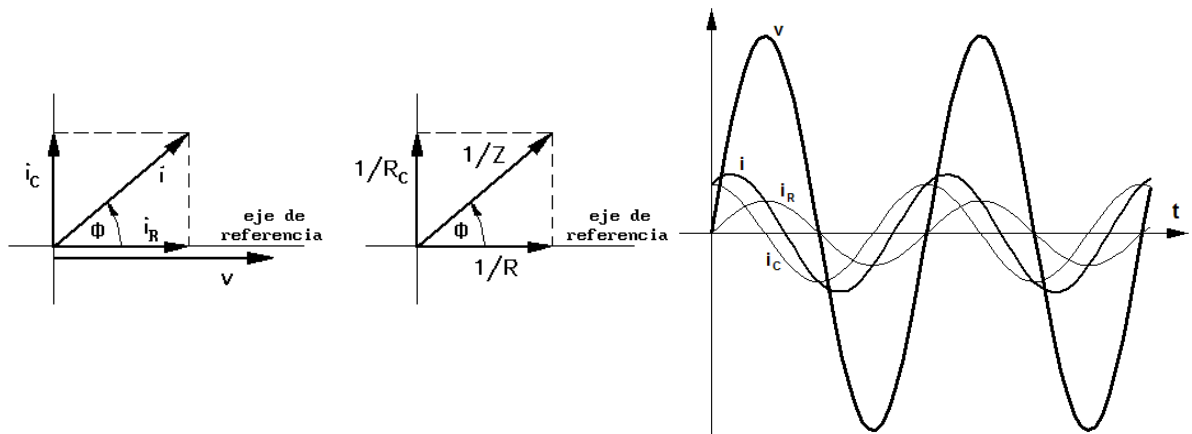
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R_C^2}}$$

y:

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{I_{0C}}{I_{0R}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{R}{R_C} \right)$$

$$p = vi = V_0 I_0 \sin \omega t \sin (\omega t + \phi)$$

DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad I_R = \frac{I_{0R}}{\sqrt{2}}; \quad I_C = \frac{I_{0C}}{\sqrt{2}}$$

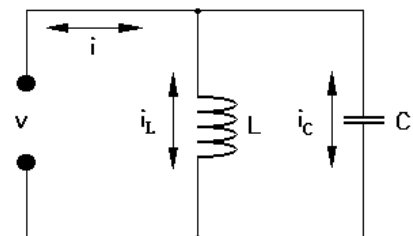
$$P = VI \cos \phi = \frac{V_0 I_0}{2} \frac{Z}{R}; \quad I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

c) Circuito LC paralelo en C.A.:

FUNCIONES:

$$v = V_0 \sin \omega t$$

$$i = I_0 \sin (\omega t + \phi)$$



con:

$$I_0 = |I_{0C} - I_{0L}| = \left| \frac{V_0}{R_C} - \frac{V_0}{R_L} \right| = V_0 \left| \frac{1}{R_C} - \frac{1}{R_L} \right|$$

o simplemente:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}$$

con:

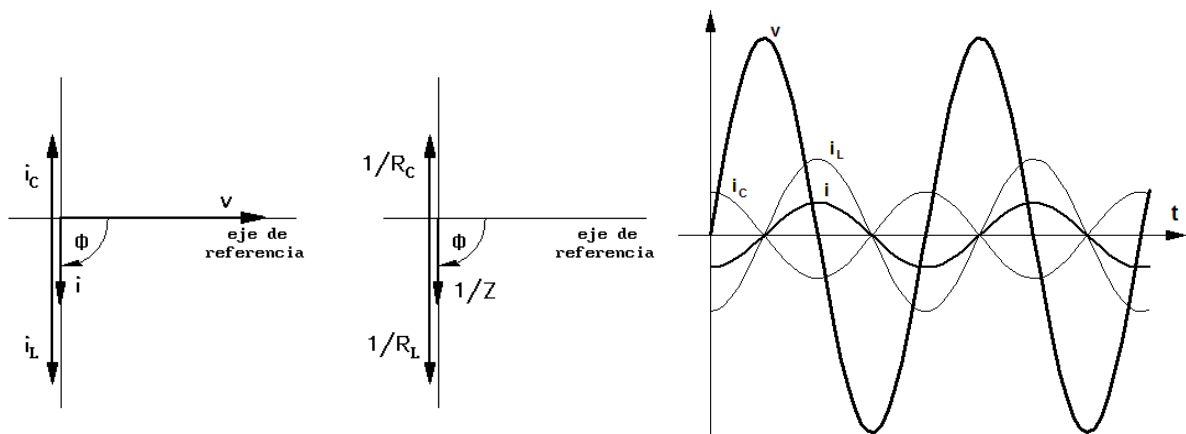
$$\frac{1}{Z} = \left| \frac{1}{R_C} - \frac{1}{R_L} \right|$$

y:

$$\phi = \begin{cases} +\pi/2 & R_C < R_L \\ -\pi/2 & R_C > R_L \end{cases}$$

$$p = vi = \pm V_0 I_0 \text{Sen } \omega t \text{Cos } \omega t$$

DIAGRAMAS:



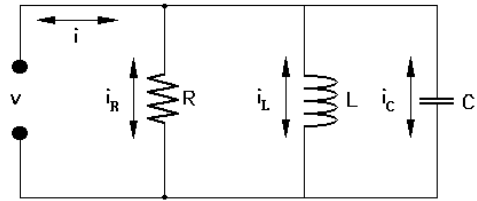
VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad I_L = \frac{I_{0L}}{\sqrt{2}}; \quad I_C = \frac{I_{0C}}{\sqrt{2}}$$

$$P = VI \cos \left(\pi/2 \right) = 0; \quad I = |I_C - I_L|$$

d) Circuito RLC paralelo en C.A.:

FUNCIONES:



$$v = V_0 \text{Sen } \omega t$$

$$i = I_0 \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

con:

$$I_0 = \sqrt{I_{0R}^2 + I_{0C}^2 - I_{0L}^2} = \sqrt{\frac{V_0^2}{R^2} + \left(\frac{V_0}{R_C} - \frac{V_0}{R_L}\right)^2} = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{R_C} - \frac{1}{R_L}\right)^2}$$

o simplemente:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}$$

con:

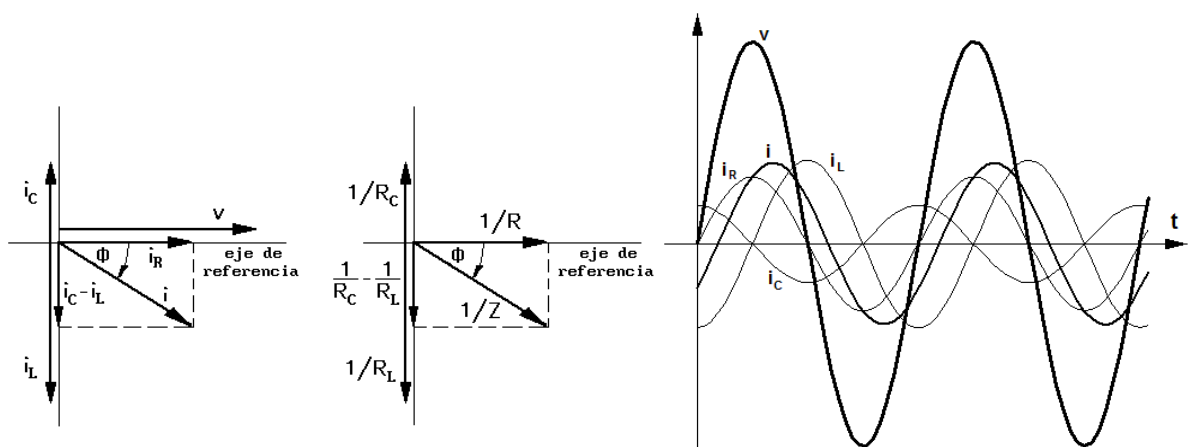
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{R_C} - \frac{1}{R_L}\right)^2}$$

y:

$$\phi = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{I_{0C} - I_{0L}}{I_{0R}} \right) = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{R R_L - R_C}{R_L R_C} \right)$$

$$p = vi = V_0 I_0 \text{Sen } \omega t \text{Sen } (\omega t + \phi)$$

DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad I_R = \frac{I_{0R}}{\sqrt{2}}; \quad I_L = \frac{I_{0L}}{\sqrt{2}}; \quad I_C = \frac{I_{0C}}{\sqrt{2}}$$

$$P = VI \cos \phi = \frac{V_0 I_0}{2} \frac{Z}{R}; \quad I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2 - I_L^2}$$

Un circuito RLC paralelo entra en antirresonancia cuando la frecuencia cíclica del voltaje aplicado coincide con la frecuencia propia del circuito, esto es cuando $\omega = 1/\sqrt{LC}$. En estas condiciones la potencia que desarrolla el circuito es la menor posible y ocurren los siguientes eventos:

$$\phi = 0$$

$$I_L = I_C$$

$$I = I_R$$

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_C}$$

es decir:

$$\frac{1}{\omega L} = \omega C$$

o también:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

de donde:

$$\omega_{ares} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

y:

$$f_{ares} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

La impedancia se reduce a:

$$Z = R$$

La intensidad es:

$$i = I_0 \text{Sen} \omega t = \frac{V_0}{R} \text{Sen} \omega t$$

La potencia es:

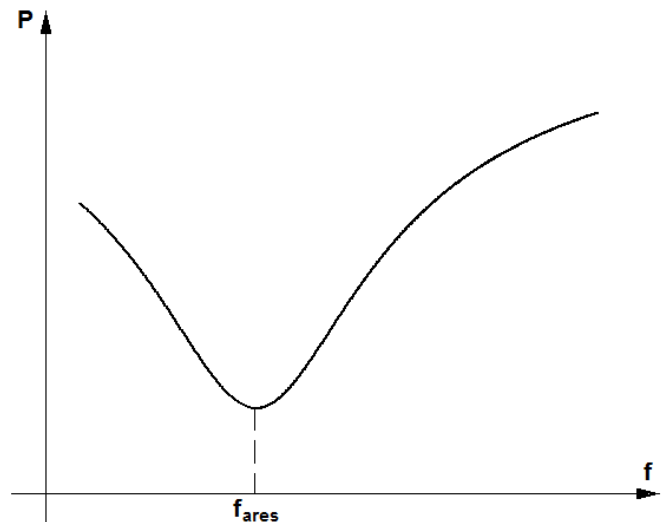
$$p = V_0 I_0 \text{Sen}^2 \omega t$$

Los valores eficaces son:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}} ; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = I_R ;$$

$$I_L = I_C = \frac{I_{0C}}{\sqrt{2}} ; \quad P = \frac{V_0 I_0}{2} = P_{\min}$$

La gráfica muestra la curva $P - f$, donde se aprecia el enorme decremento que sufre la potencia P en $f = f_{\text{ares}}$.



3) PROBLEMA MODELO:

- 1) Un circuito paralelo en C.A. comprende un resistor de $60 \, \Omega$, un inductor de $0,1 \, \text{H}$ y un capacitor de $3 \, \mu\text{F}$ conectados al voltaje $v = 150 \text{Sen} 800t$. Resuelva el circuito.

$$R_L = \omega L = 800 \cdot 0,1 = 80 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{800 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} = 416,667 \, \Omega$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{60^2} + \left(\frac{1}{416,667} - \frac{1}{80} \right)^2}$$

$$Z = 51,313 \, \Omega$$

$$I_0 = \frac{150}{51,313} = 2,923 \, \text{A}$$

$$I_{0R} = \frac{150}{60} = 2,5 \, \text{A}$$

$$I_{0L} = \frac{150}{80} = 1,875 \, \text{A}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{60 - 416,667}{80 \cdot 416,667} \right) = -0,545 \, \text{rad}$$

$$v = 150 \text{Sen} 800t$$

$$i = 2,923 \text{Sen} (800t - 9,983^\circ)$$

$$i_R = 2,5 \text{Sen} 800t$$

$$i_L = 1,875 \text{ Sen } (800t - \pi/2)$$

$$i_C = 0,360 \text{ Sen } (800t + \pi/2)$$

$$p = 438,45 \text{ Sen } 800t \text{ Sen } (800t - 9.983)$$

$$V \approx 283 \text{ V}$$

$$I = 2,990 \text{ A}$$

$$I_R = 1,414 \text{ A}$$

$$I_L = 1,8 \text{ A}$$

$$P \approx 400 \text{ W}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- Un resistor y un inductor están en paralelo cuando.....

2- Que ocurre con la potencia cuando un circuito RLC entra en antirresonancia.....

3- Algunas de las características de un circuito RLC paralelo en antirresonancia

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Un resistor de $400 \, \Omega$ y un capacitor de $6 \, \mu F$ están conectados en paralelo a 220 V a una frecuencia de 360 Hz . Determine: a) la impedancia del circuito, b) la amplitud de la corriente del circuito, c) el ángulo de desfase.

Resp. a) $72,46 \, \Omega$; b) $3,04 \text{ A}$; c) $1,4 \text{ rad}$

2- Un circuito comprende un resistor de $200 \, \Omega$, un inductor de 2 H y un capacitor de $0,5 \, \mu F$ conectados a un voltaje de 100 V y una frecuencia de 60 Hz . Halle la amplitud de la corriente: a) en el capacitor, b) en el inductor, c) en el resistor.

Resp. a) $0,02 \text{ A}$; b) $0,13 \text{ A}$ c) $0,5 \text{ A}$

3- Un circuito está compuesto por una resistencia de $300 \, \Omega$ y una inductancia de $3,4 \, H$ conectadas en paralelo, a las que se les aplica un voltaje $v = 200 \text{Sen} 120\pi t$. Determine: a) la impedancia del circuito, b) la amplitud de la corriente en el circuito, c) la función potencia del circuito.

Resp. a) $292,53 \, \Omega$; b) $0,68 \, A$; c) $p = 136 \text{Sen} 120\pi t \text{Sen} (20\pi t - 0,224)$

4- Un circuito está compuesto por una capacitancia de $5 \, \mu F$ y una inductancia de $2 \, H$ conectadas en paralelo, a las que se les aplica una fem alterna $v = 311 \text{Sen} 120\pi t$. Escriba las funciones intensidad y potencia.

Resp. $i = 0,17 \text{Sen} (20\pi t + \pi/2)$; $p = 52,87 \text{Sen} 120\pi t \text{Cos} 120\pi t$

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta los cuatro posibles circuitos paralelo: RL, RC, LC y RLC, los modelos matemáticos y diagramas de fases y fasores pertinentes.

EM327C1

EM327C2

EM327C3

EM327C4

EM327C5

EM327C6

EM327C7

EM327C8

EM327C9

b) Ejercitativas: Muestran al usuario un diagrama de fases en el que puede observar el comportamiento de la intensidad y voltaje en un circuito RLC, además un ejercicio resuelto de un circuito RLC cuando entra en antirresonancia.

EM327E1

EM327E2

c) Lúdicas: Esta animación presenta una juego muy divertido que consiste en llevar a Dexter a su laboratorio evitando chocar con el virus, al momento que alcanza la meta el estudiante podrá visualizar el enunciado sobre el circuito RLC cuando entra en antirresonancia.

EM327L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:

Modellus - C:\MODELLUS\CAMDEPT\EM327C4.mdl

File Edit Case Window Help

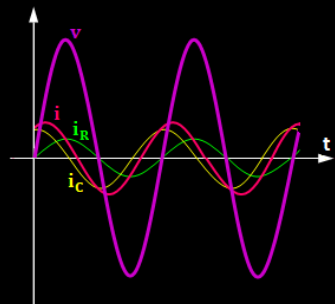
Cases: [icon]

CIRCUITOS PARALELOS EN CORRIENTE ALTERNA. ANTIRRESONANCIA

*Los diagramas para el circuito RC son:



*Sus valores eficaces son:



Pulse "Comenzar", observe detenidamente los diagramas del circuito RC y estudie sus valores eficaces...

ATENCIÓN

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}} ; I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_R = \frac{I_{0R}}{\sqrt{2}} ; I_C = \frac{I_{0C}}{\sqrt{2}}$$

$$P = VI \cos \phi = \frac{V_0 I_0 Z}{2 R} ; I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

Descripción:

Esta animación es de tipo conceptual en la que el usuario deberá poner atención ya que le servirá para realizar las actividades propuestas, en ella se puede observar los diagramas de fases y fasores y los valores eficaces correspondientes a un circuito RC en paralelo.

3.2.8 CIRCUITOS MIXTOS EN CORRIENTE ALTERNA

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Estudiar los modelos matemáticos para los circuitos mixtos.
- 2- Aplicarlos a la resolución de los problemas propuestos.
- 3- Reconocer la importancia de estos circuitos y su frecuencia en la vida real.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Llamaremos circuitos mixtos en corriente alterna a los circuitos que tienen dos o más ramales en paralelo, cada uno de los cuales, a su vez, es un circuito en serie de dos o tres de los elementos posibles. La resolución de este tipo de circuitos se hace resolviendo cada ramal, por separado, mediante los conceptos de los circuitos serie para determinar las ecuaciones de sus intensidades; luego, con éstas, mediante el método de superposición de oscilaciones se determina la intensidad total del circuito. Como muestra analizaremos el circuito de la figura:

FUNCIONES:

El voltaje de la fuente es:

$$v = V_0 \text{ Sen } \omega t$$

La intensidad del primer ramal es:

$$i_1 = \frac{V_0}{Z_1} \text{ Sen } (\omega t + \phi_1) = I_{01} \text{ Sen } (\omega t + \phi_1)$$

en donde:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + R_C^2}$$

y:

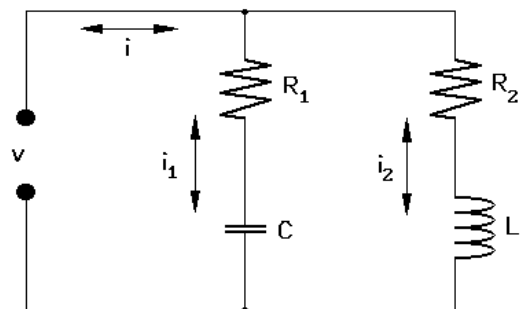
$$\phi_1 = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{R_C}{R_1} \right)$$

La intensidad del segundo ramal es:

$$i_2 = \frac{V_0}{Z_2} \text{ Sen } (\omega t + \phi_2) = I_{02} \text{ Sen } (\omega t + \phi_2)$$

en donde:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + R_L^2}$$



y:

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left(-\frac{R_L}{R_2} \right)$$

El desfase entre las dos intensidades es:

$$\delta = |\phi_2 - \phi_1|$$

de modo que la intensidad total es:

$$i = \frac{V_0}{Z} \text{Sen}(\omega t + \phi) = I_0 \text{Sen}(\omega t + \phi)$$

con:

$$I_0 = \sqrt{I_{01}^2 + I_{02}^2 - 2I_{01}I_{02} \cos(\pi - \delta)}$$

y:

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{I_{01} \text{Sen} \phi_1 + I_{02} \text{Sen} \phi_2}{I_{01} \text{Cos} \phi_1 + I_{02} \text{Cos} \phi_2} \right)$$

Para obtener una expresión de la impedancia del circuito desarrollamos la ecuación de I_0 :

$$I_0 = \sqrt{\frac{V_0^2}{Z_1^2} + \frac{V_0^2}{Z_2^2} - 2 \frac{V_0}{Z_1} \frac{V_0}{Z_2} \cos(\pi - \delta)} = V_0 \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} - \frac{2 \cos(\pi - \delta)}{Z_1 Z_2}} = \frac{V_0}{Z}$$

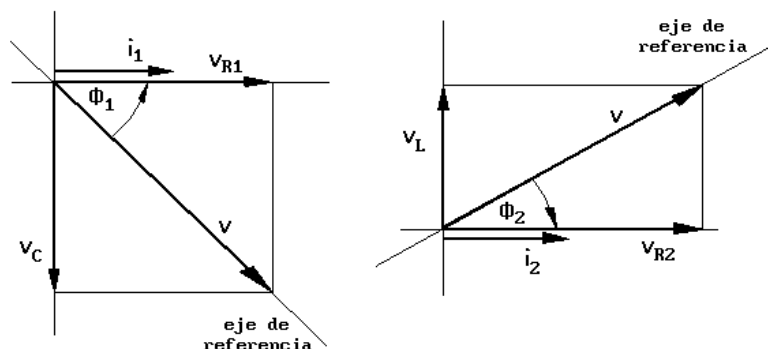
de donde:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1 Z_2} \cos \delta}$$

De quererse, se pueden obtener las expresiones para las caídas de voltaje dentro de cada ramal. La expresión de la potencia que desarrolla el circuito es:

$$p = vi = V_0 I_0 \text{Sen} \omega t \text{Sen}(\omega t + \phi)$$

DIAGRAMAS:



VALORES EFICACES:

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \quad I_1 = \frac{I_{01}}{\sqrt{2}}; \quad I_2 = \frac{I_{02}}{\sqrt{2}}$$

$$P = VI \cos \phi = \frac{V_0 I_0}{2} \cos \phi; \quad I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos \delta}$$

3) PROBLEMA MODELO:

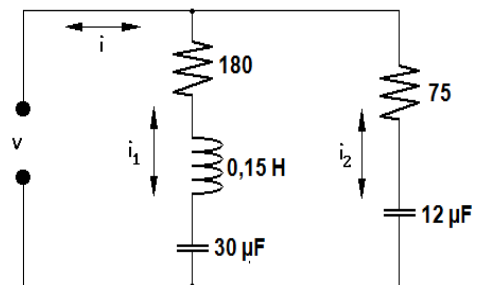
1) Resuelva el siguiente circuito, si se conecta al voltaje $v = 300 \sin 1500t$.

Ramal 1:

$$R_1 = 180 \, \Omega$$

$$R_L = \omega L = 1500 \cdot 0,15 = 225 \, \Omega$$

$$R_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{1500 \cdot 30E-6} = 22,22 \, \Omega$$



$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (R_{C1} - R_L)^2} = \sqrt{180^2 + (22,22 - 225)^2} = 271,145 \, \Omega$$

$$I_{01} = \frac{V_0}{Z_1} = \frac{300}{271,145} = 1,106 \, A$$

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left(\frac{R_{C1} - R_L}{R_1} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{22,22 - 225}{180} \right) = -0,845 \, rad$$

Ramal 2:

$$R_2 = 75 \, \Omega$$

$$R_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{1500 \cdot 12E-6} = 55,556 \, \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + R_{C2}^2} = \sqrt{75^2 + 55,556^2} = 93,335 \, \Omega$$

$$I_{02} = \frac{V_0}{Z_2} = \frac{300}{93,335} = 3,214 \, A$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left(\frac{R_{C2}}{R_2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{55,556}{75} \right) = 0,638 \, rad$$

Luego:

$$\delta = |0,638 + 0,845| = 1,123 \, rad$$

$$I_0 = \sqrt{1,106^2 + 3,214^2 - 2 \cdot 1,106 \cdot 3,214 \cos(-1,951)} = 12,986 \, A$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{1,106 \sin(-0,845) + 3,214 \sin 0,638}{1,106 \cos(-0,845) + 3,214 \cos 0,638} \right) = 0,317 \text{ rad}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{271,145^2} + \frac{1}{93,335^2} + \frac{2}{271,145 \cdot 93,335} \cos 1,123}$$

$$Z = 8,323 \Omega$$

Entonces, tenemos:

Funciones:

$$v = 300 \sin 1500t$$

$$i = 2,986 \sin(1500t + 0,317)$$

$$i_1 = 1,106 \sin(1500t - 0,845)$$

$$i_2 = 3,214 \sin(1500t + 0,638)$$

$$p = 895,8 \sin 1500t \sin(1500t + 0,317)$$

Valores eficaces:

$$V \approx 212 \text{ V}$$

$$I = 2,111 \text{ A}$$

$$I_1 = 0,782 \text{ A}$$

$$I_2 = 2,273 \text{ A}$$

$$P = 425,583 \text{ W}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- Llamaremos circuitos mixtos a.....
.....

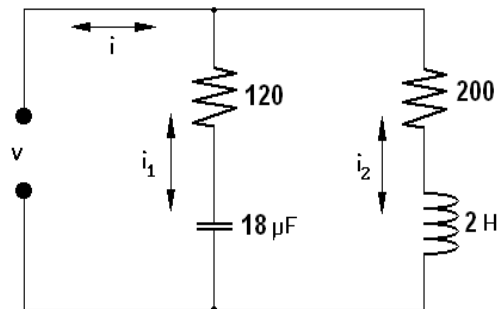
2- Describa cómo resolver este tipo de circuitos.....
.....

3- La expresión para la impedancia del circuito es:

.....

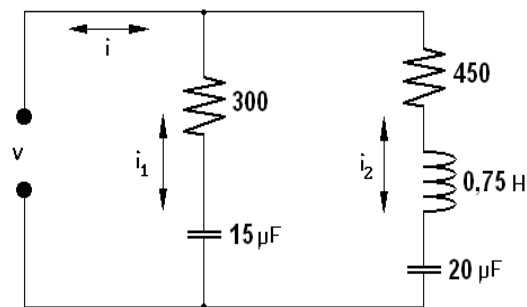
a) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Resuelva el circuito de la figura si se conecta al voltaje $v = 200\text{Sen}120\pi t$.



$$\begin{aligned} \text{Resp. } v &= 200\text{Sen}120\pi t ; i = 0,92 \text{ Sen } (20\pi t + 0,657) ; i_1 = 1,05 \text{ Sen } (20\pi t + 0,887) ; \\ i_2 &= 0,26 \text{ Sen } (20\pi t - 1,312) ; p = 184 \text{ Sen } 120\pi t \text{ Sen } (20\pi t + 0,657) \\ V &= 141,42 \text{ V} ; I = 0,651 \text{ A} ; I_1 = 0,742 \text{ A} ; I_2 = 0,184 \text{ A} ; P = 72,85 \text{ W} \end{aligned}$$

2- Resuelva el circuito de la figura si se conecta al voltaje $v = 350\text{Sen}180\pi t$.



$$\begin{aligned} \text{Resp. } v &= 350\text{Sen}180\pi t ; i = 1,514 \text{ Sen } (80\pi t + 0,017) ; i_1 = 1,09 \text{ Sen } (80\pi t + 0,374) \\ i_2 &= 0,623 \text{ Sen } (80\pi t - 0,641) ; p = 529,9 \text{ Sen } 180\pi t \text{ Sen } (80\pi t + 0,017) \\ V &= 247,49 \text{ V} ; I = 1,071 \text{ A} ; I_1 = 0,771 \text{ A} ; I_2 = 0,441 \text{ A} ; P = 264,912 \text{ W} \end{aligned}$$

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con el tema: Circuitos mixtos en corriente alterna, modelos matemáticos y diagramas de fases y fasores pertinentes.

EM328C1

EM328C2

b) Ejercitativas: Estas animaciones presentan un ejercicio resuelto, el usuario deberá estudiarlo paso a paso, además muestra un diagrama de fases en el que se puede observar el comportamiento de la intensidad y el voltaje en un circuito mixto.

EM328E1

EM328E2

c) Lúdicas: Esta animación es puramente interactiva ya que el usuario estará mostrando sus destrezas manuales y motrices.

EM328L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:



Descripción:

Esta animación es de tipo lúdica, el usuario tiene que observar bien el dibujo inicial, luego armarlo en orden en el que están las fichas de tal manera que cada vez que acierte aparecerá una parte de la frase escondida, al final se podrá visualizar toda la frase y el diagrama de un circuito mixto.

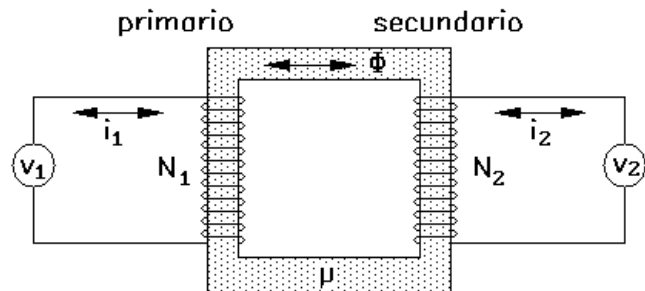
3.2.9 INDUCCIÓN MUTUA Y AUTOINDUCCIÓN. TRANSFORMADORES

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Conocer expresiones concretas de inducción mutua y autoinducción.
- 2- Desarrollar correctamente los problemas propuestos.
- 3- Colaborar con el grupo.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

Aunque en el tema 3.1.7 se definió la autoinductancia o autoinducción, aquí conoceremos algo más al respecto, considerando que las intensidades de corriente eléctrica involucradas son funciones del tiempo. Consideremos el arreglo de la figura 3.2.5.1 que es el esquema o diagrama de un transformador. Las bobinas



F i g u r a 3 . 2 . 9 . 1

primaria o inductora y secundaria o inducida pueden ser solenoides, multiplicadores u otras formas de bobina. Aquí supondremos que son solenoides, entonces el flujo magnético Φ originado por la bobina primaria y que recorre el circuito magnético de permeabilidad μ es:

$$\Phi = BS = \frac{\mu N_1 i}{l} S = \frac{\mu N_1 S}{l} i$$

Puesto que este flujo al ser canalizado por el núcleo magnético atraviesa la bobina secundaria, ésta induce un voltaje secundario v_2 dado por:

$$v_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu N_1 S}{l} i \right) = -N_2 S \frac{d}{dt} \left(\frac{\mu N_1 i}{l} \right) = -N_2 S \frac{\mu N_1}{l} \frac{di}{dt}$$

es decir:

$$v_2 = - \frac{\mu N_1 N_2 S}{l} \frac{di}{dt} \quad (a)$$

La expresión $\frac{\mu N_1 N_2 S}{l}$ se denomina "coeficiente de inducción mutua" de las dos bobinas enlazadas magnéticamente; se trata de una cantidad escalar que se expresa en henrios, H :

$$M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{l} \quad (3.2.9.1)$$

Para el caso de dos multiplicadores, el coeficiente de inducción mutua es:

$$M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{2R} \quad (3.2.9.2)$$

Ahora bien, el flujo originado por la bobina primaria también la atraviesa y ésta autoinduce un voltaje primario v_1 dado por:

$$v_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} = -N_1 S \frac{\mu N_1}{l} \frac{di}{dt}$$

es decir:

$$v_1 = -\frac{\mu N_1^2 S}{l} \frac{di}{dt} \quad (b)$$

La expresión $\frac{\mu N_1^2 S}{l}$ se denomina "coeficiente de autoinducción" del solenoide y se expresa también en henrios, esto es:

$$L = \frac{\mu N_1^2 S}{l} \quad (3.2.9.3)$$

Para el caso de un multiplicador es:

$$L = \frac{\mu N_1^2 S}{2R} \quad (3.2.9.4)$$

Si multiplicamos y dividimos la ecuación (a) por N_1 tenemos:

$$v_2 = -\frac{\mu N_1^2 N_2 S}{l N_1} \frac{di}{dt} = \frac{N_2}{N_1} \left(-\frac{\mu N_1^2 S}{l} \frac{di}{dt} \right)$$

pero el factor entre paréntesis, según la ecuación (b), es v_1 , luego:

$$v_2 = \frac{N_2}{N_1} v_1$$

de donde, tomando los valores eficaces:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (c)$$

Suponiendo que el sistema de la figura 3.2.5.1 fuera conservativo, la potencia desarrollada en el primario será igual a la del secundario, luego, en valores eficaces:

$$I_1 V_1 = I_2 V_2$$

de donde:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad (d)$$

La fusión de las ecuaciones (c) y (d) da:

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}} \quad (3.2.9.5)$$

que es la "ecuación de un transformador", dispositivo que aprovechando las leyes del electromagnetismo y de la inducción electromagnética es capaz de subir un voltaje alterno bajando la intensidad y viceversa. Si el transformador presenta pérdidas por calor, corrientes de Foucault, onda electromagnética, etc., los valores de voltaje y/o intensidad en el secundario serán menores que los teóricos; por ello conviene introducir el concepto de "rendimiento del transformador" mediante:

$$\boxed{\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2 V_2}{I_1 V_1}} \quad (3.2.9.6)$$

por lo que:

$$V_2 = \eta \frac{I_1 V_1}{I_2} = \eta \frac{N_2 V_1}{N_1}$$

e:

$$I_2 = \eta \frac{I_1 V_1}{V_2} = \eta \frac{I_1 N_1}{N_2}$$

Utilizando el concepto de autoinducción podemos reescribir la ley de Faraday-Henry-Lenz en la siguiente forma práctica:

$$\boxed{v = -L \frac{di}{dt}} \quad (3.2.9.7)$$

Los transformadores pueden ser, al igual que los generadores de C.A., monofásicos y trifásicos. Las aplicaciones de los transformadores son abundantes, tanto en los electrodomésticos como en los grandes sistemas de transmisión de energía eléctrica.

3) PROBLEMAS MODELO:

- 1) Halle el coeficiente de autoinducción de un solenoide de 1500 espiras, en vacío y 25 cm de longitud, enrollado sobre un molde cuadrado de 3 cm de lado.

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1500^2 \cdot 0,03^2}{0,25}$$

$$L = 0,010 \text{ H}$$

- 2) Sobre un molde cilíndrico de 15 cm de radio, en aire seco, se enrollan dos multiplicadores de 700 y 1 800 espiras. Halle el coeficiente de inducción mutua.

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{2R}$$

$$M = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 700 \cdot 1800 \cdot \pi \cdot 0,15^2}{2 \cdot 0,15}$$

$$M = 0,373 \text{ H}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

- 1- En función de la variación del flujo magnético, el coeficiente de autoinducción se determina mediante:

.....

- 2- Los transformadores pueden ser:.....

.....
.....

- 3- Las bobinas primaria y secundaria pueden ser.....

.....
.....

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- La inductancia mutua entre el primario y el secundario de un transformador es de $0,30\text{ H}$. Calcúlese la fem inducida en la bobina secundaria cuando la corriente en la primaria cambia a razón de 4 A/s .

Resp. $1,2\text{ V}$

2- El núcleo de hierro de un solenoide tiene 40 cm de longitud y una sección transversal de 5 cm^2 y se ha devanado con 10 vueltas de alambre por centímetro de longitud. Calcúlese la inductancia del solenoide, suponiendo que la permeabilidad relativa del hierro es constante a 500 .

Resp. $0,13\text{ H}$

3- Un transformador reductor se utiliza en una línea de $2,2\text{ kV}$ para suministrar 110 V . ¿Cuántas vueltas hay en el primario si el secundario tiene 25 vueltas?

Resp. 500 vueltas

4- Un transformador reductor se utiliza en una línea de 1650 V para suministrar 45 A a 110 V . ¿Qué corriente se extrae de la línea?. Suponga una eficiencia de 100% .

Resp. 3 A

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con el tema: Inducción mutua y autoinducción, Transformadores, modelos matemáticos correspondientes. Las expresiones matemáticas se expresan en forma diferencial.

EM329C1

EM329C2

EM329C3

EM329C4

b) Ejercitativas: Muestran al usuario la parte ejercitativa: ejercicios resueltos que sirven de modelo para desarrollar las actividades propuestas y una animación en la que el estudiante debe enlazar con vectores los enunciados con las respectivas expresiones matemáticas.

EM329E1

EM329E2

EM329E3

c) Lúdicas: Esta animación muestra una manera muy divertida de reforzar lo aprendido ya que pide al usuario que enlace correctamente cada enunciado con su respectiva ecuación, en caso de unir incorrectamente el juego se detiene. Por ello el estudiante tendrá que estudiar mucho la parte teórica-conceptual.

EM329L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:

Modellus - C:\MODELLUS\CAMDEPT\EM329C4.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: [icon]

INDUCCION MUTUA Y AUTOINDUCCION. TRANSFORMADORES

El transformador es un dispositivo que aprovecha las leyes del electromagnetismo y de la inducción electromagnética, es capaz de subir un voltaje alterno bajando la intensidad y viceversa. Si éste presenta pérdidas por calor, corrientes de Foucault, onda electromagnética, etc., los valores de voltaje y/o intensidad en el secundario serán menores que los teóricos.

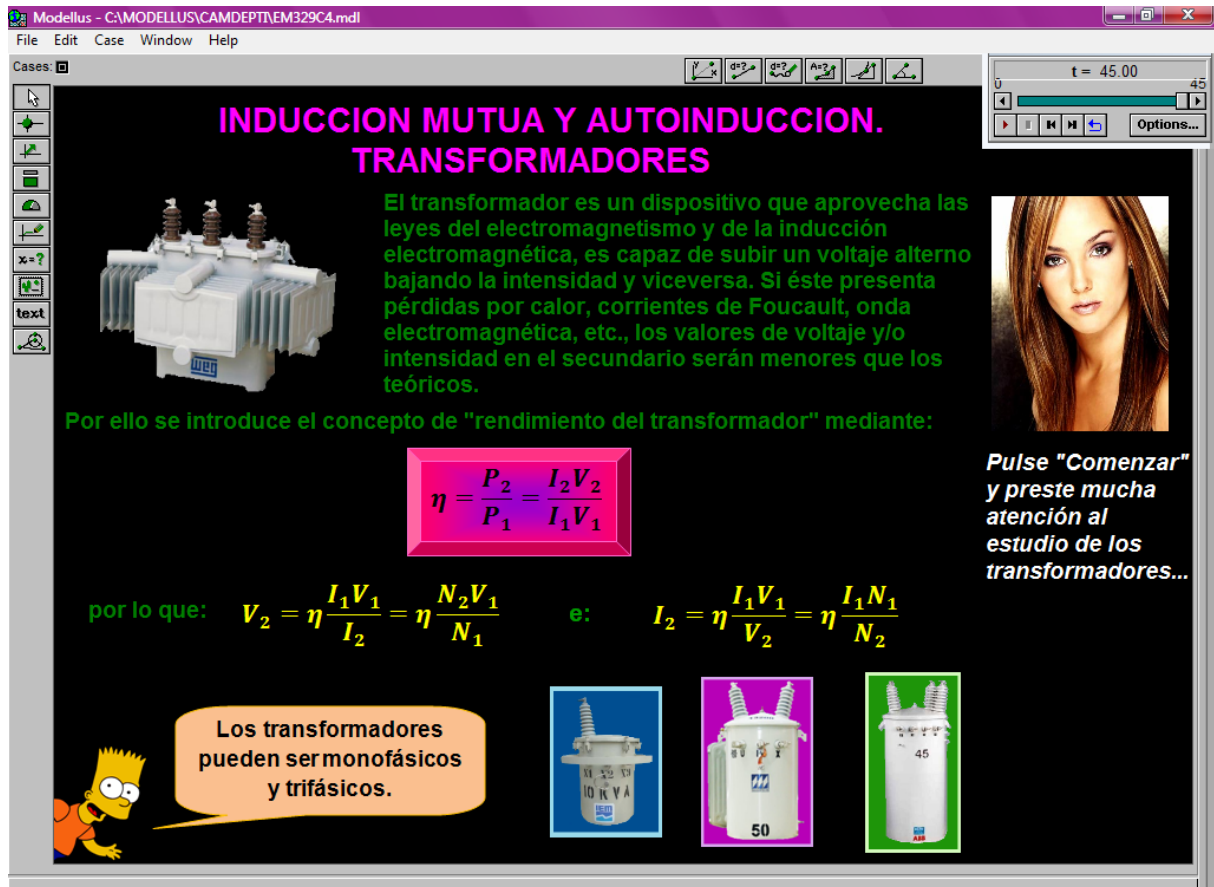
Por ello se introduce el concepto de "rendimiento del transformador" mediante:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2 V_2}{I_1 V_1}$$

por lo que: $V_2 = \eta \frac{I_1 V_1}{I_2} = \eta \frac{N_2 V_1}{N_1}$ e: $I_2 = \eta \frac{I_1 V_1}{V_2} = \eta \frac{I_1 N_1}{N_2}$

Los transformadores pueden ser monofásicos y trifásicos.

Pulse "Comenzar" y preste mucha atención al estudio de los transformadores...



Descripción:

Esta es una animación conceptual, presenta al usuario el concepto de un transformador, el modelo matemático de su rendimiento y muestra los diferentes tipos de transformadores.

3.2.10 ECUACIONES DE MAXWELL

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Conocer y aprender las ecuaciones de Maxwell.
- 2- Aplicarlas correctamente a los problemas propuestos.
- 3- Colaborar activamente con el trabajo grupal.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

En este tema se reúnen y agrupan cuatro ecuaciones que fueron desarrolladas a lo largo de este texto y que se conocen como las "ecuaciones de Maxwell". Se trata de relaciones entre los campos eléctrico y magnético que, como ya veremos, son el sustento teórico de las ondas electromagnéticas. Un campo eléctrico estático $\vec{E}$ o $\vec{D}$ puede existir en ausencia de un campo magnético $\vec{H}$ o $\vec{B}$; similarmente, un campo magnético estático puede existir en ausencia de un campo eléctrico. Son ejemplos de estas dos situaciones un capacitor cargado con carga constante Q y un conductor con corriente constante I . Sin embargo, si el campo eléctrico $\vec{E}$ o $\vec{D}$ es función del tiempo, necesariamente tiene asociado un campo magnético $\vec{H}$ o $\vec{B}$ y viceversa. Las ecuaciones de Maxwell establecen las relaciones entre dichos campos y en su forma más general se presentan en la tabla 3.2.10.1.

FORMA DIFERENCIAL	FORMA INTEGRAL	NOMBRE
$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ (3.2.1.7)	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ (3.2.1.6)	Ley de Faraday-Henry.
$\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (3.2.3.3)	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \left(\sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$ (3.2.3.4)	Ley de Ampère.
$\text{div } \vec{D} = \rho$ (2.1.7.4)	$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \rho dv$ (2.1.7.3)	Ley de Gauss.
$\text{div } \vec{B} = 0$ (3.1.2.5)	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ (3.1.2.7)	Inexistencia de monopolos magnéticos.

Tabla 3.2.10.1

Para espacio vacío, éstas se reducen a las expresiones presentadas en la tabla 3.2.10.2:

FORMA DIFERENCIAL	FORMA INTEGRAL
$\text{rot } \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$
$\text{rot } \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$
$\text{div } \vec{D} = 0$	$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$
$\text{div } \vec{B} = 0$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

Tabla 3.2.10.2

Ahora veremos qué pasa al considerar las ondas $\vec{E} = E_0 f(k, z, t) \vec{j}$ & $\vec{B} = B_0 f(k, y, t) \vec{k}$ en vacío. Al desarrollar las dos primeras ecuaciones de Maxwell se tiene:

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \vec{k} = -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \vec{i} - \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \vec{j} - \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \vec{k}$$

(a)

$$\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \vec{k} = \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \vec{i} + \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \vec{k}$$

(b)

que para el caso concreto de las ondas anotadas toman la forma:

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} \vec{i} + \frac{\partial E_y}{\partial x} \vec{k} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \vec{k}$$

de donde:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (1)$$

y:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \vec{j} = \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \vec{j}$$

y de allí:

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (2)$$

Derivando (1) con respecto a x y (2) con respecto a t obtenemos:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t \partial x} \quad (3)$$

y:

$$-\frac{\partial^2 H_z}{\partial x \partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (4)$$

De (3):

$$-\frac{\partial^2 H_z}{\partial x \partial t} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \quad (5)$$

que al combinar con (4) da:

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}} \quad (3.2.10.1)$$

En forma similar se obtiene:

$$\boxed{\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}} \quad (3.2.10.2)$$

Las ecuaciones (3.2.10.1) y (3.2.10.2) corresponden a ondas que se propagan en la dirección X con velocidad:

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}} \quad (3.2.10.3)$$

Aunque las tres ecuaciones anteriores se obtuvieron para los casos particulares $\vec{E}$ & $\vec{H}$ considerados, son de validez universal; en consecuencia, todo campo $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ tiene asociado un campo $\vec{H} = \vec{H}(\vec{r}, t)$ perpendicular, de modo que constituyen un todo inseparable denominado "onda electromagnética". Estas ondas obedecen a todos los fenómenos y formulación matemática de cualquier otra onda y se propagan en la dirección definida por el producto cruz $\vec{E} \times \vec{H}$.

3) PROBLEMA MODELO:

$$1) \text{ En vacío } \vec{D} = D_0 \text{ Sen } (\omega t + Kz) \vec{j}. \text{ Demuestre que } \vec{B} = -\frac{\mu_0 \omega D_0}{K} \text{ Sen } (\omega t + Kz) \vec{j}.$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \text{rot } \vec{D} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

A partir de la primera ecuación de Maxwell:

$$\frac{1}{\epsilon_0} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_0 \text{Sen}(\omega t + Kz) & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \begin{vmatrix} D_0 K \text{Cos}(\omega t + Kz) \vec{j} \\ - \\ \end{vmatrix} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$d\vec{B} = -\frac{D_0 K}{\epsilon_0} \text{Cos}(\omega t + Kz) \vec{j} dt$$

$$\vec{B} = -\frac{D_0 K}{\epsilon_0 \omega} \text{Sen}(\omega t + Kz) \vec{j} = -\frac{D_0 K \omega}{\epsilon_0 \omega^2} \text{Sen}(\omega t + Kz) \vec{j}$$

$$\vec{B} = -\frac{D_0 K \omega}{\epsilon_0 \frac{K^2}{\epsilon_0 \mu_0}} \text{Sen}(\omega t + Kz) \vec{j}$$

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 \omega D_0}{K} \text{Sen}(\omega t + Kz) \vec{j}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- Las ecuaciones de Maxwell tratan de las relaciones que existen entre.....
.....

2- Una onda electromagnética se propaga.....
.....

3- Las ecuaciones que se propagan en la dirección X con velocidad $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ son:
..... y

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Sean $\vec{E} = 60\pi e^{i(E8t + Kz)}\vec{i}$ y $\vec{H} = H_0 e^{i(E8t + Kz)}\vec{j}$ en vacío. Halle H_0 y K .

Resp. $-0,25 \text{ V/m}$; $2/3 \text{ rad/m}$

2- Sea $\vec{H} = H_0 e^{i(\omega t - Kz)}\vec{i}$ en vacío. Halle $\vec{E}$.

3- En una región homogénea no conductora la permeabilidad $\mu_r = 1$. Halle ϵ_r y ω si

$\vec{E} = 45\pi e^{i(\omega t - 3y/2)}\vec{k}$ y $\vec{H} = e^{i(\omega t - 3y/2)}\vec{j}$.

Resp. $7,11$; $1,7E8 \text{ V/m}$

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con las Ecuaciones de Maxwell, modelos matemáticos correspondientes. Las expresiones matemáticas se expresan en forma diferencial e integral.

EM3210C1

EM3210C2

b) Ejercitativas: Presentan ejercicios resueltos, además una animación en la que el usuario va a interactuar con el computador ya que consiste en determinar si ciertos enunciados son verdaderos o falsos, poniendo en evidencia lo aprendido a través de las animaciones conceptuales.

EM3210E1

EM3210E2

EM3210E3

c) Lúdicas: Esta animación presenta al usuario un juego muy divertido que pondrá a prueba sus capacidades manuales y motrices.

EM3210L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:



Descripción:

Esta animación es de tipo lúdica, consiste en llevar al pitufo hasta la casa, evitando chocar con las paredes y con el gato, si el usuario llega a la meta se hará acreedor de un premio, el cual consiste en visualizar las ecuaciones de Maxwell.

3.2.11 ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. SOLUCIONES

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Aplicar el conocimiento previo a situaciones concretas.
- 2- Aplicar los conocimientos para resolver los problemas propuestos.
- 3- Trabajar mancomunadamente con el grupo.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

En este tema averiguaremos las expresiones concretas de los campos $\vec{E}$ y $\vec{H}$, así como las de la velocidad de la onda electromagnética U y su correspondiente longitud de onda λ en diferentes medios. Supongamos que los campos eléctrico y magnético son funciones armónicas dadas por $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ y $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\omega t}$, entonces las ecuaciones de Maxwell se convierten en:

$$\text{rot } \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + i\omega\epsilon\vec{E} \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad ; \quad \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (3)$$

$$\text{div } \vec{H} = \text{div } \vec{B} = 0 \quad (4)$$

De (1) y (2) y utilizando la identidad vectorial $\text{rot } (\text{grad } \vec{A}) = \text{grad } (\text{div } \vec{A}) - \text{lap } \vec{A}$ así como (3) y (4) se obtiene:

$$\text{rot } (\text{grad } \vec{E}) = \text{grad } (\text{div } \vec{E}) - \text{lap } \vec{E} = -\text{lap } \vec{E} \quad (5)$$

y:

$$\text{rot } (\text{grad } \vec{H}) = \text{grad } (\text{div } \vec{H}) - \text{lap } \vec{H} = -\text{lap } \vec{H} \quad (6)$$

que para los campos supuestos se convierten en:

$$-\text{lap } \vec{E} = \text{rot } (i\omega\mu\vec{H}) = i\omega\mu (\text{rot } \vec{H}) = i\omega\mu (\vec{J} + i\omega\epsilon\vec{E})$$

y:

$$-\text{lap } \vec{H} = \text{rot } (\vec{J} + i\omega\epsilon\vec{E}) = \vec{J} + i\omega\epsilon (\text{rot } \vec{E}) = \vec{J} + i\omega\epsilon (-i\omega\mu\vec{H})$$

es decir:

$$\begin{aligned} \text{lap } \vec{E} &= i\omega\mu (\vec{J} + i\omega\epsilon\vec{E}) = \gamma^2 \vec{E} \\ \text{lap } \vec{H} &= i\omega\mu \vec{J} + i\omega\epsilon (-i\omega\mu\vec{H}) = \gamma^2 \vec{H} \end{aligned}$$

(3.2.11.1)

en donde $\gamma^2 = i\omega\mu\sigma + i\omega\varepsilon$, que es compleja y cuya raíz es $\gamma = \alpha + Ki$, es la "constante de propagación" con:

$$\boxed{\begin{aligned}\alpha &= \omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1 \right]} \\ K &= \omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1 \right]}\end{aligned}} \quad (3.2.11.2)$$

siendo las unidades el Np/m para el "factor de atenuación", α , y el rad/m para la "frecuencia cíclica espacial" o "constante de corrimiento de fase", K .

Las soluciones cartesianas de la ecuación (3.2.11.1), suponiendo que $\vec{E} = E_x \vec{i}$ y $\vec{H} = H_y \vec{j}$ propagándose en la dirección +Z son:

$$\vec{E} = E_0 e^{\pm\gamma z} e^{i\omega t} \vec{i} \quad \& \quad \vec{H} = H_0 e^{\pm\gamma z} e^{i\omega t} \vec{j}$$

La razón E_x/H_y es característica del medio y se denomina "impedancia intrínseca del medio", que se expresa en ohmios, Ω , y se simboliza con η :

$$\eta = \frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma + i\omega\varepsilon}}$$

o, en forma polar:

$$|\eta| = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\sqrt[4]{1 + (\sigma/\omega\varepsilon)^2}}; \quad \theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \quad 0 \leq \theta \leq \pi/4$$

$$\eta = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\sqrt[4]{1 + (\sigma/\omega\varepsilon)^2}} \angle \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$$

a) Soluciones para medios parcialmente conductores:

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= E_0 e^{-\alpha z} e^{i\omega t - Kz} \vec{j} \\
 \vec{H} &= \frac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z} e^{i\omega t - Kz - \theta} \vec{j} \\
 U &= \frac{\omega}{K} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right]}} \\
 \lambda &= \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right]}}
 \end{aligned}
 \tag{3.2.11.3}$$

en donde U y λ representan la velocidad de la onda y su longitud de onda, respectivamente.

b) Soluciones para dieléctricos perfectos:

$$\sigma = 0 ; \alpha = 0 ; K = \omega\sqrt{\mu\epsilon} ; \eta = \sqrt{\mu/\epsilon} \angle 0^\circ$$

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= E_0 e^{i\omega t - Kz} \vec{j} \\
 \vec{H} &= \frac{E_0}{|\eta|} e^{i\omega t - Kz} \vec{j} \\
 U &= \frac{\omega}{K} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \\
 \lambda &= \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}
 \end{aligned}
 \tag{3.2.11.4}$$

c) Soluciones para espacio vacío:

Son casos particulares de las anteriores, tales que:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = 8,85E-12 \text{ F/m} ; \mu = \mu_0 = 4\pi E-7 \text{ H/m} ; \eta = \eta_0 = 120\pi \Omega ; U = c = 3E8 \text{ m/s}$$

d) Soluciones para buenos conductores:

$$\sigma \gg \omega\varepsilon \therefore \frac{\omega\varepsilon}{\sigma} \rightarrow 0 ; \alpha = K = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu \sigma} ; \eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \angle \pi/4$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - Kz)} \vec{i} \\ \vec{H} &= \frac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - Kz - \pi/4)} \vec{j} \\ U &= \frac{\omega}{K} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} = \omega\delta \\ \lambda &= \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = 2\pi\delta \end{aligned} \quad (3.2.11.5)$$

en donde:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \frac{1}{\alpha} \quad (3.2.11.6)$$

es la "profundidad de penetración" en metros.

3) PROBLEMA MODELO:

- 1) Determine la constante de propagación γ para un material de $\mu_r = 3$, $\varepsilon_r = 12$, $\sigma = 0,85 \text{ pS/m}$, si la frecuencia de la onda es 12 MHz .

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{0,85E-12}{2\pi \cdot 12E6 \cdot 12 \cdot 8,85E-12} = 1062E-9 \approx 0$$

luego: $\alpha = 0$

$$K = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = 2\pi f \frac{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}{c}$$

$$K = 2\pi \cdot 12E6 \frac{\sqrt{3 \cdot 12}}{3E8}$$

$$K = 0,151$$

$$\gamma = \alpha + Ki = 0,151i$$

$$\gamma = 0,151 \text{ m}^{-1}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

1- La expresión para la profundidad de penetración es:

.....

2- U y λ representan.....

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Una onda electromagnética con una frecuencia de 65 Hz viaja en un material dieléctrico con $\epsilon_r = 3,64$ y $\mu_r = 5,18$ a esta frecuencia. El campo eléctrico tiene una amplitud de $7,2E-2 \text{ V/m}$. Determinar: a) ¿Cuál es la rapidez de propagación de la onda?, b) ¿Cuál es la amplitud del campo magnético?.

Resp. a) $69\,068\,745,8 \text{ m/s}$; b) $1062596,1 \text{ m}$; c) $1,6E-4$

2- Halle la profundidad de penetración a una frecuencia de $5,3 \text{ MHz}$ en el aluminio, si $\sigma = 45,7 \text{ MS/m}$ y $\mu_r = 1,3$. Además determine la constante de propagación γ .

Resp. $3,234E-5 \text{ m}$; $\gamma = 30,921E3 + 30,921E3i$

3- Una onda electromagnética con una longitud de onda de 435 nm viaja en vacío en la dirección $-z$. El campo eléctrico tiene una amplitud de $2,70E-12 \text{ V/m}$ y es paralelo al eje de las x. ¿Cuál es: a) la frecuencia, b) la amplitud del campo magnético?

Resp. a) $6,89E14 \text{ Hz}$; b) $7,16E-5 \text{ T}$

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con las Ondas electromagnéticas, modelos matemáticos, además las Soluciones a estas ondas para diferentes medios.

EM3211C1

EM3211C2

EM3211C3

EM3211C4

b) Ejercitativas: Este grupo de animaciones muestra la parte ejercitativa, en este caso el usuario se limita simplemente a estudiar el desarrollo de los ejercicios ya que estos son la aplicación de lo aprendido.

EM3211E1

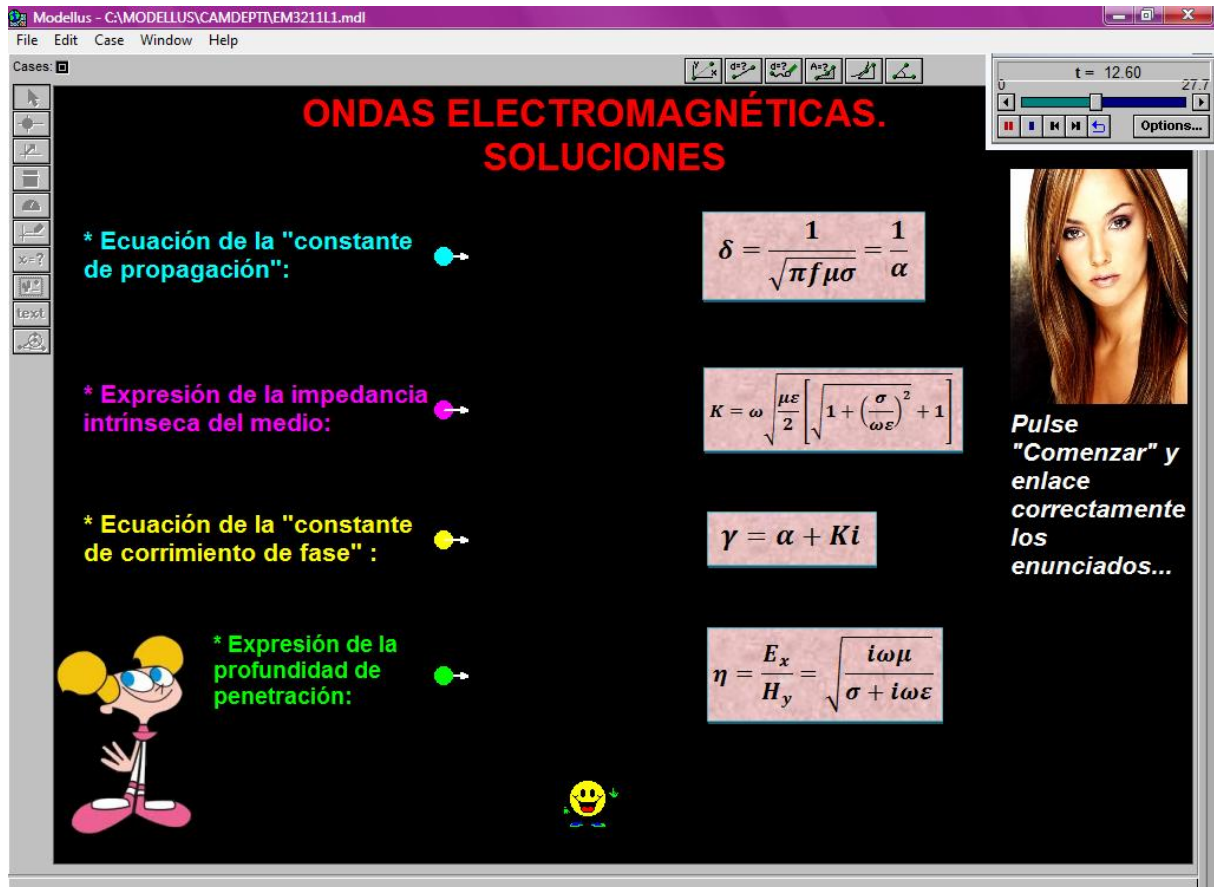
EM3211E2

EM3211E3

c) Lúdicas: Esta animación presenta al estudiante una forma muy interesante y divertida de poner a prueba sus conocimientos.

EM3211L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:



ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. SOLUCIONES

- * Ecuación de la "constante de propagación":
$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \frac{1}{\alpha}$$
- * Expresión de la impedancia intrínseca del medio:
$$K = \omega \sqrt{\frac{\mu \epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} + 1 \right]}$$
- * Ecuación de la "constante de corrimiento de fase":
$$\gamma = \alpha + Ki$$
- * Expresión de la profundidad de penetración:
$$\eta = \frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{i \omega \mu}{\sigma + i \omega \epsilon}}$$

Pulse "Comenzar" y enlace correctamente los enunciados...

Descripción:

Esta animación es de tipo lúdica, consiste en enlazar con los vectores las respuestas correctas a cada enunciado, luego esperar a que termine el tiempo para verificar sus respuestas.

3.2.12 POTENCIA Y VECTOR DE POYNTING

1) LOGROS DE APRENDIZAJE:

- 1- Desarrollar las expresiones para la potencia y vector de Poynting.
- 2- Aplicar los conocimientos para resolver las actividades propuestas.
- 3- Despertar en el alumno el interés por el tema y trabajar en grupo.

2) FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA:

La segunda ecuación general de Maxwell es:

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Al multiplicar escalarmente cada término por $\vec{E}$ tenemos:

$$\vec{E} \cdot (\text{rot } \vec{H}) = \sigma \vec{E} \cdot \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E}$$

Recordando que $\vec{E} \cdot \vec{E} = E^2$ y utilizando la identidad vectorial $\text{div} (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\text{rot } \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\text{rot } \vec{B})$, de donde $\vec{A} \cdot (\text{rot } \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\text{rot } \vec{A}) - \text{div} (\vec{A} \times \vec{B})$, tenemos:

$$\vec{H} \cdot (\text{rot } \vec{E}) - \text{div} (\vec{E} \times \vec{H}) = \sigma E^2 + \vec{E} \cdot \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \sigma E^2 + \frac{\varepsilon}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t} \quad (1)$$

La primera ecuación general de Maxwell es:

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

Al multiplicar escalarmente cada término por $\vec{H}$ tenemos:

$$\vec{H} \cdot (\text{rot } \vec{E}) = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot \vec{H} = -\frac{\mu}{2} \frac{\partial H^2}{\partial t} \quad (2)$$

De (1) y (2) obtenemos:

$$\vec{H} \cdot (\text{rot } \vec{E}) = \text{div} (\vec{E} \times \vec{H}) + \sigma E^2 + \frac{\varepsilon}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t} = -\frac{\mu}{2} \frac{\partial H^2}{\partial t}$$

es decir:

$$\sigma E^2 = -\frac{\epsilon}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t} - \frac{\mu}{2} \frac{\partial H^2}{\partial t} - \text{div} (\mathbf{E} \times \vec{H}) \quad (3)$$

Integrando cada término sobre un volumen general v y haciendo uso del teorema de divergencia de Gauss en el último miembro obtenemos:

$$\int \sigma E^2 dv = - \int \left(\frac{\epsilon}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t} + \frac{\mu}{2} \frac{\partial H^2}{\partial t} \right) dv - \oint (\mathbf{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} \quad (3.2.12.1)$$

La integral de la izquierda representa la potencia óhmica disipada en forma de calor; la primera integral de la derecha representa la disminución de potencia del campo electromagnético; por lo tanto la última integral, con todo y signo, debe representar el flujo de energía o potencia que entra al volumen desde fuera. Por lo tanto, el último término tomado con signo positivo ha de representar la potencia que abandona el volumen considerado, esto es:

$$P_{\text{out}} = \oint (\mathbf{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = \oint \vec{\phi} \cdot d\vec{S} \quad (3.2.12.2)$$

en donde $\vec{\phi} = \vec{E} \times \vec{H}$ es el "vector de Poynting", cuya magnitud representa la potencia por unidad de área, en W/m^2 , en un punto dado. A menudo se representa este vector con $\vec{S}$; aquí hemos preferido utilizar $\vec{\phi}$ para evitar confusiones con el área.

La expresión anterior es válida para campos $\vec{E}$ y $\vec{H}$ reales; pero si sus expresiones son complejas y dependen del tiempo en la forma $e^{i\omega t}$, el promedio en el tiempo del vector $\vec{\phi}$ es:

$$\langle \vec{\phi} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{E} \times \vec{H}^*) \quad (3.2.12.3)$$

siendo $\vec{H}^*$ el complejo conjugado de $\vec{H}$. En general, el valor promedio del vector de Poynting representa la "intensidad de la onda electromagnética" (irradiancia para el caso de la luz), esto es:

$$I = \langle \vec{\phi} \rangle = |\vec{E} \times \vec{H}| = c\epsilon \vec{E}^2 \quad (3.2.12.4)$$

El momentum lineal por unidad de volumen asociado con (o que conlleva) una onda electromagnética es:

$$\vec{p}_v = \epsilon\mu \mathbf{E} \times \vec{H} = \frac{1}{c^2} \mathbf{E} \times \vec{H} \quad (3.2.12.5)$$

El correspondiente momentum angular por unidad de volumen es:

$$\vec{L}_v = \frac{1}{c^2} \vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{H}) \quad (3.2.12.6)$$

La relación entre $\vec{E}$ y $\vec{H}$ en una onda electromagnética es:

$$\vec{E} = c\mu\vec{H} = c\vec{B} \quad (3.2.12.7)$$

3) PROBLEMA MODELO:

- 1) En vacío, $\vec{E}(\vec{r}, t) = 200 \text{ Sen}(\omega t - Kz) \vec{j}$ V/m. Halle la potencia total que pasa a través de una área rectangular de lados 45 mm y 20 mm en el plano $z = 0$.

$$\vec{H} = \frac{200}{120\pi} \text{ Sen}(\omega t - Kz) \vec{j} = \frac{5}{3\pi} \text{ Sen}(\omega t - Kz) \vec{j}$$

$$\vec{E} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 200 \text{ Sen}(\omega t - Kz) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{3\pi} \text{ Sen}(\omega t - Kz) & 0 \end{vmatrix} = \frac{333,3}{\pi} \text{ Sen}^2(\omega t - Kz) \vec{k}$$

$$\bar{\phi} = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \times \vec{H}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{333,3}{\pi} = \frac{166,7}{\pi}$$

$$\bar{P} = \int_s \bar{\phi} \cdot d\vec{S} = \frac{166,7}{\pi} \int_0^{0,045} dx \int_0^{0,020} dy$$

$$\bar{P} = 0,048 \text{ W}$$

4) EVALUACIÓN DE LOGROS:

a) Complete:

- 1- El valor promedio del vector del vector de Poynting representa.....

2- La relación entre $\vec{E}$ y $\vec{H}$ en una onda electromagnética es:

.....

3- El promedio en el tiempo del vector $\vec{\phi}$ es:

.....

b) Resuelva, en su cuaderno de ejercicios, los siguientes problemas:

1- Un transmisor de radar emite su energía dentro de un cono que abarca un ángulo sólido de $0,04 \text{ sr}$. El campo eléctrico tiene una amplitud de 25 V/m a $1,5 \text{ km}$ de distancia. Halle a) la amplitud de la densidad de flujo magnético b) la potencia del transmisor.

Resp. a) $8,333 \text{ T}$; b) $149207,8 \text{ W}$

2- En vacío, $\vec{E}(\vec{r}, t) = 300 \text{ Sen}(\omega t - Kz) \vec{j} \text{ V/m}$. Halle la potencia total que pasa a través de una área rectangular de lados 60 mm y 30 mm en el plano $z = 0$.

Resp. $0,215 \text{ W}$

5) LISTADO DE ANIMACIONES-DESCRIPCIÓN

a) Conceptuales: Este conjunto de animaciones presenta la parte teórico-conceptual relacionada con el tema: Potencia y vector de Poynting, modelos matemáticos. Las expresiones matemáticas se expresan en forma diferencial e integral.

EM3212C1

EM3212C2

EM3212C3

b) Ejercitativas: Este grupo de animaciones muestra ejercicios resueltos, el primero es una demostración y el segundo una aplicación para encontrar la potencia total.

EM3212E1

EM3212E2

c) Lúdicas: Esta animación presenta un juego sencillo pero divertido para que el usuario ponga en manifiesto sus conocimientos, este consiste en llevar a cada ecuación con su respectivo enunciado.

EM3212L1

6) ANIMACIÓN DE MUESTRA:

Modellus - C:\MODELLUS\CAMDEPT\EM3212E2.mdl

File Edit Case Window Help

Cases: 

POTENCIA Y VECTOR DE POYNTING

En vacío, $\vec{E}(z,t) = 150 \text{ Sen}(\omega t - Kz) \vec{i} \text{ V/m}$. Halle la potencia total que pasa a través de una área rectangular de lados 30 mm y 15 mm en el plano $z = 0$.

Tenemos:

$$\vec{H} = \frac{150}{120\pi} \text{ Sen}(\omega t - Kz) \vec{j} = \frac{5}{4\pi} \text{ Sen}(\omega t - Kz) \vec{j}$$

$$\vec{E} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 150 \text{ Sen}(\omega t - Kz) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{4\pi} \text{ Sen}(\omega t - Kz) & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{E} \times \vec{H} = 187,5 \text{ Sen}^2(\omega t - Kz) \vec{k}$$

luego: $\vec{\phi} = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \times \vec{H}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{187,5}{\pi}$

$$\bar{P} = \int_S \vec{\phi} \cdot d\vec{S} = \frac{93,75}{\pi} \int_0^{0,030} dx \int_0^{0,015} dy$$

$$\bar{P} = 0,0134 \text{ W} \rightarrow \text{RESPUESTA}$$

Resuelva en su cuaderno el siguiente ejercicio y luego pulse "Comenzar" y verifique la resolución...





Descripción:

Esta es una animación de tipo ejercitativa, en este caso el usuario tiene que desarrollar el ejercicio en su cuaderno y luego verificar dicha resolución.

CONCLUSIONES

- Modellus es un programa informático que está acorde a las nuevas exigencias tecnológicas, es por ello que debe adaptarse a los métodos de enseñanza de la educación actual.
- Al utilizar el programa Modellus se cultivan las habilidades del usuario y sobre todo se despierta su atención.
- El programa Modellus es un software que facilita el aprendizaje del Electromagnetismo, en este caso los Campos Eléctricos y Magnéticos dependientes de tiempo.
- Al usar este software la comunicación entre el profesor y alumno mejora y se incrementa, esto se debe a que el docente da un asesoramiento personalizado.
- Con el programa Modellus se pueden crear un cúmulo de animaciones para utilizar como respaldo para el aprendizaje, no solo de la parte conceptual, sino también de la parte ejercitativa y lúdica.
- Las animaciones creadas con Modellus facilitan el desarrollo de la creatividad, el pensamiento y el razonamiento del usuario.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda al estudiante o usuario tener un conocimiento básico sobre el manejo de Modellus antes de usar este programa.
- Es ineludible que el maestro guía de este proyecto tenga un vasto conocimiento del software para poder asesorar a sus alumnos.
- Es recomendable que el usuario lea detenidamente las indicaciones que da la maestra de cada animación antes de reproducirla para lograr un óptimo aprendizaje.
- Es necesario que el estudiante revise las animaciones en el siguiente orden: primero conceptuales, luego ejercitativas y finalmente las lúdicas, para de esta forma lograr un aprendizaje significativo.

BIBLIOGRAFÍA

- ❖ ELECTROMAGNETISMO, Avecillas Jara Alberto Santiago, Colección de obras científico – didácticas, Cuenca-Ecuador.
- ❖ ELECTROMAGNETISMO, Alonso Sepúlveda Soto, Ed. Universidad de Antioquia.
- ❖ ELECTROMAGNETISMO, W. Edward Gettys, Frederick J. Keller, Malcolm J. Skove, Ed. Mc Graw-Hill.
- ❖ FÍSICA, John D. Kraus, Ph D., Ed. El Ateneo.OJO
- ❖ FÍSICA UNIVERSITARIA, Sears, Zemansky, Young, Freedman.

DIRECCIONES EN INTERNET

- ❖ [http://200.105.152.242/olimpiada/file.php/1/LIBROS_OLIMPIADAS/ELECTROMAGNETISMO/ LIBRO_UPC__CAMPOS_EL ECTROMA.PDF](http://200.105.152.242/olimpiada/file.php/1/LIBROS_OLIMPIADAS/ELECTROMAGNETISMO/LIBRO_UPC__CAMPOS_EL_ECTROMA.PDF)
- ❖ <http://www.fceia.unr.edu.ar/~fisica3/cap-6-print.pdf>
- ❖ <http://www.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/inducccion/alterna.htm>
- ❖ <http://www.nichese.com/alter-circuito.html>
- ❖ <http://es.wikipedia.org/wiki/transformador>
- ❖ <http://ing.unlp.edu.ar/camposyo/VectorPoynting.pdf>