RESUMEN

El presente proyecto de graduación es una recopilación teórica y práctica de las operaciones fundamentales de la subunidad “Campo Eléctrico Estático” perteneciente al Electromagnetismo.

Mediante el uso de Modellus (programa de animación matemática) se han elaborado variadas animaciones, las mismas que se han clasificado en: Conceptuales, Ejercitativas y Lúdicas. Las primeras contienen conceptos, teorías, teoremas y modelos matemáticos de la subunidad mencionada; las segundas fortalecen y refuerzan el aprendizaje con la ayuda de ejercicios modelo y propuestos; mientras que las últimas complementan el aprendizaje, pues son juegos que incentivan el aprendizaje y desarrollan el razonamiento, la creatividad y la motricidad. Además de éstos, la presente cuenta con una síntesis bien elaborada del “Modelo Pedagógico Activista del Aprendizaje”, los fundamentos básicos para el uso de Modellus y resúmenes breves referentes a cada uno de los temas que componen “Campo Eléctrico Estático”.

PALABRAS CLAVE

- **Electromagnetismo**
- **Modellus**
- **Campo Eléctrico Estático**
- **Interacción Electrostática**
- **Intensidad de Campo Eléctrico**
- **Potencial Eléctrico Escalar**
- **Diferencia de Potencial**
- **Dipolo eléctrico**
- **Momento Dipolar Eléctrico**
- **Flujo Eléctrico**
- **Densidad de Flujo Eléctrico**
- **Cascarones conductores**
- **Cargas Inducidas**

Í N D I C E

UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

“APRENDAMOS EL CAMPO ELECTRICO ESTÁTICO POR MEDIO DEL COMPUTADOR”

Tesis previa a la obtención
del título de Licenciada
en Ciencias de la Educación
en la especialidad de
Matemáticas y Física

DIRECTOR: **Dr. ALBERTO SANTIAGO AVECILLAS JARA**

AUTOR: **VILMA MARIBEL DUCHI FÁREZ**

CUENCA-ECUADOR
2010

CERTIFICADO

Yo, Vilma Maribel Duchi Fárez,
certifico que todo el contenido
del presente trabajo es
de exclusiva responsabilidad del autor.

……………………………………..

DEDICATORIA

A mis padres:

Carlos Duchi e Hilda Fárez

Por ser el pilar fundamental en mi vida, por brindarme día a día su amor, su paciencia, su comprensión y su apoyo incondicional para llegar a cumplir con éxito todos mis objetivos y metas propuestas, por inculcarme el respeto, la sencillez y la responsabilidad para cumplir mi sueño tan anhelado de llegar a ser una profesional.

A mis hermanos:

Mayra, Carlos, Guido y Darwin

Por estar siempre conmigo y apoyarme sin esperar nada a cambio.

A mi abuelita:

+ Florinda Bacuilima

Aunque sé que no está conmigo pero sé que vive en mi corazón, por todas sus palabras de apoyo y sus sabios consejos que algún día me dio.

AGRADECIMIENTO

En primer lugar quiero “Dar Gracias” a Dios por darme el regalo más preciado que es mi vida, por darme unos padres y profesores excelentes que cada momento alimentan mis conocimientos con sabiduría.

En segundo lugar a mis padres por su apoyo incondicional, por todo el trabajo y esfuerzo que hacen e hicieron para que yo logre ser una profesional.

En tercer lugar a mis profesores especialmente al Dr. Alberto Santiago Avecillas Jara, por todo su apoyo, ayuda, paciencia y comprensión que me brinda para la realización de este proyecto. A todos ellos por ser esos guías que nos dirigen y forjan nuestra vida hacia el éxito.

Y finalmente quiero agradecer a todas las personas que de alguna u otra manera influenciaron positivamente en el desarrollo y culminación de esta obra tan esperada.

INTRODUCCIÓN

"APRENDAMOS EL CAMPO ELÉCTRICO ESTÁTICO POR MEDIO DEL COMPUTADOR" es un proyecto que involucra directamente el software y elementos informáticos con la matemática, debido a que la ciencia y la tecnología avanza rápidamente en nuestro mundo actual, se vio la necesidad de crear este proyecto que es un software educativo: dinámico, comprensible y fácil de utilizar. Dejemos atrás esa ideología que la matemática, la física, la trigonométrica, la geometría, etc... solamente se la aprende con la explicación del profesor en la pizarra y nada más, nosotros los profesores debemos irnos innovando en cada momento, conociendo las diversas formas y métodos de enseñanza-aprendizaje en donde permitan hacer uso de todas sus herramientas, entendiendo como herramientas todos los materiales visuales, auditivos, manipulables que incentiven y logren un aprendizaje provechoso en cada uno de nuestros alumnos.

Tomemos conciencia y aceptemos que de una u otra manera la educación se ha beneficiado con la tecnología si cabe recalcar uno de los inventos tecnológicos más usado e importante en nuestro medio que es el internet que es una herramienta fundamental de investigación y comunicación que influye en el proceso enseñanza – aprendizaje ya que tanto los alumnos como educadores pueden acceder a la información que tiene como fin obtener un aprendizaje duradero.

También podemos darnos cuenta que se presentan diversos métodos pedagógicos de aprendizaje, que no solamente relacionan al profesor-alumno sino alumno-profesor es decir que el profesor no es el único que interviene en la enseñanza-aprendizaje, sino, que también el alumno. Es por ello que en esta obra yo me he centrado a hablar acerca de los modelos pelágicos de aprendizaje y esencialmente en el modelo pedagógico activista del aprendizaje, donde trata acerca del rol del profesor y el rol del estudiante dentro y fuera de las aulas.

Finalmente puedo decir que esta obra tiene como objetivo principal, proporcionar dinamismo en las aulas, puesto que contiene animaciones: conceptuales, ejercitativas y lúdicas hechas en Modellus que son comprensibles, ilustrativas e interesantes, también busca al mismo tiempo un auto-aprendizaje.

DESCRIPCIÓN DE CADA TEMA

2.1.1 Interacción electrostática: El primer tema contiene los conceptos y operaciones relacionados con la carga eléctrica y su efecto, el campo eléctrico, que son de gran utilidad para el desarrollo de temas posteriores.

2.1.2 Intensidad de campo eléctrico: Comprende el estudio de los campos vectoriales entre ellos; el campo eléctrico y sus distribuciones de carga: lineal, superficial y volumétrica.

2.1.3 Potencial eléctrico escalar. Diferencial de potencial: Se presentan los conceptos de potencial, potencial eléctrico escalar y de diferencial de potencial, su importancia y sus diversas aplicaciones en el campo eléctrico.

2.1.4 Relación entre la intensidad de campo y su potencial: Se estudia la relación entre los conceptos: intensidad y potencial de campo y sus expresiones matemáticas en los diferentes sistemas cartesianos; escalar, superficial y volumétrico.

2.1.5 Dipolo eléctrico. Momento dipolar eléctrico: Aquí se investiga y analiza lo que es un dipolo eléctrico su magnitud de donde se parte para deducir las ecuaciones relacionadas con él mediante procedimientos sencillos y complejos.

2.1.6 Flujo eléctrico. Densidad de flujo eléctrico: Se expone y se aplica cada uno de los conceptos; flujo eléctrico y densidad de flujo eléctrico tanto en el campo escalar como en el campo vectorial, también da a conocer lo que sucede con las cargas positivas y negativas.

2.1.7 Ley de Gauss: Mediante una explicación breve, clara y detallada se define el modelo matemático de la ley de Gauss, se analiza las condiciones necesarias para su aplicación.

2.1.8 Cascarones conductores delgados con carga distribuida: En este antepenúltimo tema se estudia y se observa el comportamiento del campo eléctrico dentro del cascarón muy delgado y lo que sucede con la intensidad y potencial de campo dentro y fuera del cascarón.

2.1.9. Cascarones conductores gruesos. Cargas inducidas: El últimos de los temas explica y define el comportamiento del campo eléctrico dentro de un cascarón conductor grueso, la reacción de sus cargas inducidas. Se nos presenta también las graficas sobre: intensidad, potencial y densidad superficial de carga con respecto al radio del cascarón.

MODELOS PEDAGÓGICOS

INTRODUCCIÓN

El avance de la ciencia y la tecnología, la recreación continua de valores la complejidad de los problemas sociales, la incertidumbre y el conflicto que genera el mundo moderno han hecho que las instituciones educativas renueven año tras año sus prácticas pedagógicas y curriculares por medio de la aceptación de los modelos pedagógicos que permiten estudiar e integrar el desarrollo del ser humano en todos sus aspectos: cognitivos, axiológicos, praxeológicos.

¿Qué es un modelo pedagógico?

Un Modelo Pedagógico, según María Cristina Pulido "Es el elemento articulador del eje maestro alumno, escuela, comunidad, cultura; por lo tanto, la Pedagogía es la que le permite al maestro trascender y dimensionar su accionar en el aula, no quedarse en el acto de la enseñanza, sino avanzar en el conocimiento de la persona, del lenguaje, de la comunidad, de la relación maestro-alumno".

Es decir un modelo pedagógico es un proceso debido a que sus funciones y condicionamientos son complejos, por lo que debe ser diseñado y estudiado con anterioridad de tal manera que sea un constructo que permita acceder a niveles superiores del desarrollo del pensamiento y a las habilidades comunicativas del ser humano. En lo educativo permite al docente y al estudiante trascender y dimensionar su actuar en el aula, creciendo hacia un conocimiento dinámico en las condiciones par-

ticulares de: cultura, contenido social, democracia, ciencia y tecnología.
Un modelo constituye en una guía para dirigir el quehacer educativo definiendo; los propósitos, contenidos, secuenciación, metodología, recursos, relaciones y evaluación.

Los Propósitos: se asumen como el fin último que se desea alcanzar a través de los procesos de formación y es así, como la Institución tiende a formar ciudadanos críticos, analíticos, reflexivos con niveles de desarrollo humano, del pensamiento y de las habilidades comunicativas, que le permitan un mayor acceso al conocimiento y la aprehensión de aprendizajes significativos, favoreciendo en los estudiantes el manejo idóneo y profesional de saberes académicos y laborales para desempeñarse en el campo de acción donde esté involucrado.

Los Contenidos. se han apropiado como el conjunto de saberes o formas culturales que son esenciales para el desarrollo y la socialización de los estudiantes; son seleccionados a partir de los intereses, necesidades, expectativas y características del estudiante; éstos se organizan y se dinamizan a través de proyectos pedagógicos de aula, los cuales responden a la globalidad y vacíos de conocimiento, a dificultades y problemas de aprendizaje, a problemas sentidos a nivel individual y grupal, estructurándose así, proyectos de las diferentes áreas.

La Secuenciación. es la organización de los contenidos teniendo como base el contexto, los intereses, necesidades, expectativas, características propias del niño y el joven, los niveles de desarrollo del pensamiento de los estudiantes; abarca la estructura de ciclos y niveles, la utilización del conocimiento como instrumento para alcanzar los logros y los propósitos de los proyectos pedagógicos que permiten problematizar la realidad y organizar el trabajo académico de manera consistente, con base en la interdisciplinariedad y la investigación.

El Método. es el modo de hacer las cosas con orden es decir con principios, técnicas y procedimientos utilizados en la forma más adecuada , con el propósito a llegar al conocimiento de la verdad y a la consecución de un fin; se asume con elementos propios de la hermenéutica (interpretación), de la heurística (interrogación), de la mayéutica (diálogo), facilitando la reflexión, el análisis, la crítica y la utilización de medios interactivos que lleven al estudiante a cuestionarse, a indagar, a profundizar y a establecer relaciones entre la realidad y la cientificidad.

El método está determinado por las relaciones que se establecen entre los estudiantes, los docentes, los saberes, el contexto y el papel asignado a cada uno de ellos, las cuales permiten establecer estrategias diferentes de acuerdo a las características o posturas individuales o colectivas.

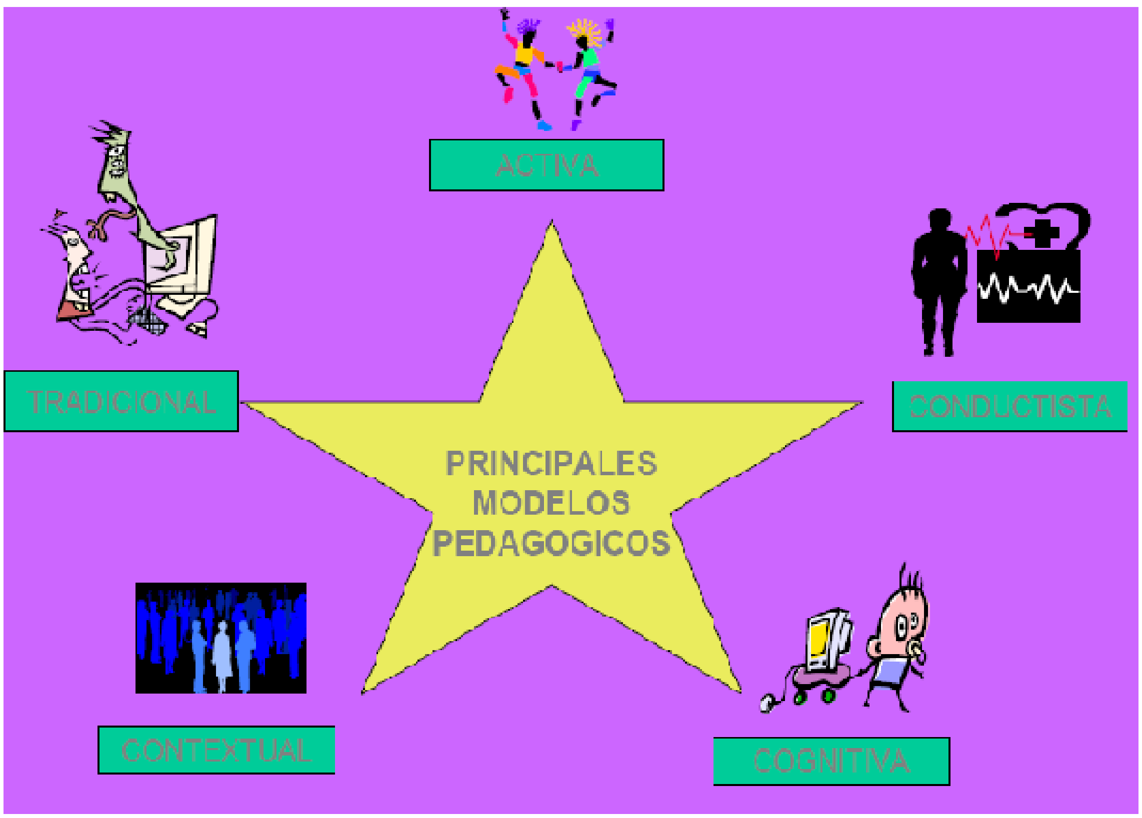
Los Recursos. se utilizan como facilitadores del aprendizaje, como una herramienta pedagógica capaz de llevar al estudiante a aprehender como base de un proceso de autoconstrucción integral. Se da prioridad a los recursos que lleven al estudiante a cuestionarse, motivarse, despertando su interés hacia el conocimiento.

Las Relaciones. que se establecen entre docentes y estudiantes, escuela y comunidad son de horizontalidad, donde la acción de todos está guiada por los mismos principios, propósitos, objetivos, metas, saberes pedagógicos; permitiendo unidad de criterios y la consolidación de grupos académicos, dados a través de procesos de concertación, diálogo, ayuda mutua, articulados en la reciprocidad, en los lazos de solidaridad; lo que implica relaciones auténticas, espontáneas y sinceras, mediadas por el afecto, permitiendo el reconocimiento del otro como igual en dignidad y derecho, fortaleciendo la diferencia y valorándola.

La Evaluación. es un medio al servicio de la educación, entendida como un proceso sistemático y riguroso de recolección de información significativa para formar juicios de valor y tomar decisiones tendientes al mejoramiento de la calidad educativa. Tiene en cuenta el propósito, el objeto, los participantes, las fases, la frecuencia y la metodología.

CLASES DE MODELOS PEDAGÓGICOS DEL APRENDIZAJE

Como podemos ver hay diferentes clases de modelos pedagógicos de los cuales me voy a centrar en uno de ellos, en donde explicare detenidamente toda su estructura.



MODELO PEDAGÓGICO
ACTIVISTA DEL APRENDIZAJE
ESCUELA NUEVA O ACTIVA

ANTECEDENTES

Este modelo pedagógico surge a mediados del siglo XIX, nació debido a una fuerte reacción crítica a la pedagogía tradicional. Cuestionaba el papel del profesor, la falta de interactividad, el formalismo, la importancia de la memorización y, sobre todo, el autoritarismo de la institución educativa.

El movimiento surgió en varios países europeos. Al proceso de construcción la Escuela Nueva se vincularon los psicólogos, médicos y pedagogos, como Rousseau, Peatalozzi, Fröebel, Ferriere, Dewey, Montessori, Claparede, Cecil Readie, Decroly, entre otros.

El modelo pedagagógico activista se fundamenta en el puerocentrismo, es decir, el niño es el centro de la educación, mientras que a su alrededor giran todas otras circunstancias educativas, las diferentes orientaciones que presenta el movimiento de la escuela activa se pueden clasificar en tres corrientes: una primera corriente **mística**, que fija el valor absoluto de la infancia; una segunda **filosófica**, que intenta la justificación racional del valor absoluto de la infancia; y por último, una tercera corriente con preocupación **científica,** que suministra a la tarea educativa el fruto de sus investigaciones.

PRINCIPIOS

Este modelo pedagógico ubica al estudiante en su rol es decir, el estudiante se convierte en el protagonista de su propio desarrollo, con base en sus intereses, necesidades sentidas, actividades creativas, siendo el alumno el constructor del contenido de su propio aprendizaje, por lo tanto las acciones del profesor y la selección de los contenidos deben girar alrededor de los ritmos de aprendizaje.

El propósito general del modelo pedagógico activista es adecuar la institución a las necesidades cambiantes del contexto, articulando los contenidos y valores con el sentido y los propósitos de la educación, valorando la diferencia, el pluralismo, la tolerancia, el trabajo en grupo, la concertación, la capacidad de construir un proyecto de vida personal, familiar y social.

En este sentido, según el modelo pedagógico activista es la escuela quien prepara para la vida; por ello la naturaleza y la vida misma son estudiadas; los contenidos educativos son ordenados partiendo desde lo más simple a lo concreto, desde lo complejo a lo abstracto; al considerar al estudiante como artesano de su propio conocimiento, el activismo da prioridad al sujeto y a su experimentación.

La experiencia es considerada como la base del saber, el punto de partida es la manipulación y el contacto con los objetos, su importancia es el cultivo de habilidades para descubrir, analizar y tomar decisiones sobre criterios expuestos o dados sobre la enseñanza, desarrollando los valores, actitudes emprendedoras, conciliadoras, solidarias; y sobre todo la búsqueda de estrategias cognoscitivas, comunicativas que nos lleven a descubrir y a usar el conocimiento.

Para que se logre alcanzar el objetivo que plantea en el modelo pedagógico es necesario brindar a cada uno de los aspectos el espacio que lo requiere donde se puedan explicar , analizar y estudiar las diversas formas para entender el mundo de enseñanza-aprendizaje en el que vivimos y de esta manera podamos conocer procedimientos que nos permitan anticiparnos a los problemas para enfrentarnos y resolverlos de tal manera que cultivemos las múltiples potencialidades humanas que nos comprometan a crecer en las relaciones con el medio ambiente, con los demás y con uno mismo.

ROL DEL DOCENTE EN EL MODELO PEDAGÓGICO ACTIVISTA

El docente debe motivar en la institución educativa la libertad del trabajo en grupo y lograr un ambiente que favorezca el florecimiento de todos los aspectos positivos: libertad con responsabilidad y toma de iniciativas, y libertad de grupo donde se presenten la opiniones de todos, se deje a un lado el individualismo y se creen espacios donde prevalezca la armonía y el entendimiento, tanto del grupo, como entre el docente y el grupo.

- El profesor constituye una guía. Es un facilitador del aprendizaje que diseña actividades y recursos para garantizar que los estudiantes interactúen para lograr el aprendizaje.

- Uno de los principios de la Escuela Nueva es la afectividad que el docente debe tener en todo momento del proceso enseñanza – aprendizaje, para garantizar que el estudiante se sienta valorado y se pueda despertar su motivación e interés en aprender.
- La evaluación del estuante es integral. Por tal razón, se realiza de forma cualitativa, ya que considere a cada alumno como único y especial. Además se da fuerte impulso a la evaluación de procesos de aprendizaje de los estuantes reconociendo sus avances y debilidades con respecto a si mismos.

ROL DEL ESTUDIANTE EN EL MODELO PEDAGÓGICO ACTIVISTA.

Según el principio de la actividad, el estudiante no aprende ni se forma pasivamente, obedeciendo la autoridad del maestro, no copiando lo que el maestro dicta. El desarrollo de su inteligencia y autonomía desde su propia actividad abarca su participación activa y deliberante en la definición de las reglas de juego y de convivencia en la comunidad escolar, atreves de experiencias de cogobierno y cogestión, incluyendo además la construcción de relaciones sociales.

- Al utilizar los estudiantes una metodología activa, les permiten aprender haciendo y jugando, y les facilita la resolución de problemas de su vida diaria.
- Trabajan en pequeños grupos que facilitan el aprendizaje cooperativo y una i9nteracción sistemática que propicia la construcción social del conocimiento y el apoyo tutorial del estudiante a estudiante.
- Se da énfasis al trabajo en grupo o en pares, donde donde se ejercita una educación participativa para lograr concesos.
- La promoción del estudiante es progresiva y flexible, y respeta el ritmo del aprendizaje de cada uno. Se elimina la idea de repetir el curso.

RECURSOS DIDÁCTICOS EN EL MODELO PEDAGÓGICO ACTIVISTA.

Hay muchas propuestas de recursos didácticos en la educación activa entre ellas tenemos:

- El aula debe convertirse en un ambiente de trabajo dinámico y activo con la utilización de los recursos, el trabajo cooperativo y el gobierno estudiantil.
- Los temas de estudio propuestas en los guías se relacionan con la forma de vida de los estudiantes y sus comunidades.
- La escuela funciona como un centro de información y como fuerza integradora de la comunidad. Los padres participan en las actividades escolares y la escuela promueve actividades a favor de la sociedad.

CONCLUSIONES

Este modelo tiene como fin innovar metas educativas, del concepto de desarrollo del estudiante y la relación Maestro-Estudiante. Moderniza el concepto de formación de la personalidad del alumno desde sus propios intereses y características individuales.

A continuación se muestra un cuadro comparativo de la Escuela Tradicional con la Escuela Activa o Nueva.

ASPECTOS	ESCUELA TRADICIONAL	ESCUELA ACTIVA
Contexto Social	Transición entre sociedad feudal y sociedad burguesa. Se educa para cubrir las necesidades de la producción capitalista.	La sociedad reivindica el valor único del individuo con sus potencialidades, quien no puede reducirse a cumplir con un rol en la producción.
Autores	Lancaster	Rousseau, Peatalozzi, Fröebel, Ferriere, Dewey, Montessori, Claparede, Cecil Readie, Decroly
Principios	El niño es un ser que debe moldearse de acuerdo a las buenas costumbres, para que pueda insertarse en la sociedad.	• La escuela debe responder a la necesidad, deseo, la espontaneidad, la libertad de los estudiantes. • La educación debe seguir el desenvolvimiento natural del niño. • Para aprender que hay que hacer.

Rol de Docente	• Autoridad • Moldeador del estudiante. • Poseedor del conocimiento.	• Motivador del estudiante. • Facilitador de aprendizajes.
Rol de Estudiante	• Receptor pasivo • Objeto de modelación.	• Centro de su educación. • Guía de su aprendizaje.
Propósitos	Moldear el comportamiento del niño según el ideal adulto.	• Preparar al estudiante para la vida. • Hacer del estudiante un ser feliz.
Contenidos	• Hábitos y actitudes (higiene y urbanidad). • Información (productos de la ciencia).	De acuerdo a intereses, necesidades y deseos del niño.
Secuencia	Sucesión acumulativa y cuantitativa (lineal o cronológica) de informaciones de semejante nivel de abstracción y complejidad.	Flexible, de acuerdo con el desarrollo e intereses del niño.
Metodología	• Memorización • Repetición, imita-	• Trabajo individual y cooperativo.

	ción y copia. • Premios Castigos.	• Relación entre el individuo y el grupo.
Recursos	• Complicaciones de información. • Iconos negativos de los hábitos y actitudes. • Premios y castigos (reglas, orejas de burro, medallas etc.)	• Material concreto, excursiones, experimentos. • Contexto socio-cultural del estudiante.
Evaluación	• Calificación Numérica. • Carácter homogeni-zan te y jerarquizador. • Orientada a premio o sanción.	• Individualizada. • Cualitativa. • Integral. • Valoración del niño como persona.

INTRODUCCIÓN A MODELLUS

(Herramienta para la Modelización de Sistemas)

1. Introducción

Modellus es una herramienta orientada a la simulación y modelización de sistemas válida para el estudio de diversas materias dentro de los currícula de Educación Secundaria, Bachillerato y Formación Profesional. Sus autores la han concebido como instrumento de apoyo en el aula y con ese objetivo es que se explica su funcionamiento y uso para profesores y estudiantes.

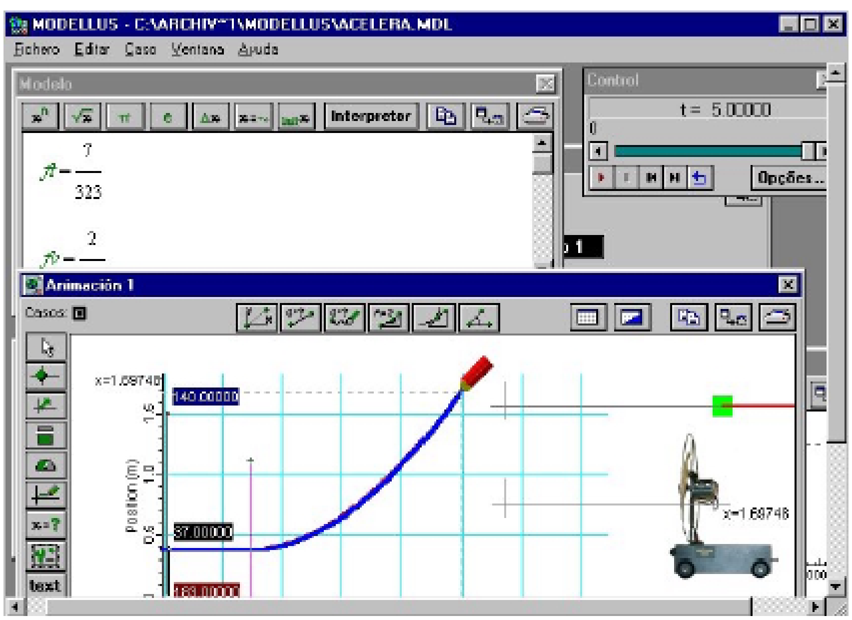
Modelo matemático

Sabemos que los diversos fenómenos que se estudian en las materias del área de ciencias pueden explicarse y representarse mediante su modelo matemático. Este modelo recogerá el comportamiento del sistema tanto en su aspecto temporal (evolución a lo largo del tiempo) como en su aspecto puramente matemático (cálculo de valores). Modellus está orientado a los modelos temporales de tal manera que con él se puede estudiar el comportamiento dinámico de los distintos sistemas. Este comportamiento se podrá estudiar mediante la simulación en distintos escenarios “casos” en cada uno de los cuales cada uno de los parámetros o constantes del modelo pueden ser modificados. Tal sería el caso del estudio de la caída de un cuerpo en distintos planetas del sistema solar con distintas fuerzas de gravedad, o el comportamiento de un muelle con distintas constantes de elasticidad.
La modelización de cualquier fenómeno o sistema se apoya en la observación de los fenómenos que lo caracterizan, razón por

la cual, en la medida que podamos reproducir esos fenómenos y experimentar con ellos, podremos comprender con más claridad el modelo. El estudio del modelo se realizará siempre en orden creciente de complejidad de tal forma que en una primera fase se tendrán en cuenta los aspectos más relevantes para posteriormente derivar hacia un modelo más perfecto a través de un método de "refinamiento". Según lo define uno de sus autores (V. D. Teodoro), Modellus es, bajo el punto de vista computacional, un micromundo computacional para estudiantes y profesores a la vez, basado en un método de programación en el que el usuario escribe en la "Ventana de modelo".

2. Estructura Básica de Modellus.

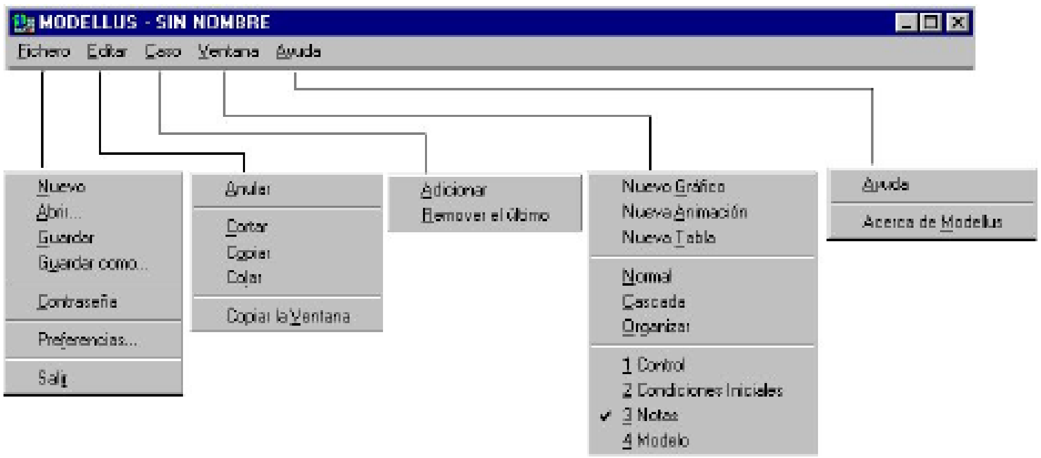
Modellus presenta un entorno muy "amigable" basado en una serie de ventanas, cada una de las cuales recoge o muestra una serie de informaciones muy concretas. En la figura vemos una imagen del entorno; las ecuaciones matemáticas se escriben de la misma manera que lo haría en el papel.



Por ser una aplicación que trabaja en Windows, aprovecha todas las ventajas del entorno y esto facilita su manejo. La versión que explicamos en este trabajo es la V:2.01 de 2000.

Las ventanas permiten la modificación de su tamaño y al activarlas pasan a primer plano colocando en segundo plano a las que estén dentro de su área; del mismo modo las ventanas se pueden mover dentro de la pantalla.

Menú de Modellus:



El menú que presenta el entorno consta de cinco opciones principales:

Fichero
Editar
Caso
Ventana
Ayuda

Fichero: Con la opción Fichero podemos realizar las siguientes operaciones:

Nuevo: Crear un nuevo modelo.

Abrir: Leer un modelo del disco (ya creado).
Guardar: Guardar modelo en un fichero con el mismo nombre que tenga.
Guardar Como: Grabar un fichero con el nombre que le queramos dar.
Contraseña: Poner una clave al modelo de tal manera que no se puedan modificar los datos de las ventanas de animación y modelo.
Preferencias: Configurar ubicación de ficheros.
Salir: Salir y abandonar el programa.

Editar: Permite las operaciones de edición comunes a cualquier herramienta.

Anular: Anula la última operación de edición realizada
Cortar: Permite cortar el objeto seleccionado y lo coloca en el portapapeles.
Copiar: Copia el objeto seleccionado al portapapeles.
Copiar la Ventana: Copia todo el contenido de la ventana en la que estemos y lo deposita en el portapapeles.

Caso: Esta opción presenta dos posibilidades:

Adicionar: Añade un caso en la ventana de condiciones.
Remover el último: Quita el último de los casos añadidos, téngase en cuenta que al menos debe existir un caso en la ventana de condiciones.

Ventanas: Esta opción presenta las siguientes acciones encaminadas a la creación de ventanas dentro del modelo.

Nuevo Gráfico: Crea una nueva ventana de gráfico.
Nueva Animación: Crea una nueva ventana de animación.

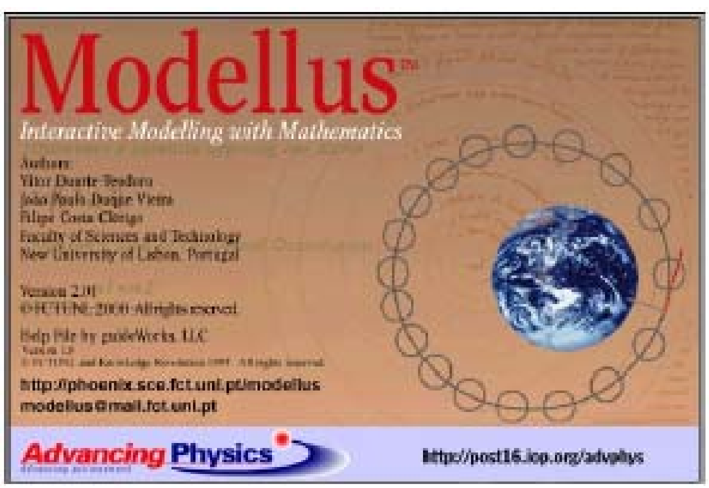
Nueva Tabla: Crea una nueva ventana de tabla.
Normal: Sitúa las ventanas en la pantalla en modo normal
Cascada: Sitúa las ventanas en la pantalla en cascada.
Organizar: Sitúa las ventanas en pantalla de forma organizada.

1 Control: Activamos la ventana de control.
2 Condiciones Iniciales: Activamos la ventana de condiciones iniciales.
3 Notas: Activamos la ventana de notas.
4 Modelo: Activamos la ventana de modelo.

Las ventanas que se van creando aparecerán en esta opción del menú con números consecutivos a partir del 4, téngase en cuenta que las ventanas 1, 2, 3 y 4 no se pueden eliminar.

Ayuda: Muestra las opciones siguientes:

Ayuda: Nos despliega la ventana de ayuda.
Acerca de Modellus: Esta opción nos presenta información sobre el programa

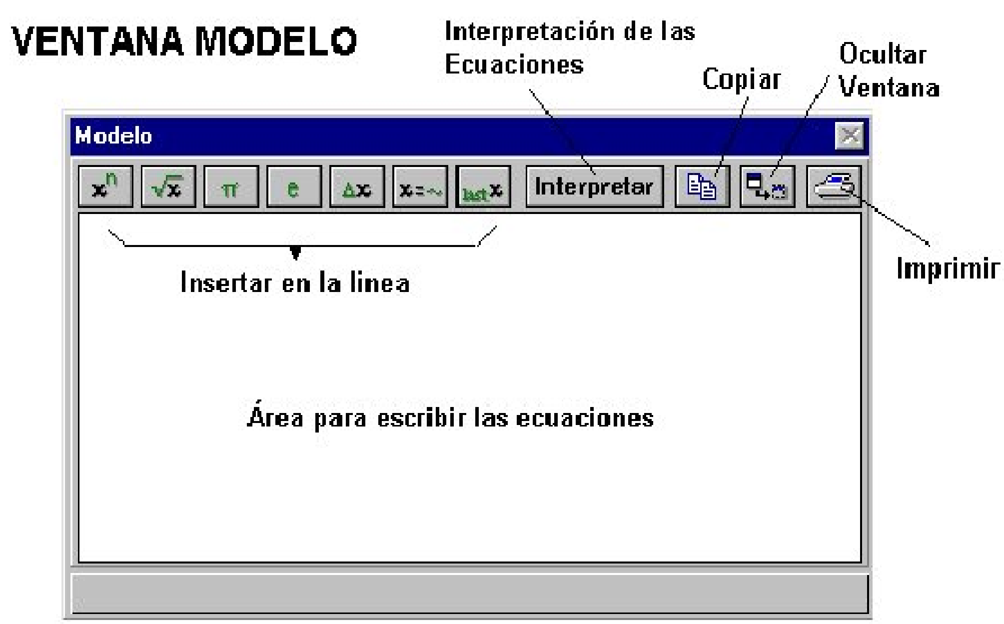


Modellus está estructurado en torno a un conjunto de ventanas sobre las que se escribe o se muestra la información de los modelos que se pretenden simular. Las ventanas son las siguientes:

- Ventana de modelo.
- Ventana de condiciones
- Ventana de animaciones
- Ventana de control
- Ventana de gráficos
- Ventana de tablas

A continuación se estudian estas ventanas, su utilización y contenidos.

2.1. VENTANA DE MODELO: Escritura de las ecuaciones del modelo. Para iniciar el trabajo con Modellus, una vez arrancada la aplicación, debemos ir al menú Modelo (Nuevo) y de esta manera iniciamos la creación de un modelo nuevo.



Lo primero que debemos hacer es escribir las ecuaciones del modelo, y esto lo hacemos en la "ventana de modelo" que aparece en la figura. A la hora de escribir las ecuaciones tenemos que hacerlo observando unas normas básicas en lo que se refiere a la sintaxis. Estas normas son las siguientes:

Sintaxis de los modelos:

Modellus soporta ecuaciones algebraicas, diferenciales e iterativas.

Usted puede modelar ecuaciones que van desde las relaciones simples como las líneas rectas y parábolas a los conceptos más complejos como son las ecuaciones de Pol o de Lorentz.

La entrada de un modelo en Modellus es casi como la escritura de ecuaciones matemáticas en el papel.

2.2. VENTANA DE CONDICIONES

Cuando se ha escrito el modelo en la correspondiente ventana y se ha pulsado por primera vez el botón interpretar aparecerá la ventana de “condiciones” que se encarga de recoger los valores de los “parámetros” y los “valores iniciales” del modelo en forma de tabla formando parte del “caso 1" que es el primer caso de simulación que Modellus crea por defecto.

Los “parámetros” se podrán modificar en esta misma ventana o también en la ventana de “animación” haciendo uso de algunos de sus objetos como veremos más adelante.

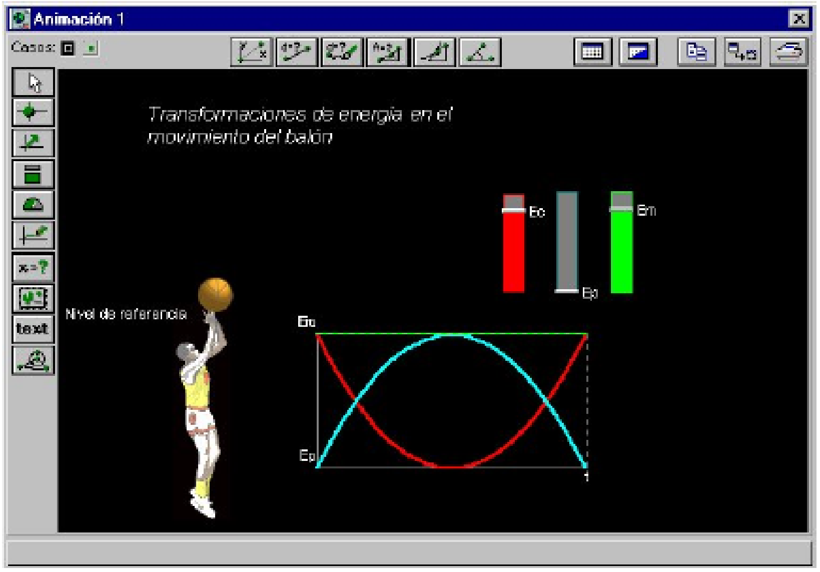
Cada uno de los posibles casos, que nosotros podremos añadir en el estudio del modelo, no son otra cosa que distintos escenarios para aplicar a las mismas ecuaciones. Esto nos permitirá poder estudiar el modelo cambiando a nuestro gusto distintos parámetros.

Si deseamos modificar los parámetros desde la ventana de animación quedará invalidado el valor del parámetro que se coloque en esta ventana. Cada uno de los casos que nosotros establezcamos en la simulación tendrá la posibilidad de verse en la ventana de “animación”; bastará con seleccionarlo de entre los que aparecerán señalados en la parte superior izquierda de la ventana, y esto ocurrirá en las ventanas de “tabla” y “gráfico” teniendo en cuenta que en la ventana de “gráfico” pueden coexistir los gráficos de cada uno de los casos con el fin de poder ver las distintas curvas superpuestas.

2.3. VENTANA DE ANIMACIONES

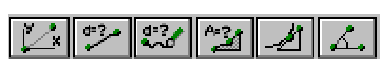
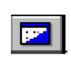
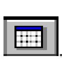
Una vez que hemos escrito las ecuaciones del modelo, la siguiente operación será diseñar la ventana de animaciones en la que se realizarán las representaciones gráficas de aquellos valores que nos interese ver.

Esta ventana tiene mucho interés de cara a ser el “interface” con el estudiante ya que si se hace buen uso de todas sus posibilidades encontraremos en ella una poderosa herramienta. En la figura vemos la estructura de esta ventana de “animación” mostrando un ejemplo de movimiento de un balón lanzado hacia arriba.



El tamaño y posición de esta ventana, al igual que el resto, se puede modificar colocando el puntero en los bordes y estirando hacia dentro o hacia fuera o manteniendo pulsado y moviendo en el caso de cambiar la posición.

En esta ventana se pueden colocar distintos elementos gráficos que se corresponden con los botones que aparecen en la parte superior. Cada uno de estos elementos se podrá asociar a las variables del modelo y realizar las funciones que correspondan a él de acuerdo a los parámetros que se hayan colocado en su ventana de parámetros asociada. Pasaremos a explicar cada uno de los elementos, así como sus ventanas asociadas.

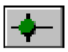
Los botones de la parte superior  se usan para realizar mediciones sobre las imágenes (GIF o BMP) o videos (AVI), que pueden colocarse en el fondo,  usando el botón de fondo.
El rayado (grid) puede mostrarse u ocultarse mediante el botón  . Pulsando sobre el botón de fondo puede definir el espaciado del grid y su color así como el color del fondo de la panta-

lla.

A continuación se muestra una tabla en la que se puede identificar cada uno de los botones que representan un determinado objeto.

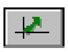
Use esta herramienta……………..……..para añadir:

Partícula



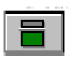
Imagen, bola (partícula), rectángulo, o referencia.

Vector



Vector con o sin flecha resultante o componentes.

Indicador de Nivel

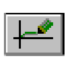


Horizontal o Vertical.

Medidor Analógico

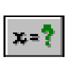
Aguja, reloj, o medidor circulo completo.

Trazador



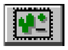
Realiza el trazado interactivo de líneas o puntos.

Medidor Digital



Medidor digital, mostrado o no el nombre de la Variable.

Importar imagen

 Importa imagen en formato BMP o GIF

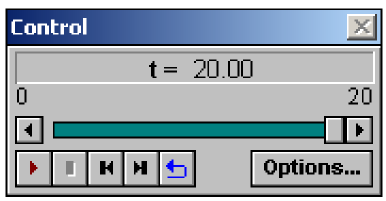
Texto

Texto con el color, fuente, estilo y tamaño especificables.

Objeto Geométrico

 Líneas y figuras tales como círculos y polígonos.

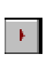
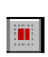
2.4. VENTANA DE CONTROL

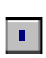


Una vez que hemos diseñado el modelo en la ventana “Modelo” y hemos colocado en la ventana “animaciones los objetos, así como las condiciones y las tablas y gráficos que nos haya parecido bien, se debe pasar a la fase de “simulación”.

En la fase de “simulación” Modellus realizará los cálculos y mostrará los valores de la forma que hayamos previsto. La ventana “Control” es la que permite el control del proceso de simulación.

Los botones de esta ventana sirven para:

Simular  o detener  la simulación.

Terminar  la simulación.

Reiniciar el modelo, ir al principio sin perder los valores calculados.

Saltar al último valor calculado del modelo.

Repetir la simulación del modelo.

Lee el actual valor de la variable independiente.

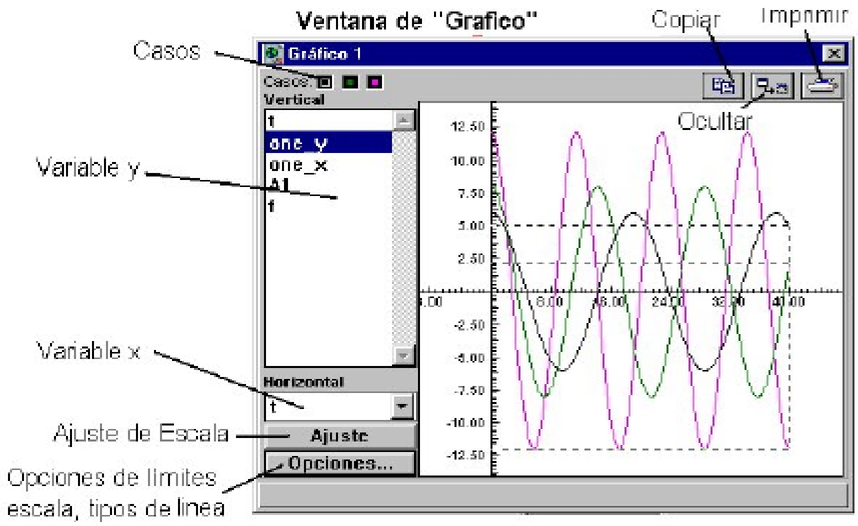
Muestra el valor actual de la variable independiente y chequea visualmente el progreso de esta variable.

Ir atrás o adelante un simple paso.

Acceder a caja de diálogo Opciones…:

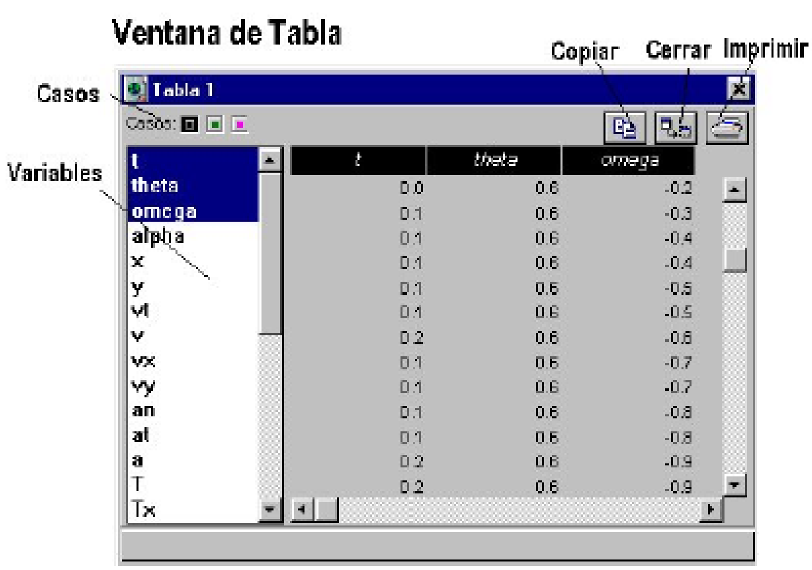
2.5. VENTANA DE GRÁFICO

Mediante esta ventana podemos realizar representaciones gráficas en ejes de coordenadas (XY) de las variables que queramos y para los casos que hayamos definido mediante la opción del menú “Casos”. En la figura vemos la ventana de “gráficos” y en ella se puede distinguir el área de representación en donde se dibujan los gráficos y a la izquierda aparecen las ventanas de las variables.



2.6. VENTANA DE TABLA

En numerosas aplicaciones será necesario realizar una tabla con los valores de las variables, esta posibilidad nos la brinda la ventana de “tabla” que sencillamente permite la creación de tablas con tantas variables como seleccionemos en la ventana de la izquierda simplemente pulsando las teclas “Control” o “Shift” a la vez que señalamos con el ratón (tecla izquierda) sobre éstas.



2.7. PROTECCIÓN DE LOS TRABAJOS

Mediante la opción Contraseña dentro del menú de “Fichero” podremos conseguir proteger el trabajo, de tal manera que a quien realice las simulaciones solo le estará permitido ver los resultados, pero nunca modificar la ventana “Modelo” o la ventana Animación ni podrá modifica ni crear ventanas de “gráficos” o “tablas”.

Cuando activamos por primera vez ésta opción aparece una ventana como la de la figura en la que se nos pide el Password y la Confirmación, es decir debemos escribir dos veces, una en cada ventana, el password (clave).

PRESENTACIÓN

Aquí empieza el trabajo realizado, el cual abarca una subunidad del Electromagnetismo titulado CAMPO ELÉCTRICO ESTÁTICO. Se desarrollan nueve temas, en cada uno de ellos existe una parte teórico-conceptual que reúne los conceptos más importantes; continuando con un listado de animaciones conceptuales, ejercitativas y lúdicas; por último se presenta una animación de muestra con su respectivo modelo matemático.

Vale indicar que esta parte es la esencia misma de la obra y lo que se presenta aquí en el texto es únicamente una animación de muestra por cada tema, pues el conjunto de todas las animaciones diseñadas se encuentran en un disco adjunto en formato DVD.

2.1.1 INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA

Desde los tiempos de Tales de Mileto, 600 a.C., fueron conocidos los efectos y fenómenos electrostáticos gracias al ámbar (electrón) que al ser frotado atraía pelusas y otros objetos livianos. Sin embargo debieron transcurrir más de dos milenios para reconsiderar y analizar en detalle estos fenómenos. Hoy sabemos muchas cosas con respecto a la carga eléctrica: a) siempre está asociada a una masa; b) puede ser positiva (falta de electrones) o negativa (exceso de electrones); c) cargas de igual signo se rechazan, cargas de signos contrarios se atraen; d) está cuantizada (es discreta) siendo el cuanto o entidad eléctrica básica la del electrón, cuya carga asociada es de *-1,602E-19 C* (toda carga eléctrica es igual a un número entero de veces la carga del electrón); e) al depositarse carga en un cuerpo dieléctrico o aislante, la carga se queda en el sitio de depósito; f) al depositarse carga en un cuerpo conductor, la carga se ubica en su superficie en forma desigual: prefiere las puntas antes que las partes planas (poder de las puntas, lo cual origina el efecto corona).

El físico francés Carlos Agustín de Coulomb, utilizando su balanza de torsión, logró hacia 1785 establecer una relación que permite cuantificar las fuerzas de interacción electrostática: "la fuerza de interacción electrostática entre dos cargas puntuales es proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia intercargas" esto es:

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Hoy conocemos dos cosas adicionales: a) el medio ambiente juega su papel en esta fuerza a través de su "permitividad eléctrica", ε; b) la fuerza es una magnitud vectorial que se expresa en *N*. Teniendo todo esto en mente, la forma moderna de la fuerza de interacción electrostática es:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\,\varepsilon\, r_{12}^2}\vec{u}_r} \qquad (2.1.1.1)$$

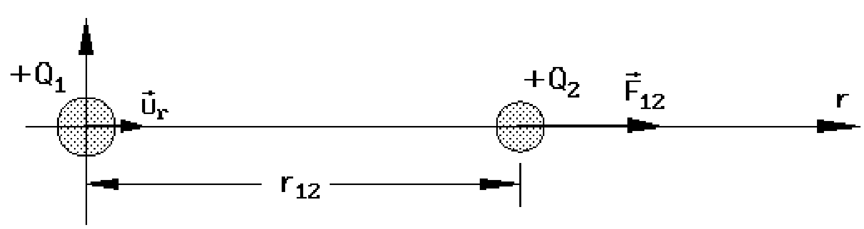


Figura 2.1.1.1

en donde los diferentes parámetros se indican en la figura 2.1.1.1. Usted debe observar que al aplicar la ecuación (2.1.1.1), las cargas han de conservar sus respectivos signos; además, según sea el caso, se utilizarán sistemas coordenados y las coordenadas adecuadas: cartesianas, cilíndricas o esféricas. Los valores de ε se consultan en tablas; para vacío y aire seco se tiene: $\varepsilon_0 = 8{,}85E{-}12\ \ F/m$.

Se llama permitividad relativa al cociente entre la permitividad de una sustancia y la del vacío, esto es:

$$\boxed{\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \qquad (2.1.1.2)$$

En la tabla 2.2.1.1 se indican algunas sustancias y sus permitividades relativas.

Si en lugar de dos cargas puntuales, una de ellas es una "distribución de carga", lineal, superficial o volumétrica, primeramente se dividirá a la "distribución" en porciones diferenciales y se aplicará la ecuación (2.1.1.1) en forma diferencial para luego proceder a integrar y hallar la fuerza total, esto es:

$$\boxed{d\vec{F} = \frac{q\,dQ}{4\pi\,\varepsilon\,d^2}\vec{u}_d} \qquad (2.1.1.3)$$

en donde d es la distancia entre q y dQ y $\vec{u}_d$ es el vector unitario según $\vec{d}$.

Aquí es conveniente introducir los conceptos de densidades de carga para los tres tipos de distribuciones:

a) Densidad lineal de carga:

$$\boxed{\lambda = \frac{dQ}{dl} = \frac{\Delta Q}{\Delta l}} \qquad [C/m] \qquad (2.1.1.4)$$

b) Densidad superficial de carga:

$$\boxed{\sigma = \frac{dQ}{dS} = \frac{\Delta Q}{\Delta S}} \qquad [C/m^2] \qquad (2.1.1.5)$$

c) Densidad volumétrica de carga:

$$\boxed{\rho = \frac{dQ}{dv} = \frac{\Delta Q}{\Delta v}} \qquad [C/m^3] \qquad (2.1.1.6)$$

Para el caso de sistemas de cargas puntuales, la fuerza total que experimenta la carga *q* es la resultante vectorial de las fuerzas parciales; esto significa que los campos eléctricos y sus efectos son aditivos, es decir:

$$\boxed{\vec{F} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n} \qquad (2.1.1.7)$$

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM201
EM202
EM211C1
EM211C2
EM211C3
EM211C4

b) Ejercitativas:

EM211E1
EM211E2
EM211E3

c) Lúdicas:

EM211L1
EM211L2

ANIMACIÓN DE MUESTRA

MODELO MATEMÁTICO

L1=20

L2=100

L3=250

L4=100

L5=130

L6=200

L7=100

L8=20

L9=300

L10=100

L11=200

L12=150

L13=200

L14=150

L15=200

L16=100

L17=300

L18=50

L19=50

L20=50

x

y

A=x+200

B=y+50

x1=370

y1=250+150*Sin(2*t)

x2=580

y2=350+150*Sin(2*t-1)

x3=880

y3=480

C=-1000

D=-1000

Rx=330

Ry=-100

Lx=-400

Ly=-200

L1x=250

L1y=280

L2x=220

L2y=-200

```
if(x>100)and(x<237)and(y>y1-88)and(y<y1+32)then(A=1000)and(B=1000)and(C=370)and(D=y1)and(x1=1000)and(y1=1000)and(stop(t))

if(x>309)and(x<450)and(y>y2-38)and(y<y2+17)then(A=1000)and(B=1000)and(C=580)and(D=y2)and(x2=1000)and(y2=1000)and(stop(t))

Mx=-1000

My=-1000

if(x>635)and(x<691)and(y>360)and(y<456)then(Mx=00)and(My=170)and(stop(t))
```

2.1.2 INTENSIDAD DE CAMPO ELÉCTRICO

La intensidad de campo eléctrico es un campo vectorial que cuantifica cierto aspecto o parámetro del campo eléctrico. Se define como el cociente entre la fuerza de Coulomb y la carga de prueba situada en un punto del campo, esto es:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}} \qquad (2.1.2.1)$$

La intensidad de campo eléctrico se expresa en *V/m* y tiene la dirección y sentido de la fuerza $\vec{F}$. Por convenio consideraremos que la carga de prueba es la de un protón, $q = +1{,}6E\text{-}19\ C$.

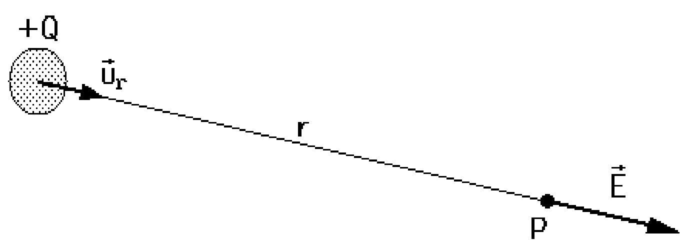


Figura 2.1.2.1

Si el campo es producido por una carga puntual, *Q*, figura 2.1.2.1, la intensidad de campo eléctrico en un punto P es:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon r^2 q}\vec{u}_r$$

es decir:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_r} \qquad (2.1.2.2)$$

en donde Q conserva su signo. Si el campo es producido por un sistema de cargas puntuales, Q_i, la intensidad del campo resultante en un punto es la suma vectorial de las $\vec{E}_i$, es decir:

$$\boxed{\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\sum \frac{Q_i}{r_i^2}\vec{u}_i} \qquad (2.1.2.3)$$

Si en lugar de cargas puntuales se tienen distribuciones continuas de carga (lineales, superficiales y volumétricas), la intensidad de campo eléctrico en un punto P se determina en forma diferencial, tomando un diferencial de carga dQ de la distribución; luego se integra sobre toda la distribución para hallar la intensidad total; así se tienen las expresiones:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int \frac{\lambda\, dl}{d^2}\vec{u}_d} \text{ (distribución lineal)} \qquad (2.1.2.4)$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int \frac{\sigma\, dS}{d^2}\vec{u}_d} \text{ (distribución superficial)} \qquad (2.1.2.5)$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int \frac{\rho\, dv}{d^2}\vec{u}_d} \text{ (distribución volumétrica)} \qquad (2.1.2.6)$$

en donde d es la distancia entre dQ y el punto P en el que se calcula $\vec{E}$.

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM212C1
EM212C2

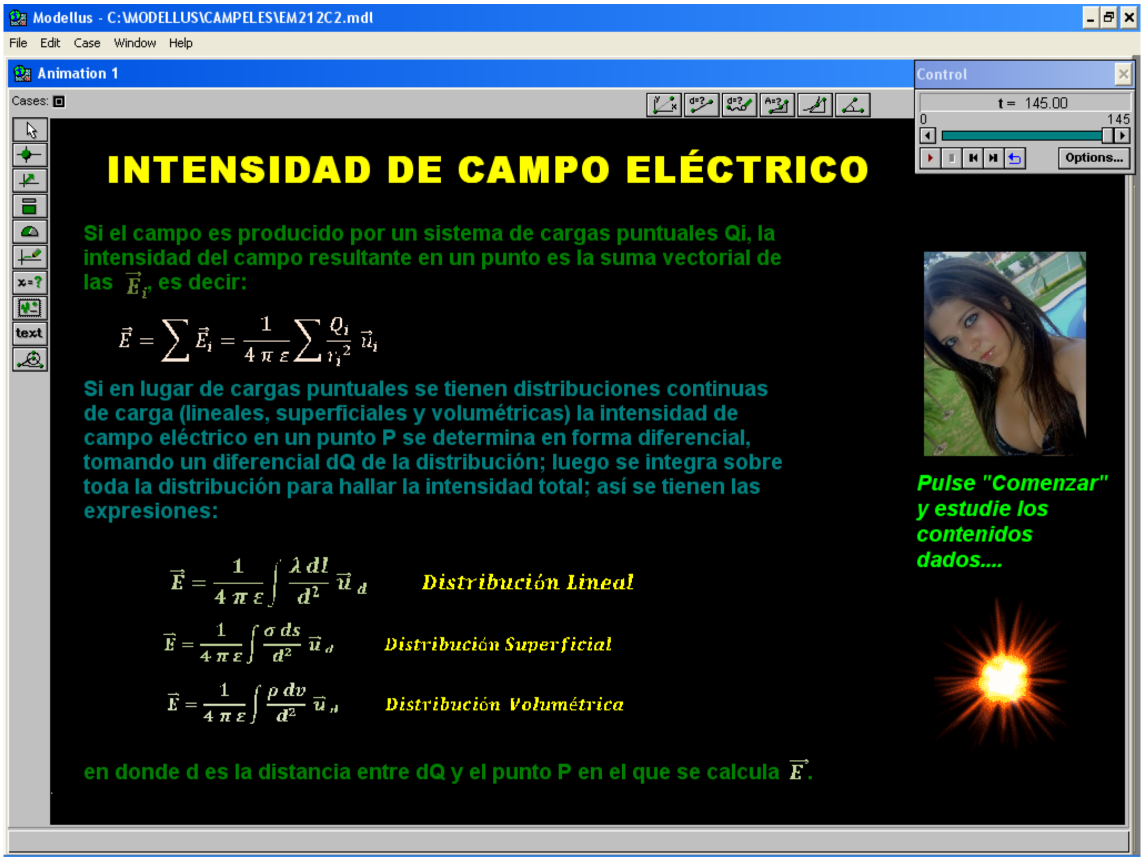
b) Ejercitativas:

EM212E1
EM212E2
EM212E3

c) Lúdicas:

EM212L1

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

L1=30

L2=50

L3=55

L4=55

L5=185

L6=30

L7=110

L8=10

L9=60

L10=50

L11=780

L12=80

L13=-130

L14=-235

if(t<5)then(L15=-2000)

if(t>=5)then(L15=120+100*sin(0.2*t))

if(t>15)then(L15=30)

if(t<20)then(L16=-2000)

if(t>=20)then(L16=120+100*sin(0.2*t))

```
if(t>35)then(L16=180)

if(t<40)then(L17=-2000)

if(t>=40)then(L17=120+100*sin(0.2*t))

if(t>55)then(L17=30)

if(t<60)then(L18=-2000)

if(t>=60)then(L18=120+100*sin(0.2*t))

if(t>75)then(L18=320)

if(t<80)then(L19=-2000)

if(t>=80)then(L19=120+100*sin(0.2*t))

if(t>95)then(L19=306)

if(t<100)then(L20=-2000)

if(t>=100)then(L20=120+100*sin(0.2*t))

if(t>115)then(L20=313)

if(t<120)then(L21=-2000)

if(t>=120)then(L21=120+100*sin(0.2*t))

if(t>135)then(L21=30)

L22=50

L23=-57

L24=645

L25=-10
```

2.1.3 POTENCIAL ELÉCTRICO ESCALAR. DIFERENCIA DE POTENCIAL

El trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar una carga de prueba *q* desde una configuración cualquiera, B, hasta la de referencia, A, es la energía potencial eléctrica, es decir:

$$\boxed{E_{P(BA)} = E_{P(B)} = -\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l} = -q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}} \qquad (2.1.3.1)$$

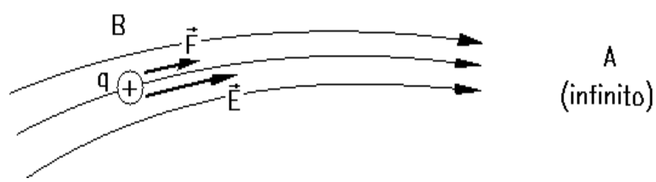


Figura 2.1.3.1

en donde el límite inferior se toma como el punto de referencia y por ello se coloca el signo negativo. Se considera como punto de referencia a un punto muy alejado de las cargas que originan el campo (situado en infinito), de tal manera que allí $\vec{E} = 0$ y $\vec{F} = 0$. Evidentemente si el punto A no se ha colocado en infinito, las integrales anteriores definen la energía potencial de B con respecto a A, es decir, definen la diferencia de energía potencial entre los puntos A y B, esto es:

$$\boxed{E_{P(BA)} = -\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l} = -q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = E_{P_B} - E_{P_A}} \qquad (2.1.3.2)$$

Consideremos el caso en que A está en infinito; el cociente entre la energía potencial eléctrica de un punto B y la carga de prueba *q* se denomina "potencial eléctrico escalar del punto B", esto es:

$$\boxed{V_B = \frac{E_{P(B)}}{q} = -\frac{1}{q}\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}} \qquad (2.1.3.3)$$

y se trata de una cantidad escalar que se expresa en voltios (V); éste es el potencial eléctrico absoluto. Por el contrario, si el punto A no está en infinito, las expresiones anteriores definen la "diferencia de potencial" o simplemente "voltaje" entre los puntos B y A, es decir:

$$\boxed{V_{BA} = \frac{E_{P(BA)}}{q} = -\frac{1}{q}\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = V_B - V_A} \quad (2.1.3.4)$$

Para el caso de una carga puntual, *Q*, el potencial eléctrico en un punto B es:

$$V_B = -\frac{1}{q}\int_A^B \frac{Qq}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_r \cdot dr\,\vec{u}_r = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_{r_\infty}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r}\Bigg|_{r_\infty}^{r_B}$$

es decir:

$$\boxed{V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_B}} \qquad (2.1.3.5)$$

en donde *Q* mantiene su signo.

La diferencia de potencial entre dos puntos B y A (A fuera de infinito) es:

$$\boxed{V_{BA} = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)} \qquad (2.1.3.6)$$

Para el caso de un sistema de cargas puntuales, Q_i, las expresiones para el potencial absoluto y para la diferencia de potencial son, respectivamente:

$$\boxed{V_B = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon}\sum \frac{Q_i}{r_{B_i}}} \qquad (2.1.3.7)$$

$$\boxed{V_{BA} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon}\sum\left(\frac{Q_i}{r_{B_i}} - \frac{Q_i}{r_{A_i}}\right)} \qquad (2.1.3.8)$$

Para el caso de distribuciones de carga, las expresiones para el potencial absoluto son:

$$\boxed{V_B = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon}\int \frac{\lambda}{d}dl} \quad \text{(distribución lineal)} \qquad (2.1.3.9)$$

$$\boxed{V_B = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon}\int \frac{\sigma}{d}dS} \quad \text{(distribución superficial)} \qquad (2.1.3.10)$$

$$\boxed{V_B = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon}\int \frac{\rho}{d}dv} \quad \text{(distribución volumétrica)} \qquad (2.1.3.11)$$

en donde *d* es la distancia entre el punto B y la diferencial de carga *dQ*.

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM213C1
EM213C2
EM213C3

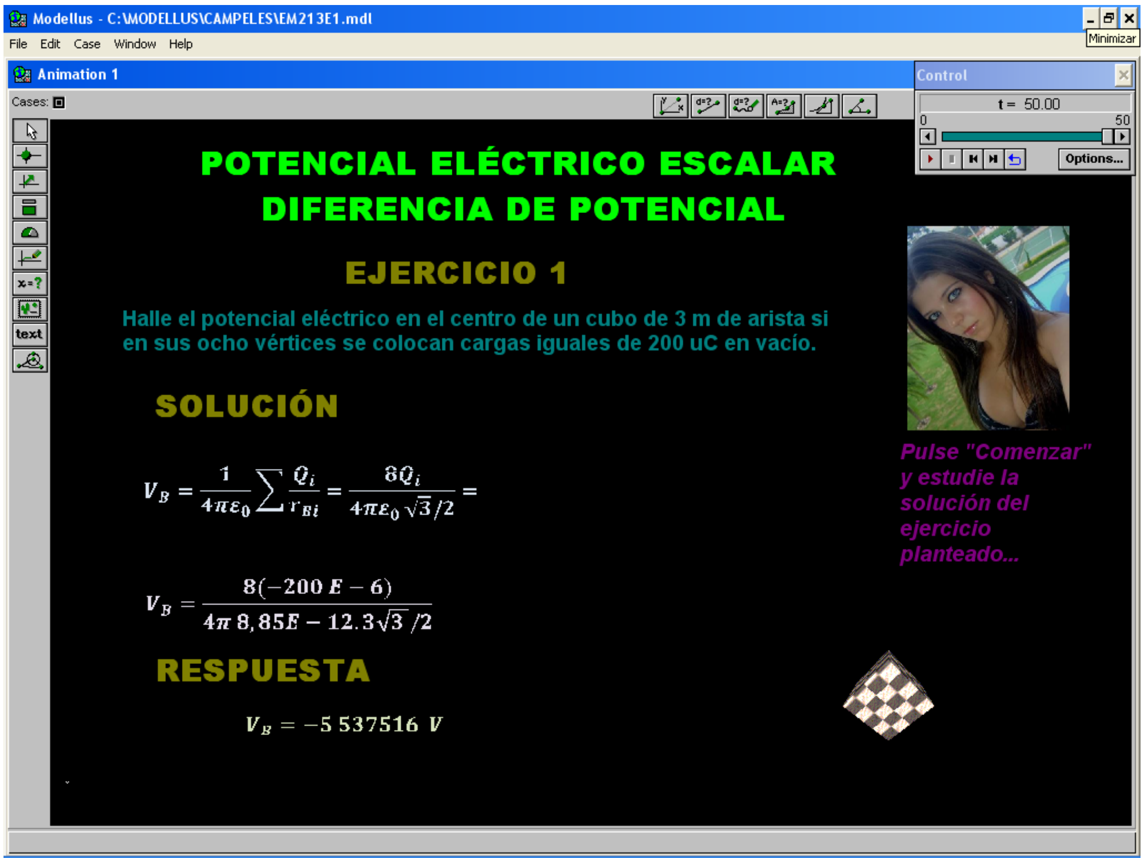
b) Ejercitativas:

EM213E1
EM213E2
EM213E3

c) Lúdicas:

EM213L1

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

L1=50

L2=70

L3=40

L4=100

L5=20

L6=78

L7=70

L8=50

L9=50

L10=50

L11=120

L12=750

L13=80

L14=-120

L15=-220

L16=250

L17=50

if(t<10)then(L18=-1000)

if(t>=10)then(L18=80)

```
if(t<15)then(L19=-1000)

if(t>=15)then(L19=740)

if(t<25)then(L20=-1000)

if(t>=25)then(L20=220)

if(t<35)then(L21=-1000)

if(t>=35)then(L21=200)

if(t<40)then(L22=-1000)

if(t>=40)then(L22=80)

if(t<45)then(L23=-1000)

if(t>=45)then(L23=250)

L24=-200
```

2.1.4 RELACIÓN ENTRE LA INTENSIDAD DE CAMPO Y SU POTENCIAL

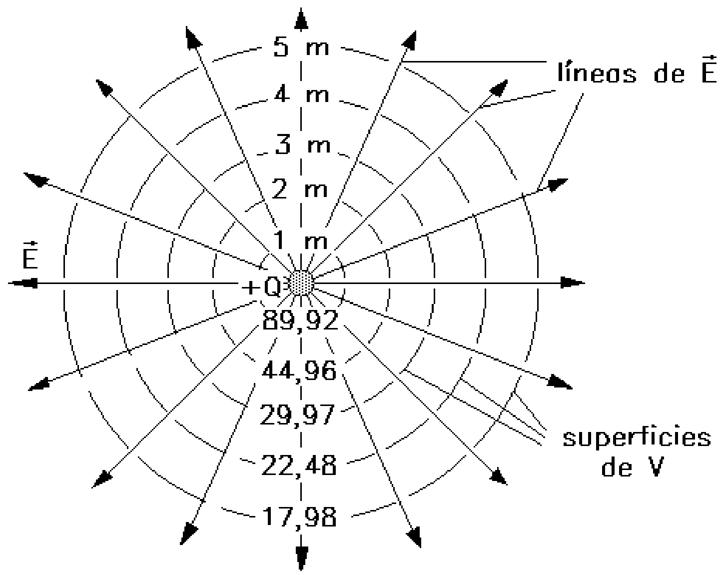


Figura 2.1.4.1

Si se tiene una carga puntual, +*Q*, como la de la figura 2.1.4.1, a distintas distancias r_i de la misma se tendrán diferentes superficies geométricas esféricas caracterizadas por tener un potencial eléctrico muy específico; cada una de dichas superficies tiene un potencial particular constante sobre toda la superficie de modo que son "superficies equipotenciales". Para el caso concreto de la figura, la carga es de *10 nC* y las distancias crecen de metro en metro. En la figura se han incluido también algunas líneas de la intensidad de campo eléctrico, esto es, del campo radial divergente originado por la carga; podemos ver la ortogonalidad que existe entre las líneas del campo eléctrico $\vec{E}$ y las superficies equipotenciales, lo cual es cierto siempre, sin importar cuál sea el agente que genera el campo (carga puntual, sistema de cargas puntuales, distribuciones de carga). El hecho de la ortogonalidad entre las líneas de $\vec{E}$ o de $\vec{D}$ y las superficies equipotenciales no es una casualidad, sino la consecuencia de una íntima relación entre el campo escalar V y el campo vectorial $\vec{E}$.

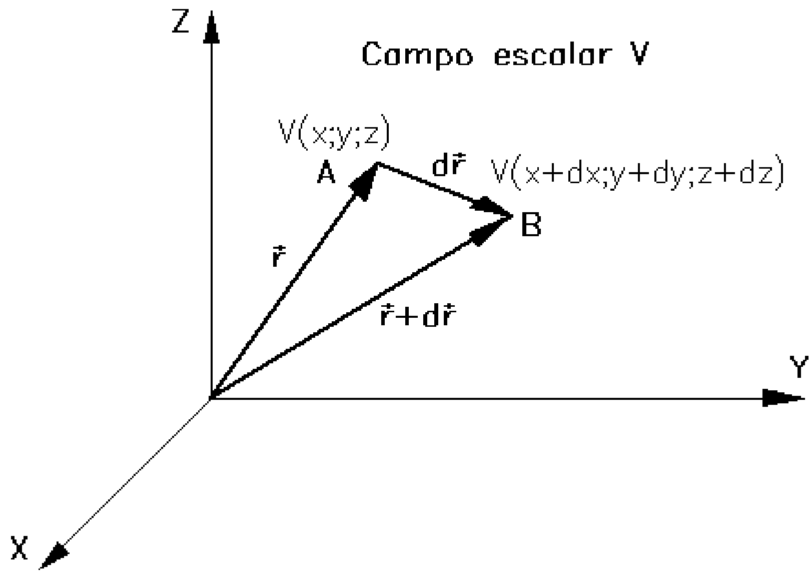


Figura 2.1.4.2

Para determinar dicha relación consideremos la figura 2.1.4.2 donde se tiene una región del espacio en la que se ha definido un campo escalar V, es decir un campo de potencial eléctrico.

El potencial en $A(x;\ y;\ z)$ es:

$V(x;\ y;\ z)$

y el potencial en $B(x+dx;\ y+dy;\ z+dz)$ es:

$V(x+dx;\ y+dy;\ z+dz)$

La variación de V entre A y B es:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz \qquad \text{(a)}$$

Pero sabemos que si:

$$d\vec{r} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$$

y:

$$grad\ V = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$$

entonces:

$$grad\ V \cdot d\vec{r} = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$$

que es idéntico a (a), por lo tanto:

$$dV = grad\ V \cdot d\vec{r} \qquad \text{(b)}$$

A partir de la ecuación (2.1.3.3) tenemos:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

que al sustituirse en (b) da:

$$-\vec{E} \cdot d\vec{r} = grad\ V \cdot d\vec{r}$$

de donde:

$$\boxed{\vec{E} = -grad\ V} \qquad (2.1.4.1)$$

que es la relación buscada. En la aplicación práctica de la ecuación (2.1.4.1) se ha de elegir la expresión del gradiente en el sistema coordenado adecuado al problema que se analiza.

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM214C1
EM214C2

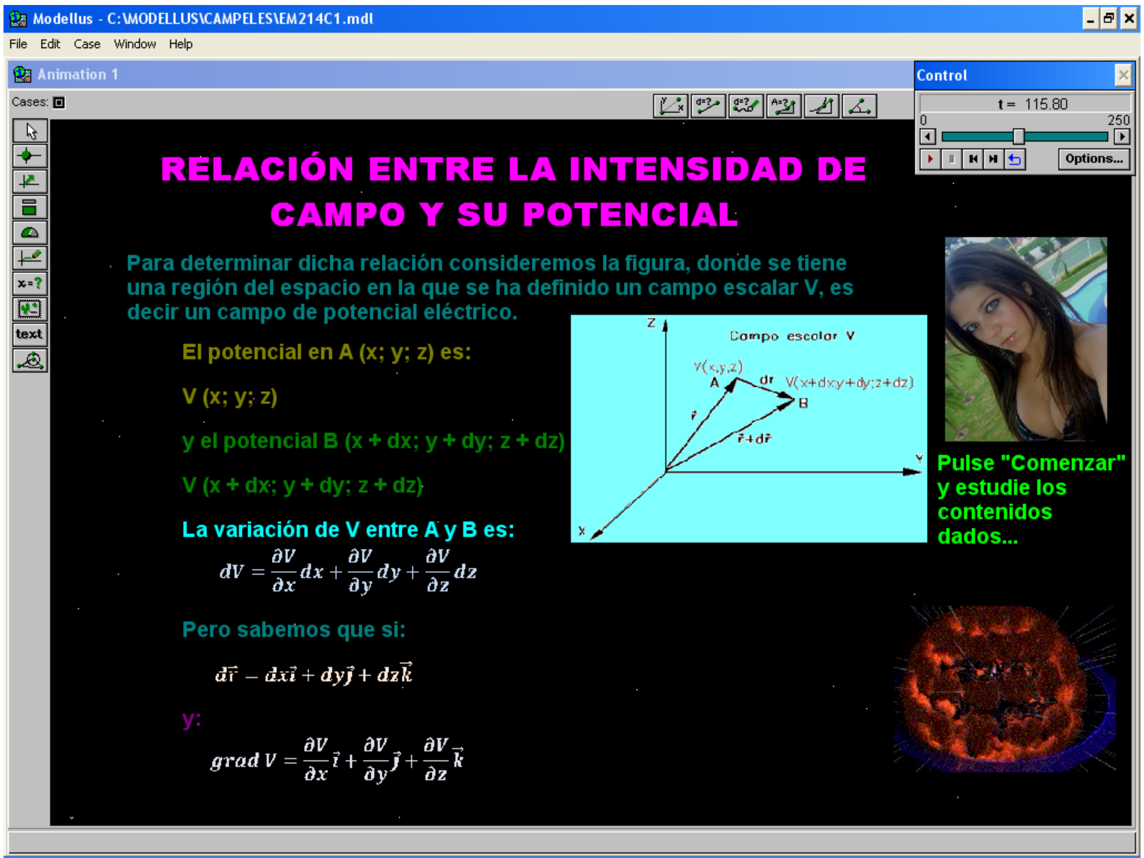
b) Ejercitativas:

EM214E1
EM214E2
EM214E3

c) Lúdicas:

EM214L1

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

L1=40

L2=50

L3=40

L4=40

L5=40

L6=40

L7=80

L8=20

L9=75

L10=80

L11=780

L12=80

L13=-100

L14=-200

if(t<15)then(L15=-2000)

if(t>=15)then(L15=50)

if(t<25)then(L16=-2000)

if(t>=25)then(L16=100)

if(t<35)then(L17=-2000)

if(t>=35)then(L17=100)

if(t<45)then(L18=-2000)

if(t>=45)then(L18=100)

if(t<55)then(L19=-2000)

if(t>=55)then(L19=100)

if(t<65)then(L20=-2000)

if(t>=65)then(L20=100)

if(t<70)then(L21=-2000)

if(t>=75)then(L21=250)

L22=50

L23=50

L24=30

L25=50

if(t<85)then(L26=-2000)

if(t>=85)then(L26=100)

if(t<95)then(L27=-2000)

if(t>=95)then(L27=220)

if(t<105)then(L28=-2000)

if(t>=105)then(L28=100)

if(t<115)then(L29=-2000)

if(t>=115)then(L29=240)

```
if(t<120)then(L15=50)

if(t>=120)then(L15=-2000)

if(t<120)then(L16=100)

if(t>=120)then(L16=-2000)

if(t<120)then(L17=100)

if(t>=120)then(L17=-2000)

if(t<120)then(L18=100)

if(t>=120)then(L18=-2000)

if(t<120)then(L19=100)

if(t>=120)then(L19=-2000)

if(t<120)then(L20=100)

if(t>=120)then(L20=-2000)

if(t<120)then(L21=250)

if(t>=120)then(L21=-2000)

if(t<120)then(L26=100)

if(t>=120)then(L26=-2000)

if(t<120)then(L27=220)

if(t>=120)then(L27=-2000)

if(t<120)then(L28=100)

if(t>=120)then(L28=-2000)


if(t<120)then(L29=240)
```

if(t>=120)then(L29=-2000)

if(t<15)then(L30=-1000)

if(t>=130)then(L30=100+100*sin(0.2*t))

if(t>140)then(L30=50)

if(t<15)then(L31=-1000)

if(t>=145)then(L31=100+100*sin(0.2*t))

if(t>155)then(L31=250)

if(t<15)then(L32=-1000)

if(t>=160)then(L32=100+100*sin(0.2*t))

if(t>170)then(L32=50)

if(t<15)then(L33=-1000)

if(t>=175)then(L33=100+100*sin(0.2*t))

if(t>180)then(L33=200)

if(t<15)then(L34=-1000)

if(t>=185)then(L34=100+100*sin(0.2*t))

if(t>190)then(L34=50)

if(t<15)then(L35=-1000)

if(t>=195)then(L35=100+100*sin(0.2*t))

if(t>200)then(L35=210)

if(t<15)then(L36=-1000)

if(t>=205)then(L36=100+100*sin(0.2*t))

```
if(t>210)then(L36=50)

if(t<15)then(L37=-1000)

if(t>=215)then(L37=100+100*sin(0.2*t))

if(t>220)then(L37=210)

if(t<15)then(L38=-1000)

if(t>=225)then(L38=100+100*sin(0.2*t))

if(t>230)then(L38=50)

if(t<15)then(L39=-1000)

if(t>=235)then(L39=100+100*sin(0.2*t))

if(t>240)then(L39=210)

if(t<15)then(L40=-1000)

if(t>=245)then(L40=100+100*sin(0.2*t))

if(t>250)then(L40=50)

if(t<15)then(L41=-2000)

if(t>=15)then(L41=610)

L42=400
```

2.1.5 DIPOLO ELÉCTRICO. MOMENTO DIPOLAR ELÉCTRICO

Un sistema de dos cargas puntuales de igual valor y signos contrarios separadas por una pequeña distancia *d* constituye un dipolo eléctrico, figura 2.1.5.1. El producto *Qd* es la magnitud de un vector llamado "momento dipolar eléctrico", que se define mediante:

$$\boxed{\vec{p} = Q\vec{d}} \tag{2.1.5.1}$$

en donde $\vec{d}$ es el vector posición de +*Q* con respecto a -*Q*, es decir, es el vector que parte de -*Q* y llega a +*Q*. El vector $\vec{p}$ se expresa en *C.m*.

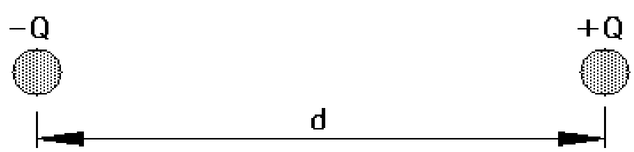


Figura 2.1.5.1

Ahora desarrollaremos expresiones para el potencial eléctrico y la intensidad de campo eléctrico en un punto dentro del campo generado por el dipolo, figura 2.1.5.2. El potencial generado en el punto P por la carga +*Q* es $V_1 = Q/\left(4\pi\varepsilon r_1\right)$ y el generado por -*Q* es $V_2 = -Q/\left(4\pi\varepsilon r_2\right)$, por lo tanto, el potencial total es:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_2}$$

$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \qquad (2.1.5.2)$$

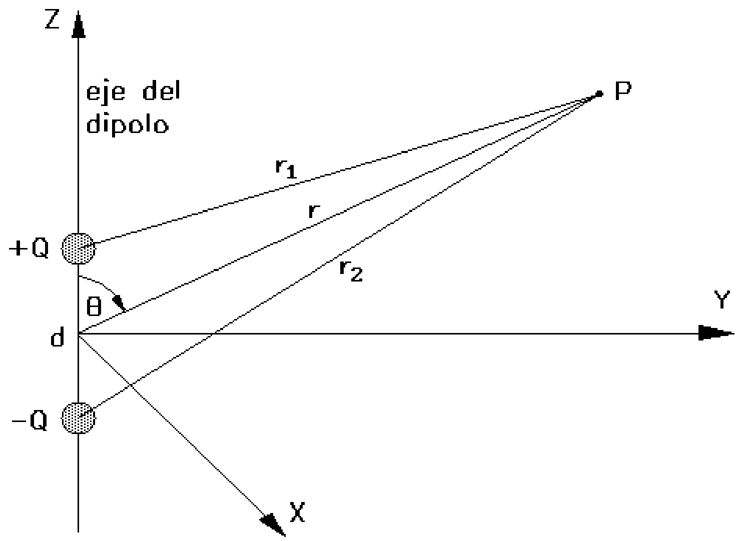


Figura 2.1.5.2

Si el punto P está bastante lejos del dipolo, de modo que *r* >> *d*, entonces r_1 es prácticamente paralelo a r_2 y se tiene que:

$$r_1 = r - \frac{1}{2}d\,Cos\,\theta \quad \& \quad r_2 = r + \frac{1}{2}d\,Cos\,\theta$$

en donde *r* y θ son dos de las tres coordenadas del sistema esférico, entonces:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r - \frac{1}{2}d\,Cos\,\theta} - \frac{1}{r + \frac{1}{2}d\,Cos\,\theta}\right) =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{r + \frac{1}{2}d\,Cos\,\theta - r + \frac{1}{2}d\,Cos\,\theta}{r^2 - \frac{1}{4}d^2\,Cos^2\theta}\right)$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \frac{d\,Cos\,\theta}{r^2 - \frac{1}{4}d^2\,Cos^2\,\theta}$$

Pero debido a que *d* es pequeño, $d^2 \to 0$ y:

$$\boxed{V = \frac{Qd\,Cos\,\theta}{4\pi\,\varepsilon\,r^2}} \qquad (2.1.5.3)$$

Para determinar la intensidad de campo eléctrico en el punto P hacemos uso de la relación $\vec{E} = -grad\,V$, tomando el gradiente en coordenadas esféricas:

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta - \frac{1}{r\,Sen\,\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\vec{u}_\phi$$

obteniéndose:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Qd\,Cos\,\theta}{2\pi\,\varepsilon\,r^3}\vec{u}_r + \frac{Qd\,Sen\,\theta}{4\pi\,\varepsilon\,r^3}\vec{u}_\theta} \qquad (2.1.5.4)$$

de modo que $\vec{E}$ tiene componentes según *r* y según θ, figura 2.1.5.3, tales que $E_r \neq E_\theta$.

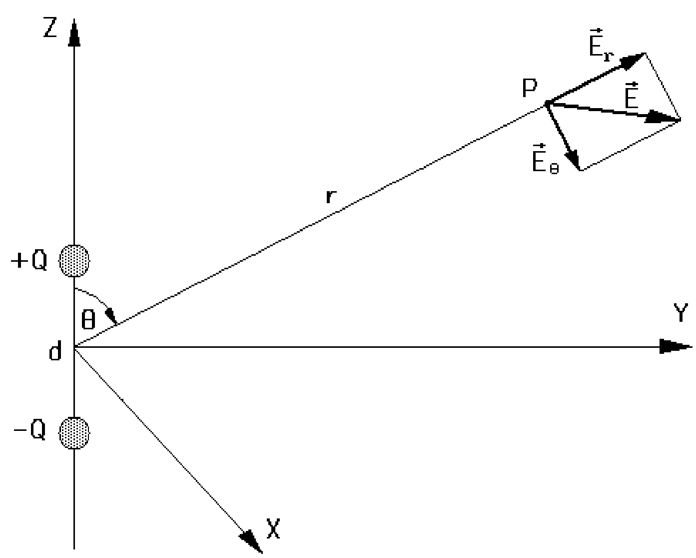


Figura 2.1.5.3

Mediante procedimientos similares se pueden obtener las expresiones de V y $\vec{E}$ para confi-guraciones más complejas como cuadripolos y octipolos, figura 2.1.5.4.

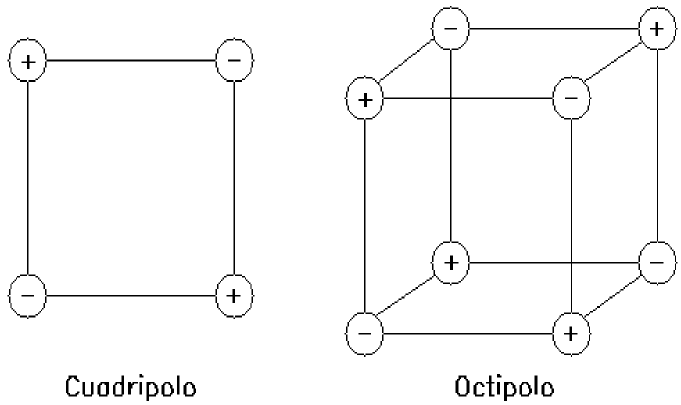


Figura 2.1.5.4

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM215C1
EM215C2
EM215C3

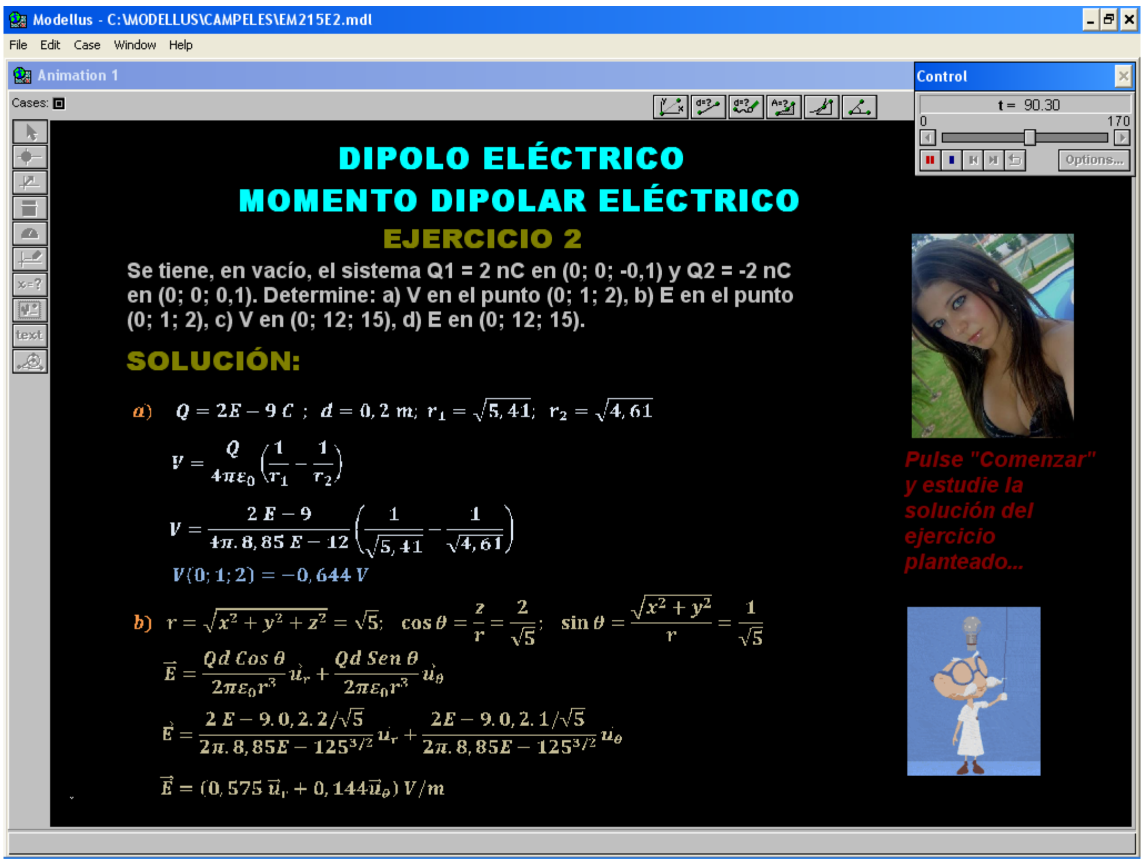
b) Ejercitativas:

EM215E1
EM215E2

c) Lúdicas:

EM215L1

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

L1=10

L2=50

L3=50

L4=50

L5=40

L6=40

L7=60

L8=50

L9=60

L10=75

L11=35

L12=5

L13=70

L14=150

L15=750

L16=80

L17=-110

L18=-210

L19=280

L20=50

if(t<10)then(L21=-1000)

if(t>=10)then(L21=50)

if(t<20)then(L22=-1000)

if(t>=20)then(L22=290)

if(t<30)then(L23=-1000)

if(t>=30)then(L23=170)

if(t<40)then(L24=-1000)

if(t>=40)then(L24=245)

if(t<50)then(L25=-1000)

if(t>=50)then(L25=180)

if(t<60)then(L26=-1000)

if(t>=60)then(L26=340)

if(t<70)then(L27=-1000)

if(t>=70)then(L27=210)

if(t<80)then(L28=-1000)

if(t>=80)then(L28=290)

if(t<90)then(L29=-1000)

if(t>=90)then(L29=210)

if(t<100)then(L22=290)

```
if(t>=100)then(L22=-2000)

if(t<100)then(L23=170)

if(t>=100)then(L23=-2000)

if(t<100)then(L24=245)

if(t>=100)then(L24=-2000)

if(t<100)then(L25=180)

if(t>=100)then(L25=-2000)

if(t<100)then(L26=340)

if(t>=100)then(L26=-2000)

if(t<100)then(L27=210)

if(t>=100)then(L27=-2000)

if(t<100)then(L28=290)

if(t>=100)then(L28=-2000)

if(t<100)then(L29=210)

if(t>=100)then(L29=-2000)

if(t<15)then(L30=-1000)

if(t>=105)then(L30=270)

if(t<15)then(L31=-1000)

if(t>=115)then(L31=150)

if(t<15)then(L32=-1000)

if(t>=125)then(L32=210)
```

```
if(t<15)then(L33=-1000)

if(t>=135)then(L33=220)

if(t<15)then(L34=-1000)

if(t>=145)then(L34=310)

if(t<15)then(L35=-1000)

if(t>=155)then(L35=270)
```

2.1.6 FLUJO ELÉCTRICO. DENSIDAD DE FLUJO ELÉCTRICO

Se ha acordado, por convenio justificado, que un culombio de carga eléctrica da origen a un culombio de flujo eléctrico, ψ, es decir:

$$\boxed{\psi = Q} \tag{2.1.6.1}$$

Las líneas de flujo se originan o salen de las cargas positivas y mueren en las cargas negativas (o en infinito) de modo que son "líneas abiertas"; además, dichas líneas son ortogonales a las superficies equipotenciales, puesto que coinciden con las líneas del campo eléctrico $\vec{E}$. En la figura 2.1.6.1 se muestran algunos mapas de campo con las líneas de ψ y algunas superficies de $V = constante$:

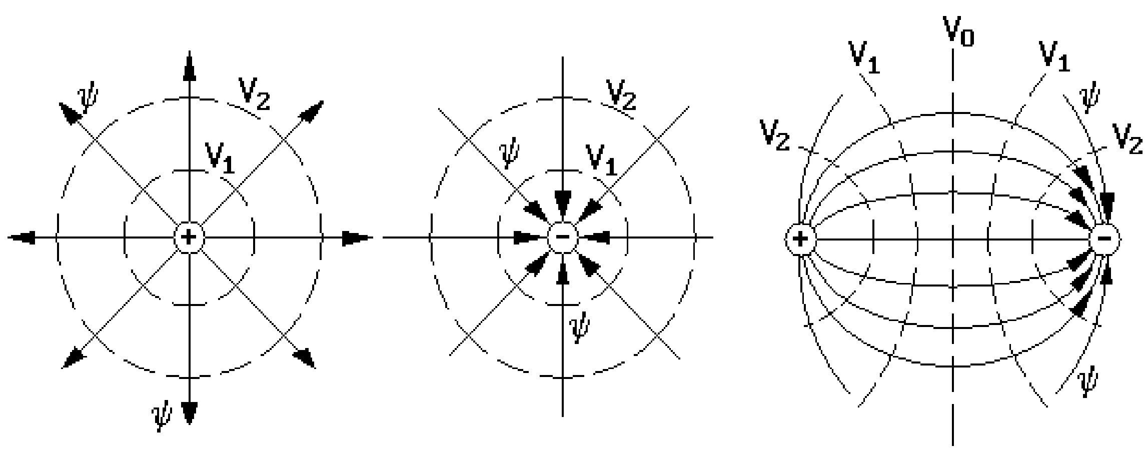


Figura 2.1.6.1

Las cargas positivas son "fuentes de ψ", mientras que las negativas son "sumideros de ψ"; por ello la divergencia de $\vec{E}$ es positiva en los puntos con carga positiva y negativa en los puntos con carga negativa.

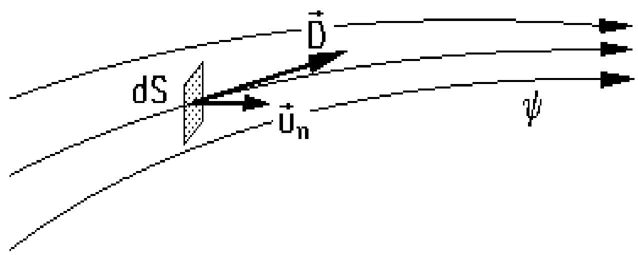


Figura 2.1.6.2

Consideremos ahora lo que ocurre en la figura 2.1.6.2, donde se muestra una porción de un campo eléctrico de flujo ψ. Si definimos un diferencial de área $d\vec{S} = dS\,\vec{u}_n$, el diferencial de flujo que lo atraviesa es $d\psi$; entonces el cociente entre $d\psi$ y dS se denomina "densidad de flujo eléctrico", $\vec{D}$, esto es:

$$\boxed{\vec{D} = \frac{d\psi}{dS}\vec{u}_n} \qquad (2.1.6.2)$$

de donde:

$$\boxed{\psi = \int \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int D_n\, dS} \qquad (2.1.6.3)$$

Diferenciando la ecuación anterior y recordando que $d\psi = dQ$ tenemos:

$$dQ = D_n \, dS$$

de donde:

$$\frac{dQ}{dS} = D_n$$

es decir:

$$\boxed{\sigma = D_n} \qquad (2.1.6.4)$$

la cual indica que la componente normal de $\vec{D}$, a una superficie con carga distribuida uniformemente o no, en un punto dado es igual a la densidad superficial de carga en dicho punto. Por ello $\vec{D}$ se expresa en C/m^2.

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM216C1

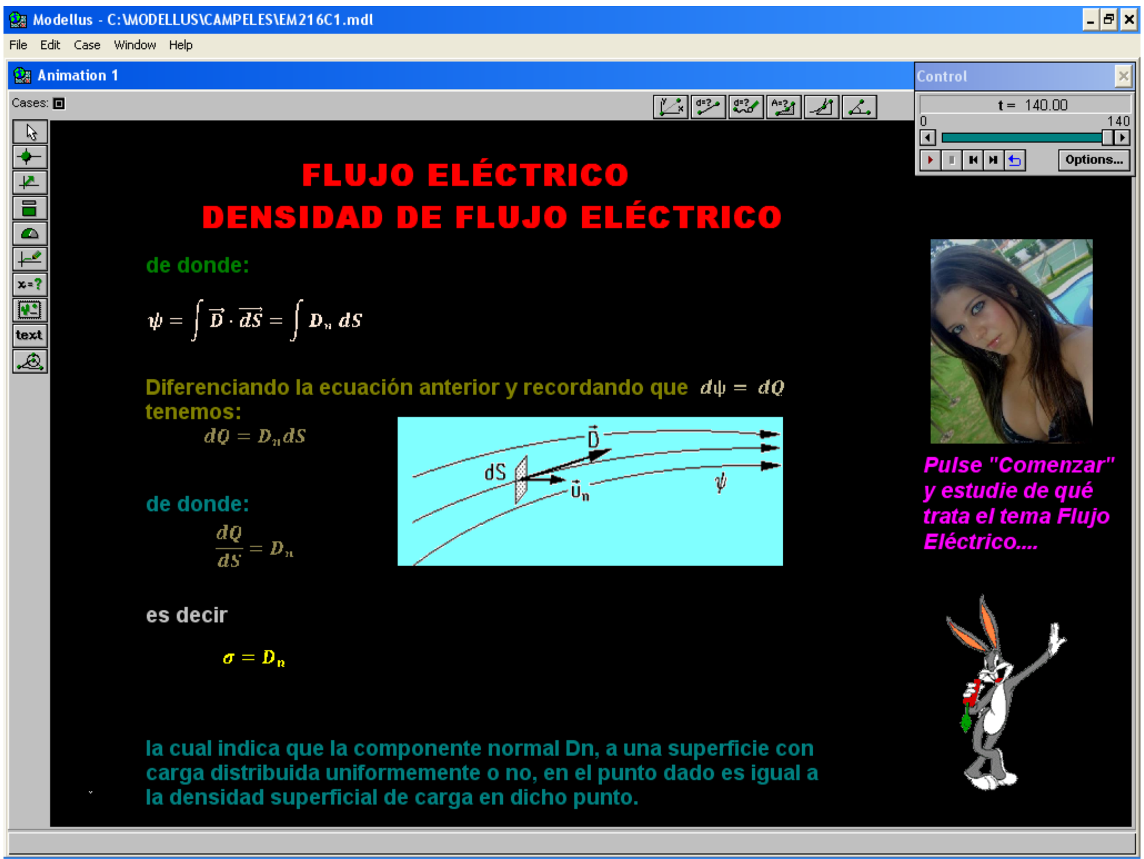
b) Ejercitativas:

EM216E1
EM216E2
EM216E3

c) Lúdicas:

EM216L1

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

L1=50

L2=70

L3=50

L4=50

L5=50

L6=50

L7=55

L8=50

L9=60

L10=20

L11=70

L12=100

L13=750

L14=80

L15=-100

L16=-200

if(t<10)then(L17=-1000)

if(t>=10)then(L17=50)

if(t<20)then(L18=-1000)

if(t>=20)then(L18=150)

if(t<30)then(L19=-1000)

if(t>=30)then(L19=50)

if(t<40)then(L20=-1000)

if(t>=40)then(L20=50)

L21=50

if(t<50)then(L22=-1000)

if(t>=50)then(L22=50)

if(t<60)then(L23=-1000)

if(t>=60)then(L23=150)

if(t<70)then(L17=50)

if(t>=70)then(L17=-2000)

if(t<70)then(L18=150)

if(t>=70)then(L18=-2000)

if(t<70)then(L19=50)

if(t>=70)then(L19=-2000)

if(t<70)then(L20=50)

if(t>=70)then(L20=-2000)

if(t<70)then(L22=50)

if(t>=70)then(L22=-2000)

```
if(t<70)then(L23=150)

if(t>=70)then(L23=-2000)

if(t<15)then(L24=-1000)

if(t>=80)then(L24=50)

if(t<15)then(L25=-1000)

if(t>=90)then(L25=150)

if(t<15)then(L26=-1000)

if(t>=100)then(L26=50)

if(t<15)then(L27=-1000)

if(t>=110)then(L27=150)

if(t<15)then(L28=-1000)

if(t>=115)then(L28=50)

if(t<15)then(L29=-1000)

if(t>=120)then(L29=150)

if(t<15)then(L30=-1000)

if(t>=125)then(L30=50)

if(t<15)then(L31=-1000)

if(t>=130)then(L31=150)

if(t<15)then(L48=-1000)

if(t>=135)then(L48=50)

L32=480
```

L33=-32

L34=350

L35=-10

L36=150

L37=-30

L38=605

L39=-10

L40=350

L41=-30

L42=132

L43=-52

L44=440

L45=-53

L46=538

L47=-10

L50=400

2.1.7 LEY DE GAUSS

Supongamos una carga puntual *Q* situada en el origen de coordenadas y que es a la vez el centro geométrico de una superficie esférica imaginaria de radio *r*, figura 2.1.7.1.

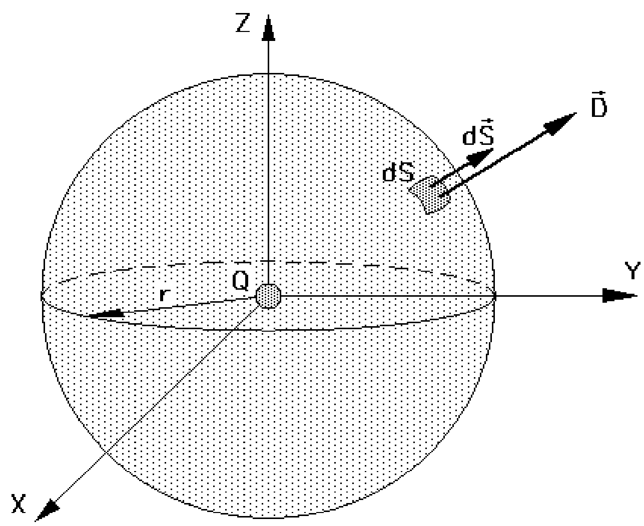


Figura 2.1.7.1

En estas condiciones, el flujo eléctrico ψ a través de la concha esférica la hallamos mediante la ecuación (2.1.6.3), pero extendida a toda su área, esto es:

$$\boxed{\psi = \oint \vec{D} \cdot d\vec{S}} \qquad (2.1.7.1)$$

Pero de la figura vemos que $\vec{D}$ y $d\vec{S}$ son paralelos, luego:

$$\vec{D} \cdot d\vec{S} = D\,dS$$

y:

$$\psi = \oint D\,dS = \iint Dr^2 Sen\,\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$\psi = Dr^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} Sen\,\theta\, d\theta$$

$$\psi = 4\pi r^2 D$$

Pero $\psi = Q$, luego:

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

que en forma vectorial es:

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\vec{u}_r \qquad \text{(a)}$$

Sabemos que la intensidad de campo eléctrico producido por una carga puntual *Q* a la distancia *r* de ella es:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_r \qquad \text{(b)}$$

De la comparación de (a) y (b) encontramos que:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon\vec{E}} \qquad (2.1.7.2)$$

cuyo resultado es totalmente general. A partir de la ecuación (2.1.7.1) y recordando que $\psi = Q$, tenemos:

$$Q = \oint \vec{D}\cdot d\vec{S} \qquad \text{(c)}$$

Pero sabemos además que $\rho = \dfrac{dQ}{dv}$, de donde:

$$Q = \int \rho\, dv \qquad \text{(d)}$$

de modo que fusionando (c) y (d) hallamos:

$$\boxed{\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int \rho\, dv = Q} \qquad (2.1.7.3)$$

ecuación conocida como "ley de Gauss" y que expresa que "la integral cerrada de superficie del campo vectorial $\vec{D}$ bajo producto punto es igual a la integral de volumen del campo escalar ρ y es igual a la carga neta encerrada por la superficie cerrada".

La integral de volumen de la ecuación anterior cubre todo el volumen limitado por la superficie cerrada. Otra manera de expresar la ley de Gauss es la siguiente: "el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga neta encerrada".

Apliquemos ahora el concepto de divergencia al campo $\vec{D}$:

$$div\ \vec{D} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\oint \vec{D}\cdot d\vec{S}}{\Delta v} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta v} = \frac{dQ}{dv}$$

es decir:

$$\boxed{div\ \vec{D} = \rho} \qquad (2.1.7.4)$$

de modo que la divergencia de $\vec{D}$ en un punto es igual a la densidad volumétrica de carga en dicho punto. Así, si en un punto del espacio se tiene una carga positiva (fuente de ψ o de $\vec{D}$), la divergencia de $\vec{D}$ en dicho punto es mayor que cero, es decir, positiva. Similarmente, si en un punto del espacio se tiene una carga negativa (sumidero de ψ o de $\vec{D}$), la divergencia de $\vec{D}$ en dicho punto es menor que cero, es decir, negativa. En particular, si en un punto $\rho = 0$, es decir no hay cargas, la divergencia de $\vec{D}$ es cero.

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM217C1
EM217C2
EM217C3

b) Ejercitativas:

EM217E1
EM217E2
EM217E3

c) Lúdicas:

EM217L1

ANIMACIÓN DE MUESTRA

MODELO MATEMÁTICO

L1=10

L2=20

L3=340

L4=100

L5=100

L6=380

L7=80

L8=5

L9=170

L10=500

L11=600

L12=-60

L13=-530

L14=-150

L15=30

L16=-80

L17=-30

L18=-150

L19=470

L20=320

L21=-400

L22=-70

L23=30

L24=-110

L25=-30

L26=-70

L27=110

L28=20

L29=110

L30=-20

L31=110

L32=200

L33=-100

L34=-20

L35=-60

L36=20

L37=-90

L38=-50

L39=-90

L40=180

L41=80

L42=-60

L43=-20

L44=-60

L45=-5

L46=600

L47=400

L48=870

L49=50

L50=250

Rx

Ry

A=Rx+20

B=Ry-30

o1x=500+150*Sin(2*t-50)

o1y=90

o2x=-570+100*Cos(2*t)

o2y=190

o3x=50

o3y=-150+150*Sin(2*t)

```
fx=1000

fy=1000

f1x=1000

f1y=1000

f2x=1000

f2y=1000

f3x=1000

f3y=1000

f4x=1000

f4y=1000

f5x=1000

f5y=-1000

f6x=1000

f6y=1000

f7x=1000

f7y=1000

f8x=100

f8y=1000

if(A>-570)and(A<-522)and(B>-512)and(B<-183)then(fx=-
20)and(fy=190)
```

if(A>-496)and(A<-467)and(B>-300)and(B<-210)then(f1x=-40)and(f1y=-50)

if(A>-400)and(A<-305)and(B>-420)and(B<-380)then(f2x=-60)and(f2y=-40)

if(A>-300)and(A<-159)and(B>-200)and(B<-110)then(f3x=25)and(f3y=20)

if(A>-426)and(A<-390)and(B>-345)and(B<-280)then(f4x=-30)and(f4y=-110)

if(A>-240)and(A<-175)and(B>-345)and(B<-283)then(f5x=30)and(f5y=-30)

if(A>-203)and(A<-174)and(B>-240)and(B<-180)then(f6x=30)and(f6y=0)

if(A>-391)and(A<-305)and(B>-270)and(B<-246)then(f7x=-165)and(f7y=-155)

if(A>-293)and(A<-240)and(B>-300)and(B<-262)then(f8x=180)and(f8y=-100)and(stop(t))

2.1.8 CASCARONES CONDUCTORES DELGADOS CON CARGA DISTRIBUIDA

Supongamos un cascarón conductor esférico muy delgado, como el de la figura 2.1.8.1. Al depositar en él una carga $+Q$, ésta se desparrama originando una densidad superficial de carga $\sigma = Q/4\pi r_1^2$.

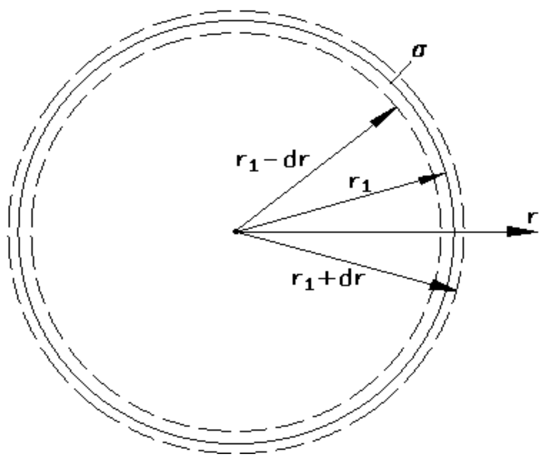


Figura 2.1.8.1

Al aplicar la ley de Gauss a la superficie gaussiana de radio $r_1 - dr$ se tiene:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad \text{(a)}$$

ya que no existe carga en el interior del cascarón. Esto significa que en el interior del cascarón tanto $\vec{D}$ como $\vec{E}$ son nulos.

Al aplicar la ley de Gauss a la superficie gaussiana de radio $r_1 + dr$ se tiene:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = D 4\pi r_1^2 = Q$$

de donde:

$$D = \frac{Q}{4\pi r_1^2} = \frac{Q}{S} = \sigma \qquad \text{(b)}$$

y por lo mismo:

$$E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon r_1^2} = \frac{Q}{\varepsilon S} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad \text{(c)}$$

La ecuación (c) nos indica que la intensidad de campo eléctrico en la región exterior de un cascarón esférico cargado es idéntico al generado por una carga puntual *Q* situada en el centro del cascarón.

Resumiendo:

$$\boxed{\vec{D} = \begin{cases} 0 & \text{dentro del cascarón } (r \le r_1) \\ \dfrac{Q}{4\pi r^2}\vec{u}_r & \text{fuera del cascarón } (r > r_1) \end{cases}} \qquad (2.1.8.1)$$

y:

$$\boxed{\vec{E} = \begin{cases} 0 & \text{dentro del cascarón } (r \le r_1) \\ \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon r^2}\vec{u}_r & \text{fuera del cascarón } (r > r_1) \end{cases}} \qquad (2.1.8.2)$$

Ahora determinaremos las expresiones para el potencial dentro y fuera del cascarón. Al aplicar la relación $\vec{E} = -grad\ V$ al interior tenemos:

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r = 0$$

de donde *V* = *constante*, es decir, el potencial eléctrico en la región $\{0 \leq r \leq r_1\}$ es constante e igual al potencial en la superficie.

Al aplicar al exterior tenemos:

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_r$$

de donde:

$$dV = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}dr = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon}\frac{dr}{r^2}$$

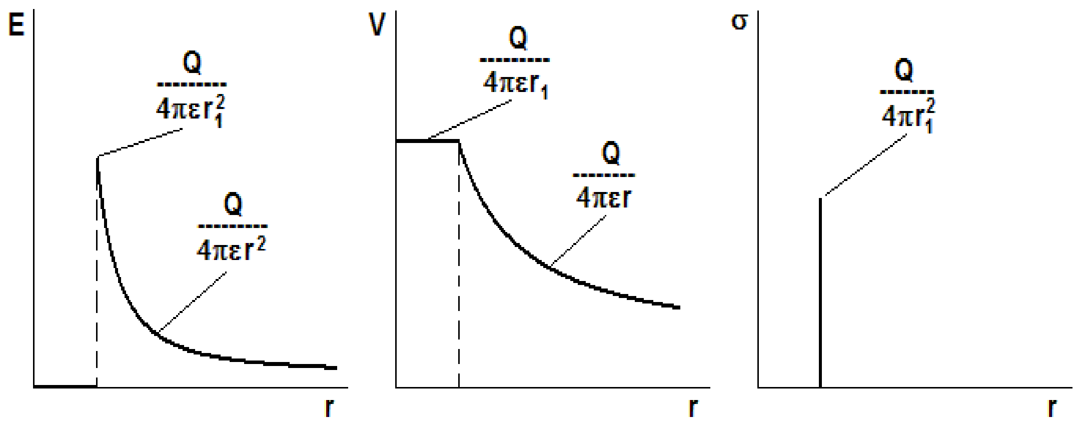
y:

$$V = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon}\int\frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$$

Resumiendo:

$$\boxed{V = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r_1} = constante & (r \leq r_1) \\ \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r} & (r > r_1) \end{cases}} \qquad (2.1.8.3)$$

Las gráficas $E - r$, $V - r$ y $\sigma - r$ se muestran en la figura 2.1.8.2.



F i g u r a 2 . 1 . 8 . 2

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM218C1
EM218C2
EM218C3

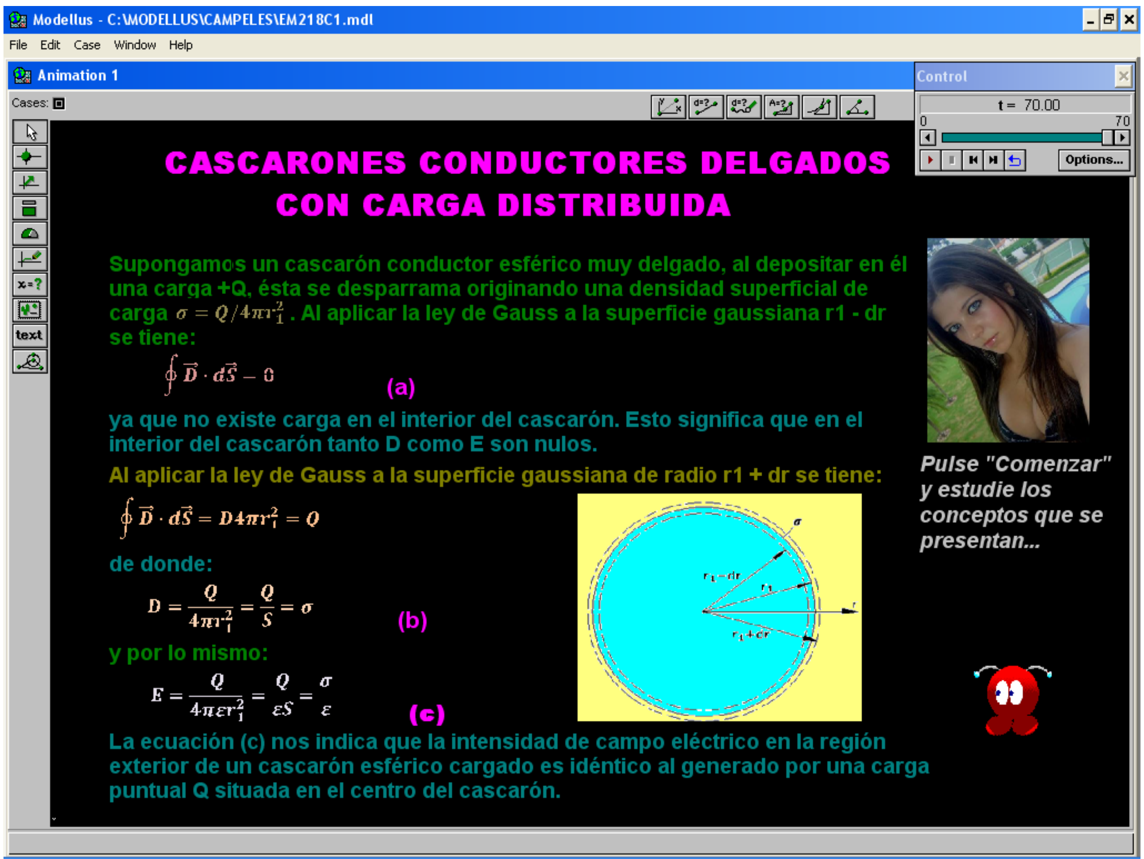
b) Ejercitativas:

EM218E1
EM218E2
EM218E3

c) Lúdicas:

EM218L1

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

L1=80

L2=30

L3=50

L4=30

L5=50

L6=30

L7=50

L8=50

L9=30

L10=110

L11=20

L12=80

L13=100

L14=780

L15=80

L16=-100

L17=-200

if(t<5)then(L18=-1000)

if(t>=5)then(L18=50)

if(t<15)then(L19=-1000)

if(t>=15)then(L19=150)

if(t<25)then(L20=-1000)

if(t>=25)then(L20=50)

if(t<35)then(L21=-1000)

if(t>=35)then(L21=50)

if(t<40)then(L22=-1000)

if(t>=40)then(L22=150)

if(t<45)then(L23=-1000)

if(t>=45)then(L23=50)

if(t<50)then(L24=-1000)

if(t>=50)then(L24=160)

if(t<55)then(L25=-1000)

if(t>=55)then(L25=50)

if(t<60)then(L26=-1000)

if(t>=60)then(L26=170)

if(t<65)then(L27=-1000)

if(t>=65)then(L27=50)

L28=110

L29=-55

L30=150

L31=150

L32=150

L33=150

L34=150

L35=550

L36=-50

2.1.9 CASCARONES CONDUCTORES GRUESOS. CARGAS INDUCIDAS

Un conductor puede transportar carga eléctrica; pero "en condiciones estáticas, todo conductor es un medio en el que el campo eléctrico es cero", lo que implica que todos los puntos del conductor están a un mismo potencial.

Si un conductor es colocado dentro de un campo externo o aplicado, $\vec{E}_a$, tendería a aparecer en su interior un campo $\vec{E}$ diferente de cero, lo cual violaría el concepto anterior; sin embargo esto no ocurre ya que dentro del conductor se produce una redistribución de carga tal que se origina un campo inducido, $\vec{E}_i$, igual y opuesto, punto por punto, a $\vec{E}_a$, de modo que efectivamente el campo resultante dentro del conductor es cero. En resumen, en condiciones estáticas, el campo eléctrico en un conductor es cero y su potencial es una constante. La carga puede residir en la superficie del conductor en forma de una densidad superficial de carga, la cual no necesita ser constante.

Consideremos el caso de un cascarón conductor esférico grueso, de radios *a* y *b*, figura 2.1.9.1. Si se coloca una carga puntual *+Q* en el centro del cascarón, ésta originará un campo radial saliente, $\vec{E}_a$, que atravesará al conductor; pero este campo producirá la redistribución de cargas mostrada en la figura: cargas negativas sobre la superficie interior y cargas positivas sobre la superficie exterior, de densidades σ_i y σ_e, respectivamente, las cuales darán origen al campo inducido $\vec{E}_i$ dentro del conductor, tal que $\vec{E} = \vec{E}_a + \vec{E}_i = 0$. Las densidades superficiales de carga σ_i y σ_e son densidades inducidas.

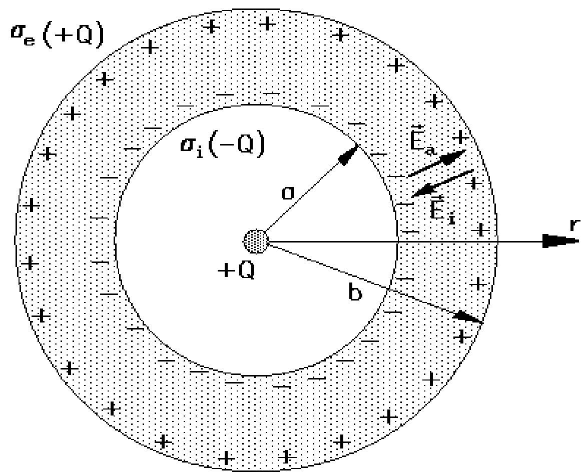


Figura 2.1.9.1

Ahora haremos uso de la ley de Gauss aplicada a unas superficies gaussianas esféricas de radios *a - dr* y *a + dr* para obtener:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = +Q$$

y:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$$

ya que $\vec{E}$ y $\vec{D}$ son cero dentro del conductor, lo cual implica que la carga total dentro de la esfera gaussiana de radio *a + dr* es cero, y para que esto sea cierto, en la superficie interna del cascarón debe existir una carga total -*Q* que al sumarse con la carga puntual +*Q* dé una carga total nula. La carga -*Q* sólo puede ser producida por un movimiento de los electrones hacia la superficie interna, lo cual a su vez da origen a una carga +*Q* distribuida en la superficie exterior del cascarón.

Al aplicar la ley de Gauss a una superficie gaussiana esférica de radio *b* + *dr* se obtiene:

$$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = +Q$$

En consecuencia, la carga puntual +*Q* situada en el centro del cascarón induce una carga igual y opuesta, -*Q*, en la superficie interior del cascarón, y una carga igual +*Q* en la superficie externa del mismo. Así el campo originado en la carga puntual central termina en la superficie interior del conductor; dentro del conductor es nulo; fuera del conductor el campo reaparece debido a la carga superficial +*Q*.

La variación de $\vec{E}_a, \vec{E}_i, \vec{E}, V$ y σ con respecto a *r* se muestran en la figura 2.1.9.2.

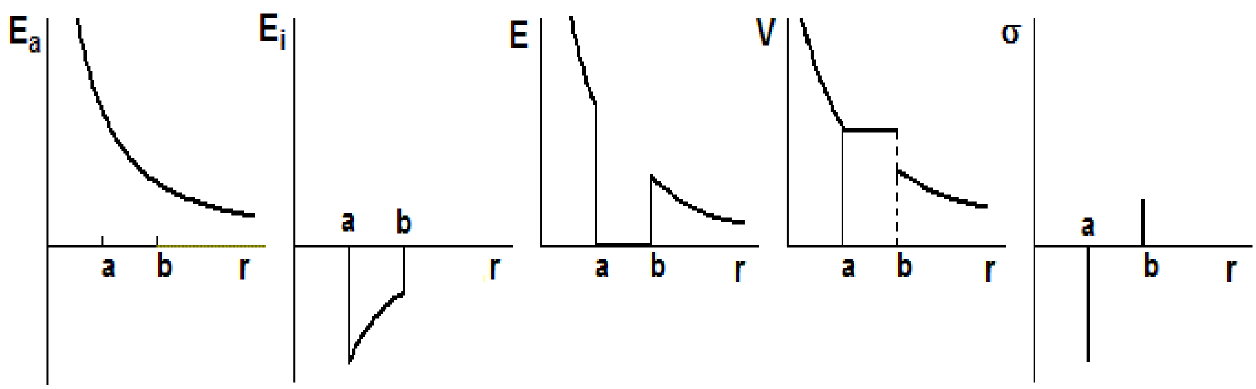


Figura 2.1.9.2

LISTADO DE ANIMACIONES

a) Conceptuales:

EM219C1
EM219C2
EM219C3

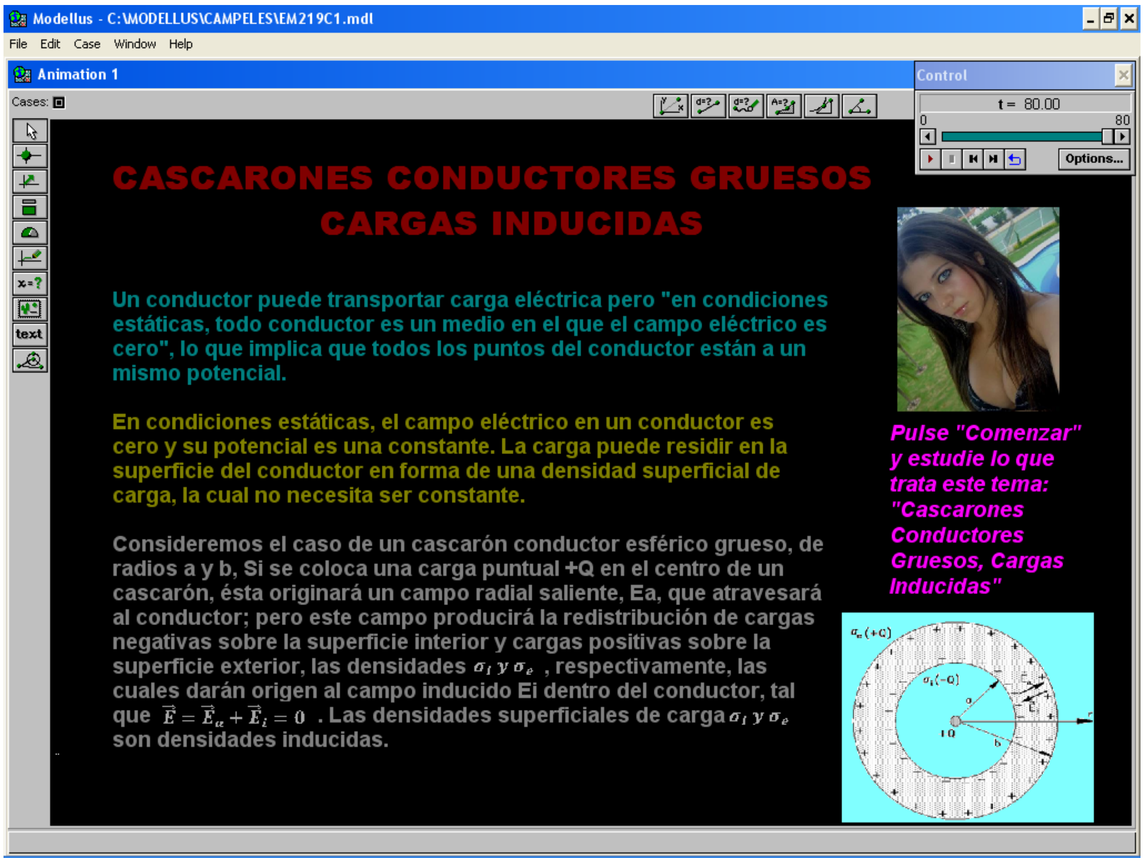
b) Ejercitativas:

EM219E1
EM219E2
EM219E3

c) Lúdicas:

EM219L1

ANIMACIÓN DE MUESTRA



MODELO MATEMÁTICO

L1=200

L2=110

L3=110

L4=30

L5=90

L6=50

L7=750

L8=80

L9=-50

L10=-150

if(t<5)then(L11=-2000)

if(t>=5)then(L11=100+100*sin(0.2*t))

if(t>15)then(L11=50)

if(t<20)then(L12=-2000)

if(t>=20)then(L12=180+100*sin(0.2*t))

if(t>30)then(L12=50)

if(t<35)then(L13=-2000)

if(t>=35)then(L13=180+100*sin(0.2*t))

if(t>40)then(L13=50)

L14=390

L15=-220

L16=32

L17=-160

L18=50

L19=-10

m1x=-35

m1y=-120

m2x=110

m2y=-165

m3x=553

m3y=-165

L20=820

L21=-50

L22=83

CONCLUSIONES

- ✓ El contexto que se nos presenta hoy en día, en donde la ciencia y la tecnología avanza rápidamente, han obligado al docente a modernizarse y a buscar diferentes recursos educativos y didácticos que faciliten la enseñanza-aprendizaje y uno de ellos es la presenta obra.

- ✓ Se logrará en los estudiantes el interés por la física de manera divertida y didáctica.

- ✓ Con el programa Modellus lograremos desarrollar destrezas mentales, motrices y sobre todo la creatividad en cada uno de nuestros educandos.

- ✓ Con la facilitación y manipulación de este software, el estudiante podrá auto-educarse, es decir, será el propio constructor de su conocimiento y se convertirá en un sujeto activo.

- ✓ Con el uso de este programa se consigue que el estudiante y el profesor trabajen conjuntamente y sean ellos quienes pongan a prueba su creatividad y captación de contenidos.

- ✓ La utilización de programas informáticos para el proceso educativo exige al docente y al alumno modernizarse frecuentemente.

RECOMENDACIONES

- ✓ Antes de utilizar este programa, es importante y necesario que el usuario tenga un conocimiento previo sobre el programa Modellus.

- ✓ Se recomienda que el educar conozca y estudie minuciosamente este proyecto para que de esta manera pueda despejar cualquier duda o pregunta que se presente en los estudiantes.

- ✓ Se recomienda al usuario leer con atención y detenidamente cada una de las instrucciones antes de ejecutar la orden.

- ✓ Para la crear nuevas animaciones es recomendable realizarlas primero en un cuaderno de trabajo para que sirva como un plano y luego realizarlas en el computador.

- ✓ Si va a modificar cualquiera de las animaciones que se presentan en esta obra, se recomienda guardarlas con otro nombre de modo que no se pierda la información que le servirá como guía

- ✓ Es fundamental entender correctamente el significado de las palabras claves, puesto que soy muy utilizadas en la presente de la obra.

BIBLIOGRAFÍA

- AVECILLAS JARA, Alberto Santiago, Electromagnetismo, Colección de obras científico – didácticas, Cuenca-Ecuador.
- Alberto Santiago Avecillas, Física III.
- DE ZUBIRÍA SAMPER, Julián. Tratado de Pedagogía Conceptual. Los modelos Pedagógicos. Santa Fe de Bogotá: Fundación Alberto Merani para el Desarrollo de la Inteligencia. 1994
- GARDNER, Howard. Estructuras de la Mente. La teoría de las Inteligencias Múltiples. Santiago de Cali. 2001.

DIRECCIONES EN INTERNET

- **http://www.slideshare.net/didacticaciencia/modelo-pedagógico-activista**
- http://74.125.45.132/search?q=cache:9hIR9Do_A7oJ:cmap.upb.edu.co/servlet/SBReadResourceServlet%3Frid%3D1197060601053_1058750083_3025+modelolo+pedag%C3%B3gico+activista+del+aprendezaje&cd=4&hl=es&ct=clnk
- www.monografías.com