UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Tesis previa a la obtención del Título de Magister en Docencia de las Matemáticas.

TEMA: "Propuesta de aporte al desempeño docente y al aprendizaje del estudiante a través de una guía de aprendizaje, para la cátedra cálculo diferencial de las carreras de ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana sede Cuenca."

AUTOR: JULIO CÉSAR LOJA QUEZADA

DIRECTOR: MAGISTER NELI NORMA GONZÁLEZ PRADO

CUENCA – ECUADOR

2014

Resumen

El objetivo fundamental de este trabajo es proporcionar una nueva alternativa metodológica para la enseñanza - aprendizaje de la materia de Cálculo Diferencial de las carreras de Ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana, con el fin de disminuir índices de repetición y deserción. Para ello, se partió de un diagnóstico del entorno de aprendizaje, analizando aspectos como: calidad del estudiante que ingresa a la universidad, preparación científica y pedagógica de los docentes, percepción estudiantil, equipamiento de aulas y uso de tecnología, que llevo a determinar la ausencia de una metodología diferente a la tradicional. La nueva propuesta considera como base filosófica, a la teoría crítica de la educación matemática y como base pedagógica, a la teoría cognitiva social. A fin de asegurar un mínimo de calidad de la propuesta, se ha tomado como referencia las directrices de la Ley de Educación Superior LOES y las competencias generales y específicas para las carreras de ingenierías industriales, declaradas por Agencia Nacional de Evaluación y Acreditación española ANECA perteneciente al Espacio Europeo de Educación Superior EEES. Además se ha considerado la Teoría del Análisis Didáctico de Contenido, como procedimiento para el diseño, práctica y evaluación de actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Lo anterior llevó a obtener los productos finales de este trabajo, constituidos el nuevo diseño micro curricular y un modelo de guía de aprendizaje para el tema de Análisis de Funciones, ambos, coherentes con el modelo educativo propuesto.

Palabras clave: Teoría Cognitiva, Teoría crítica, Cálculo Diferencial, Análisis de Funciones.

Abstract

The main objective of this work is to give a new methodological alternative for the teaching – learning process regarding the subject Differential Calculus, in the Engineering careers at Salesian Polytechnic University. The main purpose of this work is to diminish repetition and desertion in this subject. As an starting point, it was necessary to make a diagnose of the learning environment, analyzing aspects, such as quality of the students who get into the University, scientific and pedagogical preparations of the professors, student perception, classroom equipment, and use of technology; these aspects helped us to determine the absence of a different methodology from the traditional one. The new proposal considers as philosophical base the critical theory of mathematics education, and as pedagogical base, the social cognitive theory.

To ensure a minimal quality regarding this proposal, it has been taken as a reference, the directives of the Superior Education Law (LOES), and the general and specific competences for the Industrial Engineering careers declared by the Spanish National Agency of Evaluation and Accreditation ANECA, belonging to the European Space of Superior Education EEES.

Aside from that, the Theory of Didactic Analysis Content has been considered as a procedure for the design, practice and evaluation of the activities in the teaching learning process of mathematics.

All the mentioned above, helped us to get the final products of this work, and to constitute the new micro curricular design and a modern learning guide

for the topic Function Analysis, they both coherent with the educational model proposed.

Key words: Cognitive Theory, Critical Theory, Differential Calculus, Function Analysis.

Índice de contenidos

Índice de tablas

Índice de gráficos.

Cláusula de derechos de autor

Universidad de Cuenca
Clausula de derechos de autor

Yo, *JULIO CÉSAR LOJA QUEZADA*, autor de la tesis "Propuesta de aporte al desempeño docente y al aprendizaje del estudiante a través de una guía de aprendizaje, para la cátedra cálculo diferencial de las carreras de ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana sede Cuenca", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Magister en Docencia de las Matemáticas. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, julio de 2014

JULIO CÉSAR LOJA QUEZADA

C.I: 0102595527

Cláusula de propiedad intelectual

Universidad de Cuenca
Clausula de propiedad intelectual

Yo, JULIO CÉSAR LOJA QUEZADA, autor de la tesis "Propuesta de aporte al desempeño docente y al aprendizaje del estudiante a través de una guía de aprendizaje, para la cátedra cálculo diferencial de las carreras de ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana sede Cuenca", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, julio de 2014

Julio Loja Quezada

JULIO CÉSAR LOJA QUEZADA

C.I: 0102595527

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mi Madre, quien desde el cielo siempre me cuida y protege, a mi esposa Marlene, a mis hijos Cristina y David, y mi padre Segundo, quienes día a día me brindan su sonrisa y comparten mis alegrías y tristezas. A todos ellos, Dios les Bendiga siempre.

Julio César Loja Quezada

Agradecimiento

A la Universidad de Cuenca por haberme dado la oportunidad de cursar esta maestría, a mi directora Neli, por su paciencia para guiar este trabajo. Y finalmente un agradecimiento para todos quienes hacen la unidad de posgrados de la Facultad de Filosofía.

Julio César Loja Quezada

Introducción

Mucho se habla de la necesaria transformación de los métodos de enseñanza, hoy en día existe gran cantidad de bibliografía acerca de las teorías de aprendizaje, que podrían resultar efectivas al momento de ser aplicadas en el aula; sin embargo, muy pocos trabajos hacen realidad la teoría en la práctica docente y mucho menos si se trata del campo de la docencia de la matemática.

La realidad y el día a día que se vive en la universidad, permiten ver aun mucha inexperiencia en la docencia de la matemática, las reformas y la situación actual de las Instituciones de Educación Superior IES, del país parecen haber llevado a cambiar la premisa de "*para enseñar, saber*" por la de "*para enseñar, título de cuarto nivel*" que no necesariamente asegura un óptimo desempeño docente, por lo menos mientras no se cuente con personas especializadas, tanto en el área de las matemáticas aplicadas, como en la docencia de las mismas. Se observa en las planificaciones y la praxis en el aula, una improvisación de actividades de aprendizaje que en muchos casos termina en el abuso del modelo conductista, con la consecuente subutilización de los recursos pedagógicos, tecnológicos y de infraestructura.

Se insiste mientras exista gente dedicada a la investigación pedagógica, que parte del problema está en los métodos de enseñanza y no en los estudiantes, a quienes se les considera afectados debido a las malas prácticas pedagógicas que resultan de una desarticulación entre la educación básica y superior. El constructivismo en sí mismo es una teoría pedagógica más humana, pues centra sus esfuerzos en el estudiante, para ello se vale de un docente motivador que propone desde su amplio conocimiento, actividades de aprendizaje interesantes. Estas actividades, no solo tratan de desarrollar las competencias científicas de la materia, sino además, otras competencias de carácter genérico en donde se destaca la importancia de lo actitudinal y afectivo, que influyen directamente sobre la motivación necesaria para desarrollar una actividad académica. Inclusive se promueve que la formación integral en actitudes y valores contemplados dentro de las denominadas competencias genéricas, pueden ser más importantes que las científicas, ya que enseñar al estudiante a aprender, involucra: actividad mental, resolución de problemas y autonomía, que es algo que le servirá no solo en su paso por la universidad, sino para la vida misma.

El carácter abstracto de la matemática y su marcada complejidad, tienen que ser de alguna forma revertidas, a través de la creatividad docente; esto implica, presentar la materia desde las potencialidades de la misma para resolver problemas dentro de la ingeniería, pero además en una forma ordenada, secuencial y progresiva, que parta de enseñar lo básico para luego retomar y profundizar. De esta forma se puede contar con ambientes de aprendizaje significativo, en donde se pongan en juego conceptos de múltiples disciplinas, comunicación efectiva entre docente y estudiantes, que deriven en el consecuente desarrollo de competencias relacionadas con la práctica profesional dentro de la ingeniería, tales como: afianzar conceptos básicos de la física, manejo de dimensiones y unidades, observar diferentes horizontes de aplicación, utilizar paquetes informáticos de uso en ingeniería, entre otros.

La propuesta es elaborar un instrumento práctico para la utilización en el aula tanto por docentes como por los estudiantes. En la sección destinada a los estudiantes, se cambió la secuencia utilizada comúnmente, de enseñar el concepto, practicar los cálculos y finalmente, si el tiempo lo permite realizar algunas aplicaciones, por el planteamiento de problemas interesantes que lleven al estudiante a sentir la necesidad aprender el concepto involucrado y pensar, cómo ponerlo en práctica en la solución de un problema. Además, en el mencionado instrumento se presenta el desarrollo de los contenidos a seguir de una forma clara y sencilla, mediando entre lo coloquial y lo científico, ya que no se puede negar la calidad científica y académica de un texto guía, que con justa razón debe constituirse en el referente para la profundización de los conceptos estudiados. Sin embargo, hay que advertir que los textos guía utilizados se han caracterizado por presentar problemas de aplicación, desde una perspectiva ajena al contexto, incluso hoy en día aún siguen ceñidos a un esquema rígido y una secuencia que parece no cambiar *“concepto - algoritmo - ejercicios”*

Por otra parte, en la sección destinada a los docentes, se puede encontrar orientaciones sobre: las bases del modelo educativo, las bases que aseguran la calidad académica y el procedimiento para elaborar actividades de aprendizaje; de esta forma, el docente no solo será un usuario de la propuesta, sino además se convertirá en una persona crítica de la misma, permitiendo que la guía adquiera un carácter dinámico; es decir, continuamente se vaya transformado y renovando a través de propuestas fundamentadas provenientes del claustro docente.

Indiscutiblemente, para enseñar hay que saber, solamente aquel docente con experiencia, que maneje los conceptos de la materia y que sea capaz de observar las relaciones con otros campos de la ciencia, se convierte en un docente con ideas nuevas y propuestas innovadoras para el aprendizaje. Si bien es cierto, es importante saber lo que se enseña, no es menos importante saber cómo se va a enseñar; en este sentido, es imperativo que los docentes manejen tanto la parte científica, como la pedagógica, ambas, complementadas con el uso de las nuevas tecnologías.

El hecho de trabajar con el modelo cognitivo, no solo invita a reestructurar los contenidos, sino además, se tiene que pensar en una forma de evaluación integral y no limitada únicamente a cuantificar el porcentaje de trasmisión de contenidos de la cabeza del docente hacia la del estudiante. Si bien es cierto, el alcance de este trabajo no llega a la evaluación, si se presentan algunos instrumentos de evaluación y observación que son necesarios para complementar el esfuerzo de llevar las teorías planteadas a la práctica.

Gran parte de la propuesta, se basa en la experiencia del autor, aprovechando la misma, para plantear problemas que permitan que el estudiante relacione conceptos propios del cálculo diferencial, con conceptos y problemas que enfrentará con mayor rigor y una mirada mucho más amplia, en posteriores asignaturas de su carrera tales como cálculo vectorial, ecuaciones diferenciales, dinámica, entre otras. Encontrar estas relaciones evitará el excesivo desgaste, que produce trabajar ciertos conceptos y definiciones que no resultan muy útiles a la hora de resolver problemas y que muchas veces son tratados por puro formalismo.

Finalmente, al tratarse de una propuesta, queda abierta la puerta para los aportes y criticas al presente trabajo, pues el fin mismo de él, no es contar con un instrumento, sino reflexionar en otra alternativa de docencia de la matemática, que sea en sí misma, más humana y liberadora

CAPÍTULO 1

ANÁLISIS DE LA ENSEÑANZA ACTUAL DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

1.1 Planteamiento del Problema

Año tras año resulta hasta cierto punto “redundante” la falta de atención al problema que atraviesan las universidades sobretodo cofinanciadas, acerca de la elevada pérdida y deserción de sus estudiantes en los primeros semestres. Existen dos variables que parecen ser totalmente antagónicas, por un lado la constante preocupación de las autoridades administrativas por contar con un numero constante de estudiantes que permitan solventar los gastos originados por el accionar universitario y por otro, el compromiso social ineludible, declarado en el artículo 2 de la Ley Orgánica de Educación Superior del Ecuador, LOES de “…garantizar el derecho a la educación superior de Calidad que propenda a la excelencia, al acceso universal, permanencia, movilidad y egreso sin discriminación alguna” (Consejo de Educación Superior CES 5).

Es común ver a inicios de cada semestre un abandono prematuro de estudiantes de las aulas de matemáticas y de la carrera en general, es necesario pensar y aplicar alternativas prácticas para transformar la forma de enseñar matemáticas para ingeniería, de manera que se llegue a más estudiantes y contar con una cantidad “aceptable” de aprobados que sepan responder a las exigencias y estándares de calidad académica.

En más de 15 años de docencia de la matemática para las carreras de ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana UPS, no se han planteado propuestas para mejorar el aprendizaje de las misma, aún a sabiendas que los problemas están latentes. Los contenidos son enseñados de una forma aislada, apegados a un esquema poco claro en cuanto a sus objetivos, rígido y fuera de contexto y que muchas veces no va más allá de lo que esta propuesto en un texto guía. El abuso indiscriminado del modelo conductista que ha permanecido en el tiempo, quitando la posibilidad de dar cabida a corrientes actuales, enfocadas a la inclusión activa del estudiante en el proceso de aprendizaje, a la visión de la educación matemática como un sistema complejo en donde se integra al estudiante, los profesores, saberes que se enseñan y diversas formas de enseñar. Por otro lado, la matemática se ha tratado con énfasis en los procedimientos algorítmicos que privan al estudiante de la posibilidad de avanzar hacia un nivel superior de capacidad de abstracción y razonamiento, a esto sumado la evidente descontextualización de contenidos que han dejado latente la pregunta de muchos estudiantes acerca de ¿esto para qué me sirve? Los estudiantes son abordados con abundantes contenidos y despiadadamente abandonados a su suerte pues la mala práctica pedagógica, conjuntamente con la irracional cantidad de contenidos a tratar terminan por ahuyentarlos de su ilusión por alcanzar el título de ingeniero. Las matemáticas al ser parte de la formación básica de una carrera de ingeniería, deberían estar directamente ligadas a las materias de profesionalización y que en conjunto se constituirán en una herramienta para dar solución a problemas reales que demanda la sociedad, por lo tanto resulta inadmisible una separación entre la matemática y su aplicación inmediata. Finalmente, la falta de preparación y/o práctica docente, tanto en la parte pedagógica como científica, conduce al mismo a "enseñar" tal cual se la enseñaron a él y muchas veces siguiendo un "texto guía" que casi siempre presenta contextos ajenos la realidad social, a esto se suma la falta de preparación científica que genera la perdida de una visión integral de la matemática que a su vez lleva a profundizar temas que no son tan relevantes y que quitan valioso tiempo para trabajar sobre otras competencias como, el razonamiento, el análisis, la reflexión y crítica.

Es ya una realidad que las universidades están siendo evaluadas integralmente, y que dentro de la evaluación netamente académica, deberá responder satisfactoriamente a los fines que persigue la LOES. Por otro lado, el referente del perfil profesional de las Carreras de Ingeniería muchas veces no permite tener una armonía entre lo que se enseña en matemáticas y las competencias profesionales establecidas, razón por la cual se ha escuchado decir a algunos directores *"…en mi carrera no se necesitan matemáticas"*, por ello, a más de los perfiles profesionales establecidos en la UPS, es necesario tomar como referente estándares internacionales que de alguna forma garanticen movilidad a nivel nacional e internacional a un estudiante. Se ha tomado como el referente El Libro Blanco del Programa de Convergencia Europea de ANECA (Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación) que ha definido los estándares de las carreras de Ingeniería Industrial según el Espacio Europeo de Educación superior EEES. Sería necio no reconocer que, hoy en día, es ya una realidad que las universidades europeas, se han tornado en una opción interesante para las especializaciones de muchos profesionales de las carreras de ingeniería. Finalmente, a pesar de que en la actualidad existen muchas teorías sobre cómo enseñar la matemática y la potencialidad declarada que tiene las Tecnologías de Información y comunicación TIC, es común observar la falta de aplicación de las mismas en las sesiones de clase; y en particular en la UPS que ha adoptado como modelo la Teoría Constructivista.

Un estudio que abarque las dimensiones planteadas anteriormente y posiblemente otras vertientes no se ha realizado aun en la UPS, razón por la cual el presente trabajo brinda un aporte a la enseñanza de la matemática universitaria, específicamente el Cálculo Diferencial para las carreras de Ingeniería.

1.1.1 Formulación del problema

¿Cómo responde la metodología trabajada en la UPS en el área básica de matemáticas, a la formación profesional de estudiantes, quienes deben dar cuenta sobre las exigencias planteadas por la Ley Orgánica de Educación Superior, y la sociedad ecuatoriana?

La interrogante que surge ante todo es cómo poder conseguir superar varios problemas involucrados en la enseñanza de la matemática, tales como falta de preparación en la docencia, falta de experiencia incluso a nivel de contenidos, que deriva en un pobre impacto sobre los estudiantes quienes a su vez, enfrascados en una metodología tradicional no cuentan con el recurso humano ni tampoco con el material didáctico idóneo para enfrentar un problema tan complejo como es aprender matemáticas y por lo tanto terminan abandonando o dilatando su permanencia en la universidad al perder repetidas veces los cursos de matemáticas, lo que a su vez impacta en lo académico y administrativo de la UPS. Conscientes de que un buen número de docentes no tiene la experiencia ni la preparación en la didáctica de las matemáticas que le permita ser eficiente, autónomo, crítico y propositivo en su accionar docente, es necesario contar con un instrumento que por un lado, permita enriquecer a través de la práctica su labor docente, le oriente en lo que es más importante alcanzar con sus estudiantes y con qué nivel de profundización, le muestre a través de la experiencia los factores que debe considerar para asegurar su eficiencia como docente y finalmente le guie sobre los contenidos y su relación con el perfil profesional de sus educandos aun a sabiendas que no es necesariamente su área profesional.

Por otro lado, dicho instrumento debe constituirse en una guía en donde el estudiante encuentre, resúmenes de clase preparados por su docente y con un lenguaje que medie entre lo coloquial y lo científico, debe contar con situaciones motivadoras e integradoras relacionadas con su campo profesional que despierten su interés por aprender, así como también recomendaciones sobre bibliografía, direcciones electrónicas que permitan ampliar sus conocimientos y potencializar sus hábitos de estudio. Solo de esta forma el instrumento de aprendizaje influirá satisfactoriamente sobre el desempeño docente y el aprendizaje de los estudiantes.

1.1.2 Objetivos

Objetivo General

Elaborar una propuesta metodológica de aprendizaje para el Cálculo Diferencial, basada en la teoría cognitiva – crítica, para las carreras de Ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana, sede Cuenca.

Objetivos Específicos

- Diagnosticar la realidad actual en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la UPS.
- Establecer las bases teóricas, tanto para el desempeño docente como el ´planteamiento de actividades de aprendizaje que permitan conseguir una educación matemática para ingeniería, cimentada en la Teoría Cognitiva y Teoría Crítica.
- Identificar y priorizar los conocimientos del Cálculo Diferencial que deben perseguirse, de acuerdo al análisis de los estándares nacionales e internacionales de perfil profesional de las carreras de Ingeniería.
- Establecer los logros de aprendizaje y concretarlo en el silabo de la asignatura de Cálculo Diferencial.

- Construir una guía de Aprendizaje coherente a la nueva estructura del silabo que garanticen la consecución de los logros de aprendizaje
- Socializar el Instrumento de aprendizaje con los diferentes actores que conforman el sistema educativo de matemáticas.

1.1.3 Métodos y técnicas

La propuesta se basa en un método exploratorio descriptivo, ya que en primera instancia se realizó un diagnóstico y análisis del problema de la metodología actual de enseñanza del Cálculo Diferencial en las carreras antes mencionadas. Luego se analizaron los aspectos positivos de la metodología actual y se enriquecieron con los aportes de las teorías Constructivista y Crítica para la enseñanza de la matemática.

Se necesitó recopilar información sobre la percepción metodológica, así como buscar la relación entre contenidos de cálculo diferencial y las materias de profesionalización, para ello se realizaron encuestas formuladas en base a los objetivos de la investigación aplicadas a docentes y estudiantes y autoridades. También se utilizó grupos focales con los jefes de área básica de las carreras de ingeniería, a fin de recopilar información sobre la pertinencia de contenidos a ser tratados en función de los requerimientos de la matemática más avanzada y las competencias básicas necesarias para alcanzar el perfil profesional. Los datos fueron procesados y tabulados a fin de que se conviertan en el insumo necesario para el desarrollo de la propuesta.

1.1.4 Antecedentes

Aunque no es objetivo de este trabajo indagar profundamente sobre todas las causas de deserción y perdida estudiantil, siempre será importante tener un panorama global de la problemática, por lo que a continuación se citan algunas de las causas de abandono de las carreras universitarias y en particular de las carreras de ingeniería.

En un estudio sobre la deserción en la universidad, realizado en la Escuela Politécnica del Litoral ESPOL, que de alguna manera se puede tomar como referencia a la realidad ecuatoriana, se establece que el estudiante con mayor tendencia a desertar es de sexo masculino, cuya edad varía entre 19 y 22 años y su principal desmotivación para abandonar los estudios fue por: mala decisión al escoger su carrera, falta de financiamiento, horarios poco flexibles y deseo y/o necesidad de trabajar. Además, en dicho trabajo, se hace alusión a que la nota que alcanza el estudiante depende de la forma que el profesor califica y que muchas materias serian incomprensibles de no existir las tutorías. Señalan que las relaciones entre compañeros no son factor determinante para abandonar los estudios, aunque aquel que realmente se involucra en un grupo adquiere mejorar sus conocimientos (Chávez y Zurita 13).

El estudio Factores de Deserción Estudiantil en Ingeniería, Ishitani y DesJardins, (ctd en Díaz 133), señala que lo financiero es un factor determinante en la permanencia de los estudiantes y al respecto, Díaz establece que la subvención no favorece a la permanencia de los estudiantes, mientras que el crédito educativo la favorece debido al compromiso de pago adquirido por ellos. También, se establece que estudiantes con menores ingresos tiene mayor probabilidad de abandonar sus estudios y que la retención y el rendimiento de estudiantes cuyos padres tiene un nivel bajo de estudios, es mínimo; además según Porto y Di Gresia (ctd en Díaz 133), el rendimiento disminuye en proporción al número de horas trabajadas. Este factor es importante mencionarlo ya que la UPS, en su misión, declara una opción preferencial de atender a la gente más pobre y que por lo común se sostiene económicamente por un trabajo formal.

Si bien es cierto, es necesario que el lector tenga presente algunos factores que influyen en la deserción, es importante recalcar que no es de interés de este trabajo analizar cada uno de ellos y otros posibles factores que influyen en los niveles de deserción en la universidad. Más bien, se trata de tener un enfoque a lo que se debería realizar una vez que el estudiante se haya adaptado a la universidad, plasmando todos los esfuerzos en desarrollar actividades de aprendizaje que puedan revertir en alguna forma, la realidad actual de enseñanza de la matemática universitaria. Es claro que, si el estudiante no está adaptado y motivado cualquier esfuerzo por mejorar metodología, didáctica y calidad docente, puede resultar en vano.

En la Universidad Politécnica Salesiana, específicamente en cuanto a deserción se refiere, según datos de los dos últimos periodos, se tiene un 37% de estudiantes que no se matricularon en el segundo semestre de sus carreras de ingeniería. Y en lo que respecta a perdida se tiene apenas un 29% de estudiantes que aprueban en primera matricula. Al proyectar estos históricos considerando que actualmente a la UPS ingresan alrededor de 1000 estudiantes a las carreras de ingeniería, se puede decir que para el segundo semestre se contará con 630 y lo que es más preocupante solo 290 habrán aprobado el cálculo diferencial, lo que justamente ocasiona, en primer lugar un perjuicio a los estudiantes quienes depositan su confianza en el modelo educativo Institucional y en segundo lugar un desbalance a nivel económico y administrativo.

El presente trabajo brinda una propuesta de cómo enfocar la enseñanza de la matemática a través de una guía para el docente y estudiante que maneje una apropiada metodología para la enseñanza del Cálculo Diferencial. Pero antes, es necesario contestar a lo largo de este trabajo algunas interrogantes como: ¿Cuáles son los aspectos positivos, rescatables de la metodología actual aplicada y los aportes que planteó el Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas ICFM de la UPS?

1.2 Análisis del entorno de aprendizaje

1.2.1 Sobre la calidad de estudiante que ingresa a la UPS

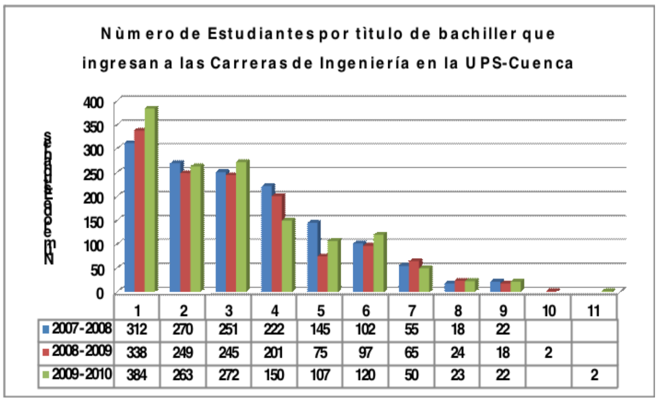
El Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas, preocupado por los índices de deserción y perdida, se comenzó por realizar un estudio sobre el perfil de los estudiantes en las diferentes carreras de Ingeniería de la Universidad

Politécnica Salesiana y se llegó a establecer los colegios de mayor procedencia de los estudiantes de ingeniería y que se presentan en la Tabla 1.

En el gráfico 1 se muestra un análisis realizado sobre las titulaciones de los estudiantes que ingresan a ingeniería del que se puede advertir que aquellas titulaciones correspondientes a los numerales 4,6,7,8,9, se esperaría tengan dificultades debido a su baja formación en matemáticas, solo en el período 2009-2010 existían un 28.4% de estudiantes con una titulación no esperada.

ESTABLECIMIENTOS SECUNDARIOS DE MAYOR PROCEDENCIA DE LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍAS	
1	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR SALESIANO
2	COLEGIO NACIONAL TECNICO “DANIEL CORDOVA TORAL” (CUENCA)
3	UNIDAD EDUCATIVA MIXTA JULIO MARIA MATOVELLE
4	COLEGIO NACIONAL TECNICO “GUILLERMO MENSI”
5	INSTITUTO TECNOLOGICO "LUIS ROGELIO GONZALEZ"
6	INSTITUTO TEGNOLOGICO FISCAL "FRANCISCO FEBRES CORDERO"
7	COLEGIO NACIONAL TECNICO INDUSTRIAL "GUALACEO"
8	COLEGIO NACIONAL TECNICO INDUSTRIAL "RICAURTE"
9	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR "ANDRES F. CORDOVA"
10	COLEGIO MILITAR "ABDON CALDERON"
11	COLEGIO NACIONAL EXPERIMENTAL "BENIGNO MALO"
12	INSTITUTO TECNICO SUP. DANIEL ALVAREZ BURNEO
13	COLEGIO NACIONAL TECNICO "CHIQUINTAD"
14	UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR A DISTANCIA "MARIO RIZZINI"
15	INSTITUTO SUPERIOR TECNICO "EL ORO"
16	SERVICIO ECUATORIANO DE CAPACITACION PROFESIONAL "SECAP"
17	COLEGIO EXPERIMENTAL "MANUEL J. CALLE"
18	INSTITUTO TECNOLOGICO EL ORO
19	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR "JOSE PERALTA"
20	INSTITUTO TECNICO SUPERIOR "AGRONOMICO SALESIANO"

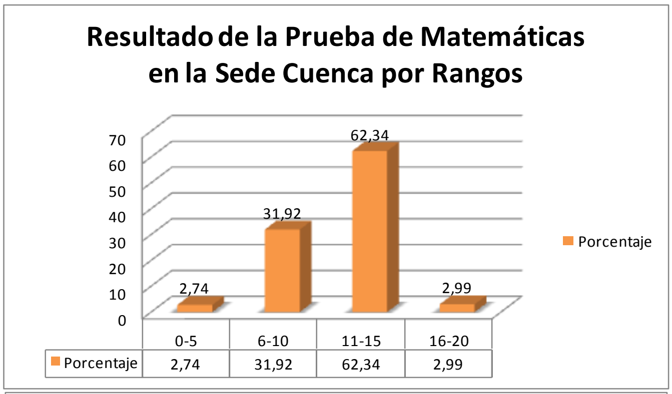
Tabla 1. Listado de colegios de mayor procedencia de los estudiantes de ingeniería, tomado de (Bravo et al. 13).



1	BACHILLER TÉCNICO EN ELECTRÓNICA-ELECTRICIDAD
2	BACHILLER TÉCNICO EN AUTOMOTRIZ
3	BACHILLER EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4	BACHILLER EN CONTABILIDAD-ADMINISTRACION
5	BACHILLER TÉCNICO EN MECÁNICA-MATRICERÍA
6	BACHILLER EN HUMANIDADES-CIENCIAS-SOCIALES
7	BACHILLER TÉCNICO EN INFORMÁTICA
8	BACHILLER EN QUÍMICA Y BIOLOGÍA
9	BACHILLER TÉCNICO EN AGROPECUARIA
10	** titulo NO REGISTRADO
11	BACHILLER TECNICO

Gráfico 1: Titulaciones de pregrado de los estudiantes de Ingeniería. Tomado de (Bravo et al. 14).

A fin de evaluar la preparación en matemáticas y física, que poseen los estudiantes que ingresaron a las carreras de ingeniería, en esa ocasión se tomó un examen que abarcó conocimientos básicos de álgebra, geometría, trigonometría y geometría analítica. En cuanto a matemáticas el promedio general fue de 5.5 sobre diez puntos, que como se aprecia en Gráfico 2, se distribuyen en un 2,7% de calificaciones entre 0 y 2,5 puntos, un 31,92% entre 4 y 5, un 62,34% entre 5,5 y 7,5 y apenas un 2,99% entre 8 y10 puntos. Destacable aún es el hecho de que todos los estudiantes, al momento de ser evaluados, se encontraban finalizando su primer ciclo en la universidad; es decir, habiendo cursado las asignaturas de cálculo diferencial y álgebra lineal.



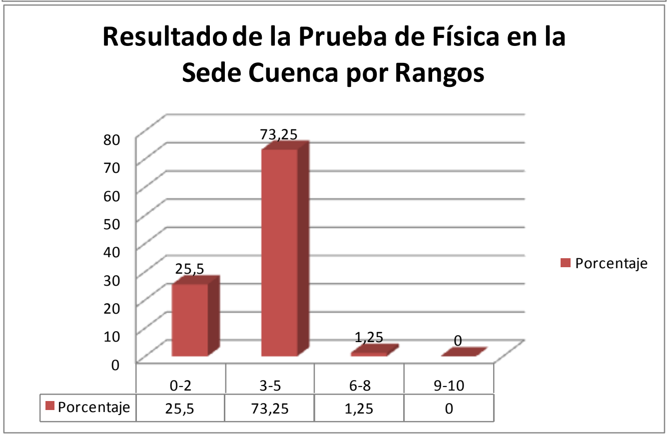


Gráfico 2: Resultados del examen de Matemáticas y Física, aplicado a estudiantes de primer año de la UPS, tomado de (Bravo et al. 60-61).

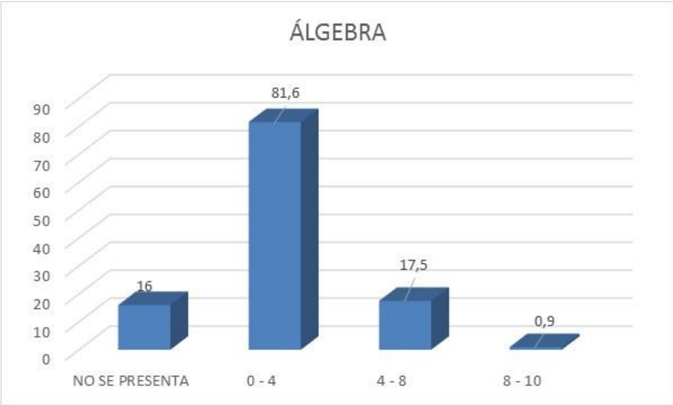
En lo referente a la física el promedio general fue de 3.3 sobre diez puntos distribuido en 25.5% con calificaciones entre 0 y 2, 73.25% con calificaciones entre 3 y 5 y solamente 1.25% con calificaciones entre 6 y 8; ninguno consiguió una calificación entre 9 y 10.

En cuanto a la metodología utilizada por el Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas, se puede observar un modelo tradicional; es decir, se usa la clase magistral, el envío de tareas y esporádicos trabajos en clase, la mayoría de ellos con poca o nula planificación. Luego con la ayuda de la contratación de la planta docente a tiempo completo, se decide implantar guías de aprendizaje como herramientas de apoyo a la actividad docente, lamentablemente a pesar del esfuerzo, en primera instancia estas herramientas carecieron de identidad pues la mayoría de ellas, debido a la baja preparación pedagógica y poca experiencia docente y científica de los profesores, limitaron las guías de aprendizaje a una “digitalización” de tareas a desarrollar por los estudiantes. Sin embargo, se consiguió por lo menos, superar la heterogeneidad en el tratamiento y alcance de contenidos, ya que ahora todos los docentes tenían previamente delimitado los alcances de las asignaturas.

En resumen el ICFM, desde el 2009 al 2011, consigue: contar con una planta fija de docentes a tiempo completo, delimitar los alcances por cada una de las materias de matemáticas para ingeniería, despertar el interés por contar con un modelo pedagógico y su respectivo material de apoyo para el desarrollo de las clases.

En el último examen de diagnóstico sobre conocimientos de geometría, trigonometría y álgebra tomado en el período septiembre 2012 enero 2013, aplicado a los estudiantes de primer ciclo de las carreras de Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Electrónica, Ingeniería Mecánica, Ingeniería Mecánica Automotriz, Ingeniería de Sistemas e Ingeniería Ambiental, en la UPS y cuyos resultados se muestran en el gráfico 3, se puede inferir, desde el punto de vista de su preparación en matemáticas que aproximadamente el 1% de estudiantes están en un rango de calificaciones entre 8 y 10 (ver gráfico 3) y por ende está en condiciones de seguir sin problemas sus estudios de ingeniería. Con una visión optimista, se puede considerar sumar a ese 1% los 17.5% de estudiantes con calificaciones entre 4 y 8, considerando superables ciertas deficiencias en el transcurso de su accionar estudiantil. Sin duda es preocupante el restante

81.6% pues es claro que en esa población estudiantil, se necesitan nuevas alternativas a fin de poder rescatar las deficiencias presentadas.



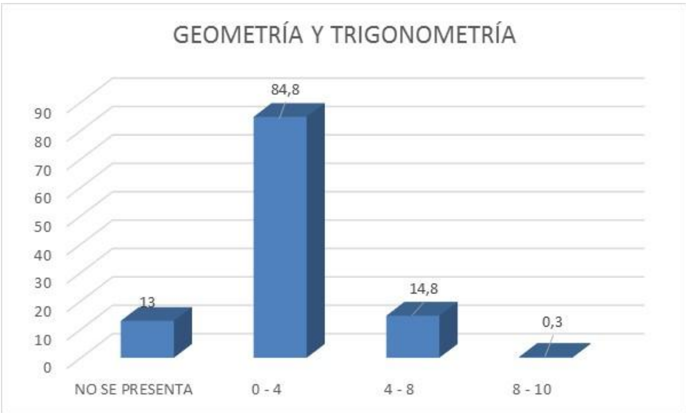


Gráfico 3: Resultados de la prueba de diagnóstico de álgebra, Geometría y Trigonometría, aplicada a estudiantes del periodo septiembre 2012-febrero 2013. Realizado por ICFM-UPS 2013.

El panorama en cuanto a la geometría y trigonometría es similar e incluso más preocupante, ya que aquí según las consideraciones anteriores, se puede considerar un grupo de estudiantes estable de 14.8 por ciento, mientras que habrá que pensar soluciones urgentes para tratar de solventar las deficiencias del 84,8 por ciento restante.

El estudiante al ingresar a estudios superiores cuenta con un mínimo de doce años de escolarización y por lo tanto debería poseer por lo menos: ciertas habilidades básicas, el conocimiento de sus potencialidades personales y la preferencia por alguna área del saber; todas ellas importantes para enfrentar los estudios superiores, una prueba escrita de conocimientos sobre algunas materias, es sumamente restringido y debería apuntarse a indagar también, sobre las potencialidades a desarrollar en el estudiante (Pérez 49).

Evidentemente no se puede concluir que ese alarmante porcentaje de alumnos que no superan una nota de cuatro sobre diez, sean considerados alumnos faltos de capacidad y destinados a perder su carrera. Es más, si se analiza las calificaciones el 63% por ciento aproximadamente llega a la universidad con notas de grado entre 17 y 20. (Bravo et al. 15), suponiendo que la nota de grado refleja la potencialidad del estudiante, se considera que el problema está en la docencia de las matemáticas.

No se discutirá aquí otro factor que no sea el brindar al estudiante un ambiente de aprendizaje mejor para el estudio de la matemática, y en este caso especial el aprendizaje del Cálculo diferencial.

1.2.2 Sobre los docentes y su preparación científica

Sin lugar a dudas, el grado académico de tercer nivel del docente de matemáticas, no garantiza la preparación científica en esta área, ni siquiera un grado de cuarto nivel, esto no quiere decir que se pueda prescindir del título académico de tercero y cuarto nivel, sino que además de esas competencias adquiridas en los estudios de posgrado, son necesarias otras competencias vinculadas la docencia y fortalecimiento de los conocimientos científicos en el área de la matemática universitaria para ingeniería.

En el marco de la teoría de la enseñanza propuesta por Lee Shulman (ctd en Pinto y González 85), conocida como el "Conocimiento Didáctico del Contenido", señala que el docente debe tener un mínimo de conocimientos indispensables para su ejercicio profesional que son: conocimiento de la materia impartida, conocimientos pedagógicos generales (métodos de enseñanza y aprendizaje), conocimiento del currículo, conocimiento didáctico del contenido, conocimiento del educando y de sus características, conocimiento de los contextos educacionales y conocimiento de los objetivos, las finalidades y valores educacionales.

A fin de tener un diagnóstico sobre los conocimientos científicos que posee el docente acerca de las asignaturas de cálculo diferencial e integral se procedió a preparar y aplicar una evaluación escrita, y así poder establecer planes de mejora que aseguren la excelencia académica. Para ello se evaluaron 8 componentes que se pueden observar en la tabla 1.

COMPONENTE	%	COMPONENTE	%
ALGORÍTMICO	14,5	CÁLCULO DIFERENCIAL	41
CONCEPTUAL	16,5	CÁLCULO INTEGRAL	20
APLICACIÓN	23,5	CÁLCULO VECTORIAL (BASES)	27
APLICACIÓN Y SOFTWARE	45,5	ECUACIONES DIFERENCIALES (BASES)	12
TOTAL	100	TOTAL	100

Tabla 1: Componentes de la prueba de diagnóstico para docentes del ICFM – UPS-Cuenca. Elaborado por el autor.

Las preguntas se repartieron como se muestra en la tabla 3, y la prueba diseñada se puede encontrar en el Apéndice A:

ÍTEM	TEMAS	DESCRIPCIÓN DE LA PREGUNTA
1	LÍMITES	CÁLCULO DE LÍMITES
		CÁLCULO DE LÍMITES DE 2VARIABLES Y DE UNA FUNCIÓN VECTORIAL
2	DERIVADAS	DERIVACIÓN DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE
		DERIVACIÓN DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES
3	INTEGRALES	CÁLCULO DE INTEGRALES SENCILLAS
	ECUACIONES DIFERENCIALES	RESOLUCIÓN ELEMENTAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES
4	CONCEPTO TASA DE CAMBIO PROMEDIO E INSTANTÁNEA	ESTIMACIÓN DE VALORES MANEJO DE CONCEPTO BÁSICO
	CONCEPTO INTEGRAL DEFINIDA	
5	APLICACIÓN DE LÍMITES	LÍMITES EN MODELO DE CRECIMIENTO LOGÍSTICO
6	DERIVADAS	DERIVACIÓN DE ECUACIONES PARAMÉTRICAS Y RECTA TANGENTE Y CONCAVIDAD
		CONCEPTO DE FUNCIÓN VECTORIAL Y RELACIÓN CON LAS PARAMÉTRICAS
7	APLICACIÓN DE PARAMETRIZACIÓN	INTERSECCIÓN ENTRE 2 SUPERFICIES
8	OPTIMIZACIÓN	PUNTOS CRÍTICOS DE UNA FUNCIÓN DE DOS VARIABLES
9	APLICACIONES DE LA INTEGRAL DEFINIDA	CORTES TRANSVERSALES
10	APLICACIONES DE LA INTEGRAL DEFINIDA	VOLUMEN EN COORDENADAS RECTANGULARES
11	APLICACIONES DE LA INTEGRAL DEFINIDA	ÁREA EN COORDENADAS POLARES
12	APLICACIONES DE LA INTEGRAL DOBLE	VOLUMEN CON INTEGRAL DOBLE
13	APLICACIONES DE LA INTEGRAL DOBLE	VOLUMEN CON INTEGRAL DOBLE EN COORDENADAS POLARES
14	ÁREAS USANDO INTEGRALES SIMPLE Y DOBLE	RELACIÓN ENTRE INTEGRAL DOBLE Y SIMPLE
15	DEFINICIÓN FORMAL DE LÍMITE	APLICACIÓN DE LA DEFINICIÓN FORMAL DE

		LÍMITES
16	CONOCIMIENTO BÁSICO DE UNIDADES	MANEJO DE UNIDADES
	APLICACIÓN INTEGRAL DEL CÁLCULO DIFERENCIAL	APLICACIÓN DE C. DIFERENCIAL
		USO DE SOFTWARE PARA GRAFICACIÓN
17	VARIABLE RELACIONADA	APLICACIÓN DE VARIABLE RELACIONADA
		ANÁLISIS DE FUNCIÓN
18	ECUACIONES DIFERENCIALES	VARIABLES SEPARABLES, MANEJO INTEGRAL DE CÁLCULO DIFERENCIAL, INTEGRAL Y ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS, USO DE SOFTWARE CAS.
19	APLICACIONES FÍSICAS DE LA INTEGRAL	APLICACIÓN DE INTEGRACIÓN SIMPLE, TRABAJO Y POTENCIA
20	DERIVADA DIRECCIONAL	DERIVADA DIRECCIONAL, GRADIENTE, CURVAS DE NIVEL
21	OPTIMIZACIÓN VARIAS VARIABLES	OPTIMIZACIÓN VARIAS VARIABLES
22	FUNCIONES	GRAFICACIÓN DE FUNCIÓN HEAVISIDE
23	APLICACIÓN DE LÍMITES	ANÁLISIS DE ASÍNTOTAS
24	APLICACIÓN DE DERIVADAS	MÁXIMOS MÍNIMOS
25	CURVAS DE NIVEL	CURVAS DE NIVEL

Tabla 2: Tema y descripción de las preguntas del examen de diagnóstico para profesores de matemáticas del ICFM-UPS

Se evaluaron en total once docentes de cálculo diferencial e integral y se han registrado con un número omitiendo los nombres. Los resultados se resumen en el siguiente cuadro.

EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS DE DOCENTES DEL INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DE LA UPS CUENCA- JUNIO 2013												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	**PROMEDIO POR COMPONENTE**
COMPONENTES												
CÁLCULO DIFERENCIAL	100	41	73	73	44	85	66	28	71	88	80	**68**

CÁLCULO INTEGRAL	100	61	86	98	86	100	83	23	94	96	97	**84**
CÁLCULO VECTORIAL	60	0	8	4	5	27	25	9	20	55	86	**27**
ECUACIONES DIFERENCIALES	50	50	50	45	40	50	0	5	65	60	70	**44**
ALGORÍTMICO	76	28	44	43	50	57	47	36	54	96	91	**57**
CONCEPTUAL	71	28	50	50	50	67	72	28	50	77	100	**58**
APLICACIÓN	90	33	56	59	30	67	44	10	65	67	94	**56**
APLICACIÓN Y SOFTWARE	90	40	58	56	40	80	60	14	54	82	32	**55**
PROMEDIO POR DOCENTE	**80**	**35**	**53**	**53**	**43**	**67**	**50**	**19**	**59**	**77**	**81**	

Tabla 3: Resultados de la prueba de conocimientos de matemáticas de los profesores del ICFM-UPS. Elaborado por el autor.

Las observaciones son las siguientes:

- Existen solamente 27% de docentes que superan el promedio de 70/100
- Así mismo existen 36% docentes con deficiencias críticas en sus conocimientos de matemáticas pues su promedio está por debajo de 50/100.
- Es sorpresivo el promedio de Cálculo diferencial pues la evaluación justamente se realizó a los profesores de dicha materia. Se puede advertir que el problema no está en la parte algorítmica, sino en la aplicación y uso de software de apoyo.
- El problema del bajo promedio de parte algorítmica y conceptual, se debe a que se consideró, límites, derivación, integración, en una y dos variables y también métodos de resolución de ecuaciones diferenciales. Aunque los puntajes indican que no hay problemas a nivel de cálculo diferencial e integral, sí existen deficiencias en el

cálculo vectorial y las ecuaciones diferenciales que disminuyen el promedio general en estas componentes.

- Algunos docentes no están manejando un software CAS (computer algebra system) ni otros programas para graficar funciones, como Winplot y Geogebra, esto es lamentable pues algunos de ellos, recibieron capacitación en estas herramientas pero no lo practicaron y por ende no lo están usando como apoyo para sus clases. Es importante capacitar en el uso de software, pues resulta ser una herramienta muy útil para la didáctica de la clase de matemática.
- El conocimiento de modelado con ecuaciones diferenciales y el cálculo vectorial y sus aplicaciones, podrá potencializar la parte de aplicación de las derivadas e integrales, pues el docente adquiere una óptica más amplia del por qué, con qué profundidad y cómo enseñar muchos conceptos básicos de derivadas e integrales. Por lo tanto, es necesario y urgente capacitar al profesorado en las asignaturas mencionadas con uso de software, a fin de superar las deficiencias detectadas.

El fin mismo de la matemática para ingeniería es manejar conceptos para poder aplicarlos en problemas de la vida real; en ese sentido, los cálculos algorítmicos, sin querer decir que no son importantes, adquieren menor protagonismo y repuntan otros componentes asociados a él, tales como el uso de software para apoyo de cálculos y como herramienta de representación de gráficas que aporten a la comprensión de los conceptos. En lo referente a lo conceptual y aplicación, es necesario a más de la capacitación oportuna, la "auto preparación" de cada uno de los docentes, quienes deberán desempolvar textos y recordar conceptos olvidados. Saber y enseñar con excelencia, implica mirar desde lo general y amplio de la matemática de ingeniería, hacia lo específico de cada una de las asignaturas. Por ejemplo, saber analizar funciones de varias variables amplia la visión general del cálculo y permite ser mucho más eficiente al momento de enseñar cálculo en una variable.

1.2.3 Docentes y su preparación pedagógica

Debido a la coyuntura actual en la que la Secretaría Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación "Senescyt", ha conferido un plazo a las universidades para contar con docentes con una preparación mínima de maestría, ha ocasionado que las universidades se vean forzadas a reemplazar en muchos casos experiencia por titulación, que como se indicaba anteriormente, no garantiza mejorar en la enseñanza aprendizaje de la matemática. A esto hay que agregar que el 60% de la planta docente no cuenta con ninguna preparación pedagógica, y el 88% de profesores no tiene preparación docente en el área de matemática. Otro dato interesante es que un 80% de docentes tiene una experiencia menor a dos años, todos estos datos fueron elaborados por el autor hasta el fin del periodo marzo 2013-julio 2013. Como se puede confirmar con los resultados anteriores, sin duda un aspecto a trabajar, es la formación docente en cuanto a conocimiento científico de la materia y la preparación pedagógica especifica en matemáticas.

1.2.4 Percepción estudiantil

Sin duda, lo que opina el estudiante de las carreras de ingeniería es fundamental, por esa razón en el 2012 el Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas, evaluó a 607 estudiantes de las carreras de ingenierías para tener información acerca de su percepción sobre el trabajo desarrollado por los docentes y se llegó a tener los siguientes resultados:

	Aspecto	Promedio /5	E	MB	B	R	D
	1. De manera general cómo califica usted el trabajo desarrollado por el ICFM.	3,8 (MB)	23,7%	44,0%	25,3%	6,1%	0,8%
Metodología	2. Considera que el trabajo en grupos cooperativos aplicando guías de estudio y guías de aprendizaje aporta en su proceso de aprendizaje.	4,0 (MB)	41,6%	32,3%	15,7%	6,6%	3,8%
	3. El tiempo destinado por los docentes para el desarrollo de las guías de estudio en las aulas es:	3,4 (B)	14,0%	34,4%	30,6%	15,1%	6,0%
	4. Las actividades propuestas en las guías de estudio aportan para el éxito en sus evaluaciones.	3,8 (MB)	24,5%	41,8%	23,5%	6,8%	3,5%
Administración	5. Cómo evalúa usted el apoyo brindado por la dirección del Instituto para resolver sus problemas de orden administrativo y académicos.	3,5 (MB)	18,2%	35,1%	33,8%	9,2%	3,6%
Docentes	6. Cómo cataloga usted el trabajo desarrollado por los docentes del Instituto en cuanto a la preparación de evaluaciones, Guías de estudio, atención a los estudiantes.	3,9 (MB)	25,2%	45,1%	22,4%	5,8%	1,5%
Excelente (E): 5 Muy buena (MB): 4 Buena (B): 3 Regular (R): 2 Deficiente (D): 1							

Tabla 4: Percepción estudiantil sobre el trabajo de los profesores de matemáticas del ICFM-UPS. Elaborado por ICFM.

Aun faltando muchas consideraciones por hacer acerca del trabajo docente es rescatable observar que los estudiantes califican el trabajo global del ICFM como muy bueno. Lo que justifica seguir intentando superar las dificultades detectadas y proponer a los estudiantes una ambiente de aprendizaje más óptimo y herramientas mucho más eficaces para su aprendizaje.

1.2.5 Ambientes aulas

Actualmente el 100% de aulas, cuya capacidad promedio es de 35 estudiantes, cuentan con un proyector y cada docente con dedicación a tiempo completo del ICFM, cuenta con una computadora portátil Core i5, entregado por la UPS como parte de su equipo necesario para su trabajo. Si bien es cierto la implementación fue masiva a parir de marzo del 2013 anteriormente se contaba con aulas y auditorios equipados para trabajar con herramientas multimedia. En este sentido, el aprovechamiento máximo de la infraestructura tecnológica dependerá mucho de los materiales y actividades de aprendizaje que prepare el docente a la luz de un modelo educativo.

1.2.6 Uso de TICS

Del análisis de la Tabla 3, se puede inferir directamente que no se está trabajando con el uso de software de apoyo a la docencia, pues el promedio en el componente software y aplicación es de un 55% habiendo profesores con hasta 14 sobre 100 puntos, lo que indica claramente que no se está trabajando en clase con este tipo de ayudas.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

Una vez analizado el problema dentro del contexto de la UPS, es necesario plantear la siguiente pregunta ¿Cuáles son las teorías de aprendizaje generales específicas para la enseñanza de la matemática y cómo pueden concretarse en un instrumento que pueda convertirse en aporte para una propuesta metodológica sólida y vanguardista? Aquí se definirá tanto la corriente filosófica, como la teoría psicopedagógica que sostengan el modelo educativo característico del ICFM de la UPS. Así mismo, se definirá las competencias específicas y genéricas que se pretenden trabajar, todo esto dentro de un contexto coherente a las exigencias de la Ley Orgánica de Educación Superior LOES del Ecuador, de las tendencias en cuanto a la enseñanza de la matemática y la organización curricular de la misma.

2.1 Fines de la educación superior según la Ley Orgánica de Educación Superior LOES

El estado garantiza el acceso universal a la educación, pero al mismo tiempo, exige que se cumplan algunos parámetros a fin de que se garantice una formación de excelencia. A continuación se presentan algunos fines que se han tomado del artículo 8 de La Ley Orgánica de Educación Superior:

- Aportar al desarrollo del pensamiento universal y al despliegue de la producción científica.
- Fortalecer en las y los estudiantes un espíritu reflexivo orientado al logro de la autonomía personal, en un marco de libertad de pensamiento y de pluralismo ideológico; Contribuir al conocimiento. preservación y enriquecimiento de los saberes ancestrales y de la cultura nacional;
- Constituir espacios para el fortalecimiento del Estado Constitucional, soberano, independiente, unitario, intercultural, plurinacional y laico: y.
- Contribuir en el desarrollo local y nacional de manera permanente, a través del trabajo comunitario o extensión universitaria.
- La educación responderá al interés público y no estará al servicio de interés individuales y corporativos. (Consejo de Educación Superior CES 6).

Se citan estos fines con la intensión de que las personas involucradas en la enseñanza de las ciencias, puedan desde cada una de sus asignaturas enfocar sus actividades de aprendizaje, de tal forma que sean un aporte para el cumplimiento progresivo de estos mandatos. Después de todo, se colaboraría en gran medida a estos fines si la docencia, la investigación y vinculación se hicieran realidad en las sesiones de clase.

2.2 Teoría constructivista como modelo de enseñanza de la matemática

En su primera corriente, el constructivismo pretende que el estudiante acceda en forma progresiva y secuencial a la etapa superior de desarrollo intelectual, para ello, el contenido de las experiencias nuevas es secundario, lo principal es que dichas actividades lleven al desarrollo de las capacidades de pensamiento. Otra corriente privilegia los conceptos y estructuras básicas de la ciencia, ya que en ellos existe una gran complejidad que se constituye en un ambiente propicio para despertar la capacidad intelectual del estudiante; dentro de esta corriente se encuentra el enfoque de "aprendizaje por descubrimiento" propuesto por Bruner en 1973, en donde, se ve al estudiante como un aprendiz de científico. Ausubel por su parte, critica la visión anterior y cambia el enfoque hacia un aprendizaje que parte de las experiencias y conceptos previos y al que lo define como "aprendizaje significativo".

La tercera corriente orienta el currículo y la enseñanza hacia la formación de ciertas habilidades cognitivas que son consideradas más importantes que los contenidos, Hilda Taba propone que la enseñanza debe dirigirse a desarrollar el pensamiento inductivo, a su vez De Bono, sostiene que debe desarrollarse el pensamiento lateral y creativo. En la década del noventa aparecen trabajos que ligan a esta corriente con la del aprendizaje significativo de Ausubel, con el argumento de que las habilidades no se desarrollan en abstracto y requieren de los conceptos y estos a su vez requieren de contextos de razonamiento y resolución de problemas; integra por lo tanto, el énfasis en contenido y habilidades de pensamiento. Finalmente la cuarta corriente, llamada social cognitiva, además de tener su base en las corrientes anteriores, señala que los éxitos del aprendizaje se basan en la interacción, debate y crítica argumentativa del grupo y además soluciones a problemas reales comunitarios (Merino 20-23).

El modelo social cognitivo está ligado con el aprendizaje colaborativo, como técnica de trabajo en grupos que pretende entre otras cosas desarrollar personas reflexivas, autónomas y elocuentes, a través del trabajo entre un facilitador y estudiantes con criterio suficiente para responder a cuestionamientos complejos que los lleven a crear conocimiento. Y por otro lado la reflexión y la crítica permitirán contar con personas independientes del profesor y preparados para responder a la sociedad (Barkley 19).

En definitiva los profesores constructivistas se empeñan en que los alumnos aprendan a pensar, resolver y decidir con éxito situaciones tanto académicas como vivenciales, los aprendices a su vez no son receptores pasivos de información pues lo que reciben lo interpretan desde su mundo interior y lo leen con su propios esquemas, para producir sus propios sentidos porque entender es pensar y entender es construir sentido.

La teoría constructivista afirma que los estudiantes, ponen en marcha el aprendizaje cuando hay discrepancia parcial entre las estructuras cognoscitivas existentes y las nuevas experiencias. Sparks, McBrien y R. S. Brandt (ctd en Ellerani 1) definen el Constructivismo como un método de enseñanza fundado en la búsqueda individual de sus propios conocimientos. Muchos investigadores afirman que cada individuo construye sus conocimientos más bien que recibirlos de otros. Según Wilson & Daviss, (ctd en Ellerani 1) el constructivismo afirma por definición, que una persona verdaderamente pasiva no es capaz de aprender.

En base a estas ideas generales presentadas, se puede identificar que para conseguir los aprendizajes, según el modelo pedagógico cognitivo, es necesario un estudiante activo que construya su conocimiento, su actividad dependerá en gran medida del entorno de aprendizaje adecuado y creado en gran medida por parte del docente. En este sentido el constructivismo necesita de docentes capaces de enunciar y contextualizar un problema nuevo, crear un conflicto entre lo que la persona conoce y las nuevas experiencias, esto sumado a la motivación, conducirá a un repensar de las teorías por parte del estudiante. Lo citado se puede observar en resumen el gráfico 4.

Gráfico 4: Etapas en el modelo pedagógico cognitivo. Elaborado por el autor.

La teoría constructivista destaca, tanto el rol activo del estudiante en la construcción del conocimiento, como el papel de mediador del docente, y cuyo esfuerzo conjunto conseguirá aprendizajes significativos, para ello es importante que dentro de la práctica docente se cuente con actividades novedosas en contextos familiares, atractivos y por tanto motivantes, de esta forma, el estudiante contará con la indispensable autodeterminación para hacerlo; es decir, no aprende a la fuerza ni bajo presión, sino más bien, sus tareas se convierten en un desafío intelectual que quiere asumirlo, modificando o adecuando sus conocimientos previos coherentemente a través de: la discusión de conjeturas con sus compañeros de clase, el contraste de sus resultados, la modificación de las condiciones originales de la situación para llevarla a situaciones conocidas, la utilización de mediadores como la computadora, la calculadora u otros materiales para resolver la actividad novedosa propuesta y finalmente el estudiante valora su propio aprendizaje, modifica estructuras cognitivas previas que le permiten incluir, en las explicaciones originales nuevos casos o contextos de aplicación. Por otro lado, el docente constantemente fomenta la participación de sus alumnos, aclara ideas, afirma conceptos y formaliza en base al conocimiento matemático y finalmente presenta otros contextos diferentes que permiten ampliar el campo de significados del concepto en cuestión. Su papel es evidentemente más activo y creativo ya que promueve la actividad cognitiva de sus estudiantes, tiene doble responsabilidad pues debe respetar las diferencias individuales y cubrir los contenidos conceptuales mínimos, que demanda el análisis del perfil profesional de la carrera. Suponiendo que la primera responsabilidad no puede negociarse, es necesario, desde un enfoque constructivista, revisar la organización del currículo y dejar en claro que es necesario cambiar la secuencia tradicional por la secuencia constructivista, en el primer caso el carácter secuencial de la matemática se ve gobernado por la repetición muchas veces estéril de definiciones, formulas, algoritmos, muchos de los contenidos no tiene relación directa con sus conocimientos previos y muchas veces son tratados por puro formalismo. La secuencia constructivista, es en cierta forma inversa, ya que parte de una situación problemática que involucra directa e indirectamente conocimientos previos y nuevos conceptos que justamente son los que se quiere introducir; por lo tanto, el currículo debe ser restructurado en función de las actividades, el objetivo cambia de aprender conceptos a aprender a resolver problemas (Waldegg 24-26).

Es importante notar como en este modelo se forman personas que ostentan varias competencias como: sujetos activos, sujetos con habilidades sociales y cognitivas, sujetos con capacidad creativa, que desembocan en sujetos con capacidad para enfrentarse a problemas académicos y sociales que los lleven a construir conocimiento. Pero, ¿qué significa tener estas competencias?

Aquel que es capaz de construir es llamado sujeto activo, ya que interacciona con su entorno para ir modificando sus conocimientos. Sujeto activo significa que al estudiante se le atienden necesidades de buscar y explorar el conocimiento, es maduro y consiente de sí mismo capaz de controlar los procesos cognitivos y con un elevado nivel de motivación, realiza experiencias formativas. También se atiende la necesidad de ser comprendido, en el sentido de sus características especiales de aprendizaje; es decir, una formación sensible que respete sus individualidades (González-Tejero y Parra 4)

Dentro de las habilidades sociales, Johnson (ctd en Ellerani y Pavan 1), señala que el estudiante debe desarrollar habilidades cuya clasificación y niveles, se resumen en la Tabla 5.

“Individuo creativo es aquel que resuelve problemas con regularidad, elabora productos o define cuestiones nuevas en un campo de un modo que al principio es considerado nuevo, pero que al final llega a ser aceptado en un contexto cultural concreto” (Ferrando, Prieto y Ferrándiz 30). Todo ser humano posee creatividad y hay que desarrollarla, se señala además que la universidad debe formar personas con gran capacidad de generación de ideas y resolución de problemas y que no es suficiente con plantear metodologías nuevas, si estas no fomentan el espíritu creativo e innovador de los estudiantes, ante ello señala algunas actividades académicas que fomentan la creatividad y que son: prácticas en la empresa y/o laboratorio, cursos de creatividad, premios y concursos de innovación y creatividad, conferencias y charlas, programas de intercambio y movilidad (Mon 6).

CLASIFICACIÓN DE LAS HABILIDADES SOCIALES		
Habilidades sociales	Competencias	Habilidades y capacidades
Primer nivel	para la formación de los grupos	No hacer ruido, permanecer en el grupo mantener un tono adecuado
Segundo nivel	para el funcionamiento del grupo	Escuchar al otro, compartir ideas de otros, plantear preguntas adecuadas, incentivar la participación, proporcionar información útil, dirigir trabajo del grupo, recordar objetivos a alcanzar
Tercer nivel	cognitivas para mejorar la comprensión	Resumir, encontrar conexiones entre conceptos estudiados antes y los actuales, elaborar modalidades para recordar, planificar una esquematización de los contenidos y su presentación, explicitar con voz alta un razonamiento, presentar un tema o trabajo a los demás
Cuarto nivel	para profundizar en los contenidos	Criticar ideas y no personas, integrar las ideas del grupo, formular preguntas, hacer intervenciones de control sobre la comprensión, generar hipótesis añadidas.

Tabla 5: Clasificación de las habilidades sociales por niveles. Realizado por el autor, según Johnson 1991.

Para Sanz de Acedo en su artículo Competencias cognitivas en educación superior, divide las competencias cognitivas en cinco grupos (26) que se presentan resumidos en la Tabla 6.

COMPETENCIAS Y HABILIDADES COGNITIVAS		
	Competencia	Habilidades y capacidades
Grupo 1	competencias para interpretar información	Clasificar, comparar, analizar y sintetizar, secuenciar, averiguar razones y extraer conclusiones.
Grupo 2	Competencias para evaluar la información	Investigar fuentes, interpretar causas, predecir efectos, razonar lógica y deductivamente.
Grupo 3	Competencias para generar información	Elaborar ideas, establecer relaciones, producir imágenes, crear metáforas, emprender metas
Grupo 4	Competencias para tomar decisiones relevantes	Considerar varias opciones, predecir sus consecuencias y elegir la mejor en situaciones individuales y grupales
Grupo 5	competencias para solución de problemas	Considerar varias soluciones, predecir sus efectos y elegir la mejor verificarla y evaluarla en situaciones individuales y grupales.

Tabla 6: Competencias y habilidades cognitivas. Elaborado por el autor según, Sanz 2010

Para Comoglio (ctd en Ellerani y Pavan 4), estas habilidades no se enseñan directamente sino de forma progresiva, se trata de que el alumno adquiera una serie de habilidades que le signifiquen adquirir una competencia. Para ello señala que son necesarias cinco fases que aseguren un dominio de las habilidades sociales:

a) Motivar el uso y necesidad de la habilidad,
b) Describir los comportamientos esperados por los alumnos,
c) Practicar la habilidad, recurriendo para ello a asignar, observar, demostrar e incentivar el uso de la habilidad,
d) Revisión meta cognitiva por feedback (cómo lo hicieron y qué tan frecuente),
e) Llegar a hacerla naturalmente.

La teoría constructivista por sí sola, no da solución a los problemas actuales, se debería adoptarla por completo o quizá combinarla con otros enfoques, seguramente esto dependerá de muchos factores por investigar; sin embargo, puede orientar un contraste entre lo interesante de esta teoría y lo que puede resultar conflictivo en la misma. Luego será inevitable la pregunta, sobre cómo se puede aplicar esta teoría al campo de la enseñanza de las matemáticas.

A continuación se enumeran algunos aspectos positivos de interés sobre la teoría constructivista: La meta educativa es que el individuo acceda de forma progresiva y secuencial a la etapa superior del desarrollo intelectual tomando en cuenta sus necesidades y condiciones particulares. Es decir la planificación en cuanto al diseño del meso y micro currículo es fundamental para la formación de ciertas habilidades cognitivas que se suponen más importantes que los contenidos en donde se desarrollan. Siempre será importante conseguir a más del conocimiento científico otras habilidades como el pensamiento inductivo, pensamiento lateral y creativo e incluso habilidades propias del pensamiento artístico, que se desarrollan en contextos de razonamiento y solución de problemas y que conducen a aprendizajes significativos de contenidos científicos. Aunque quizá para llegar a este punto sea necesario partir de ciertos esquemas, “en teoría”, ya dominados por el alumno como la lógica y el razonamiento.

El constructivismo expone un modo, tal vez, más eficaz de enseñar y aprender, pues está constituido de un proceso y seguimiento del mismo y no se limita a la simple trasmisión de conocimientos en la clase magistral, sino que se convierte en una herramienta poderosa sobre todo para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias, ya que la complejidad de las mismas ofrece un ambiente propicio para desarrollar la capacidad intelectual del alumno, quien con la ayuda del docente preparado, que realiza une especie de traducción de la ciencia a un lenguaje que el alumno entienda, consigue los aprendizajes por descubrimiento. Si este docente además de lo anterior consigue a través de su mediación, el repensar y la construcción de sentido en el alumno, conseguirá en los mismos aprendizajes significativos.

La teoría constructivista se centra en que el alumno se forme para aprender a pensar, más que para aprender contenidos, esta teoría busca que en el interior del discente se formen estructuras, esquemas y operaciones mentales que les permitan pensar, resolver y decidir sobre situaciones académicas y vivenciales. Hay que advertir aquí la importancia de contar con personas que más allá del dominio de la cátedra tengan competencias para el desarrollo de la investigación y la vinculación con la comunidad.

Esta teoría conduce a aprendizajes significativos (que están muy alejados de lo memorístico) que implican capacidad de reflexión, comprensión y construcción de sentido. De esta forma la mente produce ideas y teorías a partir de su anterior experiencia y de su acción sobre ellas. Este estudiante no es un sujeto pasivo; al contrario, ante una información, la recibe y reinterpreta desde su mundo interior, la lee con sus propios esquemas para finalmente entender y producir sus propios sentidos.

A estos aspectos positivos, habrá que contrastarlos con algunos aspectos que pueden tornarse un problema en el momento de la aplicación de la teoría, como los siguientes:

Pedir a los estudiantes que descubran o vuelvan a descubrir los principios de una asignatura puede conducir a que los mismos descubran principios equivocados. Si bien es cierto, la teoría constructivista tiende a privilegiar los procesos, es también necesario que los discentes lleguen a comprender las teorías propuestas por las disciplinas. El querer desarrollar las habilidades cognitivas como el pensamiento inductivo, pensamiento lateral dentro de enseñanza de las ciencias puede resultar conflictivo ya que el desarrollo de éstas, implica un dominio del pensamiento lógico, el razonamiento y la deducción, caso contrario puede producir ideas excéntricas en vez de soluciones creativas. Las experiencias de aprendizaje constructivista pueden suscitar unas preguntas de alto nivel cognoscitivo hacia los discentes, y no todos ellos reaccionan bien al desafío, es más, hay quienes prefieren el modelo pedagógico tradicional conductista.

2.3 Referencia del Espacio Europeo de Educación Superior EEES

Se esperaría que todas o algunas de las habilidades expuestas en la las Tablas 5 y 6, que forman parte de una competencia específica, estén plasmadas en el proyecto de cada una de las carreras de ingeniería, pero lamentablemente, como se puede observar en el Anexo 2, no es la realidad. Es importante la revisión de los perfiles profesionales de la ingeniería, sobre todo, si la intención es crear situaciones problemáticas que sean novedosas y se adapten al contexto; sin embargo, motivo de otro análisis sería la idoneidad o no de los perfiles profesionales planteados en este momento en las carreras de Ingenierías Eléctrica, Electrónica, Mecánica, Industrial, Sistemas y Ambiental de la UPS. Lamentablemente al revisar los proyectos de las carreras de ingeniería, no dan la suficiente información en cuanto al perfil y competencias genéricas y específicas que se pretende conseguir, peor aún, muestran la interrelación necesaria de algunas carreras, que están asociadas pues en la industria convergen profesionales de carreras de ingeniería como: la eléctrica, electrónica, mecánica y automotriz y sin duda hoy en día, la de ambiental.

Por este motivo, fue necesario acudir a una referencia internacional que permita asegurar la calidad académica de la propuesta, en este caso se ha tomado como base lo propuesto por la Agencia Nacional de Evaluación de la

Calidad y Acreditación ANECA, es una organización estatal española que tiene como objetivo la mejora de la calidad del sistema de educación superior mediante la evaluación, certificación y acreditación de enseñanzas, profesorado e instituciones, todo esto alineado al Espacio Europeo de Educación Superior EEES que desde 1999 tiene el objetivo de aumentar la compatibilidad y comparabilidad entre instituciones de educación superior respetando su diversidad.

El EEES se basa en acuerdos y compromisos sobre los objetivos a alcanzar, es decir, se sienta en cuatro principios que son: calidad, movilidad, diversidad, competitividad. (EEES Espacio Europeo de Educación Superior , párr. 3).

Trabajar con esta referencia se da por tres motivos fundamentales: primero el reconocimiento del trabajo y la experiencia de las universidades europeas en cuanto a la gestión y nivel académico; segundo la creciente demanda de estudiantes nacionales y extranjeros por continuar estudios de pregrado y posgrado en alguna de las universidades anexas al EEES, entre la que se pueden citar universidades de países como Reino Unido, España, Francia, Italia, Alemania, entre otras. Y tercero, la tendencia a la adopción de este modelo a, a nivel de Latinoamérica, a pesar de las dificultades.

> Un proceso de armonización de los estudios superiores en América Latina, tendría dos grandes dificultades: primero, que una estandarización de la educación superior destruiría la diversidad, diferenciación y

particularidad nacional y segundo, las diferencias intrarregionales e interregionales en lo que respecta a desarrollo, desempeño, modelo y prácticas educativas, se constituye en un obstáculo insuperable para llegar a obtener un marco común en las IES (Instituciones de Educación Superior) de Latinoamérica (Gacel-Ávila 125).

No obstante, han existido varios esfuerzos por llegar más que a una estandarización a una homogenización de la educación superior.

Organizaciones como el Espacio de América Latina y el Caribe, ALCUE, Espacio Iberoamericano de conocimiento promovido por UNIVERSIA, Espacio Común de Educación Superior ECOES y la red de macro universidades de américa latina y el caribe ambos impulsados por la UNAM y más reciente el espacio de Encuentro Latinoamericano y Caribeño de Educación Superior ENLACES propuesto en la Conferencia Regional de Educación Superior CRES-IESALC-UNESCO Tunning América Latina, promueven estructuras curriculares basadas en el proyecto de Bolonia. A nivel mundial se puede citar a África del norte, África oriental, Sudeste asiático que se encuentran en fase de planeación, también el proyecto de Bolonia ha llegado con ecos en regiones de Estados Unidos y Canadá (Gacel-Ávila 125-126).

Todas las instituciones mencionadas se inspiran en la idea que el establecimiento de un marco común, podría modernizar el sector y lograr una reforma de estructuras académicas, la adopción de un modelo académico basado en resultados de aprendizaje, por medio de una educación basada en desarrollo de competencias genéricas y específicas y un sistema de créditos acumulables y transferibles. Autores como Malo 2005, Mora 2004 y Gacel-Ávila 2010 (ctd en Gacel, Ávila 129), han señalado la necesidad de reformar las IES tomando alguna de las características contextualizadas del modelo del EEES a fin de cubrir la necesidad de superar las brechas educativas y contar con egresados que cumplan las competencias del siglo XXI y preparar al sector para la evaluación internacional de las entidades educativas.

Básicamente en el documento de la Universidad de Valladolid *Libro Blanco*, se encuentran los perfiles profesionales según ANECA en donde se han establecido claramente las competencias genéricas y específicas para lo que ellos denominan un ingeniero industrial; es decir, aquellas titulaciones de ingeniero que tenga que ver con la industria (25-26). Entre las titulaciones de "ingeniería industrial" definidas por esta institución y que tiene que ver con las carreras de ingeniería de la UPS se pueden citar:

Carrera en la UPS	Ingeniería industrial según ANECA
Ingeniería Electrónica	Ingeniero técnico industrial especialidad en electrónica industrial.
Ingeniería Eléctrica	Ingeniero técnico industrial especialidad en electricidad
Ingeniería Mecánica e	Ingeniero técnico industrial especialidad en mecánica

Ingeniería Mecánica Automotriz	
Ingeniería de Sistemas	Ingeniero en Informática

Tabla 7 Equivalentes de las ingenierías de la UPS con las ingenierías industriales que propone ANECA. Elaborado por el autor.

El referente internacional de Libro Blanco de perfiles profesionales potencialmente permitirá cumplir con lo que propone la Ley Orgánica de Educación Superior LOES sobre la excelencia académica, y a futuro una posible movilidad dentro y fuera del país. En el capítulo tres del mencionado documento, se establece competencias genéricas y específicas de acuerdo a la especialización y que el lector las puede ver en el referente para ingeniería mecánica, en el Anexo 1.

Cabe recalcar que las materias de formación básica son comunes a todas las titulaciones de ingeniero industrial del EEES que están la Tabla 7. Hay que considerar que mencionadas competencias declaradas, se conseguirán lo largo de todos los años de formación del estudiante dentro de una carrera de ingeniería industrial. En la Tabla 8, se citan competencias de aprendizaje que se pueden ir formando ya desde el arranque de la carrera y específicamente con la materia de cálculo diferencial. En la tabla 9, se pueden encontrar las competencias de aprendizaje específicas que se pretenden con el estudio de las matemáticas en la UPS. Para redactar estas competencias se han tomado como referencia las competencias genéricas y específicas, mostradas en el Anexo 1.

Competencias Generales

Competencia ANECA (Ver Anexo 1)	Competencias generales matemáticas UPS	Evidencias de la competencia
CG3 y CG4	CG1. Expresarse correctamente de forma oral ante sus compañeros y de forma escrita para la elaboración de trabajos escritos.	**Expresión oral.** • Seguir un orden correcto, • Expresarse de forma clara y precisa, ajustarse al tiempo establecido, • Mantener un volumen adecuado para ser escuchado por toda la audiencia. • Permanecer derecho, relajado y seguro, y estableciendo contacto visual con la audiencia. • Usar eficazmente las herramientas tecnológicas adecuadas, y • Responder a las preguntas que le formulen. **Expresión escrita** • Elaborar informes siguiendo las normas establecidas para su presentación. • Estructurar correctamente el trabajo, • Utilizar una ortografía y sintaxis correctas.

		• Usar terminología y notaciones adecuadas. • Utilizar tablas y gráficos, en su caso, acompañados de una breve descripción aclaratoria. • Hacer las referencias bibliográficas necesarias.
CG1, CG2, CG5	CG2. Aprender a trabajar de forma autónoma	• Organización personal y grupal de las tareas. • Adquirir hábitos y métodos de estudio • Contar con un instrumento para la planificación y organización de su tiempo para trabajo autónomo. • Autoevaluar su desempeño con reflexión crítica, detectando sus deficiencias y superarlas Utilizando metodologías de autoaprendizaje. • Amplía sus conocimientos por medio de una búsqueda bibliográfica seleccionando el material relevante mediante una lectura comprensiva y critica del mismo. • Analizar y sintetizar textos o conjuntos de datos
CG6	CG3. Resolver problemas de una forma lógica y crítica y extraer las conclusiones de acuerdo a la teoría.	• Identificar el problema organizando los datos pertinentes, • Delimitar el problema y formularlo de manera clara y precisa, • Plantear de forma clara las distintas alternativas y justificar la selección del

		proceso seguido para obtener la solución, • Ser crítico con las soluciones obtenidas y extraer las conclusiones pertinentes acordes con la teoría
CG8.	CG4. Aplicar el conocimiento en ejercicios prácticos sencillos y en asignaturas relacionadas.	• Reconociendo los campos de aplicación de cada una de ellas y aprovechando toda la potencialidad que ofrecen. • Analizar las limitaciones y los alcances de las técnicas y herramientas a utilizar.
CG9.	CG5. Trabajar en equipo de forma ordenada y eficaz	• Los integrantes del grupo actúan para alcanzar sus objetivos, respetando los compromisos (tareas y plazos) contraídos. • Los integrantes del grupo comprenden la dinámica del debate y efectúan intervenciones claras, tomando decisiones que integren las distintas opiniones y puntos de vista para alcanzar consensos. • El grupo demuestra compromiso por alcanzar los objetivos aun fuera de sus horas de clase (trabajo grupal autónomo).
CG12.	CG6. Motivarse por el logro y mejora continua	• El estudiante o el grupo colaborativo, se motiva por el logro de las metas propuestas, buscando la excelencia y la realización de trabajos de calidad. • Utilizando y aprovechando plenamente su capacidad.

CG13.	CG7. Actuar éticamente y con compromiso social	• Desarrollar una educación en valores, incidiendo en la igualdad entre sexos, y en el respeto a las diferentes culturas, razas, ideologías y lenguas que les permitan identificar las connotaciones éticas en sus decisiones. • Utilizando de forma equilibrada y compatible la tecnología, la economía y la sostenibilidad en el contexto local y global.

Tabla 8: Resultados de aprendizaje genéricos para la asignatura de Cálculo Diferencial. Elaborado por el autor con referencia a las competencias genéricas redactadas por ANECA.

Competencias específicas

Referencia ANECA (Ver Anexo 1)	Competencias específicas matemáticas UPS	Evidencias de la competencia
CE1	CE1. Maneja los conceptos básicos sobre los que se fundamenta la asignatura.	• Desarrolla las actividades que indican manejo conceptual. • Supera el test de conceptos
CE1	CE2. Resolver problemas de aplicación geométrica como refuerzo para afianzar los conceptos.	• Desarrollar las actividades propuestas referentes a problemas geométricos. • Supera el test problemas geométricos.
CE1, CE2	CE3. Utilizar conceptos de la asignatura y otros conceptos de la física básica, para la resolución de problemas propios de la ingeniería.	• Leer y comprende información referente a conceptos físicos básicos. • Desarrollar los problemas de aplicaciones en ingeniería. • Expone oralmente como resolvió los problemas. • Presenta informe sobre la resolución de problemas en ingeniería, incluyendo, reflexiones, sugerencias y críticas de sus compañeros. • Supera examen final de la asignatura.
CE3	CE4. Utilizar paquetes informáticos con	• Muestra destreza en el uso básico del paquete informático.

	aplicación en matemáticas y /o ingeniería, como herramientas de apoyo a la elaboración de gráficos, comprensión de conceptos y cálculos complejos	• Sabe decidir cuál es el mejor paquete para determinada actividad entre otros de condiciones semejantes.

Tabla 9 Resultados de aprendizaje específicos para la asignatura de Cálculo Diferencial. Elaborado por el autor con referencia a las competencias genéricas redactadas por ANECA.

2.4 Motivación

Existen dos tipos de motivaciones, la intrínseca y la extrínseca, en la primera se ponen en juego la satisfacción personal por enfrentar con éxito una tarea y la segunda está en función de refuerzos externos (Liñán Blanco 78), según esta autora, los dos tipos de motivación, aparecen siempre mezclados. A fin de tener estudiantes motivados será importante las actitudes, comportamientos y desempeño dentro del aula por parte del profesor, esta motivación es de carácter continuo y debe darse antes, durante y al final de las sesiones de construcción del aprendizaje.

Antes	**Durante**	**Después**
Tener una actitud positiva que genere un ambiente agradable de trabajo enmarcado en cordialidad y respeto. Detectar el conocimiento previo, es decir, saber el punto de partida y conocer el lenguaje del alumno en el contexto. Planificar sus actividades y nunca improvisar, mantener una mente abierta y flexible pues sobre todo en la matemática se debe entender que es una ciencia en construcción.	Proporcionar ejemplos en un lenguaje familiar. Continuamente variar elementos de las tares y evitar la monotonía del trabajo. Trabajar con grupos colaborativos. Permitir la autonomía del alumno. Mostrar las aplicaciones y Enseñarle a pensar y a buscar medios para superar dificultades.	Realizar una evaluación integral. Mostrar las fallas y corregir. Incrementar la confianza y mantener una confidencialidad de la evaluación.

Tabla 10: Actitudes, comportamientos y desempeño dentro del aula por parte del profesor, antes durante y después de sus sesiones de aprendizaje. Elaborado por el autor según (Liñán Blanco 78)

Todas las acciones que el docente toma antes, durante y después de sus sesiones de construcción del aprendizaje, deben estar en comunión con los deseos y necesidades del estudiante que está en un aula de clase y que son:

- Deseo de dominio y experiencia de la competencia
- Deseo de aprender y dominar algo útil
- Deseo de recompensas sociales como elogio, reconocimiento y tangibles como notas
- Necesidad de la seguridad que da el aprobado, es claro que la preocupación por la evaluación no fomenta el interés por aprender y desarrollar capacidades, se debe entonces, reflexionar sobre las necesidades del alumno en cuanto a las evaluaciones que potencialmente se vuelva motivadoras.
- Necesidad de preservar y elevar la autoestima, considerar que el alumno tiene miedo al fracaso y al ridículo.
- Necesidad de autonomía es necesario que el alumno perciba que el trabajo lo lleva a adquirir una competencia y además asegurarse que perciba que posee la competencia en un instante determinado.
- Necesidad de aceptación personal, el docente debe tener una actitud y pautas de actuación verbal y no verbal que el alumno perciba la aceptación incondicional y el interés por el progreso personal del estudiante. (Liñán Blanco 89-92).

2.5 Aportes de la teoría crítica

“Algo andaba mal en la manera como la educación matemática silenciaba y suprimía a las personas” (Skovsmose ,10)

Dentro de las teorías actuales que intentan explicar los fenómenos que ocurren en la enseñanza aprendizaje de la matemática es importante considerar algunos aportes de la teoría crítica:

Habermas (ctd en Gerrero, Educación Matemática Crítica 67) argumenta que el saber y el conocimiento son producto de los intereses y necesidades desplegadas en las actividades humanas, en tanto que Paulo Freire (ctd en Gerrero, Educación Matemática Crítica 67) aboga por una educación problematizadora y liberadora que estimula la reflexión, la acción y el dialogo; sobre todo destaca el dialogo como el acto en el que interactúan los involucrados en la educación para apoderarse del mundo y realidad en la cual viven, actuando sobre ella para transformarla y de esta forma humanizarla.

El aprendizaje y la enseñanza de la matemática responden a intereses ideológicos, políticos, económicos y culturales, que deben ser dados a conocer por los involucrados (maestros, estudiantes, directivos) a través del dialogo, la reflexión y la crítica. De tal forma que se pueda intuir su forma de concebir la matemática y que permita al otro, entender mi forma de concebir la misma, de manera que no se vea la matemática como una ciencia hecha, sino en construcción y que se modifica con la interacción de todos los involucrados (Gerrero, Educación Matemática Crítica 68).

"El docente dentro de su actividad pedagógica debe buscar en las contradicciones que implica tanto la aplicación de la teoría como la teorización de la práctica, el surgimiento de nuevos problemas y sus posibles relaciones…" (Gerrero, Teoria Crítica y Educación Matemática 30).

Por ejemplo en cálculo, una tasa de cambio instantánea, se puede aplicar a la variación de la temperatura de un cuerpo dentro de un medio de temperatura constante, sin embargo, cuando el estudiante realiza una práctica experimental de este fenómeno, con condiciones iniciales determinadas y se compara con el modelo teórico, pueden resultar contradictorios; entonces es necesario comenzar a teorizar en base a lo observado en la práctica, por qué se dieron mencionadas contradicciones, probablemente porque la temperatura del medio no fue constante, por la forma del cuerpo que está enfriándose o calentándose, errores en la medición de las temperaturas del cuerpo etc.

En conclusión es necesario aplicar la teoría, comprobar sus resultados con hechos reales y retroalimentar las teorías de origen. Este sentido, los docentes deben ser capaces de explicar los problemas que surgen dentro de una práctica educativa que involucre, a ellos y sus estudiantes.

Ambrosio (ctd en Gerrero, Eduación Matemática Crítica 68) introduce el concepto de Etnomatemática como la relación entre cultura y matemática, así “Etno” abarca, lengua, códigos, valores, jerga, creencias, alimento y vestido, hábitos y rasgos físicos y por su parte la matemática abarca, conteo, aritmética, clasificación, deducción, análisis, modelación. Las dimensiones que abarca la etnomatemática son: conceptual como el sentido y abstracciones de un grupo para interpretar la realidad, cognitiva que inducen a como el conocimiento previo se amplía cuando se comparte con el otro y el otro amplía su conocimiento por esta interacción, histórica que analiza cómo se sitúa la matemática y sus inicios en cada uno y en el colectivo, desafío de vida diaria en donde la matemática permite analizar el entorno y la cultura de cada región y por lo tanto influye en la forma de vida de los grupos, epistemológica que considera el conocimiento como un ciclo integral que permite responder, ¿saber qué? ¿Para qué? ¿De dónde vine? ¿A dónde voy? ¿Cuál es mi pasado y cuál es mi el futuro?, política fundamentada en el respeto de las raíces y orígenes, sin irrespetar al otro sino reforzando las de ambos y finalmente la dimensión educativa que en la etnomatemática consigue el fortalecimiento del razonamiento matemático cuantitativo y cualitativo y además el fortalecimiento de del razonamiento, crítica y análisis del mundo en el cual vivimos involucrando en ese mundo las relaciones entre cultura, la religión y la producción y el respeto por su propia cultura y la de los demás.

Es decir, la comunicación, la negociación y el dialogo son indispensables en las actividades de los educadores matemáticos y sus educandos, quienes deben discutir sobre contenidos y sus implicaciones económicas sociales, culturales y políticas y en las instituciones educativas en cuanto a los procesos a seguir con el fin de humanizar la educación. Al respecto, Ernest (ctd en Gerrero, Educación Matemática Crítica 70) señala que en el marco del constructivismo social, se considera al otro, no como un simple receptor, sino como un ser humano con historia propia, que tiene sus puntos de vista, concepciones e intuiciones.

2.6 Algunas ideas para la evaluación en el modelo constructivista

La evaluación en esta teoría, significa reflexionar sobre cómo el estudiante se ha desenvuelto durante el proceso de aprendizaje, se vuelve más objetiva ya que el docente deberá observar aspectos como: generación del conflicto cognitivo, la formulación de nuevos sentidos o conjeturas que interpreten la situación problemática, las experiencias de confirmación de las hipótesis y además los logros del aprendizaje. No se limita únicamente a observar cuanto el estudiante captó de lo que docente expuso o cuanto captó de las actividades propuestas. (Merino 24-25). La evaluación debe convertirse en un componente más del proceso de aprendizaje, y por lo tanto debe ser de carácter formativo y no punitivo, actualmente la evaluación se resume en una prueba que busca una calificación que aprueba o reprueba al estudiante dependiendo si consiguió o no el producto final esperado. La evaluación constructivista, es un proceso de reflexión y discusión que busca una cambio y transformación del sujeto en formación, para que de esta forma logre conseguir competencias que desarrollen: el potencial creativo estimulado por la imaginación y curiosidad por el conocimiento, el desarrollo personal, social y cultural, el desarrollo del pensamiento, la capacidad de adaptación al medio que lo rodea y los cambios que la sociedad demanda, el respeto y la tolerancia y la innovación permanente (Waldegg 27-28).

En este sentido es importante preguntarse antes de desarrollar una propuesta con base a un enfoque constructivista, cómo se realizará la evaluación, para llegar a los instrumentos de aprendizaje. Por lo tanto es sumamente importante preguntarse ¿para qué, qué y cómo evaluar? Pero a diferencia de la evaluación tradicional, en un marco que tome en cuenta una participación activa de todos los actores del proceso de aprendizaje; es decir, el docente preguntándose ¿cuáles son sus progresos? Los estudiantes manifestando las dificultades de aprendizaje que presentan, y los claustros docentes definiendo precisamente las competencias a desarrollar y que criterios propiciaran dichos logros para así, llegar a definir el procedimiento para llevar a cabo la evaluación.

En conclusión no hay que enfrascarse en un solo modelo y considerarlo como la panacea que salvará la educación, pues hay muchos factores todavía por descubrir. La experiencia acumulada por el trabajo dentro del contexto circundante es fundamental y se debe decidir sobre qué modelo o combinación de modelos pedagógicos se adapta o adaptan mejor a la realidad. En todo caso la voluntad y el deseo de revolucionar la enseñanza de las matemáticas es el mejor punto de partida para comenzar a repensar las formas tradicionales de enseñar.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA PARA ESTABLECER LA PROPUESTA

Luego del planteamiento de los fundamentos que permitieron establecer el modelo educativo para la enseñanza de la matemática en la UPS, es necesario plantear la pregunta ¿Cómo asegurar que el o los instrumentos de aprendizaje sean idóneos para su futura utilización? Para responder a esta interrogante, es necesario: poner en práctica las ideas del modelo educativo propuesto en el capítulo dos, realizar un análisis del micro currículo para adecuarlo al nuevo modelo de aprendizaje y finalmente diseñar o seleccionar actividades de aprendizaje que quedarán documentadas en la guía.

Una reflexión sobre el mezo y micro currículo realizado por Guillermina Waldegg, deja clara su posición al plantear preguntas muy interesantes como: ¿Qué significado tiene la repetición de definiciones, formulas y teoremas, si no son utilizadas directamente en la resolución de problemas? ¿Qué sentido tiene la memorización de algoritmos y su ejercitación en un gran número de operaciones, sin otro propósito que la ejercitación misma? ¿Para qué enseñar conceptos aislados que en el momento que se presentan al alumno, no van a poder relacionarse con el resto de sus conocimientos? (26).

En definitiva hay que repensar en, qué se enseña, para qué se lo enseña y cómo se puede optimizar las actividades docentes, a fin de poder aprovechar el tiempo para conseguir otras competencias fundamentales en el ingeniero y que no necesariamente son las cognitivas de la materia. No se puede discutir sobre la importancia de las definiciones, conceptos y algoritmos para desarrollar la capacidad de razonamiento; sin embargo, se quiere rescatar la importancia de aprender lo necesario en el momento adecuado, después de todo, si se cumple el objetivo constructivista de aprender a aprender, el estudiante estará en capacidad de aprender autónomamente lo que necesite, cuando sea necesario.

Simon (ctd en Gómez 252) en su modelo “Ciclo de enseñanza de las matemáticas” (ver gráfico 5) reconoce al docente como un actor cognitivo y reflexivo y que bajo su perspectiva y suposiciones diseña sus instrumentos de aprendizaje basándose en tres aspectos: la visión del objetivo que lleva a la planificación de las actividades y esto a su vez matizado por las hipótesis del profesor acerca del proceso de aprendizaje. Advierte también que el proceso de diseño de actividades de aprendizaje es dinámico; es decir, una vez que se pone en práctica el producto de sus conjeturas, éste necesita ser revisado en función del conocimiento del docente y los aportes que pueda presentar la aplicación sobre el grupo de estudiantes.

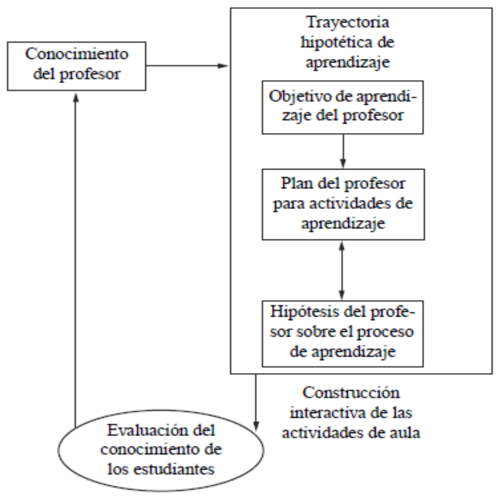


Gráfico 5: “Ciclo de enseñanza de las matemáticas. Tomado de (Gómez ,254)

Antes de elaborar una unidad didáctica, además del aporte del currículo, se debe considerar cinco componentes que son imprescindibles:

- Errores y dificultades encontradas, así como problemas y obstáculos que se detectan en el aprendizaje.
- Diversidad de representaciones utilizadas para cada sistema conceptual.
- La fenomenología de los conocimientos implicados, así como las aplicaciones prácticas de cada bloque de contenidos.
- La diversidad de tipo manipulativo y de los recursos que pueden emplearse en la enseñanza de cada tópico.
- La evolución histórica de cada campo e incluso de cada concepto (Rico ,8-9).

Pedro Gómez recogiendo ideas de Rico, plantea su “Análisis Didáctico” en donde describe un procedimiento para el diseño, práctica y evaluación de actividades de enseñanza y aprendizaje que conciernen a un periodo limitado de tiempo y un contenido matemático específico (256-279). A continuación en los puntos 3.1 a 3.4, de este capítulo, se presentan las ideas fundamentales de este proceso, que luego en el capítulo cuatro, conjuntamente con las ideas del modelo educativo, son puestas en práctica, a través del diseño y selección de actividades de aprendizaje que están plasmadas en la guía para el docente y guía de aprendizaje para el estudiante de cálculo diferencial.

Como se puede apreciar, en la gráfico 6, el ciclo de análisis didáctico posee seis etapas, las tres primeras son de orientaciones para el diseño de la propuesta de actividades, en tanto que la cuarta, corresponde a la puesta en práctica de la misma. Se dejan las etapas cinco y seis para los criterios necesarios en una retroalimentación posterior a la aplicación del producto; mostrando así el carácter totalmente dinámico del procedimiento. Para el presente trabajo, se considera solamente las etapas uno a tres del Análisis didáctico propuesto por Gómez, que se centran en el desarrollo de la propuesta; las etapas siguientes se deberán analizar luego de la implementación de la misma y en este caso luego de la implementación de la guía de aprendizaje.

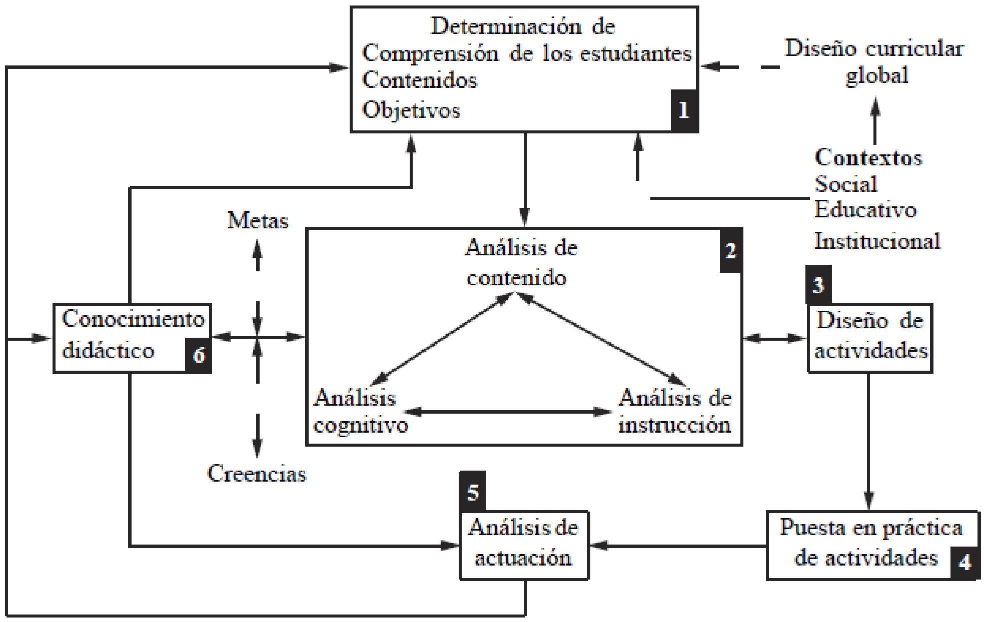


Gráfico 6: Etapas del Análisis Didáctico. Tomado de (Gómez 258).

3.1 Determinación de comprensión de los estudiantes, contenidos y objetivos

El análisis didáctico parte de la determinación del contenido que se tratará y de los objetivos que se pretenden lograr. Sin embargo, se aclara que es necesario algunas consideraciones previas para retroalimentar el ciclo y que las provee la etapa cinco, en el caso de que la propuesta haya sido aplicada. Para este trabajo, no se ha puesto en práctica una propuesta similar, por lo que fue necesario tratar de emular la etapa cinco, con un análisis sobre lo que el estudiante puede y no puede resolver junto con los errores, las dificultades y obstáculos a superar, tomados de la experiencia docente del cálculo diferencial y que se pueden observar, más adelante, en la Guía para el docente del capítulo cuatro.

3.2 Análisis de contenido

En el análisis de contenidos se busca identificar y describir estructuradamente los diversos significados matemáticos para ello tiene en cuenta tres tipos de significados: Estructura conceptual, sistemas de representación y los modelos (análisis fenomenológico).

3.2.1 Estructura conceptual

Inicia con la descripción a nivel de conceptos y relaciones entre ellos, y se desarrolla en medida que se consideran los sistemas de representación, los modelos y fenómenos asociados. Cuando se identifican conceptos dentro de la estructura conceptual, necesariamente se deben establecer relaciones entre estos conceptos y sus representaciones. Se pueden identificar algunas conexiones:

- Conexiones que establecen relaciones entre diferentes elementos de la estructura matemática (por ejemplo, entre diferentes formas simbólicas y sus parámetros)
- Conexiones que asocian las diferentes representaciones de un mismo elemento (por ejemplo, los parámetros de la definición de la derivada y la pendiente de la recta tangente a una curva)

- Conexiones que muestran transformaciones de un elemento en otro dentro de un sistema de representación (por ejemplo, el procedimiento e implicaciones de ver la notación de derivada $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ como un todo, para pasar al concepto de diferencial de una función $dy = f'(x)dx$)
- Conexiones que muestran la relación entre categorías de fenómenos y las subestructuras que los modelan (por ejemplo, la relación entre los conceptos de la derivada como razón de cambio y el análisis de las velocidades de un sistema pistón, cigüeñal y manivela)

3.2.2 Sistemas de representación

Se utilizan estos sistemas para representar diferentes facetas de un concepto o estructura matemática, se supone que estos sistemas se ciñen a un conjunto de reglas condicionadas por las matemáticas en general y por el concepto matemático especifico en particular. Kaput, (ctd en Gómez 266), define sistema de representación como un sistema de reglas para: identificar o crear caracteres, operar sobre y con ellos y determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia). Goldin y Janvier (ctd en Gómez 266) , complementan esta definición, agregando que un sistema de representación puede ser también una situación física externa que puede ser descrita matemáticamente o puede interpretarse involucrando ideas matemáticas.

La noción de sistema de representación permite describir las actividades matemáticas que tiene lugar en el discurso matemático del aula y se basa en cuatro operaciones:

- Creación de signos o expresiones
- Transformaciones sintácticas invariantes y variantes
- Traducción entre sistemas de representación

La estructura se compone de conceptos sistemas de representación y conexiones y el profesor deberá identificar y explicitar la estructura conceptual poniendo en juego su conocimiento matemático.

3.2.3 Análisis fenomenológico y modelos

Puig (ctd en Gómez 269) define que el análisis fenomenológico de un concepto o una estructura matemática es describir cuales son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto y la estructura con esos fenómenos. Es importante hacer experiencia con las matemáticas. El docente debe describir, caracterizar y clasificar fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser organizados (modelados) por subestructuras matemáticas, incluso una misma subestructura puede relacionar con diferentes fenómenos. El análisis fenomenológico consiste en la identificación de subestructuras correspondientes a una estructura, de los fenómenos modelados por ellas y de la relación entre subestructuras.

Un modelo se define como una tripla (subestructura, fenómeno, relación) en la que la subestructura modela el fenómeno de acuerdo con una relación. Esta relación identifica aquellas características estructurales del modelo que se pueden representar con elementos y propiedades de la subestructura en cuestión. Por lo tanto el termino modelo se puede referir a una tripla en la que se identifica un fenómeno especifico (Gómez 269-270).

3.3 Análisis cognitivo

En el análisis cognitivo se debe, identificar, describir y caracterizar los errores en los que los estudiantes pueden incurrir al abordar dichas tares y de las dificultades que subyacen a dichos errores y los obstáculos que hay que superar. También identifica describe procedimientos asociados al aprendizaje de los conceptos identificados. Finalmente identifica los nuevos significados que el estudiante puede adquirir del estudio de los conceptos matemáticos.

La estructura conceptual que el profesor ha producido en el análisis de contenido, su conocimiento sobre el aprendizaje y la comprensión en matemáticas y su conocimiento sobre la estructura matemática en cuestión le permiten caracterizar las tareas que los escolares pueden resolver y las que deberían poder abordar desde la perspectiva de:

a. Los elementos (conceptos y estructuras conceptuales) involucrados en la tarea.

b. Las representaciones de los elementos anteriores.

c. Las relaciones entre esas representaciones.

d. Las relaciones entre elementos de una misma representación

e. Los modelos involucrados.

3.4 Análisis de instrucción

El resultado del análisis de instrucción, debe ser la identificación y descripción de las actividades de enseñanza y aprendizaje que tienen como propósito conseguir los objetivos o logros de aprendizaje. Por lo tanto, deben abordar los errores, dificultades y obstáculos identificados en el análisis cognitivo. En el análisis de instrucción el docente organiza este universo complementándolo con dos consideraciones adicionales. La resolución de problemas y los materiales y recursos disponibles.

Obviamente, este procedimiento de selección de tareas a través del análisis didáctico del contenido debe integrarse con la ideas para seleccionar y diseñar tareas que surgen a la luz del enfoque constructivista social y la teoría crítica y obviamente también a la creatividad, visión curricular y experiencia docente dentro del campo científico y pedagógico del docente.

CAPÍTULO 4

MODELO DE GUÍA DE APRENDIZAJE

En este capítulo se pone en práctica las teorías que fueron revisadas en los capítulos anteriores y que fueron plasmados en un documento al que se lo denominó Guía y que consta de dos secciones, la primera que está pensada para apoyo al docente y que se la ha denominado “Guía para el Docente” y básicamente contiene directrices para mejorar su desempeño dentro y fuera del salón de clase. La segunda parte denominada “Guía de aprendizaje”, está elaborada para el uso del estudiante y también como herramienta de trabajo del docente, básicamente contiene: identificación, metodología indicaciones, apuntes y actividades que deberá desarrollar el estudiante a la luz de la teoría constructivista. A continuación se presenta un modelo de cada una de ellas.

4.1 Guía para el Docente

Objetivo

Orientar al profesor sobre los principios básicos que rigen el accionar educativo en la Universidad Politécnica Salesiana y proporcionar una metodología para la selección y elaboración de actividades de aprendizaje.

Contenidos

A. Contextualización del ambiente docente.
B. Fundamentos del modelo educativo del ICFM.
C. Cómo plantear actividades de aprendizaje.
D. Estructura de la guía de aprendizaje para el estudiante.

A. Contextualización del ambiente docente

Enfrentar la responsabilidad de ser docente universitario es una tarea compleja que requiere de mucha preparación científica y pedagógica. La primera es necesaria para asegurar la calidad académica irrenunciable de la universidad ecuatoriana y la segunda como requisito indispensable para pensar y planificar las diferentes actividades con las que el estudiante aprenderá.

En la Universidad Politécnica Salesiana el docente no está solo y cuenta con un grupo de trabajo dedicado a la enseñanza de la matemática y que conforman el Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas ICFM, que es el responsable de la gestión académica y administrativa de las materias de formación básica científica de las carreras de ingeniería.

Misión y Visión Institucionales

Misión

La formación de honrados ciudadanos y buenos cristianos, con excelencia humana y académica. El desafío de nuestra propuesta educativa liberadora es formar actores sociales y políticos con una visión crítica de la realidad, socialmente responsables, con voluntad transformadora y dirigida de manera preferencial a los pobres.

Visión

La Universidad Politécnica Salesiana, inspirada en la fe cristiana, aspira constituirse en una institución educativa de referencia en la búsqueda de la verdad, el desarrollo de la cultura, de la ciencia y tecnología, mediante la aplicación de un estilo educativo centrado en el aprendizaje, docencia, investigación y vinculación con la colectividad, por lo que se compromete, decididamente, en la construcción de una sociedad democrática, justa, equitativa, solidaria, con responsabilidad ambiental, participativa y de paz.

Es una realidad que a la UPS ingresan, tanto estudiantes provenientes de bachilleratos técnicos, como de otras titulaciones de baja formación en matemáticas, como referencia, solamente en el periodo 2009-2010 existían un 28.4% de estudiantes con una titulación no afín a la ingeniería. El trabajo del docente de la UPS es un reto, e implica una alta formación científica a fin de mantener una calidad académica y una formación fuerte en cuanto a la docencia en matemáticas que permita llegar a más estudiantes pertenecientes a un grupo altamente heterogéneo.

B. Fundamentos del Modelo educativo

Pedagógicamente la propuesta está fundamentada en el modelo educativo del ICFM, que considera como base filosófica, a la teoría crítica de la educación matemática y como base pedagógica, a la teoría cognitiva social. A fin de que nuestra propuesta cumpla con estándares mínimos de calidad académica, se ha tomado como referencia las directrices de la Ley de Educación Superior LOES, el perfil profesional de las carreras de ingeniería y las competencias generales y específicas declaradas por Agencia Nacional de Evaluación y Acreditación española ANECA. Estas consideraciones, conjuntamente con la Teoría del Análisis Didáctico de Contenido, como procedimiento para el diseño, práctica y evaluación de actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, permiten contar con un diseño micro curricular coherente con el modelo educativo propuesto.

Antes de iniciar cualquier actividad de planeación, el docente debe conocer los aportes de cada una de las instancias antes mencionadas y que resumiremos a continuación:

Aporte de la LOES

- Aportar al desarrollo del pensamiento universal y al despliegue de la producción científica.
- Fortalecer en las y los estudiantes un espíritu reflexivo orientado al logro de la autonomía personal, en un marco de libertad de pensamiento y de pluralismo ideológico;
- Contribuir al conocimiento, preservación y enriquecimiento de los saberes ancestrales y de la cultura nacional;
- Constituir espacios para el fortalecimiento del Estado Constitucional, soberano, independiente, unitario, intercultural, plurinacional y laico.
- Contribuir en el desarrollo local y nacional de manera permanente, a través del trabajo comunitario o extensión universitaria.
- La educación responderá al interés público y no estará al servicio de interés individuales y corporativos
- La educación superior debe responder a las expectativas y necesidades de la sociedad, a la planificación nacional, al régimen de desarrollo, a la prospectiva de desarrollo científico, humanístico y tecnológico a la diversidad cultural.

Ideas del Constructivismo Social

- Pretende que el estudiante acceda en forma progresiva y secuencial a la etapa superior de desarrollo intelectual, mediante actividades que lleven al desarrollo de las capacidades de pensar.
- La estructura básica de la ciencia en este caso de la matemática, se constituye en un ambiente propicio para despertar la capacidad intelectual del estudiante, ya sea por un aprendizaje por descubrimiento o mediante actividades significativas que partan de las experiencias y conceptos previos del estudiante.
- En el micro currículo se debe orientar la enseñanza hacia la formación de habilidades cognitivas, tratando de desarrollar el pensamiento inductivo, lateral y creativo, a través de la sinergia entre conceptos, contextos de razonamiento y resolución de problemas.
- Los éxitos del aprendizaje se basan en la interacción, comunicación entre alumnos, debate y crítica argumentativa del grupo de aprendizaje colaborativo y además soluciones a problemas reales comunitarios. Todo esto pretende, entre otras cosas, desarrollar personas reflexivas, autónomas y elocuentes, preparadas para responder a la sociedad.

Aspectos a tener cuidado en el constructivismo

- Pedir a los estudiantes que descubran o vuelvan a descubrir los principios de una asignatura puede conducir a que los estudiantes caminen por principios equivocados. Independientemente del proceso, es necesario que los estudiantes lleguen a comprender las teorías propuestas por la matemática.
- El querer desarrollar las habilidades cognitivas como el pensamiento inductivo y lateral dentro de enseñanza de las ciencias puede resultar conflictivo ya que el desarrollo de éstos implica un dominio del pensamiento lógico, el razonamiento y la deducción, caso contrario puede producir ideas excéntricas en vez de soluciones creativas.
- Las experiencias de aprendizaje constructivista pueden suscitar unas preguntas de alto nivel cognoscitivo hacia los discentes, y no todos ellos reaccionan bien al desafío.

Ideas básicas para la evaluación en el constructivismo

- La evaluación no se limita a observar cuánto captó el estudiante de lo que el docente expuso, o cuánto captó de las actividades propuestas. En el sentido constructivista, la evaluación, significa reflexionar sobre cómo el estudiante se ha desenvuelto durante el proceso de aprendizaje,

- Se vuelve más objetiva ya que el docente deberá observar aspectos como: generación del conflicto cognitivo, la formulación de nuevos sentidos o conjeturas que interpreten la situación problemática, las experiencias de confirmación de las hipótesis y además los logros del aprendizaje. (ver modelo en apéndice B)
- La evaluación debe convertirse en un componente más del proceso de aprendizaje, y por lo tanto debe ser de carácter formativo y no punitivo,
- La evaluación constructivista, debe ser un proceso de reflexión y discusión que busca una cambio y transformación del sujeto en formación, para que de esta forma logre conseguir competencias que desarrollen: el potencial creativo estimulado por la imaginación y curiosidad por el conocimiento, el desarrollo personal, social y cultural, el desarrollo del pensamiento, la capacidad de adaptación al medio que lo rodea y los cambios que la sociedad demanda, el respeto y la tolerancia y la innovación permanente.
- Es sumamente importante preguntarse para qué, qué y cómo se evaluará, en un marco que tome en cuenta una participación activa de todos los actores del proceso de aprendizaje; es decir, el docente preguntándose ¿cuáles son sus progresos? Los estudiantes manifestando las dificultades de aprendizaje que presentan, y los claustros docentes definiendo precisamente las competencias a desarrollar y qué criterios propiciaran dichos logros para así, llegar a definir el procedimiento para llevar a cabo la evaluación.

Pasos para enseñar las competencias declaradas en el plan analítico, (ver Apéndice B)

a. Motivar el uso y necesidad de la competencia.
b. Describir los comportamientos esperados por los alumnos (ver competencias genéricas).
c. Practicar la competencia, recurriendo para ello a asignar observar, demostrar e incentivar el uso de la misma,
d. Revisión meta cognitiva por feedback (cómo lo hicieron y qué tan frecuente).
e. Llegar a hacer naturalmente.

Actitudes del docente para mantener la motivación

Antes de la clase, el docente debe:

- Tener una actitud positiva que genere un ambiente agradable de trabajo enmarcado en cordialidad y respeto.
- Detectar el conocimiento previo; es decir, saber el punto de partida y conocer el lenguaje del alumno en el contexto.
- Planificar sus actividades y nunca improvisar.
- Mantener una mente abierta y flexible, pues sobre todo en la matemática se debe entender que es una ciencia en construcción.

Durante la clase, el docente debe:

- Proporcionar ejemplos en un lenguaje familiar, continuamente variar elementos de las tares y evitar la monotonía del trabajo.
- Trabajar con grupos colaborativos.
- Permitir la autonomía del alumno.
- Mostrar las aplicaciones y tratar de contrastarlas con la realidad.
- Enseñarle a pensar y a buscar medios para superar dificultades.

Al final de la clase, el docente debe:

- Realizar una evaluación integral.
- Mostrar las fallas y corregir.
- Incrementar la confianza y mantener una confidencialidad de la evaluación.

Deseos y necesidades del estudiante

Las actividades del docente deben estar en comunión con los deseos y necesidades del estudiante que está en un aula de clase y que son:

- Deseo de dominio y experiencia de la competencia.
- Deseo de aprender y dominar algo útil.

- Deseo de recompensas sociales como elogio y reconocimiento y tangibles como notas.
- Necesidad de la seguridad que da el aprobado, es claro que la preocupación por la evaluación no fomenta el interés por aprender y desarrollar capacidades, se debe entonces, reflexionar sobre las necesidades del alumno en cuanto a las evaluaciones que potencialmente se vuelva motivadoras.
- Necesidad de preservar y elevar la autoestima, considerar que el alumno tiene miedo al fracaso y al ridículo.
- Necesidad de autonomía es necesario que el alumno perciba que el trabajo lo lleva a adquirir una competencia y además asegurarse que perciba que posee la competencia en un instante determinado.
- Necesidad de aceptación personal, el docente debe tener una actitud y pautas de actuación verbal y no verbal que el alumno perciba la aceptación incondicional y el interés por el progreso personal del estudiante.

Principios y dimensiones, para educar alumnos con pensamiento crítico en matemáticas

Principios

- La comunicación, la negociación y el dialogo son indispensables en las actividades de los educadores matemáticos y sus educandos quienes deben discutir sobre contenidos y sus implicaciones económicas sociales, culturales, políticas y en las instituciones educativas en cuanto a los procesos a seguir con el fin de humanizar la educación.

- No puede generarse saber y conocimiento con carencia de intereses y necesidades desplegados en las actividades humanas. Para ello deben generarse en el estudiante dichos intereses proponiendo situaciones problemáticas que estimulen la reflexión y la acción.
- El aprendizaje y la enseñanza de la matemática responden a intereses ideológicos, políticos, económicos y culturales, que deben ser dados a conocer por los involucrados (maestros, estudiantes, directivos) a través del dialogo, la reflexión y la crítica que permitan intuir su forma de concebir la matemática y al otro entender mi forma de concebir la misma, de tal forma que se vea la matemática no como una ciencia hecha, sino en construcción y que se modifica con la interacción de todos los involucrados.

Dimensiones

- Dimensión conceptual: sentido y abstracciones de un grupo para interpretar la realidad,
- Dimensión cognitiva: que inducen a cómo el conocimiento previo se amplía cuando se comparte con el otro y el otro amplía su conocimiento por esta interacción.

- Dimensión histórica: cómo se sitúa la matemática y sus inicios en cada uno y en el colectivo.
- Dimensión del desafío de vida diaria, en donde la matemática permite analizar el entorno y la cultura de cada región y por lo tanto influye en la forma de vida de los grupos;
- Dimensión epistemológica: el conocimiento como un ciclo integral que permite responder: saber ¿qué? ¿Para qué? ¿De dónde vine? ¿A dónde voy? ¿Cuál es mi pasado y cuál es mi el futuro?,
- Dimensión política: fundamentada en el respeto de las raíces y orígenes, sin irrespetar al otro sino reforzando las de ambos.
- Dimensión educativa: que en la etnomatemática consigue el fortalecimiento del razonamiento matemático cuantitativo y cualitativo y además el fortalecimiento de del razonamiento, crítica y análisis del mundo en el cual vivimos involucrando en ese mundo las relaciones entre cultura, la religión y la producción y el respeto por su propia cultura y la de los demás.

C. Cómo plantear actividades de aprendizaje

Al momento de seleccionar una actividad de aprendizaje el docente debe tener en cuenta tres aspectos:

- Los fundamentos del modelo educativo.

- Las orientaciones del currículo (ver plan analítico de cálculo diferencial en Apéndice B).
- El procedimiento de análisis didáctico de contenido.

El primero fue descrito anteriormente, los otros se analizan a continuación en los siguientes pasos: determinación del plan analítico, análisis de contenido, análisis cognitivo y análisis de instrucción y que se resumen a continuación:

Determinación del Plan Analítico

Para determinar el plan analítico, el docente debe:

a. Identificar y jerarquizar los contenidos a tratar
b. Identificar, valorar, las competencias genéricas y específicas a lograr.
c. Analizar el plan analítico anterior.
d. Determinar el nuevo plan analítico de la asignatura de cálculo diferencial.

Para la jerarquización de contenidos, se utilizó una matriz en la que en el grupo focal tenía que llegar a un consenso y dar una puntuación entre 0 y 3 según los criterios prefijados por el autor y que son: nivel teórico, nivel algorítmico, nivel de razonamiento, nivel de aplicación. El valor de 1 se considera bajo, el nivel 2 se considera medio y el nivel 3 es alto, teniéndose la opción de decidir un cero si el criterio no aplica o se considera que no debe trabajarse en un tema determinado. El criterio y sus niveles se resumen en la tabla 11:

NIVEL TEÓRICO	1	Solamente presentación de la formula y cómo aplicarla
	2	Es necesario una demostración elemental sin profundizar
	3	Es necesario una demostración formal con profundización del concepto
NIVEL ALGORÍTMICO	1	Poca cantidad de ejercicios de práctica
	2	Cantidad media de ejercicios
	3	Cantidad alta de ejercicios
NIVEL DE RAZONAMIENTO	1	Baja complejidad del ejercicio de razonamiento
	2	Media complejidad del ejercicio de razonamiento
	3	Alta complejidad del ejercicio de razonamiento
NIVEL DE APLICACIÓN	1	Aplicación dentro de la misma asignatura
	2	Aplicación con visión a las otras asignaturas de Matemáticas, más las del nivel 1
	3	Aplicación con visión a las otras asignaturas básicas de la carrera, más las de los niveles 1 y 2

Tabla 11: Criterios para calificación de los niveles teórico, algorítmico, razonamiento y aplicación en los contenidos de Cálculo diferencial. Elaborado por el autor.

Así por ejemplo, en la tabla 12 se puede ver que, el tema tangentes y normales tiene una puntuación 2332(dos, tres, tres, dos); es decir, un nivel medio en cuanto a teoría, y un nivel alto en cuanto a práctica algorítmica y razonamiento. Cabe indicar que la puntuación fue asignada por un grupo focal y no necesariamente expresa el criterio del lector, quien posiblemente, puede tener un mejor criterio desde su contexto. En todo caso se trata, en este trabajo, de mostrar algunas herramientas que puedan ser útiles para decidir las actividades de aprendizaje y no dejar establecidos criterios rígidos sobre cómo enfocar la materia.

CAPÍTULO	CONTENIDOS	NT	NA	NR	NAP
INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO	Distancia entre dos puntos. Razón y punto medio.	1	2	1	1
	Ángulo de inclinación de una recta pendiente.	2	2	3	2
	Ecuación de la recta punto y pendiente y Ecuación general de la recta.	3	3	1	1
	Ángulo entre dos rectas.	1	2	1	1
	Condiciones de paralelismo y perpendicularidad.	3	1	1	1
	Intersección de rectas.	1	1	1	1
	Distancia de un punto a la recta.	1	2	2	1
	Circunferencia: lugar geométrico, ecuación ordinaria y general.	2	2	2	1
	Traslación de ejes.	1	3	1	1
	Parábola: lugar geométrico, ecuación ordinaria y general.	2	2	2	1
	Elipse: ecuación ordinaria y general de una elipse.	2	2	2	1
	Hipérbola: ecuación ordinaria y general de una hipérbola.	2	2	2	1
	Cónicas y la ecuación de segundo grado con 2 variables.	1	1	3	1
	Intervalos y diferentes notaciones, Reglas para desigualdades	2	2	1	1
	Inecuaciones con una variable: lineales, de segundo grado, valor absoluto.	2	2	1	1
FUNCIONES	Definición, notación, dominio y rango de funciones.	3	2	3	1
	Funciones y sus graficas: evaluar un punto en la función, intersecciones, tabla de valores, grafica.	1	3	1	1
	Función par e impar (simetría)	1	2	1	1
	Funciones básicas: polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas.	3	2	1	1
	Función valor absoluto, signo , escalón(Heaviside)	3	2	1	1
	Función definida por partes	3	2	1	1
	Funciones trigonométricas Seno, Coseno: amplitud, período y frecuencia.	3	2	1	1
	Funciones como modelos matemáticos.	1	2	3	3
	Combinación de funciones: suma, resta, producto y cociente.	1	1	1	1
	Composición de funciones.	1	1	1	1
	Desplazamientos verticales y horizontales.	2	2	3	1
	Reflexiones al eje "x" y eje "y".	2	1	1	1
	Definición de función inversa	2	2	1	1
LÍMITES Y SUS APLICACIONES	Límite de una función	2	1	1	1
	Concepto de valor infinitesimal	2	1	1	1
	Definición informal.	2	1	1	1
	Limites laterales	2	1	1	1
	Limites infinitos – asíntota vertical Límites al infinito – asíntotas horizontales y oblicuas	1	2	2	2
	Cálculo de límites mediante las leyes generales	1	2	1	1
	Límites de funciones polinómicas, racionales , trigonométricas y eliminación algebraica de denominadores = 0, formas indeterminadas (0/0, ∞/∞)	1	3	1	1
	límite fundamental algebraico y límite fundamental trigonométrico	1	3	1	1
	Condiciones de continuidad en un punto y en un intervalo. Curva suave o alisada.	2	1	1	1
	Discontinuidad por salto, infinita y removible	2	1	1	1
DERIVADAS	Derivadas y razones de cambio.	3	2	2	2
	Incrementos, razón de cambio promedio	3	2	2	2
	Derivada de una función en un número (interpretación matemática y geométrica).	3	2	2	2
	La derivada como una función.	3	2	2	2
	La derivada como tasa o razón de cambio instantánea.	3	2	2	2
	Nomenclaturas utilizadas para la derivada de una expresión y una función.	3	2	2	2
	Reglas de derivación.	1	3	1	1
	Derivadas de funciones algebraicas, logarítmicas, exponenciales, trigonométricas y trigonométricas inversas.	1	3	1	1
	Regla de la cadena, derivación implícita, derivación logarítmica.	1	3	1	1
	Derivadas de orden superior	1	3	1	1
APLICACIONES DE LA DERIVADA	Tangentes y normales.	2	3	3	2
	Tasas de cambio relacionadas.	1	2	3	3
	Aproximaciones lineales y diferenciales.	1	2	2	2
	Definiciones de máximos y mínimos locales y absolutos.	2	2	1	0
	Teorema de Rolle y teorema del valor medio en la derivada.	2	1	1	1
	Función creciente y decreciente y criterio de la primera derivada.	2	1	0	2
	Determinación de máximos y mínimos locales mediante el criterio de la 1ª derivada.	2	1	0	2
	Definición de concavidad de una función.	2	1	0	0
	Definición y determinación de puntos de inflexión, prueba de la concavidad.	2	1	0	2
	Determinación de máximos y mínimos locales mediante la prueba de la 2ª derivada.	2	1	0	2
	Trazado completo de graficas de funciones con cálculo.	2	1	0	1
	Problemas de Optimización.	2	1	3	3
	Formas indeterminadas y regla de L` Hospital.	1	2	0	2

Tabla 12: Identificación y jerarquización de los contenidos del Cálculo Diferencial. Elaborado por el autor.

En base a la tabla 12, realizando un filtrado sobre los contenidos con mayor puntaje en cuanto a la aplicación, se obtuvo tres resultados que se pueden ver a continuación y que se consideraron para definir el nuevo enfoque del cálculo, desde cuatro grandes problemas. (Ver punto 4 de esta guía para el docente).

- Funciones como modelos matemáticos.
- Tasas de cambio relacionadas.
- Problemas de Optimización.

En cuanto a la pertinencia de competencias genéricas; es decir, aquellas que no están directamente relacionados a los contenidos de la materia y más bien están relacionados a la formación integral del profesional de ingeniería. Se realizó el trabajo sobre una matriz normalizada de comparación por pares llegándose así a obtener un priorización de logros de aprendizaje genéricos, que se muestran en la Tabla 14.

	COMPETENCIAS GENÉRICAS	1	2	3	4	5	6	7	%
1	Expresarse correctamente de forma oral ante sus compañeros y de forma escrita para la elaboración de informes.	0,09	0,06	0,07	0,06	0,13	0,29	0,14	12
2	Aprender a trabajar de forma autónoma	0,18	0,13	0,11	0,17	0,13	0,07	0,14	13
3	Resolver problemas de una forma lógica y crítica y extraer las conclusiones de acuerdo a la teoría.	0,27	0,25	0,21	0,17	0,27	0,14	0,21	22
4	Aplicar el conocimiento en ejercicios prácticos sencillos y en asignaturas relacionadas.	0,27	0,13	0,21	0,17	0,13	0,14	0,14	17
5	Trabajar en equipo de forma ordenada y eficaz	0,09	0,13	0,11	0,17	0,13	0,14	0,14	13
6	Motivarse por el logro y mejora continua	0,05	0,25	0,21	0,17	0,13	0,14	0,14	16
7	Actuar éticamente y con compromiso social	0,05	0,06	0,07	0,09	0,07	0,07	0,07	7

Tabla 13: Matriz de comparación por pares y normalizada para la jerarquización de las competencias genéricas de aprendizaje de la matemática. Elaborado por el autor.

	COMPETENCIAS GENÉRICAS MATEMÁTICAS UPS
1	Resolver problemas de una forma lógica y crítica y extraer las conclusiones de acuerdo a la teoría.
2	Aplicar el conocimiento en ejercicios prácticos sencillos y en asignaturas relacionadas.
3	Motivarse por el logro y mejora continua
4	Aprender a trabajar de forma autónoma
5	Trabajar en equipo de forma ordenada y eficaz
6	Expresarse correctamente de forma oral ante sus compañeros y de forma escrita para la elaboración de informes.
7	Actuar éticamente y con compromiso social

Tabla 14: Orden de prioridad de las competencias genéricas, para la matemática. Elaborado por el autor.

Los docentes pueden usar como referencia la tabla 14, para orientarse sobre qué competencia genérica pondrá más énfasis en desarrollar, sin querer decir que las demás competencias sean menos importantes.

En el caso de las competencias específicas no necesitan ser priorizadas ya que se trata de un proceso integral a seguir, las competencias genéricas y específicas se pueden encontrar en el plan analítico de la materia que está en el apéndice B.

Al analizar el plan analítico usado actualmente en la catedra de cálculo diferencial se puede citar lo siguiente:

- En los descriptores expuestos en el actual plan analítico, y que el lector puede revisar en el Anexo 2, se encuentran redactados los contenidos, sin ninguna diferenciación entre los que son netamente prerrequisitos básicos para el estudio del Cálculo Diferencial y lo que son contenidos propiamente de la asignatura, esto generalmente, confunde al docente pues al verlo así tiene la idea de que se deben tratar por igual todos aquellos contenidos sin diferenciación de su fin, alcance y tiempo que trabajará en cada uno de ellos.

- En cuanto al objetivo general se puede ver que está mal estructurado ya que no se trata de introducir al estudiante al cálculo infinitesimal, pues el alcance de la materia va mucho más allá de una simpe introducción, al contrario, según los contenidos y número de créditos de la asignatura, pretende llegar a un especialización en el cálculo diferencial.
- En cuanto al objetivo específico de “Modelar matemáticamente la geometría plana para introducirlos en el cálculo infinitesimal”. Se da a entender que se pretende un estudio fuerte de la geometría analítica como para llegar a modelar situaciones reales. En realidad, el fin de los contenidos de geometría analítica, es obtener conceptos muy básicos de las ecuaciones de la recta y de las cónicas.
- En el objetivo específico de “Analizar las funciones, sus características y comportamiento como conceptos previos para la comprensión del cálculo.” Se introduce un error de concepto, pues analizar una función va mucho más allá de la simple caracterización y además no constituye un concepto previo para la comprensión del cálculo, sino que está dentro de él. Es decir, analizar una función es uno de los grandes problemas que intenta cubrir el cálculo y no sólo un insumo para la comprensión del mismo.

- Quizá el último objetivo específico de "Modelar matemáticamente los fenómenos físicos, eléctricos, magnéticos, mecánicos y otros mediante la aplicación del cálculo diferencial" es en realidad, uno de los objetivos específicos de interés principal en la materia de cálculo, aunque a criterio del autor y basado en la teoría cognitiva, faltan por lo menos cuatro grandes objetivos específicos más.
- Analizando la organización de los contenidos, se puede observar que se parte de forma tradicional; es decir, se presentan los contenidos en una estructura definida, en donde se colocan primero los conceptos, luego se presentan métodos algorítmicos de cálculo y finalmente la aplicación de los mismos. Se debe recordar que en la teoría constructivista hay que partir de retos en contextos que se presenten motivantes para el estudiante, por lo que el planteamiento del plan analítico actual, no responde a las exigencias del modelo cognitivo.
- En la forma tradicional de enseñanza, en donde el docente es el protagonista, se puede apreciar una prioridad sobre los contenidos a tratar, pues se parte de ellos para planificar como enseñarlos y luego observar cuanto captaron los estudiantes. Las tendencias internacionales en educación muestran un cambio del enfoque "centrado en el profesor" a un enfoque "centrado en el estudiante". Este modelo alternativo se enfoca en lo que los estudiantes deben ser capaces de hacer al término del módulo o programa. De ahí que este enfoque se refiere comúnmente a un enfoque basado en resultados/logros (Kennedy 16). Es decir, pasar a un enfoque centrado

en el estudiante, significa plantear logros de aprendizaje y alejarse de un enfoque centrado en el docente quien plantea objetivos en función de los contenidos que ha seleccionado para enseñar. Al respecto un logro de aprendizaje se define como: enunciados a cerca de lo que se espera que el estudiante sea capaz de hacer, comprender y / o sea capaz de demostrar una vez terminado un proceso de aprendizaje. (Kennedy 19).

- En cuanto a los recursos planteados en el plan analítico actual, se enumera los mismos pero no existe una explicación de para qué y en qué actividades se utilizarán los mismos, además se puede advertir sobre la experiencia de trabajo en la materia, que se abusa del uso de pizarra. El uso de los otros recursos es esporádico o simplemente no se utilizan. La metodología se limita a enumerar una serie de propuestas, pero no existe una descripción de para qué y en qué momento se las utilizará. Analizando dentro de la experiencia del autor, la utilización de las 12 propuestas que están mencionadas en el Anexo 2, es algo cuestionable pues en la práctica, ante la falta de una planificación más elaborada, es imposible dar cabida a todos los particulares, enumerados en la metodología.
- En el actual plan no se da importancia a las competencias genéricas y específicas de la materia pues no se las menciona, peor aún están definidas en el currículo. Fernández, (ctd en Segredo y Reyes 2), afirma que las competencias solo son definibles en la acción y no se pueden resumir a la simple formación o a seguir instrucciones. Más

bien, la competencia es una integración de los denominados saber, saber hacer y saber ser. En una concepción dinámica se puede decir que la competencia se adquiere en la educación o experiencias, se moviliza desde el saber a la acción durante la cual se agrega valor agregado en la forma de decisiones, reacciones y conductas exhibidas en su desempeño y finalmente se desarrollan continuamente en un contexto determinado.

- Finalmente, es lamentable que no exista una bibliografía que se adapte a un entorno constructivista, aunque la bibliografía actual es muy buena y eso hay que reconocerlo, todos los libros tienen una estructura en común que no se aleja del modelo tradicional, en donde se sigue la secuencia concepto, algoritmo y ejercicios de práctica y aplicación. Esto podría convertirse en una amenaza a la propuesta y queda aquí, una puerta abierta hacia la estructuración de un texto de Cálculo Diferencial estructurado bajo los lineamientos de la teoría social cognitiva.

La idea de este trabajo es cambiar la estructura anterior por una estructura coherente a la teoría expuesta como base de esta propuesta y que implica: enfoque en el estudiante, indagación de prerrequisitos indispensables, planteamiento de un problema interesante, estudiante activo que reflexiona sobre los conceptos que se pondrán en juego para solucionar el problema, aproximación intuitiva hacia los conceptos y manejo formal de los mismos y procesos algorítmicos. En suma, estos criterios aplicados en las sesiones de clase y en los grupos de trabajo colaborativo, llevarán a los estudiantes a la solución, reflexión y análisis crítico, de problemas planteados dentro de la ingeniería.

El lector podrá encontrar el nuevo plan analítico propuesto en el Apéndice B, con algunas variaciones al formato aprobado por consejo superior de la UPS.

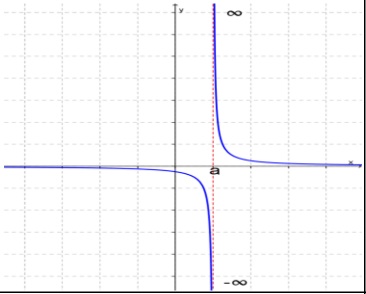
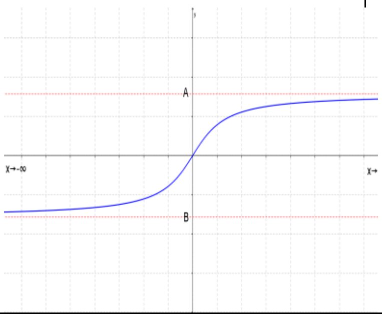
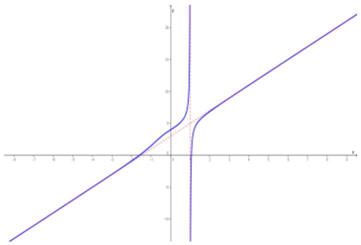
En el análisis de contenidos se identifican: (ver tabla 15)

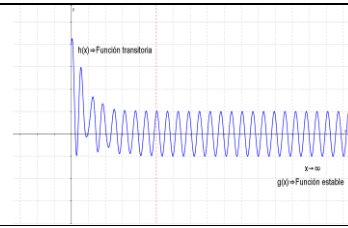
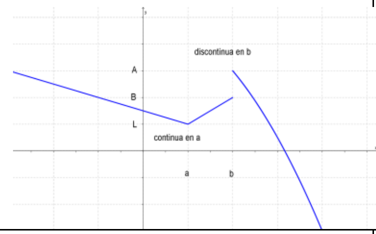
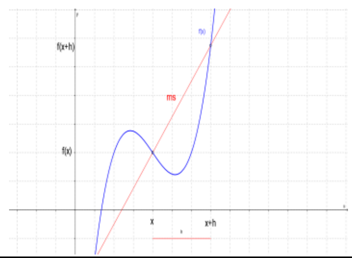
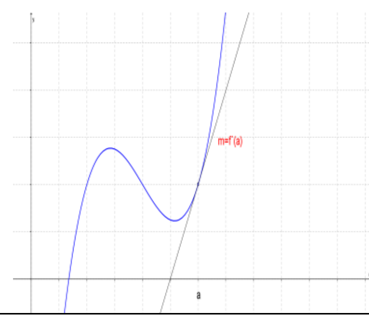
- Los conceptos y estructuras conceptuales a trabajar.
- Las diferentes representaciones de estos conceptos.
- Las conexiones entre diversas representaciones de un mismo elemento de la estructura conceptual
- Las conexiones entre diferentes elementos en un mismo sistema de representación,
- Los fenómenos asociados.

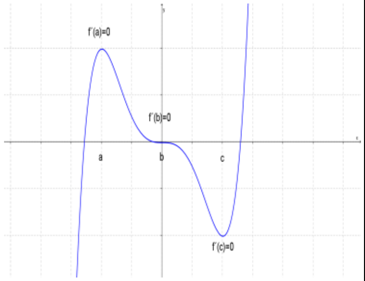
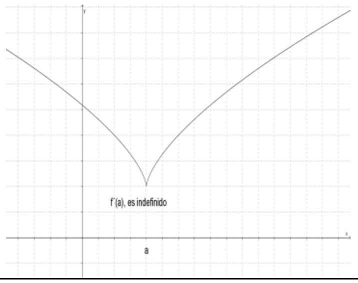
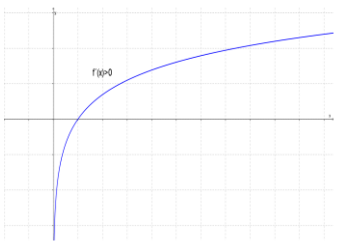
En el análisis cognitivo se determinan

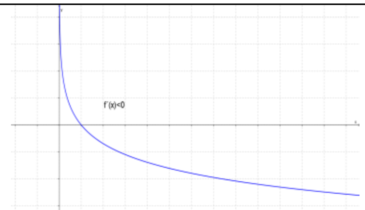
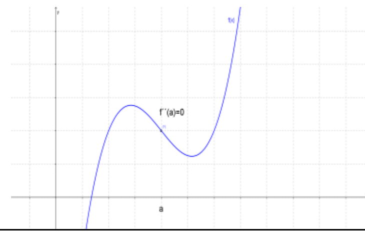
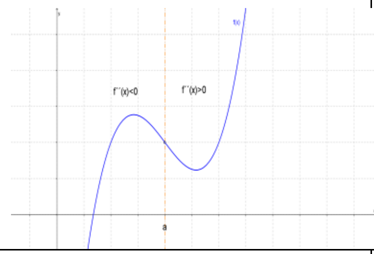
a. Los significados que se pueden construir (hechos, conceptos, y estructuras conceptuales relacionados con los puntos a y b del análisis de contenido),
b. Los procedimientos que se pueden desarrollar (destrezas, razonamientos y estrategias relacionados con los puntos c, d, y e del análisis de contenido)

c. Los errores, las dificultades y obstáculos que se pueden abordar (descritos en términos de los significados y los procedimientos anteriores). Ver Tabla 16.

Descripción del concepto	Representación simbólica	Representación gráfica o geométrica	Representación numérica	Fenómeno asociado	Conexiones
Límites infinitos	$\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$	 	Valores calculados de límites.	Asíntotas verticales	Análisis de una función
Límites al infinito	$\lim_{x \to \infty} f(x) = A$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = B$	 		Asíntotas de una función Crecimiento poblacional Logístico. Carga de un condensador circuito RC	Análisis de una función. Análisis De un Modelo Matemático
Término dominante de una función.	$\lim_{x \to \infty} f(x) = g(x)$			Asíntota oblicua. Termino estable y transitorio de una función. Sistemas masa resorte. Análisis de circuitos RLC	Análisis de una función

					
Continuidad de una función	$f(a)=L$ y $\lim_{x\to a} f(x)=L$				Análisis de una función.
Tasa de cambio promedio	$ms=\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$		Valores de la pendiente de la tasa de cambio promedio		Concepto básico para modelar un fenómeno de variación.
Pendiente de la recta tangente a una curva	$m(x)=f'(x)$ $m=f'(a)$		Valores de la pendiente de la recta tangente de una curva.		Concepto básico para analizar una función.
Reglas para obtener derivadas	$y'=\frac{dy}{dx}, D_xf$		Valores de la derivada en un punto		

			determinado.		
Punto estacionario	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = a, b, c, \ldots$		Valores en donde existe un punto estacionario	Campo eléctrico máximo en un anillo de carga uniforme. Problemas de optimización	Análisis de una función (máximos ,mínimos y puntos de inflexión)
Puntos críticos	$f'(x) = 0$ $f'(x), es\ indefinido$		Valores en donde existe un punto crítico.		Análisis de una función. (Máximos y mínimos en donde la pendiente de la recta tangente esta indefinida.)
Función creciente y decreciente	$f'(x) > 0$ $f'(x) < 0$				Determinación de máximos y mínimos

					
Punto de inflexión				Tasa de crecimiento máximo de una población	Análisis de una función y análisis de modelos.
Concavidad positiva y negativa	$f''(x) > 0$ $f''(x) < 0$			Determinación de máximos y mínimos	Análisis de una función.
Tasa de cambio instantánea	$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$		Valores de la tasa de cambio instantánea.	Modelar cambios de una variable con respecto a otra. Modelar Crecimiento poblacional. Modelar Ley de enfriamiento de Newton. Modelar Caída libre de cuerpos.	Modelación matemática
Derivación				Encontrar	

implícita				relaciones de cambio entre variables relacionadas. Análisis del movimiento relativo de un sistema manivela cigüeñal pistón.	
Variación con respecto al tiempo					Modelación matemática

Tabla 15: Resultados del Análisis de Contenido. (Identificación de las representaciones de los conceptos, fenómenos físicos asociados y conexiones entre conceptos de límites y derivadas). Elaborado por el autor.

Descripción del concepto	Procedimientos	Errores	Dificultades y obstáculos	Significados
Límites infinitos	Procedimientos para cálculo de asíntotas y términos dominantes	Errores de cálculo numérico de los límites	Dificultad de retener límites de funciones básicas como exponenciales, logaritmos, tangente inversa etc.	
Límites al infinito				Comprensión de régimen transitorio y régimen permanente en funciones aplicadas a ingeniería que dependen del tiempo.
Término dominante de una función.				
Continuidad de una función	Procedimiento para análisis de continuidad		Dificultad en la comprensión y cálculo de límites unilaterales	
Tasa de cambio promedio			Calcular una tasa de cambio promedio en un intervalo, interpretando lo que sucede cuando este intervalo es cada vez más pequeño	Comprender rapidez promedio de un vehículo y diferenciarla de la rapidez instantánea.
Pendiente de la recta tangente a una curva			Dificultad para entender que la pendiente en una curva no es constante sino que cambia de acuerdo a la variable independiente excepto en una recta en donde si es constante. Asociar el ángulo de la recta tangente o valor de la pendiente con un aumento o disminución de la tasa de crecimiento instantánea de la función en estudio.	Describir el comportamiento de gráficas de funciones usadas en ingeniería.
Teorema de Rolle				
Punto estacionario	Procedimiento para cálculo de máximos mínimos y puntos de inflexión	No considerar los puntos críticos para determinación de máximos o mínimos.	Diferenciar entre punto estacionario y punto crítico.	
Puntos críticos				Poder calcular máximos y mínimos de algunas funciones utilizadas en ingeniería. Por ejemplo campo eléctrico en un anillo.
Función			No asimilar este criterio,	

creciente y decreciente			conjuntamente con el de continuidad para justificar cuando estamos frente a un máximo y cuando estamos frente a un mínimo	
Punto de inflexión		Errores al derivar y al resolver ecuaciones.	No justificar la existencia del punto de inflexión con un análisis del cambio de concavidad	Calcular la máxima tasa de crecimiento de funciones en ingeniería. Por ejemplo encontrar la máxima tasa de crecimiento en una población.
Concavidad positiva y negativa				
Derivación implícita		Derivar sin considerar cual es la función y cual la variable independiente.	No llegar a asimilar que en una ecuación con dos variables se puede considerar la una variable como función de la otra o viceversa.	Llegar a establecer modelos matemáticos a partir de la descripción y caracterización de fenómenos naturales.
Tasa de cambio instantánea	Procedimiento para modelar problemas en donde se parta del enunciado físico, hasta llegar a la expresión matemática que describe el fenómeno.		Llegar a asimilar el cambio de una variable con respecto a otra como una derivada	
Variación con respecto al tiempo		Derivar una ecuación sin asimilar que las variables mostradas dependen del tiempo.	No manejar formulas geométricas y físicas básicas como para enfrentar problemas de modelización básicos. Modelar matemáticamente fenómenos físicos geométricos usando geometría y trigonometría. No pueden derivar una expresión que no contiene la variable tiempo, con respecto al tiempo Llegar a asimilar el cambio de una variable con respecto al tiempo aun sin describir este hecho.	

Tabla 16: Resultados del Análisis Cognitivo (identificación y descripción de procedimientos, errores, y dificultades en la enseñanza de límites y derivadas)

En el análisis de instrucción se identifican

- Los procesos de modelización y de resolución de problemas específicos a la estructura matemática
- Los materiales y recursos disponibles.(ver punto 6 del Apéndice B)

Finalmente, luego de las pautas que generan estos análisis, se debe plantear actividades de aprendizaje, en base a los tres aspectos antes mencionados: El currículo (plan analítico), fundamentos del modelo educativo y finalmente el Análisis didáctico de contenido. A continuación en la Tabla 17, se presentan algunos ejemplos de de Planteamiento de actividades de aprendizaje en función de aspectos indicados en el análisis didáctico de contenido.

Parámetro de elección de la actividad	**Actividad de aprendizaje**
Dificultad: poco manejo de unidades y su manejo.	Investigue: Qué es un sistema masa resorte amortiguado, como se esquematiza, indicar cada uno de sus componentes su funcionamiento básico y las unidades que se manejan en el mismo. Análisis dimensional: a. Compruebe que la ecuación $v = \sqrt{2gh}$ es dimensionalmente correcta. Donde v es la velocidad, g es la aceleración de la gravedad, h es la altura recorrida. b. Se sabe que la fuerza F ejercida por un resorte es: $F = kx$ donde K es la constante del resorte, x es el alargamiento del resorte. Diga cuales son las unidades de la constante K en el sistema internacional. c. En una formula siempre los argumentos de las funciones trascendentes tienen que ser adimensionales Cuales deben ser las unidades de Q: $D = D_0 e^{\left(\frac{-Q}{RT}\right)}$ Donde Q es la energía de activación, R es la constante universal de los gases y T es la temperatura absoluta.
Procedimiento: para calcular asíntotas horizontales, verticales y oblicuas y términos dominantes.	Asíntotas verticales. • Analice el dominio de la función para observar si tiene puntos $(a, b, c, \dots)$, en donde la función no está definida. • Tomamos uno se esos puntos por ejemplo a y encontramos el límite de la función cuando la variable independiente tiende al valor de a • Si el límite se vuelve infinito la función presenta una asíntota vertical que pasa por dicho punto a y es una recta paralela o coincidente con el eje y, cuya ecuación es $x = a$ • Si el límite no es infinito y entrega un valor finito, concluimos que no existe asíntota vertical que pase por el valor de x analizado. Asíntotas Horizontales

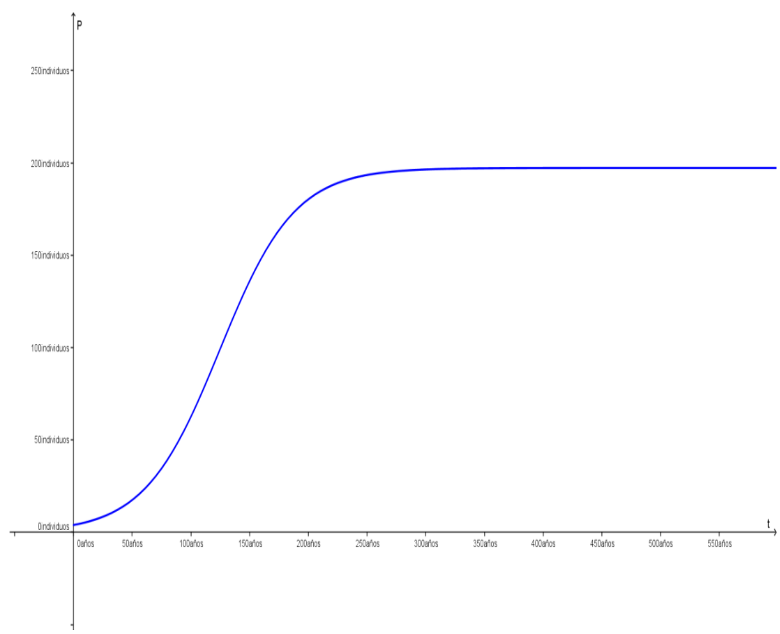
	• Encuentre el límite de la función cuando la variable independiente tiende a infinito y a menos infinito. • Si el límite entrega un valor finito L, se dice que la función tiene asíntota horizontal, y es la recta paralela o coincidente con el eje *x*, cuya ecuación es *y=L* • Si el límite obtenido, resulta ser infinito, entonces no existe asíntota horizontal pero es probable que exista una asíntota oblicua o un término dominante. • Es importante notar que, *si existe asíntota horizontal no puede existir una asíntota oblicua.* Asíntotas oblicuas y términos transitorio y estables • Si el límite de la función racional cuando la variable independiente tiende a infinito, se vuelve infinito, sospechamos que existe una asíntota oblicua o un término dominante o estable. • Si al observar o replantear la función, obtenemos la suma de dos o más funciones y alguna de ellas tiende a cero cuando la variable independiente tiende a infinito, decimos que estas últimas conforman el *término transitorio*. La demás funciones conforman el *término estable g(x).* • En el caso especial de que *g(x)* sea la ecuación de una recta se dice que dicho término estable es una asíntota oblicua.
Significado: Calcular la máxima tasa de crecimiento de funciones en ingeniería. Por ejemplo encontrar la máxima tasa de crecimiento en una población.	La siguiente función expresa como cambia una población en función del tiempo calcula: i. A qué valor se estabiliza la población a largo plazo. ii. En qué valor de t se produce la tasa de crecimiento máxima. iii. Explique brevemente, el significado de tasa de crecimiento máxima. iv. En el gráfico identifica los valores calculados. $$P(t) = \frac{197.274}{1 + 49.21\, e^{-0.0313t}}$$ 

Tabla 17: Ejemplos de elección de actividades en función de los parámetros del análisis didáctico de contenido. Realizado por el autor.

D. Estructura de la guía

Los contenidos del cálculo diferencial se han estructurado dentro de las guías, en una forma diferente a lo convencional que se presenta en los libros de texto. Aquí se ha enfocado los contenidos de la asignatura, como un insumo necesario para dar solución a cuatro grandes problemas que son: 1. Análisis de funciones, 2. Modelización Matemática, 3. Cálculo y aproximaciones y finalmente 4. Optimización. La asignatura se reestructura considerando la parte de la introducción al cálculo y funciones, como los prerrequisitos necesarios para enfrentar la asignatura y que constituyen un primer logro de aprendizaje. Luego se trata de introducir al estudiante en los conceptos básicos del cálculo, realizando previamente una reflexión intuitiva y no formal, sobre los conceptos de límites y derivadas, necesarios para resolver los mencionados cuatro problemas; esto constituye el segundo logro de aprendizaje. Del tercero al sexto logro de aprendizaje el estudiante trabajara con carácter formal, cada uno de los cuatro grandes problemas planteados, retomando conceptos aprendidos intuitivamente para trabajarlos ahora, con mayor rigor matemático. La guía cuenta con las siguientes partes:

1. **Identificación**. En donde se presentan los datos de identificación de la guía que se trabajará.

2. **Prerrequisitos.** Aquí se identifican los conceptos con los que el estudiante debe contar antes de enfrentar la guía.

3. **Contenidos**: Se describen los contenidos a tratar en la guía.

4. **Metodología de trabajo:** Describe detalladamente, la instancia y la actividad de aprendizaje con la que trabajará en las sesiones de clase.

5. **Actividades y cuestionamientos previos**. En el constructivismo, es necesario, partir y reforzar los conocimientos previos, también es necesario, que el docente formule a sus estudiantes, cuestionamientos interesantes que estén relacionados con los conceptos que se aprenderán, a fin de que el mismo esté motivado para apoderarse de los nuevos conocimientos. La mayor dificultad para enseñar y aprender matemáticas es su carácter abstracto, anteriormente cuando no existían las calculadoras ni software CAS, se estudiaban los conceptos de límites y derivadas para entender cómo será el comportamiento de una función y esbozar cual será la gráfica la misma. Hoy en día, con el avance de la tecnología, se torna interesante partir de la gráfica que es muy fácil obtenerla, para usarla como una especie de material concreto en donde el estudiante pueda analizar la función intuitivamente y se motive para realizar luego un análisis más exacto a través de los conceptos matemáticos necesarios para este fin. Es por ello que en este capítulo de Análisis de Funciones, se parte de una exposición de varias gráficas, en donde, se ha tratado que cada una de ellas presente distintas características

que el estudiante de deberá ir identificando y a la vez contestando las preguntas planteadas, a fin de tener un conocimiento intuitivo de cómo se analiza una gráfica y además se motive y despierte su interés por aprender cuáles son los conceptos necesarios para realizar un análisis más formal, técnico y exacto. Esta actividad debe ser desarrollada en un ambiente que propicie la participación de todos los estudiantes, con el docente actuando como facilitador y mediador.

6. **Marco teórico.** En cuanto a la forma de exponer la teoría dentro de este modelo, debe ser de carácter secuencial y progresivo, es por ello que en la guía presentada a continuación se presentan los conceptos de límites y derivadas necesarios para el análisis de funciones, sin necesidad de entrar en un estudio demasiado riguroso de los mismos. Está claro que la teoría presentada, debe ser de un carácter formal pero al mismo tiempo amigable para el estudiante. Lo mismo se espera de la acción docente en las sesiones de clase en donde la exposición debe trascender de lo intuitivo y coloquial hacia lo formal. El docente debe entender que muchos de estos conceptos vuelven a ser tratados dentro de la misma materia o más adelante en materias como cálculo integral, cálculo vectorial, dinámica o ecuaciones diferenciales, en donde necesariamente debe existir mayor rigurosidad en el tratamiento de contenidos. Cabe destacar que los conceptos teóricos presentados en la guía de aprendizaje, no pretenden reemplazar al texto (instrumento necesario para la profundización de contenidos), sino más bien

mostrar los contenidos en una forma resumida y de acceso rápido para el estudiante, en el momento que lo requiera.

7. **Actividades propuestas para el alumno.** Las actividades propuestas para el alumno están pensadas de manera que refuercen conceptos, procedimientos algorítmicos de cálculo y aplicaciones. Se promueve que al estudiante, a través de sus actividades académicas, se le enseñe a razonar y pensar críticamente. La ejercitación algorítmica, pierde un poco su jerarquía ante el desarrollo de conceptos y la aplicación de los mismos. Por otro lado, en la guía se proponen problemas de análisis de funciones con las que el estudiante debe estar familiarizado, a fin de que pueda asimilar con más eficacia los conceptos en cursos superiores de matemática y física. Es recomendable que el docente continuamente plantee preguntas, actividades y problemas que realmente motiven al estudiante por su importancia en la ingeniería; por ello la capacidad en conocimiento científico y didáctico del docente de matemáticas es innegable y no negociable. Se dividen en:

   7.1 Conceptuales. Son actividades destinadas a reforzar los conceptos.

   7.2 Algorítmicas. Son actividades destinadas a ganar destreza en cuanto a cálculos numéricos, y procedimientos de cálculo.

7.3 **Problemas de aplicación geométrica**. En realidad es el segundo paso que dará el estudiante hacia la aplicación ya que el primer paso lo realizo ya en la sección de Actividades y cuestionamientos previos. En esta sección el alumno resolverá problemas de carácter netamente geométrico que por lo general están directamente relacionados con los conceptos y adicionalmente, requieren de conocimientos de álgebra, geometría y trigonometría.

7.4 **Problemas de aplicación en ingeniería**. Es la última fase de la aplicación como tal, y pretende que luego de haber pasado por los cuestionamientos previos y aplicaciones geométricas, el estudiante llegue a resolver problemas de ingeniería, que abarquen tanto los conceptos estudiados, como otros necesarios, para analizar ciertos fenómenos tratados en ingeniería.

En este punto, se espera que los estudiantes hayan realizado el esfuerzo por resolver todas las actividades propuestas, tanto de forma autónoma, como en trabajo colaborativo con sus compañeros y docente. Sin embargo, en el transcurso de su trabajo es muy probable que hayan surgido ideas, observaciones, inquietudes, interrogantes y conclusiones, acerca de la solución de los problemas, y que necesariamente deben ser socializadas y analizadas, poniéndolas a criterio de sus compañeros a fin de que construyan en el estudiante la capacidad de pensar, ser crítico y estudiar con autonomía propia.

8. Bibliografía recomendada.

En esta sección el estudiante encontrará la identificación y descripción de los textos que utilizara a lo largo de su estudio y con los que tendrá la posibilidad de ampliar y profundizar los conceptos de la asignatura.

9. Instrumentos de evaluación

Aquí se presentan los instrumentos con lo que el docente se ayudará para evaluar las diferentes actividades de aprendizaje, estos instrumentos deben verse como modelos de carácter totalmente dinámico y perfectibles. Estos instrumentos se encuentran en los Apéndices C y D.

4.2 Guía para el Docente

La segunda parte del producto final de este trabajo, es la guía de aprendizaje, destinada para el estudiante. Se presenta la guía elaborada para la unidad 3, de "Análisis de Funciones"

UNIVERSIDAD DE CUENCA

GUÍA DE APRENDIZAJE

1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUÍA

Nombre de la asignatura : CÁLCULO DIFERENCIAL	Código : 5756
Unidad 3: ANÁLISIS DE FUNCIONES	
Guía : 3/6	Tiempo estimado para desarrollo :
Autor de la Guía : Ing. Julio Loja Quezada	Revisado por: ICFM
RESULTADOS DE APRENDIZAJE	
LA3. Aplicar los conceptos de límite y derivada de una función real de una variable, para el análisis de funciones de importancia dentro de la ingeniería. Desarrollando la capacidad de interpretar los resultados.	
DESCRIPCIÓN: Nuestra primera tarea es llegar a comprender cómo se analiza una función; es decir, llegar a descomponer un todo que lo conforma una función, en sus partes o características fundamentales. En este apartado estudiaremos los conceptos necesarios que nos permitan describir con exactitud el comportamiento de una función.	

2. PRERREQUISITOS

Unidad 2. CONTEXTUALIZACIÓN DE LOS CONCEPTOS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

3.

4. CONTENIDOS

UNIDAD 3: ANÁLISIS DE FUNCIONES.

Conceptos

3.1 Asíntotas y continuidad de una función: Límites infinitos, al infinito, término dominante de una función.

3.2 Función creciente y decreciente: la derivada como la pendiente de una recta tangente.

3.3 Puntos Críticos y Estacionarios: Máximos y mínimos locales y absolutos, concavidad y puntos de inflexión.

Procedimientos de cálculo algorítmico

3.4 Formas indeterminadas, Límite fundamental algebraico y trigonométrico, cálculo de límites por métodos algebraicos.

3.5 Reglas de derivación: Derivadas de funciones algebraicas, logarítmica natural, exponencial natural, trigonométricas. Regla de la cadena.

3.6 Formas indeterminadas 0/0 ∞/∞ con la Regla de L` Hopital.

3.7 Curvatura de una función.

Aplicación

3.8 Aplicaciones geométricas.

3.9 Análisis de funciones en ingeniería.

5. METODOLOGÍA DE TRABAJO:

- El docente durante la clase presentará claramente lo que se espera, sea capaz de hacer el estudiante, así como los contenidos y prerrequisitos necesarios para conseguirlo. Esto se lo puede observar en la sección 1, 2 y 3 de esta guía.

- Luego presentará las actividades y cuestionamientos previos en donde el docente actúa como facilitador y mediador en la discusión que se formará a fin de ir respondiendo a los diferentes cuestionamientos planteados en la sección 5 de esta guía.

- Una vez identificados los conceptos importantes se pedirá al estudiante una lectura previa del marco teórico sección 6, como parte de su trabajo autónomo y deberá presentarse a la siguiente sesión de clase con esta lectura previa.

- En la siguiente sesión el docente organizará un taller pedagógico para lo cual deberá:

    - Organizar los grupos de trabajo.
    - Asignar las actividades de aprendizaje.
    - Asignar las funciones de cada participante.
    - Elaborar una presentación del trabajo.
    - Presentación de los trabajos en sesión plenaria.
    - Evaluación (lección).
    - Retroalimentación y conclusiones.

- Es parte del trabajo autónomo reforzar los conceptos aprendidos usando la bibliografía que se encuentra en la sección 8.
- Las actividades propuestas para el estudiante sección 7, se trabajará en grupos de aprendizaje colaborativo. Los estudiantes formarán grupos de

trabajo de máximo 5 estudiantes, a fin de realizar las actividades de la guía de aprendizaje 3.

- El docente realizará el control de desarrollo de guías y aplicará la rúbrica de evaluación del trabajo colaborativo presentada en la sección 9, en el transcurso del trabajo.
- Si no es posible terminar la guía en el tiempo restante, ésta quedará automáticamente como trabajo autónomo y por lo tanto puede ser consultada también, en el horario de tutorías. Cabe indicar que los “problemas de ingeniería” pertenecientes a la sección 7d, forman parte del trabajo integrador que debe ser sustentado y presentado con un informe en las fechas establecidas en el cronograma de actividades.
- Se evaluará el aprendizaje de esta sección mediante una prueba de Análisis de Funciones cuyo modelo se encuentra en la sección 9 y que se tomará en la fecha establecida en el cronograma.

6. ACTIVIDADES Y CUESTIONAMIENTOS PREVIOS

Pendiente entre dos puntos y ecuación de la recta

1. El ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos A (-1,5) y B (x, 1) con el eje x es de 135°. ¿Cuál es el valor de la abscisa del punto B?

2. La gráfica corresponde a la función $y = x^4 - 4x^3 + 10$ encuentre la pendiente entre los puntos pertenecientes a la curva, la ecuación de la recta que pasa por el par de puntos y dibuje la recta sobre la gráfica mostrada.

   i. para x=-1.5 y x=3.5.

   ii. para x=2 y x=4

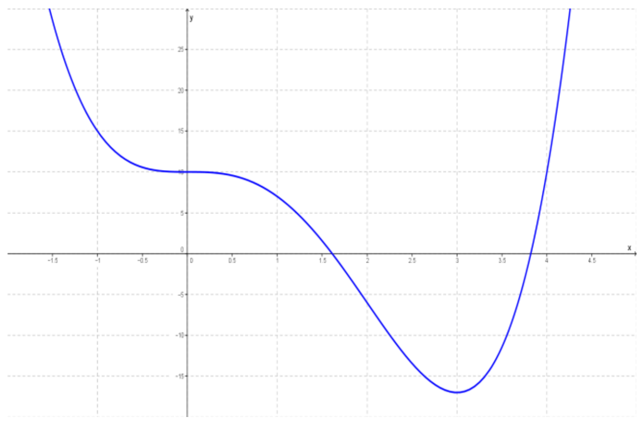


Figura 1: Problema 2

Análisis intuitivo de gráficas

3. A continuación se presenta la gráfica de $y = e^x$

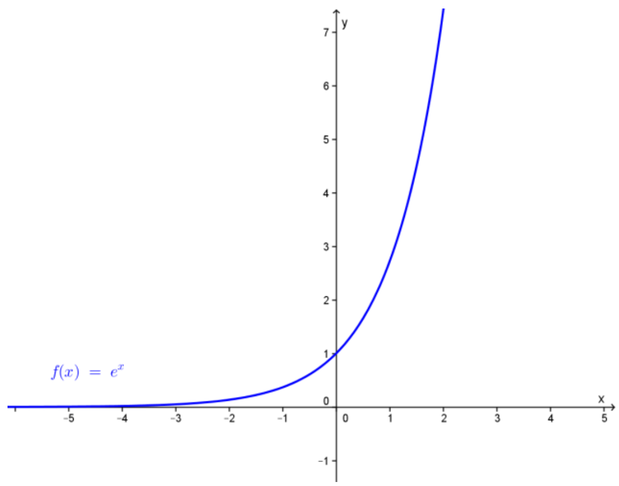


Figura 2: Problema 3

i. Qué valor toma e^x cuando x va tomando valores cada vez más grandes; en otras palabras que valor toma la función cuando x tiende a infinito

ii. Qué valor toma la función cuando x toma valores cada vez más pequeños; en otras palabras que valor toma la función cuando x tiende a infinito negativo.

iii. Observemos la siguiente gráfica, pensemos que sucede con la función cuando la variable independiente se acerca al valor de -1 La función está definida para x=-1?

iv. ¿Qué valores toma la función cuando me acerco a x=-1 por la izquierda y si existe alguna diferencia si me acerco por derecha?

v. ¿Qué valores toma la función cuando me acerco a valores de x positivos y muy grandes?. Existe alguna diferencia cuando me acerco a valores negativos muy pequeños.

vi. ¿Cuál es el valor más grande y más pequeño que puede tomar la función en su dominio?

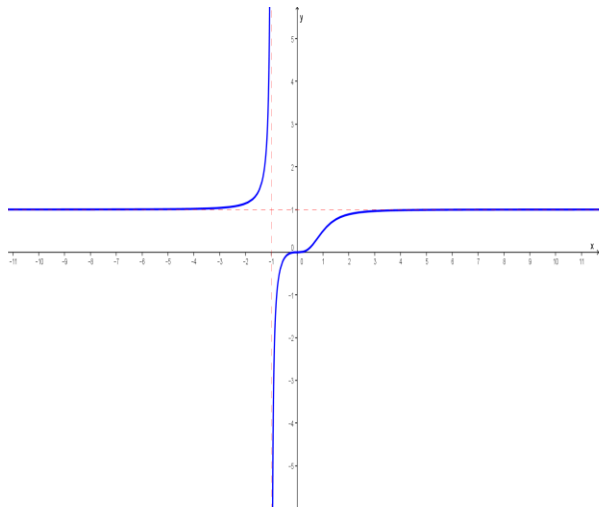


Figura 3: Actividad previa 4

4. Grafica la función $f(x) = \frac{20}{(x^2+4)^{3/2}}$ Dominio $\{x | x \in \mathbb{R}\}$

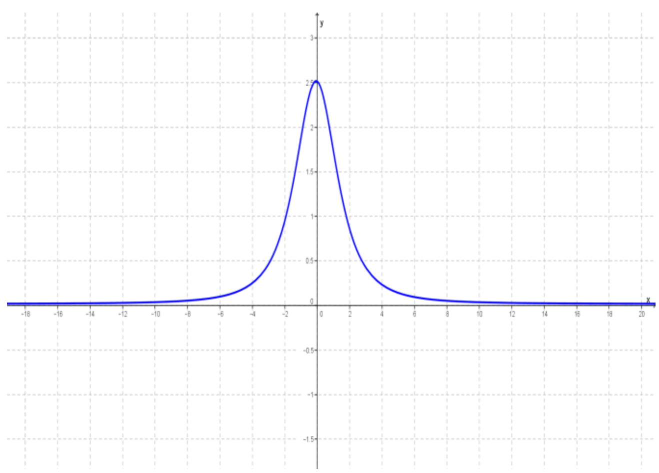


Figura 4: Actividad previa 5.

i. Qué valores toma la función, cuando la variable independiente x tiende a infinito positivo

ii. Qué valores toma la función, cuando la variable independiente x se acerca a infinito negativo.

iii. A qué valor se acerca la función cuando x se acerca a cero por la izquierda y a cero por la derecha.

iv. ¿Cuál es el valor más grande que puede tomar la función y para qué valor de x se da?

v. ¿Cuál es el valor más pequeño que toma la función y para qué valores de x se da?

vi. En qué punto se produce un cambio de la pendiente de la recta tangente de la curva?

vii. Cuál es el valor máximo y el mínimo que toma la función.

5. La función $y = \frac{x^2-4}{x-2}$ cuyo dominio es $\{x|x \in \mathbb{R}; x \neq 2\}$

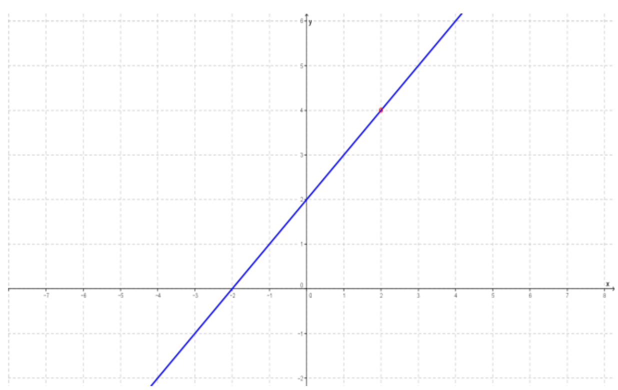


Figura 5: Actividad previa 6.

i. Qué valor toma la función cuando x toma el valor de cero

ii. Qué valor toma la función cuando x toma el valor de 2

iii. A qué valor se acerca la variable dependiente y cuando la variable independiente x se acerca a dos por la derecha y cuando se acerca a dos por la izquierda.

iv. La pendiente de la gráfica está cambiando?

6. En la función $g(x) = \frac{3}{(9-x^2)}$ cuyo dominio es $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

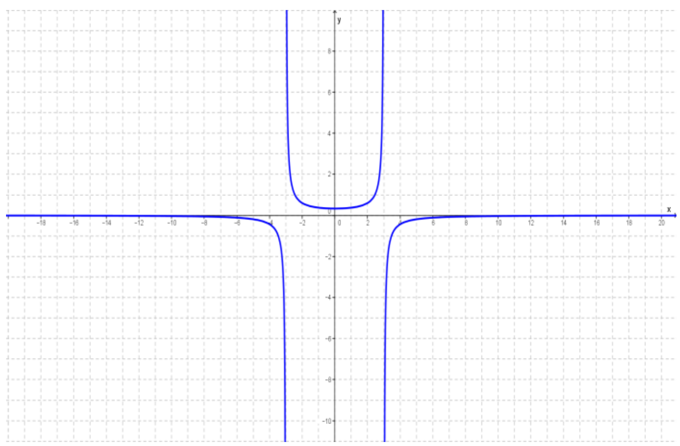


Figura 6: Actividad previa 7.

i. Qué valor toma la función cuando x toma el valor de 0

ii. Qué valor toma la función cuando x toma el valor de -3 y 3

iii. Qué valor toma la función cuando x se acerca a -3 por la derecha y a -3 por la izquierda

iv. Qué valor toma la función cuando x se acerca a 3 por la derecha y a 3 por la izquierda.

v. Que valores toma la función cuando x se acerca a infinito y menos infinito.

vi. La función tiene asíntotas? Cuántas y cuáles son?

vii. Cuál es el valor mínimo de la función en el intervalo $-3 < x < 3$

viii. Cuál es el valor mínimo de la función en el intervalo $(-\infty, \infty)$

7. La función $y = \frac{2x^4+3x^3-2x-4}{x^3-1}$ y cuyo dominio es $\{x|x \in \mathbb{R}; x \neq 1\}$

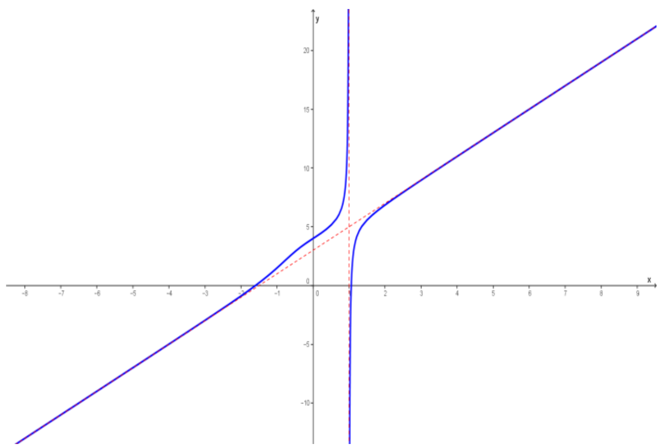


Figura 7: Actividad previa 8.

i. Qué valor toma la función cuando x toma el valor de 1

ii. Qué valor toma la función cuando x toma el valor de 1

iii. Qué valores toma la función cuando x se acerca 1 por izquierda y cuando se acerca a uno por la derecha.

iv. Qué comportamiento se advierte de la función cuando x se acerca a infinito y cuando se acerca a menos infinito.

v. Para qué valores de x, La gráfica de la función se parece a una recta?

8. En la función definida por partes

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & si\ x < 1 \\ x - 1 & si\ 1 < x < 2 \\ 8 - x^2 & si\ x \geq 2 \end{cases}$$

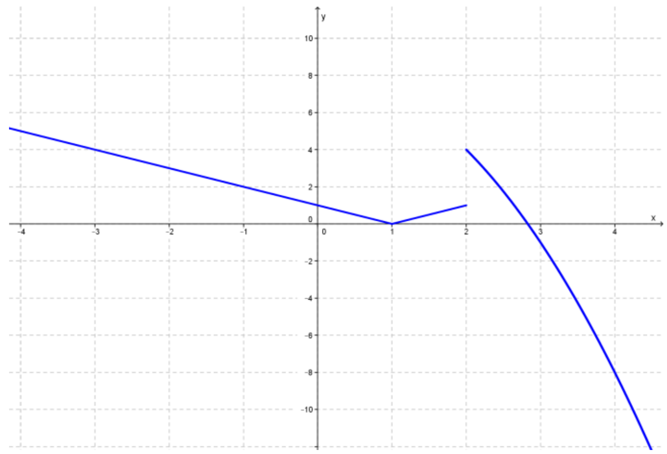


Figura 8: Actividad previa 9.

i. Cuál es el valor de la función para cuando x toma el valor de 1
ii. Cuál es el valor de la función cuando x toma el valor de 2
iii. Cuál es el límite de la función cuando x se acerca a uno.
iv. A qué valor se acerca y cuando la función tiende a 2 por la derecha ya cuando se acerca a dos por la izquierda.
v. ¿Existirá el límite de la función cuando x se acerca a dos?

Manejo de funciones

9. Grafique las siguientes funciones usando software libre "Geogebra", e indique sus respectivos dominios y rangos:

i. $f(x) = \frac{5}{x-5}$

ii. $s(t) = \sqrt{t+1}$

iii. $g(x) = x|x|$

iv. $\begin{cases} x-1 \; si \; -2 \leq x < 0 \\ x^2 \; si \; 0 \leq x < 2 \\ 1 \; si \; x > 2 \end{cases}$

v. $f(t) = sen(t-\pi)u(t-\pi) - sen(t-\pi)u(t-2\pi) + sen(t)u(t-2\pi)$

Discusión sobre modelos matemáticos reales

10. Discuta si las siguientes variables tendrán un límite o no, argumentando sus respuestas.

   i. El crecimiento de una población de bacterias,
   ii. El crecimiento de una población de una ciudad,
   iii. La altura de un ser humano,
   iv. La contaminación de un río,
   v. La temperatura ambiente en un día.

11. La siguiente función expresa como cambia una población en función del tiempo analiza la gráfica y responde:

   i. A qué valor se estabiliza la población a largo plazo.
   ii. En qué valor de t se produce la tasa de crecimiento máxima.

a. $P(t) = \frac{197.274}{1+49.21\, e^{-0.0313t}}$

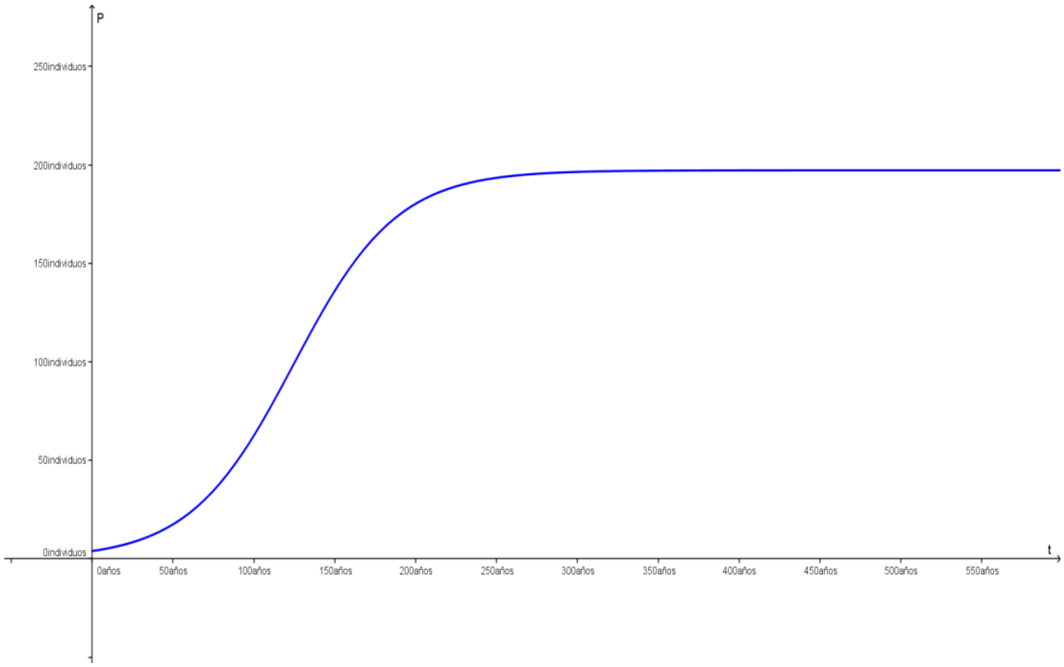


Figura 9: Actividad previa 12.

12. Discute sobre cómo será la gráfica que se produce con los latidos del corazón en función del tiempo, después de haber corrido a tomar el bus y que sucede cuando ya nos hemos sentado y relajado. Esboza la gráfica.

13. Un sistema de amortiguamiento cuyo esquema se encuentra en la figura,

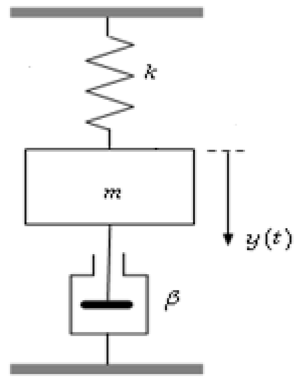


Figura 10: Esquema de un sistema masa resorte amortiguado, (Barragán)

Tiene la siguiente ecuación de movimiento, $y(t) = e^{-\frac{t}{4}}\big(2\cos(t) + 4sen(t)\big) - 0.25\cos(4t) + sen(4t)$, La gráfica de la ecuación es:

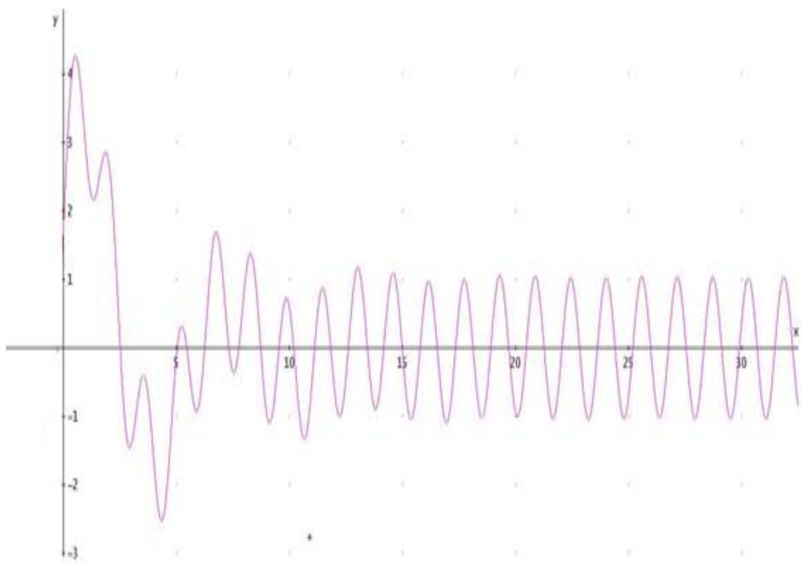


Figura 11: Actividad previa 14.

Observa y describe, qué es lo que sucede con la gráfica desde los 0 hasta los 15 segundos aproximadamente y qué es lo que sucede después de los 15 segundos.

14. En un circuito eléctrico LRC se tiene la siguiente ecuación de carga en el condensador en función del tiempo.

$$q(t) = q_0 e^{20t}\left(\cos(60t) + \frac{1}{3}\sin(60t)\right)$$

Se ha graficado la función anterior para $q_0 = 1$. Explique el comportamiento de esta función, en base a los argumentos planteados en los ítems anteriores.

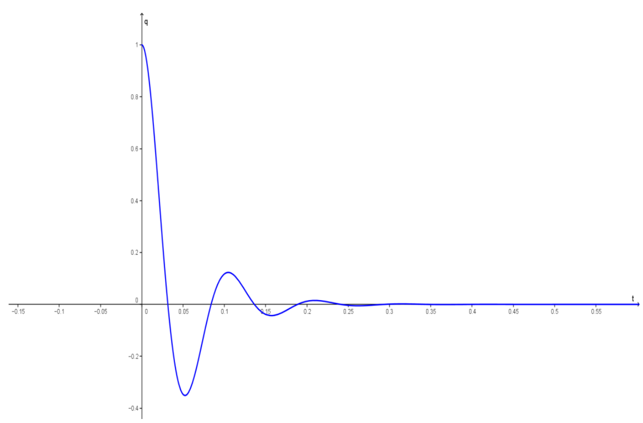


Figura 12: Actividad previa 15.

Relación espacial

15. En la siguiente gráfica se muestra la representación de una función de dos variables

$$z = x^2 - y^2$$

Su representación ya no está solamente en el plano si no que está en el espacio tridimensional.

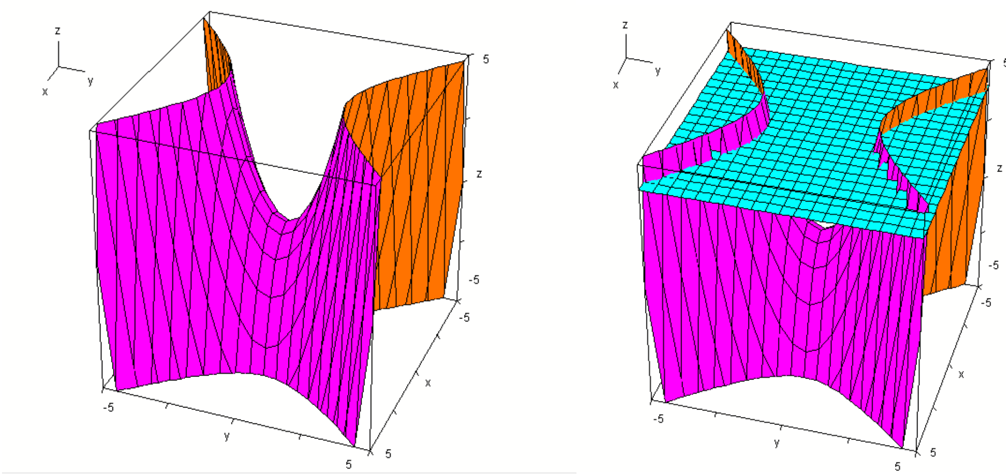


Figura 13: Actividad previa 16.

Si a continuación cortamos a esta superficie con un plano paralelo a xy podemos observar que el corte de la superficie y el plano, generan una curva ¿podrías identificar cuál es?

7. Marco teórico

Análisis de funciones

Supongamos que sacamos una taza de café a 90 grados Celsius y la colocamos en un cuarto que se mantiene a 15 grados, lógicamente el café se enfriará; es decir, descenderá su temperatura, pero hasta qué temperatura llegará? Un postulado simple de la física expresa que dos cuerpos intercambiarán calor hasta que la temperatura de los dos sea la misma; es decir, la temperatura del café llegará a ser de 15 grados Celsius si dejamos transcurrir un tiempo suficientemente largo para que se llegue al equilibrio. La función temperatura que depende del tiempo, tiende a estabilizarse cuando haya transcurrido mucho tiempo, matemáticamente hablando, presentará una asíntota horizontal.

Generalmente cuando descansamos, tenemos un número de pulsaciones por minuto que están entre 60 y 90, supongamos que nuestras pulsaciones son 80 en condiciones normales; sin embargo, si se nos hizo tarde para ir a clases, corremos y esto hace que las pulsaciones se eleven hasta 120 pulsaciones por minuto, al relajarnos las pulsaciones tienden a normalizarse al valor de 80, entonces si el corazón esta agitado después de un tiempo llegará a estabilizarse. Este fenómeno de estabilidad después de un tiempo determinado puede comprenderse también como un límite; solamente que aquí dicho límite será otra función que se puede denominar término o función estable, la función asociada a la parte en donde estamos agitados se llama función o término transitorio.

Si analizamos la carga en condensador en un circuito RLC de ciertas características posiblemente digamos que la corriente en el condensador es constante e igual acero, pero al observar la gráfica vemos que no es así. En realidad se producen variaciones que duran apenas fracciones de segundos y que resultan de interés dentro de un sistema que contenga a este circuito; por ejemplo, si vemos la gráfica mostrada del comportamiento de un circuito RLC, observamos que la carga en el condensador se estabiliza de uno a cero Coulomb, en apenas 0.35 segundos. Además se puede ver picos locales que con la ayuda del cálculo pueden ser fácilmente determinados.

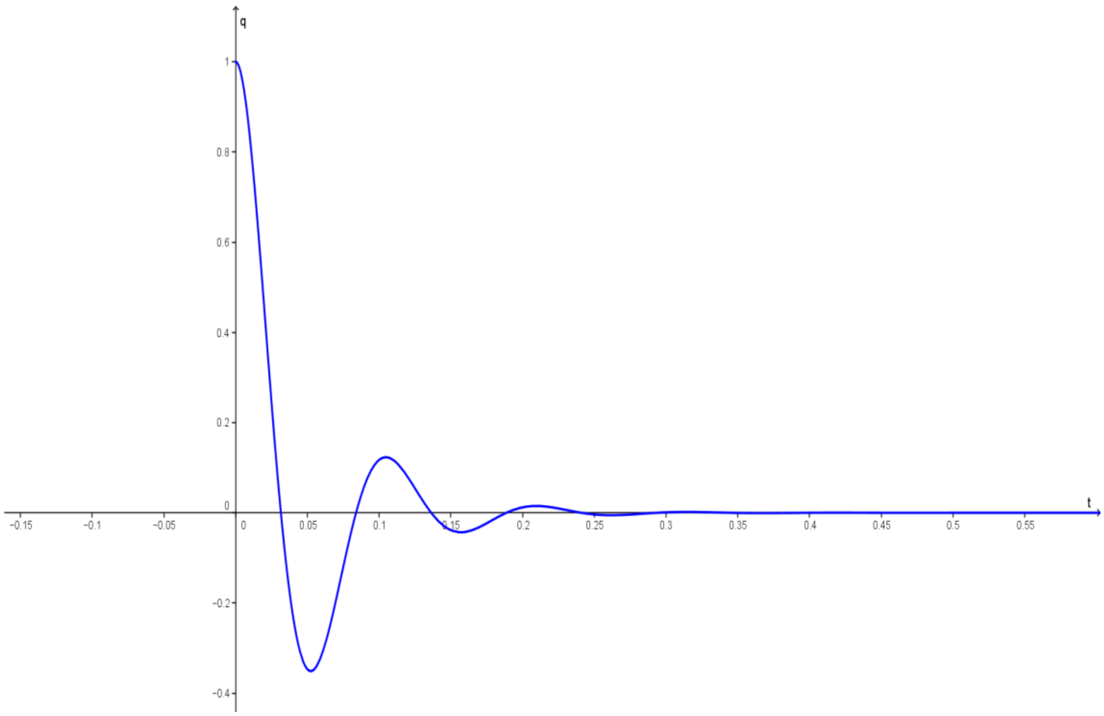


Figura 14: Gráfica de la carga de un condensador en función del tiempo.

Todos estos ejemplos de funciones y otros que se presentan en las actividades propuestas, son dignos de ser analizadas mediante las diversas herramientas que nos proporcionan las matemáticas y sobretodo el cálculo diferencial.

Los Límites en el Análisis de Funciones

Las gráficas como ayuda a la determinación de límites básicos

El solo hecho de recordar algunas funciones básicas, permite tener una idea de cuál es su comportamiento, cuando la variable independiente se acerca a algún valor predeterminado.

$$y = e^x$$

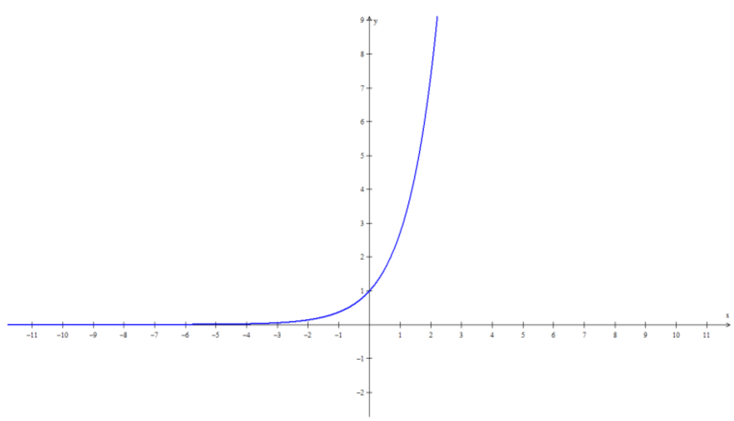


Figura 15: Gráfica de la función $y = e^x$

Si la función se acerca a infinito negativo, se puede establecer que la función toma valores muy cercanos a cero, en tanto que cuando se acerca a valores de *x* que tienden a infinito positivo, la función crece cada vez más tendiendo a valores infinitos. Se puede inferir que:

$$\lim_{x \to \infty} e^x = \infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$$

En la gráfica del logaritmo natural

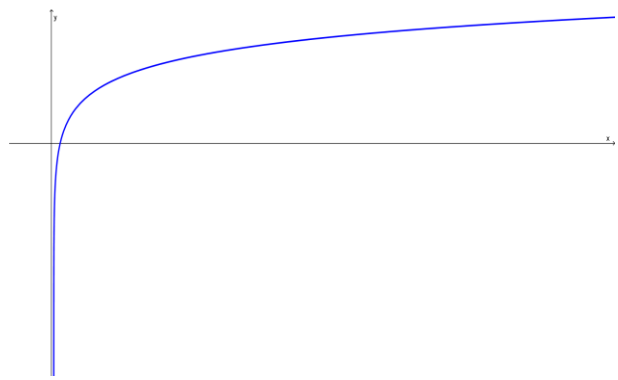


Figura 16: Gráfica de la función $y = \ln(x)$

Se puede apreciar que cuando x tiende a infinito la gráfica crece y tiende también a infinito, también podemos apreciar que se puede acercar a cero únicamente por la derecha ya que por izquierda es imposible, estos dos límites a pesar de que no existe se pueden expresar por conveniencia de la siguiente forma:

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

Indeterminaciones

Una indeterminación no significa que el límite no exista, tampoco indica que el mismo no se puede determinar. Solo indica que las propiedades no se pueden aplicar directamente y requiere ciertas manipulaciones a las expresiones o acudir a ciertos teoremas, a fin de poder “levantar o hacer determinable” el límite buscado.

Existen siete indeterminaciones que debemos recordar y a la vez diferenciar de algunas expresiones que si son determinadas y a las cuales se les asigna un valor o la tendencia a un valor.

<table>
<tr><th colspan="2">Son indeterminaciones:</th><th>No son indeterminaciones</th></tr>
<tr><td>cero para cero</td><td>$\frac{0}{0}$</td><td rowspan="7">$\infty + \infty = \infty$
$-\infty - \infty = -\infty$
$0^{\infty} = 0$
$0^{-\infty} = 0$</td></tr>
<tr><td>infinito para infinito</td><td>$\frac{\infty}{\infty}$</td></tr>
<tr><td>infinito menos infinito</td><td>$\infty - \infty$</td></tr>
<tr><td>cero por infinito,</td><td>$0 \cdot \infty$</td></tr>
<tr><td>cero elevado a la cero</td><td>0^0</td></tr>
<tr><td>infinito elevado a la cero</td><td>$\infty^{\mathbf{0}}$</td></tr>
<tr><td>uno elevado al infinito</td><td>1^{∞}</td></tr>
</table>

Tabla 18: Determinaciones e indeterminaciones matemáticas.

Límites al infinito

En este apartado se trata de responder que es lo que sucede con el valor que toma la función cuando su variable independiente tiende a infinito. El comportamiento que más interesa, se da cuando la función tiende a “estabilizarse” en un valor, es decir, su variable independiente tiende al infinito, en ese caso se afirma que existe una Asíntota horizontal.

Por ejemplo, en la figura 17, observamos que la función cuando x tiende a infinito, se estabiliza al valor de 2.5 por lo que la recta marcada en trazos y=2.5 se convierte en asíntota horizontal de la función.

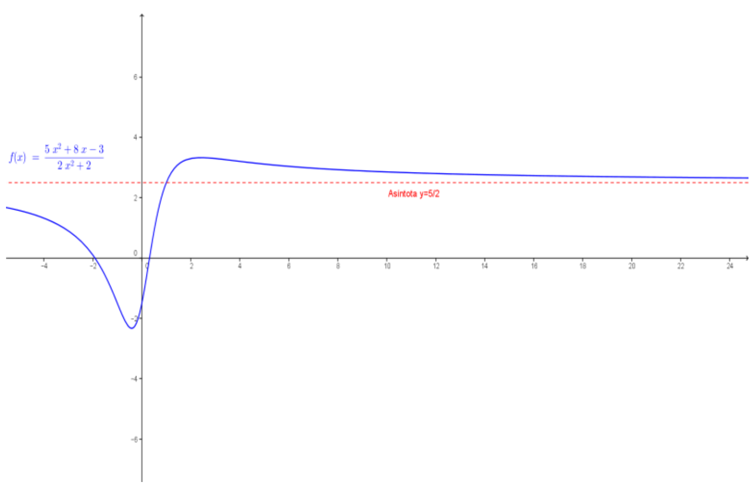


Figura 17: Función racional y asíntota horizontal

Formalmente

Si $\boldsymbol{lim_{x\to\infty} f(x) = a}$ ***o*** $\boldsymbol{lim_{x\to-\infty} f(x) = a}$***, entonces la función tiene una asíntota vertical y es la recta*** $\boldsymbol{y = a}$ ***(recuerde que tener una recta*** $\boldsymbol{y = a}$ ***indica una recta horizontal que corta al eje de las ordenadas en el valor de*** $\boldsymbol{a}$***.***

Límites infinitos

Cuando el límite de una función no converge; es decir, funciones cuyos valores de y van al infinito cuando la variable independiente se acercan a un número determinado, no existe el límite en mencionado caso, es importante observar que la gráfica tiende a "apegarse" a una recta vertical que pasa por el valor al cual nos estamos acercando, dicha recta se la conoce como asíntota vertical.

Por ejemplo en la gráfica de la figura 18, se puede observar que tiene una restricción en su dominio ya que no puede tomar los valores de x=1 y x=-1, note que a partir de esta observación analizamos las posibles asíntotas verticales. Si encontramos el límite de la función cuando x=1 se puede ver fácilmente que es infinito esto ya nos asegura que existe una asíntota vertical y es la recta x=1. Para el segundo caso si encontramos el límite de la función cuando x tiende a -1 vemos que también es infinito por lo que concluimos que existe otra asíntota vertical x=-1.

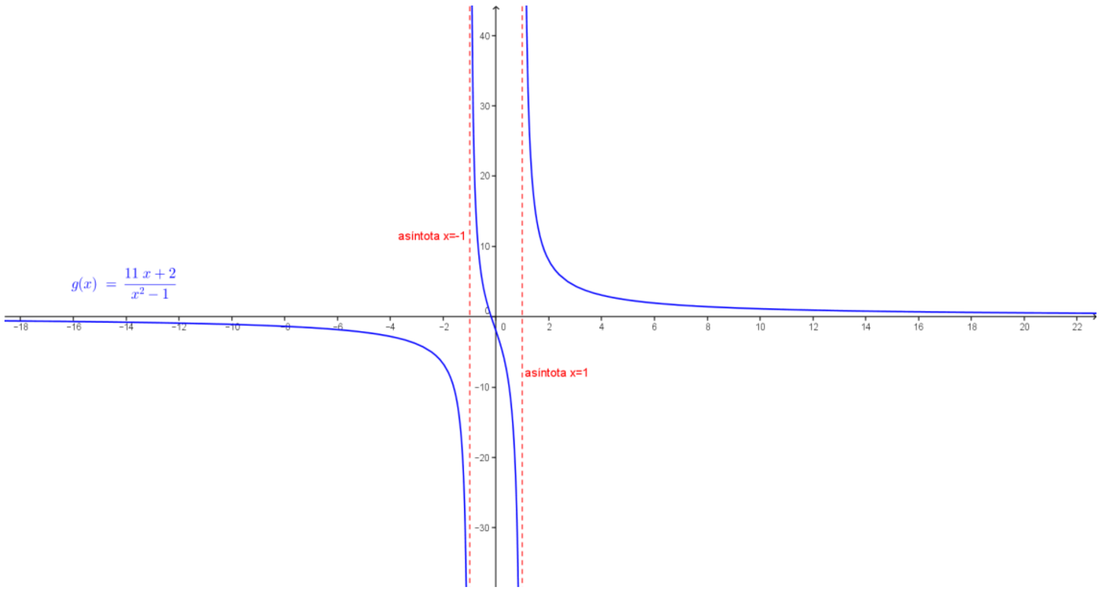


Figura 18: Función racional y asíntota vertical.

Formalmente

Si $\boldsymbol{lim_{x \to a} f(x)} = \pm\infty$ **entonces la función tiene una asíntota vertical cuya ecuación es** $\boldsymbol{x = a}$ ***(recuerde que tener una recta*** $\boldsymbol{x = a}$ ***indica una recta vertical que corta al eje de las abscisas en el valor de a.***

Límites Fundamentales

Los siguientes apartados que trataremos a continuación son muy importantes ya que de su comprensión depende que algunos límites de expresiones aparentemente complejas se trasformen en sencillos al identificar uno de los siguientes casos, entre los que están: límite de funciones racionales, límite fundamental algebraico y límite fundamental trigonométrico.

Límite de funciones racionales cuando la variable independiente tiende a infinito

Una función racional es aquella que se compone de un cociente entre polinomios las funciones racionales pueden ser propias e impropias según la comparación del grado del polinomio del numerador y del denominador:

Si el grado del polinomio del denominador y del denominador, son iguales

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \cdots + b_2x^2 + b_1x + b_0} = \frac{a_n}{b_n} \qquad \text{Ecuación 1}$$

La propiedad anterior se demuestra cómo sigue: Lo primero es dividir la expresión para la variable x elevada al mayor exponente en este caso para x^n

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{a_nx^n}{x^n}+\frac{a_{n-1}x^{n-1}}{x^n}+\cdots+\frac{a_2x^2}{x^n}+\frac{a_1x}{x^n}+\frac{a_0}{x^n}}{\frac{b_nx^n}{x^n}+\frac{b_{n-1}x^{n-1}}{x^n}+\cdots+\frac{b_2x^2}{x^n}+\frac{b_1x}{x^n}+\frac{b_0}{x^n}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_n+\frac{a_{n-1}}{x}+\cdots+\frac{a_2}{x^{2-n}}+\frac{a_1}{x^{1-n}}+\frac{a_0}{x^n}}{b_n+\frac{b_{n-1}}{x}+\cdots+\frac{b_2x^2}{x^{2-n}}+\frac{b_1x}{x^{1-n}}+\frac{b_0}{x^n}}=\frac{a_n}{b_n}$$

Si encontramos los límites de cada una de las siguientes expresiones veremos que todos los términos a la derecha de a_n y los que están a la derecha de b_n son ceros por qué?

Es decir, el límite es el cociente entre los coeficientes de la variable de mayor exponente. Eso sí, recuerde que se analizó el caso en que el grado del polinomio del numerador y denominador son los mismos.

También se puede demostrar que:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_2x^2+a_1x+a_0}{b_{n-1}x^{n-1}+b_{n-2}x^{n-2}+\cdots+b_2x^2+b_1x+b_0}=\infty$$ Ecuación 2

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\cdots+a_2x^2+a_1x+a_0}{b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+\cdots+b_2x^2+b_1x+b_0}=0$$ Ecuación 3

Si el grado del polinomio de numerador es igual al grado del polinomio del denominador la expresión es racional impropia y el limite cuando la x tiende a

infinito se obtiene del cociente entre las constantes que acompañan a la variable de mayor exponente.

Ejemplo 1

Evalúe la siguiente expresión $\lim_{x\to\infty}\frac{4x^3+5x^2-x+10}{3x^3-7x+12}$

Solución

Aplicando la ecuación 1.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4x^3+5x^2-x+10}{3x^3-7x+12}=\frac{4}{3}$$

Ejemplo 2

Evalué la siguiente expresión $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+3x^3-2x-4}{x^3-1}=\infty$

Solución

Si el grado del polinomio de numerador es mayor al grado del polinomio del denominador la expresión es racional impropia y el limite cuando la x tiende a infinito es igual a infinito. En este caso es necesario realizar la división de polinomios para investigar si existe un término dominante que puede ser una asíntota oblicua.

$$\frac{2x^4+3x^3-2x-4}{x^3-1}=2x+3-\frac{4x+7}{x^3-1}$$

Se observa que al encontrar el límite del último término es cero.

$$\lim_{x\to\infty}-\frac{4x+7}{x^3-1}=0$$

Por lo tanto existe un término dominante que es $2x + 3$ que se lo conoce como asíntota oblicua por que indica que la función tiende a esta recta cuando la variable tiende a infinito.

Finalmente si el grado del polinomio de numerador es menor al grado del polinomio del denominador la expresión es racional propia y el limite cuando la x tiende a infinito es cero.

Límite fundamental algebraico

El límite fundamental algebraico se expresa como sigue:

$$lim_{f(x)\to\infty}\left(1+\frac{1}{f(x)}\right)^{f(x)} = e \qquad \text{Ecuación 4}$$

Note la forma particular en la que esta expresado el límite, es necesario que el estudiante tenga la capacidad de poder identificar la función f(x) y asegurarse que cuando la variable x tienda a un valor de c produzca que la función tiende a infinito.

Ejemplo 3

Calcular $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(1+\cot x)^{\tan x}$

Solución

Primero podemos advertir que $\cot\, x = \frac{1}{\tan x}$ por lo que se puede ver que la función f(x) es $\tan x$.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{1}{\tan x}\right)^{\tan x}$$

Ahora si x tiende a cero $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \tan x = \infty$ por lo que se cumple el teorema fundamental algebraico y entonces podemos decir que

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} (1 + \cot x)^{\tan x} = e$$

Límite fundamental trigonométrico

El límite fundamental trigonométrico esta expresado como

$\lim_{f(x) \to 0} \frac{\sin(f(x))}{f(x)} = 1$ Ecuación 5

Aquí las consideraciones son similares a las hechas para el limite fundamental algebraico solo que el caso de este límite debe existir un valor al que se acerca la variable independiente x de tal forma que haga que f(x) tienda a cero.

Ejemplo 4

Evalúe el siguiente límite

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sin(x-4)}{x-4}$$

Solución

En esta expresión $f(x) = x - 4$ y esta función se hace cero cuando x tiende a 4 por lo que el límite que queremos encontrar puede ser expresado como

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sin(x-4)}{x-4}=\lim_{f(x)\to 0}\frac{\sin(f(x))}{f(x)}=1$$

Generalmente estos límites se resuelven por inspección y algunas veces con una manipulación algebraica sencilla. El estudiante debe recordar la forma del límite fundamental y recordarlo para simplificar cálculos ya que aunque es posible realizar el cálculo del límite analíticamente es mejor recordar el teorema y aplicarlo directamente. Lo que nos ahorra una buena cantidad de tiempo.

Condiciones de continuidad en un punto

$\boldsymbol{f}$ Es continua en el número $\boldsymbol{a}$ si y sólo si se satisface las condiciones:

i. $f(a)\ existista$

ii. $\lim_{x\to a} f(x)\ exista;\ \ es\ decir\ no\ sea\ infinito.$

iii. $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

Ejemplo 5

Dibuje la gráfica de la función $f(x)=\frac{5}{x-4}$, Determine el número en el que la función es discontinua.

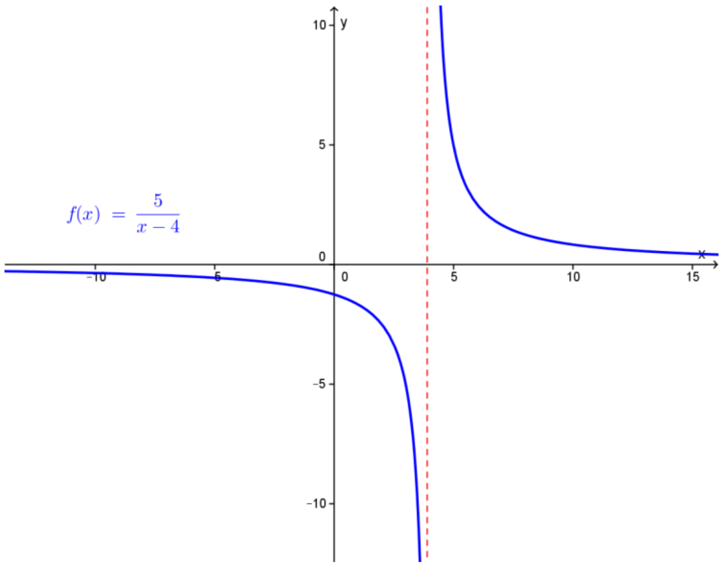


Figura 19: Gráfico del ejemplo 5

Solución

Por el denominador de la función podemos determinar el número en el que la función no es continua, es decir: $x \neq 4$. Si verificamos en éste valor la definición de continuidad tenemos que $f(4)$ no existe, con lo que se puede indicar que la función no es continua. Note que no es necesario analizar las demás condiciones pues basta que no cumpla con una de ellas.

A fin de comprender la continuidad en un intervalo es necesario primero comprender las siguientes definiciones:

Condiciones de continuidad en un intervalo

Continuidad por la derecha en un número a

f es continua por la derecha en el número a si y sólo sí:

i. $f(a)\ exista$

ii. $\lim_{x\to a^+} f(x)\ exista;\ \ es\ decir\ no\ sea\ infinito.$

iii. $\lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$

Continuidad por la izquierda en un número a

f es continua por la izquierda en el número a si y sólo sí:

i. $f(a)\ exista$

ii. $\lim_{x\to a^-} f(x)\ exista;\ \ es\ decir\ no\ sea\ infinito.$

iii. $\lim_{x\to a^-} f(x) = f(a)$

Continuidad en un intervalo cerrado

Una función cuyo dominio contiene al intervalo cerrado [a, b] es continua en dicho intervalo, si y sólo si:

i. Es continua en el intervalo abierto(a, b)

ii. Es continua por la derecha en a

iii. Es continua por la izquierda en b

La Derivada como la pendiente de la recta tangente a una curva

Antes de entender el concepto de derivada debe recordarse el concepto de tasa de cambio promedio que está definido como.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \qquad \text{Ecuación 6}$$

La tasa de cambio promedio siempre se calcula dado un intervalo en este caso $a \leq x \leq b$, observe que si expresamos $a = x_1$, $b = x_2$ que corresponden a $y_1 = f(a), y_2 = f(b)$ el cambio promedio se expresa como la pendiente de la recta secante m_s que corta a la curva en los dos puntos definidos por el intervalo dado y que son $\big(a, f(a)\big) y\ (b, f(b))$ o también $(x_1, y_1) y\ (x_2, y_2)$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m_s \quad \text{Ecuación 7}$$

Ejemplo 6

Calcule la tasa de cambio promedio de la función $f(x) = \frac{x^3}{32}$ en el intervalo $2 \leq x \leq 4$. Aplicando la formula tenemos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{2 - (1/4)}{2} = \frac{7}{8}$$

La tasa de cambio promedio es 7/8 que geométricamente representa la pendiente de la recta secante a la curva que pasa por los puntos (2,1/4) y (4,2). Ver la gráfica

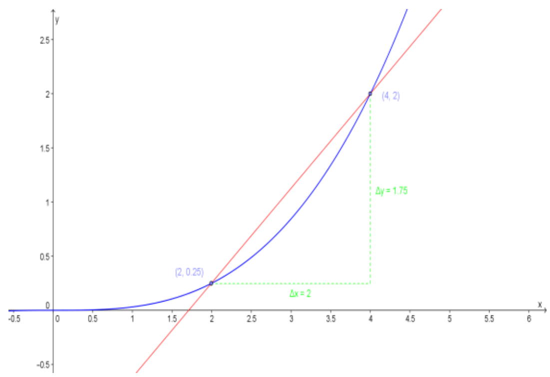


Figura 20: Solución gráfica del ejemplo 6.

Desde un punto de vista simple la derivada de una función es una tasa de cambio promedio en un intervalo extremadamente pequeño definido como $x_1 \leq x \leq x_1 + h$ cuando h tiende a cero.

Que daría

$$\lim_{h \to 0} \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = \frac{f(x_1+h) - f(x_1)}{h} = \frac{dy}{dx} \quad \text{Ecuación 8}$$

Más adelante analizaremos con detenimiento su significado matemático pero en este momento lo que nos interesa es ver qué sucede con la recta secante cuando la variación de x que llamamos h va tendiendo a cero.

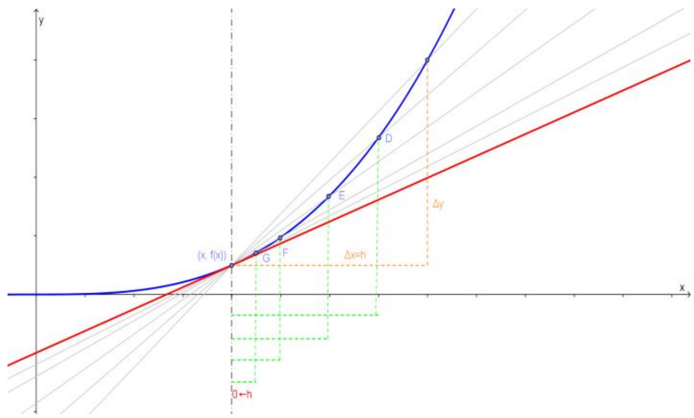


Figura 21: Tendencia de recta secante a recta tangente cuando h tiende a cero.

Como se puede ver fácilmente cuando h tiende a cero las rectas secantes terminan en un límite que es la recta tangente a la curva en un punto $(x, f(x))$. La conclusión que podemos sacar de esto es que:

El significado geométrico de la derivada de una función $f(x)$ representa la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto dado.

En conclusión, la derivada de una función f es otra funcion f' (que se lee f prima) y que está definida como:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \qquad \text{Ecuación 9}$$

Siempre que el límite exista.

Debe entenderse que la derivada de una función $f(x)$ es otra función $f'(x)$ que como es lógico depende de la misma variable independiente *x*. Aquí se puede decir que la función derivada cambia con respecto a la variable independiente *x*. Si sabemos que la derivada geométricamente representa la pendiente de la recta tangente en un punto, se puede decir que la primera derivada $f'(x)$ es una función que muestra como está cambiando la pendiente de una recta tangente, cuando cambia el valor de la variable independiente *x*.

Definición de derivada en un punto

La derivada de una función f evaluada en un punto cuya abscisa es c se denota $f'(c)$ y su valor se calcula como:

$$f'(c) = \lim_{h \to 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h} \qquad \text{Ecuación 10}$$

Siempre que el límite exista.

Reglas de derivación

Es un tanto complicado derivar funciones aplicando la definición; es decir, encontrando el límite de la relación entre incremento de la función al incremento de la variable independiente cuando el incremento de esta última tiende a cero. Resulta un trabajo bastante complejo y cansado para funciones complejas, razón por la cual se han elaborado ciertas reglas que facilitan la obtención de la derivada de una función, cabe señalar aquí que todas las reglas de derivación con las que se cuentan fueron obtenidas de aplicar la definición de límite.

Reglas básicas de la derivación.

A continuación se presentan siete reglas básicas de diferenciación de funciones básicas. Antes de revisarlas hay que entender ciertas consideraciones: $\boldsymbol{c}$ es una constante y hay que advertir que puede ser cualquier número como: $10, -\frac{3}{4}, \frac{\pi}{2}, -\sqrt{3}, sen\left(\frac{5\pi}{3}\right), ln(4), e^2, etc.$ $\boldsymbol{n}$ es un exponente y como tal representa un número el mismo que no solo puede ser entero positivo, si no que puede ser positivo o negativo y además entero, racional, irracional. Las letras, $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$ representan funciones y como tales usted debe conocer muchas al momento, aquí ponemos algunos ejemplos de funciones que pueden estar representadas por u, v, w: $x^{1/2}, tan(x), e^x, arcsen(x), \frac{2}{3}x^{-2}, ln(x^2 - 4), etc.$

No.	Función	$f(x)$	$f'(x)$
1	Función constante	**c**	**0**
2	Función identidad	x	**1**
3	Función potencia	x^n	nx^{n-1}
4	Función constante por potencia	cx^n	cnx^{n-1}
5	Función suma algebraica de funciones	$u(x)+v(x)-w(x)$	$u'(x)+v'(x)-w'(x)$
6	Función producto de funciones	$u(x)\cdot v(x)$	$u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)$
7	Función cociente de funciones	$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{v(x)u'(x)-v'(x)u(x)}{\left(v(x)\right)^2}$

Tabla 19: Derivadas de funciones básicas.

Regla de la cadena

Si f es una función diferenciable de u y u, a su vez, es una función diferenciable de x, entonces la función compuesta $f(u)$ es una función diferenciable de x, y además

$$\frac{d}{dx}[f(u)] = f'(u)\frac{du}{dx}$$ Ecuación 11

Derivadas de funciones logarítmicas y exponenciales

No.	Función	$f(x)$	$f'(x)$
1	Función logaritmo natural	$\ln(u)$	$\frac{1}{u}\frac{du}{dx}$
2	Función exponencial natural	e^u	$e^u\frac{du}{dx}$
3	Función logaritmo base a	$log_a(u)$	$\frac{1}{u}log_a(e)\frac{du}{dx}$
4	Función exponencial de base a	a^u	$a^u ln(a)\frac{du}{dx}$

Tabla 20: Derivadas de funciones logarítmicas y exponenciales.

Derivadas de funciones trigonométricas

No.	Función	$f(x)$	$f'(x)$
1	Función seno	$\mathrm{sen}(u)$	$\cos(u)\frac{du}{dx}$
2	Función coseno	$\cos(u)$	$-\mathrm{sen}(u)\frac{du}{dx}$
3	Función tangente	$\tan(u)$	$\sec^2(u)\frac{du}{dx}$
4	Función cotangente	$\cot(u)$	$-csc^2(u)\frac{du}{dx}$
5	Función secante	$\sec(u)$	$\sec(u)\tan(u)\frac{du}{dx}$
6	Función cosecante	$-\csc(u)$	$-\csc(u)\cot(u)\frac{du}{dx}$

Tabla 21: Derivadas de funciones trigonométricas.

Ejemplo 7

Encontrar la derivada de $f(x) = x\ senx$

Solución

$$\frac{d}{dx}(xsenx) = 1senx + x\cos x$$
$$\frac{d}{dx}(xsenx) = senx + x\cos x$$

Ejemplo 8

Hallar la derivada de la siguiente función

$$y = (3x+1)^2$$

Solución

$$y = u^2 \ ; \quad u = 3x+1$$
$$y' = 2 \cdot u \cdot u' = 2 \cdot (3x+1) \cdot 3 = 18x + 6$$

Ejemplo 9

Hallar la derivada de $f(x) = cos\,(2x^2 + 1)$

Solución

$$\frac{d}{dx}\cos(2x^2+1) = \sin(2x^2+1)\frac{d}{dx}(2x^2+1)$$
$$\frac{d}{dx}\cos(2x^2+1) = \sin(2x^2+1) * 4x = 4x\sin(2x^2+1)$$

Ejemplo 10

Hallar la derivada de las siguientes funciones:

$a)\quad f(x)=\sqrt{3-x^2}\qquad\qquad b)\quad g(x)=e^{-x^2+3}$

$$a)\quad f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{3-x^2}}.(3-x^2)'=\frac{-2x}{2\sqrt{3-x^2}}=-\frac{x}{\sqrt{3-x^2}}$$

$$b)\quad g'(x)=e^{-x^2+3}\cdot(-x^2+3)'=e^{-x^2+3}\cdot(-2x)=-2x\cdot e^{-x^2+3}$$

Definiciones de máximos y mínimos locales y absolutos

Una función f tiene un máximo absoluto (o máximo global) en c si $f(c)\geq f(x)$ para todo x en D, donde D es el dominio de f. El número $f(c)$ se llama valor máximo de f en D. de manera análoga, f tiene un mínimo absoluto en $f(c)\leq f(x)$ para todo x en D; el número $f(c)$ se denomina valor mínimo de *f* en D. Los valores máximo y mínimo de *f* se conocen como valores extremos de *f*.

Definición y determinación de puntos estacionarios y puntos críticos

Teorema de valor extremo: si *f* es continua sobre un intervalo cerrado $[a,b]$, entonces *f* alcanza un valor máximo absoluto $f(c)$ y un valor mínimo absoluto $f(d)$ en algunos números *c* y *d* en $[a,b]$.

Un número crítico de una función *f* es un número *c* en el dominio de *f* tal que $f'(c) = 0$ o $f'(c)$ es indefinida. Si *f* tiene un máximo o mínimo local en *c*, entonces *c* es un número crítico de *f*.

Función creciente y decreciente

Si $f'(x) > 0$ sobre un intervalo, entonces f es creciente en ese intervalo.

Si $f'(x) < 0$ sobre un intervalo, entonces *f* es decreciente en ese intervalo.

Proceso para la determinación de máximos y mínimos locales

Supongamos que ***c*** es un número crítico de una función continua *f*.

i. Si f' cambia de positiva a negativa alrededor de c, entonces *f* tiene un máximo local en ***c***.

ii. Si f' cambia de negativa a positiva alrededor de c, entonces *f* tiene un mínimo local en ***c***.

iii. Si f' no cambia de signo en ***c*** (es decir f' es positiva en ambos lados de **c**, o negativa en ambos lados), entonces *f* no tiene máximo ni mínimo locales en **c**.

Concavidad y extremos

Sea $\boldsymbol{f}$ dos veces derivable en el intervalo abierto **I**

i. $Si\ f''(x)\ > 0 para\ toda\ \boldsymbol{x}\ en\ \boldsymbol{I}, entonces\ \boldsymbol{f}\ es\ cóncava\ (hacia\ arriba) en\ \boldsymbol{I}$

ii. $Si\ f''(x)\ < 0\ para\ toda\ \boldsymbol{x}\ en\ \boldsymbol{I}, entonces\ \boldsymbol{f}\ es\ cóncava\ hacia\ abajo\ en\ \boldsymbol{I}$

Ejemplo 11

Sea la función $f(x) =\ x^3 - 3x^2 + 3$ encuentre su punto de inflexión y sus intervalos de concavidad.

Solución

$f(x) =\ x^3 - 3x^2 + 3$

$f'(x) =\ 3x^2 - 6x$

$f''(x) =\ 6x - 6 = 6(x - 1)$

$x - 1 = 0$

$x = 1$ **(Punto crítico)**

x	$f''(x)$	conclusión
$x < 1$	Negativa (-)	Cóncava hacia abajo
$x > 1$	Positiva (+)	Cóncava hacia arriba

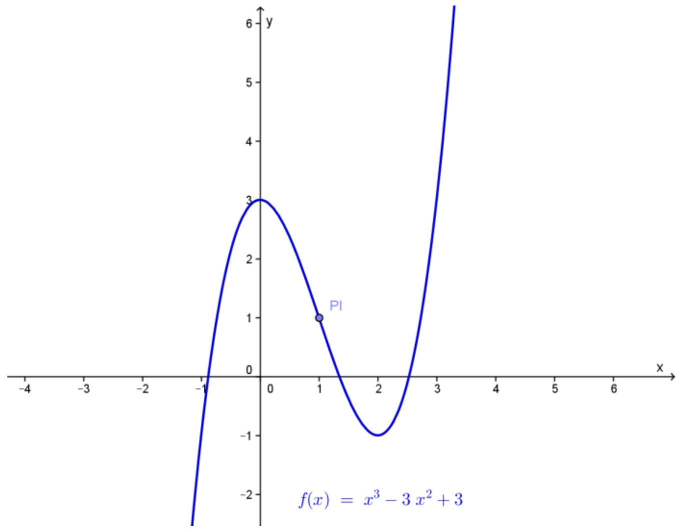


Figura 22: Punto de inflexión, ejemplo 11

Criterio de la segunda derivada

Suponga que f' y f'' existen en (a, b) que contiene a x_0 y que $f'(x_0) = 0$.

Entonces:

i. Si $f''(x_0) < 0$ entonces $f(x_0)$ es un máximo local de f

ii. Si $f''(x_0) > 0$ entonces $f(x_0)$ es un mínimo local de f

Ejemplo 12

Determinar los extremos de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

Solución

Los puntos críticos estacionarios son:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$$

$$x = 0; \ \ x = 2$$

La segunda derivada es:

$$f''(x) = 6x - 6$$

$f''(0) = -6 < 0$ lo que indica que en x=0 hay un máximo.

$f''(2) = 6 > 0$ Lo que indica que en $x = 2$ hay un mínimo.

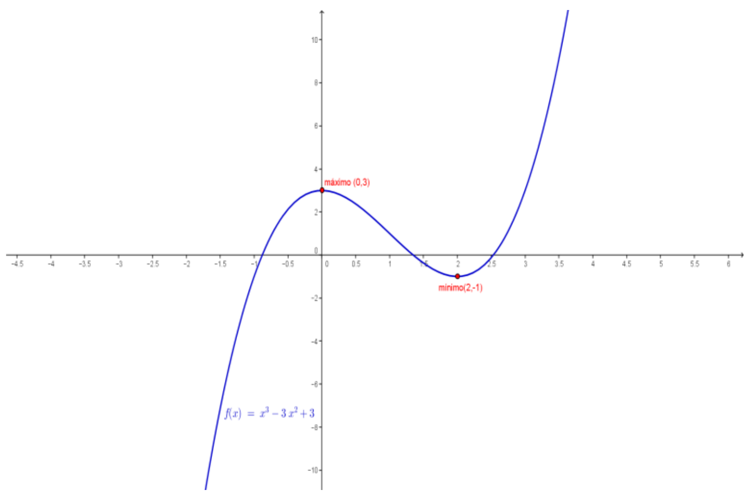


Figura 23: Máximo y mínimo, ejemplo 12.

Curvatura

La curvatura de una función es una medida de cuanto se dobla una curva podríamos tener una referencia indicando que una recta tiene curvatura cero. El circulo osculador es un plano que se representa por aquella circunferencia que es tangente a la curva en un punto P y que tiene la misma curvatura en el punto. El centro está del lado cóncavo de la curva y su radio es el reciproco de la curvatura. Ver la figura.

En física es importante obtener la curvatura de una función que está dada por la expresión

$$\kappa = \frac{|y´´|}{[1+(y´)^2]^{3/2}} \qquad \text{Ecuación 12}$$

Ya que nos sirve para determinar la componente normal y tangencial de la aceleración de una partícula que se mueve a lo largo de una trayectoria igual a la curva de la función en estudio.

Regla de L´hopital para formas del tipo 0/0

Suponga que $\lim_{x\to u} f(x) = \lim_{x\to u} g(x) = 0$. Si $\lim_{x\to u}\left[\frac{f´(x)}{g´(x)}\right]$ existe en cualquiera de los sentidos finito o infinito (es decir, si este límite es un número finito 0 - ∞ o 0+∞), entonces:

$$\lim_{x\to u}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to u}\frac{f´(x)}{g´(x)} \qquad \text{Ecuación 13}$$

Regla de L´Hopital para formas del tipo ∞/∞

Suponga que $\lim_{x\to u}|f(x)| = \lim_{x\to u}|g(x)| = 0$. Si $\lim_{x\to u}\left[\frac{f'(x)}{g'(x)}\right]$ existe en cualquiera de los sentidos finito o infinito, entonces:

$$\lim_{x\to u}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to u}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$ Ecuación 14

8. ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA EL ALUMNO.

1. Explique brevemente que significa analizar una función.

2. Traza la gráfica de la función $f(x) = \arctan(x)$ indica intuitivamente los límites siguientes

i. $\lim_{x\to\infty} f(x) =$

ii. $\lim_{x\to-\infty} f(x) =$

3. Explica cuál de las siguientes expresiones son indeterminaciones no indeterminaciones señalando que indeterminación produce.

i. $y = \frac{x^3-5x^2+6x}{x-2}$ cuando x tiende a 2

ii. $\lim_{X\to\infty}\left(\frac{1}{x}\right)^x$ Cuando x tiende a infinito

iii. $y = \sec(x) - \tan(x)$ Cuando x tiende a pi/2

iv. $\lim_{x\to 0}\left(2+\frac{1}{x}\right)^{x}$

v. $y = \tan(x)\ln(x)$ Cuando x tiende a cero

vi. $y = \frac{\ln(2x)}{e^{3x}}$ Cuando x tiende a infinito

vii. $y = (1 - cosx)^{lnx}$ Cuando x tiende a cero

viii. $y = \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$ Cuando x tiende a infinito

ix. $y = (1 - e^{x})^{x}$ Cuando x tiende a cero

4. Coloca dos ejemplos más de cada uno de los casos de determinaciones e indeterminaciones y resuélvelos.

5. Dada la siguiente expresión $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$

i. Indica cual es la indeterminación que se produce

ii. Elabora una tabla en Excel para averiguar intuitivamente si existe el límite indicado.

iii. Realiza un ensayo de máximo 20 líneas según el formato IEEE en donde indiques como se conoce al número al cual tiende la expresión, quién fue el matemático que lo descubrió y que utilidad tiene en el estudio de la matemática.

6. Según la demostración realizada para la ecuación 1, demuestra los siguientes límites para funciones racionales:

i. $\lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0}{b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \cdots + b_2x^2 + b_1x + b_0} = \infty$

ii. $\lim_{x\to\infty} \frac{a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \cdots + b_2x^2 + b_1x + b_0} = 0$

7. Qué condiciones debe cumplir el valor de k para que

i. $\lim_{t\to\infty} e^{kt} = 0$

ii. $\lim_{x\to-\infty} \arctan(kx) = \frac{\pi}{2}$

iii. $\lim_{\theta\to 0} \frac{\sin(5\theta)}{k\theta} = 1$

iv. $\lim_{z\to\infty} \frac{4z^3 - 2z^2 - 1}{kz^3 - 5z - 10} = \frac{1}{2}$

8. Responder con verdadero o falso las siguientes preguntas, justificando las respuestas

i. $Si\ f(c) = L, entonces\ \lim_{x\to c} f(x) = L?$

ii. $Si\ \lim_{x\to c} f(x) existe,\ entonces\ f(c) existe?$

iii. $Si\ f\ es\ contínua\ en\ el\ intervalo\ (1,3), entonces\ f\ es\ contínua\ en\ 2?$

9. Cómo deja de ser derivable una función?. Dibuje la gráfica de ala función $f(x) = x|x|$. ¿Para qué valores de "x" no es derivable?. Halle una fórmula para f'.

10. Analice el siguiente gráfico, y complete los enunciados planteados, para su ayuda cuenta con las siguientes opciones:

i. Punto $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}))$

ii. Punto $(\boldsymbol{d}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{d}))$

iii. Punto $(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}))$

iv. Punto $(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{f}(\boldsymbol{c}))$

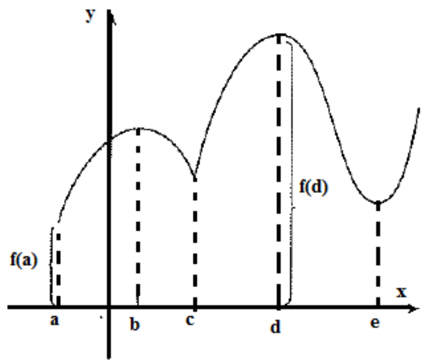


Figura 24: Actividad propuesta 1.

v. El máximo absoluto de la función es ________________________

vi. El mínimo absoluto de la función es ________________________

vii. Si sólo se consideran los valores de x cercanos a b (intervalo (a, c), el punto ________ es el más grande de esos valores de ***f(x)*** y se conoce como valor máximo local de ***f***.

viii. Si sólo se consideran los valores de x cercanos a c (intervalo (b, d), el punto ____________ es el mínimo valor de esos valores de ***f(x)*** y se conoce como valor mínimo local de ***f***.

11. Complete usando las expresiones mostradas en negrita.

Inflexión, positiva, >, arriba, vertical, <, negativa, horizontal, cóncava, x=5, creciente, f (2), y=5.

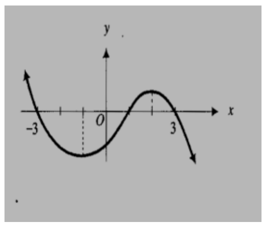
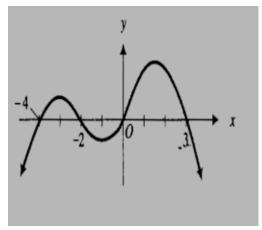
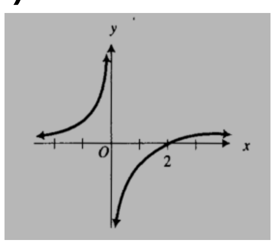
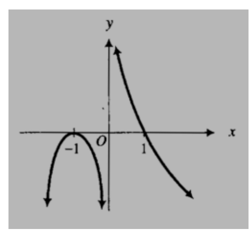
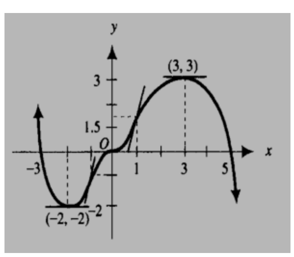
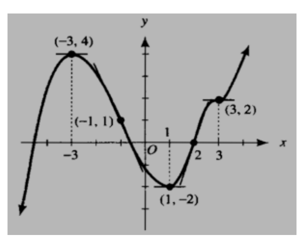
a	Si el límite de una función f(x) cuando x tiende a infinito es 5, entonces la función tiene asíntota __________ y es la recta cuya ecuación es _________.
b	Si el límite de una función f(x) cuando x tiende a 5 es infinito, entonces la función tiene asíntota __________ y es la recta cuya ecuación es _________.
c	Si la raíz de la ecuación que resulto de igualar la f´=0, es dos y se conoce que la misma es cóncava hacía _____________ en el intervalo (0,4). Entonces la función tiene un mínimo local en el punto de coordenadas (2, _____).
d	Si $f'(x) > 0$, en todas partes, entonces f es _____________en todas partes; y si $f''(x) < 0$, en todas partes, entonces f es ___________negativa en todas partes.
e	Si f'____0 y f''___0 en un intervalo abierto *I*, entonces f es decreciente y cóncava hacia arriba en ***I.***
f	En una función continua se da un máximo cuando la función cambia de pendiente _____________ a ______________ y un punto de la misma función, en donde la concavidad cambia se denomina punto de ___________.

12. En los siguientes ejercicios, la figura adjunta muestra la gráfica de la derivada de una función **f** continua en su dominio, el cual es el conjunto de los números reales, a partir de la gráfica determinar:

i. Los números críticos de **f** y los intervalos en los que **f** es creciente y decreciente

ii. Los números donde ocurren los extremos relativos de **f**

iii. Dónde la gráfica es cóncava hacia arriba o abajo.

a) 	**b)** 
c) 	**d)** 
e) 	**f)** 

13. En el siguiente gráfico indique en que puntos se encuentran tanto los máximos y mínimos relativos como los máximos y mínimos absolutos.

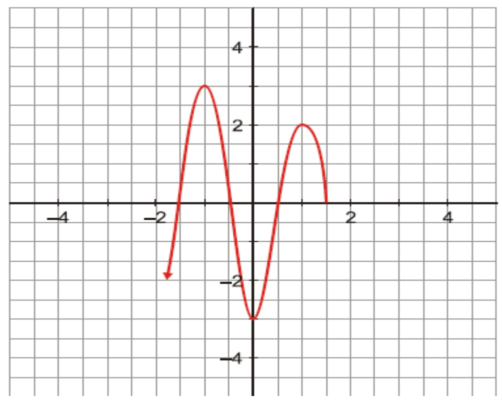


Figura 25: Actividad propuesta 13.

14. Aplicando el límite fundamental trigonométrico calcule:

i. $\lim_{x\to\infty}\frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$

ii. $\lim_{x\to 2}\frac{\sin(4-x^2)}{4-x^2}$

iii. Plantea 2 ejercicios más que se puedan resolver con dicho límite fundamental.

iv. Expresa con tus palabras las consideraciones que se debe cumplir para poder aplicar este límite fundamental.

v. Sabiendo que $\lim_{f(x)\to 0}\frac{1-\cos(f(x))}{f(x)}=0$ Calcule $\lim_{t\to 0}\frac{1-\cos(5t)}{5t}$

vi. Coloca dos ejemplos que se puedan resolver usando el límite del literal v.

15. Decida rápidamente le valor del limite

i. $\lim_{x\to\infty}\sqrt{\frac{x^4-4}{4x^4-5x^3+2}}$

ii. $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}} e^{-sec\theta}$

iii. $\lim_{z\to-\infty}\arctan(z)$

iv. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(1+\frac{1}{tanx}\right)^{tanx}$

v. $\lim_{t\to-2}\frac{sen(t+2)}{t+2}$

16. Encuentre todas las asíntotas de las siguientes funciones:

i. $y=-\frac{8}{x^2-4}$

ii. $g(z)=\frac{z+3}{z+2}$

iii. $r(t)=\frac{t^2-3}{2t-4}$

17. Encuentre la asíntota horizontal de:

i. $f(x)=3.4+0.2e^{-2x}$

ii. $y=\frac{\pi}{2}+tan^{-1}\left(\frac{2}{3}x\right)$

18. Dibuje la gráfica de la función $h(x)=\frac{5x}{x-5}$ Determine el número en el que la función es discontinua, argumente su respuesta.

19. Demostrar que f(x) es continua sobre $(-\infty, +\infty)$

$$f\ (x) = \begin{cases} x^2 & si \quad x < 1 \\ \sqrt{x} & si \ \geq \ 1 \end{cases}$$

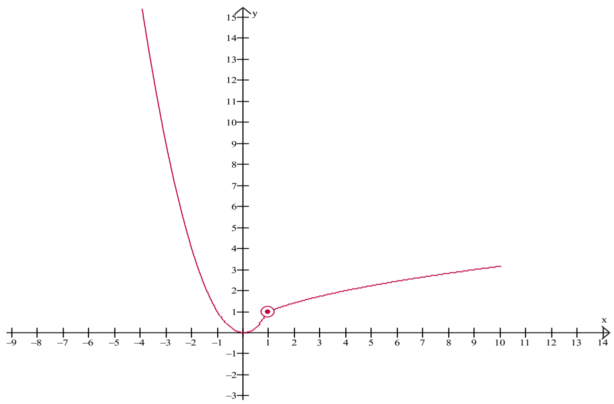


Figura 26: Actividad propuesta 19.

20. Determine los números en los que f(x) es discontinua. ¿En cuáles de estos valores f(x) es continua por la derecha, por la izquierda o no los es ni por la derecha ni por la izquierda? Trace la gráfica de f(x).

$$f\ (x) = \begin{cases} -1 \ \ si\ x < 0 \\ 0\ si\ x = 0 \\ \sqrt{x} \ \ si\ 0 < x \end{cases}$$

21. La siguiente función es discontinua en el número dado **a**. Trazar la gráfica de la función e identificar si el tipo de discontinuidad es removible o esencial, en el caso de ser removible redefinir la nueva función de modo que la discontinuidad sea eliminable.

$$f\ (x) = \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}; a = 9$$

22. Encuentre la derivada de:

i. $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x$

ii. $y = \frac{x^2 - 2\sqrt{x}}{x}$

iii. $f(x) = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^4}\right)(x + 5x^3)$

23. Derivar las siguientes funciones

i. $y = log_2(e^{-x} \cos \pi x)$

ii. $h(z) = log_4 \left(\sqrt{\frac{a^2 - z^2}{a^2 + z^2}}\right)$

iii. $y = (sen\ x)^{\ln x}$

iv. $r = 5^{\tan t}$

v. $e^y cosx = 1 + sen(xy)$

vi. $y = arc\ sen(x^4 - x)$

24. Usando reglas, derive las siguientes funciones con respecto a su variable independiente.

i. $y = 10(x^2 - 3x - 1)^4$

ii. $s = (2t^3 - 3)\left(\frac{1}{x} - 2x - 4\right)$

iii. $p = \frac{1-\sqrt{2r}}{(r-1)^2}$

25. Derivadas de funciones trigonométricas, logaritmo natural y exponencial natural.

i. $y = \tan\left(\frac{1}{\theta - 1}\right)$

ii. $y = x^4 sen\left(\frac{x}{2}\right)$

iii. $y = e^{\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)}$

iv. $r = sec^2(5\theta)$

v. $y = \ln\left(\frac{1}{r}\right)$

vi. $p = \frac{sen\ (2r)}{4r}$

26. Derivadas de funciones trigonométricas inversas y logaritmo y exponencial de cualquier base.

27. Encuentre la ecuación de la recta tangente y normal a las curvas en el punto dado. Grafique la función y la recta tangente conjuntamente.

i. $y = \sqrt{x}, \quad P(1,1)$

ii. $y = (1 + 2x)^2 \qquad P(1,9)$

iii. $y = \frac{2x}{x+1}\ \ en\ el\ punto\ (1,1)$

28. Encuentre la ecuación de la recta tangente y normal a las curvas en el punto dado. Grafique la función y la recta tangente conjuntamente.

i. $y = \sqrt{x}, \quad P(1,1)$

ii. $y = (1+2x)^2 \qquad P(1,9)$

iii. $y = \frac{2x}{x+1}$ $en\ el\ punto\ (1,1)$

29. Encuentre los puntos críticos de las siguientes funciones:

i. $f(x) = 5x^2 + 4x$

ii. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$

30. Halle los valores máximo y mínimo absolutos de ***f*** sobre el intervalo dado:

i. $f(x) = 3x^2 - 12x + 5 \qquad [0,3]$

ii. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \qquad [-2,3]$

31. En la función $f(x) = x^3 - 27x + 16$ determinar los puntos críticos y los intervalos donde la función crece o decrece. Verifique con el gráfico.

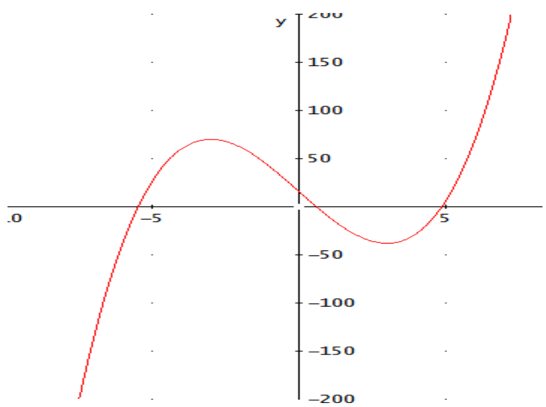


Figura 27: Actividad propuesta 31.

32. En los siguientes ejercicios, obtener los extremos relativos de la función usando el criterio de la segunda derivada, además determinar los intervalos de concavidad y trazar la gráfica:

i. $1. f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 17$

ii. $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2}$

iii. $f(x) = \frac{2x^2}{(9-x)^2}$

iv. $x\sqrt{9-x^2}$

33. Encuentre los puntos críticos de las siguientes funciones:

i. $s(t) = 3t^4 + 4t^3 - 6t^2$ **R: 0, ½(-1±$\sqrt{5}$)**

ii. $g(y) = \frac{y+1}{y^2 - y + 1}$ **R: 0, 2**

34. En los siguientes ejercicios determine los puntos críticos de la función, los intervalos donde es creciente o decreciente y grafique la función.

i. $f(x) = x^2 + 8x + 16$

ii. $f(x) = x^3$

Razonamiento en el plano y espacial.

35. Dibuje la gráfica de una función f que sea continua sobre [1,5] y tenga como propiedades: mínimo absoluto en 2, máximo absoluto en 3, mínimo local en 4.

36. La curva que se presenta a continuación es una de las soluciones de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ gráficamente establezca una manera para comprobar dicha afirmación.

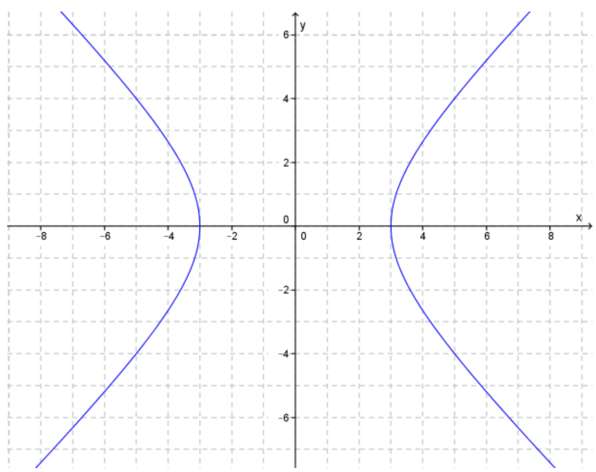
a. 

Figura 28: Actividad propuesta 37.

37. Grafica la superficie dada por la función de dos variables $z = x^2 - y^2$ conjuntamente con el plano z=4, usando paquete winplot y a continuación determina la ecuación de la curva que se forma entre la superficie y el plano z=4.

38. Encuentre la curva que se produce al cortar la superficie $z = e^{y^2+(x-4)^2}$ con el plano z=4

i. Encuentre el dominio de la curva plana encontrada

ii. Realice la gráfica en el plano de la curva.

iii. Encuentre el máximo que se produce en la curva.

39. Curvas ortogonales dos curvas son ortogonales cuando en su punto de intersección las pendientes de sus rectas tangentes de las dos curvas son ortogonales es decir forman un ángulo de 90 grados.

Dadas las siguientes ecuaciones

$$y^2 + x^2 = c$$

$$yx = c$$

i. Haga una descripción de las curvas para valores positivos y negativos de la constante c

ii. Grafique en un mismo plano coordenado las curvas presentadas para el valor de c=4

iii. Demuestre que las dos curvas son ortogonales.

iv. Usando un software CAS, grafique las curvas par valores $-10 \leq c \leq 10$ con saltos de uno; es decir -10,-9,-8,…9,10. Todas en un mismo plano coordenado y observe detenidamente la gráfica y emita sus observaciones y conclusiones.

v. En la expresión dada para dos curvas ortogonales

vi. $f'(a) = -\frac{1}{g'(a)}$

vii. Que representa f y g y que representa a.

Problemas de ingeniería

40. Análisis dimensional.

i. Compruebe que la ecuación $v = \sqrt{2gh}$ es dimensionalmente correcta. Donde v es la velocidad, g es la aceleración de la gravedad, h es la altura recorrida.

ii. Se sabe que la fuerza F ejercida por un resorte es: $F = kx$ donde K es la constante del resorte, x es el alargamiento del resorte. Diga cuales son las unidades de la constante K en el sistema internacional.

iii. En la siguiente formula siempre los argumentos de la función trascendente, tienen que ser adimensional. Cuáles deben ser las unidades de Q, para la ecuación $D = D_0 e^{\left(\frac{-Q}{RT}\right)}$ Donde Q es la energía de activación, R es la constante universal de los gases y T es la temperatura absoluta.

41. Trace la gráfica y Analice visual y analíticamente, la siguiente ecuación de movimiento de un sistema masa resorte cuando t tiende a infinito.

$$x(t) = e^{-\frac{t}{4}}\big(2\cos(t) + 4sen(t)\big) - 0.25\cos(4t) + sen(4t)$$

i. Cuál es el dominio y rango de la función

ii. Diga cuál es el término transitorio y cual el término estable

iii. Explique por qué se llama término transitorio y por qué termino estable.

42. La ecuación que expresa los contagiados de gripe en función del tiempo cuando un estudiante regresa a su campus de 1000 estudiantes (que se supone están aislados) es

$$x(t) = \frac{1000}{1 + 999e^{-0.09906t}}$$

i. Demuestre que la máxima cantidad de contagiados se da cuando t tiende a infinito

ii. Encuentre en que tiempo se da la máxima tasa instantánea de contagiados.

43. En un circuito RC como el mostrado en la figura se sabe que la carga del condensador está dada por la siguiente expresión

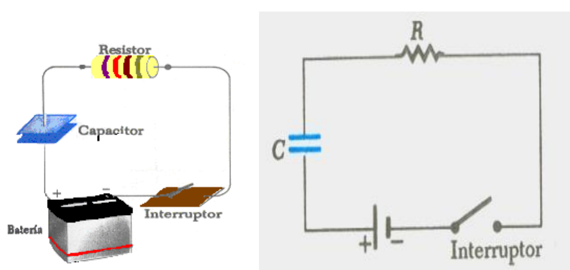


Figura 29: Circuito RC.

$$q(t) = EC - ke^{\frac{1}{RC}t}$$

44. Sabiendo que inicialmente el condensador esta descargado calcule la constante k y demuestre que la expresión queda:

$$q(t) = EC\left(1 - e^{\frac{1}{RC}t}\right)$$

i. Indique cual es el valor de la carga a la que se llega en el condensador cuando ha transcurrido un tiempo muy grande.

ii. Cuál es la ecuación de corriente en el circuito.

iii. sabiendo que la C=5μF (microfaradios) la fuente de voltaje igual a 12V y la resistencia es de$8x10^5$ Ω indique:

iv. grafique la ecuación de carga en función del tiempo(recuerde que no se pueden usar tiempos negativos, es decir $t \geq 0$)(use geogebra)

v. cuál es la carga en el condensador después de 4segundos.

vi. encuentre cual es el tiempo en que se llegara al 90% de la carga máxima en el condensador.

vii. calcule cual es la corriente en el circuito cuando han pasado 5 segundos.

viii. Cuál es la corriente máxima en el circuito y cuál es la carga máxima en el condensador.

45. A continuación se presenta una ecuación que permite establecer la cantidad de individuos de una población (de organismos vivos que se reproducen) que dice:

$$P(t) = \frac{P_0 K e^{rt}}{k + P_0(e^{rt} - 1)}$$

i. Analice si la población se estabilizará a largo plazo y a qué valor.

ii. En qué valor de t se produce la máxima tasa de crecimiento de la población.

46. La ecuación que determina como varia la carga en el condensador de la figura es: $q(t) = e^{-20t}\left(-\frac{3}{20}cos(40t) - \frac{3}{40}\text{sen}(40t)\right)+\frac{3}{20}$

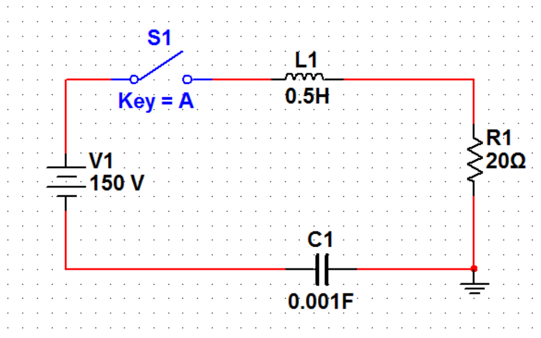


Figura 30: Circuito RLC.

i. Diga si la función se estabilizará en algún valor a largo plazo.

ii. Grafique la función y calcule el máximo absoluto de la función.

47. Con la ayuda de un software CAS analice las siguientes funciones: el análisis corresponde a:

- Dominio y rango
- Cortes de la función con los ejes.
- Asíntotas verticales y horizontales.
- Puntos críticos, Máximos y/o mínimos.
- Puntos de inflexión.

i. $f(x) = \frac{ln(x)}{x}$

ii. $f(x) = ln(x)\, sec(x)$

48. Encuentre la curvatura, radio de curvatura y grafique la función conjuntamente con la circunferencia de curvatura para las siguientes funciones.

i. $y = e^{-x^2}$ x=1

ii. $y = ln(sen(x)) \quad x = \frac{\pi}{4}$

9. Bibliografía

Texto guía:

🕮 STEWART, JAMES. Cálculo de Una Variable – Trascendentes tempranas / Cengage Learning. México. 7ta. edición. 2013, 952 p.

Textos auxiliares:

🕮 THOMAS GEORGE B. Cálculo Una Variable, Editorial Prentice – Hall /Pearson Educación, 12va Edición 2010, 800 p.

🕮 Purcell. Edwin J.; CÁLCULO. Editorial Prentice - Hall.

🕮 PENNEY, DAVID E.; EDWARDS, C. H., Cálculo con geometría analítica/ Prentice Hall Hispanoamericana. México. 1994.

🕮 Leithold. Louis; EL CÁLCULO CON GEOMETRÍA ANALÍTICA. Editorial Harla.

📖 ARTURO AGUILAR MÁRQUEZ; Trigonometría y Geometría analítica, 2010/. Pearson Educación 613p.

10. Instrumentos de evaluación.

Rubrica para la evaluación del grupo de aprendizaje colaborativo.

TEMA		NOTA
GUÍA No.		
GRUPO No.		
INTEGRANTES		

Competencia	Criterios de evaluación	E (4)	MS (3)	AD (2)	I (1)	OBSERVACIONES
CG5	Consultan materiales, realizan preguntas, avanzan con su trabajo en proporción al tiempo.	4				
	Intervienen y refutan en el debate, toman decisiones tomando en cuenta diferentes opiniones, llegan a consensos.		3			
	Realizan consultas extra clase, asisten y preguntan en tutorías, realizan sesiones de trabajo extra clase		3			
CG6	El grupo muestra motivación por el logro, busca excelencia y calidad de su trabajo			2		
		Subtotales				Total
		4	6	2	0	12

Universidad Politécnica Salesiana
Cálculo Diferencial

Prueba 2/4

TEMA	ANÁLISIS DE FUNCIONES
NOMBRE	

CONCEPTUAL

1. A continuación se presentan algunos elementos del análisis de una función con los cuales deberá asociar uno de ellos a la tabla en donde se encuentra el concepto correspondiente:
(a) $f''(a) > 0$, (b) $f(x) = 0$, (c) $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$, (d) $f''(x) = 0$, (e) $f'(x) = 0$, (f) $\lim_{x\to\infty} f(x) = a$, (g)$\lim_{x\to a} f(x) = b$ (h) $y = f(0)$, (i) $f''(x) < 0$, (j) $\lim_{x\to\infty} f(x) = g(x)$, (k)$\lim_{x\to a^+} f(x) = b$

	Determinar el corte con el eje x
	Determina si hay asíntota vertical en x=a
	Determinar los puntos críticos de la función
	Determinar si un punto crítico que está en x=a, es mínimo
	Determinar un posible punto de inflexión.
	Determinar un término estable de una función.
	Determinar continuidad en x=a, Sabiendo que $f(a) = b$

2.Encontrar el valor de k para satisfacer los siguientes límites.
$k > 0$; $k < 0$; $k = 6$; $K > 3$;$0 \leq k \leq 3$; $k > 3$;$k = 3$

	• $\lim_{t\to\infty} \frac{1}{e^{kt}} = 0$
	• $\lim_{x\to\infty} \arctan(kx) = -\frac{\pi}{2}$
	• $\lim_{\theta\to k} \frac{\sin(2\theta-6)}{2(\theta-3)} = 1$
	• $\lim_{z\to\infty} \frac{2z^4+2z^2-1}{kz^4-5z^3+3} = \frac{2}{3}$
	• $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-4z^2+5}{3x^k-5z-10} = \frac{1}{2}$

ALGORÍTMICO

3. Derivar

a.	$f(x) = e^{-x}sen(3x)$	A	• $f'(x) = e^{-x}(\cos(3x) - sen(3x))$
		B	• $f'(x) = e^{-x}(3\cos(3x) - sen(3x))$
		C	• $f'(x) = e^{-x}(\cos(3x) + sen(3x))$
		D	• $f'(x) = -3e^{-x}\cos(3x)$

b.	$g(z) = \dfrac{\ln(z)}{3z}$	A	• $g'(z) = \frac{3-3\ln(z)}{9z^2}$
		B	• $g'(z) = \frac{\ln(z)-1}{3z^2}$
		C	• $g'(z) = \frac{1}{3z}$
		D	• $g'(z) = \frac{1-\ln(z)}{3z^2}$

APLICACIÓN

Diga si la función $y = e^{-0.1x} + 5$ tiene aístota horizontal y cual es?

a. No tiene asíntota horizontal
b. Si existe y es x=5
c. Si existe y es y=5
d. Si existe y es el eje x.

Existe asíntota en x=2 para la función $y = \frac{x-2}{x^2-4}$

a. Si existe y es la recta x=2
b. No existe asíntota en ese punto.
c. Si hay asíntota y es la recta y=2
d. Si existe y es la recta x=0

Encuentre los puntos críticos de la función $y = \frac{\ln(x)}{x}$

a. 0
b. e
c. $\pm e$
d. 1

Determine si el punto crítico x=3 de la función $y = x^2 - 6x + 5$

a. Máximo.

b. Mínimo
c. Punto de inflexión
d. Ninguno de los anteriores.

Determine el punto donde se da la máxima tasa de crecimiento de la función

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 - 3t + 4$$

a. No existe dicho punto
b. Se da en x=1
c. Se da en x=-1
d. Se da en x=3

CAPÍTULO 5

SOCIALIZACIÓN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES DE LA PROPUESTA

5.1 Conclusiones y recomendaciones

Finalmente para socializar la propuesta se invitó a profesores de matemáticas entre ellos, a los coordinadores de las materias Cálculo diferencial, Álgebra lineal, Cálculo integral, Cálculo vectorial y Ecuaciones diferenciales del ICFM a quienes se les presento la Guía Docente, producto final de este trabajo. La guía docente, contiene las ideas principales de los fundamentos teóricos en los que se basa la propuesta del Modelo educativo del ICFM, presenta las ideas principales que orienten el accionar docente y sobre todo para el planteamiento de actividades de aprendizaje y finalmente muestra un ejemplo de la guía didáctica, cuyo destinatario principal es el estudiante. En definitiva se socializó los siguientes puntos:

Fundamentos para asegurar la calidad académica de la propuesta y que se sostiene en los aportes de la LOES, los aportes de ANECA (Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación) perteneciente al EEES (Espacio Europeo de Educación Superior).

El Análisis didáctico del contenido como procedimiento para plantear actividades de aprendizaje.

Guía de aprendizaje de "Análisis de Funciones" para la materia Cálculo Diferencial.

A continuación se presentan algunas impresiones que dejaron los compañeros invitados a esta sesión de socialización y sobre las que se emitirá un comentario posterior por parte del autor en el apartado de conclusiones y recomendaciones.

"… pienso que sí se debería trabajar un poco más en la parte algorítmica, ya que los jóvenes tienen muchas falencias en la parte algebraica, o a lo mejor deberíamos realizar cursos pre-universitarios donde primeramente reforcemos bien la parte algorítmica, para luego poder trabajar en la parte conceptual… además comparto con mis compañeros sobre el número de estudiantes en el aula que debe ser menor. Por lo demás pienso que si esta propuesta aplicamos a nuestros estudiantes vamos a conseguir cambios significativos, ya que ellos se van a sentir motivados al descubrir cuán importante es la aplicación del cálculo o de las matemáticas en general en cada una de las carreras o especialidades." Ing. Felipe Sánchez Coordinador de Cálculo diferencial

"…es un excelente proyecto, muy ambicioso, sobre todo por la calidad de alumnos que nos llegan, donde recién acá se les enseña a razonar y a ser

críticos, preocupa la falta de bases necesarias para la parte algorítmica de matemáticas, para ello creo que si deberíamos dar un pre-universitario de por lo menos 3 meses, para de esta manera poder nivelar a los alumnos.… sería excelente poder experimentar con este nuevo enfoque que propone para luego poder ver resultados, pero para ello será importante capacitar al docente para hablar en el mismo lenguaje, considerando que la mayoría somos ingenieros con poca formación pedagógica." Ing. Fernando Soto MMT. Ex. Coordinador de Cálculo Integral y actual Jefe de Área Básica Científica de Ingeniería Electrónica.

"El número de estudiantes que se maneja en cada aula creo que puede ser un problema para la aplicación de su modelo.

… considero que el tiempo planteado para cada sesión es muy ajustado por lo que sugiero ampliar…Su propuesta está orientada principalmente al constructivismo y ello conlleva un gran compromiso por parte del estudiante. Pero, cómo cambiar la mentalidad de los estudiantes en cuanto a este aspecto, ya que su cultura se orienta a buscar el menor esfuerzo… Sería bueno adicionar preguntas en los "cuestionamientos previos" que vayan orientadas al tema a tratarse en clase, así el estudiante ingresaría al aula con nociones e inquietudes acerca de los temas y además se estaría optimizando el tiempo". Ing. Adriana Guamán MsC, Coordinadora de Estática.

… me llamó mucho la atención la matriz que usted colocó sumando a los conceptos, representación matemática, representación gráfica, la aplicación a las ingenierías. Se podría usar incluso la misma matriz con los estudiantes porque la misma está esquematizada, y es para los estudiantes mucho más fácil de recordar y asumir los conocimientos, cuando usan cuadros sinópticos o esquemas…

… la responsabilidad para el docente se torna más grande de lo que ya es, debido a que la planificación se debería llevar para cada clase.

-Entre las capacidades que debe tener un docente, recuerdo que decía que debe "enseñar a pensar al alumno", creo que un docente puede crear actividades para ayudar a que el alumno ponga a trabajar su cerebro, sin embargo no podemos olvidar que el pensamiento es una actividad del intelecto humano. Lcda. Margarita Martínez. Coordinadora de Álgebra Lineal

5.2 Conclusiones y recomendaciones

5.2.1 Conclusiones

1. Existe una serie de factores que inciden directa o indirectamente en la deserción y perdida de los cursos de matemática, entre ellos la edad, la situación financiera, la subvención o el crédito educativo y la educación de los padres del estudiante; sin embargo, las calificaciones obtenidas en su formación media y la infraestructura en aulas con la que cuenta la UPS y la

aceptación estudiantil, con la que cuenta el ICFM, motivaron el trabajo sobre aspecto metodológico de la enseñanza del cálculo, lo cual también implico preocuparse del componente docente, el mismo que en más del 70% no superan las pruebas de conocimiento científico y un 88% no posee preparación pedagógica especializada en el área de matemáticas.

2. El presente trabajo cuenta con una sistematización teórica de aspectos relevantes para la propuesta de un modelo educativo que se sostiene pedagógicamente por la teoría cognitiva social y filosóficamente en la teoría critica. Ante la falta de orientaciones claras del currículo de las carreras de ingeniería de la UPS y con el fin de garantizar la calidad educativa, se consideraron las competencias genéricas y específicas del ingeniero, presentadas por ANECA y adaptadas para un curso de cálculo diferencial de las carreras de ingeniería de la UPS. Finalmente, como una metodología para elaborar actividades de aprendizaje se ha aplicado el Análisis Didáctico del Contenido.

3. De la priorización de contenidos realizada con un grupo focal de docentes de matemáticas se desprendieron tres temas de interés prioritario, que son: funciones como modelos matemáticos, tasas de cambio relacionadas y problemas de optimización; estos sirvieron de base para direccionar el nuevo enfoque para la enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial, que con la ayuda de los aportes del constructivismo que entre otras cosas promueve partir de enunciar y contextualizar

un problema interesante, se llegó a plantear la asignatura desde cuatro problemas que son: Análisis de funciones, Modelación Matemática, Cálculo con aproximaciones y finalmente Optimización, que también pueden ser referente para un enfoque de las demás asignaturas de cálculo.

4. A fin de poder garantizar una formación de calidad y sobre todo ante la tendencia de América latina de ir hacia un marco común de educación superior, con un modelo educativo basado en resultados de aprendizaje, se torna una muy buena referencia el Espacio Europeo de Educación Superior y específicamente la referencia de su entidad ejecutora española ANECA (Agencia Nacional de Evaluación de la Calidad y Acreditación), lográndose determinar logros de aprendizaje que conjuntamente con el modelo educativo y propuesta metodológica están encaminados a conseguir competencias genéricas y específicas dentro de la matemática que se constituyan en las bases para conseguir una educación de calidad.

5. La Guía es el producto final de este trabajo y cuenta con dos partes fundamentales. La primera recoge las ideas centrales de la teoría cognitiva, la teoría crítica y de la motivación estudiantil que sustentan el modelo educativo de la propuesta. En esta parte se encuentran también aspectos metodológicos que muestran paso a paso, la aplicación del Análisis Didáctico de Contenido, que permitió contar con actividades de aprendizaje significativas. La segunda parte de la guía contiene las actividades, resultado de la aplicación de las ideas anteriores,

en donde se han planteado problemas interesantes que intenta resolver el cálculo diferencial y que involucra: la indagación de conocimientos previos, la familiarización del estudiante con la terminología, la presentación de los conceptos teóricos redactados en términos sencillos que median entre lo coloquial y formal, y finalmente las actividades de aprendizaje que se dividen a su vez en, problemas de reforzamiento de conceptos, práctica de procesos algorítmicos y aplicaciones tanto geométricas como a la ingeniería. Con esto se espera contar con alumnos motivados para desarrollar un trabajo autónomo constante que le permita alcanzar los logros de aprendizaje.

6. La socialización de la propuesta ha recibido en general buenos comentarios sobretodo rescatando que se cuenta con una metodología para elaborar actividades de aprendizaje, existe todavía un poco de temor a alejarse de la enseñanza “especializada” de procesos de cálculo y empeñarse por la enseñanza de los conceptos y sobretodo las aplicaciones en ingeniería. Se recomienda elaborar las demás guías necesarias para el cálculo diferencial y aplicar esta propuesta para investigar el verdadero impacto que esta herramienta pueda tener sobre los estudiantes. Genera preocupación entre los docentes la falta de profundización en los procedimientos de cálculo, pero al mismo tiempo consideran que se puede solventar esta dificultad al contar con un curso propedéutico que este destinado a reforzar estas competencias. En este sentido, según lo que establece el Reglamento del Sistema Nacional de Nivelación y Admisión SNNA, todas las Instituciones de Educación Superior deberán apegarse a este reglamento en donde

el estudiante pasa por un examen de exoneración y/o un curso de nivelación, que asegura que el estudiante tenga un mejor desempeño en su carrera universitaria. Los docentes consideran que se debe ampliar el tiempo de las sesiones de clase y que se debería considerar un número mínimo de estudiantes en el aula para la aplicación de esta propuesta, ya que cuarenta estudiantes por aula son demasiados, sobre todo si se considera que el constructivismo requiere de una interacción entre alumnos y docente que se puede ver amenazada por el elevado número de personas. Estas consideraciones muy respetables, se consideran aún subjetivas, pues no se cuenta con datos verdaderos sobre la aplicación de la propuesta y sus resultados, es más recordemos que en análisis didáctico de contenido, inmediatamente después de la aplicación de la propuesta, se deberá realizar la retroalimentación de la misma, con toda la información recogida durante su aplicación.

5.2.2 Recomendaciones

1.Se recomienda a las autoridades de la UPS realizar un análisis de otros factores involucrados en la pedida y deserción estudiantil a fin de tener una visión mucho más amplia del problema. En cuanto a los problemas que tiene el profesorado, se recomienda actualizarlos y capacitarlos tanto en la parte científica como pedagógica ya que son fundamentales para poder entender, aplicar y retroalimentar la presente propuesta.

2.El aprendizaje y la enseñanza de la matemática dentro de la teoría crítica deben responder a intereses ideológicos, económicos, políticos y culturales que deben ser dados a conocer; sin embargo, institucionalmente no se tiene una posición clara al respecto por lo que, si bien es cierto lo hemos mencionado en este trabajo, no se ha podido concretar dicho aspecto, por lo que se recomienda a las autoridades de la UPS una reestructuración del currículo de las carreras de ingeniería.

3.Se recomienda al ICFM considerar este enfoque para elaborar actividades de aprendizaje y futuros replanteamientos de la forma de enseñanza del cálculo integral, y cálculo vectorial para las carreras de ingeniería.

4.Es necesario advertir que todas las acciones que se puedan tomar dentro de la enseñanza del cálculo diferencial a fin de conseguir las competencias mencionadas, podrán tener eco únicamente si se las practica a nivel Institucional. Es recomendable que los directores de carrera, mediante resolución, adopten la propuesta en todas las asignaturas de matemáticas de manera que se trabajen las competencias genéricas y específicas de forma continua y así todos apunten hacia un objetivo común. A pesar que para asegurar la calidad académica de la propuesta se tomó como referencia las ideas del marco común europeo de educación superior EEES, es sumamente importante que se emprendan medidas urgentes para reformular los planes curriculares de las carreras, en donde se muestren con claridad los perfiles profesionales que se quieren obtener, de manera que las competencias genéricas y especificas respondan de manera directa al contexto y realidad del Ecuador.

5.La mayor parte de las actividades de aprendizaje que están en la guía fueron obtenidas de la experiencia de enseñanza de la matemática del autor, es necesario ampliar el campo de visión y enriquecer la propuesta con los aportes de otros docentes de matemáticas y de materias de profesionalización ligadas a las matemáticas. Además se debe caminar hacia una docencia que integre la investigación de problemas del entorno y la vinculación con la sociedad, a fin de tener más alternativas de actividades de interés para el estudiante. El éxito del análisis didáctico de contenido propuesto para el diseño y selección de las actividades de aprendizaje está sujeto a la preparación científica y a la experiencia docente, sobre todo para poder identificar describir y caracterizar fenómenos naturales o sociales asociados a los conceptos de la materia, es importante que el docente o grupo de docentes que preparan y seleccionan dichas actividades cuenten con la experiencia y el conocimiento suficiente, que permitan contar con guías de aprendizaje que aseguren una inserción progresiva del estudiante dentro del mundo de la ingeniería, logrando así una optimización del esfuerzo realizado por el estudiante para alcanzar algo útil y con excelencia académica.

6.Se recomienda a las autoridades del ICFM, aplicar la propuesta en un grupo de control para observar y registrar los resultados, que permitan retroalimentar el trabajo. Luego será necesario planificar la capacitación docente en la parte científica, pedagógica y además en base a las observaciones y recomendaciones surgidas de la aplicación piloto.

Bibliografía

Barkley, Elizabeth F. *Técnicas de aprendizaje colaborativo: manual para el profesorado universitario*. Ediciones Morata, 2007.

Barragán, Javier. *Tutoria Virtual*. 11 de 4 de 2011. 15 de 09 de 2013. <http://uhu.es/antonio.barragan/content/211-motivacion>.

Bravo et al., Jack. *Estudio Diagnóstico del Nivel de Conocimientos en Física y Matemáticas de los Estudiantes que Ingresan a las Carreras de Ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana Sedes Quito y Cuenca, periodo de estudio 2009-2010"*. Final. Cuenca-Ecuador, 2011.

Castillo, Sandra. «Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.» *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* 11.2 (2008): 171-194.

Chávez, Mónica y Gaudencio Zurita. «ESTUDIO ESTADÍSTICO ACERCA DE LA DESERCIÓN ESTUDIANTIL DE LA ESPOL: EL CASO DE LAS FACULTADES DE INGENIERÍAS.» (2005): 14.

Consejo de Educación Superior CES. «CES.» s.f. 23 de Noviembre de 2013. <http://www.ces.gob.ec/descargas/ley-organica-de-educacion-superior>.

Díaz, Christian J. «Factores de Deserción Estudiantil en Ingeniería: Una Aplicación de Modelos de Duración.» *Información tecnológica* 20.5 (2009): 129-145.

EEES Espacio Europeo de Educación Superior. 12 de 10 de 2013. <http://www.eees.es/es/eees>.

Ellerani, Piergiuseppe. «Introducción al Constructivismo.» (2003): 4.

Ellerani, Piergiuseppe y Daniela Pavan. «Aprendizaje Cooperativo una Propuesta para la Orientación Formativa.» 2003.

Ferrando, M, y otros. «Inteligencia y creatividad.» *Revista electrónica de investigación psicoeducativa* 7.3 (2005): 21-50.

Gacel-Ávila, Jocelyne. «Impacto del proceso de Bolonia en la educación superior de América Latina.» *La internacionalización de la universidad en la sociedad red* 8.2 (2011).

García, M. Elena Cano. «La evaluación por competencias en la educación superior.» *Profesorado. Revista de curriculum y formación de profesorado* 12.3 (2008): 1-16.

Gerrero, Oscar. «Educación Matemática Crítica.» *Evaluación e Investigación* 3.Núm. 1 (2008): 78.

—. «Teoria Crítica y Educación Matemática.» *Evaluación e Investigación* 2.Núm. 1 (2007): 41.

Gómez, Pedro. «Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas.» *Revista EMA* 7.3 (2002): 251-292.

González-Tejero, José Manuel Serrano y Rosa María Pons Parra. «El Constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación Constructivism Today: Constructivist Approaches in Education.» *Revista electrónica de investigación educativa* 13.1 (2011): 2.

Hibbeler, Russell C. *Mecánica vectorial para ingenieros: dinámica*. Pearson Educación, 2005.

Kennedy, DECLAN. «Redactar y utilizar resultados de aprendizaje. Un manual práctico.» *Publicado por University College Cork, Irlanda: Quality Promotion Unit* (2007).

Liñán Blanco, Laura. «LA MOTIVACIÓN EN EL AULA.» *REVISTA DIGITAL TRANSVERSALIDAD EDUCATIVA* (2009): 76.

Merino, José Ignacio. «Teorías Psicopedagógicas y Enfoques Metodológicos de la Enseñanza.» 2010.

Mon, Francesc Esteve. «Análisis del Estado de la Creatividad de los Estudiantes Universitarios.» *Comunica{\c{c}}{\~a}o apresentada no Congresso Internacional "L'estudiant, eix del canvi a la universitat"(UNIVEST 08)*. 2008.

Pérez. «EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA.» *Revista Pedagogía Universitaria* 5.2 (2000).

Pérez, Alina Marría Segredo y Daniel Reyes Miranda. «Diseño curricular por competencias.» *Correo Científico Médico de Holguín* 8.3 (2004): 3.

Pinto, Sosa Jesús Enrique y Astudillo María Teresa González. «El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas:?` una cuestión ignorada?» *Educación matemática* 20.3 (2008): 83-100.

Purcell, Edwin Joseph, Steven E Rigdon y Dale E Varberg. *Cálculo*. Pearson Educación, 2007.

Rico, Luis. «Los organizadores del currículo de matemáticas.» (1997).

Sanz de Acedo, Maria Luisa. *Competencias cognitivas en educación superior*. Ed. NARCEA S.A. EDICIONES. NARCEA S.A. EDICIONES, 2010.

Secretaría Nacional del Senescyt. «Ecuador Ama la vida.» 12 de 03 de 2013. <http://www.snna.gob.ec/wp-content/themes/institucion/normativa_menu.php>.

Segredo, Alina María y D Reyes. «Diseño curricular por competencias.» (2006).

Serway, Raymond A y John W Jewett. *FÍSICA PARA CIENCIAS E INGENIERÍAS VOLUMEN II*. Vol. 2. Cengage Learning Editores, 2008.

Silva, Edgar Emiro. «Estrategias constructivistas en el aprendizaje significativo: su relación con la creatividad.» *Revista Venezolana de Ciencias Sociales* 9.001 (2005).

Skovsmose, Ole. *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. una empresa docente, 1999.

STEWART, JAMES. *Cálculo de una variable, Trascendentes tempranas.* CENGAGE Learning Editores S.A, 2008.

—. *Cálculo de varias variables, trascendentes temparanas.* sexta edición. CENGAGE Learning Editores S.A, 2008.

Thomas, George B, y otros. *Cálculo: una variable*. Vol. 1. Pearson Educación, 2005.

Universiad de Valladolid. «Libro Blanco.» *Grado en Ingeniería Mecánica*. Valladolid, 29 de 10 de 2007. 263. 23 de 09 de 2013.

Waldegg, Guillermina. «Principios constructivistas para la educación matemática.» *Revista EMA* 4.1 (1998): 15-31.

Zill, Dennis G y Michael Cullen. *ECUACIONES DIFERENCIALES 7/E CON PROBLEMAS CON VALORES FRONT*. Cengage Learning Editores, 2009.

Ecuador*. Ley Orgánica de Educación Superior,* Registro Oficial,12 de Octubre del 2010,núm. 298, pp. 1-39

APÉNDICE A

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS A DOCENTES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS PARA ASPIRANTES A DOCENTE DE LAS CARRERAS DE INGENIERÍAS DE LA UPS

NOMBRE:			
CORREO ELECTRÓNICO		CÉDULA:	
CELULAR		FECHA	

Componente algorítmico. Límites (8 minutos)

1. Calcule rápidamente, los siguientes límites

a) $\lim_{x\to\infty}\sqrt{\frac{x^4-4}{4x^4-5x^3+2}}$

b) $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}} e^{-sec\theta}$

c) $\lim_{z\to-\infty}\arctan(z)$

d) $\lim_{t\to-2}\frac{sen(t+2)}{t+2}$

e) $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^{2-}y^2}{x^2+y^2}$

f) $\lim_{t\to\infty}\langle\arctan(t)\,, e^{-2t}, \frac{\ln(t)}{t}\rangle$

Componente algorítmico. Derivación (12minutos)

2. Realice lo que se pide

a) $D_x\left(\frac{x}{(x^2+a)^{1/2}}\right)$

b) $\frac{d}{d\theta}(k\ sen(\ln(\cot(\theta))))$

c) $\frac{dx}{dy}$ Para $x^2+y^2=xy$

d) Encuentre el valor de la derivada de la función indicada en el punto *x=1*

$$y = \frac{(x^2+3)^{3/2}\sqrt{x}}{(x^3-2)e^{(x-1)}}$$

e) $\frac{\partial}{\partial y}(xysin^{-1}(yz))$

f) $f_x\,(3,4)\;\; sabiendo\; que \;\; f(x,y) = \ln(x+\sqrt{x^2+y^2})$

Componente algorítmico. Integración (9minutos)

3. Evalúe las integrales

a. $\int e^{\frac{k\theta}{r}} d\theta$

b. $\int_0^{\pi/4} cos^2(2x)dx$

c. $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

d. $\int_{-2}^{1} \frac{1}{z} dz$

e. $\int_e^{e^2} lny\; dy$

Componente algorítmica Ecuaciones Diferenciales (12minutos)

a. Resuelva $\quad y\acute{} + \frac{2}{x}y = x^{-3}$

b. Resuelva $\quad y\acute{}\acute{} - 2y\acute{} + 5y = 0$

c. Transforme la EDO usando Laplace $\quad y\acute{}\acute{} - 4y\acute{} + y = 2sen(3t) - e^{-2t}$(no la resuelva, solo transfórmela)

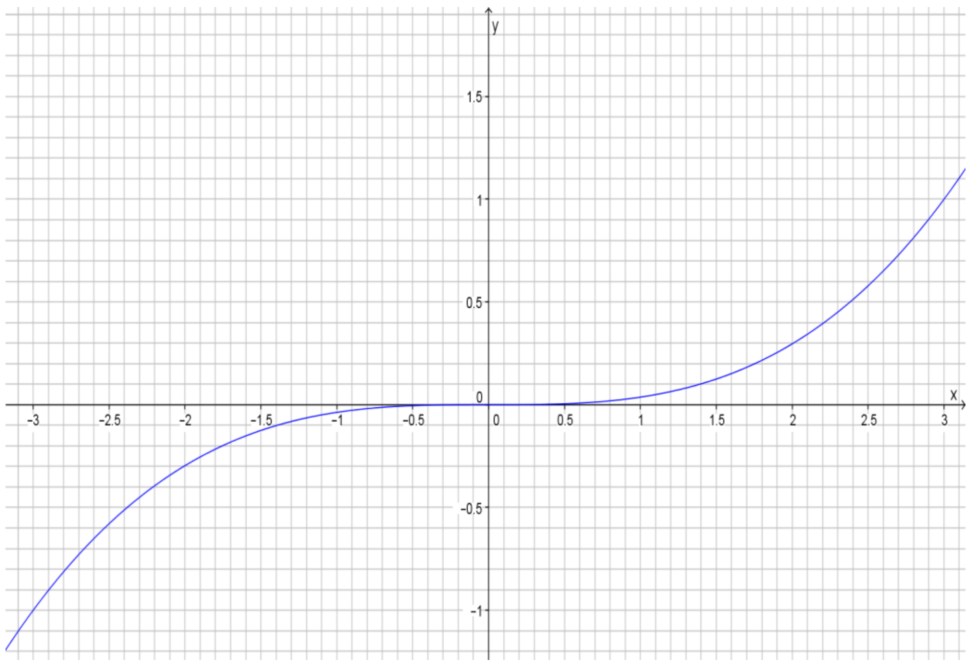
Aplicación directa de concepto (10minutos)

4. En la siguiente gráfica estime:

a) La tasa de cambio promedio cuando x se incrementa de menos dos a uno.

b) La tasa de cambio instantánea en el punto *x=2*

c) El área bajo la curva entre dos y tres.



5. Dada la siguiente función (modelo logístico de crecimiento) que expresa el crecimiento de una población *N* en función del tiempo *t*, Donde *No* es la población inicial. (5minutos)

$$N(t) = \frac{N_0 K e^{rt}}{K + N_0(e^{rt} - 1)}$$

a) Encuentre si la población tiende a algún valor a largo plazo
b) Cuál es la población máxima que se alcanza

6. Identifique la trayectoria encontrando una ecuación cartesiana. (5minutos)

$$x = sec^2(t) - 1, \;\; y = \tan(t), \qquad -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

a. Encuentre la ecuación de la recta tangente para $t = \frac{\pi}{4}$
b. Cuál es el signo de la concavidad de la curva en ese punto.
c. Diga si las ecuaciones paramétricas mostradas son equivalentes a la función vectorial dada a continuación.

$$r(t) = (sec^2(t) - 1)i + \tan(t)j$$

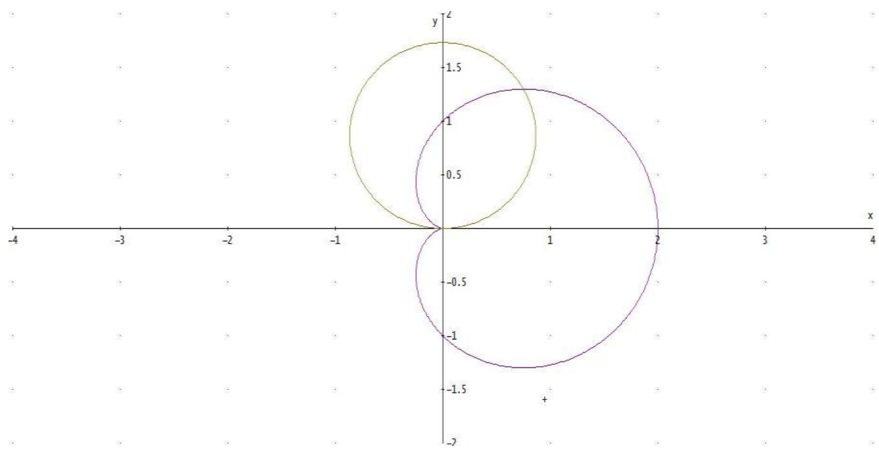
7. Encuentre la ecuación paramétrica de la curva que se origina entre el corte del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ y el paraboloide elíptico $z = x^2 + 2y^2$. (5minuto)

8. Calcule los puntos críticos de la función $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2-4y)}$ (5minuto)

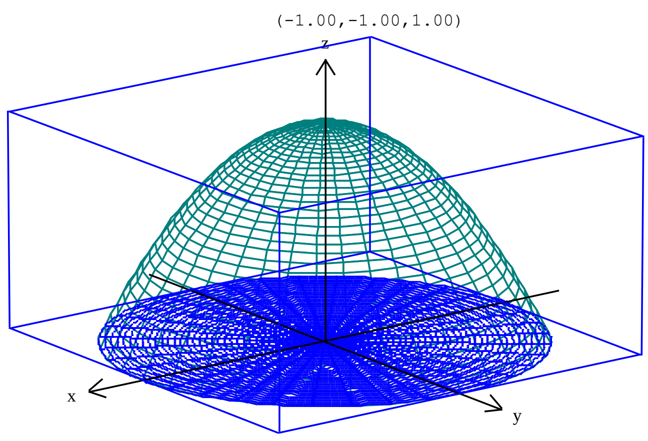
9. Usando cortes transversales Plantee la integral para hallar el volumen de una pirámide de base cuadrada cuya base mide 8m y la altura 4m. (5minutos)

10. Plantee la integral para encontrar el volumen del solidos de revolución que se produce al girar en la región entre $y = senx,\ y = \cos x\ y\ y = 0\ \ 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ alrededor del eje y=1 (5minutos)

11. Plantee la o las integrales para encontrar el área entre las curvas polares $r = \sqrt{3}sin\theta,\ r = 1 + cos\theta.$ (5minutos)



12. Plantee la integral para hallar el volumen debajo de la superficie $z = 1 - x^2 - y^2$ y arriba de la región R en el plano xy



. (5minutos)

13. Plantee la integral para calcular el volumen del sólido por arriba del rectángulo polar $R = \left\{(r,\theta): 1 \le r \le 3,\ 0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}\right\}$ y bajo la superficie $z = e^{x^2+y^2}$ (5minuto)

14. Grafique la región para la cual se han planteado las siguientes integrales

$$A = \int_{x=0}^{x=2} \int_{y=0}^{y=\sqrt{x}} dydx + \int_{x=2}^{x=4} \int_{y=x-2}^{y=\sqrt{x}} dydx$$

Plantee la integral o integrales simples que calculen la misma región. (5minutos)

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

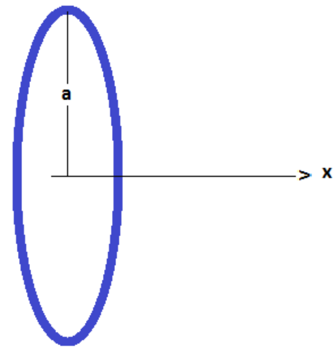
PRUEBA DE CONOCIMIENTOS PARA ASPIRANTES A DOCENTE DE LAS CARRERAS DE INGENIERÍAS DE LA UPS

NOMBRE:			
CORREO ELECTRÓNICO		CÉDULA:	
CELULAR		FECHA	

Componente de aplicación y/o razonamiento (se puede utilizar software o calculadora CAS)

15. Se quiere construir un depósito en forma de cilindro circular recto que almacenará 500 cc de un líquido, la altura del envase es de 10 cm. Se desea saber cuál es el margen de tolerancia que debe tener el diámetro del envase a fin de tener un error en el volumen de más menos 2cc. Utilice tres dígitos decimales. (6minutos)

16. El campo eléctrico que produce un anillo de radio “a” cargado uniformemente por una carga Q está dado por la expresión. (10minutos)



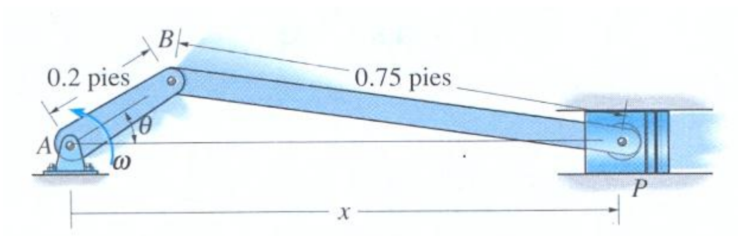
$$E = \frac{k_c\, x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\, Q$$

Donde

- $k_c = cosntante\ de\ Coulomb = 8.99 \text{ x } 10^9 \frac{N\, m^2}{C^2}$
- $a = radio\ del\ anillo\ en\ metros\ m$
- $Q = carga\ uniforme\ del\ anillo\ en\ Coulombs\ C$

a) Cuáles son las unidades del campo eléctrico?
b) Cuál es el valor del campo eléctrico en x=0
c) Cuál es el valor del campo eléctrico para Q=75 µC a=10cm en x=10cm
d) Encuentre el valor de x para el cual el campo eléctrico es máximo.
e) Graficar el campo eléctrico en función de la distancia y verifique el valor máximo

17. El mecanismo de pistón y cigüeñal de un vehículo se modela como se observa en la figura (12min)



El cigüeñal está girando con velocidad angular constante de $\dot{\theta}$=150 rad/s. determinar la

a) Ecuación de velocidad del pistón
b) Velocidad del pistón P en el instante $\theta=30^0$
c) Posición del pistón en $\theta=45^0$
d) Trace la gráfica de la velocidad del pistón
e) Haga una descripción del comportamiento de la gráfica de velocidad

f) En qué posición del pistón la velocidad es cero, en qué posición del pistón la velocidad es máxima y/o mínima.

18. La ley de enfriamiento de Newton establece que el cambio de temperatura de un cuerpo es proporcional a la diferencia entre las temperaturas del cuerpo y del medio ambiente. Exprese matemáticamente dicha ley y úsela para resolver lo siguiente: Una barra de metal cuya temperatura inicial era de 20ºC se deja caer en un gran tanque de agua hirviendo. Cuanto tiempo tardará la barra en alcanzar los 75ºC si se sabe que su temperatura aumento 2 grados en un segundo. (12 minutos)

a. Escriba la ecuación diferencial e indique el significado de cada uno de los términos.
b. Escriba las condiciones del problema.
c. Indique cual es la solución general al problema.
d. Indique cuál es la solución particular del problema.
e. Demuestre analíticamente que la temperatura del cuerpo se estabilizara, como es lógico, a la temperatura del medio
f. Grafique la solución particular e indique en el gráfico que se cumplen las condiciones del literal b y el literal e.

19. Calcule la potencia de la bomba que se requiere para extraer el agua cuya densidad es de 1000Kg/m^3, de un tanque en 20 minutos. El tanque tiene forma de un paraboloide de radio y altura igual a 4m y se requiere sacar el agua 2 metros por encima de la parte superior del tanque. .Genere la forma del recipiente (superficie de revolución)aplicando software winplot(10min)

20. Para la función $f(x,y) = 1 + 2x\sqrt{y}$ y el punto $P(3,4)$ y el vector $v = \langle 4, -3\rangle$calcule: (10minutos)

a. La derivada direccional en el punto y en la dirección de v
b. El gradiente de la función en el punto dado.
c. Dibuje la curva de nivel correspondiente al punto dado y sobre ella grafique el vector v y el gradiente.
d. Señale en la gráfica la dirección de la máxima tasa de cambio de la función fy calcule su magnitud.

21. Cuáles son las dimensiones de la caja rectangular sin tapa que tiene volumen máximo sabiendo que el área superficial es 48 unidades cuadradas.(10min)

a) Utilice el criterio de segundas derivadas parciales
b) Utilice el método de Lagrange.
c)

Uso exclusivo de software en los cálculos

22. Exprese $f(t) = (t-1)u(t-1) - (t-1)u(t-2) + (3-t)u(t-2) - (3-t)u(t-3) + u(t-4) - u(t-5)$ como una función definida por partes y grafíquela utilizando software. (5minutos)

23. Analice las asíntotas de la siguiente función. Aunque la gráfica puede orientar sus suposiciones debe justificarlo mediante los cálculos en derive. (10minutos)

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3}{7x + 4}$$

24. Dada la siguiente función, analice, dominio, cortes con los ejes, máximos y mínimos y puntos de inflexión. Aunque la gráfica puede orientar sus suposiciones debe justificarlo mediante los cálculos en derive. (10minutos)

$$f(x) = x(1-x)^{5/2} + 1$$

25. Trace 10 curvas de nivel usando derive, de la función $f(x, y) = \frac{9x^2 - 4y^2}{9}$ (5minutos)

APÉNDICE B

PLAN ANALÍTICO PROPUESTO

1. Datos Informativos

CARRERA:	**INGENIERÍA MECÁNICA**
NOMBRE DE LA ASIGNATURA:	**CÁLCULO DIFERENCIAL**
CÓDIGO DE LA ASIGNATURA:	**5756**
NOMBRE DEL DOCENTE:	**ING. JULIO LOJA**
MODALIDAD:	**PRESENCIAL**
NÚMERO DE CRÉDITOS:	**SEIS**
NIVEL:	**PRIMERO**
HORAS PRESENCIALES:	96
HORAS DE ESTUDIO AUTÓNOMO:	96

2. Descripción de la asignatura o módulo

El presente curso divide el Cálculo Diferencial en cuatro áreas de aplicación que son Análisis de funciones, Modelación matemática, Cálculo con aproximaciones y Optimización. Mostrando para ello los prerrequisitos y conceptos básicos necesarios para su comprensión. Realizando actividades que permitan profundizar los conceptos en una forma secuencial y progresiva, desarrollar la capacidad procedimental y la aplicación a problemas vinculados con ingeniería.

3. Logros de aprendizaje

LA1. Recuperar y Aplicar conceptos básicos del precálculo en el momento que sean necesarios, identificando su pertinencia y necesidad de acuerdo al contexto y la aplicación correspondiente.

LA2. Explicar los conceptos relacionados a límites y derivadas de una manera intuitiva y no formal, exponiendo casos concretos en donde se evidencien la pertinencia del concepto, relacionándolo a su área de aplicación.

LA3. Aplicar los conceptos de límite y derivada de una función real de una variable, para el análisis de funciones de importancia dentro de la ingeniería. Desarrollando la capacidad de interpretar los resultados.

LA4. Utilizar algunas interpretaciones físicas de la derivada para establecer modelos matemáticos sencillos relacionados a problemas de ingeniería. Estableciendo sin dificultad relaciones existentes entre lenguaje natural y matemático.

LA5. Realizar cálculos aproximados, que involucren conceptos de derivadas, estimando errores y evaluando críticamente sus planteamientos y procedimientos.

LA6. Utilizar el concepto de derivada para optimizar problemas relacionados con ingeniería.

4. CONTENIDOS COGNITIVOS

UNIDAD 1: INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO

1.1 Conceptos básicos de la geometría analítica: distancia entre dos puntos, razón, pendiente y ángulo entre dos rectas.
1.2 Ecuación de la recta: formas ordinarias y general de la recta, condiciones de paralelismo y perpendicularidad.
1.3 Ecuaciones de las Cónicas. Formas ordinarias y generales
1.4 Intervalos y Regiones: Inecuaciones con una y dos variables.

1.5 Funciones: Definición, dominio y rango, gráficas, simetría de funciones.

1.6 Funciones básicas: polinómica, racional, exponencial, seno, coseno y tangente
1.7 Operaciones y combinaciones con funciones: suma, resta, producto y cociente, composición de funciones, Traslaciones en los ejes, Reflexiones en los ejes, cambio de escala.
1.8 Funciones especiales: Función valor absoluto, signo, escalón (Heaviside), función definida por partes.

1.9 Función inversa: definición, dominio y rango, función logaritmo, arcoseno, arcocoseno y arcotangente.

UNIDAD 2: CONTEXTUALIZACIÓN DE LOS CONCEPTOS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL.

2.1 Breve historia del cálculo y Conceptos básicos de la física y unidades del sistema internacional e inglés.
2.2 Introducción a las aplicaciones del cálculo: Análisis de funciones, Modelos matemáticos, El cálculo con aproximaciones, Optimización.
2.3 Manejo básico de software Winplot , Geogebra. y Matlab.
2.4 Definiciones de límite de una función: límites unilaterales, existencia del límite y Definición de derivada. Recta tangente y recta normal.

UNIDAD 3: ANÁLISIS DE FUNCIONES

Conceptos:
3.1 Asíntotas y continuidad de una función: Limites infinitos, al infinito, término dominante de una función.
3.2 Función creciente y decreciente: la derivada como la pendiente de una recta tangente.

3.3 Puntos Críticos y Estacionarios: Máximos y mínimos locales y absolutos, concavidad y puntos de inflexión.

Procedimientos de cálculo algorítmico.

3.4 Formas indeterminadas, Limite fundamental algebraico y trigonométrico, cálculo de límites por métodos algebraicos.

3.5 Reglas de derivación: Derivadas de funciones algebraicas, logarítmica natural, exponencial natural, trigonométricas. Regla de la cadena.

3.6 Formas indeterminadas 0/0 ∞/∞ con la Regla de L` Hospital.

3.7 Curvatura de una función.

3.8 Análisis de funciones en ingeniería.

UNIDAD 4: MODELACIÓN MATEMÁTICA

Conceptos:

4.1 Funciones como modelos matemáticos.

4.2 La derivada como razón de cambio instantánea.

4.3 Tasas de cambio relacionadas y variación con respecto al tiempo.

4.4 Análisis de nomenclaturas utilizadas para la derivada de una expresión y una función. Notación de Newton, Leibniz, Operador diferencial.

Procedimientos de cálculo algorítmico.

4.5 Otras Formas indeterminadas con la Regla de L` Hopital.

4.6 Derivada de funciones exponenciales de cualquier base, funciones inversas trigonométricas

4.7 Derivación implícita y logarítmica

4.8 Modelado de problemas de ingeniería

UNIDAD 5: CÁLCULO CON APROXIMACIONES

5.1 Incrementos y Diferenciales: Diferencial de una función.

5.2 Aproximaciones lineales y cálculo de errores.

5.3 El método de Newton.

5.4 Otras aproximaciones en ingeniería. Aproximación de funciones

5.5 Aplicaciones en ingeniería

UNIDAD 6: OPTIMIZACIÓN

6.2 Concepto de optimización.

6.1 Teorema de Rolle y Teorema del Valor Medio.

6.2 Optimización de funciones y modelos de una variable

6.3 Optimización de funciones de dos variables.

5. COMPETENCIAS TRANSVERSALES GENÉRICAS Y ESPECÍFICAS DE LAS MATEMÁTICAS.

COMPETENCIAS GENÉRICAS	EVIDENCIAS DE LA COMPETENCIA
CG1. Expresarse de forma oral ante sus compañeros y de forma escrita para la elaboración de trabajos escritos.	**Expresión oral.** • Seguir un orden correcto, • Expresarse de forma clara y precisa, ajustarse al tiempo establecido, • Mantener un volumen adecuado para ser escuchado por toda la audiencia. • Permanecer derecho, relajado y seguro, y estableciendo contacto visual con la audiencia. • Usar eficazmente las herramientas tecnológicas adecuadas, y • Responder a las preguntas que le formulen. **Expresión escrita** • Elaborar informes siguiendo las normas establecidas para su presentación. • Estructurar correctamente el trabajo, • Utilizar una ortografía y sintaxis correctas. • Usar terminología y notaciones adecuadas. • Utilizar tablas y gráficos, en su caso, acompañados de una breve descripción aclaratoria. • Hacer las referencias necesarias.
CG2. Aprender a trabajar de forma autónoma	• Organización personal y grupal de las tareas. • Adquirir hábitos y métodos de estudio • Contar con un instrumento para la planificación y organización de su tiempo para trabajo autónomo. • Autoevaluar su desempeño con reflexión crítica, detectando sus deficiencias y superarlas Utilizando metodologías de autoaprendizaje. • Amplía sus conocimientos por medio de una búsqueda bibliográfica seleccionando el material relevante mediante una lectura comprensiva y critica del mismo. • Analizar y sintetizar textos o conjuntos de datos
CG3. Resolver problemas de una forma lógica y crítica y extraer las conclusiones de acuerdo a la teoría.	• Identificar el problema organizando los datos pertinentes, • Delimitar el problema y formularlo de manera clara y precisa, • Plantear de forma clara las distintas alternativas y justificar la selección del proceso seguido para obtener la solución, • Ser crítico con las soluciones obtenidas y extraer las conclusiones pertinentes acordes con la teoría
CG4. Aplicar el conocimiento en ejercicios prácticos sencillos y en asignaturas relacionadas.	• Reconociendo los campos de aplicación de cada una de ellas y aprovechando toda la potencialidad que ofrecen. • Analizar las limitaciones y los alcances de las técnicas y herramientas a utilizar.

CG5. Trabajar en equipo de forma ordenada y eficaz	• Los integrantes del grupo actúan para alcanzar sus objetivos, respetando los compromisos (tareas y plazos) contraídos. • Los integrantes del grupo comprenden la dinámica del debate y efectúan intervenciones claras, tomando decisiones que integren las distintas opiniones y puntos de vista para alcanzar consensos. • El grupo demuestra compromiso por alcanzar los objetivos aun fuera de sus horas de clase (trabajo grupal autónomo).
CG6. Motivarse por el logro y mejora continua	• El estudiante o el grupo colaborativo, se motiva por el logro de las metas propuestas, buscando la excelencia y la realización de trabajos de calidad. • Utilizando y aprovechando plenamente su capacidad.
CG7. Actuar éticamente y con compromiso social	• Desarrollar una educación en valores, incidiendo en la igualdad entre sexos, y en el respeto a las diferentes culturas, razas, ideologías y lenguas que les permitan identificar las connotaciones éticas en sus decisiones. • Utilizando de forma equilibrada y compatible la tecnología, la economía y la sostenibilidad en el contexto local y global.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS	EVIDENCIAS DE LA COMPETENCIA
CE1. Maneja los conceptos básicos sobre los que se fundamenta la asignatura.	• Desarrolla las actividades que indican manejo conceptual. • Supera el test de conceptos
CE2. Resolver problemas de aplicación geométrica como refuerzo para afianzar los conceptos.	• Desarrollar las actividades propuestas referentes a problemas geométricos. • Supera el test problemas geométricos.
CE3. Utilizar conceptos de la asignatura y otros conceptos de la física básica, para la resolución de problemas propios de la ingeniería.	• Leer y comprende información referente a conceptos físicos básicos. • Desarrollar los problemas de aplicaciones en ingeniería. • Expone oralmente como resolvió los problemas. • Presenta informe sobre la resolución de problemas en ingeniería, incluyendo, reflexiones, sugerencias y críticas de sus compañeros. • Supera examen final de la asignatura.
CE4. Utilizar paquetes informáticos con aplicación en matemáticas y /o ingeniería, como herramientas de apoyo a la elaboración de gráficos, comprensión de conceptos y cálculos complejos	• Muestra destreza en el uso básico del paquete informático. • Sabe decidir cuál es el mejor paquete para determinada actividad entre otros de condiciones semejantes.

6. PLANIFICACIÓN.

SIGLA	DESCRIPCIÓN
U	UNIDAD
R	RECURSOS
IA	INSTANCIAS DE APRENDIZAJE
NP	NÚMERO DE SESIONES (1 SESIÓN=2HORAS)
S	SABER
SH	SABER HACER
SS	SABER SER
CG	COMPETENCIAS GENÉRICAS
CE	COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
AV	AUDIOVISUALES
BR	BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA
PYM	PIZARRA Y MARCADORES
GA	GUÍA DE APRENDIZAJE
SAC-CAS	SISTEMA ALGEBRAICO COMPUTARIZADO
D	DOCENTE
TA	TRABAJO AUTÓNOMO
AC	APRENDIZAJE COLABORATIVO
AVAC	AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE

	LOGROS DE APRENDIZAJE	SABERES		F	IA	R	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	EVALUACIÓN DE LOS LOGROS	CG	CE
UNIDAD 1	Recuperar y Aplicar conceptos básicos del precálculo en el momento que sean necesarios, identificando su pertinencia y necesidad de acuerdo al contexto y la aplicación correspondiente.	S	Conceptos básicos de la geometría analítica plana, inecuaciones y ecuaciones de la recta y las cónicas. Intervalos, Regiones e inecuaciones. Funciones en ingeniería tipos y operaciones y función inversa.		D, AC TA, AV AC D	AV, PYM,SAC GA AV, PYM,SAC	Presentación y discusión sobre actividades y conceptos previos de la guía 1. Lectura previa del marco teórico de la guía 1. Organizar los grupos de trabajo. Asignar las actividades de aprendizaje. Asignar las funciones de cada participante Elaborar una presentación del trabajo. Presentación de los trabajos en sesión plenaria Evaluación (lección) Retroalimentación y conclusiones	Observación Lección objetiva escrita.	CG 7 CG2	CE 1
		SH	Identificar ecuaciones de recta, parábola, circunferencia, elipse e hipérbola. Calcular dominios de funciones. Usar un CAS para graficar		A C	GA, BR	Resolver las actividades propuesta de la Guía 1 en grupos de trabajo colaborativo.	Rúbrica para el trabajo colaborativo Prueba 0 de conocimientos previos o precálculo.	CG 3,CG4, CG5 CG7	CE 1

			ecuaciones de cónicas y funciones de una y dos variables.							
UNIDAD 2	Explicar los conceptos relacionados a límites y derivadas, exponiendo casos concretos en donde se evidencien la pertinencia de los mismos y relacionando cada concepto a su área de aplicación.	S	Breve historia del cálculo. Conceptos intuitivos generales de límites, derivadas		D, AC TA, AV AC D	AV, PYM,SAC GA AV, PYM,SAC	Presentación y discusión sobre actividades y conceptos previos de la guía 2. Lectura previa del marco teórico de la guía 2. Organizar los grupos de trabajo. Asignar las actividades de aprendizaje. Asignar las funciones de cada participante Elaborar una presentación del trabajo. Presentación de los trabajos en sesión plenaria Evaluación (lección) Retroalimentación y conclusiones	Observación Lección objetiva escrita.	CG 7 CG2	
		SH	Identificar el concepto y el campo de aplicación del mismo.		A C	GA, BR	Resolver las actividades propuestas de la Guía 2 en grupos de trabajo colaborativo.	Mapa conceptual y explicarlo en breves líneas.	CG 2,C G6	CE 1

UNIDAD 3	Aplicar los conceptos de límite y derivada de una función real de una variable, para el análisis de funciones de importancia dentro de la ingeniería. Desarrollando la capacidad de interpretar los resultados.	S	Conceptos de límite, formas indeterminadas, existencia del límite, limites infinitos, límites al infinito, condiciones de continuidad y tipos de discontinuidades, derivada como pendiente de la recta tangente a la curva, teorema de rolle y valor medio, puntos críticos y estacionarios, concavidad. Interpretación geométrica		D, AC TA, AV AC D	AV, PYM,SAC GA AV, PYM,SAC	Presentación y discusión sobre actividades y conceptos previos de la guía 3. Lectura previa del marco teórico de la guía 3. Organizar los grupos de trabajo. Asignar las actividades de aprendizaje. Asignar las funciones de cada participante Elaborar una presentación del trabajo. Presentación de los trabajos en sesión plenaria Evaluación (lección) Retroalimentación y conclusiones	Observación Lección objetiva escrita.	CG 7 CG2	CE 2- CE3 - CE4
		SH	Calcular, límites, límites unilaterales, reglas y técnicas para calcular derivadas de orden n, cálculo de límites con la regla de L´Hopital. Procedimientos para análisis de continuidad, cálculo de asíntotas, cálculo de		A C TA TA	GA, BR	Resolver las actividades propuestas de la Guía 3 en grupos de trabajo colaborativo.	Rúbrica para el trabajo colaborativo Test 1 de "Análisis de Funciones" Exposición oral de problemas en ingeniería. Informe sobre problemas en ingeniería.	CG 3,CG4, CG5 CG7 CG1 CG1	

			puntos críticos, determinación de máximos, mínimos y puntos de inflexión Reconocer funciones o trazado de funciones							
UNIDAD 4	Utilizar algunas interpretaciones físicas de la derivada para establecer modelos matemáticos sencillos relacionados a problemas de ingeniería. Estableciendo sin dificultad relaciones existentes entre lenguaje natural y matemático.	S	Interpretación de la derivada como tasa de cambio promedio e instantánea, interpretación matemática, derivada implícita		D, AC TA, AV AC D	AV, PYM,SAC GA AV, PYM,SAC	Presentación y discusión sobre actividades y conceptos previos de la guía 4. Lectura previa del marco teórico de la guía 4. Organizar los grupos de trabajo. Asignar las actividades de aprendizaje. Asignar las funciones de cada participante Elaborar una presentación del trabajo. Presentación de los trabajos en sesión plenaria Evaluación (lección) Retroalimentación y conclusiones	Observación Lección objetiva escrita.	CG 7 CG2	CE 2- CE3 - CE4

		SH	Cálculo de derivadas implícitas, establecer relaciones entre magnitudes variables relacionadas.		AC TA TA	GA, BR	Resolver las actividades propuestas de la Guía 4 en grupos de trabajo colaborativo.	Rúbrica para el trabajo colaborativo Test 2 de "Modelación Matemática" Exposición oral de problemas en ingeniería. Informe sobre problemas en ingeniería.	CG 3,CG4, CG5 CG7 CG1 CG1	
UNIDAD 5	Realizar cálculos aproximados, que involucren conceptos de derivadas, estimando errores y evaluando críticamente sus planteamientos y propuestas.	S	diferenciales, interpretación geométrica de la derivada, método de newton, linealización		D, AC TA, AV AC D	AV, PYM,SAC GA AV, PYM,SAC	Presentación y discusión sobre actividades y conceptos previos de la guía 5. Lectura previa del marco teórico de la guía 5. Organizar los grupos de trabajo. Asignar las actividades de aprendizaje. Asignar las funciones de cada participante Elaborar una presentación del trabajo. Presentación de los trabajos en sesión plenaria Evaluación (lección) Retroalimentación y conclusiones	Observación Lección objetiva escrita.	CG 7 CG2	CE 2-CE3 - CE4

		SH	Aproximación lineal, usar el método de newton. Calcular raíces con el método de newton		AC TA TA	GA, BR	Resolver las actividades propuestas de la Guía 5 en grupos de trabajo colaborativo.	Rúbrica para el trabajo colaborativo Trabajo integrador "Cálculo y Aproximaciones" Exposición oral de trabajo integrador Informe del trabajo integrador	CG3,CG4, CG5 CG7 CG1 CG1	
UNIDAD 6	Utilizar el concepto de derivada para optimizar problemas relacionados con ingeniería.	S	conceptos básicos de la física, puntos críticos y puntos estacionarios, segunda derivada		D, AC TA, AV AC D	AV, PYM,SAC GA AV, PYM,SAC	Presentación y discusión sobre actividades y conceptos previos de la guía 6. Lectura previa del marco teórico de la guía 6. Organizar los grupos de trabajo. Asignar las actividades de aprendizaje. Asignar las funciones de cada participante Elaborar una presentación del trabajo. Presentación de los trabajos en sesión plenaria Evaluación (lección) Retroalimentación y conclusiones	Observación Lección objetiva escrita.	CG7 CG2	CE2-CE3-CE4

		SH	Obtener valor de la variable para la cual se optimiza la función en estudio.		AC TA TA	GA, BR	Resolver las actividades propuestas de la Guía 6 en grupos de trabajo colaborativo.	Rúbrica para el trabajo colaborativo Test 3 "Optimización" Exposición oral de problemas en ingeniería. Informe sobre problemas en ingeniería.	CG 3,CG4, CG5 CG7 CG1 CG1	

7.EVALUACIÓN

UNIDAD	ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN	CANTIDAD	PUNTAJE INDIVIDUAL	SUBTOTAL
1,2,3	Asistencia , participación en clase , lecciones	3	2	6
	Trabajo colaborativo (AE-CE)	3	2	6
	Pruebas escritas	2	5	10
	Trabajo autónomo (AE)	1	3	3
	Sustentación del trabajo Integrador	1	10	10
	Informe del trabajo integrador	1	5	5
	Exámenes	1	10	10
	PRIMER PARCIAL			**50**
4,5,6	Asistencia , participación en clase , lecciones	3	2	6
	Trabajo colaborativo (AE-CE)	3	2	6
	Pruebas escritas	2	5	10
	Trabajo autónomo (CE)	1	3	3
	Sustentación del trabajo Integrador	1	10	10
	Informe del trabajo integrador	1	5	5
	Exámenes	1	10	10
	SEGUNDO PARCIAL			**50**
	PUNTAJE TOTAL			**100**

UNIDAD	ACTIVIDADES DE TRABAJO AUTÓNOMO	HORAS DE TRABAJO AUTÓNOMO
1	Resolución de guías de aprendizaje	12
2	Resolución de guías de aprendizaje	8
3	Resolución de guías de aprendizaje	15
4	Resolución de guías de aprendizaje	15
5	Resolución de guías de aprendizaje	12
6	Resolución de guías de aprendizaje	8
	Desarrollo , preparación y elaboración del trabajo integrador	26
	HORAS TOTALES	96

8. Bibliografía Recomendada.

TEXTO GUÍA:

🕮 STEWART, JAMES. Cálculo de Una Variable – Trascendentes tempranas / Cengage Learning. México. 7ta. edición. 2013, 952 p.

🕮 ARTURO AGUILAR MÁRQUEZ; Trigonometría y Geometría analítica, 2010/. Pearson Educación 613p.

TEXTOS AUXILIARES:

🕮 THOMAS GEORGE B. Cálculo Una Variable, Editorial Prentice – Hall /Pearson Educación, 12va Edición 2010, 800 p.

🕮 Purcell. Edwin J.; CÁLCULO. Editorial Prentice - Hall.

🕮 PENNEY, DAVID E.; EDWARDS, C. H., Cálculo con geometría analítica/ Prentice Hall Hispanoamericana. México. 1994.

🕮 Leithold. Louis; EL CÁLCULO CON GEOMETRÍA ANALÍTICA. Editorial Harla.

ING. JULIO LOJA QUEZADA.

DOCENTE DE LA ASIGNATURA

APÉNDICE C

RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DEL GRUPO DE APRENDIZAJE COLABORATIVO.

TEMA		NOTA
GUÍA No.		
GRUPO No.		
INTEGRANTES		

Competencia	Criterios de evaluación	E (4)	MS (3)	AD (2)	I (1)	OBSERVACIONES
CG5	Consultan materiales, realizan preguntas, avanzan con su trabajo en proporción al tiempo.	4				
	Intervienen y refutan en el debate, toman decisiones tomando en cuenta diferentes opiniones, llegan a consensos.		3			
	Realizan consultas extra clase, asisten y preguntan en tutorías, realizan sesiones de trabajo extra clase		3			
CG6	El grupo muestra motivación por el logro, busca excelencia y calidad de su trabajo			2		
		Subtotales				Total
		4	6	2	0	12

APÉNDICE D

EJEMPLO DE PRUEBA OBJETIVA DE CONCEPTOS- ALGORITMOS-APLICACIONES GEOMÉTRICAS.

Evaluación

TEMA	ANÁLISIS DE FUNCIONES
NOMBRE	

CONCEPTUAL

5. A continuación se presentan algunos elementos del análisis de una función con los cuales deberá asociar uno de ellos a la tabla en donde se encuentra el concepto correspondiente:
(b) $f''(a) > 0$, (b) $f(x) = 0$, (c) $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$, (d) $f''(x) = 0$, (e) $f'(x) = 0$, (f) $\lim_{x\to\infty} f(x) = a$, (g)$\lim_{x\to a} f(x) = b$ (h) $y = f(0)$, (i) $f''(x) < 0$, (j) $\lim_{x\to\infty} f(x) = g(x)$, (k)$\lim_{x\to a^+} f(x) = b$

	Determinar el corte con el eje x
	Determina si hay asíntota vertical en x=a
	Determinar los puntos críticos de la función
	Determinar si un punto crítico que está en x=a, es mínimo
	Determinar un posible punto de inflexión.
	Determinar un término estable de una función.
	Determinar continuidad en x=a, Sabiendo que $f(a) = b$

6. Encontrar el valor de k para satisfacer los siguientes límites.
$k > 0$; $k < 0$; $k = 6$; $K > 3$;$0 \leq k \leq 3$; $k > 3$;$k = 3$

	• $\lim_{t\to\infty} \frac{1}{e^{kt}} = 0$
	• $\lim_{x\to\infty} \arctan(kx) = -\frac{\pi}{2}$
	• $\lim_{\theta\to k} \frac{\sin(2\theta-6)}{2(\theta-3)} = 1$
	• $\lim_{z\to\infty} \frac{2z^4+2z^2-1}{kz^4-5z^3+3} = \frac{2}{3}$
	• $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-4z^2+5}{3x^k-5z-10} = \frac{1}{2}$

ALGORÍTMICO

7. Derivar

a.	$f(x) = e^{-x}sen(3x)$	A	• $f'(x) = e^{-x}(\cos(3x) - sen(3x))$
		B	• $f'(x) = e^{-x}(3\cos(3x) - sen(3x))$
		C	• $f'(x) = e^{-x}(\cos(3x) + sen(3x))$
		D	• $f'(x) = -3e^{-x}\cos(3x)$

b.	$g(z) = \frac{\ln(z)}{3z}$	A	• $g'(z) = \frac{3-3\ln(z)}{9z^2}$
		B	• $g'(z) = \frac{\ln(z)-1}{3z^2}$
		C	• $g'(z) = \frac{1}{3z}$
		D	• $g'(z) = \frac{1-\ln(z)}{3z^2}$

APLICACIÓN

Diga si la función $y = e^{-0.1x} + 5$ tiene asíntota horizontal y cuál es?

e. No tiene asíntota horizontal
f. Si existe y es x=5
g. Si existe y es y=5
h. Si existe y es el eje x.

Existe asíntota en x=2 para la función $y = \frac{x-2}{x^2-4}$

e. Si existe y es la recta x=2
f. No existe asíntota en ese punto.
g. Si hay asíntota y es la recta y=2
h. Si existe y es la recta x=0

Encuentre los puntos críticos de la función $y = \frac{\ln(x)}{x}$

e. 0
f. e
g. $\pm e$
h. 1

Determine si el punto crítico x=3 de la función $y = x^2 - 6x + 5$

e. Máximo.

f. Mínimo
g. Punto de inflexión
h. Ninguno de los anteriores.

Determine el punto donde se da la máxima tasa de crecimiento de la función

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 - 3t + 4$$

e. No existe dicho punto
f. Se da en x=1
g. Se da en x=-1
h. Se da en x=3

ANEXO 1

COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ESPECÍFICAS SEGÚN ANECA.

Tomado del documento disponible en:

http://www.eii.uva.es/titulaciones/grados/planes/455.pdf

Competencias.

La Comisión de Elaboración de Planes de Estudio en el Ámbito de las Ingenierías Industriales teniendo en cuenta lo expuesto en el apartado anterior acuerda establecer las competencias profesionales que se muestran a continuación para la titulación del Grado en Ingeniería Mecánica. Estas competencias se desglosan en competencias genéricas (CG), comunes para todas las titulaciones de Grado que habilitan para el ejercicio de la profesión de Ingeniero Técnico Industrial, y de las competencias específicas (CE), entre las cuales, de acuerdo con la citada Orden Ministerial, unas son comunes a todas las titulaciones de Grado de éste ámbito (módulo básico y módulo común a la rama industrial), y otras son propias de cada tecnología específica.

a Competencias Genéricas

CG1.Capacidad de análisis y síntesis. Ser capaz de extraer los aspectos esenciales de un texto o conjunto de datos para obtener conclusiones pertinentes, de manera clara, concisa y sin contradicciones, que permiten llegar a conocer sus partes fundamentales y establecer generalizaciones. Ser capaz de relacionar conceptos y adquirir una visión integrada, evitando enfoques fragmentados.

CG2.Capacidad de organización y planificación del tiempo. Esta competencia implica la organización personal y grupal de las tareas a realizar, considerando el tiempo que se requiere para cada una de ellas y el orden en que deben ser realizadas, con el objetivo de alcanzar las metas propuestas. El estudiante adquirirá un hábito y método de estudio que le permita establecer un calendario en el que queden reflejados los tiempos asignados a cada tarea.

CG3.Capacidad de expresión oral. Requiere ser capaz de: 1) seguir un orden correcto, 2) expresarse de forma clara y precisa, 3) ajustarse al tiempo establecido, 4) mantener un volumen adecuado para ser escuchado por toda la audiencia, 5) permanecer derecho, relajado y seguro, y estableciendo contacto visual con la audiencia, 6) Usar eficazmente las herramientas tecnológicas adecuadas, y 7) responder a las preguntas que le formulen.

CG4.Capacidad de expresión escrita. Requiere ser capaz de: 1) elaborar informes siguiendo las normas establecidas para su presentación, 2) estructurar correctamente el trabajo, 3) utilizar una ortografía y sintaxis correctas, 4) usar terminología y notaciones adecuadas, 5) utilizar tablas y gráficos, en su caso, acompañados de una breve descripción aclaratoria, 6) hacer las referencias necesarias.

CG5.Capacidad para aprender y trabajar de forma autónoma. Ser capaz de desarrollar una estrategia personal de formación, de evaluar el propio aprendizaje y encontrar los recursos necesarios para mejorarlo. Ser capaz de detectar las deficiencias en el propio conocimiento, y superarlas mediante la reflexión crítica. Ser capaz de utilizar metodologías de autoaprendizaje eficiente para la actualización de nuevos conocimientos y avances científicos/tecnológicos. Ser capaz de hacer una búsqueda bibliográfica por medios diversos, de seleccionar el material relevante y de hacer una lectura comprensiva y crítica del mismo.

CG6.Capacidad de resolución de problemas. Ser capaz de: 1) identificar el problema organizando los datos pertinentes, 2) delimitar el problema y formularlo de manera clara y precisa, 3) plantear de forma clara las distintas alternativas y justificar la selección del proceso seguido para obtener la solución, 4) ser crítico con las soluciones obtenidas y extraer las conclusiones pertinentes acordes con la teoría

CG7.Capacidad de razonamiento crítico/análisis lógico. Esta competencia requiere ser capaz de analizar cada una de las situaciones planteadas, y tomar decisiones lógicas desde un punto de vista racional sobre las ventajas e inconvenientes de las distintas posibilidades de solución, de los distintos procedimientos para conseguirlas y de los resultados obtenidos.

CG8.Capacidad para aplicar los conocimientos a la práctica. Desarrollará la capacidad de analizar las limitaciones y los alcances de las técnicas y herramientas a utilizar, reconociendo los campos de aplicación de cada una de ellas y aprovechando toda la potencialidad que ofrecen, combinándolas y/o realizando modificaciones de modo que se optimice su aplicación.

CG9.Capacidad para trabajar en equipo de forma eficaz. Esta capacidad requiere: 1) Asumir como propios los objetivos del grupo, sean estos relativos a una única o más disciplinas, y actuar para alcanzarlos, respetando los compromisos (tareas y plazos) contraídos, 2) Expresar las ideas con claridad, comprendiendo la dinámica del debate, efectuando intervenciones y tomando decisiones que integren las distintas opiniones y puntos de vista para alcanzar consensos, 3) Promover una actitud participativa y colaborativa entre los integrantes del equipo.

CG10. Capacidad para diseñar y desarrollar proyectos. Esta capacidad requiere ser capaz de analizar los antecedentes, fijar los objetivos, planificar el trabajo seleccionando las tecnologías adecuadas y documentando las soluciones seleccionadas. Esta competencia implica ser capaz de definir el alcance del proyecto, especificar las características técnicas y evaluar los aspectos económico-financieros y el impacto económico, social y ambiental del proyecto, permitiendo introducir mejoras de forma eficaz.

CG11. Capacidad para la creatividad y la innovación. La creatividad supone ser capaz de percibir las situaciones contextuales como oportunidades de innovación tecnológica y ser capaz de encontrar soluciones creativas para resolver un problema o mejorar una situación. Se desarrollará el afán de exploración que permita la elaboración de conjeturas originales, para concretar finalmente una propuesta creativa que permita solucionar un problema o mejorar una situación. Se fomentará la innovación mediante la aplicación práctica de las propuestas generadas.

CG12. Capacidad para la motivación por el logro y la mejora continua. Esta competencia requiere desarrollar en el estudiante la motivación por el logro de las metas propuestas y ser así útil a los demás, buscando la excelencia y la realización de trabajos de calidad, interesándose por su autorrealización, utilizando y aprovechando plenamente su capacidad.

CG13. Capacidad para actuar éticamente y con compromiso social. Esta competencia requiere desarrollar una educación en valores, incidiendo en la igualdad entre sexos, y en el respeto a las diferentes culturas, razas, ideologías y lenguas que les permitan identificar las connotaciones éticas en sus decisiones en el desempeño profesional. Utilizando de forma equilibrada y compatible la tecnología, la economía y la sostenibilidad en el contexto local y global.

CG14. Capacidad de evaluar. Desarrollará la capacidad de analizar el planteamiento y la propuesta presentada, estableciendo razonablemente la valoración de la solución propuesta y comparando el resultado obtenido con el esperado para realizar una valoración de la justificación y un análisis crítico de los resultados.

CG15. Capacidad para el manejo de especificaciones técnicas y para elaboración de informes técnicos. Ser capaz de manejar los reglamentos, especificaciones y normas de obligado cumplimiento. Conocer y ser capaz de aplicar la legislación necesaria en el ejercicio de la profesión de Ingeniero Técnico Industrial.

Competencias Específicas

Las siguientes competencias específicas, fijadas por el Ministerio en la orden Ministerial CIN/351/2009 de 9 de febrero, son comunes para todas las titulaciones de Grado que habiliten al ejercicio de la profesión de Ingeniero

Técnico Industrial:

Módulo de formación básica:

CE1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre álgebra lineal, geometría, geometría diferencial, cálculo diferencial e integral, ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales, métodos numéricos, algorítmica numérica, estadística y optimización.

CE2.Comprensión y dominio de los conceptos básicos sobre las leyes generales de la mecánica, termodinámica, campos y ondas y electromagnetismo, y su aplicación para la resolución de problemas propios de la ingeniería.

CE3.Conocimientos básicos sobre el uso y programación de los ordenadores, sistemas operativos, bases de datos y programas informáticos con aplicación en ingeniería.

CE4.Capacidad para comprender y aplicar los principios de conocimientos básicos de la química general, química orgánica e inorgánica y sus aplicaciones en ingeniería.

CE5.Capacidad de visión espacial y conocimiento de las técnicas de representación gráfica, tanto por métodos tradicionales de geometría métrica y geometría descriptiva, como mediante las aplicaciones de diseño asistido por ordenador.

CE6.Conocimiento adecuado del concepto de empresa, marco institucional y jurídico de la empresa. Organización y gestión de empresas.

Módulo común a la rama industrial

CE7.Conocimientos de termodinámica aplicada y transmisión de calor. Principios básicos y su aplicación a la resolución de problemas de ingeniería.

CE8.Conocimientos de los principios básicos de la mecánica de fluidos y su aplicación a la resolución de problemas en el campo de la ingeniería. Cálculo de tuberías, canales y sistemas de fluidos.

CE9. Conocimiento de los fundamentos de ciencia, tecnología y química de materiales. Comprender la relación entre la microestructura, la síntesis o procesado y las propiedades de los materiales.

CE10. Conocimiento y utilización de los principios de teoría de circuitos y máquinas eléctricas.

CE11. Conocimientos de los fundamentos de la electrónica.

CE12. Conocimientos sobre los fundamentos de automatismos y métodos de control.

CE13. Conocimiento de los principios de teoría de máquinas y mecanismos.

CE14. Conocimiento y utilización de los principios de resistencia de materiales.

CE15. Conocimientos básicos de los sistemas de producción y fabricación.

CE16. Conocimientos básicos y aplicación de tecnologías medioambientales y sostenibilidad.

CE17. Conocimientos aplicados de organización de empresas.

CE18. Conocimientos y capacidades para organizar y gestionar proyectos. Conocer la estructura organizativa y las funciones de una oficina de proyectos.

Módulo de tecnología específica Mecánica.

CE19. Conocimientos y capacidades para aplicar las técnicas de ingeniería gráfica.

CE20. Conocimientos y capacidades para el cálculo, diseño y ensayo de máquinas.

CE21. Conocimientos aplicados de ingeniería térmica.

CE22. Conocimientos y capacidades para aplicar los fundamentos de la elasticidad y resistencia de materiales al comportamiento de sólidos reales.

CE23. Conocimientos y capacidad para el cálculo y diseño de estructuras y construcciones industriales.

CE24. Conocimiento aplicado de los fundamentos de los sistemas y máquinas fluidomecánicas.

CE25. Conocimientos y capacidades para la aplicación de la ingeniería de materiales.

CE26. Conocimiento aplicado de sistemas y procesos de fabricación, metrología y control de calidad.

Prácticas en Empresa.

CE27. Trabajo a realizar en una empresa en el ámbito de la Ingeniería Mecánica.

Trabajo Fin de Grado.

CE28. Ejercicio original a realizar individualmente, presentar y defender ante un tribunal universitario, consistente en un proyecto en el ámbito de la tecnología específica de la Ingeniería Mecánica, de naturaleza profesional, en el que se sinteticen e integren las competencias adquiridas en las enseñanzas.

Competencias específicas a desarrollar en asignaturas optativas.

COPT1. Conocimiento de los procesos termofluidomecánicos y su influencia en las prestaciones y emisiones de motores de combustión interna alternativos.

COPT2. Capacidad para diseñar y calcular instalaciones termohidráulicas y eléctricas.

COPT3. Conocimiento aplicado del modelado numérico de sistemas sólidos y fluidos.

COPT4. Conocimiento de las técnicas de representación gráfica mediante las aplicaciones de Diseño Asistido por Ordenador.

CEOpt5.Conocimientos del comportamiento mecánico de los sistemas robotizados

COPT6. Conocimientos del funcionamiento de los sistemas mecánicos del automóvil.

COPT7. Conocimientos y capacidades para diseño avanzado de máquinas.

COPT8. Conocimientos y capacidades para medida y cálculo de ruido y vibraciones en máquinas.

COPT9. Conocimientos y capacidades para aplicar los fundamentos de la elasticidad y resistencia de materiales al comportamiento de estructuras de hormigón.

COPT10. Conocimientos y capacidades para aplicar los fundamentos de la elasticidad y resistencia de materiales al comportamiento de estructuras metálicas

COPT11. Conocimientos y capacidades para la aplicación de la ingeniería de materiales en procesos de soldadura.

COPT12. Conocimientos y capacidades para la aplicación de la ingeniería de materiales en el diseño metalúrgico.

COPT13. Conocimiento avanzado de procesos de fabricación.

COPT14. Conocimiento aplicado de metrología avanzada y calidad industrial.

COPT15. Conocimientos ampliados de topografía.

COPT16. Conocimiento aplicado para la elaboración de Proyectos Técnicos Mecánicos.

COPT17. Conocimiento aplicado sobre seguridad y ergonomía industria

COPT18. Capacidad para actuar con responsabilidad social en base al conocimiento de las relaciones entre ingeniería y sociedad, en lo relativo a ética, historia, legislación, seguridad e impacto social de la ingeniería.

COPT19. Ampliación del trabajo realizado en una empresa en el ámbito de la Ingeniería Mecánica.

ANEXO 2

PLAN ANALÍTICO ACTUAL DE LA ASIGNATURA CÁLCULO DIFERENCIAL

Tomado de la carreras de Ingenierías de la UPS.

9. Datos Informativos

CARRERA: **INGENIERÍA DE SISTEMAS**

NOMBRE DE LA ASIGNATURA: **CÁLCULO DIFERENCIAL**

MODALIDAD: PRESENCIAL X SEMIPRESENCIAL A STANCIA

NÚMERO DE CRÉDITOS: **SEIS**

NIVEL: **PRIMERO**

10. Descripción de la asignatura o módulo

Geometría Analítica, números reales, funciones y límites, La Derivada, Aplicaciones de la Derivada

11. Objetivos o competencias de aprendizaje

3.1. General

Aplicar las definiciones y teoremas del cálculo infinitesimal de funciones de una variable en la resolución de problemas de ingeniería.

3.2. Específicos:

1. Conocer las formas algebraicas y geométricas de las cónicas básicas.
2. Analizar las funciones, sus características y comportamiento como conceptos previos para la comprensión del cálculo diferencial.
3. Modelar matemáticamente situaciones reales mediante la aplicación del cálculo diferencial.

12. CONTENIDOS COGNITIVOS PROCEDIMENTALES Y ACTITUDINALES

1. GEOMETRÍA ANALÍTICA.

1.1. Sistema Coordenado en el plano, distancia entre dos puntos, razón, pendiente y ángulo entre dos rectas.
1.2. Ecuación de la recta: Punto pendiente, dos puntos, forma general, paralelismo y perpendicularidad.
1.3. Traslación de ejes.
1.4. Ecuación de las cónicas: Forma ordinaria y forma general.

2. NÚMEROS REALES, FUNCIONES Y LÍMITES.

2.1. Números reales: Propiedades e intervalos.
2.2. Desigualdades: Propiedades y resolución de inecuaciones.
2.3. Valor absoluto: Propiedades.
2.4. Funciones en el plano: Definición, variables, operaciones y función inversa.
2.5. Funciones: Polinómicas, logarítmicas, exponenciales, trigonométricas y trigonométricas inversas.
2.6. Límites de una función: Unilaterales, infinitos, al infinito, de funciones trascendentes y formas indeterminadas.
2.7. Asíntotas de una función: Horizontales, verticales e inclinadas.
2.8. Continuidad de una función: Tipos de discontinuidad.
2.9. Gráfica de una función: Dominio, rango, cortes, simetría, signo, asíntotas y continuidad.

3. LA DERIVADA.

3.1. Incrementos y diferenciales.
3.2. La derivada: Definición e interpretación geométrica.
3.3. Reglas de derivación. Regla de la cadena.
3.4. Derivadas de funciones: Polinómicas, logarítmicas, exponenciales, trigonométricas y trigonométricas inversas.
3.5. Derivación implícita. Derivación logarítmica.
3.6. Derivadas de orden superior.

4. APLICACIONES DE LA DERIVADA.

4.1. Aplicaciones geométricas: Dirección de una curva, recta tangente y normal, longitud de la subtangente y subnormal.
4.2. Tasa de variación o razón de cambio.
4.3. Rapidez de variación relacionada.
4.4. Máximos y mínimos de una función: Problemas de aplicación.
4.5. Teorema de Rolle y Teorema del Valor Medio.
4.6. La fórmula de Cauchy y la regla de L'Hôpital.
4.7. Funciones crecientes y decrecientes. Criterio de la primera derivada.
4.8. Concavidad y puntos de inflexión. Criterio de la segunda derivada.
4.9. Gráfica de una función: Comportamiento, extremos relativos y puntos de inflexión.

13. MÉTODOS DE APRENDIZAJE

MÉTODOS	TÉCNICAS
Trabajo Cooperativo	Análisis, comentario y exposición de lecturas o investigaciones
Aprendizaje basado en problemas	Investigación bibliográfica y de Internet Uso de las AVAC Uso de software como herramienta de apoyo
Grupos de discusión, simulación	Resolución de ejercicios y problemas en grupo
Preguntas de Aplicación	Exposiciones y demostraciones individuales o grupales
Experimentación	Desarrollo de prácticas y presentación de informes

14. EVALUACIÓN

UNIDAD	ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN	CANTIDAD	VALOR INDIVIDUAL
1	Asistencia y participación en clase	1	3
	Resolución y entrega de guía didáctica	1	3
	Prueba escrita (02 OCTUBRE)	1	4
2	Asistencia y participación en clase	1	3
	Resolución y entrega de guía didáctica	1	3
	Prueba escrita (06 NOVIEMBRE)	1	4
1,2	Presentación de informe y sustentación de trabajo grupal integrador	1	10
1,2	Examen individual escrito - interciclo	1	20
	CALIFICACIÓN PRIMER INTERCICLO	1	**50**
3	Asistencia y participación en clase	1	3
	Resolución y entrega de guía didáctica	1	3
	Prueba escrita (04 DICIEMBRE)	1	4
4	Asistencia y participación en clase	1	3
	Resolución y entrega de guía didáctica	1	3
	Prueba escrita (17 ENERO)	1	4
3,4	Presentación de informe y sustentación de trabajo grupal integrador	1	10
3,4	Examen individual escrito - final	1	20
	CALIFICACIÓN SEGUNDO INTERCICLO		**50**
	PUNTAJE TOTAL		**100**

15. Planificación de actividades

OBJETIVOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE			RECURSOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	PUNTAJE	TIEMPO
	PRESENCIAL	TRABAJO AUTÓNOMO	EN EL AVAC				
UNIDAD 1 • Calcular la distancia entre dos puntos. • Encontrar la posición de un punto el cual divide un segmento de recta en ratio dado. • Encontrar la pendiente de un segmento de recta y su inclinación. • Encontrar la ecuación de una recta según sus parámetros. • Definir y usar la ecuación general de una recta. • Encontrar el ángulo entre 2 rectas. • Hallar el punto de intersección entre 2 rectas. • Encontrar la distancia de un	Aula de clases, sala de uso múltiple, Guías de aprendizaje -trabajo, trabajo cooperativo, práctica ejercicios, software matemático	Deberes, Guías de Aprendizaje-Trabajo, talleres.	Bajar la Guía 1, analizar los diferentes link que el docente coloque, material de apoyo	Pizarrón Proyectores de Multimedios, AVAC (AMBIENTES VIRTUALES DE APRENDIZAJE), Salas de Computo Software	Presentación Guía y sustentación, lecciones.	25	9 periodos

punto dado a una recta. • Dar ejemplos de lugares geométricos. • Reconocer e interpretar la ecuación de las cónicas en la forma estándar y ordinaria. • Reconocer los elementos de las cónicas.							
UNIDAD 2 • Resolver inecuaciones de una variable (lineales, cuadráticas, racionales y con valor absoluto). • Representar soluciones de inecuaciones en notación de intervalos y forma gráfica. • Definir una función, su dominio y su rango. • Usar la notación f(x). • Determinar el dominio y rango de funciones básicas y trigonométricas. • Determinar si una función es PAR o IMPAR, de acuerdo a su simetría. • Desarrollar una representación ilustrativa de una función a su gráfico y a su definición algebraica.	Aula de clases, sala de uso múltiple, Guías de aprendizaje -trabajo, trabajo cooperativo, práctica ejercicios, software matemático	Deberes, Guías de Aprendizaje-Trabajo, talleres.	Bajar la Guía 2 Aprendizaj e y trabajo, analizar los diferentes link que el docente coloque, material de apoyo	Pizarrón Proyectores de Multimedios, AVAC (AMBIENTES VIRTUALES DE APRENDIZAJE), Salas de Computo Software	Presentación Guía y sustentación, lecciones.	25	15 periodos

• Graficar funciones polinomiales y algebraicas, definida a tramos y trigonométricas. • Comprender cómo una traslación gráfica puede alterar la descripción funcional. • Comprender cómo una reflexión en cualquiera de los ejes puede alterar una descripción funcional. • Comprender cómo una transformación de escalamiento puede alterar la descripción funcional. • Determinar el rango y dominio de una función compuesta. • Determinar si una función es biyectiva. • Determinar algunas restricciones sobre f(x) para que la inversa sea una función. • Obtener la inversa de una función simple y compuesta. ✓ • Describir dominio, rango y gráfica de las funciones trigonométricas inversas •Comprender el concepto de límite de una función. • Calcular límites de							

funciones por sustitución directa y por técnicas algebraicas. • Calcular limites infinitos y obtener asíntotas verticales • Calcular límites al infinito y obtener asíntotas horizontales y oblicuas. • Comprender el concepto de continuidad y de smoothness. • Identificar el tipo de discontinuidad de una función.							
UNIDAD 3 • Comprender cómo la derivada de una función en un punto es definida. • Usar las notaciones dy/dx, f`(x), y`, etc. • Usar una tabla de las funciones derivadas de funciones simples. • Obtener derivadas de funciones trigonométricas y trigonométricas inversas. • Nombrar las funciones derivadas de cada una de las funciones estándar. • Usar las múltiples reglas de la suma, producto, cociente.	Aula de clases, sala de uso múltiple, Guías de aprendizaje -trabajo, trabajo cooperativo, práctica ejercicios, software matemático	Deberes, Guías de Aprendizaje-Trabajo, talleres.	Bajar la Guía 3, analizar los diferentes link que el docente coloque, material de apoyo	Pizarrón Proyectores de Multimedios, AVAC (AMBIENTES VIRTUALES DE APRENDIZAJE), Salas de Computo Software	Presentación Guía y sustentación, lecciones.	25	9 periodos

• Usar la regla de la cadena. • Obtener derivadas de orden superior • Diferenciar las funciones algebraicas y trascendentes definidas implícitamente.							
UNIDAD 4 • Definir tasas de cambio promedio e instantáneas de una función. • Reconocer la derivada de una función como la tasa instantánea de cambio. • Interpretar la derivada como la pendiente en un punto sobre la gráfica. • Distinguir entre derivada y la función derivada. • Usar la derivada para encontrar dónde una función se está incrementando o disminuyendo. • Definir un punto estacionario de una función • Distinguir entre un punto de crítico y un punto estacionario • Localizar puntos críticos	Aula de clases, sala de uso múltiple, Guías de aprendizaje -trabajo, trabajo cooperativo, práctica ejercicios, software matemático	Deberes, Guías de Aprendizaje-Trabajo, talleres.	Bajar la Guía 4, analizar los diferentes link que el docente coloque, material de apoyo	Pizarrón Proyectores de Multimedios, AVAC (AMBIENTES VIRTUALES DE APRENDIZAJE), Salas de Computo Software	Presentación Guía y sustentación, lecciones.	25	15 periodos

usando la primera derivada de una función. • Clasificar puntos críticos usando primeras derivadas • Aplicar el teorema de valor intermedio a funciones continuas • Comprender las propiedades cóncava y convexa • Identificar desde su gráfica donde una función es cóncava y donde es convexa • Definir y localizar puntos de inflexión sobre la gráfica de una función • Determinar los extremos locales aplicando la segunda derivada • Realizar la gráfica completa de una función • Obtener las ecuaciones de tangente y normal para ecuaciones implícitas • Resolver problemas que involucren tasas de cambio relacionadas.							
							48 periodos

16. Bibliografía Recomendada.

TEXTO GUÍA:

📖 STEWART, JAMES. Cálculo de Una Variable – Trascendentes tempranas / Cengage Learning. México. 7ta. edición. 2013, 952 p.

AUXILIAR:

📖 AGUILAR MÁRQUEZ A.; BRAVO VÁSQUEZ F.; GALLEGOS RUIZ H.; CERÓN VILLEGAS M.; REYES FIGUEROA R.; 'CONAMAT'; "Geometría, Trigonometría y Geometría analítica" / Pearson Prentice Hall. Primera edición. 2010.

📖 THOMAS, GEORGE B., JR.; Cálculo: una variable; Editorial Prentice – Hall /Pearson Educación; Duodécima edición, 2010/ Pearson Educación. 800p.