



**UNIVERSIDAD DE CUENCA**  
**FACULTAD DE FILOSOFÍA, CIENCIAS Y LETRAS DE LA**  
**EDUCACIÓN**  
**DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADOS**  
  
**MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS**

Implementación y Aplicación de prácticas  
experimentales de laboratorio en el aprendizaje de la  
geometría analítica en los alumnos del tercer año de  
bachillerato del Colegio Particular Universitario “La  
Asunción”

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN  
DEL TÍTULO DE MAGISTER EN  
DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

**Autor:**

William Henry Sarmiento Espinoza

**Director:**

Máster Patricio Ernesto Feijoo Calle

Cuenca, Marzo 2014



## RESUMEN

El problema de investigación planteado se denomina “Implementación y aplicación de prácticas experimentales de laboratorio en el aprendizaje de la geometría analítica en los alumnos del tercer año de bachillerato del Colegio Particular Universitario La Asunción”.

Los resultados de dicha investigación han permitido mejorar el aprendizaje del bloque de Geometría Analítica en los estudiantes del Tercero de Bachillerato en la asignatura de Matemática pertenecientes a la Unidad Educativa La Asunción, mediante el empleo de prácticas experimentales de laboratorio utilizando, para ello, el software matemático Geogebra.

Se ha utilizado la investigación de diseño cuasi-experimental para el contraste de la hipótesis, la prueba “t” para datos seleccionados. Además se desarrollaron 10 prácticas donde el estudiante puede crear un sinnúmero de ejercicios y aplicaciones de las cónicas y alcanzar las destrezas que se especifican en el reglamento de ley, las mismas que son mejoradas año tras año lo cual evidencia la trascendencia de tal aplicación. Los datos recogidos en las pruebas exploratorias y las encuestas se analizaron utilizando estadística descriptiva. Los hallazgos de estudio fueron: los conocimientos, la creatividad y el trabajo en grupo considerados como las capacidades más apreciadas. Por lo tanto, el estudio aportó evidencias favorables para aplicar el software Geogebra, como herramienta didáctica en las prácticas experimentales bajo una metodología constructivista.

**PALABRAS CLAVES:** Prácticas de laboratorio, software matemático, creatividad, aprendizaje significativo, geometría activa, aprendizaje.



## ABSTRACT

The research problem is the "Implementation and application of experimental laboratory practices in the learning of Analytical Geometry in the third year high school pupils of the Colegio Particular Universitario La Asunción".

The results of such research make possible to improve the learning of the block of Analytical Geometry in the students of the Third Bachelor's degree in the subject of Mathematics belonging to the Unidad Educativa La Asunción, through the use of experimental practices lab using, in order to do so, the mathematics software Geogebra.

The research of quasi-experimental design has been used for the contrast of the hypothesis, the "t" test for selected data. In addition 10 practices were developed where the student can create a myriad of exercises and applications of the conic sections and achieve the skills that are specified in the regulation of law, the same that are improved year after year which evidence the importance of such an application. The data collected in exploratory tests and surveys were analyzed using descriptive statistics. The findings of study were: knowledge, creativity and group work were most appreciated the capabilities. Therefore, the study provided evidence favorable to implement the software Geogebra, as a didactic tool in the experimental practices under a constructivist methodology.

**KEY WORDS:** laboratory practices, mathematical software, creativity, meaningful learning, active geometry, learning.



## ÍNDICE

|  |    |
|--|----|
| RESUMEN .....  | 2  |
| ABSTRACT .....   | 3  |
| INTRODUCCIÓN .....   | 10 |
| 1.Capítulo 1 Preliminares.....                               | 12 |
| 1.1 SELECCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL TEMA DE INVESTIGACIÓN..... | 12 |
| 1.1.1 Interés personal.....                                  | 12 |
| 1.1.2 Experiencia y conocimiento.....                        | 13 |
| 1.2 Criterios relacionados con el objeto .....               | 15 |
| 1.2.1 Conocimiento de la realidad .....                      | 15 |
| 1.2.2 Tema no investigado .....                              | 16 |
| 1.2.3 Tema orientado al cambio social .....                  | 16 |
| 1.3 Planteamiento del problema .....                         | 17 |
| 1.3.1 PRESENTACIÓN .....                                     | 17 |
| 1.3.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....                        | 19 |
| 1.3.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....                          | 19 |
| 1.4 Objetivo General.....                                    | 20 |
| 1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS: .....                             | 20 |
| 2.Capítulo 2 Marco Conceptual .....                          | 21 |
| 2.1 TEORÍAS DEL APRENDIZAJE.....                             | 26 |
| 2.2 LA DIDÁCTICA Y SU IMPORTANCIA .....                      | 30 |
| 2.3 LA MEDIACIÓN PEDAGÓGICA .....                            | 34 |
| 2.4 DIDÁCTICA BREVE VS. DIDÁCTICA GLOBAL .....               | 37 |
| 3.Capítulo 3 Metodología.....                                | 41 |
| 3.1 PRÁCTICA 1 .....   | 41 |
| 3.1 PRÁCTICA 2 .....   | 45 |
| 3.1 PRÁCTICA 3 .....   | 48 |
| 3.1 PRÁCTICA 4 .....   | 50 |



|  |     |
|--|-----|
| 3.1 PRÁCTICA 5 .....                   | 58  |
| 3.1 PRÁCTICA 6 .....                   | 62  |
| 3.1 PRÁCTICA 7 .....                   | 71  |
| 3.1 PRÁCTICA 8 .....                   | 75  |
| 3.1 PRÁCTICA 9 .....                   | 80  |
| 3.1 PRÁCTICA 10 .....                  | 86  |
| 3.2 Análisis Estadístico .....         | 96  |
| 3.3 Análisis comparativo por años..... | 110 |
| CONCLUSIONES .....                     | 115 |
| RECOMENDACIONES .....                  | 117 |
| BIBLIOGRAFIA.....                      | 119 |
| ANEXOS.....                            | 121 |



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA

FUNDADA EN 1867

Yo, William Henry Sarmiento Espinoza, autor de la Tesis "Implementación y Aplicación de prácticas experimentales de laboratorio en el aprendizaje de la geometría analítica en los alumnos del tercer año de bachillerato del Colegio Particular Universitario La Asunción", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título Maestría en Docencia de las Matemáticas. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, a 21 de Marzo del 2014

William Henry Sarmiento Espinoza

010205250-3



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA



UNIVERSIDAD DE CUENCA

FUNDADA EN 1867

Yo, William Henry Sarmiento Espinoza, autor de la Tesis "Implementación y Aplicación de prácticas experimentales de laboratorio en el aprendizaje de la geometría analítica en los alumnos del tercer año de bachillerato del Colegio Particular Universitario La Asunción", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a

Cuenca, a 21 de Marzo del 2014

William Henry Sarmiento Espinoza

010205250-3



## DEDICATORIA

A mi madre querida con todo el sentimiento de admiración ternura y amor ya que por ella he logrado salir adelante y conseguir objetivos en base a valores.

A mi esposa por todo lo que es. Sin duda sin su paciencia y comprensión jamás hubiera podido crecer tanto.

A mis hijos María José, Jonathan y William, razones de mi esfuerzo por darles una mejor vida y un ejemplo de amor.

**WILLIAM HENRY SARMIENTO ESPINOZA**





## AGRADECIMIENTO

A Dios por seguir manteniéndome con vida, dándome la oportunidad de seguir alabando su obra y tratando de seguir creciendo como persona.

A la Universidad de Cuenca, Facultad de Filosofía Ciencias y Educación y en especial a la Dra. Nelly González por su afán de que Cuenca tenga Docentes con dedicación a la didáctica de las matemáticas.

Al Ingeniero Patricio Feijoo Calle, amigo y maestro, que siempre tuvo la generosidad de participar sus conocimientos y darle el brillo que necesitaba esta investigación.

**WILLIAM HENRY SARMIENTO ESPINOZA**



## INTRODUCCIÓN

El tema de investigación propuesto en esta investigación pretende mejorar el aprendizaje de la Geometría Analítica en los terceros años de bachillerato de la Unidad Educativa La Asunción, utilizando el software Geogebra que complementará y cambiará el trabajo tradicional, monótono, tedioso y cuya respuesta anímica no tiene el menor respaldo estudiantil pues se lo lleva a cabo totalmente con actividades conductistas; a más de lo expuesto su buscará conseguir un trabajo colaborativo, creativo, estratégico, analizado de tal forma que en un menor tiempo el estudiante alcance las destrezas necesarias para cumplir los objetivos.

Cuando los docentes de matemáticas en la educación media, e incluso cursos iniciales universitarios, abordan temáticas en las cuales es necesario representar ecuaciones, por ejemplo de las cónicas, se encuentran con obstáculos y se dan cuenta que el concepto matemático y las nociones previas no fueron aprendidas ni captadas por los estudiantes, consecuentemente les corresponde hacer una retroalimentación, que en ocasiones no es suficiente. Por esta razón es necesario, desde la educación básica media, evitar que dichos vacíos cognitivos persistan, fortaleciendo el aprendizaje significativo.

Uno de esos vacíos, por ejemplo, es el de diferenciar entre el lugar geométrico que representa una ecuación y la manera que se puede relacionar y aplicar a entornos reales. Otra dificultad notoria es la de comprender los elementos que componen cada una de las cónicas y la dificultad en el cálculo del conjunto de valores que puede adoptar la variable independiente y los que se obtienen en la variable dependiente, a partir de una expresión algebraica dada. Además, el estudiante no desarrolla sus propias conjeturas para aprobar sus suposiciones y descubrir conceptos matemáticos. Estos obstáculos, unidos a diferentes factores motivacionales y actitudinales de los estudiantes, hacen más



difícil el aprendizaje y la transferencia de sus conocimientos en la solución de situaciones-problema.

Con el ánimo de superar estas dificultades y alcanzar un verdadero aprendizaje significativo que promueva la integración de elementos fundamentales en el estudio de las cónicas, conceptos, deducciones de fórmulas, manejo algebraico, numérico, tabular y gráfico, esta investigación se constituye como una propuesta didáctica y dinámica para la enseñanza del estudio de las cónicas mediante el cambio de escenarios tradicionales de enseñanza que utilizan sólo la pizarra a un ambiente con herramientas interactivas, en este caso el uso del computador y el software matemático de uso libre Geogebra y se materializa mediante el diseño de prácticas didácticas que siguen la secuencia didáctica de pedagogía conceptual.

Las prácticas son enriquecidas con diferentes trabajos adicionales que se encaminan a una socialización del conocimiento adquirido y a una comprobación y satisfacción de ofrecer a compañeros propios y de otras instituciones el material elaborado. Es importante reconocer el esfuerzo por compartir el conocimiento, haciendo de esta propuesta una herramienta posibilitadora de aprendizajes con el aprovechamiento de las nuevas tecnologías de la comunicación y la información imperantes en la educación actual.

Adicionalmente, con la implementación de esta propuesta se contribuye a la disminución de la brecha digital respecto al acceso a contenidos digitales de calidad; el uso y la apropiación de las nuevas tecnologías, sin descuidar propuestas de control, ya que apunta al cumplimiento del “desarrollo de contenidos de alta calidad para establecer y promover las TIC con base en los sistemas de enseñanza aprendizaje”, objetivo y directriz planteados para la Educación Básica por el Ministerio de Educación.



Del software gratuito existente, el Geogebra resultó ser el más amigable, el que reunía las condiciones apropiadas. Después de entender el manejo del software, los estudiantes no se quedaron estáticos, colaboraron entusiastamente en la construcción de páginas de internet llamadas wikispaces, donde la producción de su trabajo se visualizaba. Wix team fue también un punto de encuentro en el que los jóvenes podían demostrar sus habilidades y creatividad, lo que los llenaba de orgullo cuando lograban que el conocimiento fuera compartido.

## **1.Capítulo 1 Preliminares**

### **1.1 SELECCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL TEMA DE INVESTIGACIÓN**

#### **1.1.1 Interés personal**

En la actualidad en la ciudad de Cuenca, en la mayoría de colegios e instituciones educativas, se viene enseñando matemática de la misma manera como cuando, hace muchos años, estuve en el aula como alumno. En un salón de clase se puede observar al profesor realizando los ejercicios modelos y luego preguntando a los estudiantes si entendieron para pasar a formar grupos y hacer que resuelvan varios ejercicios similares al presentado y explicado por el profesor.

Un ejemplo claro de ello es que, en la mayoría de instituciones educativas, para el Tercero de Bachillerato todavía se mantiene el uso de libros como el Álgebra de Baldor y el Álgebra de Mancill; los cuales se los viene utilizando por años. Se puede decir también que esta realidad de a poco va cambiando, el propio Gobierno Nacional ha hecho propuestas de textos nuevos para mejorar esta situación. Cabe indicar que no estoy en contra del uso de los textos indicados, los cuales deben servir de apoyo o refuerzo para la ejercitación y aplicación de los conceptos desarrollados.



Por lo expuesto pienso que debemos empezar a cambiar estos paradigmas, pues los estudiantes reniegan de clases cuyos contenidos no brindan ninguna aplicación práctica. Aunque les recalcamos que éstas les servirán para ingresar a la universidad, deberíamos buscar nuevos mecanismos como los que propone el gobierno a través de las TIC<sup>1</sup>, tratando de utilizar recursos didácticos como el software matemático que ayuden en el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera significativa y revelen la conexión con la vida cotidiana.

En la Unidad Educativa La Asunción, institución para la que trabajo, se instaló un laboratorio de matemáticas. Es mi empeño dejar un precedente significativo en las clases de geometría analítica y funciones. Impulsar la creatividad del estudiante y la utilización de software que facilite la comprensión en el proceso de enseñanza-aprendizaje y que se aplique en el tercer año de bachillerato, para que luego se extienda a los demás cursos.

### 1.1.2 Experiencia y conocimiento

Hace dos años vengo trabajando con software de aplicación en matemática: *Derive 6* y *Geogebra*. Pienso que la experiencia ha sido enriquecedora, pues los estudiantes se motivan al ver que los jóvenes de los cursos que están en un nivel más bajo al de ellos ven con asombro las exhibiciones que se han preparado para eventos como la «Semana del estudiante», lo cual despierta su interés y curiosidad por estas herramientas tecnológicas.

Todavía no se ha trabajado en forma debida, es decir, creando prácticas para los contenidos didácticos y reduciendo el tiempo en su aplicación, pero en lo que va de este año lectivo (2011-2012) ya se ha logrado tener clases con la

---

<sup>1</sup> Tecnologías de la Información y la Comunicación



utilización de software. El uso y su empleo reduce en forma sustancial el tiempo utilizado pero, lo más importante, fomenta en los estudiantes la creatividad desde su ámbito natural de trabajo de forma muy gustosa y familiar para ellos.

El **Derive 6** nos permite crear innumerables conceptos básicos que aclaran fácilmente dudas o inquietudes relacionadas con el tema propuesto, pasando fácilmente a una etapa de modelación donde el estudiante casi siempre tiene tropiezos. Enriquece su creatividad con inventos desarrollados por ellos e interactúa con los demás mediante exposiciones sencillas o a través de páginas de internet, especialmente en álgebra.

El **Geogebra** es un software que impulsa la geometría dinámica, álgebra y cálculo, ayuda en la comprensión de las ideas matemáticas, propone actividades visuales más profundas que permiten conseguir con mayor facilidad destrezas con criterio de desempeño, incluso se puede graficar ciertos ejercicios que tienen valores muy pequeños. Pero su mayor aplicación está en la geometría analítica y en las funciones, pues por un lado reduce de manera considerable el tiempo que se utiliza para su comprensión y/o explicación y por otro lado los estudiantes satisfacen sus inquietudes al observar el movimiento de las figuras geométricas utilizadas para combinar su creatividad con la astucia y el descubrimiento.

Por las razones expuestas, la utilización de software en matemáticas proporciona algunos beneficios entre los cuales están: mejor comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes; mejor capacidad de ejemplificación por parte de los profesores; ahorro considerable de tiempo; interacción profesor-estudiante e interacción estudiante-herramientas tecnológicas.



## **1.2 Criterios relacionados con el objeto**

### **1.2.1 Conocimiento de la realidad**

Por la experiencia de 21 años dictando la asignatura de matemáticas en los terceros de bachillerato de la especialidad de físico-matemático, he llegado a la conclusión de que los estudiantes logran aprendizajes permanentes cuando se utiliza software para analizar los contenidos. En el Colegio La Asunción, las clases se dictan en aulas de hasta 30 estudiantes. Teniendo en cuenta el acceso masivo que tienen a los ordenadores y al software para matemáticas, su uso presenta un gran potencial que debemos tratar de aprovechar en la situación económica actual. La mayoría de alumnos, cuentan con servicios de internet, ya sea en su hogar y en el colegio. Esto posibilita una mayor relación en la comunicación de los involucrados en el proceso.

Existen también algunas desventajas: las dificultades en la calificación de los trabajos escolares, las diferentes versiones de software que manejan docentes y estudiantes, el tiempo de adaptación a procedimientos nuevos. De cualquier manera estas desventajas son fáciles de solucionar con el tiempo.

El Colegio La Asunción maneja un laboratorio en el cual se trabaja en dos frentes: el primero utilizando software con estudiantes de nivel de inicio y complementando su conocimiento del tema tratado por el docente; el segundo, en clases donde se prioriza la geometría analítica y las funciones para los niveles superiores. Estos frentes se deben complementar con la ejecución de prácticas con software para demostrar la ventaja que representan.



### **1.2.2 Tema no investigado**

El presente tema de investigación tiene como propósito determinar que con la utilización del software matemático como herramienta didáctica se enriquece el trabajo pedagógico de los docentes; que aplicar estrategias de enseñanza nuevas, de la mano de la tecnología, incrementa la creatividad de los estudiantes, permite concienciar, compartir con ellos el proceso de aprendizaje, de tal manera que podamos verificar el avance que se va obteniendo, convirtiéndose así en un aprendizaje de calidad y calidez como pretende instaurar el Bachillerato General del Ecuador.

El gobierno proyecta incluir, desde este año lectivo 2011-2012, las Tics en los diferentes contenidos de la malla curricular. Sin embargo debemos reconocer que la mayoría de los colegios de Cuenca, en la actualidad, no utilizan estas herramientas en forma masiva debido principalmente a la carencia de laboratorios y a la falta de preparación de los docentes en el manejo de software educativo, situación que ha llevado a ciertas universidades como la Estatal de Cuenca a ofrecer maestrías en docencia matemática en donde el maestrante, a través del estudio de los diferentes módulos, obtiene una visión más global y comprende la importancia de incorporar nuevas estrategias de enseñanza para obtener un aprendizaje más visual, creativo y cooperativo que nos permita formar personas críticas, reflexivas, con un buen nivel de razonamiento lógico; que posibilite afianzar los conocimientos adquiridos y que estos perduren.

### **1.2.3 Tema orientado al cambio social**

Al final de cada año lectivo los padres de familia, e incluso el propio Ministerio de Educación, reclaman un mejor proceso de evaluación y orientación pedagógica en la asignatura de matemáticas a causa del aumento del número de estudiantes que reprueban o tienen que rendir exámenes supletorios, los mismos





que para ser superados por quienes no lo han hecho obligan al padre de familia a recurrir a los servicios de un profesor particular y realizar sacrificios económicos que deterioran aún más la situación económica del hogar.

Una respuesta para mejorar sustancialmente la problemática antes enunciada sería la aplicación de software educativo. Esta propuesta de trabajo servirá también para que los docentes planifiquen sus módulos de tal manera que las clases tengan una dosis de creatividad y de interés para los estudiantes. Lo importante es generar un cambio de actitud en el proceso de enseñanza-aprendizaje tanto de los maestros cuanto de los alumnos, y este cambio se puede dar a través de la utilización del software como herramienta didáctica que genere creatividad en el alumnado y motive el interés hacia la materia en cuestión.

## **1.3 Planteamiento del problema**

### **1.3.1 PRESENTACIÓN**

La geometría es la rama de las matemáticas que estudia las figuras en el plano y en el espacio. A partir de la segunda mitad del siglo XX la geometría pierde importancia dentro de los planes de estudio en muchos países, incluyendo el nuestro, pero por fortuna en la actualidad está recuperando terreno, incluso dentro del nuevo bachillerato donde se la incluye en el bloque de Álgebra y Geometría. Específicamente, la geometría analítica representa las líneas rectas, las curvas y las figuras geométricas mediante expresiones algebraicas, usando un conjunto de ejes coordenados.

Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas es una problemática a nivel nacional. En el Ecuador, luego de la aplicación de las pruebas SER a los cuartos, séptimos y décimos años de educación básica, así como a los terceros años de bachillerato, se obtuvieron promedios muy bajos. Aunque estas pruebas



no siempre se ajustan a la realidad de cada región del país, podemos considerarlas como una referencia de lo que está sucediendo en el proceso de aprendizaje de las matemáticas y dentro de estas de la geometría analítica.

En la actualidad, la internet ha revolucionado la concepción tradicionalista del proceso enseñanza-aprendizaje y permite que las clases sean más dinámicas y que el estudiante se involucre en el mundo virtual. Entendemos que es ahora el momento de cambiar de romper paradigmas, utilizar otras metodologías con herramientas apropiadas para que el estudiante palpe la realidad de los conocimientos y los haga suyos. Esta propuesta de aplicar prácticas experimentales de laboratorio de geometría nace en las aulas con los mismos estudiantes como actores importantes en la construcción del conocimiento.

De acuerdo a mis años de experiencia en la docencia puedo afirmar que los estudiantes del tercer año de bachillerato de la especialidad físico-matemático del Colegio La Asunción, no llegan con un manejo adecuado de los elementos básicos del álgebra elemental. Además con mucha dificultad pueden graficar una función o expresión algebraica. Se puede considerar que sus destrezas de deducción e inducción son limitadas. El razonamiento lógico es mínimo. Por otra parte, cuando se revisan las ecuaciones de la recta y la circunferencia, las resuelven muchas veces sin graficarlas y sin ninguna herramienta que motive su interés

La mayoría de los profesores del área de matemáticas utilizan la metodología tradicional para sus clases. Prueba de ello es que todavía siguen utilizando libros como Baldor o Mancill, ahora cubiertos por los libros del gobierno para ejercitar a sus estudiantes. El resultado de esto es una marcada monotonía en las clases impartidas. La creatividad de los estudiantes, como resultado de esta forma de enseñar, es nula, se diluye día tras día por cuanto no existe el espacio para poder desarrollarla.



En la actualidad, la institución, dispone de un laboratorio de matemáticas acorde al avance de la tecnología. Además, con la asistencia de dos docentes para dirigir las prácticas experimentales de laboratorio provistas de software educativo, se pretende llegar a interactuar con los estudiantes desarrollando un proceso de enseñanza-aprendizaje que permita por medio del trabajo cooperativo conocimientos firmes, basados en la experiencia.

### **1.3.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN**

¿Cuáles son las mejoras que se consiguen en el aprendizaje significativo de los chicos al trabajar en un ambiente de laboratorio experimental de matemática?

¿Qué aspectos se deben considerar para proponer clases prácticas de matemáticas basadas en el uso de software?

¿Cuáles son las mejoras que se consiguen en el aprendizaje significativo de los chicos al trabajar en un ambiente de laboratorio experimental de matemática?

¿Cuál es el software educativo que nos permitirá mejorar el aprendizaje de la geometría analítica?

¿De qué manera el uso del software matemático conseguirá facilitar el aprendizaje de la geometría analítica relacionándolo con su entorno?

### **1.3.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

¿Cómo incide la implementación y aplicación de las prácticas experimentales de laboratorio en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes del tercer año de bachillerato del Colegio La Asunción?



## 1.4 Objetivo General

Implementación y aplicación de prácticas experimentales de laboratorio en el aprendizaje de la geometría analítica en los estudiantes de tercer año de bachillerato del Colegio Particular Universitario La Asunción.

## 1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Establecer los principios teóricos para facilitar una mejor percepción de los conceptos matemáticos y en especial de la geometría analítica
- Fundamentar teóricamente, el uso de software especializado en la materia de Matemáticas como herramienta didáctica.
- Diseñar y construir prácticas adecuadas, para los contenidos de analítica en los terceros de bachillerato.
- Proponer y aplicar prácticas con software que posibiliten la creación de nuevas situaciones de aprendizaje.
- Mejorar el aprendizaje de la geometría analítica con la aplicación de software matemático que permitan obtener destrezas con criterio de desempeño.



## 2.Capítulo 2 Marco Conceptual

La educación en la actualidad enfrenta cambios estructurales en nuestro país. Se hace necesario que los docentes seamos poseedores de conocimientos que nos permitan desenvolvemos al tono de los cambios dentro de nuestras aulas de manera que propiciemos en nuestros alumnos aprendizajes realmente significativos y que promuevan la evolución de sus estructuras cognitivas; que desarrollen creatividad y autoestima; que manejen la tecnología y los recursos didácticos mediante procesos de investigación a fin de lograr una Educación Integral basada no sólo en conocimientos sino en valores; que permitan formar personas buenas y generadoras de cambio; que contribuyan a formar una sociedad mejor.

Para ello es fundamental la relación directa entre profesor-estudiante pero en un sentido diferente al actual, compartiendo y enriqueciendo conocimientos, creatividad y armonía de parte y parte, fomentando espacios de diálogo y amistad interactuando con clases interactivas que facilitan el aprendizaje.

La nueva perspectiva en educación en el Ecuador propone una “*educación holística*”, que el estudiante se convierta en protagonista y el docente en acompañante o asesor de la formación de su propio aprendizaje. El docente facilitará la comprensión de los contenidos tratados y la transferencia de los mismos al mismo tiempo que irá generando espacios para conocer la creatividad y la facilidad con la que los estudiantes se familiarizan con las innovaciones tecnológicas, logrando de esta manera un aprendizaje significativo, no sólo del estudiante sino también del docente.

Se puede definir la tecnología educativa como la intermediaria entre los conocimientos que surgen de las ciencias de la educación y su aplicación para resolver problemas de aprendizaje. Para este proceso de intermediación se



requiere también de generación de conocimiento. El trabajo desarrollado se convierte en una labor de investigación tan importante como la investigación científica. Denominemos «puentes» a estas aplicaciones intermedias. La tecnología educativa puede generar puentes a partir de diferentes posiciones teóricas entre ellas el constructivismo. (Santos96). Es por ello que el profesor, frente a una herramienta tecnológica, deberá identificar rigurosamente las características de la misma para la implementación del paradigma educativo deseado.

El principio básico de la teoría constructivista (Hernández45) es que el aprendizaje humano se construye. Que la mente humana elabora nuevos conocimientos a partir de saberes anteriores. Un supuesto también básico es que las personas aprenden cuando pueden controlar su aprendizaje y que tienen conciencia de este control.

De acuerdo con las investigaciones de los últimos años se considera al computador como un apropiado medio creativo que apoya al aprendizaje constructivista. Una característica del profesor constructivista es la de motivar a sus alumnos a usar el ordenador para actividades escolares. Existen diferentes aplicaciones informáticas en este sentido entre las cuales se caracterizan las wikis, los blogs y las redes sociales (Hernández128). Estas plataformas permiten al alumno exponerse a un entorno mucho más amplio y acceder de forma ilimitada a varios tipos de conocimientos. Estas herramientas posibilitan que los alumnos pasen del papel de consumistas al papel de productores de información.

Los puentes tecnológicos permiten el control sobre el aprendizaje para la construcción de nuevo conocimiento. Brindan al ser humano la capacidad de crear, compartir y dominar dicho conocimiento (Hernández67). Varios autores destacan las características de las TIC que son soporte para el aprendizaje. Entre ellas tenemos: interacción del alumno con realidades totalmente diversas,



digitalización de información para su rápida distribución, manipulación de ambientes controlados para experimentación, generación y facilidad de acceso, comunicación entre comunidades de estudio, etc.

Otra característica que se vincula con la tecnología es el aprendizaje significativo. Según Ausubel “con el aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno” (32). Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriores. En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como su grado de estabilidad. El conocer la estructura cognitiva permite una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse desde el inicio, pues no es así, sino que los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Ausubel indica: “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría éste: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente” (29). El aprendizaje significativo hace posible la transformación del significado lógico en psicológico. Para que surja en el alumno el significado psicológico, no basta con que los materiales que se le presenten tengan significado lógico sino que el alumno debe poseer una estructura cognitiva adecuada, una actitud positiva hacia el aprendizaje significativo y una motivación que le haga esforzarse deliberadamente.

Otro de los factores que creo que influye de manera directa en el aprendizaje es la creatividad. Ahora bien ¿Qué es la creatividad? Al respecto existen muchas definiciones, pero bien puede decirse que es la capacidad de



asociar, seleccionar, reestructurar, organizar y transformar las experiencias vividas o la información recibida en combinaciones únicas que dan lugar a producciones diferentes, nuevas y valiosas.

La creatividad es considerada también como una cualidad humana que puede ser vista como aptitud y como actitud.

Como aptitud porque es la habilidad o capacidad que tiene el ser humano de elaborar un producto nuevo.

Como actitud porque es la forma de enfrentar la vida. La persona, a partir de sus experiencias vividas, genera sus propias alternativas para la solución de sus problemas.

Juan Basterretche Baignol, menciona: “Toda educación actual, que se precie de tal, tiene que tener en cuenta la creatividad” (58), y es que la creatividad es uno de los más grandes y nobles principios indispensables en todo proceso o enseñanza-aprendizaje, para contribuir al desarrollo del ser humano como una unidad Bio-Psico-Social-Trascendente.

Un ingrediente importante en la creatividad es el razonamiento divergente que se caracteriza por la producción de una gran variedad de soluciones alternativas totalmente factibles. Promueve en el alumno el razonamiento divergente; lo habitúa a tener un pensamiento, reflexivo, crítico, analítico, que no lo limita en sus expectativas sino que logra que se distinga por su originalidad.

El aprendizaje de las matemáticas supone para la mayoría de estudiantes una gran dificultad cuyas causas, entre otras, están relacionadas con el estilo didáctico que se emplea para enseñarlas. La superación de tal dificultad sólo puede darse dentro de un marco de profundo cambio de enfoque que incorpore la creatividad en el proceso de enseñanza aprendizaje, tratando de acercar las





matemáticas a la realidad e intereses de los alumnos con el objeto de que aprendan a resolver problemas de su vida cotidiana.

El docente de matemática creativo, debe pensar permanentemente más que en términos de creatividad en la creación de manera concreta; pues más importante que resolver problemas es orientar a los alumnos a descubrir problemas, la creatividad también puede estar relacionada con otras capacidades que tienen los estudiantes, el interactuar con un ordenador, el descubrir información de un software y relacionarlo con las matemáticas, ayuda al alumno a desarrollar su pensamiento libre, creativo autónomo y divergente.

En la institución educativa La Asunción se comenzó a generar diferentes motivaciones con la aplicación de juegos de razonamiento y aplicaciones de software matemáticos. Los docentes comenzamos a protagonizar un cambio en la percepción de la presencia de la tecnología en el ámbito de toda el Área de Matemática. En este contexto se comenzó a trabajar con el software matemático Geogebra, cuyo manejo fue el que resultó el más amigable para los estudiantes haciendo las clases más interesantes y cautivadoras. Pero esto no quedó ahí: el resultado de los trabajos debía ser llevado a situaciones en donde se pudiera apreciar este producto y se comenzó a trabajar con los wikispaces, wix team, en donde se abrió las puertas para compartir la creatividad de los trabajos.

El software Geogebra se ha convertido en un instrumento importante para las concepciones, generalidades y desarrollo de destrezas en la aplicación de la geometría analítica y las funciones. Los estudiantes cada vez se involucran más en cálculos y razonamientos que conllevan a situaciones reales, ayudan a mejorar la comprensión al tiempo que permiten plantear preguntas y proponer actividades más ricas y profundas que consiguen elevar en gran medida su competencia matemática. Como dice A. Fernández-March en [4]. Se puede afirmar que los métodos de enseñanza con participación del estudiante, donde la responsabilidad



del aprendizaje depende directamente de su actividad, implicación y compromiso y son más formativos que meramente informativos, generan aprendizajes más profundos, significativos y duraderos y facilitan la transferencia a contextos más heterogéneos.

## 2.1 TEORÍAS DEL APRENDIZAJE.

Gardner (1983) establece cinco fases secuenciales por las cuales ha pasado la conceptualización de inteligencia a través del tiempo:

a) Teorías Legas: En una primera etapa, que abarca la mayor parte de la historia de la humanidad, no había una conceptualización científica de la inteligencia; tanto es así que las personas en esta fase calificaban a sus semejantes como “brillantes”, “tontos”, “ingeniosos” o “inteligentes” para caracterizar su capacidad cognitiva; sin embargo no contaban con ninguna base científica para hacerlo, aunque esto les permitía satisfacer sus conversaciones cotidianas.

b) Enfoque Psicométrico Común: En el siglo pasado se hicieron los primeros estudios científicos para definir la inteligencia de manera técnica y a su vez poder medirla en base a las pruebas de C. I. (coeficiente intelectual); sin embargo, con el pasar del tiempo estos instrumentos fueron objeto de un considerable abuso por parte de los psicólogos. En esta fase aparecen científicos como Charles Spearman en 1927 y Lewis Terman en 1975 quienes sostuvieron que la inteligencia era una capacidad general, única para formar conceptos y resolver problemas.

c) Pluralización y Jerarquización: En este momento histórico aparecen autores como Thurstone (1960) y Guilford (1967) quienes afirman que la inteligencia está compuesta por varios factores o componentes. De ahí que la teoría de las Inteligencias Múltiples es considerada por el mismo Gardner como



una contribución a estas concepciones. En esta misma etapa surgen otros psicólogos como Raymond Cattell (1971) y Philip Vernos (1971), quienes postulan la existencia de una inteligencia general que se presenta como una relación jerárquica entre factores que la componen, siendo la inteligencia verbal o numérica la que domina sobre otros componentes más específicos. Para Thurstone, sin embargo, no existe dicha jerarquía de factores sino más bien cada componente es un miembro equivalente de una estructura heterogénea.

d) Contextualización: Esta fase corresponde a las diversas propuestas y concepciones de quienes promulgan una inteligencia dependiente de la cultura, pues consideran que la inteligencia es el resultado de la interacción de ciertas inclinaciones y potencialidades y, por otra, de las oportunidades y limitaciones que caracterizan un ambiente cultural determinado. Así, teóricos como Robert Sternberg (1985) sostienen que la inteligencia está constituida por la sensibilidad que poseemos para reaccionar ante la variabilidad del contexto en que nos desenvolvemos.

e) Distribución: Esta fase va más allá de la fase de contextualización pues se centra en la relación que tiene el ser humano con las cosas y objetos inmediatos más que en un contexto general como lo es la cultura. Así, por ejemplo, la inteligencia depende en gran medida de las herramientas que utilizamos como papel, lápiz, computadora, etc.

La teoría de las Inteligencias Múltiples se ubica en la cuarta y quinta fase, pues en ella se considera que la inteligencia se determina por las oportunidades que se presentan en las diferentes culturas así como por el valor de las diversas herramientas y las notaciones que desarrollan la inteligencia del niño en formación.



De ahí que el concepto de inteligencia según Gardner es el siguiente: “Capacidad de resolver problemas, o de crear productos, que sean valiosos en uno o más ambientes culturales”

Piaget hace aportes importantes pero se destaca en la institución elementos del constructivismo, por ejemplo el desarrollo gira en torno a la construcción de estructuras y procesos mentales por parte del mismo sujeto.

Es decir, el proceso central es aquel en el cual el individuo va construyendo sus propias estructuras mentales.

Para el constructivismo, nuevamente, el énfasis está puesto en procesos internos, pero, a diferencia de las estructuras fundamentales del innatismo, las que este paradigma reconoce son las construidas por el propio sujeto.

Para el conductismo la respuesta es muy simple: hay crecimiento psíquico en el sujeto debido a la acción de cierta dinámica que está dada por la relación entre estímulo y respuesta. Teniendo cambios en la estimulación se tienen cambios en las respuestas. A estos cambios en las respuestas, en las conductas del sujeto, el conductismo los llama *aprendizajes*. El desarrollo, el crecimiento psíquico del sujeto se reduce entonces a sus aprendizajes.

En este planteamiento básico del conductismo veremos que la explicación radica en una dinámica externa al sujeto: la dinámica E-R (estimulo – respuesta). Además el sujeto aparece como un elemento pasivo frente a una estimulación activa del medio ambiente, claramente, el polo activo de los procesos de aprendizaje reside en el medio externo y lo que ocurra al sujeto en su interior es el resultado directo de este movimiento exterior. Lo que ocurre dentro es producto de lo que está fuera.



Vigotsky afirma que cada persona trae consigo un código genético o línea natural de desarrollo la cual se pone en funcionamiento el momento en el que el individuo interactúa en su medio ambiente.

En su modelo, el contexto ocupa un lugar principal, introduciendo el concepto de “zona de desarrollo próximo o potencial” ZDP, que significa la distancia entre el nivel real de desarrollo y el nivel de desarrollo potencial, es decir, lo que el niño puede realizar por sí mismo y lo que puede realizar con el apoyo de un adulto. Para determinar bien este concepto necesitamos tener presente la importancia del contexto social y la capacidad de imitación. El aprendizaje y el desarrollo son dos conceptos que se relacionan constantemente. El aprendizaje se facilita en situaciones colectivas y la interacción con los padres facilita el aprendizaje.

El conocimiento no es un objeto que se pasa de uno a otro, sino más bien se construye por medio de operaciones cognitivas y habilidades que se inducen en la interacción social, por lo que el desarrollo intelectual del individuo no puede estar fuera de su medio.

Recordemos lo que manifiesta Ausubel acerca del aprendizaje significativo al cual define como un proceso por el cual existe una nueva información o nuevo conocimiento y el mismo se relaciona de manera no-literal con la estructura cognitiva de la persona.

En el proceso del aprendizaje significativo, los conceptos se transforman en significados para el estudiante. Para Ausubel, “el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento”.



## 2.2 LA DIDÁCTICA Y SU IMPORTANCIA

Es de vital importancia mantener una capacitación permanente y de calidad en la vida profesional por muchas razones, pero la fundamental de ellas es ofrecer lo mejor a nuestros estudiantes, pues en ellos se verá reflejado el esfuerzo y trabajo que los profesores realizan todos los días al determinar cual es el mecanismo más apropiado que utilizarán para que el proceso de enseñanza-aprendizaje se cumpla de la mejor forma.

Estos mecanismos muchas veces son tomados a la ligera pues el profesor “piensa” que es el único y correcto. Por eso es vital que la capacitación constante acerca de estos temas sea concientizada o socializada con el grupo de profesores de la institución y todas las instituciones educativas. Remar hacia la misma dirección era la consigna hace un tiempo atrás. Ahora la consigna debe ser, a más de lo dicho, remar hacia la misma dirección pero cada uno con un estilo que se lo perfeccione constantemente. Trabajar didácticamente sería la consigna pero trabajar en didáctica y perfeccionarla cada uno de nosotros lo ideal.

“Mi mejor profesor, fue mi amigo”, es la frase que desde algunos años he tratado de que mis alumnos comenten en su vida cuando me recuerden como la persona que nunca utilizó el poder de la enseñanza en forma negativa como antiguamente lo acostumbraban los docentes, sino que más bien esa herramienta básica, para un proceso de enseñanza, se la utilizó para generar una amistad basada en la imperiosa necesidad de la una parte de transmitir eficazmente el conocimiento y en la otra parte de crear conciencia de la necesidad de adquirir los conocimientos para poder superarse en la vida y en el tiempo. Es necesario también aclarar que la didáctica espera cumplir su papel de mecanismo de transmisión de conocimientos (motor). No obstante que el docente no tenga los conceptos claros y correctos de lo que se requiere enseñar también causará un



efecto negativo en el grupo de estudiantes. Por eso, para cumplir a cabalidad el proceso, ambas partes deben cuadrar perfectamente.

En un mundo tan competitivo –globalizado– actual, los docentes asumimos un papel fundamental en el proceso enseñanza-aprendizaje el cual, analizado desde un punto de vista didáctico, no se lo puede realizar a cabalidad sin que exista una relación directa con esa temática. La didáctica juega un rol indispensable en la educación, es así que la importancia de conocer sobre dicha palabra y lo que en ella engloba es obligatorio para los profesores. En algunas ocasiones se dice que la didáctica es el arte de enseñar. Cada uno de nosotros pasamos a realizar el papel de artista en cada aula y/o con nuestros estudiantes, por lo que logramos de una u otra forma un estilo propio para transmitir los conocimientos pero, en muchas ocasiones, este estilo propio no es efectivo para todos los estudiantes a nuestro cargo, por lo que decimos que debemos tener alternativas en la didáctica que coadyuven a lograr en total el logro y cumplimiento de los temas que debíamos transmitir a nuestra heterogénea, muchas veces, audiencia.

La didáctica es de mucha importancia ya que existen subgrupos destinados o propios para las diferentes edades del ser humano, pero en realidad opino que la importancia significativa que tiene la didáctica nace en cada uno de los maestros. Si tomamos en consideración que no es mejor o más eficaz el maestro que ha estudiado mucho didáctica y pedagogía, sino muchas veces aquel que tiene innata su propia didáctica (si podríamos llamarlo así) o que analiza a cada uno de sus estudiantes para poder llegar con mayor impacto a los mismos. Ese análisis a cada uno de nuestros estudiantes, sin cruzar el famoso umbral pedagógico, es de vital importancia para que nuestro proceso de enseñanza, o sea el proceso didáctico, sea efectivo y nos conduzca a obtener los resultados deseados.



El hecho de que algunos profesores no tengan claro el concepto didáctico es una realidad que es muy difícil de lograr erradicar en el sistema educativo del país, pero inicialmente es factible con el tratamiento de nuevas generaciones de estudiantes que consideren amigos a sus profesores.

Los maestros, cuando tratamos temas nuevos en clase, vemos que es muy conveniente establecer un mecanismo previo –planificación– para mantener un control y organización de los conceptos que se pretenden transmitir a los estudiantes. Esta planificación podríamos comparar o igualar a los denominados principios didácticos, establecidos. Si realizamos un análisis de cada uno de ellos podemos ejemplificarlos uno a uno.

Permítanme realizar una ejemplificación con un problema numérico muy conocido dentro del conjunto de docentes de la asignatura de matemática. El problema dice lo siguiente: .....*resulta que luego de la misión K al planeta T se emitió el siguiente informe: “El tercer día vimos seres extraños aunque tienen 20 dedos en total como nosotros, tienen una extremidad menos y un dedo más en cada extremidad, lo que les da por cierto, un aspecto espantoso. La pregunta es ¿Cuántas extremidades tienen los seres del Planeta T?*

El problema carece completamente de claridad, comprensibilidad, orientación, etc. es decir carece de principios didácticos, pero de alguna forma, directa o indirecta, se podría pensar que se está potenciando el aprendizaje, desde la motivación, debido al hecho de que éste tipo de problema genera una incertidumbre, curiosidad, o cualquier sensación que puede despertar en el estudiante. Esta motivación, generalmente, está ligada a los estudiantes que tienen una cierta afinidad hacia los números, y los mismos no descansarán hasta ver satisfechas sus interrogantes, es decir, hasta resolver y más que todo entender el problema.





La potenciación, si hablamos de potencia, según el diccionario de la Real Academia de la Lengua, es la “capacidad para ejecutar algo o producir un efecto”, se podría considerar el hecho de que debemos, como profesores, generar el interés en el estudiante para tener mayor conocimiento sobre un tema específico. La pregunta es: ¿Cómo lograrlo?

Sobre el problema que habíamos planteado anteriormente, decíamos que no contiene los principios didácticos básicos pero, en cierta medida, puede generar la iniciativa del estudiante para que dedique más tiempo a pensar en que él puede ser el explorador K, quien emitió el informe sobre el planeta T. ¿Podrían proporcionar los estudiantes ejemplos de este tipo para el resto de sus compañeros? ¿Sería esto una medida de potenciación del aprendizaje? ¿Se podría convertir a ciertos temas u horas de clase en foros de discusión y planteamientos de nuevas situaciones propuestas por los propios estudiantes? Estoy convencido que este tipo de propuestas son las más efectivas en el momento de generar una motivación tanto para los estudiantes como para los propios profesores.

Conocemos las variadas formas de estimular con miras a motivar a las personas, en nuestro caso a los estudiantes, pero muchas veces los profesores confundimos esta motivación y la misma se transforma en una “premiación” de tal acción y/o comportamiento. Debemos tener mucho cuidado y no caer en esta posibilidad. La motivación con miras a potenciar el aprendizaje conlleva sencillamente el convencer al estudiante que debe ser consciente de que es indispensable que su capacidad de análisis, comprensión, expresión, razonamiento, etc., es la llave para las innumerables puertas que se le podrán abrir en su continuidad de estudios y la vida misma.

Esta motivación, que debe ser permanente durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, implica que los profesores estemos paralelamente



ideando actividades o mecanismos para lograrla. Esta motivación permanente generará en los estudiantes que obtengan un mayor entusiasmo o afinidad para asimilar los conocimientos que les serán transmitidos a ellos. Es probable que los mecanismos que se ingenien los profesores no sean efectivos para todos y cada uno de sus alumnos, por eso la necesidad imperiosa que estos métodos sean diversos y con características diferentes para llegar al 100 % del grupo.

## 2.3 LA MEDIACIÓN PEDAGÓGICA

*“Desarrollar un concepto de racionalidad comunicativa que sea capaz de hacer frente a las reducciones cognitivo-instrumentales con que se ha presentado al concepto de razón” Habermas 1987*

La mediación –acción y efecto de establecer la mitad de algo– posibilitaría el mantener una interrelación exclusiva entre profesor-alumno, o se la debe ver como la estrategia de conseguir que el proceso enseñanza-aprendizaje conlleve un acuerdo preestablecido entre los actores antes mencionados. Mediar en cualquier tema relacionado con los contenidos o tareas que un estudiante debe consolidar y/o preparar debe ser el objetivo de la mediación pedagógica. Lograr conseguir que el conflicto cognitivo sea resuelto por parte del estudiante, con la ayuda del profesor, es el significado de la mediación pedagógica. Esta última proposición conlleva posibilidades de convertirla en un razonamiento verdadero únicamente si existe la predisposición de los actores en un objetivo común. Promover y acompañar el aprendizaje, según Daniel Prieto Castillo, es el fundamento del mediador. Para lograrlo, o ser un mediador eficaz, el maestro debe primeramente conocer y dominar los conceptos a transmitirse, desarrollar estrategias adecuadas para cada uno de los temas o contenidos, identificar las falencias de los estudiantes y finalmente consolidar el aprendizaje en sus educandos.



De los textos de Daniel Prieto Castillo titulados: “La Enseñanza en la Universidad” y “El Aprendizaje en la Universidad”, obtenemos las siguientes reflexiones acerca de la importancia de la mediación pedagógica, la cuales nos servirán de guía para nuestro labor de investigación, ya que en el proceso de educación (Enseñanza – Aprendizaje + Desarrollo) debemos tenerlas presente siempre. El acompañar el aprendizaje tiene un significado particular, el de ir paralelamente alumno-profesor en el proceso de aprendizaje, resolviendo cualquier obstáculo que se presente en el transcurso del plan de estudios o de las diferentes situaciones que podrían tener, tanto el alumno como el profesor: es decir, se enriquece cada uno de los dos. Prieto Castillo manifiesta:

“No hay ser humano posible sin mediaciones.” “El hombre, decía Ortega y Gasset, es el único animal que antes de dormir, no come”.

La cultura ha sido el proceso de creación de mediaciones para reconciliarnos con la naturaleza, con nuestros semejantes y con nosotros mismos.

Dentro de este universo (lenguajes, objetos, espacios) están instancias que continúan las relaciones sociales: familia, escuela, iglesias, las que tienen una función educativa. Por ejemplo la escuela es la encargada de mediar entre el pasado y el presente, entre la ciencia y su aprendizaje en la historia.

Hay que saber que toda mediación llevada a cabo en instituciones es pedagógica, la que consiste en la tarea de acompañar y promover el aprendizaje, si no hay esta mediación se está frustrando el aprendizaje.

No hay cultura sin mediaciones, desde el lenguaje hasta la computadora, pasando por todo lo producido por el hombre para vivir y comunicarse, por eso no habrá ser humano sin mediaciones.



En la escuela como instancia mediadora la educación con críticas nos hace dudar: ¿es siempre pedagógica esa mediación?

Al caracterizar la expresión completa entre el conocimiento, la práctica humana y quienes quieren aprender, la sociedad ofrece mediaciones, siendo pedagógica cuando es capaz de promover el aprendizaje, pero pueden ser poco pedagógicas o antipedagógicas las que entorpecen y frustran el aprendizaje.

La mediación pedagógica nace de experiencias universitarias, para universitarios, docentes y estudiantes. No se ha dado una adaptación forzada de lo mucho que se sabe de la manera de aprender de los niños ni de los manuales tradicionales de pedagogía.

La clave es una expresión sencilla como promover y acompañar el aprendizaje; la sencillez no significa que la práctica pedagógica lo sea. Acercándonos al concepto de umbral pedagógico, que sirve para aludir al espacio situado a la entrada de algo, el juego con el umbral ha marcado dos tendencias extremas en pedagogía

Detrás del umbral no hay nada. Todo viene desde afuera por información y propuestas de conducta.

Detrás del umbral esta todo, nada puede agregar a lo que el otro ya trae consigo.

El concepto de umbral nos recuerda que tenemos como punto de conducta los conocimientos previos del estudiante con los que contaremos para cualquier aprendizaje. La mediación termina cuando el otro ha desarrollado las competencias necesarias para seguir por sí mismo.



Daniel Prieto da importancia a un aprendizaje significativo haciendo las siguientes reflexiones como complemento de enseñanza – aprendizaje + desarrollo.

Emplear tecnologías es reconocer el valor pedagógico o su capacidad de comunicación y poder utilizarlas para llegar a la información, producirla y aplicarla.

Es significativo para un estudiante universitario un aprendizaje que recupere sus saberes y experiencias por una afirmación del propio ser con las relaciones de sus compañeros.

Será muy importante aplicar a cabalidad estos conceptos en cualquier propuesta de metodología de enseñanza en las aulas universitarias ya que en la misma se verán interconectados los conceptos de mediación pedagógica, instancias del aprendizaje y saberes.

Es el momento de tomar la planificación o, más bien dicho, una parte de ella para ejemplo y tratar de encaminarla hacia un concepto fundamental como es la mediación pedagógica. La parte que he decidido ejemplificar, en la forma inicial es la siguiente:

## **2.4 DIDÁCTICA BREVE VS. DIDÁCTICA GLOBAL**

Una verdad, muy probablemente, podría ser el hecho de que los docentes, al no tener una apropiada metodología didáctica y pedagógica se compliquen a la hora de poder efectuar positivamente el proceso de enseñanza-aprendizaje. Lo expuesto puede ser también relativo y discutible, pero en la generalidad de los casos los docentes que las poseen (didáctica-pedagogía) tienen mayor posibilidad de cumplir con el objetivo del aprendizaje significativo. Para obtener el aprendizaje deseado existen algunas estrategias iniciales, luego del diagnóstico, que se deben



o pueden aplicar según el caso, como manifiesta Díaz Barriga y Hernández “así como en un trabajo previo hemos analizado una diversidad de estrategias para la enseñanza y el aprendizaje a partir del discurso y del texto educativo” (2002), dichas estrategias tiene su fundamento y son válidas en muchas ocasiones pero los docentes nos enmarcamos en alguna de ellas de mejor forma, encasillamos mejor, por lo que debemos perfeccionarlas.

Si tomamos en consideración los preceptos de la Mediación Pedagógica, esta nos puede guiar en nuestra labor docente muy acertadamente. El acompañamiento al proceso enseñanza-aprendizaje es la herramienta fundamental con fines de conseguir el objetivo de que un grupo de estudiantes adquieran el tan anunciado aprendizaje significativo, pero el problema, muchas veces, es que los docentes no logramos respetar el famoso umbral pedagógico, “si la bondad es el fundamento de la educación, la felicidad es sin duda su finalidad. La cultura, la política, el dinero o cualquier otro señuelo no pueden conducir más que al fracaso: al malestar y a la guerra. El progreso tecnológico y todos sus resultados no hacen mejores a las personas. Sólo la felicidad humaniza y previene del mal” (Puig 2007). Por esta razón, docentes que logren adquirir esta capacidad de mediación con sus límites hacia el umbral pedagógico, serán casi con certeza, los docentes de mayor éxito educativo.

La didáctica breve, según Filippo Ciampolini, “Es el conjunto de todas las metodologías que tienden a reducir en forma drástica la duración de la enseñanza. Últimas investigaciones realizadas en Italia demuestran que, en el sector científico y tecnológico, el ahorro de tiempo es alrededor del 50%”.

El desarrollo científico y tecnológico rápido nos ha impulsado a una actualización que durará toda nuestra vida profesional. Para esto es necesario que nuestro ritmo de aprendizaje crezca en igual proporción siendo necesario que el profesor conozca metodologías de enseñanza que permitan al estudiante un



aprendizaje rápido y eficiente aprendiendo destrezas y metodologías de estudio mediante las cuales aprenda con mayor profundidad y rapidez. Este método (didáctica breve) no se realiza con la llamada didáctica espontánea la cual se basa en el talento natural del profesor.

La didáctica breve se realiza con el talento y experiencia del profesor, quien confía en sus cualidades aunque no siempre prepare con anticipación la clase, de esta manera rechazamos el viejo concepto de “docente que nace” aceptando el nuevo concepto de “docente que se hace”, lo que significa convertirse en investigador, cultivador de metodologías didácticas más que en experto de contenidos los cuales los adquiriremos mejor y más rápido. La didáctica breve puede conseguir su finalidad por medio de la investigación metodología.

La ecuación de la didáctica breve es:

**DIDÁCTICA= INVESTIGACIÓN METODOLOGÍA**

La Didáctica Global, por otro lado, es un tipo de didáctica que incluye tareas del profesor, habilidades de trasladar a los estudiantes el método de estudio y la evaluación que día a día se hará a los estudiantes. A diferencia de la didáctica tradicional, la global requiere de la interacción profesor-estudiante. Este método de estudio debe ser importante para el docente en todo el curso.

La enseñanza de un método de estudio se realiza en el estudio dirigido que tiene la finalidad de evaluar a los estudiantes y de introducirlos en tiempo real.

La didáctica global se utiliza cuando los estudiantes demuestran falta de método de estudio, haciéndose indispensable si se acompaña un tipo de organización de curso en el cual no está previsto el tiempo necesario para que el



alumno estudie en casa; ya que la asistencia del estudiante es obligatoria todo el día, es difícil que éste, llegando a casa, continúe estudiando.

En las disciplinas científicas y tecnológicas el alumno acumula progresivamente retrasos hasta perder el contacto con el docente, entrando en crisis irreversible que determina el abandono del alumno en hacer cosas sin entenderlas, alejados de la formación del espíritu crítico que antecede a la autonomía mental.

Mediante el uso de prácticas de laboratorio, con el uso del Geogebra, establecidas como parte de la didáctica breve, trataremos de demostrar la eficiencia de las mismas y el ahorro de tiempo significativo que generan.





### 3.Capítulo 3 Metodología

#### 3.1 PRÁCTICA 1

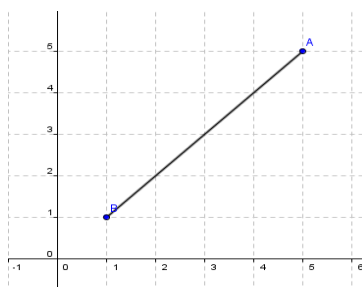
##### DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

##### LOGROS A ALCANZAR:

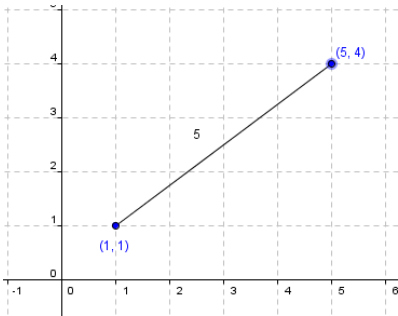
- a) Deducir la fórmula para obtener la distancia entre dos puntos.
- b) Crear situaciones nuevas para obtener la distancia de un segmento de recta.
- c) Crear situaciones nuevas para obtener la abscisa u ordenada de un punto conocida la distancia.
- d) Aplicar la fórmula deducida en la aplicación a situaciones reales.

##### APLICACIÓN:

- a) Los estudiantes utilizando el software Geogebra grafican en el plano cartesiano un segmento cualquiera, eligiendo la opción nuevo punto y segmento entre dos puntos.



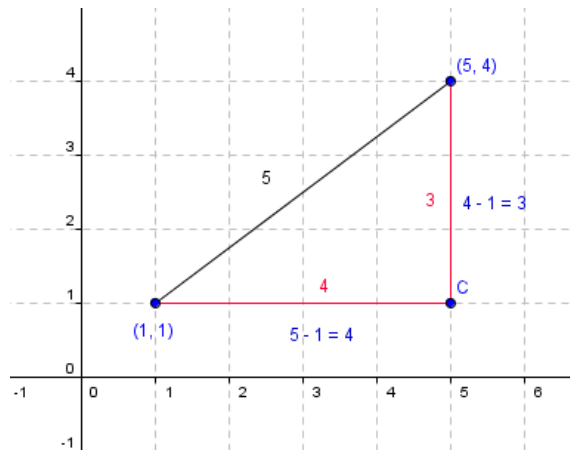
Las coordenadas de A y B pueden ser identificadas dando clic derecho sobre sobre el punto A, eligiendo la opción propiedades del objeto seguido de muestra rótulo, valor. De igual forma el software determina el valor del segmento AB siguiendo los mismos pasos.



El estudiante analizará porque el segmento AB mide 5 u. utilizando su imaginación y creatividad logra visualizar un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 y 4 y, por medio del teorema de Pitágoras descubre el valor de 5.

¿Qué tiene que ver las coordenadas de A y B con los números 3 y 4?

Descubren que se obtienen restando las abscisas (5-1) y las ordenadas (4-1).



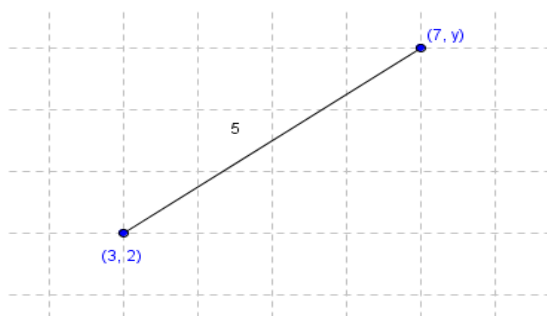
Se hace notar al estudiante que éste, es un caso particular; sólo para aquel segmento de recta identificado por los puntos A(5,4) y B(1,1), generalizando con puntos  $P_1(x_1, y_1)$  y  $P_2(x_2, y_2)$

Se obtiene la deducción de la fórmula  $d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$



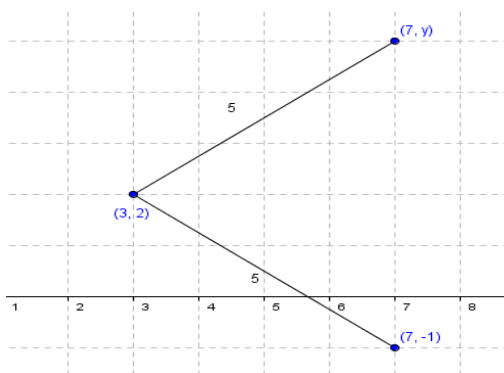
b) El estudiante comprobará la inmensa gama de ejercicios que puede crear moviendo los puntos A y B a su antojo, razonando sobre ellos la obtención de los catetos del triángulo rectángulo, así como también comprobando la diferencia de abscisas u ordenadas.

También creará ejercicios donde se conozca la distancia y se oculte el valor de la abscisa u ordenada de un punto extremo.



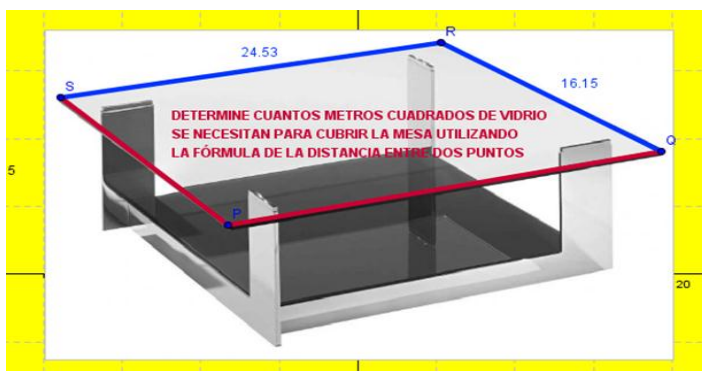
El proceso ahora es conseguir el valor de la incógnita que será la abscisa u ordenada del punto, utilizando el dato del valor del segmento AB.

El estudiante podrá notar que la variable encontrada tiene dos respuestas esto se debe a que la distancia 5 puede estar colocada de manera como indica la figura.



- c) Geogebra permite bajar fotos, esta opción hace que los estudiantes puedan aplicar a situaciones reales, pudiendo determinar distancias para encontrar perímetros, áreas de cualquier figura rectilínea edificios más grandes del mundo etc.

La determinación de distancias reales dependerá de la escala proporcionada por la foto.





### 3.1 PRÁCTICA 2

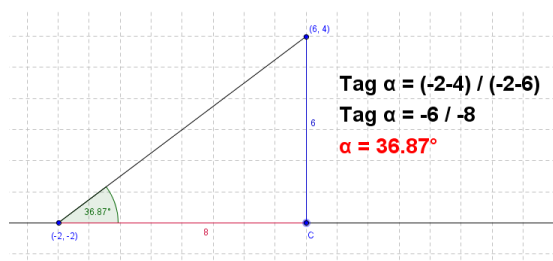
#### ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE UN SEGMENTO DE RECTA

##### LOGROS A ALCANZAR:

- Determinar la fórmula para encontrar el ángulo de inclinación de una recta
- Determinar la pendiente de una recta
- Identificar pendientes positivas y negativas
- Identificar ángulos agudos y obtusos
- Crear ejercicios para determinar la abscisa u ordenada de un extremo de recta
- Aplicar a situaciones reales en entornos diferentes

##### Aplicación:

- El estudiante grafica un segmento de recta y deduce los catetos en forma similar a lo expuesto en la práctica 1. A continuación se utiliza la definición de tangente relacionado al triángulo rectángulo formado (cateto opuesto / cateto adyacente), geogebra determina el ángulo de inclinación de un segmento de recta.



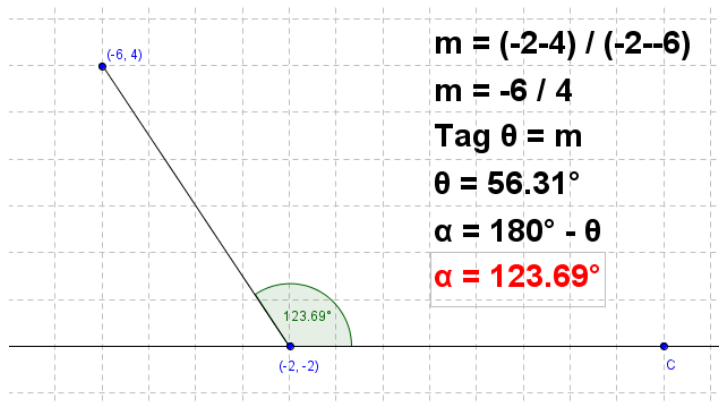
El estudiante resta las ordenadas y abscisas obteniendo los valores de 6 y 8 respectivamente. Generalizando para puntos  $P_1(x_1, y_1)$  y  $P_2(x_2, y_2)$  se obtiene

$$\text{tag } \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



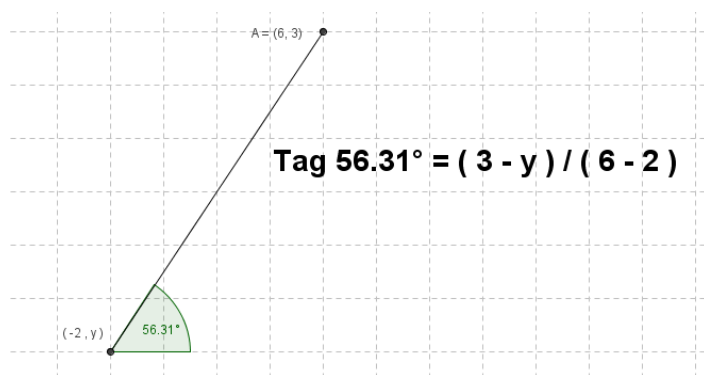
b) Por definición el ángulo de inclinación de una recta se denomina pendiente y, se la denota por la letra minúscula ***m***.

c) Ahora averiguaremos que pasa si desplazamos el punto de coordenadas (6 , 4) a la posición (-6,4), se observa que el valor de la pendiente ahora es negativo y en su defecto el ángulo dirigido también. Observando la gráfica el valor del ángulo señalado es aquel que forma el eje x negativo con el segmento de recta, y el ángulo de inclinación se obtiene sumando  $180^\circ$ .



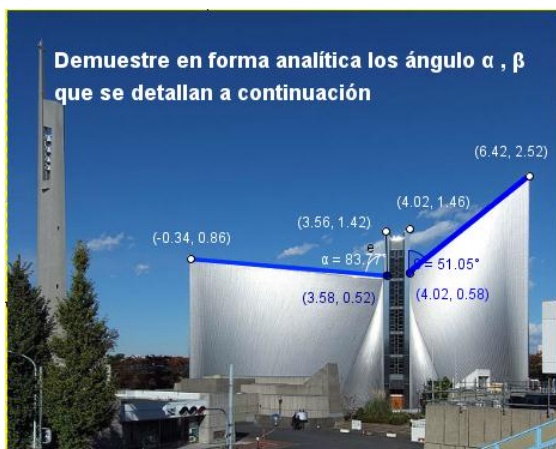
d) Se podrá observar que al inclinar la recta en diferentes posiciones la pendiente indicara signos positivos y negativos en su respuesta. Si la pendiente es positiva, el estudiante observara que el ángulo formado es agudo, y si es negativa el ángulo será obtuso, como lo muestran las dos graficas detalladas anteriormente.

e) El estudiante ahora tendrá la posibilidad de encontrar la abscisa o la ordenada de un punto dado su ángulo de inclinación.



Si desplazamos el punto A en diferentes posiciones se tendrá la posibilidad de encontrar la ordenada, con solo despejar el valor de “y”.

f) El estudiante utilizará la creatividad para encontrar ángulos de inclinación. He aquí algunos ejemplos tomados de las prácticas realizadas con los estudiantes del tercero de bachillerato “B” FIMA.





### 3.1 PRÁCTICA 3

#### ÁNGULO COMPRENDIDO ENTRE DOS RECTAS

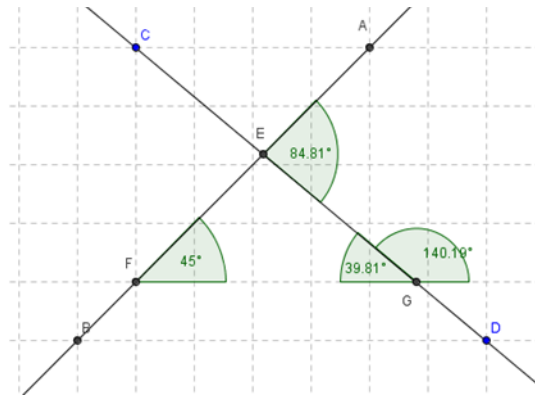
##### LOGROS A ALCANZAR:

- Determinar la fórmula para encontrar el ángulo comprendido entre dos rectas
- Aplicación en varios ejercicios con solo mover los puntos
- Crear ejercicios para determinar la abscisa u ordenada de un extremo de recta
- Aplicar a situaciones reales en entornos diferentes

##### Aplicación:

- El estudiante traza dos segmentos de rectas cuya pendientes sean diferentes, encuentra para cada una el ángulo de inclinación (Práctica 2). Utilizando el ícono ángulo determina el valor del ángulo comprendido entre dos rectas.





Nótese que el ángulo AED es un ángulo externo del triángulo EFG y cumple con el teorema: Un ángulo externo es igual a la suma de los internos no adyacente.

$$\sphericalangle AEG = \sphericalangle EFG + \sphericalangle FGE$$

Tomando  $\text{Tag}$  a ambos lados de la ecuación resulta

$$\text{Tag } \sphericalangle AEG = \text{Tag}(\sphericalangle EFG + \sphericalangle FGE)$$

Utilizando el teorema de tangentes de ángulo doble resulta:

$$\text{Tag } \sphericalangle AEG = \frac{\text{Tag} \sphericalangle EFG - \text{Tag} \sphericalangle FGE}{1 + \text{Tag} \sphericalangle EFG * \text{Tag} \sphericalangle FGE}$$

O lo que da lo mismo

$$\text{Tag } \sphericalangle AEG = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 * m_1}$$

- b) Con solo mover los puntos A, B, C o D podríamos practicar un sinnúmero de ejercicios de este tipo

- c) Conforme a lo realizado en las prácticas anteriores se puede realizar ejercicios donde se encuentren las abscisas u ordenadas de los puntos A, B, C o D, como se puede observar la práctica de ejercicios nuevos viene a ser un proceso muy común y de mucha utilidad para el estudiante.



- d) El estudiante creará ejercicios donde se pueda aplicar a situaciones reales de su entorno.

### 3.1 PRÁCTICA 4

#### ECUACIÓN DE LA RECTA

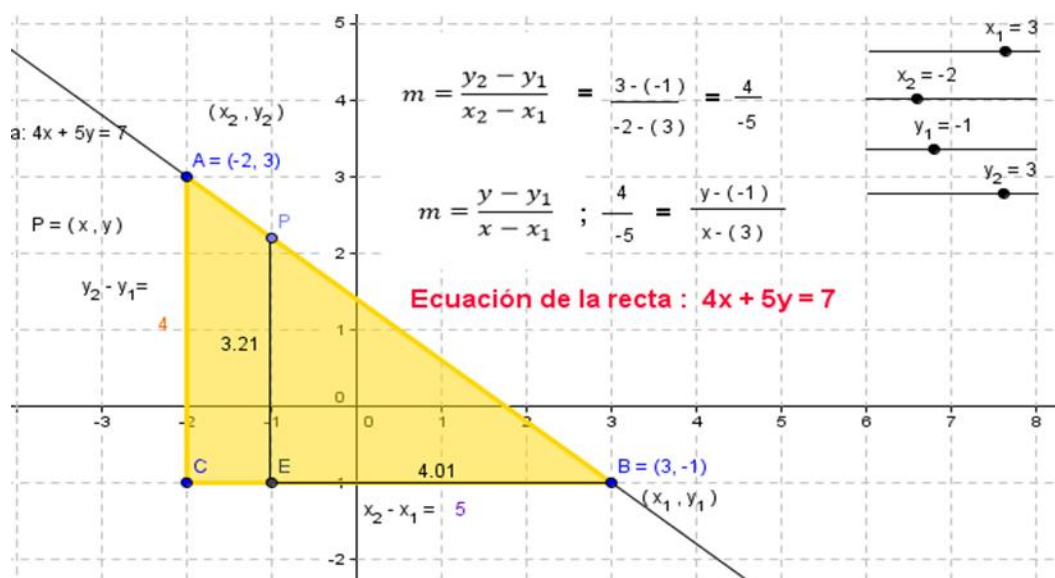
##### LOGROS A ALCANZAR:

- Deducir la ecuación de una recta
- Graficar rectas paralelas y perpendiculares
- Deducción de la fórmula para rectas paralelas y perpendiculares
- Encontrar segmentos y puntos notables en un triángulo



## e) Aplicaciones

a) Como se demostró anteriormente en la práctica dos la pendiente de una recta es  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , trazando una perpendicular por un punto que pertenece a la hipotenusa del triángulo P, sobre la base del triángulo rectángulo se deduce que los triángulos son semejantes y por lo tanto se demuestra que  $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ . Utilizando un axioma geométrico “ Si dos cantidades son iguales a una tercera éstas son iguales entre si” se tiene que  $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



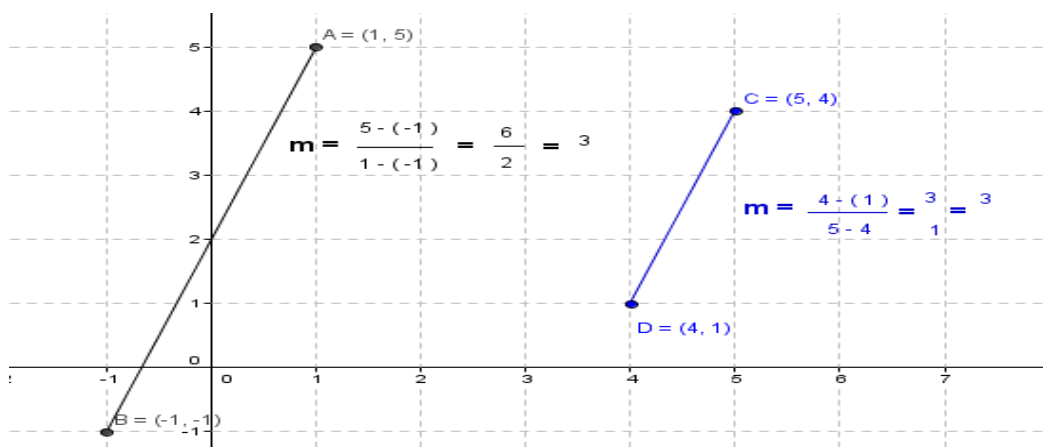
El estudiante desplazará los puntos A y B a su antojo en forma vertical u horizontal, y comprobará que las pendientes son iguales pues describe el mismo ángulo. Además realizará en su cuaderno varios ejercicios que comprueben la validez de lo expuesto.

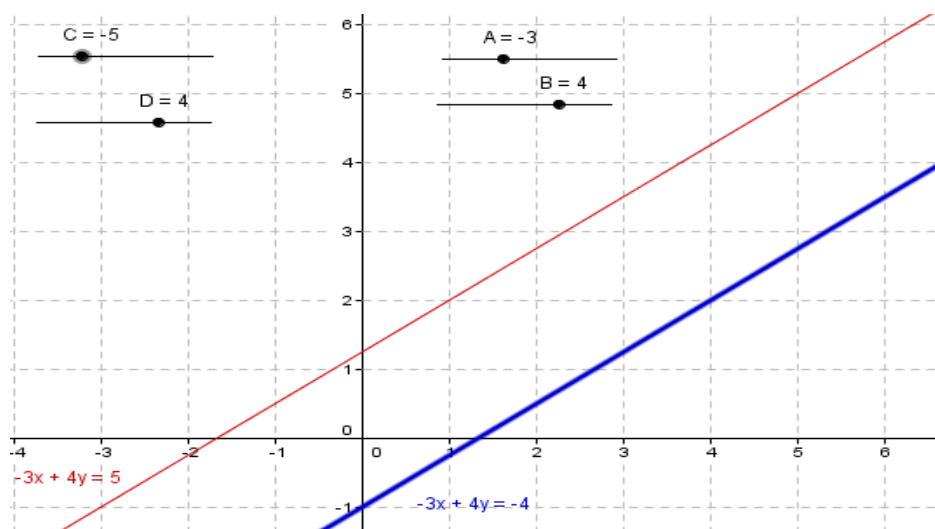


- b) Graficar rectas paralelas y perpendiculares: Una ecuación en la forma general se define como:

$Ax + By + C = 0$  ; y la pendiente de la recta es  $m = -\frac{A}{B}$ , análogamente si otra recta es  $Dx + Ey + F = 0$  ; y la pendiente es  $-\frac{D}{E}$ , por lo tanto se tiene  $\frac{A}{B} = \frac{D}{E}$

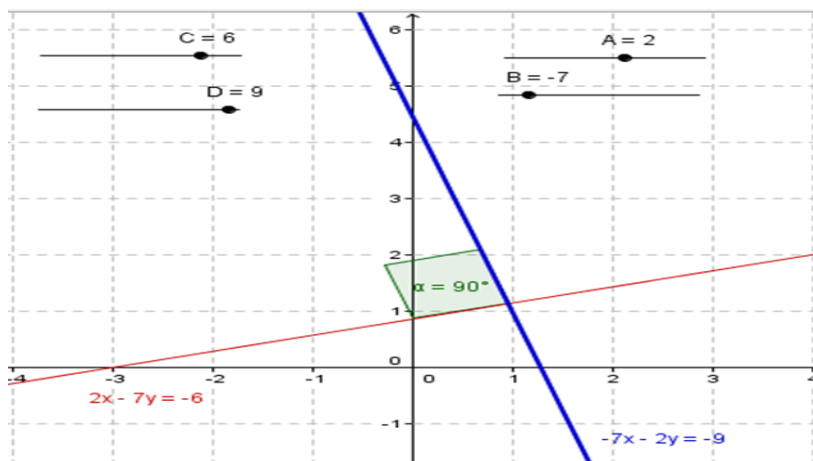
Dos rectas son paralelas si y solo si:  $m_1 = m_2$





Dos rectas son perpendiculares si y solo si:  $m_1 * m_2 = -1$

- c) En Geogebra creamos 4 deslizadores  $A = 2, B = -7, C = 6$  y  $D = 9$  y en la Entrada se escribe  $Ax + By + C = 0$ , y,  $-Bx + Ay + D = 0$ . El estudiante debe fijarse que la pendiente de las ecuaciones son  $-\frac{A}{B}; \frac{B}{A}$  simultáneamente, el producto es -1 y por lo tanto las rectas son perpendiculares.





## d) Rectas segmentos y puntos notables de un triángulo

Recta Mediatriz:



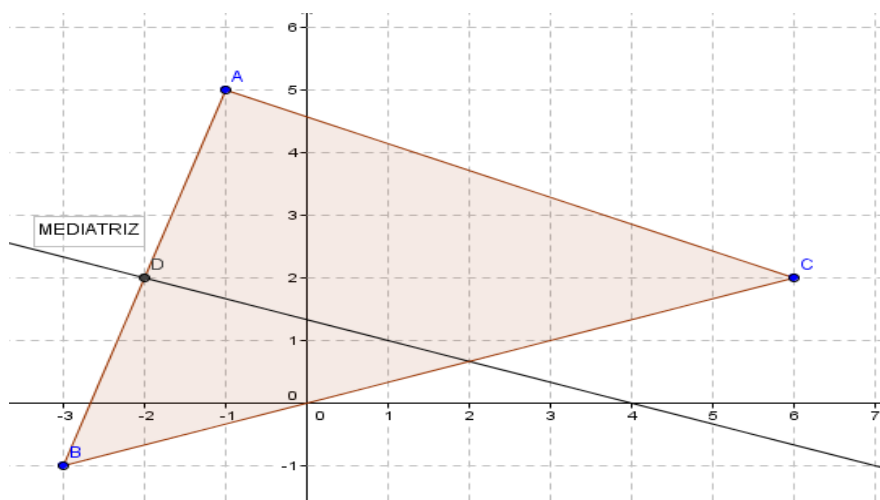
Con la opción polígono realizamos un triángulo y a continuación



seleccionamos la tecla punto medio, ahora realizamos una recta que tenga



la condición de que pase por el punto medio y a la vez seas perpendicular al lado elegido para el punteo medio, ésa recta se denomina mediatriz.

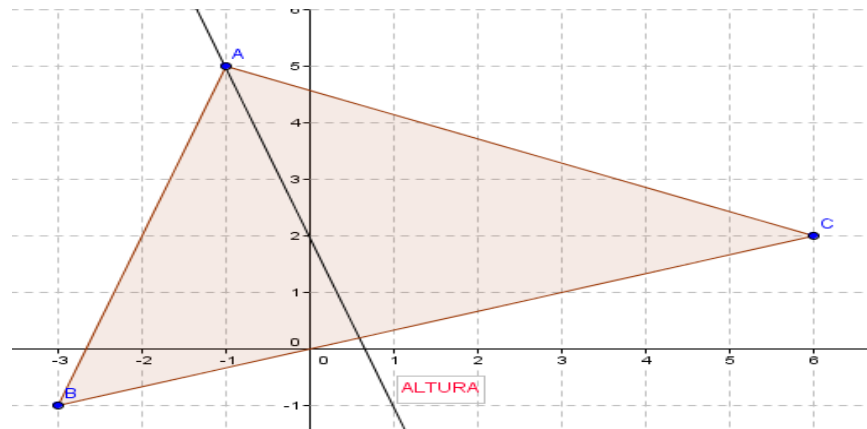


ALTURA: Para graficar una altura en geogebra procedemos de la siguiente



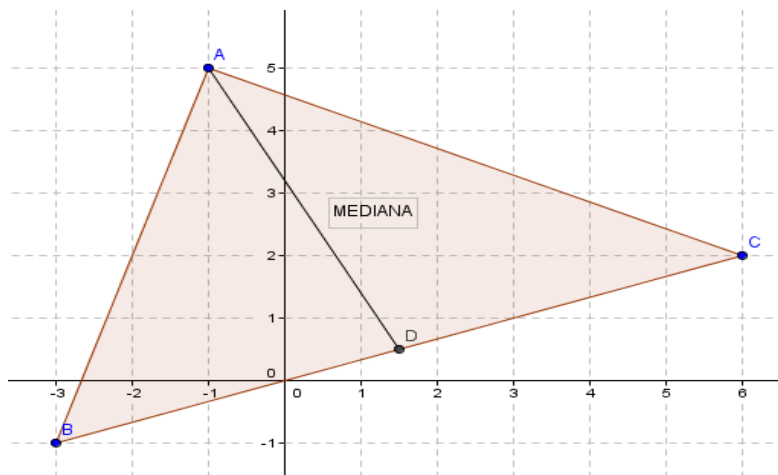
manera y graficamos un triángulo, recta perpendicular que pase por la base y por el vértice del lado opuesto a la base.





## MEDIANA

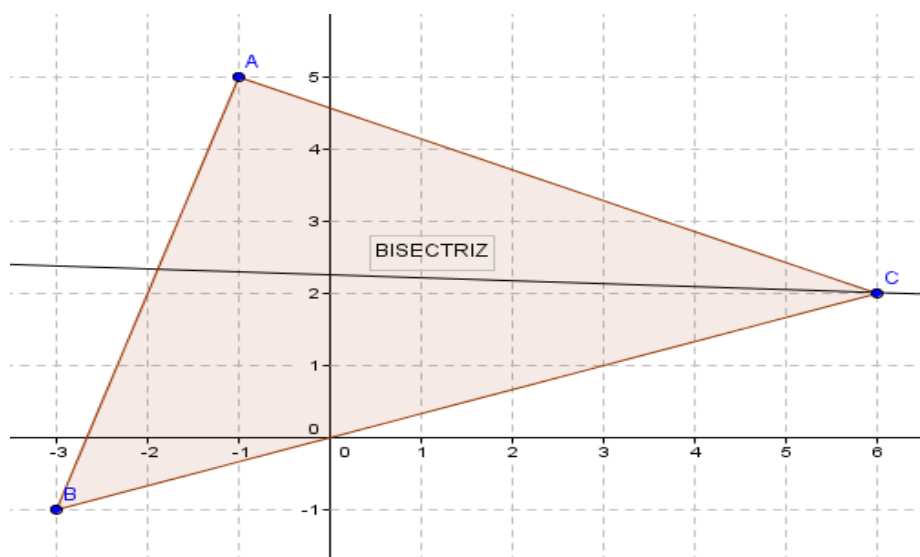
Opción polígono formando un triángulo, punto medio, y recta que pase por el vértice y por el punto medio del lado opuesto.



## BISECTRIZ




Opción polígono, a continuación icono bisectriz se forma tocando los tres vértices que forman el ángulo

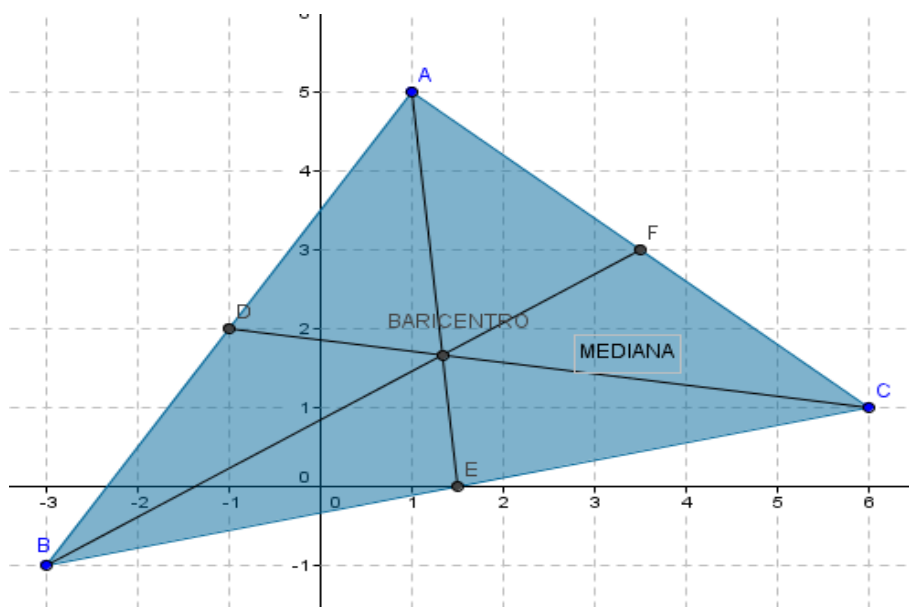


Baricentro: Punto de intersección de las tres medianas

En geogebra se repite tres veces el procedimiento para encontrar una mediana y



luego elegimos el ícono  intersección y ése es el punto denominado baricentro.






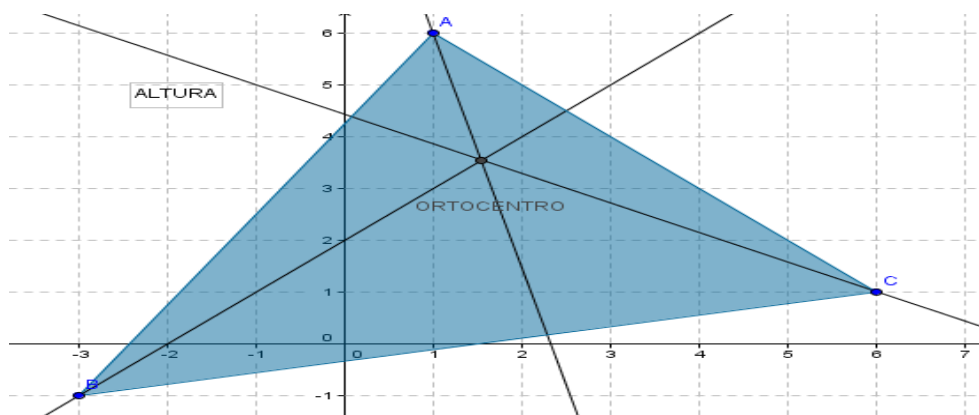


Ortocentro: Punto de intersección de tres alturas

En geogebra se repite tres veces el procedimiento para encontrar una altura y




luego elegimos el ícono  intersección y éste es el punto denominado ortocentro.

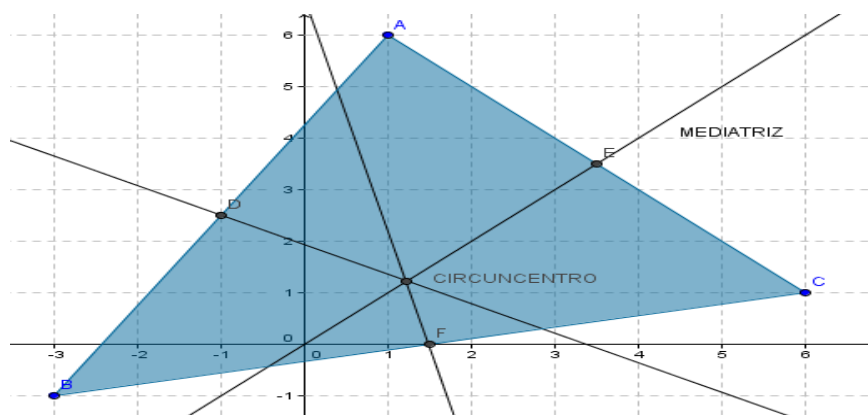


Circuncentro: Punto de intersección de las tres mediatrices

En geogebra se repite tres veces el procedimiento para encontrar una MEDIATRIZ



y luego elegimos el ícono  intersección y éste es el punto denominado CIRCUNCENTRO.



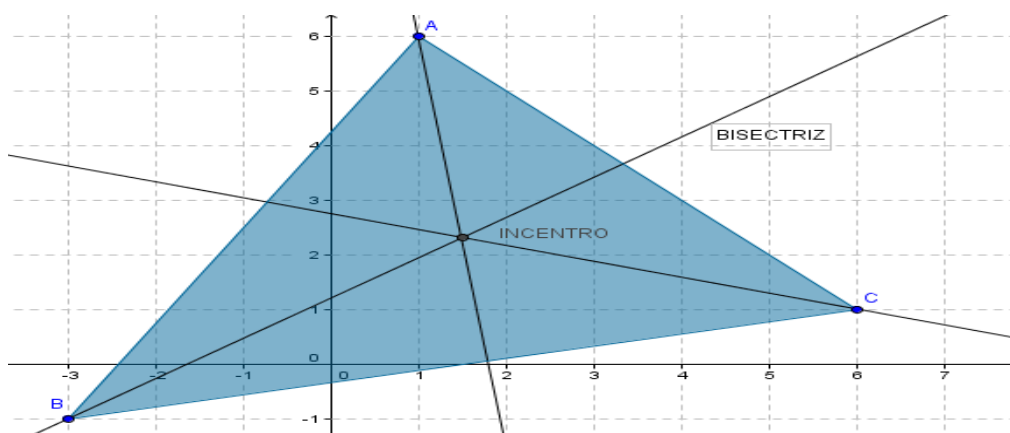


Incentro: Punto de intersección entre tres bisectrices.

En geogebra se repite tres veces el procedimiento para encontrar una BISECTRIZ y



luego elegimos el ícono intersección y ése es el punto, denominado INCENTRO.



### 3.1 PRÁCTICA 5

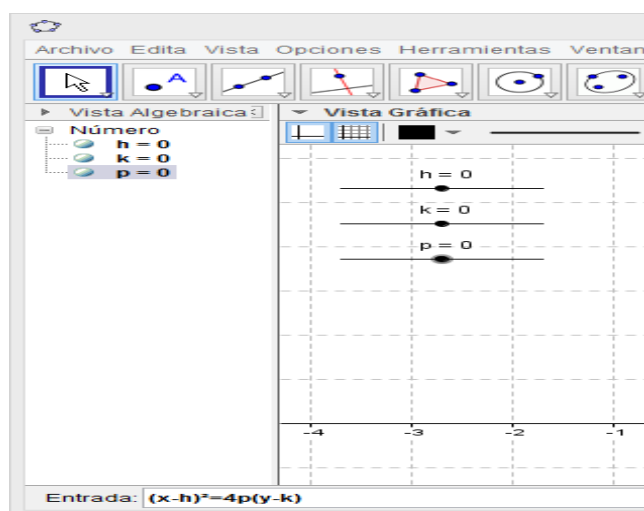
#### LA PARÁBOLA

LOGROS A ALCANZAR:

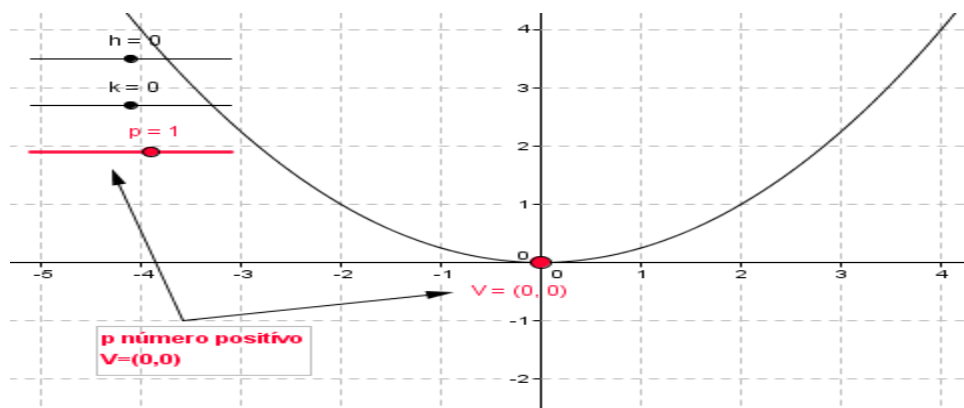
- Determinar gráficas de parábolas utilizando los deslizadores  $h$ ,  $k$  y  $p$
- Graficar el foco, el lado recto y la directriz de una parábola
- Identificar parábolas del tipo  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ ;  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$
- Aplicaciones.

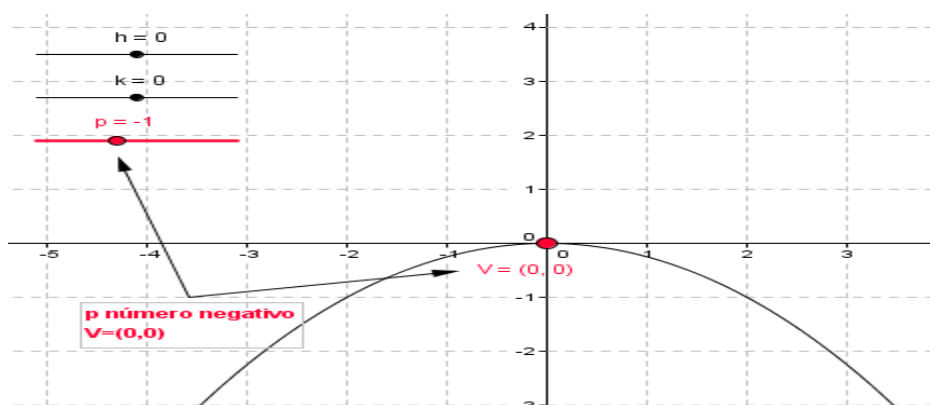


a) El estudiante crea tres deslizadores con nombres  $h$ ,  $k$  y  $p$ , escribiendo en la entrada  $h=0$ ,  $k=0$  y  $p=0$ , éstos aparecen en la vista algebraica y dando clic en el círculo blanco pasan a vista gráfica, a continuación se escribe en la entrada  $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ .

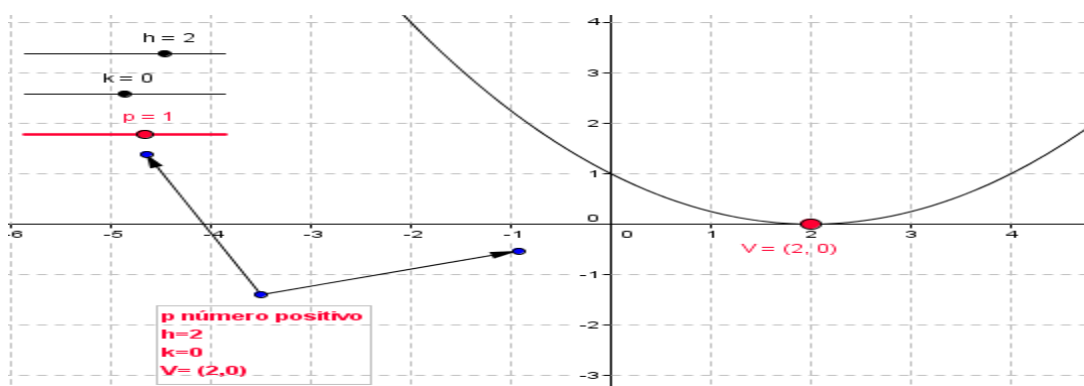


A continuación el estudiante observará que pasa cuando desliza  $p$  hasta una posición positiva o negativa, sacará sus conclusiones en una planilla, también analizará en donde se encuentra el vértice de la parábola.





Ahora desplazamos el deslizador  $h$  manteniendo  $p$  con un número positivo y  $k=0$ . De forma análoga se desplaza  $k$  manteniendo  $p$  con un número positivo y  $h=0$ . El estudiante está en capacidad de dibujar en su cuaderno y sin ayuda del software una parábola puesta en la forma ordinaria  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ .

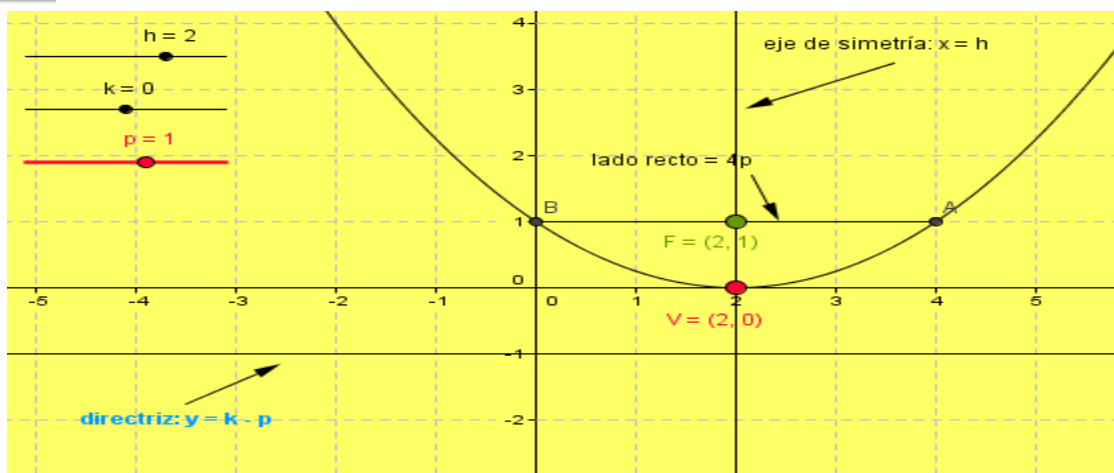


#### b) Graficar el foco, el lado recto y la directriz de una parábola

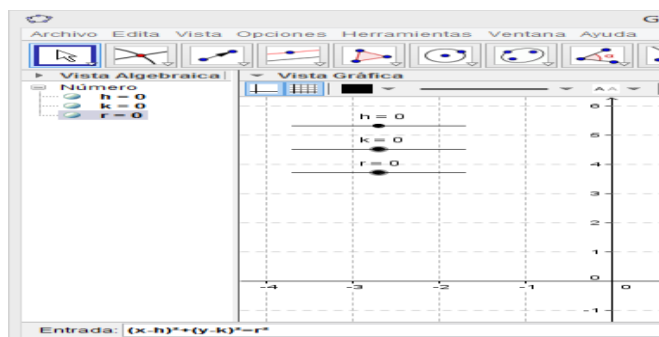
En la Entrada copiamos  $F = (h, k + p)$ , señalándose el foco de la parábola, a continuación elegimos el ícono paralela y señalamos el punto  $F$  con el eje  $x$  obteniéndose una recta que pasa por el Foco y es paralela al eje de las abscisas, con el ícono punto de intersección señalamos los cortes que tiene esta recta con la parábola y a continuación elegimos segmento de recta, se procede a ocultar la recta y se obtiene el segmento que representa el lado recto. Para realizar la



directriz y el eje de simetría en la parte de la Entrada se escribe  $y = k - p$ ;  $x = h$ , respectivamente.



El estudiante podrá realizar graficas de parábolas graficando además segmentos y rectas notables.



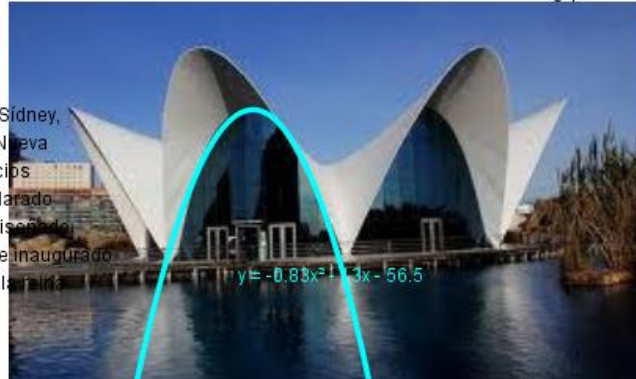
c) En forma análoga el estudiante analizará la forma  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  y discutirá sobre los segmentos, puntos y rectas notables.

d) Aplicaciones

☒ parábola

#### OPERA DE SIDNEY:

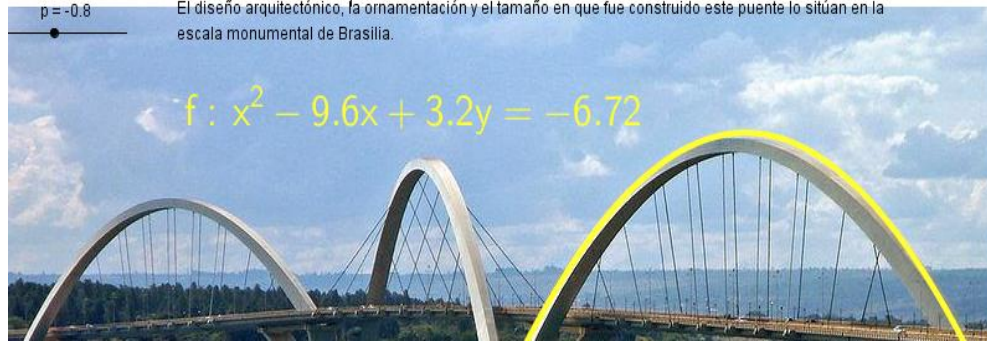
La Ópera de Sídney o Casa de la Ópera de Sídney, situada en la ciudad de Sídney, estado de Nueva Gales del Sur, Australia, es uno de los edificios más famosos y distintivos del siglo XX. Declarado en 2007 Patrimonio de la Humanidad, fue diseñado por el arquitecto danés Jørn Utzon en 1957 e inaugurado el 20 de octubre de 1973, con presencia de la reina Isabel II del Reino Unido.



8.11)

$h_3 = 4.8$   
 $k_3 = 5.1$   
 $p = -0.8$

Puente Juscelino Kubitschek - Brasil. El Puente Juscelino Kubitschek que fue conocido con esta denominación en honor al ex-presidente de Brasil, Juscelino Kubitschek de Oliveira, quien catalogó a Brasilia como la capital de Brasil. Este puente conecta el sector residencial Lago Sur con el Plano Piloto, cruzando el Lago Paranoá en Brasilia, Distrito Federal. Su diseño se debe a los trabajos del ingeniero Mário Villa Verde, y al arquitecto Alexander Chan. Tuvo una inversión que oscilaba entre los 56.8 millones de euros. El diseño arquitectónico, la ornamentación y el tamaño en que fue construido este puente lo sitúan en la escala monumental de Brasilia.



## 3.1 PRÁCTICA 6

### LA CIRCUNFERENCIA

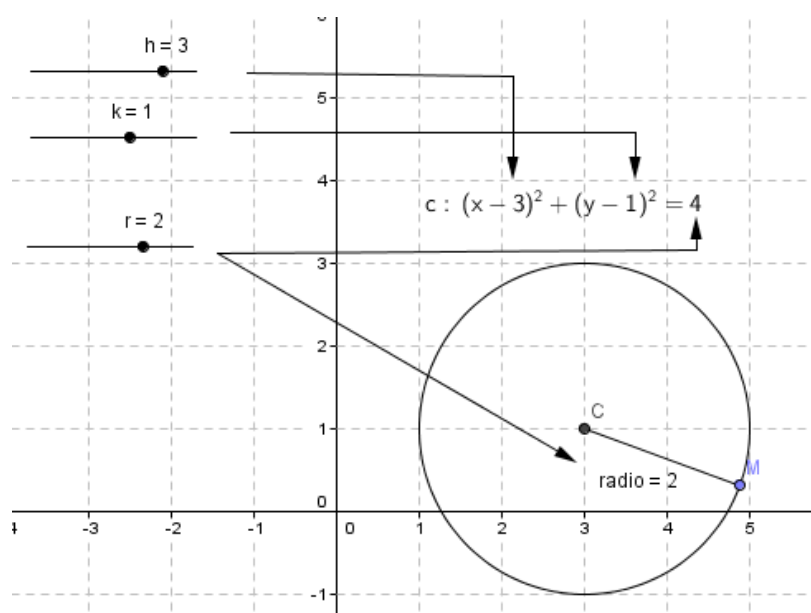
#### LOGROS A ALCANZAR:

- Determinar gráficas de circunferencias utilizando los deslizadores  $h$ ,  $k$  y  $r$



- b) Análisis de una circunferencia a través de los deslizadores D, E y F
- c) Encontrar la pendiente de un radio y ecuación tangente a él.
- d) Aplicaciones

a) El estudiante crea tres deslizadores con nombres  $h$ ,  $k$  y  $r$ , escribiendo en la entrada  $h=3$ ,  $k=1$  y  $r=2$ , éstos aparecen en la vista algebraica y dando clic en el círculo blanco pasan a vista gráfica, a continuación se escribe en la entrada  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ .



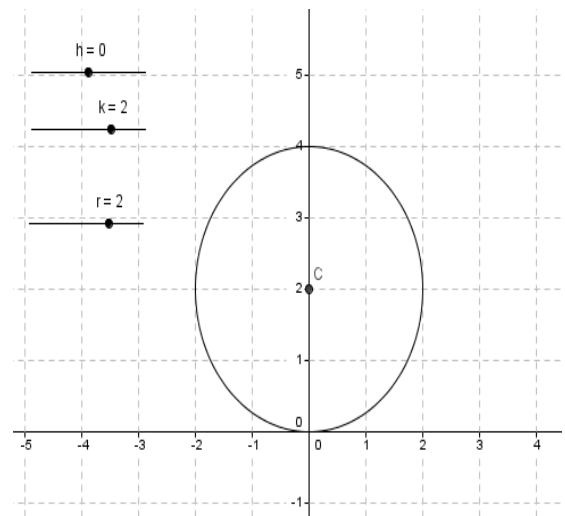
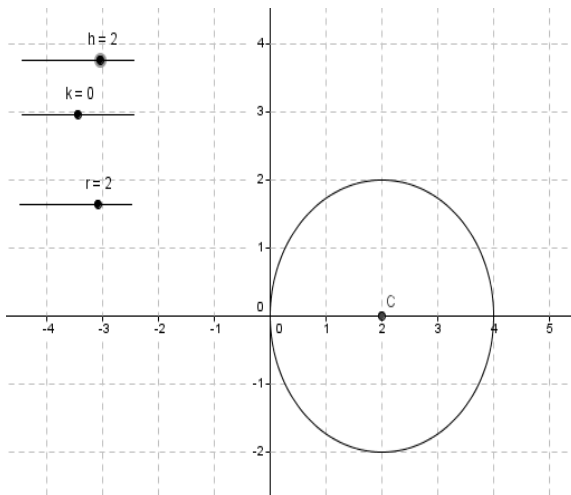
A continuación el estudiante observará que si desliza  $h$  hasta un número positivo o negativo en la vista gráfica aparece un punto que recorre de derecha a izquierda, si mantenemos  $h=0$  y desplazamos  $K$  se nota que el punto se desplaza de arriba hacia abajo.



Ahora si se desplaza  $h$  y  $k$  el punto se coloca en la posición  $(h,k)$  ése será el centro de la circunferencia cuando  $r$  se desplace a una posición positiva. Porque no aparece gráfica cuando  $r$  es negativa?.

En la Entrada se escribe  $C = (h, k)$  obteniéndose la ubicación del centro de la circunferencia; desplazando  $r$  hasta la posición 1, en la Entrada  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Para obtener gráficas de circunferencias cuyo centro está ubicado en el eje de las abscisas basta con desplazar  $k$  hasta la posición cero  $k=0$  análogamente en el eje de las ordenadas  $h=0$ .

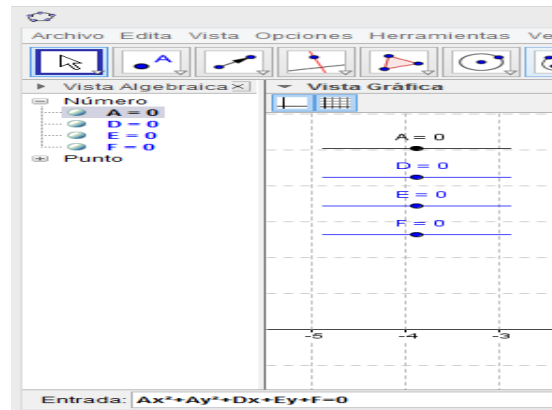


El estudiante estará en condiciones de graficar circunferencias en su forma ordinaria a través de los deslizadores  $h, k$  y  $p$

Determinar gráficas de circunferencias expresadas en la forma general  $Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$  a través de los deslizadores  $A, D, E$  y  $F$

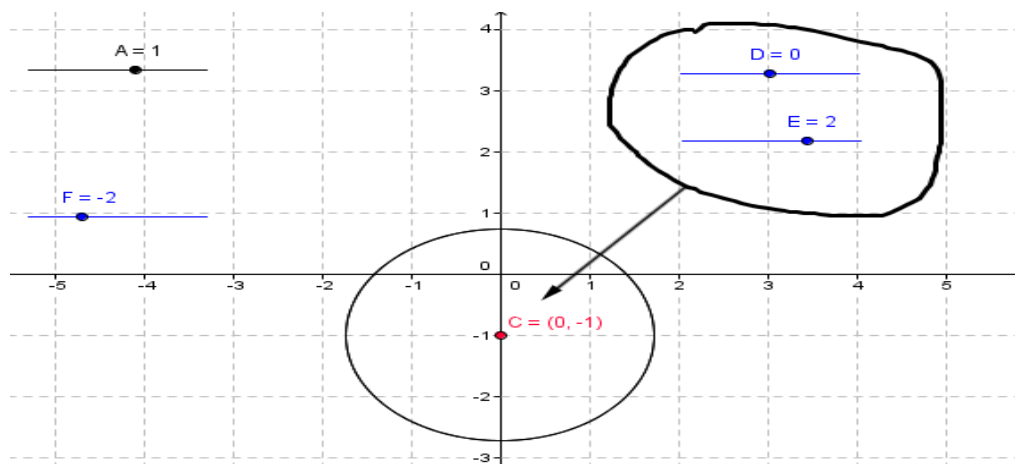
1.- Con  $A = 1$  y  $D = 0$

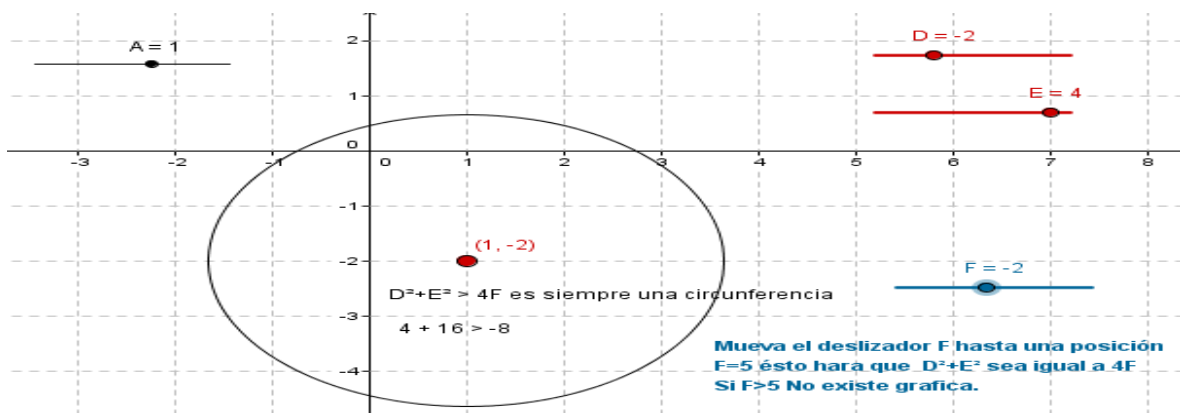




Creamos los deslizadores A, D, E y F, a continuación en el campo Entrada escribimos la ecuación de la circunferencia en la forma general  $Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$

Se desplaza el deslizador hasta las posiciones  $A = 1$  realizando un análisis con el centro de la circunferencia. Si El deslizador E toma un valor la ordenada del centro de la circunferencia es de signo contrario y dividido para dos, lo mismo sucede con D.





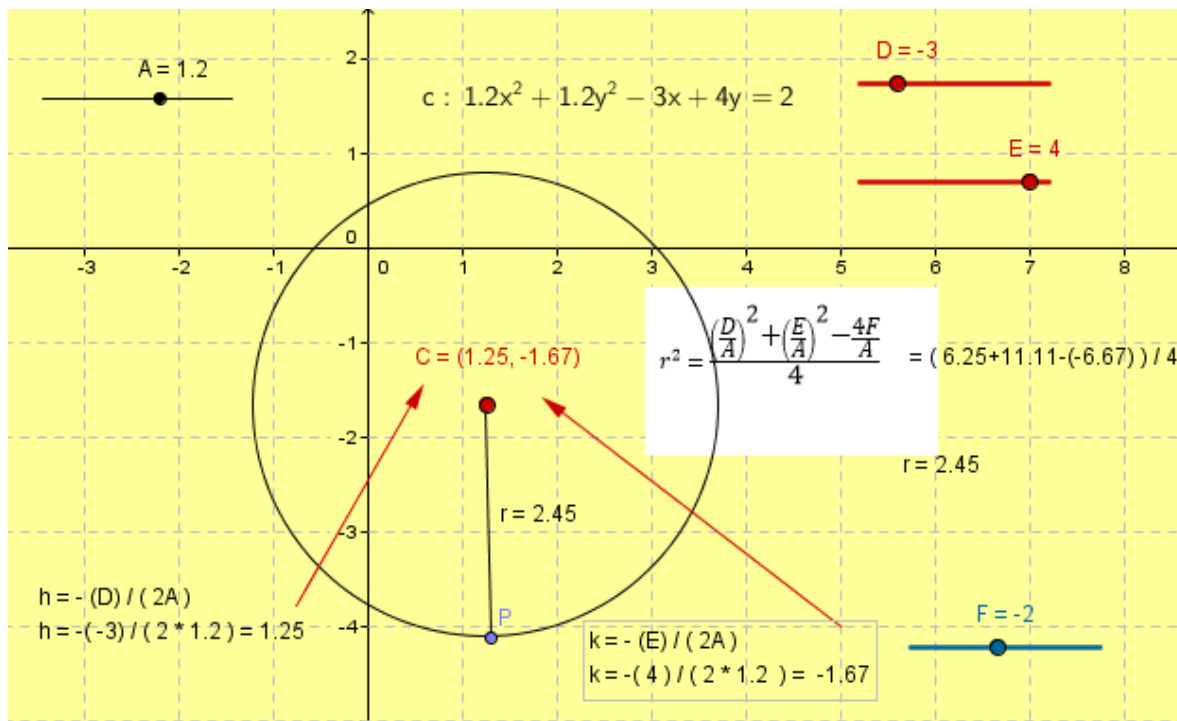


Con  $A \neq 1$

Basta con dividir para  $A$  toda la ecuación de la circunferencia y su procedimiento será guiado a través de lo explicado anteriormente.

Para utilizar el Geogebra el Centro estará dado por  $C = \left(-\frac{D}{2A}, -\frac{E}{2A}\right)$ ;  $r^2 = \frac{\left(\frac{D}{A}\right)^2 + \left(\frac{E}{A}\right)^2 - \frac{4F}{A}}{4}$

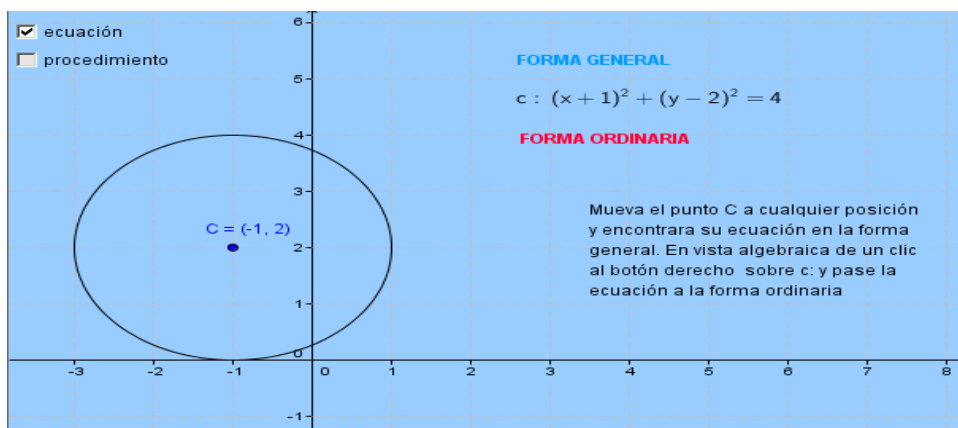
El estudiante estará en capacidad de analizar ecuaciones de la circunferencia en su forma general a través de los deslizadores propuestos.



Pasar una ecuación de la forma ordinaria a la general y viceversa

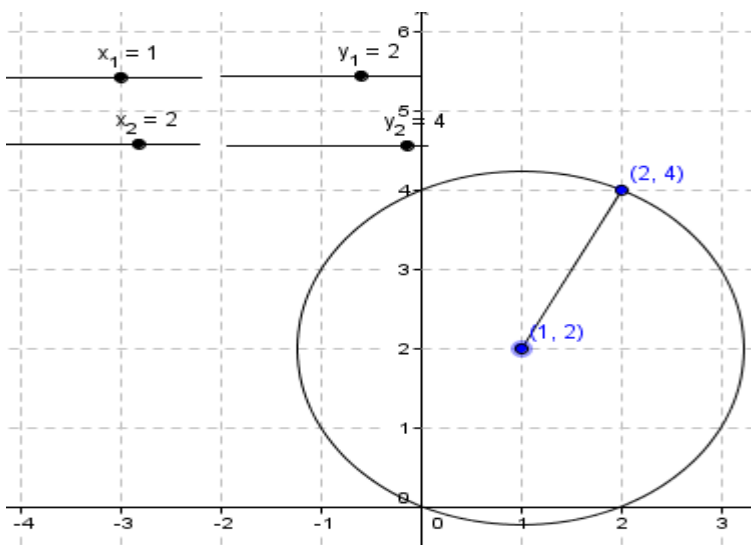


En el siguiente archivo encontrara el estudiante un proceso algebraico para pasar una ecuación en su forma general a su forma ordinaria; también visualizará la ecuación de una circunferencia en sus dos formas.



c) Pendiente de un radio y ecuación tangente a él.

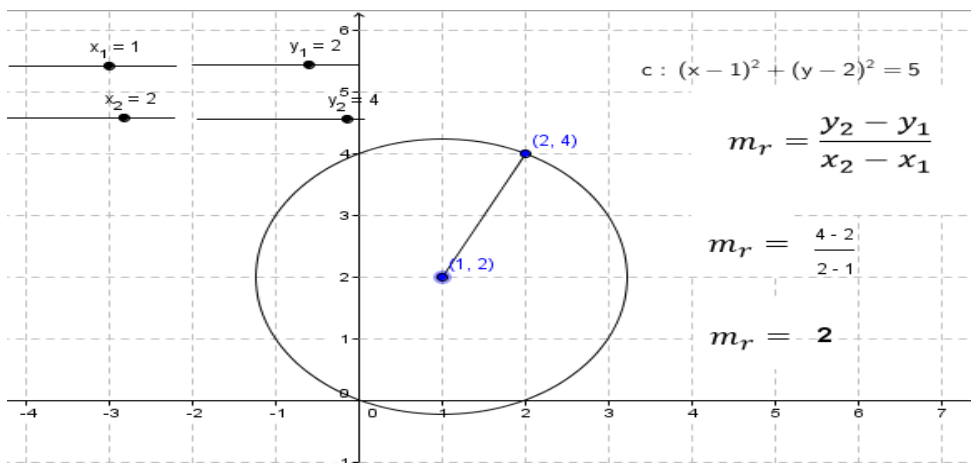
Creemos cuatro deslizadores  $x_1, y_1, x_2, y_2$ , los mismos que servirán como centro y punto del lugar geométrico de la circunferencia.



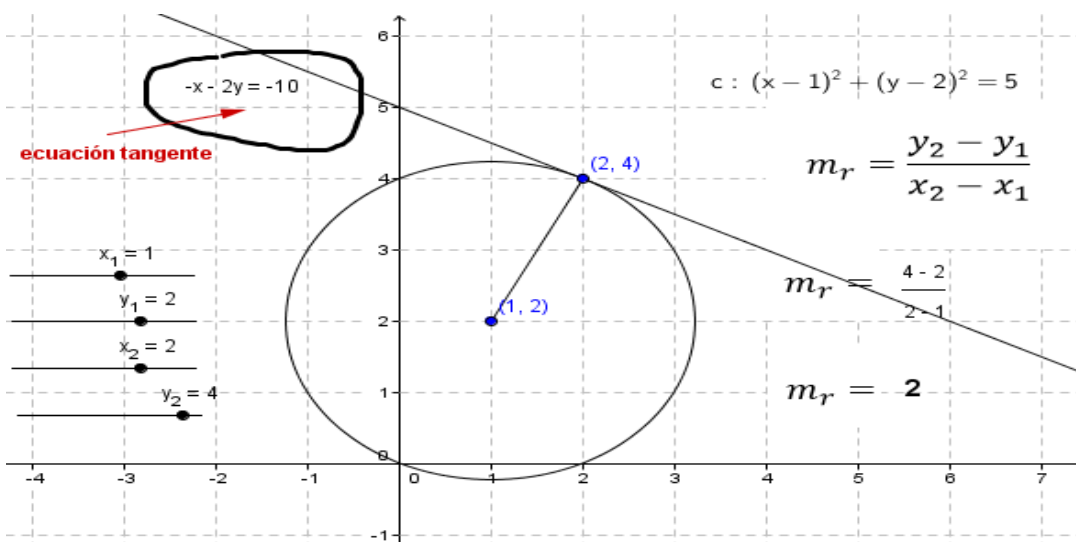
El estudiante notará que la circunferencia puede desplazarse a su antojo moviendo cada uno de los puntos o a su vez moviendo los deslizadores hacia otros valores.



A continuación se calcula la pendiente del radio con fórmulas demostradas anteriormente



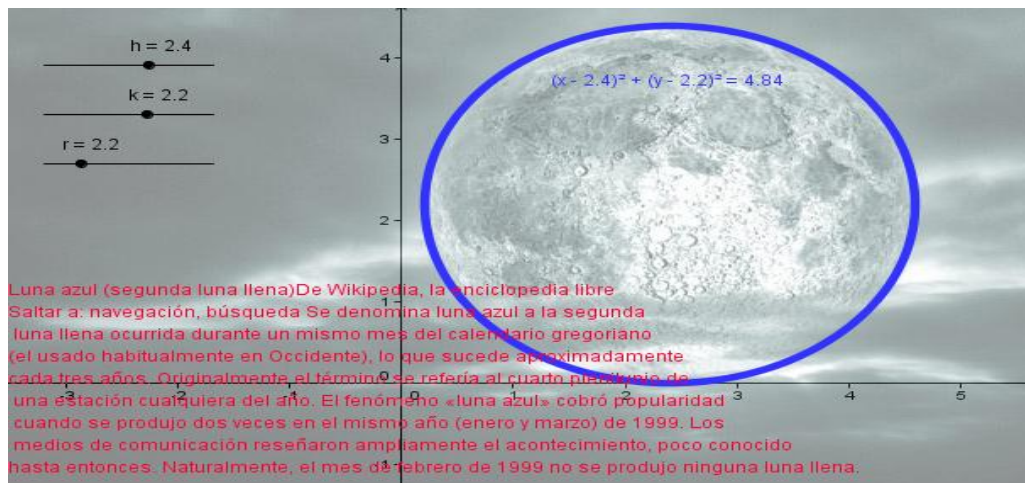
Para determinar la ecuación tangente a la circunferencia por el punto se procede así





Opción luego clic sobre el punto y sobre el segmento radio y aparecerá la recta tangente; dando clic derecho sobre la recta, propiedades del objeto, Básico, muestra rótulo y valor.

#### d) Aplicaciones





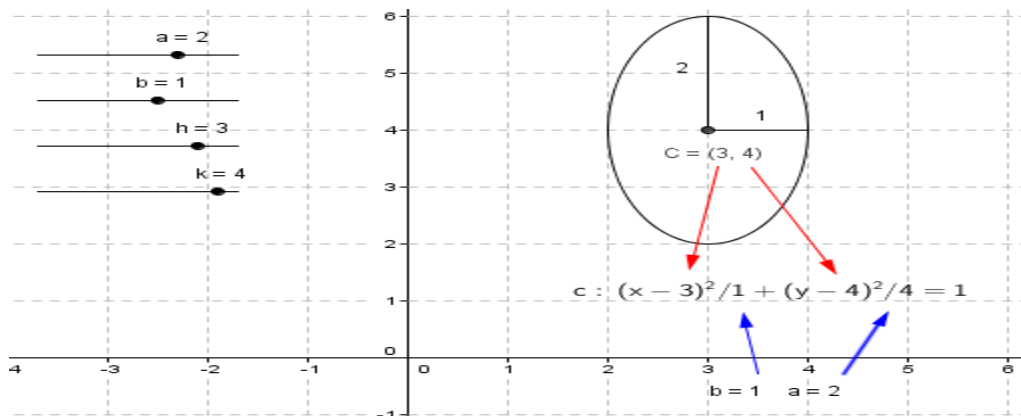
### 3.1 PRÁCTICA 7

#### LA ELIPSE

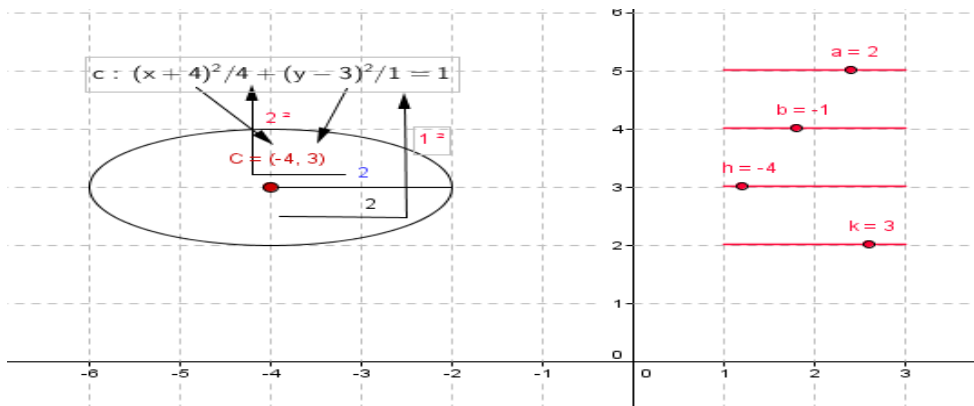
##### LOGROS A ALCANZAR:

- Reconocer el tipo de elipse, a través de su eje mayor y menor
- Localización de los Vértices, Focos y lado recto de una elipse

Creemos los deslizadores  $h, k, a$  y  $b$  desplazándoles hacia los siguientes valores  $a = 1, b = 2, h = 3$  y  $k = 4$ , en la Entrada se coloca la fórmula de la elipse en su forma ordinaria; a continuación el estudiante analizará los valores de los deslizadores y relacionará con la gráfica.



El estudiante notará que en el denominador correspondiente a la variable  $y$  es mayor que el respectivo en la variable  $x$  por tanto la elipse tiene ese tipo de gráfica, pues el vértice tiene dos unidades por arriba del centro. Ahora nos fijaremos en el caso en el que la constante más alta esta debajo del eje  $x$ . La gráfica de la elipse tiene la forma contraria a la figura anterior.





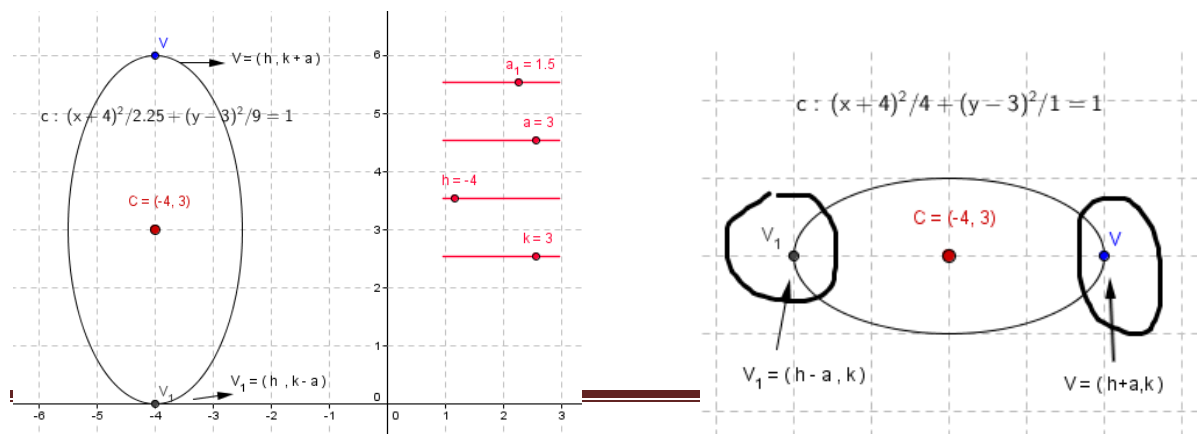
A la abertura mayor de una elipse se le conoce con el nombre de Semieje mayor análogamente al menor semieje menor.

El eje mayor =  $2a$ , el eje menor =  $2b$

## b) Localización de los Vértices, Focos y lado recto de una elipse



### Vértices:

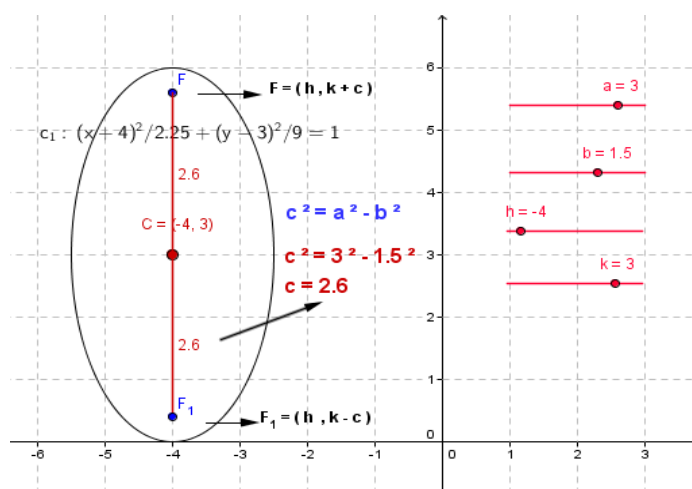
Basta con colocar en la Entrada  $V = (h, k + a)$  y  $V' = (h, k - a)$  en la elipse del tipo  ó  $V = (h + a, k)$  y  $V' = (h - a, k)$  en la elipse del tipo 





## FOCOS


Las coordenadas de los focos tienen un procedimiento parecido al anterior pero antes se calcula el valor de C cuya relación con a y b es:  $b^2 = a^2 - c^2$  ó lo que es lo mismo  $c^2 = a^2 - b^2$ . Luego basta con colocar en la Entrada  $F = (h, k + c)$  y  $F' = (h, k - c)$  en la elipse del tipo  ó  $F = (h + c, k)$  y  $F' = (h - c, k)$  en la elipse del tipo. 



## LADO RECTO

El lado recto por fórmula es igual a:  $\frac{2b^2}{a}$  Geogebra indica el valor de este segmento a través de los siguientes pasos.



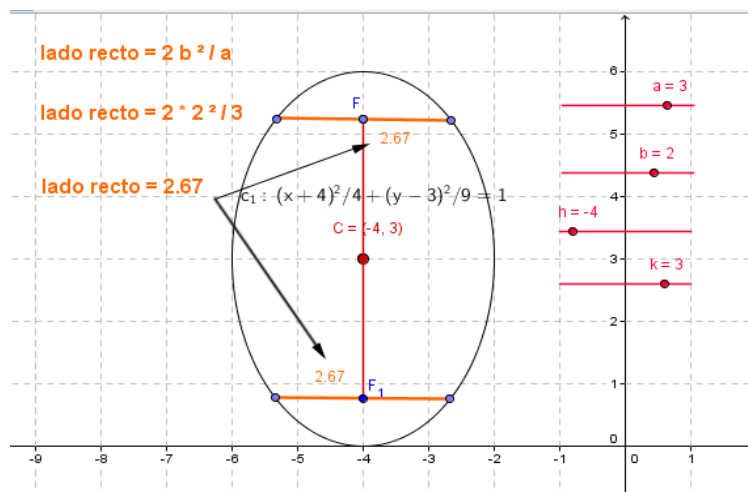
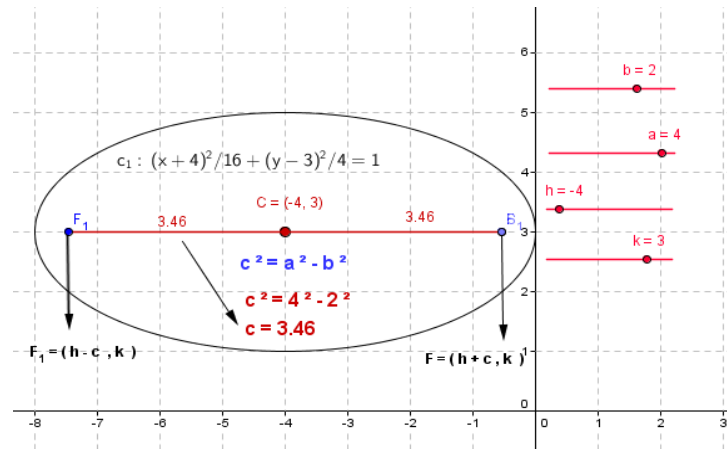
- a) Escoja el ícono  toca F y toca el eje de las abscisa, se visualiza una recta que pasa por F y es perpendicular al eje "X"

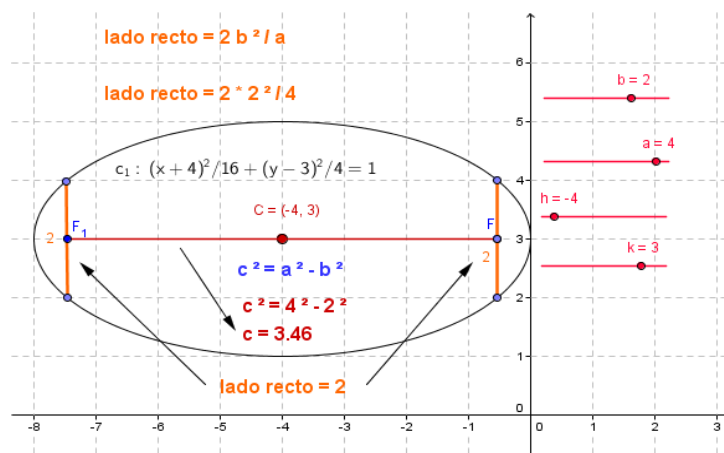


- b) Escoja el ícono Intersección de Dos Objetos, y señala los cortes con la ecuación de la Elipse y la recta realizada en el caso a)



- c) Escoja el ícono Segmento entre dos puntos, éste será la longitud del lado recto.





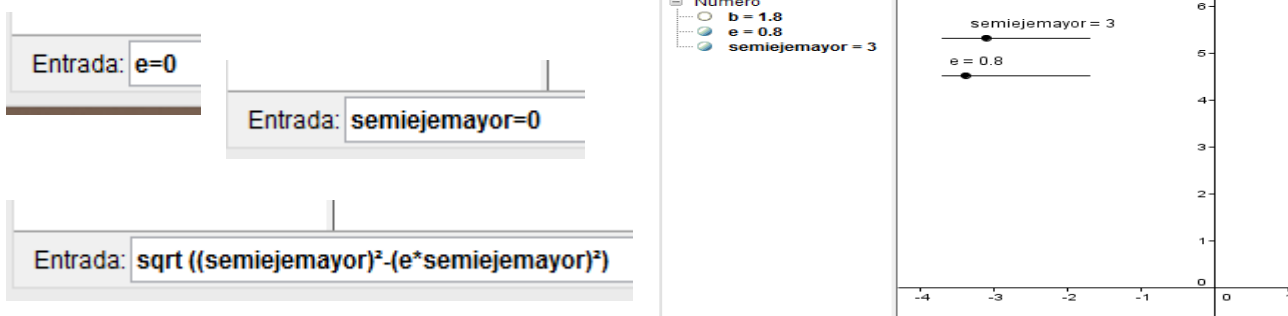
### 3.1 PRÁCTICA 8

#### LA ELIPSE

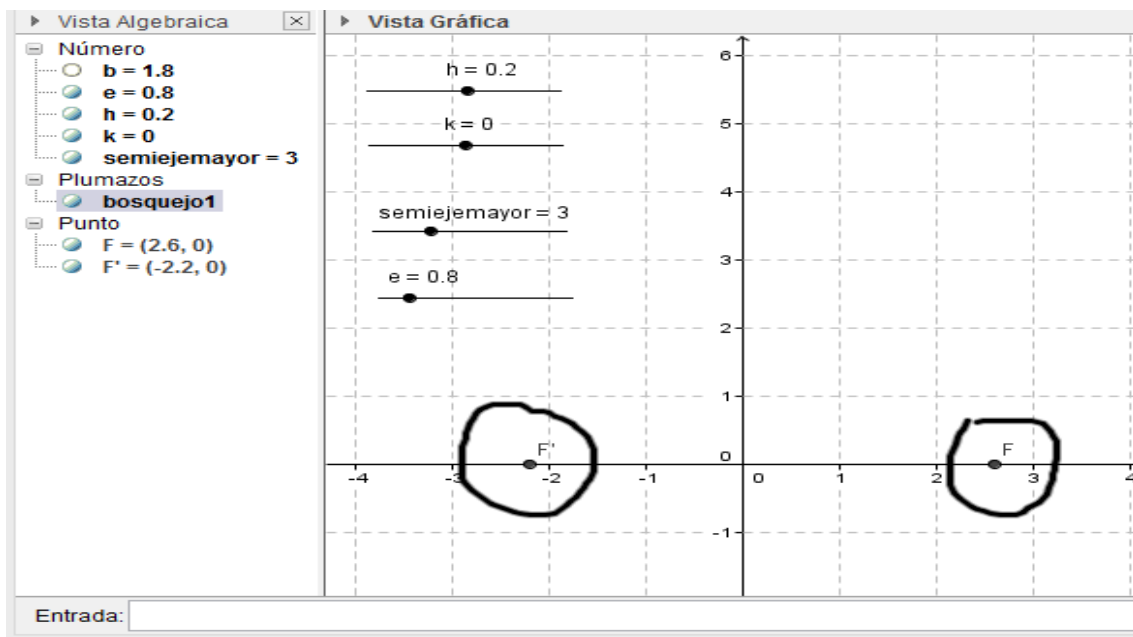
##### LOGROS A ALCANZAR:

- Reconocer una elipse dado eje mayor y excentricidad.
- Determinar el lugar geométrico dado un punto y el semieje mayor.
- Aplicaciones.

a) En la Entrada creamos dos deslizadores semieje mayor = 0 y  $e = 0$ , teniendo en cuenta que el semi eje mayor =  $a$  y la excentricidad  $e = c/a$ . Además en la Entrada se obtendrá el valor de  $b$ , que en la demostración se obtuvo que era igual a  $b^2 = a^2 - c^2$ . Se anotará  $\text{semiejemayor}^2 - (e * \text{semiejemayor})^2$ , obteniéndose en la vista algebraica  $b = ?$ . En este caso se hará notar al estudiante que el valor de  $(e * \text{semiejemayor})^2 = c^2$

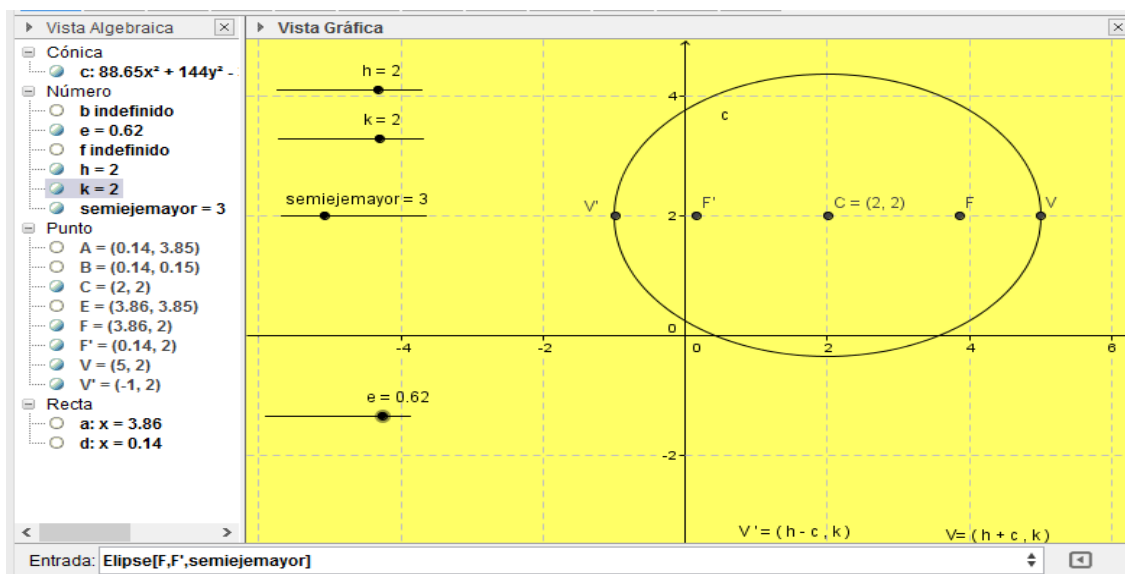


A continuación procedemos a crear dos deslizadores más  $h = 0$  y  $k = 0$  los mismos que vendrán a constituirse en el centro de la elipse. En la Entrada se establecen las coordenadas del Foco  $F = (h + e * semiejemayor, k)$  y  $F' = (h - e * semiejemayor, k)$



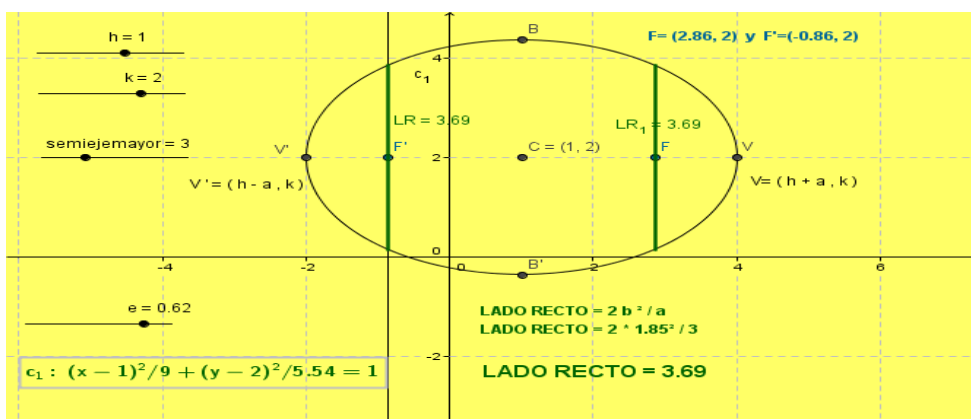
Entrada: `Elipse[F,F',semiejemayor]`

Finalmente en la entrada se coloca `Elipse[F,F',semiejemayor]`, obteniéndose la gráfica de la ecuación de la elipse, el estudiante deducirá porque la excentricidad para que la gráfica sea una elipse es  $< 1$ .



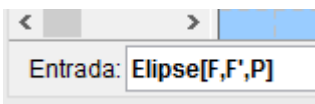
En este momento el estudiante deslizará  $h$  y  $k$  notando que el centro de la elipse se desplaza hasta la posición requerida.

Análogamente procederemos a ubicar los vértices a través de  $V = (h + \text{semiejemayor}, k)$ ;  $V' = (h - \text{semiejemayor}, k)$ ; longitud del lado recto  $= \frac{2b^2}{a}$

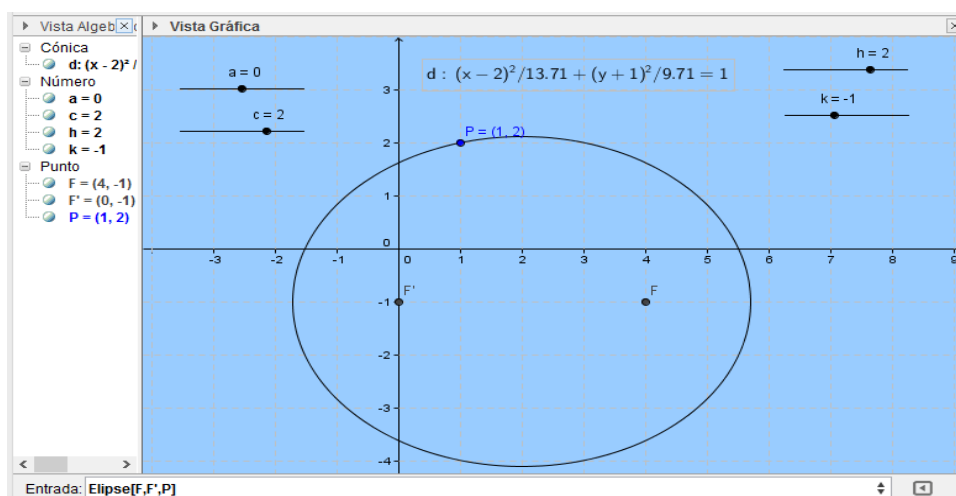


El Docente junto con los estudiantes creará un sinnúmero de ejercicios a través de los valores de la excentricidad y su semieje mayor, y emprenderá un nuevo trabajo a través de la excentricidad y su semieje menor, completando una práctica más.

b) En la Entrada hacemos  $a = 0$ ,  $c = 0$  y  $P(x, y)$ , también  $h = 0$  y  $k = 0$ ,



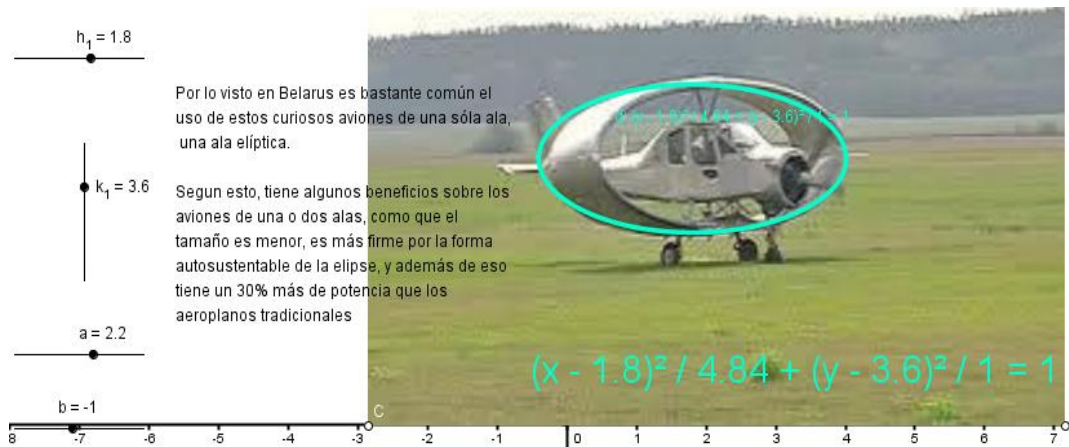
$F = (h + c, k)$ ,  $F' = (h - c, k)$ , a continuación obteniéndose la siguiente gráfica



El Vértice, foco, lado recto y excentricidad se pueden obtener de acuerdo a lo indicado en las prácticas anteriores.

Entrada:  $V=(h+a,k)$

#### d) Aplicaciones





### 3.1 PRÁCTICA 9

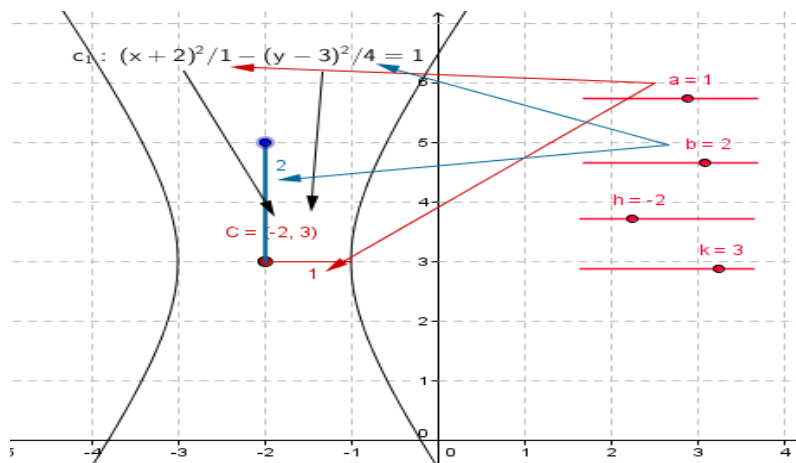
#### LA HIPÉRBOLA

##### LOGROS A ALCANZAR:

- Reconocer el tipo de hipérbola, a través de su eje conjugado y eje transverso
- Localización de los Vértices, Focos y lado recto de una hipérbola.

a) Creamos los deslizadores  $h, k, a$  y  $b$  desplazándoles hacia los siguientes valores  $a = 1, b = 2, h = -2$  y  $k = 3$ , en la Entrada se coloca la fórmula de la hipérbola en su forma ordinaria;

$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$  a continuación el estudiante analizará los valores de los deslizadores y relacionará con la gráfica. El eje transverso es aquel que toca los vértices de la hipérbola.



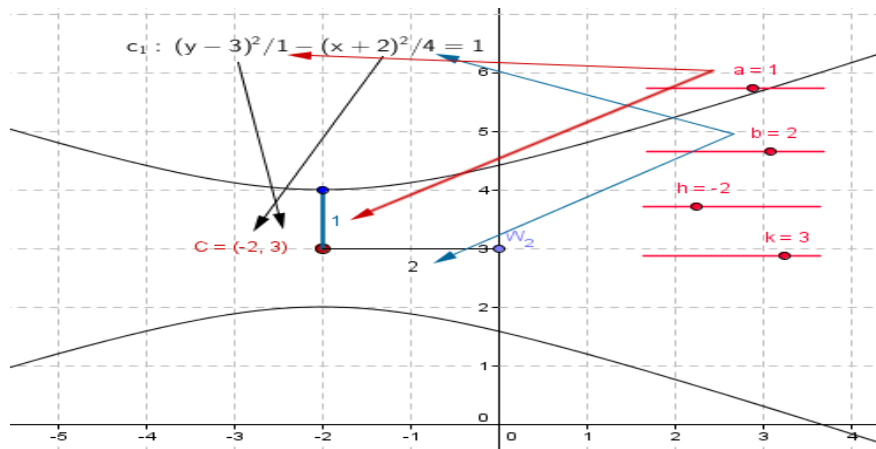




El estudiante notará como se relaciona el centro de la hipérbola con los deslizadores  $h$  y  $k$ . Además notara que los valores dados a los deslizadores  $a$  y  $b$  servirán de punto de partida para el trazo de las asíntotas, y que el signo menos entre las variables  $x$  y  $y$  dan la apariencia de la hipérbola.

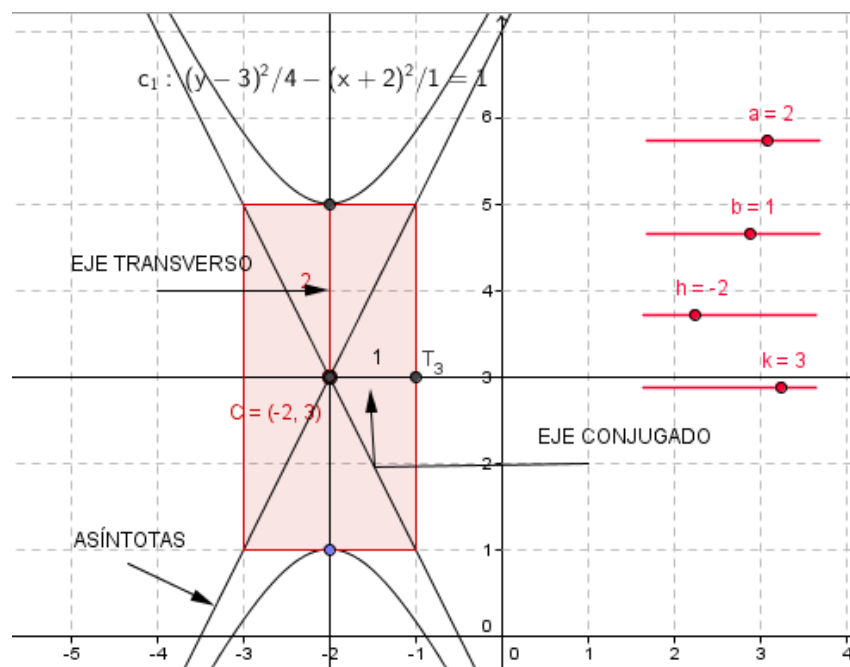
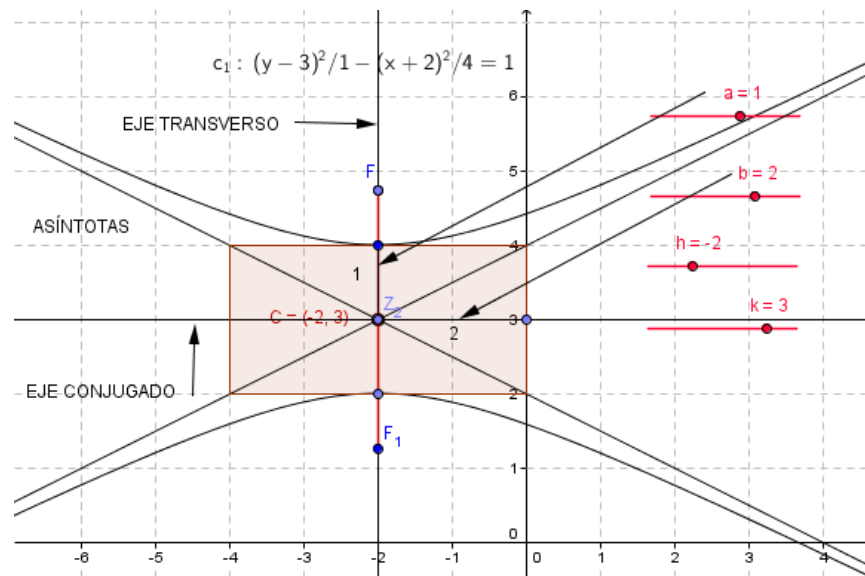
Con un proceso análogo al anterior creamos los deslizadores  $h, k, a$  y  $b$  desplazándoles hacia los siguientes valores  $a = 1, b = 2, h = -2$  y  $k = 3$ , en la Entrada se coloca la fórmula de la hipérbola en su forma ordinaria;

$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$  a continuación el estudiante analizará los valores de los deslizadores y relacionará con la gráfica.



Eje transverso y eje conjugado:

El eje transverso es aquel segmento que pasa por los focos y los vértices de la hipérbola, el eje conjugado no toca a la hipérbola pero su ubicación es muy importante para explicar asíntotas oblicuas de la hipérbola.



A la abertura mayor de una elipse se le conoce con el nombre de Semieje mayor análogamente al menor semieje menor.

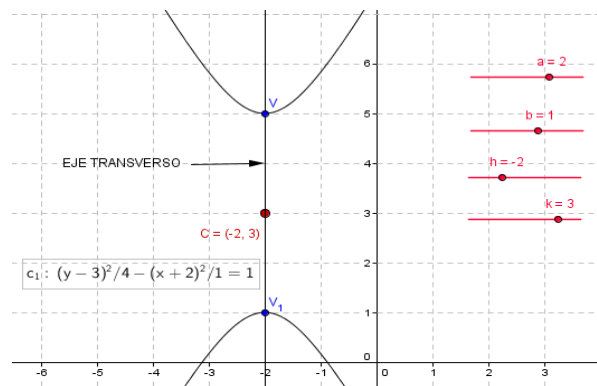


El eje mayor =  $2a$ , el eje menor =  $2b$

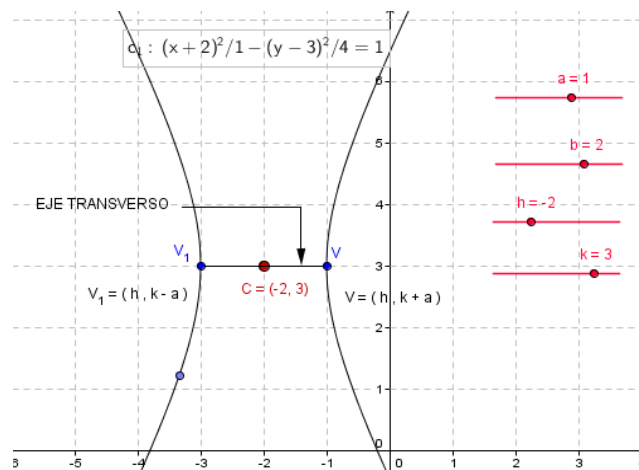
## Localización de los Vértices, Focos y lado recto de una hipérbola

### Vértices:

Basta con colocar en la Entrada  $V = (h, k + a)$  y  $V' = (h, k - a)$  en la hipérbola del tipo



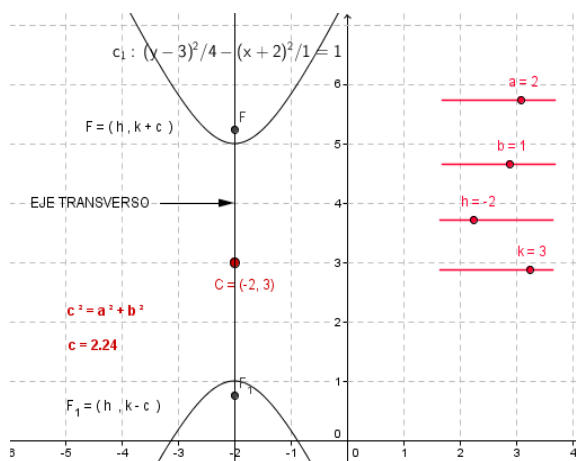
ó  $V = (h + a, k)$  y  $V' = (h - a, k)$  en la hipérbola del tipo



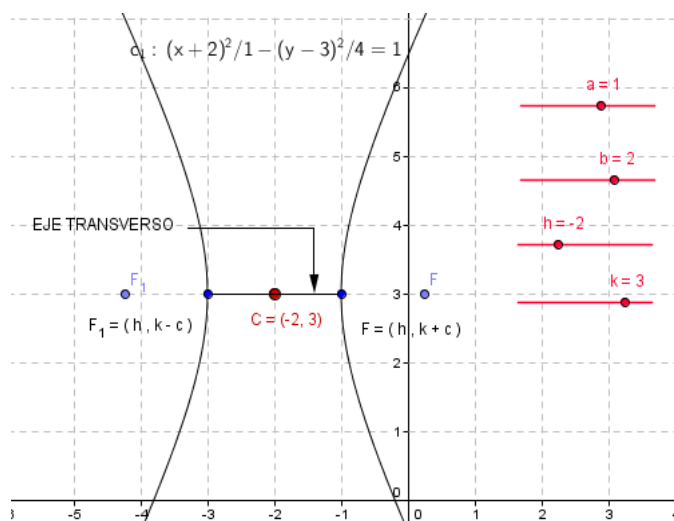


## FOCOS

Las coordenadas de los focos tienen un procedimiento parecido al anterior pero antes se calcula el valor de  $C$  cuya relación con  $a$  y  $b$  es:  $b^2 = c^2 - a^2$  ó lo que es lo mismo  $c^2 = a^2 + b^2$ . Luego basta con colocar en la Entrada  $F = (h, k + c)$  y  $F' = (h, k - c)$  en la elipse del tipo.



ó  $F = (h + c, k)$  y  $F' = (h - c, k)$  en la elipse del tipo





## LADO RECTO

El lado recto por fórmula es igual a  $\frac{2b^2}{a}$  Geogebra indica el valor de este segmento a través de los siguientes pasos.



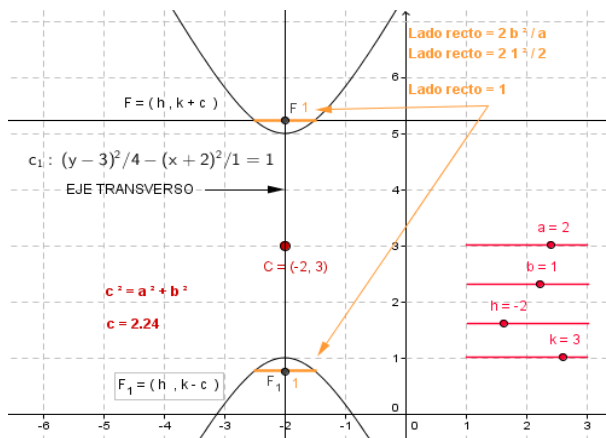
- a) Escoja el ícono toca F y toca el eje de las abscisa, se visualiza una recta que pasa por F y es perpendicular al eje “X”

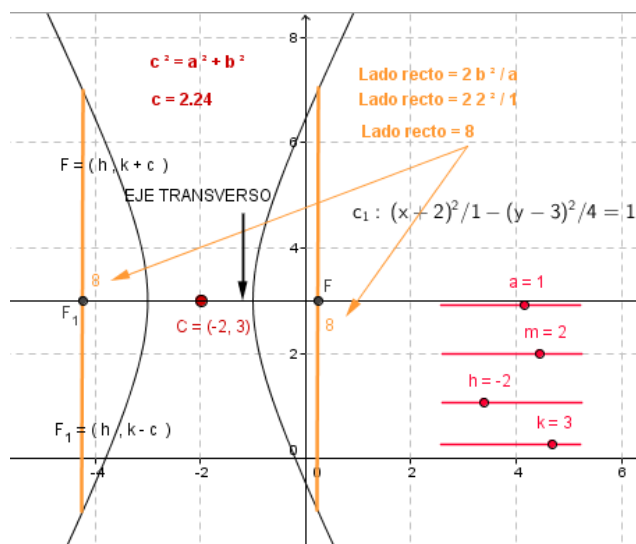


- b) Escoja el ícono Intersección de Dos Objetos, y señala los cortes con la ecuación de la Elipse y la recta realizada en el caso a)



- c) Escoja el ícono Segmento entre dos puntos, éste será la longitud del lado recto.





### 3.1 PRÁCTICA 10

#### LA HIPÉRBOLA

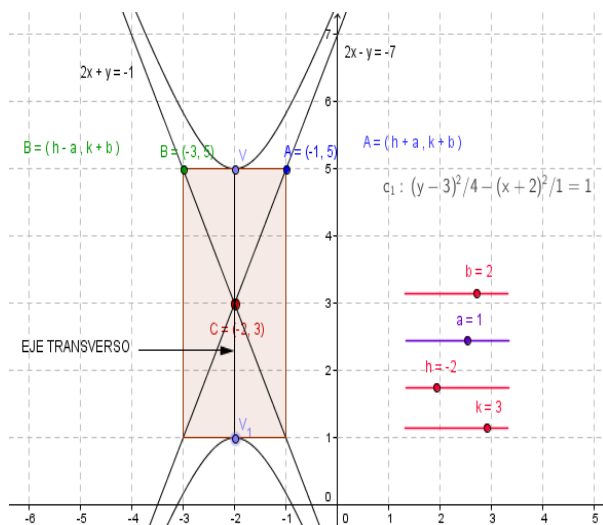
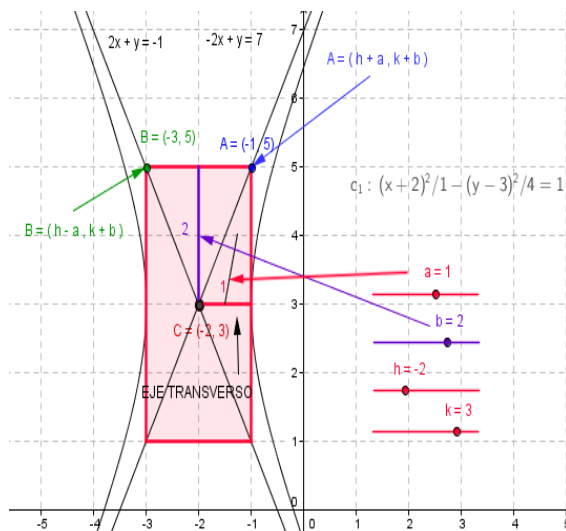
#### LOGROS A ALCANZAR:

- Determinar las asíntotas de hipérbola.
- Hallar la Ecuación de la Hipérbola en su forma general y pasarla a su forma cónica.
- Encontrar el lugar geométrico dado eje mayor y excentricidad
- Aplicaciones.

a) Las asíntotas son rectas oblicuas que se pueden obtener a través de los deslizadores  $a$ ,  $b$ ,  $h$  y  $k$



A través de la ecuación de la recta  $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ , utilizando en la gráfica adjunta El punto C y A para una de las asíntotas, y C y B para la otra. En forma deductiva el estudiante encuentra las asíntotas  $y = \pm \frac{b}{a}(x - h) + k$

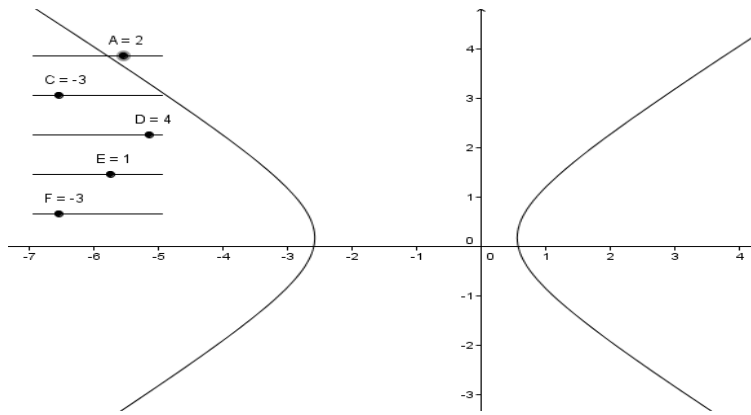


b) Ecuación de la Hipérbola en su forma general

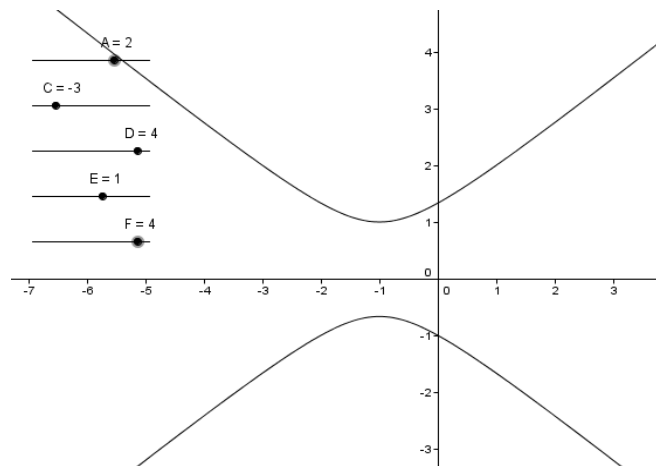


Empleamos para el efecto 5 deslizadores A, C, D, E y F y a continuación desplazamos hasta las posiciones anotadas a continuación  $A=2$ ,  $C=-3$ ,  $D=4$ ,  $E=1$  y  $F=-3$ . En la entrada anotamos  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  Anotando en un cuaderno lo que sucede.

El estudiante notara que cuando los signos de A y C son diferentes la gráfica será de una Hipérbola.



A medida que desplazamos F hasta una posición  $F=4$  teniendo los demás deslizadores constantes, vemos que la hipérbola toma otra de sus formas.







El estudiante en este momento debe tomar en cuenta este cambio, pues es necesario que tenga una explicación al respecto.

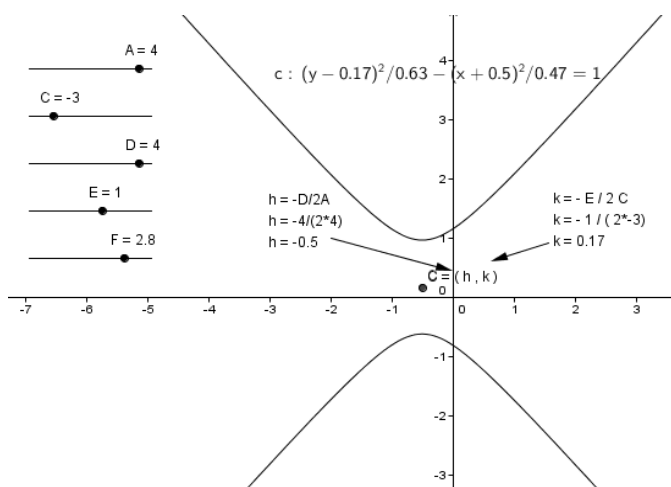
El estudiante algebraicamente debe demostrar que el cambio de F de -3 a 4 hizo que la hipérbola adquiriera las formas  $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$  ;  $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$  respectivamente. Además a través de la formula general tendrá que deducir los valores de h y K así como también los valores de a, b y c.

Deducción de los valores de h y k

Poniendo la ecuación general en la forma ordinaria se puede observar que

$$h = -\frac{D}{2A}; k = -\frac{E}{2C}$$

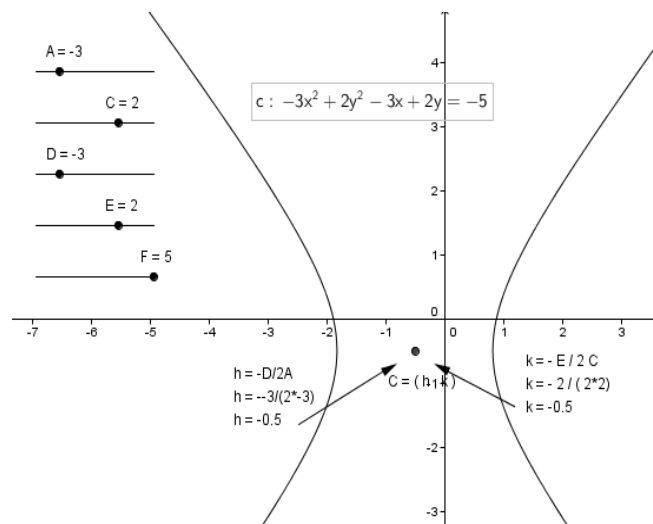
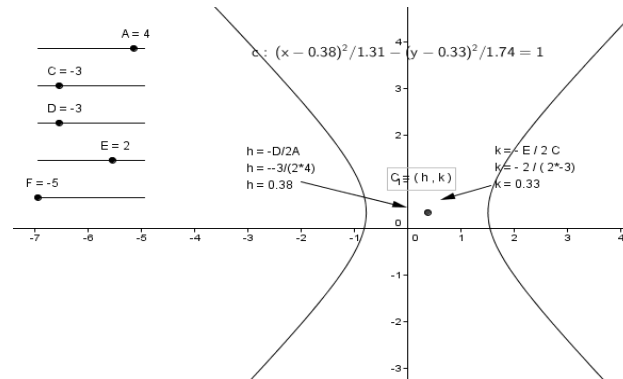
Geogebra, como ya se explicó anteriormente escribe la ecuación en las dos formas.





Si desplaza F hacia cualquier posición notará que h y k no sufren cambio alguno pues las coordenadas del centro no dependen de F.

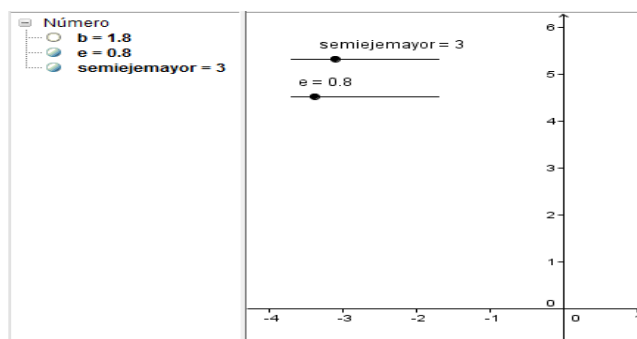
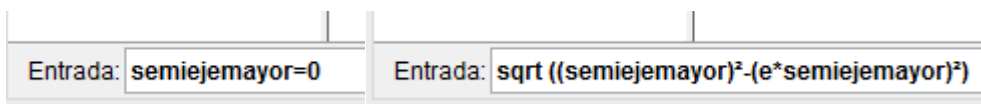
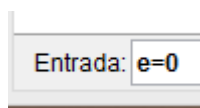
Ahora desplazemos los deslizadores E y D para probar que h y k siguen siendo el centro de la hipérbola



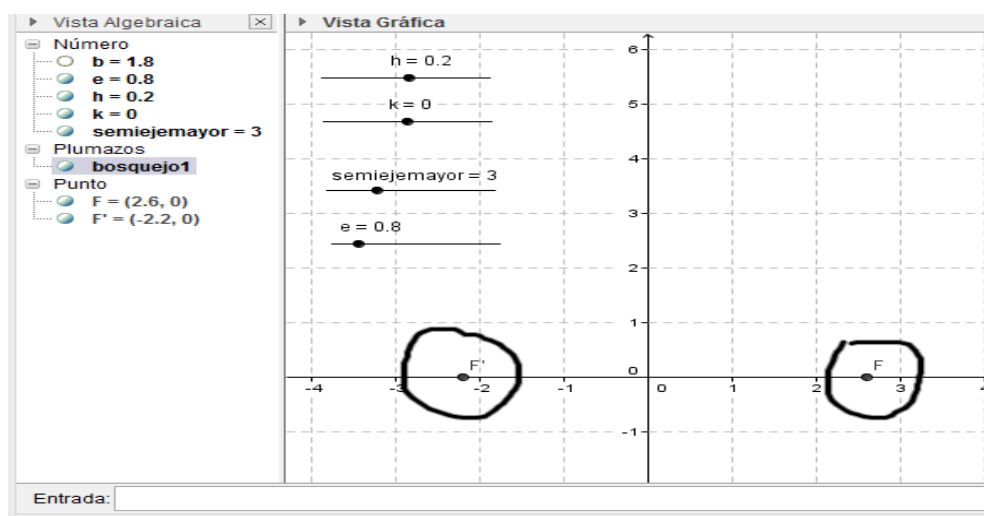


Geogebra pasará la ecuación de la forma general a la ordinaria como se explicó anteriormente y se utilizarán los resultados obtenidos anteriormente para calcular las coordenadas de los Vértices, Focos, Lado recto.

c) En la Entrada creamos dos deslizadores  $\text{semiejemayor}=0$  y  $e = 0$ , teniendo en cuenta que el semi eje mayor  $= a$  y la excentricidad  $e = c/a$ . Además en la Entrada se obtendrá el valor de  $b$ , que en la demostración se obtuvo que era igual a  $b^2 = c^2 - a^2$ . Se anotará  $(e * \text{semiejemayor})^2 - \text{semiejemayor}^2$ , obteniéndose en la vista algebraica  $b = ?$ . En este caso se hará notar al estudiante que el valor de  $(e * \text{semiejemayor})^2 = c^2$

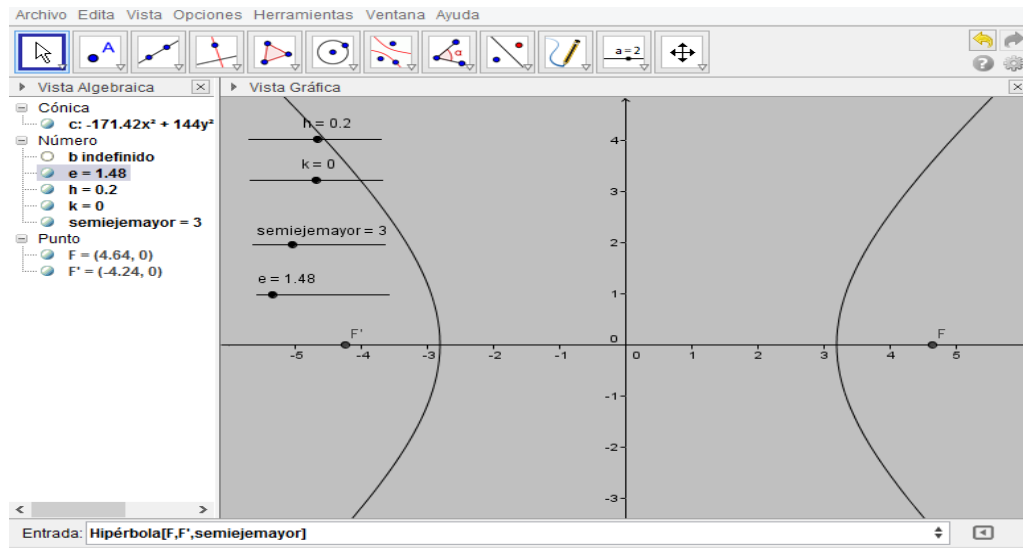


A continuación procedemos a crear dos deslizadores más  $h = 0$  y  $k = 0$  los mismos que vendrán a constituirse en el centro de la hipérbola. En la Entrada se establecen las coordenadas del Foco  $F = (h + e * semiejemayor, k)$  y  $F' = (h - e * semiejemayor, k)$

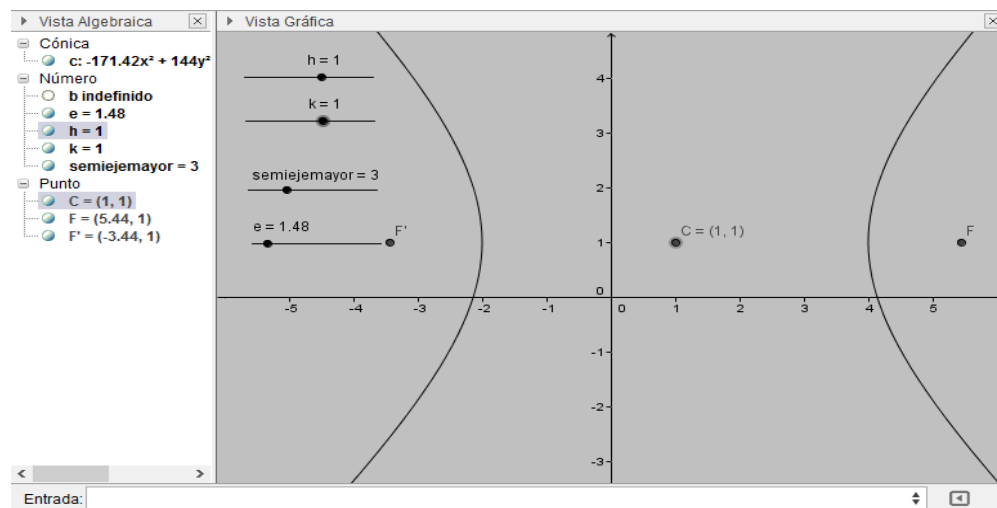


Entrada: `Hipérbola[F,F',semiejemayor]`

Finalmente en la entrada se coloca ,  
obteniéndose la gráfica de la ecuación de la hipérbola, el estudiante deducirá  
porque la excentricidad para que la gráfica sea una hipérbola sea  $> 1$  .

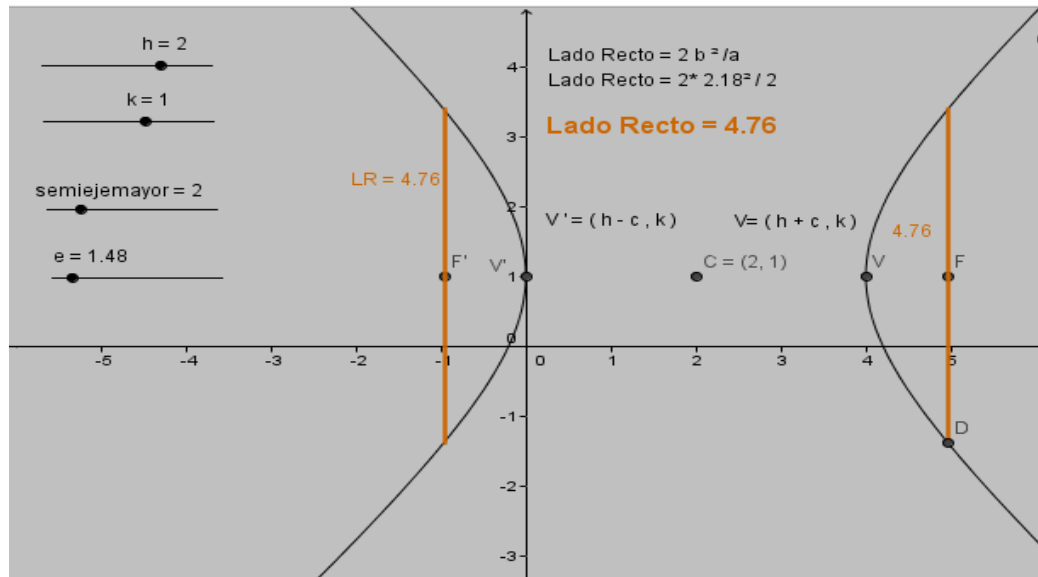


En este momento el estudiante deslizará  $h$  y  $k$  notando que el centro de la



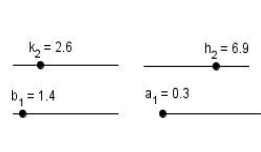
hipérbola se desplaza hasta la posición requerida.

Análogamente procederemos a ubicar los vértices a través de  $V = (h + \text{semieje mayor}, k)$ ;  $V' = (h - \text{semieje mayor}, k)$ ; longitud del lado recto  $= \frac{2b^2}{a}$



El Docente junto con los estudiantes creará un sinnúmero de ejercicios a través de los deslizadores.

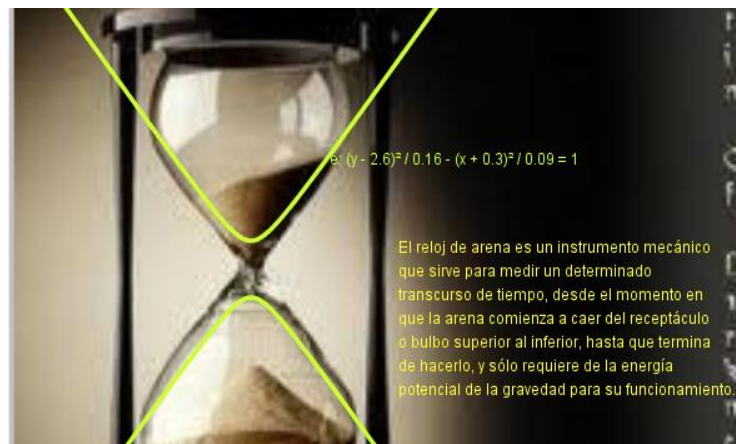
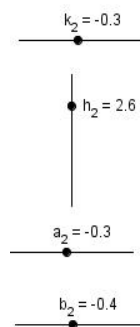
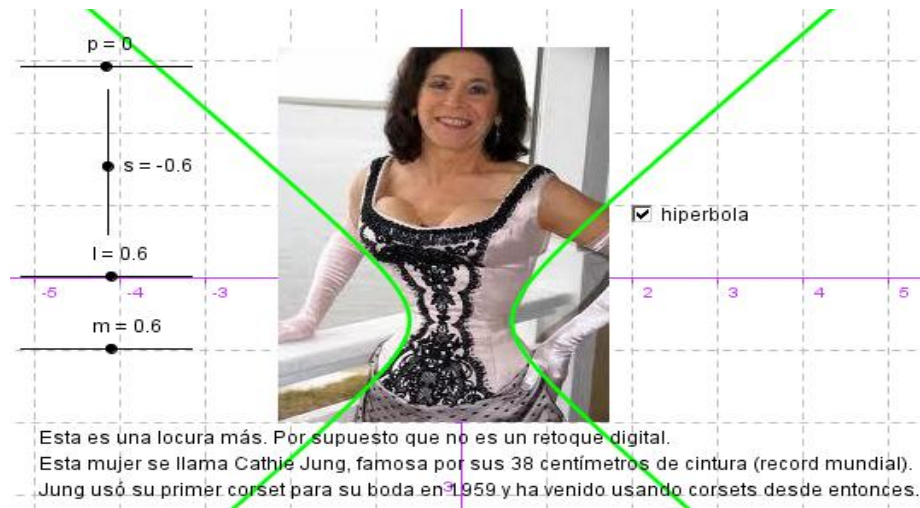
#### d) Aplicaciones



La Torre de Shújov una estructura hiperboloide, también conocida como la torre Shábolovka, es un marco de acero aislado de 160 metros de alto torre hiperbólica en Moscú, que fue construida entre 1920 y 1922 como una torre de transmisión para la red de radiodifusión rusa.

[http://es.wikipedia.org/wiki/Torre\\_de\\_Sh%C3%Bajov](http://es.wikipedia.org/wiki/Torre_de_Sh%C3%Bajov)



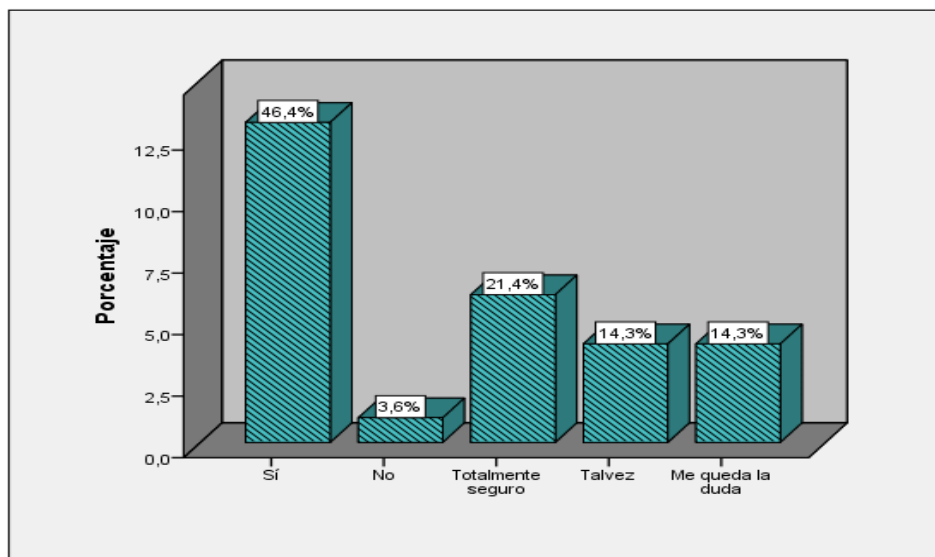




### 3.2 Análisis Estadístico

#### 1. ¿Tengo habilidad para aprender matemáticas usando un computador?

| ¿Tengo habilidad para aprender matemáticas usando un computador? |            |            |                   |                      |
|--|------------|------------|-------------------|----------------------|
|  | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos Sí   | 13         | 46,4       | 46,4              | 46,4                 |
| No   | 1          | 3,6        | 3,6               | 50,0                 |
| Totalmente seguro  | 6          | 21,4       | 21,4              | 71,4                 |
| Tal vez  | 4          | 14,3       | 14,3              | 85,7                 |
| Me queda la duda   | 4          | 14,3       | 14,3              | 100,0                |
| Total  | 28         | 100,0      | 100,0             |                      |







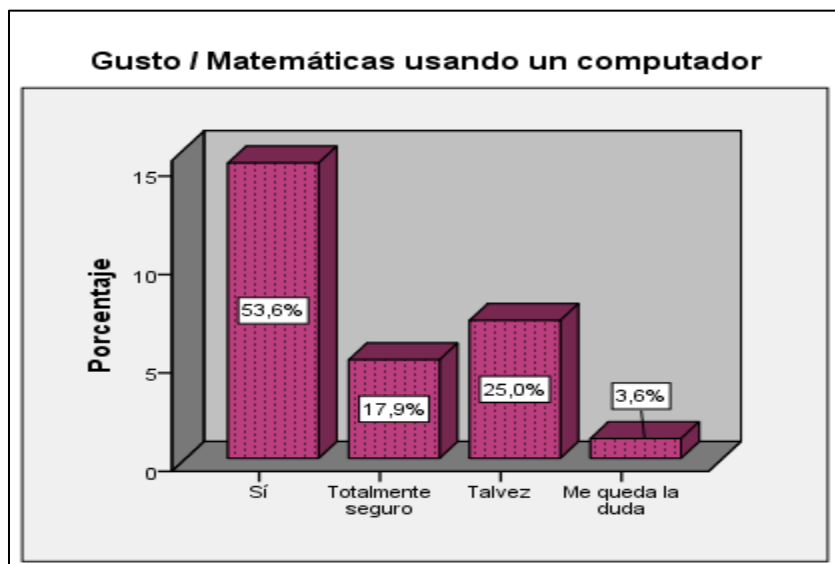
El 46% de estudiantes piensan que sí tienen la habilidad para aprender Matemáticas usando un computador, si a este porcentaje se suma el 21,4% que están totalmente seguros que tienen dicha habilidad, se obtiene un 67,8% de estudiantes que cuentan con la destreza para usar un computador como herramienta para el aprendizaje de la Matemática.

El 14,3% dice que tal vez e igual porcentaje dice que le queda la duda; de tal manera que existe un 28,6% de estudiantes que se encuentran indecisos, por lo que utilizando estrategias adecuadas de motivación, se podría tener excelentes resultados con este grupo de estudiantes.

Apenas el 3,6% consideran que tiene la habilidad para aprender matemáticas a través del computador; en este caso, es necesario hacer una mediación más detenida juntamente con la utilización de estrategias encaminadas a resaltar los beneficios de esta herramienta y sobre todo a que causen interés en el estudiante.

## 2. ¿Me gusta aprender matemáticas usando el computador?

| Me gusta aprender matemáticas usando el computador |                      |                |                |                      |                         |
|--|----------------------|----------------|----------------|----------------------|-------------------------|
|  |                      | Frecuenci<br>a | Porcentaj<br>e | Porcentaje<br>válido | Porcentaje<br>acumulado |
| Válidos  | Sí                   | 15             | 53,6           | 53,6                 | 53,6                    |
|  | Totalmente<br>seguro | 5              | 17,9           | 17,9                 | 71,4                    |
|  | Tal vez              | 7              | 25,0           | 25,0                 | 96,4                    |
|  | Me queda la<br>duda  | 1              | 3,6            | 3,6                  | 100,0                   |
|  | Total                | 28             | 100,0          | 100,0                |                         |

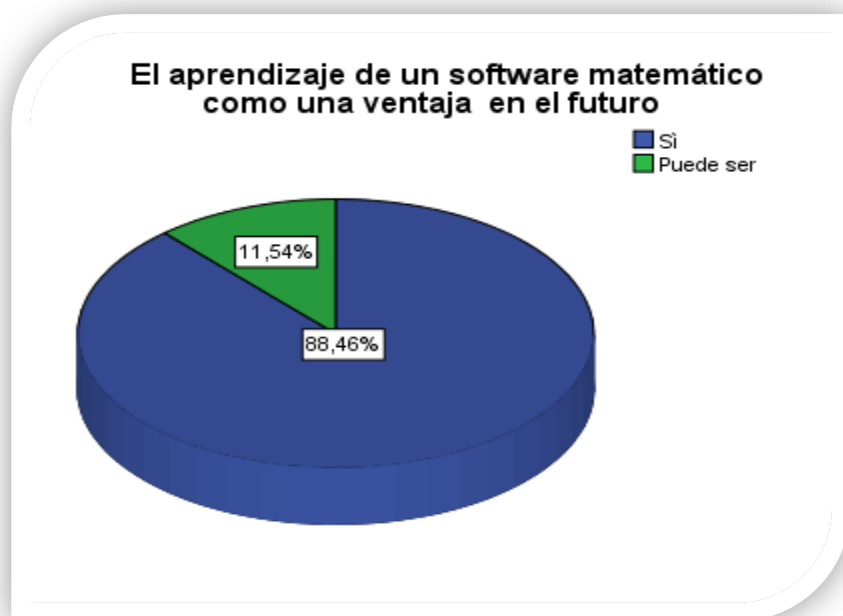


El 53.6% de estudiantes manifiestan tener gusto por el aprendizaje de la Matemática utilizando un computador, el 17.9% dice estar completamente seguros; así el 71.5% se sentirían contentos si en las clases de matemáticas se incorporan herramientas informáticas. Los resultados muestran también que existe un 25% que creen que tal vez les gustaría y apenas un 3,6% que dicen que les queda la duda al respecto; siendo necesarios buscar estrategias de motivación para enganchar la voluntad de estos estudiantes frente a la utilización de un computador como herramienta para el aprendizaje de la Matemática.



### 3. Aprender a manejar un software para el desarrollo de un tema de matemáticas, me podría ayudar para el futuro

| Aprender a manejar un software para el desarrollo de un tema de matemáticas, me podría ayudar para el futuro |           |            |            |                   |                      |
|--|-----------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|  |           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos  | Sí        | 23         | 82,1       | 88,5              | 88,5                 |
|  | Puede ser | 3          | 10,7       | 11,5              | 100,0                |
|  | Total     | 26         | 92,9       | 100,0             |                      |
| Perdidos   | Sistema   | 2          | 7,1        |                   |                      |
| Total  |           | 28         | 100,0      |                   |                      |

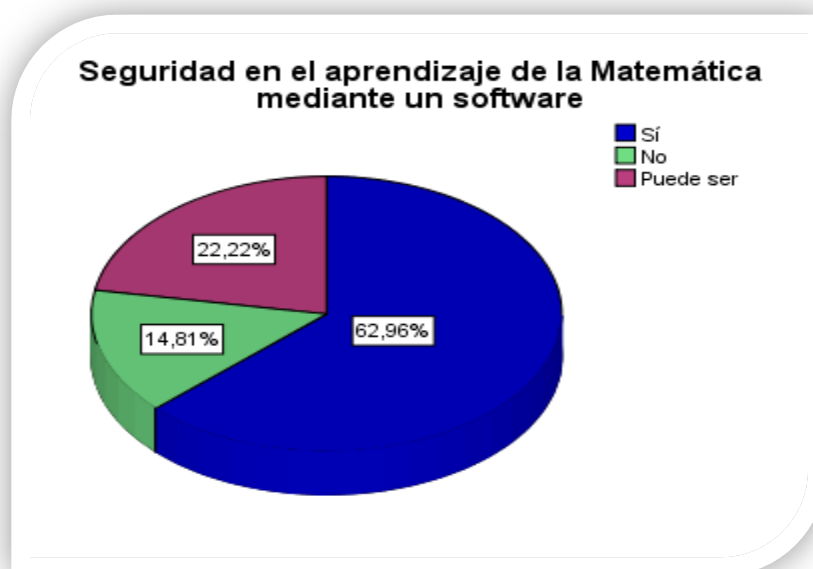




La mayoría de estudiantes, representados en un 88.46% consideran que el aprendizaje de un software para el desarrollo de un tema de Matemática les serviría en su vida futura, mientras que apenas un 11.54% están indecisos al respecto.

**4. ¿Me siento seguro cuando en clase de matemática uso un computador para aprender algún tema?**

| Me siento seguro cuando en clase de matemática uso un computador para aprender algún tema |           |            |            |                   |                      |
|---|-----------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|   |           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos   | Sí        | 17         | 60,7       | 63,0              | 63,0                 |
|   | No        | 4          | 14,3       | 14,8              | 77,8                 |
|   | Puede ser | 6          | 21,4       | 22,2              | 100,0                |
|   | Total     | 27         | 96,4       | 100,0             |                      |
| Perdidos  | Sistema   | 1          | 3,6        |                   |                      |
| Total   |           | 28         | 100,0      |                   |                      |

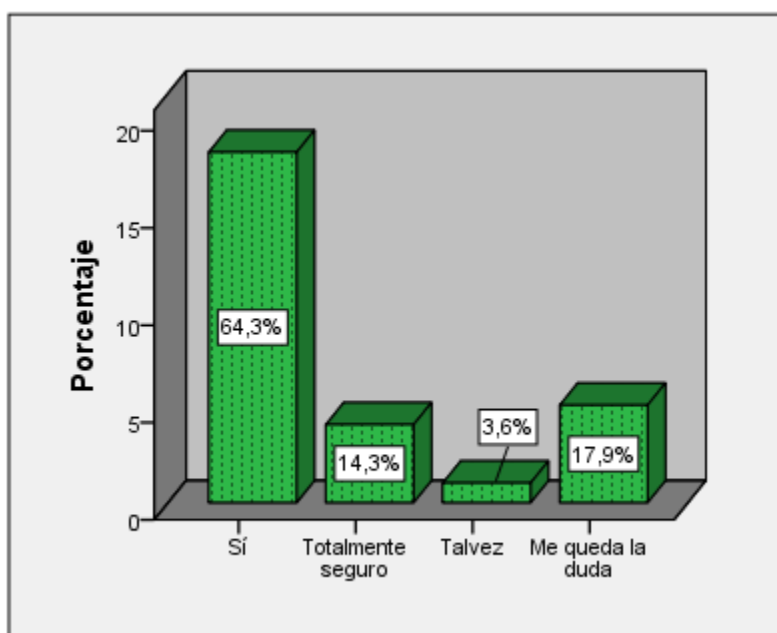




Más de la mitad de estudiantes, el 62.96% están seguros en una clase de Matemática en la que se usa un computador para su aprendizaje, el 22.22% muestra inseguridad y el 14,81% sostienen que no se sienten seguros.

**5. ¿La utilización de un software matemático para el aprendizaje mejoran el proceso enseñanza aprendizaje?**

| La utilización de un software matemático para el aprendizaje mejoran el proceso enseñanza aprendizaje |                   |            |            |                   |                      |
|---|-------------------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|   |                   | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos   | Sí                | 18         | 64,3       | 64,3              | 64,3                 |
|   | Totalmente seguro | 4          | 14,3       | 14,3              | 78,6                 |
|   | Tal vez           | 1          | 3,6        | 3,6               | 82,1                 |
|   | Me queda la duda  | 5          | 17,9       | 17,9              | 100,0                |
|   | Total             | 28         | 100,0      | 100,0             |                      |



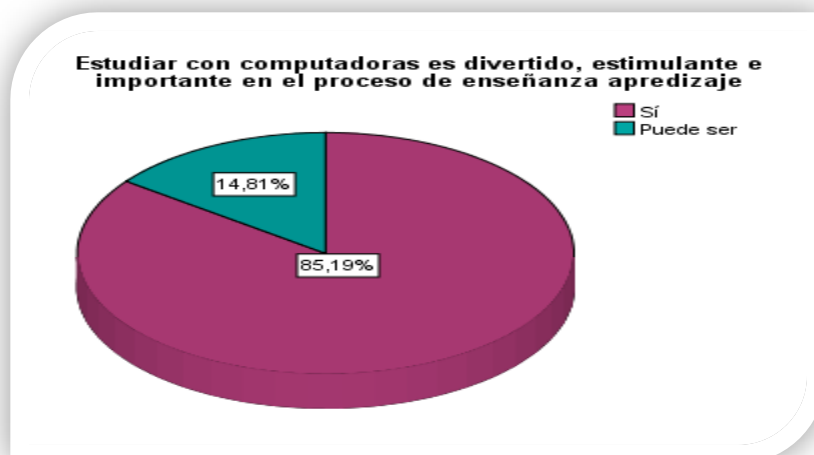


El 64.3% de los estudiantes consideran que la utilización de un software matemático mejoran el proceso de enseñanza aprendizaje, el 14.3% están totalmente seguros; así el 78.6% están a favor del uso de un software matemático como una herramienta para mejorar el proceso utilizado por el profesor para la enseñanza de la Matemática.

Al 17.9 le queda la duda al respecto y el 3.6% dice que tal vez, esto muestra que el 21.5% tiene dudas con respecto a que el uso del software matemático contribuya a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

**6. Pienso que trabajar con computadoras es divertido, estimulante e importante para el proceso de enseñanza aprendizaje.**

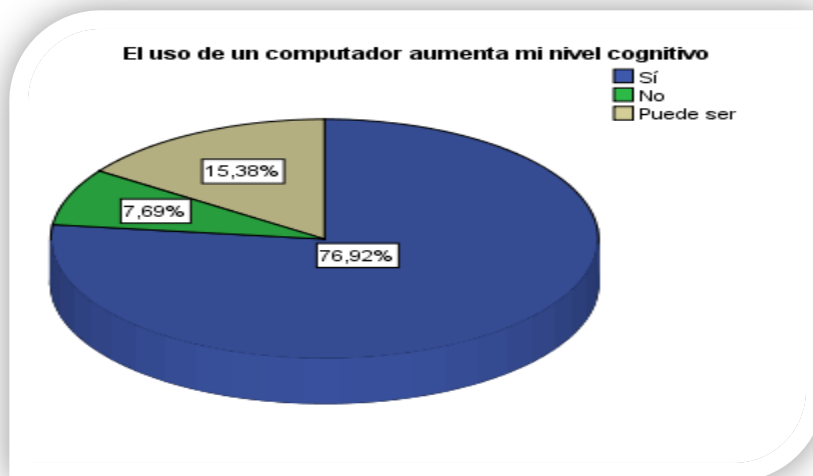
| <b>Pienso que trabajar con computadoras es divertido, estimulante e importante para el proceso de enseñanza aprendizaje</b> |           |            |            |                   |                      |
|---|-----------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|   |           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos   | Sí        | 23         | 82,1       | 85,2              | 85,2                 |
|   | Puede ser | 4          | 14,3       | 14,8              | 100,0                |
|   | Total     | 27         | 96,4       | 100,0             |                      |
| Perdidos  | Sistemas  | 1          | 3,6        |                   |                      |
| Total   |           | 28         | 100,0      |                   |                      |



La mayoría de estudiantes, representado en el 85.19% consideran que el trabajo con computadoras es divertido, estimulante e importante en el proceso de enseñanza aprendizaje; el 14.81% muestra inseguridad contestando que puede ser.

## 7. El usar un computador aumenta mi nivel cognitivo

| El usar un computador aumenta mi nivel cognitivo |           |            |            |                   |                      |
|--|-----------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|  |           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos  | Sí        | 20         | 71,4       | 76,9              | 76,9                 |
|  | No        | 2          | 7,1        | 7,7               | 84,6                 |
|  | Puede ser | 4          | 14,3       | 15,4              | 100,0                |
|  | Total     | 26         | 92,9       | 100,0             |                      |
| Perdidos   | Sistema   | 2          | 7,1        |                   |                      |
| Total  |           | 28         | 100,0      |                   |                      |

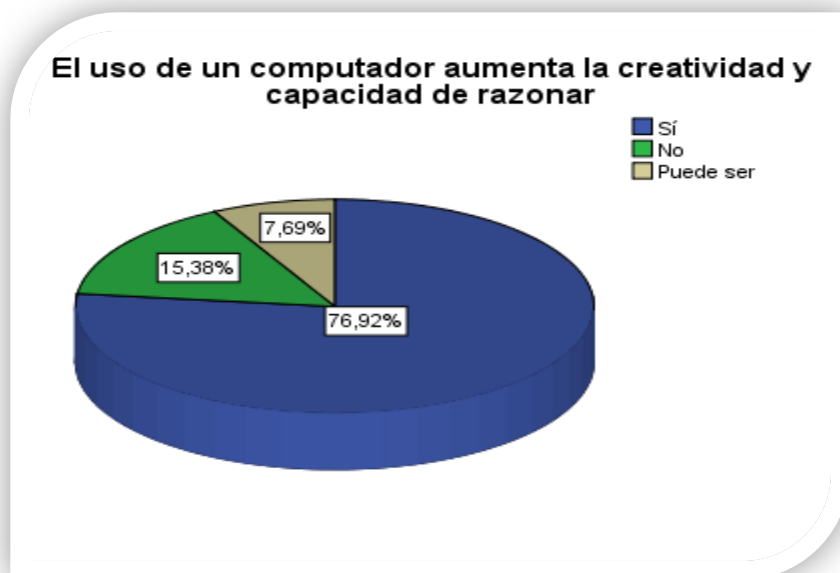


El 76.92% de los estudiantes afirma que el usar el computador en el proceso de aprendizaje de la Matemática aumenta su nivel cognitivo, el 15,38% muestra inseguridad al respecto y apenas el 7.69% dice que no.

#### 8. El usar un computador aumenta mi creatividad y capacidad de razonar

| El usar un computador aumenta mi creatividad y capacidad de razonar |           |            |            |                   |                      |
|---|-----------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|   |           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos   | Sí        | 20         | 71,4       | 76,9              | 76,9                 |
|   | No        | 4          | 14,3       | 15,4              | 92,3                 |
|   | Puede ser | 2          | 7,1        | 7,7               | 100,0                |
|   | Total     | 26         | 92,9       | 100,0             |                      |
| Perdidos  | Sistema   | 2          | 7,1        |                   |                      |
| Total   |           | 28         | 100,0      |                   |                      |





Un alto porcentaje del 76.92% estudiantes opina que el uso del computador en el aprendizaje de la Matemática aumenta la creatividad y capacidad de razonar, en porcentaje relativamente bajo pero considerable opina que no, y el 7.69% se muestra inseguro al respecto.

**9. Creo que es importante aprender a manejar más programas que me sirvan para el aprendizaje de las matemáticas**

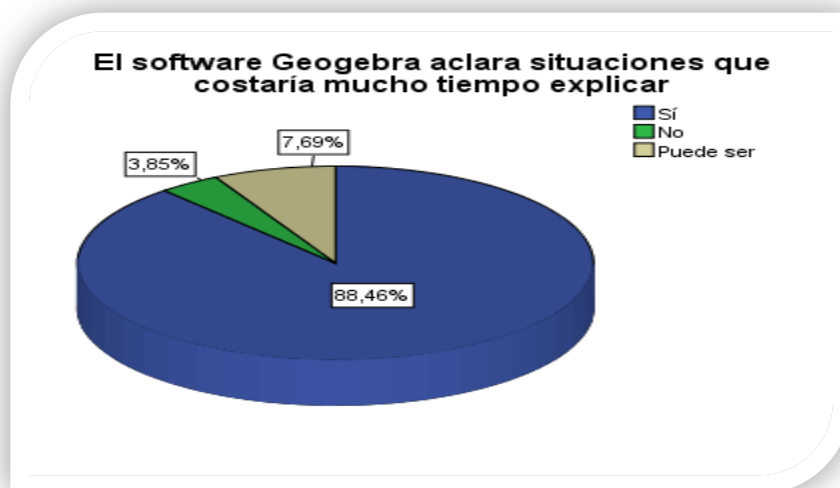
| Creo que es importante aprender a manejar más programas que me sirvan para el aprendizaje de la Matemática |           |            |            |                   |                      |
|--|-----------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|  |           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos  | Sí        | 24         | 85,7       | 92,3              | 92,3                 |
|  | Puede ser | 2          | 7,1        | 7,7               | 100,0                |
|  | Total     | 26         | 92,9       | 100,0             |                      |
| Perdidos   | Sistemas  | 2          | 7,1        |                   |                      |
| Total  |           | 28         | 100,0      |                   |                      |



El 92.31%, que es la mayoría de estudiantes afirma que es importante aprender a manejar más programas que sirvan para el aprendizaje de la Matemática, apenas un 7.69% se muestra inseguro al respecto.

#### 10. El software Geogebra aclara situaciones que costaría mucho explicar

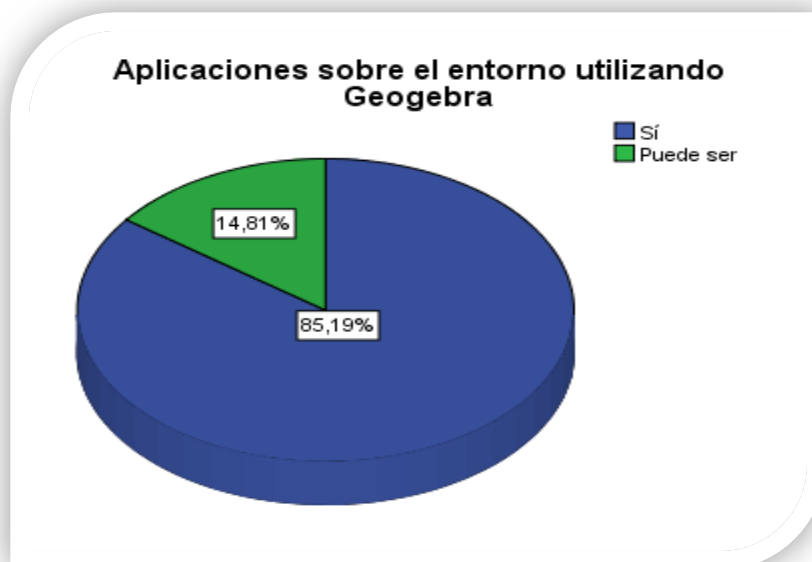
| El software Geogebra aclara situaciones que costaría mucho tiempo explicar |           |            |            |                   |                      |
|--|-----------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|  |           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos  | Sí        | 23         | 82,1       | 88,5              | 88,5                 |
|  | No        | 1          | 3,6        | 3,8               | 92,3                 |
|  | Puede ser | 2          | 7,1        | 7,7               | 100,0                |
|  | Total     | 26         | 92,9       | 100,0             |                      |
| Perdidos   | Sistemas  | 2          | 7,1        |                   |                      |
| Total  |           | 28         | 100,0      |                   |                      |



El 88.46% de estudiantes sostienen que la utilización del software Geogebra aclara situaciones que costarían mucho tiempo explicar, un porcentaje bajo del 7.69% se muestra inseguro en su apreciación, y apenas el 3.85 dice que no; por lo que sería necesario una tutoría más personalizada para estos dos últimos grupos de estudiantes.

### 11. Se puede realizar aplicaciones al entorno utilizando Geogebra

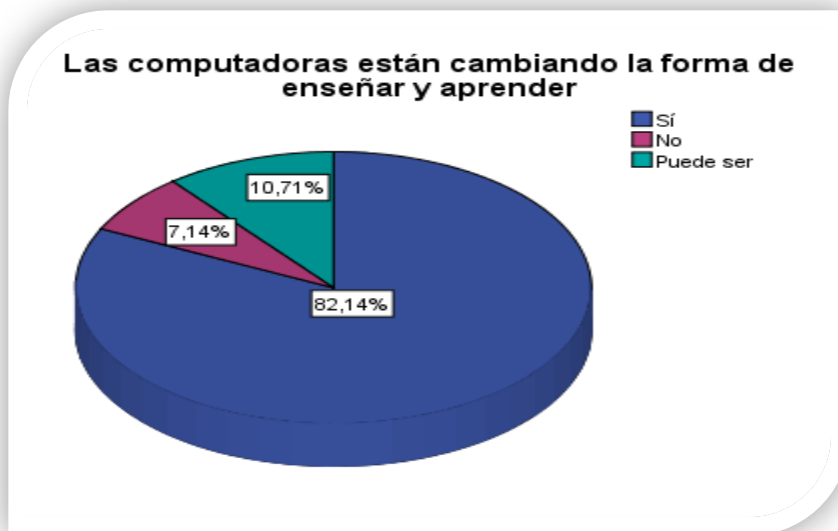
| Se puede realizar aplicaciones al entorno utilizando Geogebra |           |            |            |                   |                      |
|---|-----------|------------|------------|-------------------|----------------------|
|   |           | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos   | Sí        | 23         | 82,1       | 85,2              | 85,2                 |
|   | Puede ser | 4          | 14,3       | 14,8              | 100,0                |
|   | Total     | 27         | 96,4       | 100,0             |                      |
| Perdidos  | Sistema   | 1          | 3,6        |                   |                      |
| Total   |           | 28         | 100,0      |                   |                      |



Un alto porcentaje del 85.19% de estudiantes considera que la utilización del Geogebra les permite realizar aplicaciones sobre el entorno; el 14.81% se mantienen indecisos al respecto.

## 12. Las computadoras están cambiando la forma de enseñar y aprender

| Las computadoras están cambiando la forma de enseñar y aprender |            |            |                   |                      |
|---|------------|------------|-------------------|----------------------|
|   | Frecuencia | Porcentaje | Porcentaje válido | Porcentaje acumulado |
| Válidos Sí  | 23         | 82,1       | 82,1              | 82,1                 |
| No  | 2          | 7,1        | 7,1               | 89,3                 |
| Puede ser   | 3          | 10,7       | 10,7              | 100,0                |
| Total   | 28         | 100,0      | 100,0             |                      |



El 82.14% de los estudiantes afirman que el uso de las computadoras en la educación están cambiando la forma de enseñar y aprender, el 10.71% se muestran inseguros al respecto y un porcentaje bajo de 7.14% sostiene que no, posiblemente debido a que están acostumbrados a un aprendizaje más tradicional.



### 3.3 Análisis comparativo por años

#### PROMEDIOS DE LOS DOS PRIMEROS BLOQUES DEL AÑO LECTIVO 2012-2013

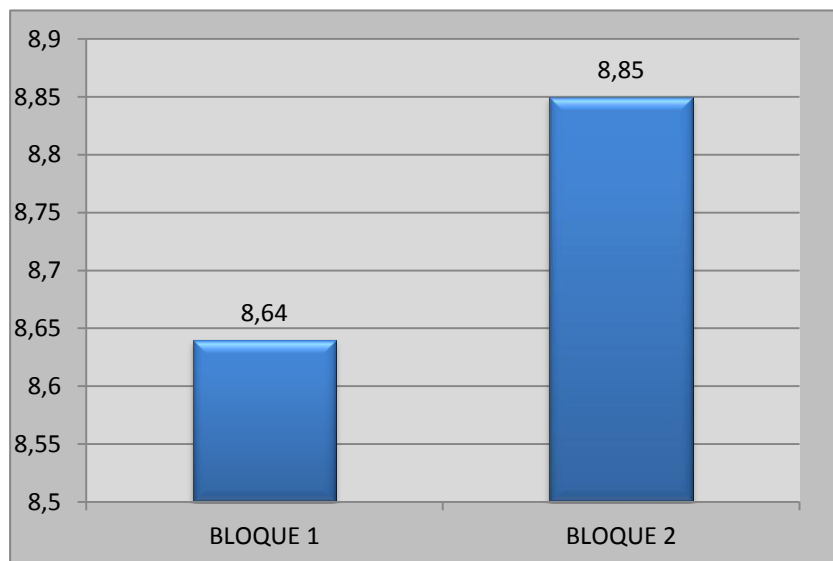


| Estadísticas descriptivas | Promedio | Desv. Estandar |
|---------------------------|----------|----------------|
| BLOQUE 1                  | 8.31     | 0.88           |
| BLOQUE 2                  | 8.77     | 0.8            |

En el período 2012-2013 el promedio es mayor en el Bloque 2, siendo 8.77; mientras que en el Bloque 1 es 8.31



### PROMEDIOS DE LOS DOS PRIMEROS BLOQUES DEL AÑO LECTIVO 2013-2014

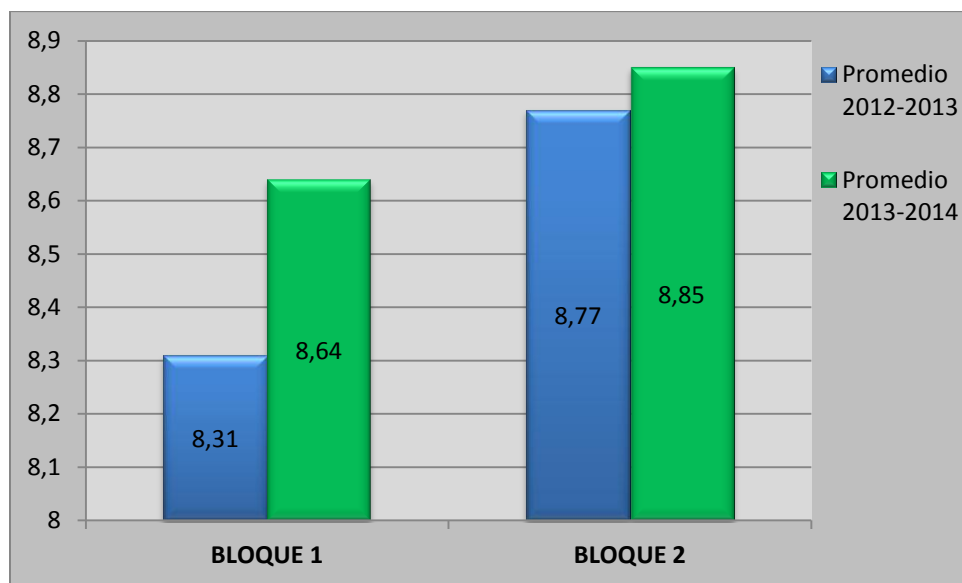


| Estadísticas descriptivas | Promedio | Desv. Estandar |
|---------------------------|----------|----------------|
| BLOQUE 1                  | 8.64     | 0.79           |
| BLOQUE 2                  | 8.85     | 1.10           |

En el año lectivo 2013-2014, el promedio es mayor en el Bloque 2, con 8.85; mientras en el Bloque 1 el promedio es de 8.64.

### COMPARACIÓN DE PROMEDIOS

| Año Lectivo               | 2012 - 2013 |                | 2013 - 2014 |                |
|---------------------------|-------------|----------------|-------------|----------------|
| Estadísticas descriptivas | Promedio    | Desv. Estandar | Promedio    | Desv. Estandar |
| BLOQUE 1                  | 8.31        | 0.88           | 8.64        | 0.79           |
| BLOQUE 2                  | 8.77        | 0.80           | 8.85        | 1.10           |



En el Bloque 1, el promedio de los estudiantes del año lectivo 2013-2014 es mayor con 0.33 centésimas que el obtenido por los estudiantes del periodo 2012-2013.

En el Bloque 2, de igual manera el promedio de los estudiantes del año lectivo 2013-2014 es mayor que los obtenidos por los estudiantes del año 2012-2013, en este caso con 18 centésimas.

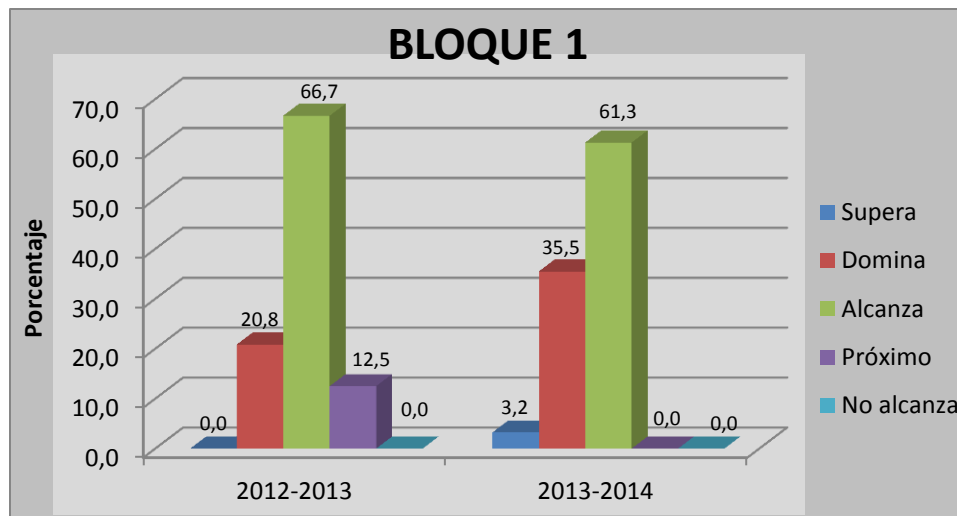
Los resultados evidencian que la utilización del software Geogebra contribuye al mejorar el rendimiento de los estudiantes.





## COMPARACIÓN DEL RENDIMIENTO EN LA ESCALA CUALITATIVA DE LOGROS

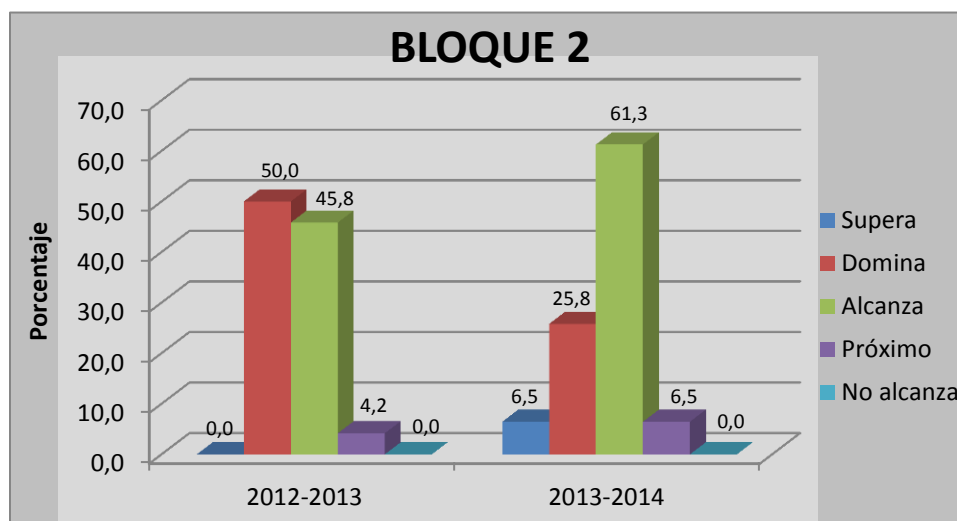
| Año Lectivo | 2012 - 2013 |       |          |       | 2013 -2014 |       |          |       |
|-------------|-------------|-------|----------|-------|------------|-------|----------|-------|
| BLOQUES     | BLOQUE 1    |       | BLOQUE 2 |       | BLOQUE 1   |       | BLOQUE 2 |       |
| Frecuencias | f           | %     | f        | %     | f          | %     | f        | %     |
| Supera      | 0           | 0.00  | 0        | 0.00  | 1          | 3.23  | 2        | 6.45  |
| Domina      | 5           | 20.83 | 12       | 50.00 | 11         | 35.48 | 8        | 25.81 |
| Alcanza     | 16          | 66.67 | 11       | 45.83 | 19         | 61.29 | 19       | 61.29 |
| Próximo     | 3           | 12.50 | 1        | 4.17  | 0          | 0     | 2        | 6.45  |
| No alcanza  | 0           | 0     | 0        | 0     | 0          | 0     | 0        | 0     |
| TOTAL       | 24          | 100   | 24       | 100   | 31         | 100   | 31       | 100   |



Los resultados muestran que el porcentaje de estudiantes que domina los aprendizajes requeridos (7-8) aumenta en el periodo 2013-2014, se observa también que aumenta de 0 al 3,2% el porcentaje de quienes superan los



aprendizajes requeridos; es importante señalar que en dicho año lectivo se elimina el porcentaje de estudiantes que están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos.



En el Bloque 2, el porcentaje de estudiantes que alcanza los aprendizajes requeridos aumenta en el año lectivo 2013-2014 con respecto al año anterior, sin embargo, disminuye el porcentaje de estudiantes que dominan los aprendizajes requeridos y aumenta en un mínimo porcentaje la cantidad de estudiantes que están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos.



## CONCLUSIONES

### **Trabajo Colaborativo**

En el Laboratorio de Matemática se puede notar como los estudiantes se ayudan entre sí, la capacidad para delegar funciones entre los participantes, esta metodología de aprendizaje hace notar que todos se esfuerzan de acuerdo a sus capacidades y destrezas de tal forma que todo el grupo realiza un aporte ecuánime y por lo tanto adquieren un conocimiento más estructurado y con un mejor nivel de profundización.

### **Aplicación a otras asignaturas y al entorno**

Luego del análisis establecido en la diferentes prácticas, las mismas que apuntan a conseguir destrezas, el conocimiento no queda ahí, los estudiantes tratan de aplicar las ecuaciones de las cónicas a trayectorias que se vinculan con la vida real, es así como por ejemplo ubican una parábola en una antena parabólica, en el lanzamiento de una pelota de básquet, en la caída de una pileta de agua, en la física en el movimiento parabólico, con las orbitas de los planetas, en un puente donde miden la intensidad del sonido, en fotos tomadas con ingenio.

### **Deducciones**

La utilización del software matemático, permite realizar con mucha facilidad las deducciones de las fórmulas; la traslación y rotación de las cónicas, se ve con mucha claridad, utilizando el comando deslizador, se puede generar una infinidad de ejercicios en el que el estudiante puede realizar conjeturas de alto nivel de razonamiento.

### **Creación de páginas blog**

La utilización del software matemático, permitió el mostrar al mundo las prácticas que se venían trabajando en la Institución, los blogs utilizados para el efecto fueron wikispaces y Wix Team, mismos que fueron seleccionados por los



estudiantes por favorecer las expectativas y bondades de las mismas, en ellas plasmaron su esfuerzo y creatividad desarrollando ejercicios y problemas relacionados con el Capítulo de cónicas y evidenciando el resultado de la experiencia adquirida.

### **Creatividad**

Una de las cualidades más importantes notadas a lo largo de este proceso de investigación fue la gran capacidad, habilidad y manejo del software, su creatividad rompió barreras en los momentos de resolver problemas encaminados hacia el tema propuesto, hubo una gran cantidad de aplicaciones en fotos tomadas con mucho ingenio sobre entornos del estudiante, incluso se obtenían escalas de las fotos para encontrar valores reales, sin duda alguna los estudiantes se muestran muy entusiastas cuando se trata de compartir el conocimiento y al mismo tiempo aplicar sus descubrimientos.

### **Romper paradigmas**

Los docentes del área de matemática física e informática del colegio comenzaron a protagonizar un cambio en la percepción de la presencia de la tecnología en el ámbito de la institución. Se fue pasando paulatinamente de un discurso que cuestionaba y ponía en tela de juicio la pertinencia de la presencia de la aplicación del software matemático en el aula, hacia una aceptación de que es preciso saber cómo encauzar adecuadamente esta nueva ola de provisión tecnológica, en función de la mejoría de la labor docente.

Lejos de sentirse “injustamente obligados” a comprometerse con el mundo tecnológico, la mayor parte de los docentes del nivel bachillerato ha aceptado honestamente que la educación toda, y sus prácticas de aula en particular, no



pueden permanecer al margen de este nuevo escenario socio cultural, y que es preciso un reajuste de sus métodos.

Los elementos sobresalientes son que el docente debe promover la construcción del conocimiento, que es un guía, que no es dueño del saber sino un facilitador, que su figura es insustituible por una máquina; pero que al mismo tiempo la aplicación del software mejora mucho la comprensión, inducción y deducción de procesos.

### **Lograr objetivos en tiempos mínimos**

Aunque no se comprobó un aumento notorio en promedios de notas, se tiene la satisfacción de haber propiciado un cambio en la metodología de la enseñanza matemática, los últimos cambios que ha dado el Gobierno, a través del Ministerio de Educación, coloca el tema de las cónicas en el bloque 3 del Bachillerato y da 6 semanas para su estudio, de mi experiencia pienso que sólo utilizando un software se podría cumplir con esta disposición pues estas prácticas aceleran de mejor manera la consecución de las destrezas propuestas.

## **RECOMENDACIONES**

El Gobierno a través del Ministerio de Educación modifico las Planificaciones Anuales de todos los colegios del Ecuador, en tal sentido en la actualidad el año lectivo tiene 6 bloques, uno de ellos corresponde al estudio de las cónicas, en términos de tiempo se tiene 6 semanas para cumplir el propósito, resultaría imposible conseguir las destrezas que impone el ministerio sin tener una herramienta adicional como el software geogebra para deducir, analizar, practicar y aplicar dicho conocimiento.



Por otra parte la utilización de la tecnología genera en los estudiantes seguridad, motivación, apoyo, mediación, afecto etc., lo que sin duda alguna fomenta la preparación individual y colectiva, el compañerismo, la creatividad y sobre todo afinidad con su profesor, lo cual propicia ambientes de trabajo de calidad, fomentando aprendizajes significativos. El cambio de ambiente también es fundamental en los estudiantes, el sólo hecho de ir del aula hacia el laboratorio, hace que exista un clima armonioso, capaz de provocar conformidad para el trabajo; momentos fundamentales para establecer convenios y obligaciones con los estudiantes.

Los estudiantes de esta época revolucionaria de la tecnología, comienzan a satisfacer su curiosidad cognitiva a través de clases cibernéticas, lo que posibilita que entremos en este mundo globalizado por la competencia y se pruebe que también nosotros podemos crear. Esta creación permitirá interactuar con personas ajenas a nuestra institución y demostrar nuestras capacidades, generando ejercicios y problemas desarrollados a través del software Geogebra.

Lo expuesto anteriormente, hace prevalecer la recomendación de seguir utilizando la tecnología y más concretamente software matemático, para poder acercarnos más a los estudiantes, tratando de establecer mediaciones importantes que a la larga serán ejes transversales cuyo objetivo final será tener estudiantes formados íntegramente y preparados para una eficaz inserción en nuestra sociedad.



## BIBLIOGRAFIA

- Agudo, Julio Delgado. *Curso de Formación para Equipos Directivos*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, 2001.
- AUSUBEL, David. *Psicología Educativa*. México: Trillas, 1976.
- Bruño. *Geometría Plana*. Madrid: Bruño, 1980.
- Ciampolini, Filipo. *Didáctica Breve y Didáctica Global*. Ecuador: Iniversidad del Azuay-Cooperazionale internazionale, 1991.
- Dapía, Andrea Clelia. «Deconstrucción de la Didáctica Racionalista en el contexto de la formación docente. Hacia una didáctica constructivista.» *Iberoamericana de Educación* (2008): 1-12.
- Delgado, Julio. *Curso de Formación para Equipos Directivos*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, 2001.
- Demana, Waits, Foley, Kennedy. *Precálculo*. México: Pearson, 2007.
- Díaz Barriga Arceo, Frida, and Gerardo Hernández Rojas. *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México: McGraw-Hill, 2002.
- Educación, Ministerio de. *Programa de Matemática del nuevo bachillerato Ecuatoriano*. Quito: Norma, 2012.
- Espol. *Fundamentos de Matemáticas para Bachillerato*. Quito: Espol, 2006.
- Galindo, Edwin. *Matemática 3 Conceptos y Aplicaciones*. Quito: Prociencia, 2013.
- Grupo Santillana. *Matemática 10*. Quito: Santillana, 2010.
- . *Matemática 10*. Quito: Santillana, 2011.
- Julio, Delgado Agudo. *Curso de Formación para Equipos Directivos*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, 2001.
- Kindle, Joseph. *Geometría Analítica*. México: McGraw-Hill, 1991.
- Lehman, Charles. *Geometría Analítica*. México: Limuza, 1998.
- Leithold. *Matemáticas previas al cálculo*. México: Oup-Harla, 1994.
- Lipschutz, S. *Matemática para Computación*. México: Mc Graw Hill, 1992.
- Ministerio de Educación del Ecuador. *Estándares de Calidad Educativa*. Quito: Editogran, 2011.
- Moreira, Marco Antonio. *Aprendizaje significativo: Teoría y Práctica*. México: Visor, 2000.
- Mosquera, Jacqueline. «Estándares de calidad educativa.» Junio de 2008. *Estándares de calidad educativa*. 8 de Julio de 2013.



<[http://200.32.68.45/courses/1/document/Diapositivas/Presentacion. ESTANDARES DE CALIDAD Junio 2012.pdf?cidREQ=1](http://200.32.68.45/courses/1/document/Diapositivas/Presentacion.ESTANDARES DE CALIDAD Junio 2012.pdf?cidREQ=1)>.

Nemesio, Espinoza Herrera. *Gerencia Educativa. Consideraciones para una nueva administración*. Lima: San Marcos, 2011.

—. *Gerencia Educativa. Consideraciones para una nueva administración*. Lima, 2011.

Quispe, Ernesto. *Problemas de Geometría y cómo resolverlos*. Lima: Racso, 2000.

Renato, Guevara. *Saber Matemático*. q, 2011.

Smith, Wenghwort y. *Geometría Plana y del espacio*. México: Porrúa, 1990.

Swokowski, Earl. *Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. México: Iberoamericana, 1988.

Toledo, Guevara, c Guevara Toledo y Carlos Guevara Toledo. *Didáctica para profesores*. Quito: CODEU, 2008.

Balderas, Ángel. *Didáctica de las matemáticas en internet. Comunidades educativas y ambientes virtuales*. 21 Ener.2013.

<http://informaticaeducativa.com/coloquios/mesas/tres/angel/didactica.html>

Cataldi Zulma. *Metodología de diseño, desarrollo y evaluación del software educativo*. 8 de agosto. 2012. <http://www.fi.uba.ar/laboratorios/lsi/cataldi-tesisdemagister eninformatica.pdf>

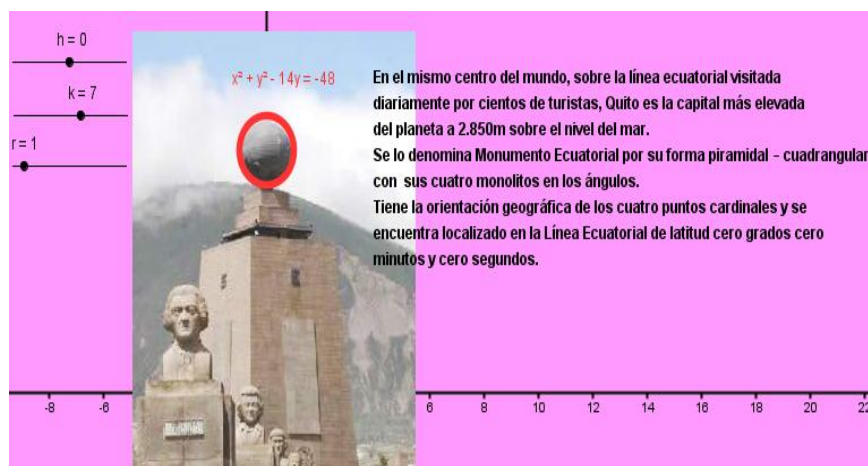
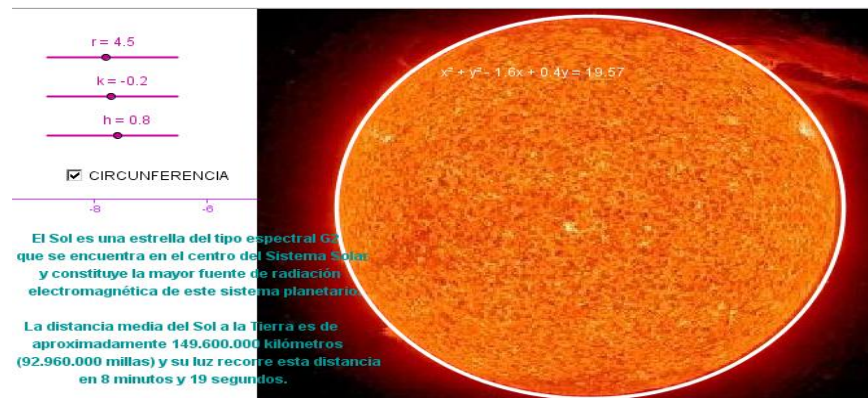
Mora, Jose Antonio. *Geometría dinámica y calculadoras gráficas en matemáticas*. 9 junio 2013. <http://jmora7.com/>

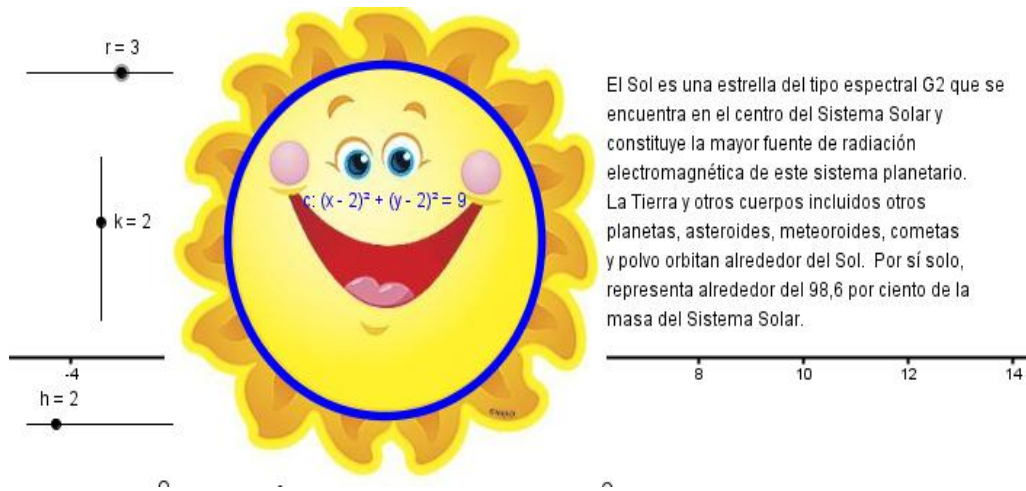


## ANEXOS

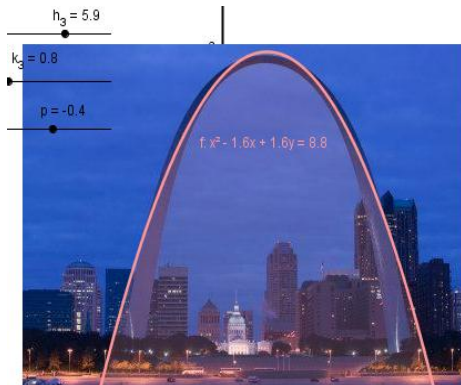
Aplicaciones que realizaron los estudiantes del tercero de bachillerato A, B y C de la especialidad FIMA en el periodo 2012-2013, el valor agregado es la información adicional que aporta cada foto, y que la hace especial.

### CIRCUNFERENCIA:





### PARÁBOLA:

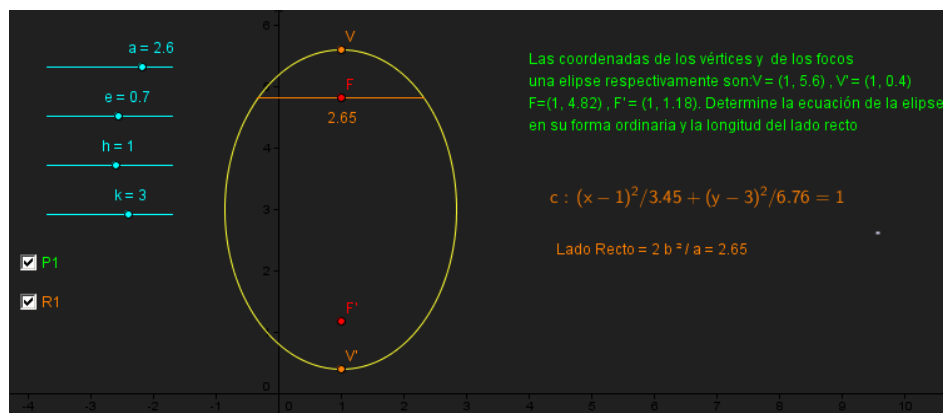


El **Arco Gateway**, o la Puerta hacia el Oeste, es la parte más importante del Monumento a la Expansión Nacional de Jefferson en San Luis, Misuri. Se construyó como un monumento conmemorativo de la expansión hacia el oeste de los Estados Unidos. Cuenta con 192 metros de altura máxima, lo que lo convierte en el monumento más alto hecho por el hombre en los Estados Unidos, en el edificio accesible más alto del estado de Misuri y también en la mayor estructura arquitectónica con forma de arco catenariforme aplastado.

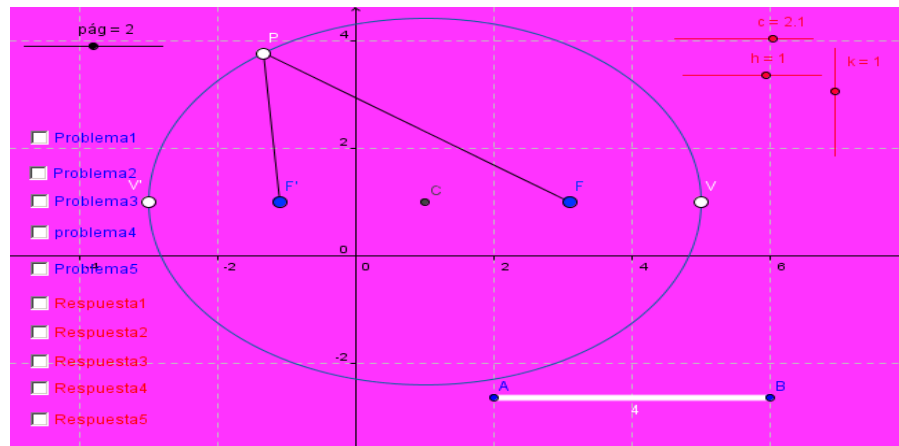
[http://es.wikipedia.org/wiki/Arco\\_Gateway](http://es.wikipedia.org/wiki/Arco_Gateway)



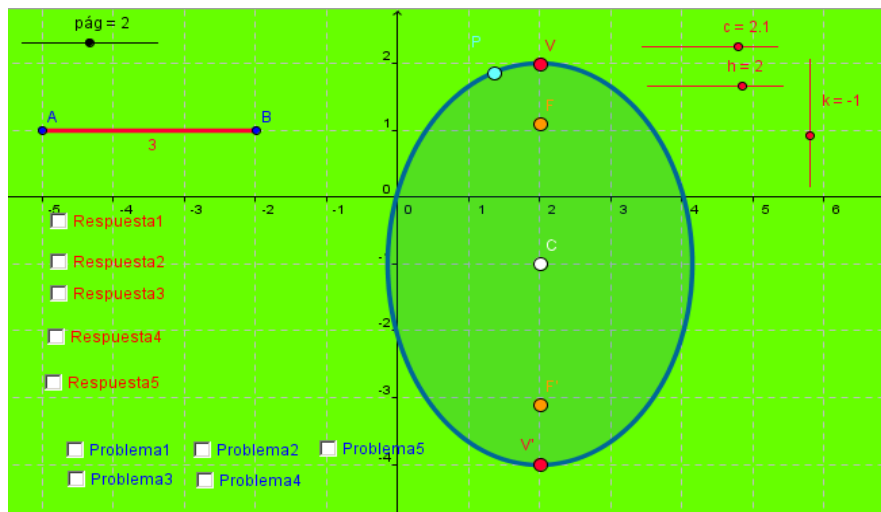
## ELIPSE



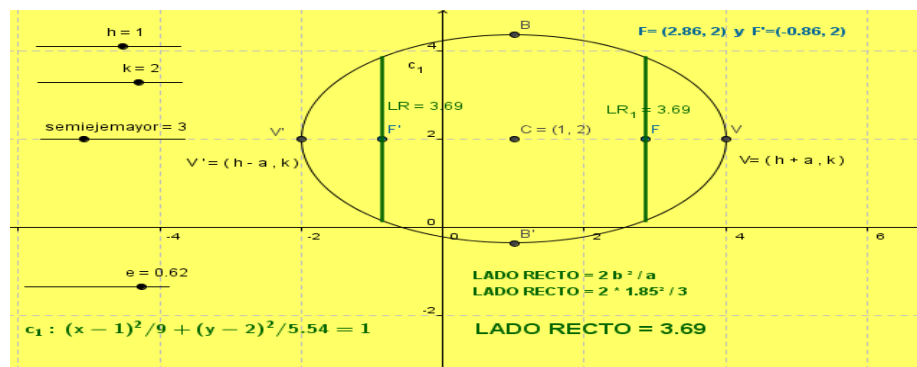
Con la ayuda de los deslizadores se podrán generar muchos ejercicios donde se podrá observar la traslación de la elipse cuando se desplazan los deslizadores a otra posición. Además con los deslizadores estáticos se determina el lugar geométrico en la forma general y ordinaria, el lado recto, también eligiendo algunos elementos podemos determinar el lugar geométrico y viceversa.



Esta práctica tiene 5 problemas, la elipse es de la forma  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$  que al desplazar  $h$ ,  $k$ ,  $c$  y el segmento  $AB$  se obtiene un sin número de problemas, todos con sus respuesta.



Esta práctica tiene 5 problemas, la elipse es de la forma  $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$  que al desplazar  $h$ ,  $k$ ,  $c$  y el segmento  $AB$  se obtiene un sin número de problemas, todos con sus respuesta.



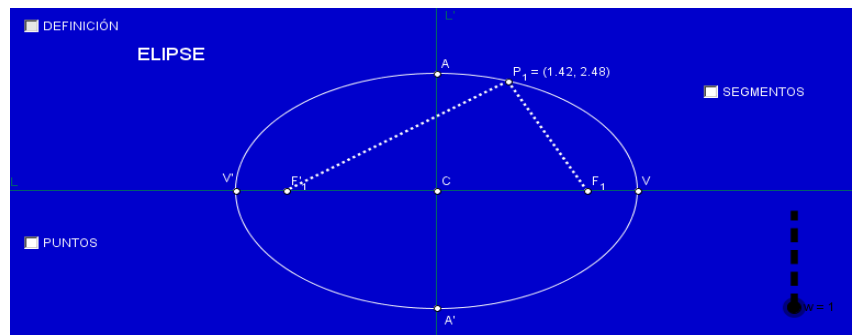
Esta práctica se obtuvo a través de su excentricidad y la longitud de su semieje mayor, se pueden generar un sin número de ejercicios, tiene como objetivo determinar el lugar geométrico en sus dos presentaciones; general y ordinaria, puede también determinar las coordenadas de los vértices, Focos, longitud del lado recto, radios vectores, eje mayor, eje menor y centro.







Los estudiantes adaptan situaciones a entornos reales



Esta práctica tiene por objetivo indicar la definición de elipse, los segmentos y puntos importantes; al desplazar  $w=1$  hasta la posición  $w=3$  se indica la deducción de la fórmula para determinar la elipse, con  $w=4$  y  $5$  existen aplicaciones al entorno

ELIPSE
 $|\overline{FP}| + |\overline{F'P}| = 2a$

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a ; \quad \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

$$(\sqrt{(x-c)^2 + y^2})^2 = (2a - \sqrt{(x+c)^2 + y^2})^2$$

$$x^2 - 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + x^2 + 2xc + c^2 + y^2$$

$$-4xc - 4a^2 = -4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2} ; \quad xc + a^2 = a\sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$


$$(xc + a^2)^2 = (a\sqrt{(x+c)^2 + y^2})^2 ; \quad x^2c^2 + 2a^2cx + a^4 = a^2x^2 + 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2$$

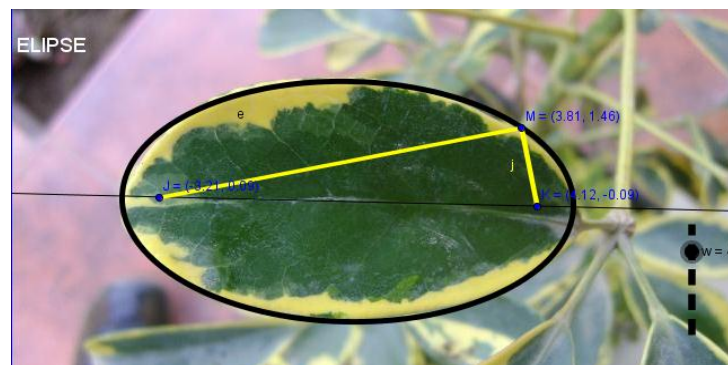
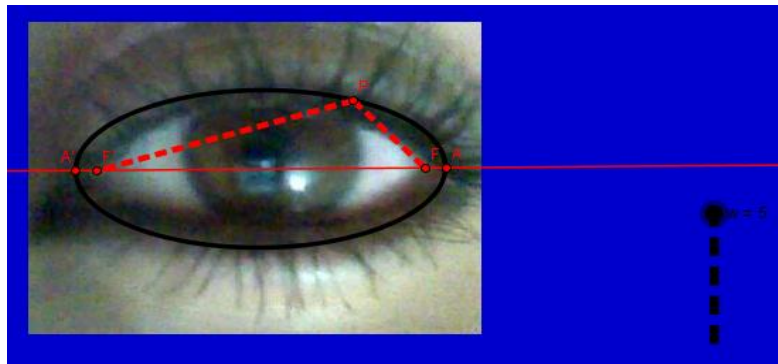
$$a^4 - a^2c^2 = a^2x^2 - x^2c^2 + a^2y^2 ; \quad a^2(a^2 - c^2) = x^2(a^2 - c^2) + a^2y^2$$


$$\text{sustituimos } b^2 = a^2 - c^2 ; \quad a^2b^2 = b^2x^2 + a^2y^2 ; \text{ dividiendo por } a^2b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$w = 3$


Activar Windows  
Ir a Configuración de PC para





☒ ellipse

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

$k_d$

$h_d$

**CICLOPES:**  
 Se caracterizan por distintas razones:  
 \* Por ser de naturaleza maléfica.  
 \* Por su tamaño, puesto que eran gigantes.  
 \* Por tener un temperamento horrible.  
 \* Eran tercos, robustos.  
 \* Por que eran testarudos.  
 \* Su nombre se llegó a relacionar con la fuerza y el poder.  
 \* Eran muy habilidosos.  
 \* Se les suele relacionar con la herrería.  
 \* A su ojo se le atribuyen poderes especiales.



## HIPÉRBOLA

