



**UNIVERSIDAD DE CUENCA**

**FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS**

**"EL APRENDIZAJE DE LA LÍNEA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA A TRAVÉS DE  
SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE APRENDIZAJE FUNDAMENTADAS EN LA  
TEORÍA SOCIAL-COGNITIVO Y DESARROLLADA EN GEOGEBRA".**

Tesis previa a la obtención del Título  
de Magister en Docencia de las  
Matemáticas.

**AUTOR:**

**JUAN FERNANDO BARRAZUETA SAMANIEGO**

**DIRECTOR:**

**MASTER WALTER DARWIN DURÁN ALVEAR**

**CUENCA –ECUADOR**

**2014**



---

## RESUMEN

El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en Geogebra, es una propuesta que recopila los contenidos contemplados en el currículum del 2° año de bachillerato general unificado del Ecuador. Ésta fue realizada para los estudiantes de la Unidad Educativa Santa María de la Esperanza del cantón Chordeleg, perteneciente a la provincia del Azuay.

La propuesta contempla un paquete de nueve secuencias didácticas, cuya estructura consta de actividades de apertura, desarrollo y cierre, en las que se muestran de una forma atractiva los contenidos teóricos-prácticos de los temas antes mencionados para su aprendizaje y la consolidación de éstos con la aplicación de un software educativo como lo es Geogebra, el cual permite introducir modelos matemáticos y ver su representación gráfica de una forma activa.

La propuesta se guió en la teoría social-cognitiva, pues al momento de desarrollar la secuencia didáctica el estudiante tiene la posibilidad de compartir con sus compañeros y docentes sus inquietudes, y de proponer las posibles soluciones, generando un aprendizaje social, es decir un aprendizaje cooperativo.

La propuesta invita a desarrollar el pensamiento matemático del estudiante, genera en él una motivación intrínseca por aprender, lo que produce un aprendizaje efectivo de la Línea Recta y la Circunferencia.



---

**PALABRAS CLAVES:** Secuencia didáctica, software educativo Geogebra, teoría social- cognitiva, aprendizaje cooperativo, motivación intrínseca.



---

## ABSTRACT

The learning of the straight line and the circumference through didactic learning sequences, the same are based on social cognitive theory and developed in Geogebra is a proposal which collects the contents from the Second Year Bachillerato Curriculum of Ecuador. It was made in Santa Maria de la Esperanza High School from Chordeleg, Azuay.

This proposal has nine didactical sequences, each one consists of opening, development and closing activities which show an attractive way about how to join the theoretical- practical contents that I mentioned above and their application in the Geogebra software in active form. Also, this software allows to introduce math patterns and immediately we can see their graphic representations.

This proposal followed the social cognitive theory, because the students will be able to share their questions and suggest new solutions with partners and their teachers while they are working on exercises. All this procedure creates a social learning, in other words a cooperative learning process.

Finally, this proposal invites to develop Math thought of each student, also it generates the student intrinsic motivation for learning and as result an excellent and functional learning of Straight line and Circumference.

**KEYWORDS:** Teaching sequence, Geogebra educational software, social-cognitive theory, cooperative learning, intrinsic motivation.



## ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN.....	11
CAPÍTULO 1 .....	13
ANTECEDENTES Y FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	13
1.1. Antecedentes. ....	13
1.2. La perspectiva social-cognitiva.....	19
1.3. Secuencias didácticas. ....	27
1.3.1. Componentes de una secuencia didáctica.....	29
1.4. Geogebra. ....	32
CAPÍTULO 2 .....	38
METODOLOGÍA DE TRABAJO .....	38
2.1. Diagnóstico de la situación real del grupo. ....	39
2.1.1. Informe de encuestas dirigidas a estudiantes del segundo año de bachillerato de la unidad educativa “Santa María de la Esperanza” .....	39
2.1.2. Informe de encuestas dirigidas a docentes de matemática del segundo año de bachillerato de la unidad educativa “Santa María de la Esperanza” .....	59
2.2. Desarrollo de secuencias didácticas de aprendizaje. ....	71
2.2.1. Actividades de apertura.....	71
2.2.2. Actividades de desarrollo. ....	72
2.2.3. Actividades de Cierre.....	73
2.3. Aplicación.....	74
2.4. Recolección de datos.....	82
2.4.1. Resultados de las valoraciones obtenidas en las actividades de cierre de las secuencias didácticas realizadas por los estudiantes del 2° Año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza” .....	87
2.4.2. Resultados de las valoraciones obtenidas en las actividades de cierre de las secuencias didácticas realizadas por los estudiantes del 2° Año de Bachillerato de Aplicaciones Informáticas de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza” .....	88
CAPÍTULO 3 .....	89
ANÁLISIS DE DATOS .....	89
3.1. Análisis de datos.....	89



3.1.1. Valoraciones globales de los estudiantes del segundo año de bachillerato general unificado .....	90
3.1.2. Valoraciones globales de los estudiantes del segundo año de bachillerato, especialidad de informática. ....	94
3.2. Validación. ....	98
3.2.1. Validación de materiales impresos. ....	99
3.2.2. Encuestas aplicadas para la validación de la propuesta. ....	100
CAPÍTULO 4 .....	180
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	180
4.1. Conclusiones. ....	180
4.2. Recomendaciones. ....	181
BIBLIOGRAFÍA .....	182
ANEXOS .....	185
Anexo 01 SECUENCIA DIDÁCTICA 1 .....	186
Anexo 02. SECUENCIA DIDÁCTICA 2 .....	196
Anexo 03. SECUENCIA DIDÁCTICA 3 .....	210
Anexo 04. SECUENCIA DIDÁCTICA 4 .....	220
Anexo 05. SECUENCIA DIDÁCTICA 5 .....	232
Anexo 06. SECUENCIA DIDÁCTICA 6 .....	243
Anexo 07. SECUENCIA DIDÁCTICA 7 .....	258
Anexo 08. SECUENCIA DIDÁCTICA 8 .....	272
Anexo 09. SECUENCIA DIDÁCTICA 9 .....	284



Universidad de Cuenca  
Clausula de derechos de autor

Yo *Juan Fernando Barraqueta Samaniego*, autor de la tesis "EL APRENDIZAJE DE LA LÍNEA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA A TRAVÉS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE APRENDIZAJE FUNDAMENTADAS EN LA TEORÍA SOCIAL-COGNITIVO Y DESARROLLADA EN GEOGEBRA", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de (título que obtiene). El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 08 de septiembre de 2014

*Juan Fernando Barraqueta Samaniego*

C.I: 0103582706



Universidad de Cuenca  
Clausula de propiedad intelectual

Yo, *Juan Fernando Barrazueta Samaniego*, autor de la tesis "EL APRENDIZAJE DE LA LÍNEA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA A TRAVÉS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE APRENDIZAJE FUNDAMENTADAS EN LA TEORÍA SOCIAL-COGNITIVO Y DESARROLLADA EN GEOGEBRA", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 08 de septiembre de 2014

*Juan Fernando Barrazueta Samaniego*

C.I: 0103582706





---

## DEDICATORIA

Este trabajo va dedicado a mi madre Loly, quien con su esfuerzo, amor y sacrificio, supo apoyarme de forma incondicional y desinteresada, en todo momento de mi caminar dentro esta maravillosa e infinita aventura del saber.

A toda mi familia, a mis amigos gracias por confiar y creer en mí, gracias a ellos he podido seguir con paso firme en la consecución de todas mis metas.

En memoria de Julia Rodríguez.

Juan Fernando Barrazueta Samaniego



---

## AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por todas las bendiciones otorgadas día tras día y por permitirme estar inmerso dentro de tan loable profesión como lo es la docencia.

A la Universidad de Cuenca y por su intermedio a la Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación en particular a la carrera de Matemática y Física por abrirme las puertas y apoyarme en una nueva etapa de mi vida profesional.

A mi director Master Walter Durán, por brindarme su tiempo y conocimientos, quien con sus consejos, paciencia, esfuerzo y responsabilidad, supo guiar este trabajo hasta su consecución.

A la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”, por dejar siempre las puertas abiertas y permitirme desarrollar la propuesta de forma integral, con el apoyo de todas sus autoridades, planta docente y de forma especial a quienes hicieron posible la realización de este trabajo mis estimados exestudiantes.



---

## INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la línea recta y de la circunferencia, temas concernientes a la geometría analítica que están dentro del currículum del Segundo Año de Bachillerato General Unificado, ha sido considerado como complejo y difícil, debido a la falta de hábitos de estudio, desinterés por parte de los estudiantes en el estudio de dichos temas y a la falta de conocimientos previos, pues como es de conocimiento de los docentes del área de matemática, los temas a desarrollarse requieren de mayor atención para su comprensión e interiorización, sobre todo considerando, que a más del dominio de los contenidos teóricos, se necesita hacer uso de la imaginación y creatividad al momento de intentar resolver cualquiera de las situaciones problémicas propuestas en estos temas.

Para desarrollar los temas de la línea recta y la circunferencia es indispensable que el estudiante pueda apreciar una representación gráfica del hecho a ser estudiando, que le permita analizar y reflexionar sobre la utilidad e importancia del estudio de dichos temas, esta posibilidad se la puede brindar el uso de un software educativo como los es Geogebra, pues dicho software tiene como bondad el poder visualizar en la vista gráfica de forma interactiva e inmediata la representación de los modelos matemáticos que se van introduciendo en la bandeja de entrada, por tanto el uso y aplicación de este recurso didáctico busca que el estudiante recupere el interés por aprender y desarrolle la habilidad de análisis y síntesis antes de proceder a la resolución de alguna actividad propuesta.



---

Por otro lado, no menos importante es la presentación de los temas a ser estudiados de una manera diferente, orientada, planificada y secuencial que permitan desarrollar y potencializar al máximo las capacidades e intereses del estudiante. Tal desarrollo está influido por la sociedad, donde el trabajo y la educación se encuentran íntimamente relacionados lo que garantiza a los estudiantes un aprendizaje efectivo a través de la aplicación de un trabajo cooperativo. La fusión de todos estos aspectos expuestos anteriormente dentro de las secuencias didácticas, permitieron motivar y comprometer a los estudiantes de 2° de Bachillerato de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”, de forma directa con su aprendizaje.



---

## CAPÍTULO 1

### ANTECEDENTES Y FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### 1.1. Antecedentes.

Uno de los problemas con más incidencia en la Educación General Básica y en el Bachillerato General Unificado en el Ecuador, Azuay y específicamente en el Cantón Chordeleg es la inequidad en la cobertura y calidad de la misma; específicamente, en los procesos de aprendizaje de la matemática. Pues no todas las instituciones educativas cuenta con un excelente currículum, profesores debidamente capacitados y motivados, acceso a buenos recursos bibliográficos e informáticos; recursos que sin lugar a duda son esenciales en el proceso de aprendizaje; lo que da como resultado que algunos estudiantes no puedan culminar con éxito sus estudios en bachillerato y por consiguiente se les dificulte el ingreso a una Institución de Educación Superior.

Es por eso que en el Ecuador desde el año de 1992 se trabaja por incorporar instrumentos de medición de logros académicos. El instrumento de evaluación “Aprendo” fue creado en la ejecución del Proyecto de Desarrollo de Eficiencia y Calidad (EB/PRODEC) del Ministerio de Educación; dichos instrumentos fueron aplicados en los años de 1996, 1997, 2000 y 2007; en las dos áreas básicas del currículum: Lenguaje y Comunicación, y Matemática; a estudiantes de tercero, séptimo y décimo años de educación básica tanto en el régimen costa como en el régimen sierra. Para efecto de nuestro estudio centraremos nuestra atención solo en los datos que tengan relación con el área de matemática.



Las pruebas “Aprendo” estaban direccionadas a la medición del nivel de dominio de destrezas planteadas en la Reforma Curricular en los distintos años expuestos con anterioridad. La escala de valoración propuesta estaba entre 0 y 20 puntos, siendo 0 puntos la calificación más baja que se podía tener y 20 la máxima calificación. Los resultados de dichas pruebas fueron preocupantes; ya que en el área de matemática en el año de 1996 el aprovechamiento fue de 7,93/20 (siete coma noventa y tres sobre veinte); y en el 2007 el aprovechamiento fue del 6,56/20 (seis coma cincuenta y seis sobre veinte)<sup>1</sup>. Dichos datos forjaron que el Ministerio de Educación del Ecuador busque generar soluciones; razón por la cual en noviembre del 2006, se aprueba en consulta popular el Plan Decenal de Educación 2006-2015; el mismo que acuerda el mejoramiento de la calidad, la equidad de la educación, la implementación de un sistema nacional de evaluación y rendición social de cuentas del sistema educativo. El Plan Decenal contempla diferentes estrategias; una de las más predominantes es el fortalecimiento de los currículos de Educación General Básica y Bachillerato.

En el año 2008, el Ministerio de Educación genera un nuevo instrumento de evaluación denominado “Ser Ecuador”; en donde el Área de Matemática obtiene un aprovechamiento de 7,86/20 (siete coma ochenta y seis sobre

---

<sup>1</sup> Tomado de “Informe técnico APRENDO 2007”, (pdf).



veinte)<sup>2</sup>. Datos que sin duda evidencian el bajo rendimiento en dicha asignatura a nivel nacional.

Estas evaluaciones permitieron identificar algunas de las dificultades en el cumplimiento de lo estipulado en la Reforma Curricular, tales como: desarticulación entre los niveles de aprendizaje, falta de precisión en los temas a ser estudiados en los diferentes años de educación; el desconocimiento de algunas de las destrezas que debían desarrollarse, y la insuficiencia de criterios e indicadores de evaluación.

Para poder contrarrestar estas dificultades; el Ministerio de Educación del Ecuador en su Actualización y Fortalecimiento Curricular en el Bachillerato (objeto de estudio), basándose en la Teoría Social-Cognitivo como modelo pedagógico, propone que en el área de matemática se manejen aspectos esenciales para el aprendizaje como:

1. El eje integrador: “Adquirir conceptos e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico, matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos” (Ministerio de Educación del Ecuador 16).
2. Los ejes de aprendizaje: “abstracción, generalización, conjetura y demostración; integración de conocimientos; comunicación de las ideas matemáticas; y el uso de las tecnologías en la solución de los problemas” (Ministerio de Educación del Ecuador 19).

---

<sup>2</sup> Tomado de “Resultados de pruebas SER 2008”, (pdf).



3. Los bloques curriculares: “números y funciones; álgebra y geometría; matemáticas discretas; y probabilidades y estadística (Ministerio de Educación del Ecuador 26).
4. Destrezas con criterio de desempeño.

Aspectos que sin duda alguna están llamados a concientizar a la sociedad en general sobre la importancia de aprender matemática; ya que por su esencia, ésta permitirá al estudiante desarrollar su pensamiento; facilitándole el integrarse a grupos de trabajos interdisciplinarios para la búsqueda de soluciones a diferentes problemas de la vida cotidiana, que no pueden ser resueltos desde una sola perspectiva o con el apoyo de una sola ciencia.

La matemática en su aprendizaje necesita ser estudiada en un principio como cualquier otra asignatura; se necesita obligatoriamente saber leer, concibiendo que la lectura no consiste solo en descifrar símbolos; sino en comprender lo que se está leyendo, esto permitirá razonar de mejor manera la situación problémica y por ende resultará mucho más sencillo encontrar, desarrollar y aplicar diferentes estrategias en la solución de éstas. El aprendizaje de la matemática se basa en el dominio de las siguientes dimensiones:

- a. El Algoritmo.- tiene relación con el desarrollo operaciones de forma manual o con la ayuda de “softwares” matemáticos.





- b. La Estrategia.- permite plantear y solucionar problemas, usando estrategias de solución y desarrollando la capacidad de argumentación.
- c. El Concepto.- consiste en aprendizaje de conceptos.
- d. La Comunicación.- permite expresar opiniones sobre hechos matemáticos y describir objetos matemáticos.

El aprendizaje de la matemática es un instrumento indispensable en nuestra sociedad. Contar objetos, leer y escribir números, razonar y realizar cálculos con números; son aspectos de las muchas tareas con las que se enfrentan cada día las personas. A más de su importancia como técnica de supervivencia, la matemática resulta ser el fundamento de los conocimientos científicos que en la actualidad exigen nuestra sociedad tecnológicamente avanzada.

Esta sociedad tecnológica requiere de personas que puedan desarrollar su pensamiento cuantitativo<sup>3</sup>; para que, al momento de enfrentarse ante una situación problemática en el ámbito personal o profesional, puedan proponer soluciones de forma creativa y eficiente.

Parte importante de esta reforma curricular tiene que ver con el uso tecnologías en el aprendizaje y en la solución de problemas, uno de los recursos más utilizados en la actualidad es el software educativo; estos son simuladores que permiten observar, analizar y obtener conclusiones. El software logra que el estudiante interactúe en su aprendizaje; sobre todo al tratar temas específicos en el bachillerato propuestos en la

---

<sup>3</sup> orientado a validar, corregir, o descartar soluciones obtenidas a problemas propuestos.



---

reforma curricular, concernientes a la Geometría Analítica; con los que los estudiantes del segundo año de bachillerato presentan mucha dificultad al momento de aprenderlos.

Un estudio realizado en Uruguay en el año 2012 denominado: “Uso del Geogebra en la enseñanza de la geometría en carreras de diseño” (Cassina y Iturbe 12); enfatiza que la geometría tiene que ser concebida como un conjunto de saberes, como un modo de relación con ciertos problemas en los que intervienen las complejas relaciones entre los espacios físicos y saberes geométricos, y también distintas formas de validación de los enunciados geométricos; razón por la cual se ve la necesidad de implementar el uso de un software, ya que por su carácter interactivo permite enriquecer el estudio de los contenidos. El mismo que posibilita que los estudiantes puedan construir figuras con ciertas especificaciones y visualizarlas. Otra posibilidad que nos brindan estos softwares es que podemos realizar cambios en las especificaciones e ir analizando las transformaciones que se van generando con los cambios realizados. A propósito de esto Cassina e Iturbe expresan “el mismo software permite la validación inmediata de los resultados; ya que se puede observar de una manera interactiva si al variar los datos se alteran o no las condiciones establecidas” (Cassina y Iturbe 13). Para complementar estas ideas Santos Trigo comenta que: “este ciclo de visualizar, reconocer y argumentar son procesos fundamentales del que hacer de la disciplina que los estudiantes pueden practicar sistemáticamente con la ayuda de este tipo de herramientas” (Santos 25).



Así se busca que los estudiantes, al enfrentarse a prácticas matemáticas, sean propositivos al momento de resolver problemas, debatan los resultados, procedimientos y conclusiones; logrando formar una mayor interacción entre la parte conceptual y práctica basada en el trabajo individual y grupal. El docente es el llamado a cumplir con el rol de motivador, orientador, evaluador y conceptualizador de los contenidos.

Todos los trabajos previos y recursos indicados están orientados a mejorar la calidad de aprendizaje, manejar y expresar correctamente el lenguaje matemático; conocer conceptos básicos para el aprendizaje de otras disciplinas, utilizar nuevas tecnologías para el desarrollo de problemas; aplicarlos en situaciones cotidianas y además comprender que la matemática cumple un papel fundamental en el cambio social como elemento formador y de conocimiento.

## 1.2. La perspectiva social-cognitiva.

Vygotsky pone en la palestra la verdadera importancia de la interacción social para el aprendizaje, lo que conlleva la importancia del contexto social. Si los seres humanos son seres sociales en consecuencia el conocimiento necesariamente resulta ser un producto social (Maldonado 119).

Según Vygotsky los procesos psíquicos<sup>4</sup>, empiezan en el plano del sistema de las relaciones sociales para luego ser interiorizadas y de esta manera adquirir un

---

<sup>4</sup> Relativo a la mente.



---

carácter interno. Lo que se explica de la siguiente manera: “Un proceso personal queda transformado a otro intrapersonal. En el desarrollo cultural de todo niño, toda función aparece dos veces: primero a escala social y luego a escala individual; primero entre personas y luego en el interior del propio niño. Esto puede aplicarse igualmente a la atención voluntaria, a la memoria lógica y a la formación de conceptos. Todas las funciones psicológicas superiores se originan como relaciones entre seres humanos” (Maldonado 119).

Basándose en esta teoría psicológica propuesta por Vygotsky, la perspectiva Social-Cognitiva propone el potencializar y desarrollar cada una de las capacidades e inquietudes que tiene el estudiante. Como su nombre lo indica aquí se va a notar mucho la influencia de la sociedad, pues el estudiante está íntimamente relacionado con su entorno; lo que sin duda alguna genera un espíritu colectivo y un conocimiento empírico en primera instancia que con la asistencia adecuada se convertirá en conocimiento científico.

El entorno social es el mejor laboratorio que puede existir, pues en el mismo se presentan diversas situaciones problemáticas que pondrán a trabajar al estudiante de forma cooperativa<sup>5</sup> para la resolución de dichas situaciones; ya que existen problemas que difícilmente podrán ser resueltos bajo una sola perspectiva. Cuando los estudiantes trabajan en grupo van a poder resolver problemas sin sentirse tan intimidados al momento de realizar una consulta; explicarán de mejor manera lo que entienden al resto de sus compañeros, con términos lingüísticos que manejan dentro

---

<sup>5</sup> Aprender compartiendo e interactuando.



de su grupo de trabajo; también podrán proponer diferentes enfoques para la resolución de una situación problémica, permitiendo al estudiante evaluar y formular su propio entendimiento para, así, interiorizar el nuevo conocimiento. El hecho de escuchar al resto de integrantes del grupo les ayuda a valorar las opiniones de los demás generando una actitud de respeto entre ellos. Cuando el grupo tiene éxito en la resolución de un problema los miembros se motivan y desarrollan mayor seguridad en sí mismos; lo que da como resultado el considerar que son capaces de resolver cualquier de situación problémica, incluso obligados a comprometerse con el análisis crítico y la solución de sus problemas. La perspectiva social-cognitiva se contrapone a las viejas prácticas realizadas durante mucho tiempo en las denominadas clases “tradicionalistas” (conductistas), en las que el docente tiende a explicar un solo método a ser aplicado en la resolución de cierto tipo de situaciones problémicas, la forma “correcta” de resolverlas; lo que genera que el estudiante tenga una visión unidireccional frente a una de estas situaciones, una visión unidireccional no le permite analizar diferentes enfoques y las posibles soluciones de dichas situaciones; por ello resulta necesario dejar que los estudiantes se equivoquen, que comenten errores y que sociabilicen con sus compañeros (errores o aciertos), realicen un análisis crítico de las posibles fallas, las enmienden y por sus propios medios puedan llegar a la resolución correcta de la situación problémica planteada; el proceso se lleva a cabo bajo la atenta mirada y dirección del docente, quien está llamado a ser un orientador del aprendizaje.



---

La Pedagogía Social-Cognitiva necesita cumplir al menos con tres requisitos básicos de la enseñanza, los que se exponen a continuación:

1. Las situaciones problémicas y los retos a ser estudiados deben ser tomados de hechos reales (cotidianos), no deben ser ficticios ni académicos y la búsqueda de su solución ofrece la motivación intrínseca que requieren los estudiantes.
2. La búsqueda y el tratamiento de la situación problémica se trabaja de manera integral, no se aísla para llevarla al laboratorio sino que se trabaja con la comunidad involucrada, en su contexto natural, mediante una práctica contextualizada.
3. “Aprovechamiento de la oportunidad de observar a los compañeros en acción; no para imitarlos ni criticarlos sino para revelar los procesos ideológicos implícitos, sus presupuestos, concepciones y marcos de referencia, generalmente ocultos, pero que les permiten pensar de determinada manera. El profesor y los participantes, sean estudiantes o no, están invitados y comprometidos a explicar sus opiniones, acuerdos y desacuerdos sobre el tema de la situación estudiada y su peso en la discusión; no le da autoridad alguna sino la fuerza de los argumentos, la coherencia y utilidad de las propuestas y la capacidad de persuasión, aún en contra de las razones académicas del profesor o del libro de texto” (Merino 29).



La evaluación en el modelo de pedagogía social es dinámica, pues lo que se evalúa es el potencial de aprendizaje que se vuelve real gracias a la enseñanza, a la interacción del estudiante con aquellos otros estudiantes que son más expertos que él. A partir de esto Vigotsky elabora el concepto de zonas de desarrollo próximo, “como la distancia entre el nivel de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz” (Maldonado 120). La perspectiva, mantiene la relación que existe entre la evaluación y la enseñanza; lo que busca es la identificación del grado de ayuda que necesita el estudiante de parte del maestro para resolver el problema de forma individual. Por ejemplo, al intentar resolver un problema sencillo de aritmética se pueden presentar diferentes dificultades que pueden entorpecer el normal y correcto desarrollo del ejercicio, dichas dificultades pueden ser producto de las siguientes razones:

- Porque no entienden la redacción del problema
- Porque no logran representar lingüísticamente lo que se pregunta.
- Por falta de una representación gráfica.
- Por falta de una representación matemática.
- Por escaso razonamiento lógico.

Si el problema fuera: "Luís tiene 5 camisas; Pedro tiene 3 camisas más que Luís; ¿cuántas camisas tiene Pedro?"; quizás un alumno de quinto año de educación básica lo resolvería con facilidad. Pero si el problema fuera: "En bachillerato los



---

estudiantes son diez veces más que los profesores. En mi colegio hay 40 estudiantes, entonces, ¿cuántos profesores tiene?; quizás no lo resolvería tan fácilmente el mismo alumno de quinto año de educación básica, aunque domine las operaciones aritméticas” (Merino 29,30).

Entonces, el profesor de matemáticas debe:

- Graduar la dificultad del problema después de ensayarlo con diferentes niños de quinto año de educación básica; para luego graduar las ayudas que el estudiante requiera a medida que avanza en la comprensión del problema.
- Suministrar una ayuda cada vez más compleja, a medida que el estudiante lo requiera, en la siguiente secuencia.
- Asegurar la comprensión del enunciado del problema, por ejemplo, cambiándole la presentación o redacción, usar términos lingüísticos que los estudiantes estén en capacidad de entender sin dejar al lado el anejo de un lenguaje técnico para nuestro caso matemático.
- Ayudar a representar lingüísticamente el problema, por ejemplo, mediante dos columnas para que el estudiante escriba a la izquierda los datos conocidos y a la derecha los desconocidos, es decir, lo que se pregunta.
- Facilitar que el estudiante diseñe de forma gráfica el problema.
- Dar ideas para que formule la representación simbólica, mediante una ecuación (el planteamiento matemático del problema).
- Brindar el modelo de razonamiento requerido para su solución (socializar la resolución correcta del problema).





---

El apoyo se lo va dando de forma gradual es decir; si con la primera ayuda del profesor el estudiante no logra resolver el problema, se le brinda la segunda, si con la segunda tampoco lo logra, se le facilita la tercera y así sucesivamente.

Desde una perspectiva social-cognitiva, el conocimiento y el aprendizaje constituyen una construcción fundamentalmente social, que se realiza a través de un proceso donde las ideas previas de los individuos pueden evolucionar a través de actividades previas grupales que benefician la explicación y el entendimiento de los propios puntos de vista y su contrastación con los de las otras personas, que intervienen en el proceso de aprendizaje y claro está con la experiencia propia. Por ejemplo: trabajando con los estudiantes divididos en varios grupos, se plantea un ejercicio concerniente a la geometría analítica específicamente la ecuación de la recta con ciertas condiciones predeterminadas, en el que se debe encontrar el punto de intersección de varios segmentos de rectas, cada grupo luego de encontrar las ecuaciones de las rectas procederá a resolver ese sistema de ecuaciones que le queda por el método de su dominio (reducción de términos, sustitución, igualación o determinantes), luego a través de sus experiencias personales y grupales sociabilizarán las respuestas en conjunto con todos los compañeros y sacarán sus propias conclusiones; una podría ser que no importa el método que apliquen en la resolución del sistema de ecuaciones, porque la respuesta tendrá necesariamente que ser la misma para todos los grupos.

En la perspectiva social cognitiva es en donde se pone en mayor evidencia que la evaluación, la autoevaluación y la coevaluación, representan la parte medular del



---

proceso de aprendizaje o construcción del conocimiento. Resulta necesario enfatizar que en esta perspectiva el docente transforma su aula en un taller del cual se vuelve investigador; teniendo como función primordial el lograr que el estudiante pueda desarrollar destrezas que le permitan resolver situaciones problemáticas de su comunidad lo que conlleva una mejora en la calidad de vida de su entorno social.

La perspectiva Social-Cognitiva le da la oportunidad al estudiante de ser autónomo<sup>6</sup>, de interactuar en su aprendizaje, le permite desarrollar su personalidad y su capacidad cognitiva en torno a las necesidades sociales de su comunidad.

Además, brinda la posibilidad de que el estudiante identifique lo que conoce, lo que observa y analice lo que escucha; para que luego de discernir toda la información, valore aquellas cosas que realmente resultan ser relevantes para su aprendizaje y las anexe como nuevos datos o nuevas formas de razonar. El docente pasa a un plano de observación ya que lo que le toca evaluar en los estudiantes es el nivel de razonamiento, las actitudes y la toma de decisiones frente a una situación problemática. En otras palabras le toca planificar actividades que puedan facilitar la evolución de: pensamiento, de las actuaciones y de las actitudes de su estudiantado.

La profesora Neus Sanmartí enfatiza en ello:

*“En el marco de este modelo de enseñanza, la evaluación y la autoevaluación formativa tienen la función de motor de la evolución o cambio en la representación del modelo. Sin autoevaluación del significado*

---

<sup>6</sup> Trabaja por su cuenta.



---

*que tienen los nuevos datos, las nuevas informaciones, las distintas maneras de hacer o entender, no habrá progreso. Sin la evaluación de las necesidades del estudiantado, no habrá tarea efectiva del profesorado. Por ello, puede afirmarse que enseñar, aprender y evaluar son en realidad tres procesos inseparables". (Merino 31).*

Toda enseñanza de calidad requiere que el docente tenga claro que es lo que quiere enseñar y más que eso, tenga un pleno dominio del tema, que sienta el gusto por la docencia y que les permita a los estudiantes abrir sus horizontes culturales y cognitivos sin menospreciar sus conocimientos o su contexto. El profesor es responsable de guiar el aprendizaje de sus estudiantes por lo tanto no puede darse el lujo de desechar experiencias ni conceptos pedagógicos, pues la misión es de mucha responsabilidad la cual obliga al docente a estar en constante actualización, capacitación y a abrir su pensamiento para dar su mayor esfuerzo.

### **1.3. Secuencias didácticas.**

Las secuencias didácticas se las concibe como la planeación y el diseño de una actividad en el aula, es decir una reestructuración sistemática del trabajo; que mantienen una estrecha relación entre los principales actores del proceso de aprendizaje como lo son: estudiantes, docente y recursos didácticos. Son considerados como pequeños ciclos de aprendizaje dentro o fuera del aula que pretenden cumplir con ciertos objetivos específicos, en la que adquiere una mayor



relevancia la evaluación formativa<sup>7</sup>. Están conformadas por el orden en que se presentan las actividades a través de las cuales se lleva a cabo el proceso de aprendizaje, implica entonces una sucesión premeditada<sup>8</sup> de actividades (es decir guardando siempre un orden), las que se desarrollarán en un determinado período de tiempo (con un ritmo constante). El orden y el ritmo constituyen los parámetros fundamentales de las Secuencias Didácticas; además algunas de estas actividades pueden ser propuestas por fuera de la misma (realizadas en un contexto espacio-temporal distinto al aula).

Las secuencias didácticas constituyen el corazón de la didáctica, el aquí y el ahora, el momento de la verdad en el que se pone en juego el éxito o el fracaso del proceso de aprendizaje, por ello es su importancia. Involucran la planificación de corto plazo, como por ejemplo la planificación por clase, la planificación para las clases de recuperación y la planificación semanal requerimientos del Plan Decenal de Educación del Ecuador, que durante su ejecución liga con la de largo plazo, como por ejemplo la planificación por bloque y el plan curricular anual requerimientos del Plan Decenal de Educación del Ecuador, quedarán así explicitados algunos elementos tales como las técnicas, los recursos didácticos y permanecerán sobrentendidos otros más generales (estrategias, concepciones filosóficas y psicológicas).

Las actividades de las secuencias didácticas deberían tener en cuenta los siguientes aspectos esenciales: Investigar acerca del conocimiento previo de los

---

<sup>7</sup> Modificar y mejorar el aprendizaje durante el período de enseñanza.

<sup>8</sup> Planificada.



---

estudiantes y comprobar que su nivel sea adecuado al desarrollo de los nuevos conocimientos. Asegurarse que los contenidos sean significativos, funcionales y que representen un reto o desafíos aceptables; contenidos que promuevan el desarrollo de actividades mentales y la construcción de nuevas relaciones de ser conceptuales, que estimulen la autoestima y el autoconcepto posible, que posibiliten la autonomía y la metacognición<sup>9</sup>.

La secuencia didáctica es una forma de organización, jerarquización y secuenciación de los contenidos. El docente, en base a la consideración de tiempos reales, recursos materiales, cantidad de estudiantes, sus conocimientos previos y otras variables contextuales; diseña una secuencia didáctica, construyendo redes graduales en las que cada vez van aumentando su grado de complejidad, interrelacionando lo conceptual con lo procedimental y lo actitudinal. La principal diferencia de este modelo educativo con el modelo tradicional, radica en la forma de cómo deberán abordarse los contenidos temáticos. Bajo esta nueva perspectiva, se deben utilizar estrategias didácticas basadas en el aprendizaje, que permitan a los estudiantes en forma significativa y creativa, integrar el conocimiento de las diferentes asignaturas.

### **1.3.1. Componentes de una secuencia didáctica.**

Las actividades de apertura tienen como propósito identificar y recuperar las creencias, conocimientos, saberes y opiniones de los estudiantes, es decir la

---

<sup>9</sup> Mejorar las actividades y tareas intelectuales que se llevan a cabo utilizando la reflexión para orientarlos y aseguran su correcta aplicación.



---

activación de los conocimientos previos; para que a partir de ellos, se lo pueda introducir al mundo de nuevos conocimientos, procedimientos, y valores.

Las actividades de desarrollo tienen la función de favorecer los aprendizajes mencionados para ampliar, complementar y profundizar la información que va a ser compartida con los estudiantes, es decir busca relacionar los conocimientos previos con el conocimiento científico.

Las actividades de cierre son las que sintetizan y utilizan con eficacia los conocimientos científicos, los aspectos procedimentales y de valor, construidos durante la secuencia.

Es importante que al momento de desarrollar estas secuencias didácticas se parta de situaciones problémicas, que estén vinculadas con un tema integrador, “este se define como el pretexto metodológico para abordar una secuencia didáctica; además de permitir a través de aproximaciones sucesivas la construcción y reconstrucción del conocimiento disciplinar e interdisciplinar. El tema integrador es heterogéneo, situacional y temporal, y su duración está sujeta a la vigencia de los intereses de los estudiantes y, a su disposición por el aprendizaje” (San Miguel 4).

En el cual se pueda evidenciar aspectos fundamentales como son: los contenidos fácticos, procedimentales y actitudinales, aspectos, que sin duda alguna nos permiten realizar una evaluación integral del proceso.



---

Los contenidos fácticos tienen que ver con el ¿Qué?, es decir ¿qué es lo que se va a aprender?, datos o hechos que proporcionan información verbal que se tiene que aprender de forma literal. (Subsecretaría de Educación e Investigación Tecnológicas 5).

Los contenidos conceptuales se refieren al ¿qué es lo que se quiere aprender?, es decir, un proceso más complejo que el conocimiento fáctico porque se necesita del aprendizaje de conceptos, principios y explicaciones, se asimila el significado de la información nueva, resulta imprescindible los conocimientos previos de los estudiantes.

Los contenidos procedimentales por el contrario tienen relación con el ¿Cómo?, es decir, ¿cómo lo van a aprender? O dicho de otra manera ¿qué van a aprender a hacer?, “guarda relación con la ejecución de contenidos, métodos, estrategias, destrezas, entre otros. Es del tipo práctico porque está basado en operaciones y acciones” (San Miguel 5).

Finalmente, los contenidos actitudinales guardan relación con ¿qué va a, como persona a aprender?, o dicho de otra manera ¿qué va a aprender para convivir con los demás?, es decir tiene relación con la educación de valores, la ética y la moral.

La utilización de secuencias didácticas en el proceso de aprendizaje de matemática resulta ser un gran aporte, ya que genera la integración del estudiante con sus compañeros y docentes. Las secuencias didácticas por su estructura son una excelente guía para el aprendizaje de una de las ciencias que presentan mayor



dificultad en el bachillerato como lo es la matemática, y en temas tan complejos que presenta la geometría analítica como la ecuación de la recta y de la circunferencia, temas que al ser tratados, expuestos de una forma tradicional, teniendo como apoyo pedagógico solamente pizarra, marcador y papel, se vuelven complicados y tediosos en su entendimiento, aprendizaje y más aún en su aplicabilidad; las secuencias didácticas de una forma están llamadas a buscar la motivación en el estudiante involucrándolo de lleno en su aprendizaje, del cual será en gran parte responsable, pero como se explicó anteriormente tendrá que cumplir con todas las actividades propuestas, mismas que abarcan los contenidos planificados con anterioridad. El cumplimiento de las secuencias didácticas le permite al estudiante mejorar su calidad de aprendizaje y al docente realizar una evaluación integral de los estudiantes; con lo que resulta más sencillo la asignación de una valoración tanto cualitativa como cuantitativamente.

#### 1.4. Geogebra.

Geogebra es un software matemático interactivo libre para la educación en el área de las matemáticas y las asignaturas que esta área conlleva, específicamente la geometría, trigonometría y la física. Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y lo continúa en la Universidad de Atlantic, Florida.





---

Geogebra está escrito en Java y por tanto está disponible en múltiples plataformas. “Es básicamente un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra y cálculo, por lo que puede ser usado también en física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas” (wikipedia).

Una de las asignaturas dentro del área de matemática, en la que mayor riqueza se puede apreciar del uso de Geogebra, es la de geometría, específicamente en la geometría analítica y en temas muy puntuales como la ecuación de la recta y de la circunferencia. Este software nos permite realizar construcciones a través de la aplicación de puntos, segmento de recta, rectas, vectores, entre otros; todo esto a través del uso de los íconos de las distintas herramientas y recursos que se presenta de forma explícita y dinámica o sino con el uso o manejo de comandos que necesariamente tiene que estar escritos en la barra de entrada.

Otro beneficio que presenta el software es que tranquilamente podemos realizar variaciones en su estructura, realizar ajustes y estas se irán representando de forma automática. “Geogebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, entre otros” (wikipedia).

Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de Geogebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista



---

Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos, los valores numéricos y las gráficas geométricas.

Geogebra visualiza a la vez un punto en el plano cartesiano y sus coordenadas numéricas, una circunferencia y su ecuación, la gráfica de una función y su expresión simbólica, entre otros.

Geogebra es un programa innovador, el mismo que posee características propias de los programas de geometría dinámica pero también de los programas de cálculo simbólico, por lo cual se tienen un amplio espectro para su aplicabilidad en distintas asignaturas dentro del área de matemática como aritmética, algebra, análisis, cálculo, física, geometría y trigonometría. De igual manera incorpora su propia hoja de cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

Geogebra puede servir de ayuda tanto al estudiante como al profesor.

- Al estudiante le sirve para realizar construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de resolución o de investigación.
- Al profesor le sirve para realizar materiales educativos estáticos (imágenes, protocolos de construcción) o dinámicos (demostraciones dinámicas locales).

En cualquier caso, sirve de ayuda para que los estudiantes puedan:

- Visualizar conceptos abstractos y relaciones entre objetos.
- Representar conexiones conceptuales.



- 
- Experimentar con la matemática.

Por todas estas características, bondades y beneficios que presenta, el software educativo libre Geogebra resulta ser una herramienta extraordinaria ya que va a tener un gran impacto en la mediación del aprendizaje de la geometría y álgebra, que son objeto de gran estudio en el Bachillerato General Unificado del Ecuador, más aún en temas muy específicos dentro de la geometría como lo son la ecuación de la recta y de la circunferencia, ya que al ser una herramienta interactiva se presta para realizar cambios sobre la marcha en un modelo matemático poder ir observando los cambios que se van dando en la gráfica, según las condiciones que se vayan realizando, por ejemplo en la construcción de una circunferencia en su fórmula general expresada de la siguiente forma  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$  se pueden realizar cambios en los parámetros  $h$  y  $k$  que representan en el centro de la circunferencia es decir que la podemos mover la circunferencia a cualquier posición dentro del plano, como también podemos cambiar  $r$  que representa el radio de la circunferencia es decir que nos permite agrandar o disminuir el tamaño de la circunferencia; con este pequeño ejemplo podemos indicar que la utilización de este software educativo va a generar el análisis crítico, la discusión y la interiorización de nuevos conceptos en cada uno de los estudiantes.

A propósito del uso de Geogebra la tesis doctoral denominada “EVOLUCIÓN DE ACTITUDES Y COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA AL INTRODUCIR GEOGEBRA EN EL AULA” desarrollada por María del Mar García López, propone potencializar el aprendizaje de la matemática en el bachillerato, a través del manejo de un software educativo como lo es el Geogebra,



---

analizando las bondades y beneficios que presentan tanto para los estudiantes como para los docentes tanto en lo actitudinal como en lo cognitivo.

En este estudio se realiza un análisis entre las actitudes y el nivel de conocimientos que pueden adquirir los estudiantes, siendo partícipes de una clase tradicionalista, es decir aquella en la que únicamente se utiliza como recurso didáctico el papel y el lápiz, y por otro lado un aula no tradicional en la que se hace uso de nuevos métodos, técnicas y recursos en el proceso de aprendizaje como por ejemplo la presencia del software educativo Geogebra. En el aula tradicionalista se pudieron evidenciar el desarrollo de ciertas actitudes como la flexibilidad de pensamiento y creatividad, actitudes que lastimosamente no las pueden alcanzar todos los estudiantes, mientras que en el aula no tradicional se manifestaron el desarrollo de actitudes de un nivel más complejo de alcanzar por parte de los estudiantes como son: espíritu crítico, perseverancia, precisión y rigor, autonomía y sistematización, actitudes que sin duda guardan estrecha relación con el aprendizaje de la matemática y la resolución de situaciones problemáticas que puedan encontrar en su entorno. Como se aprecia la utilización de una herramienta tecnológica como lo es el Geogebra dentro del aula en el proceso de aprendizaje, produce una motivación intrínseca en los estudiantes, generando en ellos esa necesidad de aprender ya que podrán responder algunas de sus inquietudes el momento que puedan observar la aplicabilidad de los fundamentos de la aritmética y la geometría en la construcción de modelos para su respectiva representación gráfica en el programa antes mencionado. También contribuye a mejorar el ambiente de trabajo dentro del aula de clase ya que al momento



---

de aplicar el uso del software educativo; la interacción docente-estudiante se vuelve imprescindible, potencializando de esta manera las buenas relaciones interpersonales.

Al respecto y para concluir, la autora del documento expresa: “Se puede diseñar, poner en práctica y evaluar una secuencia de enseñanza basada en el uso de Geogebra que promueva una transformación positiva de las actitudes relacionadas con las matemáticas y un desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes de secundaria. El uso de Geogebra potenciará en mayor grado determinadas actitudes y competencias. Ciertas características y atributos del software guardarán relación directa con las transformaciones provocadas en determinadas actitudes y competencias de los estudiantes” (García 239).



---

## CAPÍTULO 2

### METODOLOGÍA DE TRABAJO

Para facilitar la comprensión del desarrollo del trabajo de investigación, resulta conveniente explicitar el objetivo general y los objetivos específicos.

#### **Objetivo General:**

Generar secuencias didácticas de aprendizaje basadas en la teoría socio-cognitiva para el aprendizaje de la línea recta y la circunferencia mediante el software educativo libre Geogebra.

#### **Objetivos Específicos:**

- Diagnosticar problemas y deficiencias en el aprendizaje de la línea recta y la circunferencia.
- Analizar el Método Social-Cognitivo como modelo pedagógico para el aprendizaje de la línea recta y la circunferencia, temas tratados en el bloque de Algebra y Geometría, a los estudiantes del Segundo Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”.
- Planificar diferentes temas sobre la línea recta y la circunferencia, para su aprendizaje a través del software educativo Geogebra.
- Elaborar guía de aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través del software educativo Geogebra.



---

## 2.1. Diagnóstico de la situación real del grupo.

Para poder recolectar información sobre la situación en la que se encuentra el grupo con el cual se va a proceder a trabajar en esta propuesta, se procedió a aplicar encuestas a todos los estudiantes que cursan el 2° año de bachillerato, como a los docentes del área de matemática. A continuación se presenta el análisis de los datos arrojados por las encuestas aplicadas a estudiantes y docentes. Es importante informar que todas las tablas y gráficas de este capítulo son de Fuente y Elaboración propia.

### 2.1.1. Informe de encuestas dirigidas a estudiantes del segundo año de bachillerato de la unidad educativa “Santa María de la Esperanza”.

Datos Generales.

Nombre la Institución: Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza” Fecha de

Fecha de Evaluación: 02 de enero de 2014

Año lectivo: 2013 - 2014

Año de Bachillerato: Segundo Año de Bachillerato

Número de estudiantes evaluados y encuestados: 25

Para hacer más viable la lectura y entendimiento del informe de la encuesta aplicada a estudiantes, se va a utilizar el término “estudiantes” para referirnos a las personas de ambos géneros es decir a “los estudiantes” y “las estudiantes”.

La encuesta aplicada está dividida en cuatro aspectos: a. Datos personales, b. Actitudinal, c. Recursos tecnológicos y d. Conocimientos específicos.

A continuación se va a presentar un análisis cuantitativo y cualitativo, de cada una de las dieciséis preguntas correspondientes a los cuatros aspectos antes mencionados en la encuesta.

### DATOS DE ESTUDIANTE:

1. Nombres y apellidos: .....

2. Edad en años.....

3. Sexo: Masculino ( ) Femenino ( )

4. Especialidad: .....

#### 1. Nombres y apellidos:

Nombres y apellidos	Edad en años	Sexo		Especialidad
		Masculino	Femenino	
Ch. B.	16	X		Ciencias General
C. R.	16	X		Ciencias General
G. J.	15		X	Ciencias General
L. E.	16		X	Ciencias General
M. L.	16	X		Ciencias General
M. Y.	17		X	Ciencias General
M. J.	16		X	Ciencias General
N. B.	15	X		Ciencias General
O. M.	16		X	Ciencias General
P. J.	16		X	Ciencias General
Q. M.	15		X	Ciencias General
T. A.	15		X	Ciencias General
U. V.	16	X		Ciencias General

Tabla 1. Listado de estudiantes del 2° Año de Bachillerato de la Especialidad de Ciencias General.



Nombres y apellidos	Edad en años	Sexo		Especialidad
		Masculino	Femenino	
C. S.	16		X	Informática
C. P.	16	X		Informática
J. R.	16	X	X	Informática
M. T.	18		X	Informática
M. H.	16	X		Informática
M. M.	16		X	Informática
P. F.	16	X		Informática
P. A.	15	X		Informática
P. S.	16		X	Informática
Q. K.	17		X	Informática
R. J.	19		X	Informática
V. A.	16	X		Informática

Tabla 2. Listado de estudiantes del 2° Año de Bachillerato de la Especialidad de Aplicaciones Informáticas.

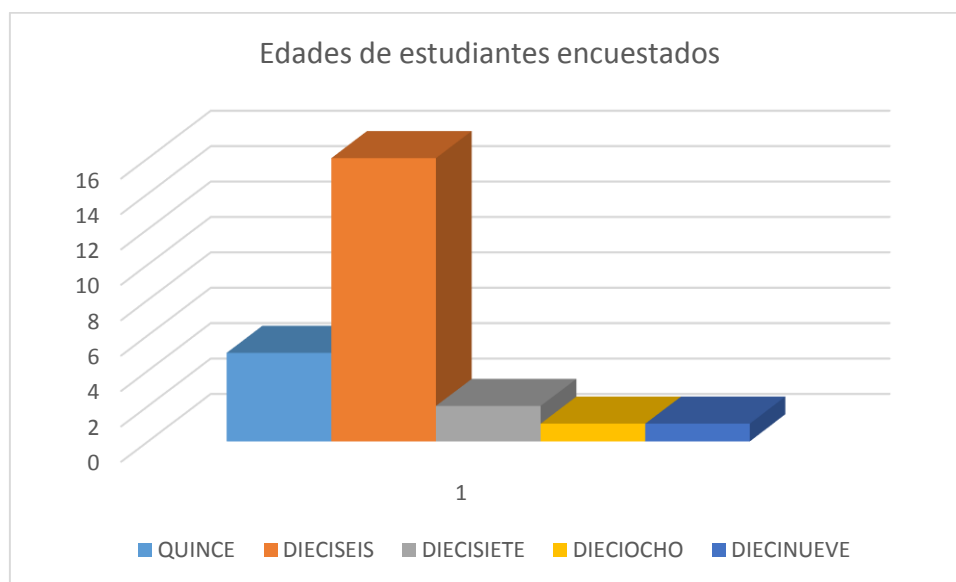
En la tabla 1. Listado de estudiantes del 2° Año de Bachillerato de la Especialidad de Ciencias General y en la tabla 2. Listado de estudiantes del 2° Año de Bachillerato de la Especialidad de Aplicaciones Informáticas, se evidencian los datos personales de cada uno de los estudiantes encuestados, como: nombres y apellidos, edad, sexo y especialidad a la que pertenecen.

A continuación se van a presentar de forma estadística cada uno de los aspectos tratados en los datos personales.

## 2. EDAD EN AÑOS.

EDAD	FRECUENCIA
QUINCE	5
DIECISEIS	16
DIECISIETE	2
DIECIOCHO	1
DIECINUEVE	1
Resumen de datos	
Valor mínimo	15
Valor máximo	19
Media	17
Desviación estándar	1.58

Tabla 3. Edades de estudiantes encuestados.



Gráfica 1. Edades de estudiantes encuestados.

Como se puede apreciar en la tabla 3. Edades de estudiantes encuestados y la gráfica 1. Edades de estudiantes encuestados, la mayoría de los estudiantes, es decir el 84% que corresponde a 21 estudiantes encuestados están entre los 15 y 16 años, que representan las edades propicias para cursar el segundo año de bachillerato,

mientras tanto que el 16% que corresponde a 4 estudiantes encuestados tienen una mayor edad que la propicia para cursar dicho año de bachillerato.

### 3. SEXO.

SEXO	FRECUENCIA
MASCULINO	11
FEMENINO	14

Tabla 4. Sexo de estudiantes encuestados.

### 4. ESPECIALIDAD.

ESPECIALIDAD	FRECUENCIA
CIENCIAS GENERAL	13
APLICACIONES INFORMÁTICAS	12

Tabla 5. Estudiantes por especialidades.

### ACTITUDINAL

5. ¿Qué tal le parece el estudio de la matemática, específicamente en los temas de la Ecuación de la recta y de la circunferencia, aspectos que pertenecen a la Geometría Analítica?

Puede seleccionar más de una opción.

ACTITUD	FRECUENCIA
Agradable	7
Interesante	18
Ameno	2
Necesario	5
Aburrido	0
Complicado	4

Tabla 6. Actitudes de los estudiantes frente al estudio de la matemática.



Como se puede apreciar en la tabla 6. Actitudes de los estudiantes frente al estudio de la matemática y en la gráfica 4. Actitudes frente al aprendizaje de la ecuación de la recta y de la circunferencia. el 50% de los encuestados piensa que el aprendizaje de temas específicos como lo son la Ecuación de la Recta y de la Circunferencia, es Interesante. El 19% de encuestados piensa que el aprendizaje es agradable, el 14% de encuestados piensa que el aprendizaje es necesario, el 11% de encuestados piensa que el aprendizaje es complicado, el 6% de encuestados piensa que el aprendizaje es ameno y el 0% de encuestados piensa que el aprendizaje es aburrido. Para fundamentar su respuesta también se les preguntó por qué tenían esa actitud y las respuestas coincidían en aspectos como:

- La utilidad en su futuro.
- La necesidad e importancia en la vida diaria.
- La atracción de aprender nuevas cosas.
- La poca complejidad de las matemáticas a criterio de la mayoría de los encuestados.

Todos estos datos dan a entender que existe una buena actitud de parte de los encuestados frente al aprendizaje de la Ecuación de la Recta y de la Circunferencia, lo cual puede generar mejores resultados en dicho proceso ya que de parte de los estudiantes existe una buena predisposición.

## RECURSOS TECNOLÓGICOS

---

**6. ¿Dispone de un computador en su hogar?**

Sí. ( )

No. ( )

A veces. ( )

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	20
NO	3
AVECES	2

Tabla 7. Disponibilidad de un computador.

Como se puede apreciar en la tabla 7. Disponibilidad de un computador. Encuestados que disponen de un computador en su hogar, 20 estudiantes encuestados disponen de un computador en sus hogares, 3 estudiantes encuestados no disponen de un computador en sus hogares y apenas 2 estudiantes encuestados lo disponen solo por momentos.

En ésta pregunta se colocó la opción “A VECES”, debido a que se puede dar el caso, de que algún miembro de su hogar, estudie fuera del lugar en donde está situada la vivienda del estudiante encuestado, razón por la cual el computador, en este caso portátil, esté solo por momentos en el hogar.

El hecho de que 20 encuestados disponga de un computador en su hogar indica que los estudiantes están habitados al manejo y uso de un computador de forma continua, lo cual puede facilitar de cierta forma el uso y manejo de las guías didácticas que se presentan en la propuesta objeto de ésta encuesta.

### 7. ¿Con qué frecuencia utiliza el computador?

- Un día a la semana. ( )
- Dos días a la semana. ( )
- Tres días a la semana. ( )
- Cuatro días a la semana. ( )
- Cinco días a la semana. ( )
- Seis días a la semana. ( )
- Todos los días. ( )

DÍAS A LA SEMANA	FRECUENCIA
Un día a la semana	2
Dos días a la semana	4
Tres días a la semana	5
Cuatro días a la semana	3
Cinco días a la semana	0
Seis días a la semana	1
Todos los días	9
No responde	1

Tabla 8. Frecuencia con la que se utiliza un computador.

Los datos dan a conocer que todos los encuestados tienen acceso a un computador mínimo un día a la semana sea dentro o fuera de su hogar, lo que indica que no se presentarán mayores inconvenientes en la aplicación de las guías didácticas, entendiendo que para la aplicación de éstas no es necesaria la utilización de internet.

### 8. ¿Conoce algún software educativo que sirva en el aprendizaje de la asignatura de matemática?

Sí. ( )



No. ( )

En caso de responder Si, escriba el nombre del software(s) didáctico(s) que conoce.

.....  
 .....

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	0
NO	23
NO RESPONDE	2

Tabla 9. Conocimiento de la existencia de un software educativo.

Lo que evidencia la necesidad urgente de implementar la utilización de un software educativo que ayude a mejorar la calidad de aprendizaje en temas específicos como la ecuación de la recta y de la circunferencia por parte de los encuestados.

**9. ¿Ha manejado algún software educativo que sirva en el aprendizaje de la asignatura de matemática?**

Sí. ( )

No. ( )

En caso de responder Si, escriba el nombre del software(s) didáctico(s) que manejado.

.....  
 .....

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	0
NO	24
NO RESPONDE	1

Tabla 10. Manejo de un software educativo.

Como se puede apreciar en la tabla 10. Manejo de un software educativo y en, 24 estudiantes encuestados nunca han manejado un software educativo que sirva al aprendizaje de matemática y solamente un estudiante encuestado no responde a la pregunta.

**10. ¿Le interesa conocer y utilizar un software educativo en el área de matemática?**

Sí. ( )

No. ( )

¿Por qué?

.....  
 .....

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	23
NO	1
NO RESPONDE	1

Tabla 11. Interés por el conocimiento y utilización de un software educativo.

Para fundamentar su respuesta también se les preguntó por qué de su respuesta la mayoría de los encuestados coincidieron en respuestas como:

- Ayuda y facilita el entendimiento y aprendizaje de la matemática.
- Interés en conocer y manejar un software educativo.
- Facilita la resolución de ejercicios y la comparación de las respuestas.





A la persona que no le interesa el conocimiento y aprendizaje del manejo de un software dio como respuesta que es buena para matemáticas e igual podría sacar la respuesta sin la ayuda de dicho recurso didáctico.

Todas las preguntas planteadas dentro del aspecto de Recursos Tecnológicos, lo que hacen es evidenciar la necesidad urgente de introducir el manejo de un recurso informático, como por ejemplo un software educativo, para este caso muy particular el software educativo denominado Geogebra, que está llamado a ser un factor importante y a marcar diferencia entre el aprendizaje tradicional y un aprendizaje interactivo a través del manejo de nuevos métodos y recursos tecnológicos.

### CONOCIMIENTOS ESPECÍFICOS:

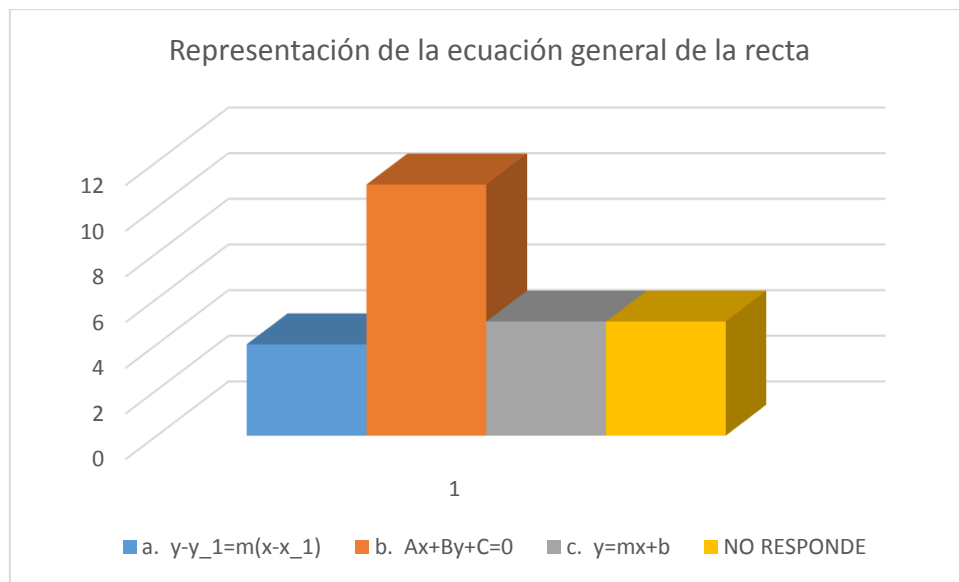
En las siguientes preguntas de la 11 a la 16, encierre la respuesta correcta en una circunferencia. (Excepto la pregunta 13).

11. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas, representa la ecuación general de la recta?

- a.  $y - y_1 = m(x - x_1)$
- b.  $Ax + By + C = 0$
- c.  $y = mx + b$

OPCIONES	FRECUENCIA
a. $y - y_1 = m(x - x_1)$	4
b. $Ax + By + C = 0$	11
c. $y = mx + b$	5
NO RESPONDE	5

Tabla 12. Representación de la ecuación general de la recta.



Gráfica 2. Representación de la ecuación general de la recta

Como se puede apreciar en la tabla 12. Representación de la ecuación general de la recta y en la gráfica 3. Representación de la ecuación general de la recta, 11 estudiantes encuestados, toman la opción **b** que es la respuesta correcta, lo que indica que menos de la mitad de los encuestados no dominan o reconocen la forma de representar la Ecuación General de la Recta. 4 estudiantes encuestados toman la opción **a**, 5 estudiantes encuestados toman la opción **c**, que son las opciones incorrectas lo que indica que de cierta manera están familiarizados con ciertos términos o representaciones en este caso particular la fórmula de cómo se puede encontrar la ecuación de la recta conociendo un punto y la pendiente, y 5 estudiantes encuestados no responden la pregunta realizada lo que indica que de cierta manera están familiarizados con ciertos términos o representaciones en este caso particular una de las diferentes formas como se puede representar la ecuación de la recta.

12. La fórmula para encontrar la pendiente de una recta es igual a:

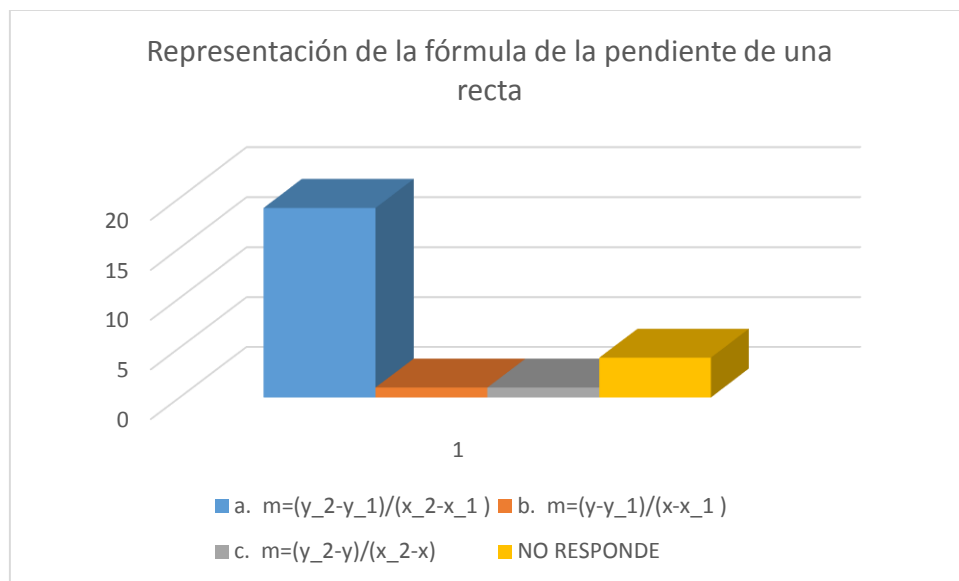
a.  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

b.  $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

c.  $m = \frac{y_2 - y}{x_2 - x}$

OPCIONES	FRECUENCIA
a. $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$	19
b. $m = (y - y_1) / (x - x_1)$	1
c. $m = (y_2 - y) / (x_2 - x)$	1
NO RESPONDE	4

Tabla 13. Representación de la fórmula de la pendiente de una recta.



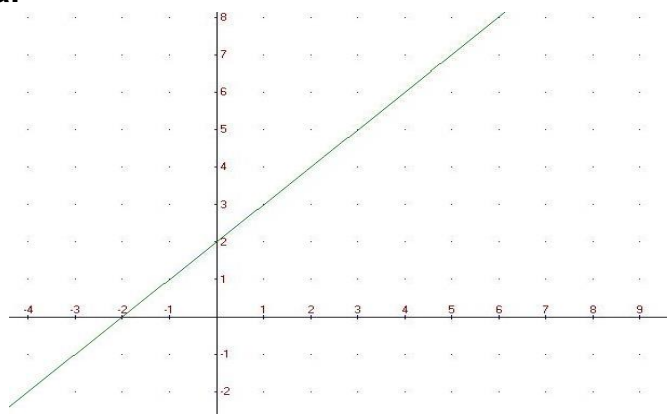
Gráfica 3. Representación de la fórmula de la pendiente de una recta.

Como se puede apreciar en la tabla 13. Representación de la fórmula de la pendiente de una recta y en la gráfica 3. Representación de la fórmula de la pendiente de una recta, 19 de los estudiantes encuestados toman como respuesta la opción **a** que es la respuesta correcta, lo que evidencia que un alto porcentaje de estudiantes dominan e identifican la fórmula para encontrar la Pendiente de una Recta. 1 estudiante encuestado toma la opción **b**, 1 estudiante encuestado toma la opción **c**, que son las opciones incorrectas y 4 estudiantes encuestados no responden. Como se pueden apreciar las diferentes opciones son muy parecidas y esa puede ser una de las razones de las porque los estudiantes se confunden con las opciones **a** y **b**, esto se debe a que los estudiantes ya manejan el concepto de pendiente desde el Primer Año de Bachillerato.

### 13. Escriba la respuesta correcta.

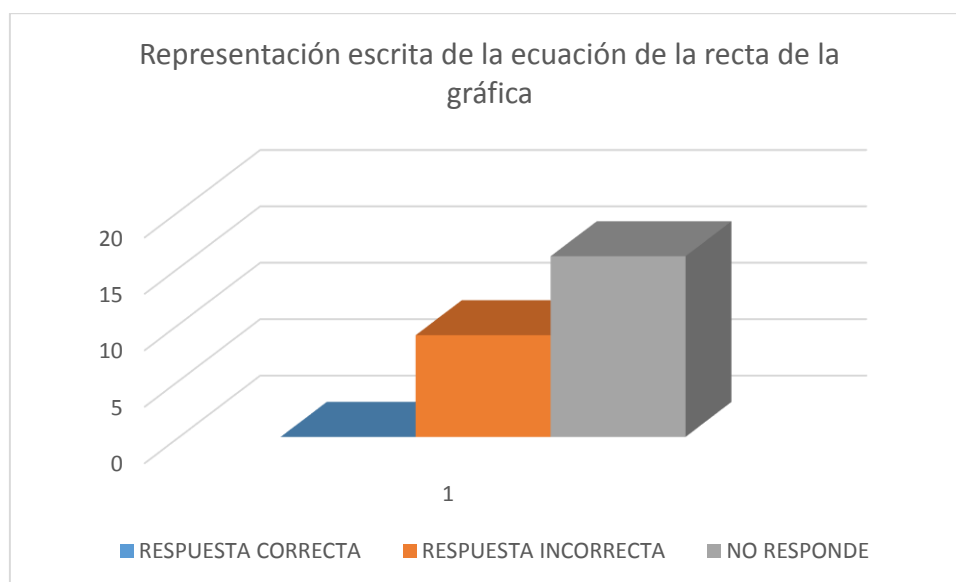
**Dificultad en asociar el proceso algebraico con lo geométrico, que son las bondades del Geogebra.**

- a) Basándose en la siguiente gráfica, escriba la ecuación que determina la siguiente recta:



OPCIONES	FRECUENCIA
RESPUESTA CORRECTA	0
RESPUESTA INCORRECTA	9
NO RESPONDE	16

Tabla 14. Escritura de la ecuación de la recta representada en la gráfica.



Gráfica 4. Representación escrita de la ecuación de la recta de la gráfica.

Como se puede apreciar en la tabla 14. Escritura de la ecuación de la recta representada en la gráfica y en la gráfica 4. Representación escrita de la ecuación de la recta de la gráfica, 16 estudiantes encuestados no responden la pregunta lo que indica que no pueden identificar las condiciones expuestas en la gráfica para escribir la ecuación de la recta representada, 6 estudiantes encuestados intentan escribir la ecuación de la recta representada en la gráfica, pero dan una respuesta incorrecta y ningún estudiante encuestado responden o escriben correctamente la ecuación de la



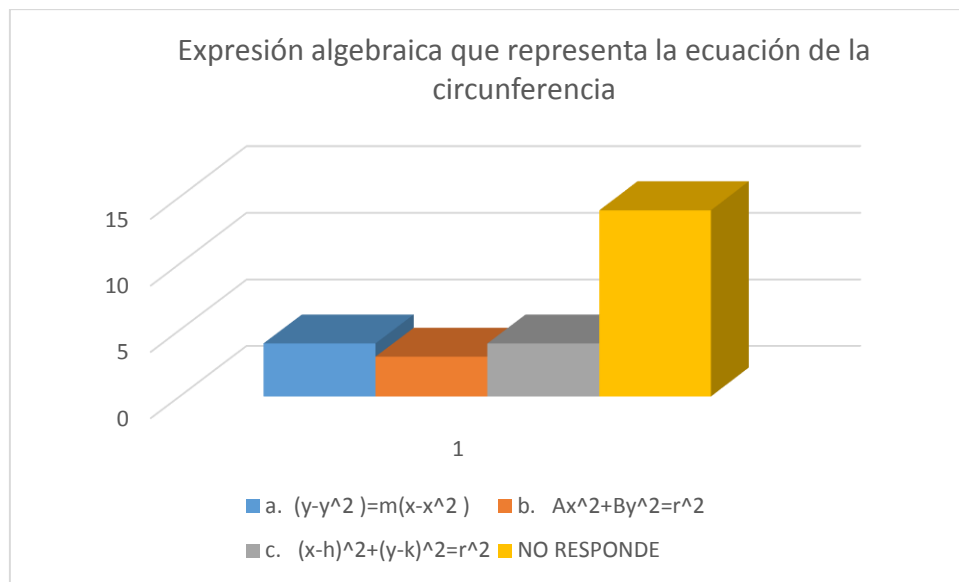
recta que represente la gráfica presentada. Lo que indica que a pesar de estar familiarizados con ciertos conceptos y formas de representar términos concernientes con la ecuación de recta, éstos no pueden ser identificados y aplicados en la escritura de la ecuación de la recta que está representada en la gráfica, es decir no identifican lo que representa **m** (pendiente) y **b** (intersección con el eje de la ordenadas), lo que sin duda dificulta que se pueda escribir la ecuación de recta que representa la gráfica.

**14. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas, representa la ecuación general de la circunferencia?**

- a.  $(y - y^2) = m(x - x^2)$
- b.  $Ax^2 + By^2 = r^2$
- c.  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

OPCIONES	FRECUENCIA
a. $(y - y^2) = m(x - x^2)$	4
b. $Ax^2 + By^2 = r^2$	3
c. $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	4
NO RESPONDE	14

Tabla 15. Representación de la ecuación general de la circunferencia.



Gráfica 5. Expresión algebraica que representa la ecuación de la circunferencia.

Como se puede apreciar en la tabla 15. Representación de la ecuación general de la circunferencia y en la gráfica 5. Expresión algebraica que representa la ecuación de la circunferencia, 4 estudiantes encuestados toman como respuesta la opción **c** que representa la respuesta correcta, 4 estudiantes encuestados toman como respuesta la opción **a**, 3 estudiantes encuestados toman como respuesta la opción **b**, que representan las respuesta incorrectas y 14 estudiantes encuestados no responden a la pregunta lo que evidencia el desconocimiento de la forma general en la que se representa la ecuación de la circunferencia.

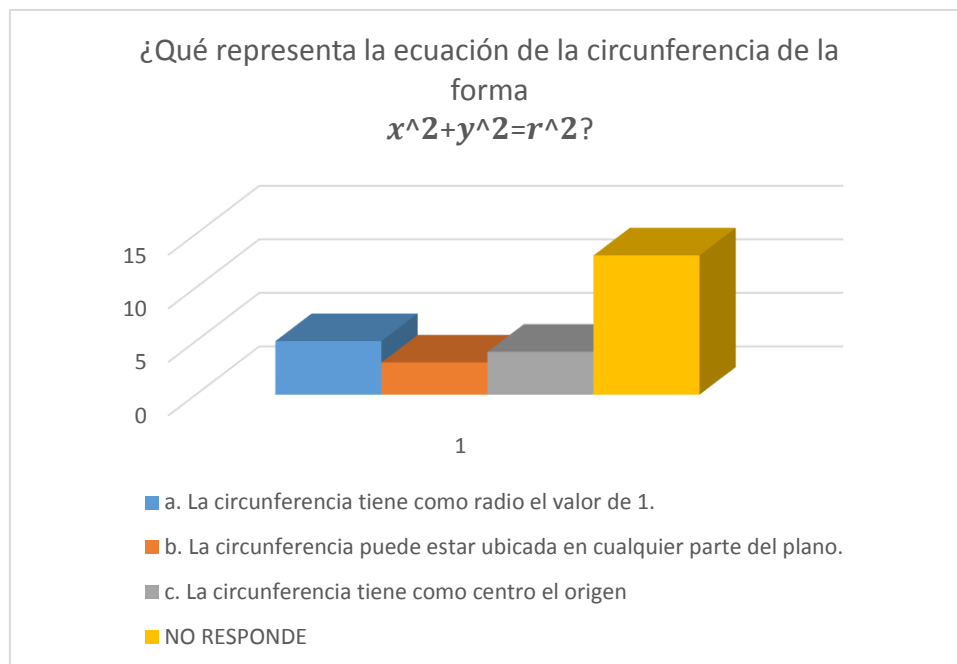
**15. ¿Si la ecuación de la circunferencia está determinada de la forma  $x^2 + y^2 = r^2$ , indica que?**

- a. La circunferencia tiene como radio el valor de 1.
- b. La circunferencia puede estar ubicada en cualquier parte del plano.

c. La circunferencia tiene como centro el origen.

OPCIONES	FRECUENCIA
a. La circunferencia tiene como radio el valor de 1.	5
b. La circunferencia puede estar ubicada en cualquier parte del plano.	3
c. La circunferencia tiene como centro el origen	4
NO RESPONDE	13

Tabla 16. Representación de la ecuación de la circunferencia con centro en el origen.



Gráfica 6. ¿Qué representa la ecuación de la circunferencia de la forma

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Como se puede apreciar en la tabla 16. Representación de la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y en la gráfica 6. ¿Qué representa la ecuación





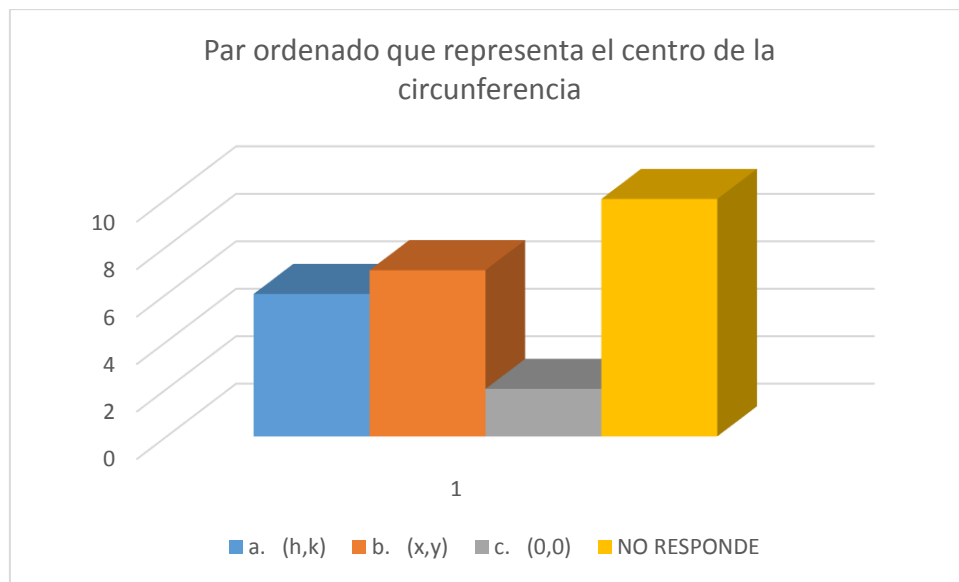
de la circunferencia de la forma  $x^2 + y^2 = r^2$ ?, apenas 4 estudiantes encuestados escogen la opción **c** que es la respuesta correcta, 5 estudiantes encuestados escogen la opción **a**, 3 estudiantes encuestados escogen la opción **b** y 13 estudiantes encuestados no responden la pregunta, lo que evidencia que un gran porcentaje de estudiantes encuestados no identifican de qué forma está escrita la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el origen.

**16. El par ordenado que determina el centro de la circunferencia está determinado por la expresión:**

- a. (h,k)
- b. (x,y)
- c. (0,0)

OPCIONES	FRECUENCIA
a. (h,k)	6
b. (x,y)	7
c. (0,0)	2
NO RESPONDE	10

Tabla 17. Representación del centro de la circunferencia.



Gráfica 7. Par ordenado que representa el centro de la circunferencia.

Como se puede apreciar en la tabla 17. Representación del centro de la circunferencia y en la gráfica 7. Par ordenado que representa el centro de la circunferencia, apenas 6 estudiantes encuestados toman como respuesta la opción **a** que es la correcta, 8 estudiantes encuestados toman como respuesta la opción **b**, 2 estudiantes encuestados toman como respuesta la opción **c** que son las respuestas incorrectas y 10 estudiantes encuestados no responden la pregunta, lo que evidencia el desconocimiento de que par ordenado representa el centro de la circunferencia.

Los bajos porcentajes obtenidos en las respuestas correctas, en las preguntas 14,15 y 16, puede ser debido a que por la planificación planteada por el currículum del Segundo Año de Bachillerato, el tema concerniente a la Ecuación de la Circunferencia hasta la fecha en la que se realizó la encuesta (02 de enero del 2014), no han sido tratados todavía en las clases.



---

Como conclusión de todos los datos tomados de la encuesta aplicada, se puede decir que existe una excelente predisposición de parte de los estudiantes para conocer y manejar un software educativo como lo es el Geogebra, a más que se cuenta con los recursos tecnológicos necesarios para poner en práctica las guías que se van a proponer, también el bajo rendimiento en las preguntas de conocimientos específicos hace necesario el buscar nuevos métodos, estrategias que le permitan al docente mejorar la calidad de aprendizaje dentro del aula de clase.

Todos estos datos justifican plenamente la elaboración del trabajo de graduación denominado: ***“EL APRENDIZAJE DE LA LÍNEA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA A TRAVÉS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE APRENDIZAJE FUNDAMENTADAS EN LA TEORÍA SOCIAL-COGNITIVO Y DESARROLLADA EN GEOGEBRA.”*** Que lo que busca es involucrar al estudiante en su proceso de aprendizaje de una manera directa tratando de esta forma mejorar el nivel y la calidad de aprendizaje en los estudiantes del Segundo Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”.

### **2.1.2. Informe de encuestas dirigidas a docentes de matemática del segundo año de bachillerato de la unidad educativa “Santa María de la Esperanza”.**

Datos Generales.

Nombre la Institución: Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza” Fecha de

Fecha de Evaluación: 02 de enero de 2014

Año lectivo: 2013 - 2014

Año de Bachillerato: Segundo Año de Bachillerato

Número de docentes evaluados(as): 2

La encuesta aplicada está dividida en cuatro aspectos: a. Datos personales, b. Actitudinal, c. Recursos tecnológicos y d. Laboratorios de computación.

A continuación se va a presentar un análisis cuantitativo y cualitativo, de la cada una de las dieciséis preguntas correspondientes a los cuatros aspectos antes mencionados en la encuesta.

#### DATOS DEL DOCENTE:

1. Nombres y apellidos: .....

2. Edad en años.....

3. **Sexo:** Masculino ( ) Femenino ( )

4. **Especialidad:** .....

##### 1. Nombres y apellidos:

Nombres y apellidos	Edad en años	Sexo		Especialidad
		Masculino	Femenino	
Peláez Guzmán Mayra Valeria	25		X	Matemática y Física
Cabrera Supliguicha María Patricia	28		X	Educación General Básica

Tabla 18. Listado de docentes encuestadas.

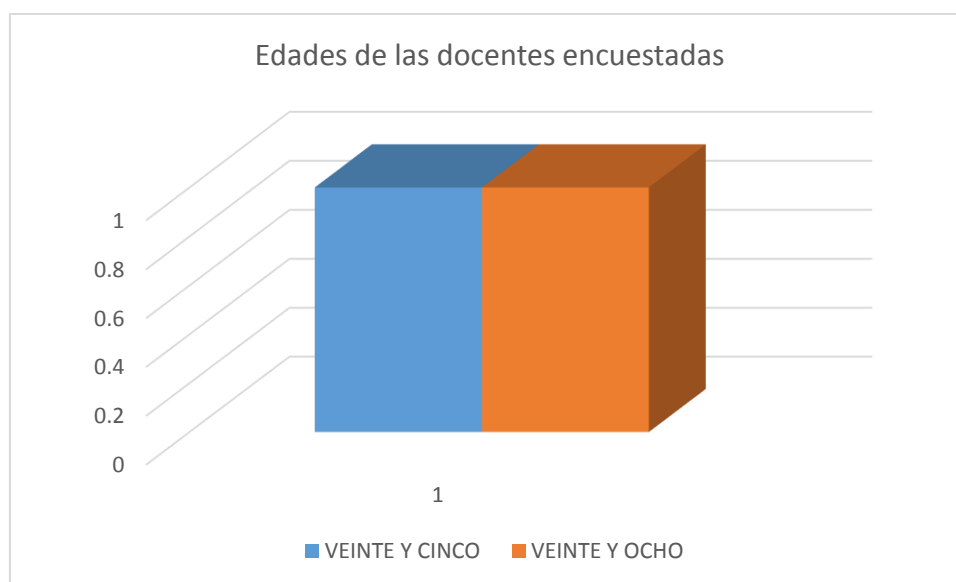
En la tabla 18. Listado de docentes encuestadas, se evidencian los datos personales de cada uno de los(as) docentes encuestados(as), como: nombres y apellidos, edad, género y especialidad.

A continuación se van a presentar de forma estadística cada uno de los aspectos tratados en los datos personales.

## 2. EDAD EN AÑOS.

EDAD	FRECUENCIA
VEINTE Y CINCO	1
VEINTE Y OCHO	1
Resumen de datos	
Mínimo	25
Máximo	28
Media	26.5
Desviación estándar	1.5

Tabla 19. Edades de docentes encuestadas.



Gráfica 8. Edades de docentes encuestadas.

Como se puede apreciar en la tabla 19. Edades de docentes encuestadas y de la gráfica 8. Edades de docentes encuestadas, evidencian que las docentes

encuestadas son relativamente jóvenes en el ejercicio de la docencia pues sus edades son 25 y 28 años respectivamente.

### 3. GÉNERO.

GÉNERO	FRECUENCIA
MASCULINO	0
FEMENINO	2

Tabla 20. Género de docentes encuestadas.

### 4. ESPECIALIDAD.

ESPECIALIDAD	FRECUENCIA
MATEMÁTICA Y FÍSICA	1
EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA	1

Tabla 21. Especialidad de cada docente encuestada.

## ACTITUDINAL

5. ¿Qué tal le parece la enseñanza de la matemática, específicamente en los temas de la Ecuación de la recta y de la circunferencia, temas que pertenecen a la Geometría Analítica?

Puede seleccionar más de una opción.

ACTITUD	FRECUENCIA
Agradable	1
Interesante	1
Ameno	0
Necesario	1
Aburrido	0
Complicado	0

Tabla 22. Actitud frente a la enseñanza de la ecuación de la recta y de la circunferencia.

Para fundamentar su respuesta también se les preguntó por qué tenían esa actitud y la respuesta dada fue:

- Ayuda a mejorar el razonamiento y el análisis.

Todos estos datos dan a entender que existe una buena actitud de parte de las encuestadas frente a la enseñanza de la Ecuación de la Recta y de la Circunferencia, lo cual puede generar mejores resultados en dicho proceso.

## RECURSOS TECNOLÓGICOS

### 6. ¿Dispone de un computador en su hogar?

Sí. ( )

No. ( )

A veces. ( )

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	2
NO	0
AVECES	0

Tabla 23. Disponibilidad de un computador.

En ésta pregunta se colocó la opción “A VECES”, debido a que se puede dar el caso, que algún miembro de su hogar, estudie fuera del lugar en donde está situada la vivienda de la docente encuestada, razón por la cual el computador, en este caso portátil, esté solo por momentos en el hogar.

### 7. ¿Con qué frecuencia utiliza el computador?

- Un día a la semana. ( )
- Dos días a la semana. ( )
- Tres días a la semana. ( )
- Cuatro días a la semana. ( )
- Cinco días a la semana. ( )
- Seis días a la semana. ( )
- Todos los días. ( )

DÍAS A LA SEMANA	FRECUENCIA
Un día a la semana	0
Dos días a la semana	0
Tres días a la semana	0
Cuatro días a la semana	0
Cinco días a la semana	1
Seis días a la semana	0
Todos los días	1
No responde	0

Tabla 24. Frecuencia con la que utiliza el computador.

### 8. ¿Con qué frecuencia utiliza el proyector en sus clases?

- Un día a la semana. ( )
- Dos días a la semana. ( )





- Tres días a la semana. ( )
- Cuatro días a la semana. ( )
- Cinco días a la semana. ( )
- Todos los días. ( )

OPCIONES	FRECUENCIA
Un día a la semana	0
Dos días a la semana	0
Tres días a la semana	0
Cuatro días a la semana	0
Cinco días a la semana	0
Todos los días	0
No responde	2

Tabla 25. Frecuencia con la que utiliza el proyector en sus clases.

**9. ¿Conoce algún software educativo que ayude a la enseñanza de la asignatura de matemática?**

Sí. ( )

No. ( )

En caso de responder Si, escriba el nombre del software(s) didáctico(s) que haya utilizado.

.....

.....

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	2
NO	0

Tabla 26. Conocimiento de la existencia de un software educativo.



Para fundamentar su respuesta también se les pregunto el nombre del software educativo conocido que sirve para la enseñanza de la matemática y cada una dio una respuesta:

- Geogebra.
- Algebrator.

**10. ¿Ha manejado algún software educativo que ayude a la enseñanza de la asignatura de matemática?**

Sí. ( )

No. ( )

En caso de responder Si, escriba el nombre del software(s) didáctico(s) que haya utilizado.

.....  
 .....

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	1
NO	1

Tabla 27. Manejo de algún software educativo en la enseñanza de la matemática.

Para fundamentar su respuesta la docente que respondió positivamente indica que el software educativo que ha utilizado en la enseñanza de la matemática es Geogebra.

**11. ¿Le interesa conocer y utilizar un software educativo en sus clases de matemática?**

Sí. ( )

No. ( )



¿Por qué?

.....  
 .....

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	2
NO	0

Tabla 28. Interés por conocer y utilizar un software educativo.

Todas las preguntas planteadas dentro del aspecto de Recursos Tecnológicos, lo que hacen es evidenciar la necesidad urgente de introducir el manejo de un recurso informático, como por ejemplo un software educativo, para este caso muy particular el software educativo denominado Geogebra, que está llamado a ser un factor importante y a marcar diferencia entre la enseñanza tradicional y una enseñanza interactiva a través del manejo de nuevos métodos, técnicas y recursos tecnológicos, que sin duda llamarán la atención del estudiante involucrándolo de forma directa en su proceso de aprendizaje.

#### LABORATORIOS DE COMPUTACIÓN:

**12. ¿Cuenta su Institución Educativa con los suficientes laboratorios de computación para ser utilizados en la enseñanza de las distintas asignaturas?**

Sí. ( )

No. ( )

¿Por qué?

.....  
 .....

OPCIONES	FRECUENCIA
SI	2
NO	0

Tabla 29. Disponibilidad de Laboratorios de Computación con los que cuenta la Institución Educativa.

Para fundamentar sus respuestas también se les pregunto a las encuestadas el porqué de sus respuestas y las encuestadas coinciden en que: el uso de los laboratorios de computación es necesario para la enseñanza y aprendizaje de cada uno de los alumnos.

**13. La Institución educativa presta facilidades para la utilización de los laboratorios de computación para la enseñanza de la matemática:**

Siempre. ( )

Casi siempre. ( )

Poco. ( )

Nunca. ( )

OPCIONES	FRECUENCIA
Siempre	0
Casi siempre	0
Poco	2
Nunca	0

Tabla 30. Facilidades que presta la Institución Educativa para la utilización de los laboratorios de computación.

**14. ¿Con qué frecuencia utiliza los laboratorios de computación para enseñar la asignatura de matemática?**



Siempre. ( )  
 Casi siempre. ( )  
 Poco. ( )  
 Nunca. ( )

OPCIONES	FRECUENCIA
Siempre	0
Casi siempre	0
Poco	2
Nunca	0

Tabla 31. Frecuencia con la que utiliza los laboratorios de computación para la enseñanza de matemática.

La poca utilización de los laboratorios de computación puede deberse a que como consta en la Pregunta 13, las docentes encuestadas indican que la Institución Educativa presta pocas facilidades para el acceso a los laboratorios.

**15. ¿Qué tan importante considera usted, el empleo de un software educativo en la enseñanza de la matemática?**

Muy importante. ( )  
 Importante ( )  
 Algo importante ( )  
 Poco importante ( )

OPCIONES	FRECUENCIA
Muy importante	2
Importante	0
Algo importante	0
Poco importante	0

Tabla 32. Importancia del empleo de un software educativo en la enseñanza de la matemática.

16. ¿En qué porcentaje considera usted, que el empleo de un software educativo ayudará en la enseñanza de la matemática?

RESPUESTA	FRECUENCIA
Treinta por ciento	2

Tabla 33. Porcentaje en el que el empleo de un software educativo ayudaría en la enseñanza de matemática.

Todos estos datos justifican plenamente la elaboración del trabajo de graduación denominado: **“EL APRENDIZAJE DE LA LÍNEA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA A TRAVÉS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE APRENDIZAJE FUNDAMENTADAS EN LA TEORÍA SOCIAL-COGNITIVO Y DESARROLLADA EN GEOGEBRA.”** Que lo que busca es involucrar al estudiante en su proceso de aprendizaje de una manera directa tratando de esta forma mejorar el nivel y la calidad de aprendizaje en los estudiantes del Segundo Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”.



---

## 2.2. Desarrollo de secuencias didácticas de aprendizaje.

Se desarrolló un paquete con nueve secuencias didácticas de aprendizaje, que abarcan todos los contenidos concernientes a la ecuación de la recta y de la circunferencia planteados a través de las Destrezas con Criterio de Desempeño para 1° y 2° Años del Bachillerato General Unificado, como la propuesta solo contempla los temas planteados para 2° Año de Bachillerato se van a considerar solo las Secuencias Didácticas 2, 6, 7, 8 y 9, en las cuales se pone de manifiesto todo lo expuesto con respecto a las Secuencias Didácticas y la Teoría Social Cognitiva, expuestas en el marco teórico y la exposición de los temas concernientes a la Ecuación de la Recta y de la Circunferencia con sus respectivas actividades ejercitativas, propuestas para el Segundo Año del Bachillerato General Unificado por el Ministerio de Educación del Ecuador.

Las Secuencias Didácticas, en general, en su estructura están formadas por 3 tipos de actividades.

- Actividades de Apertura.
- Actividades de Desarrollo.
- Actividades de Cierre.

### 2.2.1. Actividades de apertura.

En estas actividades se van a encontrar alrededor de dos a seis imágenes por secuencia didáctica, que en su mayoría, son tomadas del contexto en el cual se desenvuelven los estudiantes que, como se explicó con anterioridad, son oriundos del



Cantón Chordeleg y de sus parroquias y cantones colindantes, pertenecientes a la Provincia del Azuay. Las imágenes tienen como objetivo lograr que el estudiante se identifique y recupere sus creencias, conocimientos, saberes y comparta con sus compañeros sus opiniones y respecto a éstas; pues estos escenarios son los que, realmente, pueden propiciar en los estudiantes actitudes de crítica y apoyo mutuo, generando un ambiente adecuado para el desarrollo de un aprendizaje efectivo. También, al finalizar estas actividades se encontrarán el planteamiento de ciertas preguntas que buscan generar en el estudiante una actitud de inquietud y curiosidad sobre el tema a ser desarrollado en la secuencia didáctica, siendo un nexo entre las actividades de apertura y las de desarrollo que a continuación se ponen a consideración.

### **2.2.2. Actividades de desarrollo.**

Estas actividades son las encargadas de brindar al estudiante los contenidos a ser desarrollados en la secuencia didáctica, es decir, son las que van a construir y reconstruir el nuevo conocimiento en los estudiantes.

Están conformadas por actividades planificadas de forma secuencial en las que se presentan los contenidos conceptuales de una forma clara y concisa del tema a ser tratado en la secuencia didáctica, acompañados de su aplicación a través del desarrollo y explicación de varios ejercicios, resueltos paso a paso. Luego de la explicación de los ejercicios se propone la comprobación de los resultados de éstos, con la ayuda del software educativo “Geogebra”, que busca convertirse en una nueva experiencia de aprendizaje, pues al momento de utilizarlo, el estudiante va a tener que





---

realizar la construcción de modelos matemáticos que pueden ser comprobados en la “vista algebraica” y de su respectiva representación gráfica en la “vista gráfica” del software educativo, todas las actividades se ponen en evidencia de forma inmediata, permitiendo al estudiante observar, analizar y reflexionar sobre los contenidos conceptuales, su utilidad y su aplicación en la resolución de diferentes ejercicios y de la comprobación de sus resultados. La utilización de “Geogebra” en la resolución de los ejercicios y la comprobación de éstos permiten desarrollar el pensamiento, la creatividad y sin duda reforzar el aprendizaje de los nuevos contenidos.

El desarrollo de todas las actividades, pueden ser realizadas de forma individual o de forma grupal, siendo necesario, que luego los estudiantes puedan compartir inquietudes y experiencias con sus compañeros, mejorando la interacción con su entorno.

### **2.2.3. Actividades de Cierre.**

Son actividades englobadoras en las que se integran las actividades propuestas en las actividades de apertura y de desarrollo. Aquí es donde los estudiantes evidencian y ponen en práctica los aprendizajes adquiridos a través del desarrollo de actividades específicas que les permitan valorar la utilidad e importancia de éstas. En todas las secuencias didácticas, específicamente en las actividades de cierre se presentan algunos ejercicios propuestos que buscan verificar el nivel de análisis y comprensión de los nuevos contenidos. Como parte de las actividades se pide comprobar las respuestas de los ejercicios propuestos con la utilización del software educativo “Geogebra”, lo que sin duda genera situaciones de conflicto que desafían el



---

nivel de entendimiento y comprensión de los estudiantes, la realización exitosa de las actividades propuestas permiten integrar los contenidos dando como resultado un aprendizaje efectivo. A continuación se presenta un recuadro en el que se pide al estudiante comentar las dificultades que encontró al momento de comprobar los resultados de los ejercicios propuestos con la ayuda de “Geogebra”.

Luego del desarrollo de la parte ejercitativa, se plantean varias interrogantes sobre los temas desarrollados en las secuencias didácticas, en su mayoría consisten en actividades de completar, de responder y de consultar o investigar.

El cumplimiento a cabalidad de todas las acciones propuestas en las actividades de: apertura, desarrollo y cierre, permiten por parte de los estudiantes valorar los nuevos contenidos aprendidos y consolidar el aprendizaje de los temas tratados en las diferentes secuencias didácticas.

Lo expuesto anteriormente se lo puede verificar en la parte de Anexos, donde se van a encontrar las secuencias didácticas desarrolladas en esta propuesta.

### 2.3. Aplicación.

La aplicación de la propuesta “**EL APRENDIZAJE DE LA LÍNEA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA A TRAVÉS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE APRENDIZAJE FUNDAMENTADAS EN LA TEORÍA SOCIAL-COGNITIVO Y DESARROLLADA EN GEOGEBRA**”, se la realizó en la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza” del

Cantón Chordeleg perteneciente a la Provincia del Azuay, para lo cual se solicitó el permiso respectivo a las autoridades pertinentes, para poder trabajar con los estudiantes que pertenecen al Segundo Año de Bachillerato, cabe aclarar que dicha Institución educativa cuenta con dos Especialidades: Bachillerato General Unificado y Aplicaciones Informáticas.

El segundo año del Bachillerato General Unificado cuenta con catorce estudiantes, diez mujeres y cuatro varones, sus edades fluctúan entre los quince y diecisiete años, a continuación se muestra en la siguiente tabla el listado de estudiantes con su respectiva edad y sexo.

Nombres y apellidos	Edad en años	Sexo	
		Masculino	Femenino
Ch. B.	16	X	
C. S.	16		X
C. R.	16	X	
G. J.	15		X
L. E.	16		X
M. L.	16	X	
M. Y.	17		X
M. J.	16		X
N. B.	15	X	
O. M.	16		X
P. J.	16		X

Q. M.	15		X
S. M.	15		X
T. A.	15		X
Resumen de datos			
Mínimo		15	
Máximo		17	
Media		15.71	
Desviación estándar		0.61	

Tabla 34. Lista de estudiantes del 2° de Bachillerato General Unificado.

El segundo año de la especialidad de Aplicaciones Informáticas cuenta con catorce estudiantes seis mujeres y ocho varones, sus edades fluctúan entre los quince y diecinueve años, a continuación se muestra en la siguiente tabla el listado de estudiantes con su respectiva edad y sexo.

Nombres y apellidos	Edad en años	Sexo	
		Masculino	Femenino
C. S.	16		X
C. P.	16	X	
J. R.	16	X	X
M. T.	18		X
M. H.	16	X	

M. M.	16		X
P. F.	16	X	
P. A.	15	X	
P. S.	16		X
P. B.	17	X	
P. D.	16	X	
Q. K.	17		X
R. J.	19		X
V. A.	16	X	
Resumen de datos			
Mínimo		15	
Máximo		19	
Media		16.43	
Desviación estándar		1.02	

Tabla 35. Lista de estudiantes del 2° de Bachillerato de Aplicaciones Informáticas.

Previamente a la aplicación de las secuencias didácticas se coordinó con el docente encargado del laboratorio de computación para instalar el software educativo Geogebra en las computadoras, quedando funcionales veinte (20) de las treinta (30) computadoras existentes, por lo cual se solicitó a los estudiantes que posean un computador portátil traerlo para facilitar el trabajo, de los cuales dos estudiantes



trajeron su computador portátil personal, por los demás se procedió a trabajar en parejas, para aprovechar las bondades del trabajo en grupo, en el cual a través de la interacción, los estudiantes pueden compartir su inquietudes y capacidades lo que enriquece y favorece el proceso de aprendizaje.

La primera sesión se llevó a cabo el día jueves 8 de mayo del 2014, desde las 07H30 hasta las 10H10, esta sesión se desarrolló en su totalidad dentro del laboratorio de computación, se realizó el trabajo con la aplicación de tres secuencias didácticas, las secuencias didácticas 2, 6 y 7, en el siguiente orden con su respectiva distribución de tiempo:

<b>Secuencia didáctica</b>	<b>Destrezas con criterio de desempeño desarrolladas.</b>	<b>Tiempo de aplicación</b>
Secuencia didáctica 2	Calcular la pendiente de una recta si se conoce su posición relativa (paralela o perpendicular) respecto a otra recta y la pendiente de ésta. Determinar la ecuación de una recta paralela o perpendicular a una recta dada a partir de la relación entre los coeficientes y los parámetros.	50 min.
Secuencia didáctica 6	Resolver problemas de distancias entre puntos y rectas y entre rectas utilizando vectores.	50 min.

Secuencia didáctica 7	Reconocer la ecuación de un círculo a partir de los parámetros de la misma. Hallar la ecuación de un círculo conocidos su centro y su radio.	60 min.
--------------------------	--	---------

Tabla 36. Secuencias didácticas aplicadas en la I sesión.

En primera instancia se dio la bienvenida a todos los estudiantes, luego se procedió a dar las instrucciones de ¿cómo se debía llevar el trabajo con la utilización de las secuencias didácticas?, se les indicó que el propósito era que ellos puedan dominar las destrezas con criterio de desempeño expuestas en las secuencias didácticas, por esto se les pidió:

1. Observar cuidadosamente las imágenes expuestas y leer con atención la explicación de éstas, propuestas en las actividades de apertura de cada secuencia didáctica.
2. Realizar una lectura comprensiva de los contenidos fácticos y conceptuales planteados en las secuencias didácticas.
3. Revisar, analizar y comprobar el desarrollo y los resultados de los contenidos procedimentales propuestos en las actividades de desarrollo, es decir realizar la comprobación del desarrollo y de los resultados de los ejercicios resueltos con la ayuda de papel, lápiz y calculadora.
4. Realizar la comprobación del desarrollo y resultados de los ejercicios resueltos en las actividades de desarrollo, con la ayuda del software educativo Geogebra.



- 
5. Resolver a cabalidad cada una de las tareas propuestas en las actividades de cierre al final de las secuencias didácticas, que consisten en resolver los ejercicios planteados utilizando papel, lápiz y calculadora, y luego comprobar estos resultados a través de la resolución de los ejercicios con la ayuda del software educativo Geogebra, la resolución de estos ejercicios con la ayuda del software Geogebra debían ser enviados vía correo electrónico a la dirección [juanfer023@hotmail.com](mailto:juanfer023@hotmail.com), luego se tenía que realizar un breve comentario sobre las dificultades que cada estudiante encontró al momento de comprobar los resultados de los ejercicios con la ayuda del software educativo Geogebra; responder a las interrogantes planteadas, completar la información requerida y en algunos casos investigar cierta información relacionada con la destreza con criterio de desempeño desarrollada en la secuencia didáctica.
6. Al final de cada secuencia didáctica se le presentó a los estudiantes una encuesta, cuyo objetivo es recolectar información sobre la presentación y estructura de la secuencia didáctica, es decir que los estudiantes a través de su experiencia dieran testimonio de si fue o no de utilidad la aplicación de las secuencias didácticas para mejorar su nivel de aprendizaje.

Nota. Cabe recalcar que los puntos 5 y 6 enunciados anteriormente, debían ser entregados en la siguiente sesión de trabajo, planificada para el día martes 13 de mayo del 2014, para su respectiva evaluación.

La segunda sesión se llevó a cabo el día martes 13 de mayo del 2014, desde las 10H40 hasta las 13H40, esta sesión se desarrolló en su totalidad dentro del



laboratorio de computación, se realizó el trabajo con la aplicación de dos secuencias didácticas, las secuencias didácticas 8 y 9, en el siguiente orden con su respectiva distribución de tiempo:

<b>Secuencia didáctica</b>	<b>Destrezas con criterio de desempeño desarrolladas.</b>	<b>Tiempo de aplicación</b>
Secuencia didáctica 8	Determinar las ecuaciones de las rectas asociadas a un círculo a partir de la su ecuación.	90 min.
Secuencia didáctica 9	Determinar los puntos de intersección entre rectas y círculos y entre círculos mediante la solución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales (ecuaciones lineales y cuadráticas).	90 min.

Tabla 37. Secuencias didácticas aplicadas en la II sesión.

Como se puede apreciar la distribución de tiempo es mayor que el de las secuencias didácticas anteriores, debido a la complejidad de los temas que abarcan las destrezas con criterio de desempeño a ser tratadas en dichas secuencias didácticas.

La forma de trabajar con las secuencias didácticas 8 y 9 fue la misma que la aplicada al momento de trabajar con las secuencias didácticas 2, 6 y 7; es decir, el proceso fue exactamente igual y se siguieron todos y cada uno de los puntos



---

redactados anteriormente. Con la única diferencia de que los puntos 5 y 6 debían ser entregados en la siguiente cita planificada para el día martes 20 de mayo del 2014.

El desarrollo de estas dos sesiones de trabajo se las cumplió a cabalidad con la presencia de todos los estudiantes citados anteriormente, el trabajo se lo realizó de forma cooperativa, es decir, trabajaron en parejas dejando abierta la posibilidad de que puedan compartir sus experiencias e inquietudes ya sea con sus compañeros o con el docente orientador de esta actividad. Se realizaron con éxito todas las acciones propuestas en las actividades de apertura y desarrollo, respetando los tiempos planificados con anterioridad para cada una de las secuencias didácticas desarrolladas en las dos sesiones de trabajo.

#### **2.4. Recolección de datos.**

Dando cumplimiento a lo planificado con anterioridad, el día martes 13 de mayo del 2014 se procedió a recepcionar el desarrollo de las actividades de cierre correspondientes a las secuencias didácticas 2, 6 y 7, secuencias didácticas desarrolladas en la primera sesión de trabajo del día jueves 8 de mayo del 2014, y el día martes 20 de mayo del 2014 se procedió a recepcionar el desarrollo de las actividades de cierre correspondientes a las secuencias didácticas 8 y 9, secuencias didácticas desarrolladas en la segunda sesión de trabajo del día martes 13 de mayo del 2014.

Como se explicó anteriormente las Actividades de Cierre son las encargadas de consolidar el aprendizaje del estudiante, en las secuencias didácticas estas se dan a



---

través de la resolución de varios ejercicios propuestos, es necesario recordar que parte importante de esta actividad era la resolución y comprobación de los resultados de ejercicios propuestos con la ayuda del software educativo Geogebra y enviar los resultados vía mail a la dirección electrónica [juanfer023@hotmail.com](mailto:juanfer023@hotmail.com) para ser considerada parte de su evaluación y por ende se la valoración final, también se debían completar y responder ciertas preguntas que guardan relación con la destreza con criterio de desempeño que se está desarrollando en la secuencia didáctica y algunas preguntas de investigación que buscan generar en el estudiante una actitud investigativa.

Para hacer más viable la lectura e interpretación de la recolección de datos, se pone a consideración el número de la secuencia didáctica y la o las destrezas con criterio de desempeño desarrolladas en cada una de estas.

- SECUENCIA DIDÁCTICA 2. Calcular la pendiente de una recta si se conoce su posición relativa (paralela o perpendicular) respecto a otra recta y la pendiente de ésta. Determinar la ecuación de una recta paralela o perpendicular a una recta dada a partir de la relación entre los coeficientes y los parámetros.
- SECUENCIA DIDÁCTICA 6. Resolver problemas de distancias entre puntos y rectas y entre rectas utilizando vectores.
- SECUENCIA DIDÁCTICA 7. Reconocer la ecuación de un círculo a partir de los parámetros de la misma. Hallar la ecuación de un círculo conocidos su centro y su radio.

- SECUENCIA DIDÁCTICA 8. Determinar las ecuaciones de las rectas asociadas a un círculo a partir de la su ecuación.
- SECUENCIA DIDÁCTICA 9. Determinar los puntos de intersección entre rectas y círculos y entre círculos mediante la solución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales (ecuaciones lineales y cuadráticas).

A más se presentan las diferentes acciones planteadas en las actividades de cierre y la valoración que tiene cada una de ellas que permitieron asignar una valoración final a dichas actividades.

SECUENCIA DIDÁCTICA 2			
ACCIONES	CANTIDAD	VALORACIÓN POR ACCIÓN (Pts)	VALORACIÓN FINAL (Pts)
Resolución de ejercicios propuestos	2	1,5	3
Resolución de ejercicios propuestos en Geogebra	2	1,5	3
Actividades de completar	2	1	2
Actividades de responder	2	1	2
TOTAL			10

Tabla 38. Valoraciones de las acciones de la secuencias didácticas 2.

SECUENCIA DIDÁCTICA 6			
ACCIONES	CANTIDAD	VALORACIÓN POR ACCIÓN (Pts)	VALORACIÓN FINAL (Pts)
Resolución de ejercicios propuestos	3	1	3
Resolución de ejercicios propuestos en Geogebra	3	1	3

Actividades de completar	2	1	2
Actividad de responder	1	1	1
Actividad de investigar	1	1	1
TOTAL			10

Tabla 39. Valoraciones de las acciones de la secuencias didácticas 6.

SECUENCIA DIDÁCTICA 7			
ACCIONES	CANTIDAD	VALORACIÓN POR ACCIÓN (Pts)	VALORACIÓN FINAL (Pts)
Resolución de ejercicios propuestos	2	1,5	3
Resolución de ejercicios propuestos en Geogebra	2	1,5	3
Actividades de completar	2	1	2
Actividad de responder	1	1	1
Actividad de investigar	1	1	1
TOTAL			10

Tabla 40. Valoraciones de las acciones de la secuencias didácticas 7.

SECUENCIA DIDÁCTICA 8			
ACCIONES	CANTIDAD	VALORACIÓN POR ACCIÓN (Pts)	VALORACIÓN FINAL (Pts)
Resolución de ejercicios propuestos	2	1,5	3
Resolución de ejercicios propuestos en Geogebra	2	1,5	3
Actividades de completar	2	1	2
Actividades de responder	2	1	2
TOTAL			10

Tabla 41. Valoraciones de las acciones de la secuencias didácticas 8.

SECUENCIA DIDÁCTICA 9			
ACCIONES	CANTIDAD	VALORACIÓN POR ACCIÓN (Pts)	VALORACIÓN FINAL (Pts)
Resolución de ejercicios propuestos	4	1	4
Resolución de ejercicios propuestos en Geogebra	4	1	4
Actividades de completar	3	0,5	1,5
Actividades de responder	1	0,5	0,5
TOTAL			10

Tabla 42. Valoraciones de las acciones de la secuencias didácticas 9.

A continuación se presentan dos tablas que permiten representar la recolección de datos de las valoraciones obtenidas por los estudiantes de las dos especialidades de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”, dichas tablas tienen la siguiente estructura: en la primera columna el nombre y apellido de cada uno de los estudiantes, en la segunda columna la valoración final obtenida por cada estudiante en la secuencia didáctica 2, en la tercera columna la valoración final obtenida por cada estudiante en la secuencia didáctica 6, en la cuarta columna la valoración final obtenida por cada estudiante en la secuencia didáctica 7, en la quinta columna la valoración final obtenida por cada estudiante en la secuencia didáctica 8 y en la sexta columna la valoración final obtenida por cada estudiante en la secuencia didáctica 9, como se puede apreciar la valoración de las actividades de cierre de cada una de las secuencias didácticas es sobre 10 puntos.

**2.4.1. Resultados de las valoraciones obtenidas en las actividades de cierre de las secuencias didácticas realizadas por los estudiantes del 2° Año de Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”**

<i><b>Nombres y apellidos</b></i>	<i><b>Secuencia didáctica 2</b></i>	<i><b>Secuencia didáctica 6</b></i>	<i><b>Secuencia didáctica 7</b></i>	<i><b>Secuencia didáctica 8</b></i>	<i><b>Secuencia didáctica 9</b></i>
	<i><b>Calificaciones sobre 10 puntos</b></i>				
Ch. B.	3.5	6	6	2.5	2
C. S.	7	5	6	3.5	2
C. R.	6	6	6		
G. J.	10	8	10	8.5	3.5
L. E.	7	5	6	2.5	1.5
M. L.	6.5	5	6.5	2	2
M. Y.	7	4	6.5	2.5	2
M. J.	6.5	6	6	3.5	2
N. B.	10	8	9	7.5	6
O. M.	10	6	7.5	3	2
P. J.	7	4	5.5		
Q. M.	7	6	5	5.5	2
S. M.	9	8	8	3.5	2.5
T. A.	7	3.5	5.5	3.5	1.5

Tabla 43. Valoraciones por secuencias didácticas de los estudiantes del 2° de Bachillerato General Unificado.

**2.4.2. Resultados de las valoraciones obtenidas en las actividades de cierre de las secuencias didácticas realizadas por los estudiantes del 2° Año de Bachillerato de Aplicaciones Informáticas de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”**

<b>Nombres y apellidos</b>	<b>Secuencia didáctica 2</b>	<b>Secuencia didáctica 6</b>	<b>Secuencia didáctica 7</b>	<b>Secuencia didáctica 8</b>	<b>Secuencia didáctica 9</b>
	<b>Calificaciones sobre 10 puntos</b>				
C. S.	6	8	6.5	6.5	4
C. P.	10	6.5	7	5	3.5
J. R.	7	6	6	5.5	
M. T.	6	7	5.5	4	3
M. H.	4	4.5	6.5	4	1
M. M.	7	7.5	6.5	2.5	2
P. F.	10	6.5	6.5	5	2.5
P. A.	8	5.5	6		2
P. S.	10	9.5	10	5	4
P. B.	10	7	7	2	1.5
P. D.	10	8	7	2.5	1.5
Q. K.	6	5	5		
R. J.	6	3.5	5		
V. A.	10	7.5	9	8	7

Tabla 44. Valoraciones por secuencias didácticas de los estudiantes del 2° de Bachillerato Aplicaciones Informáticas.





---

## CAPÍTULO 3

### ANÁLISIS DE DATOS

#### 3.1. Análisis de datos.

Para hacer más viable la lectura y entendimiento de éste análisis de datos de la aplicación de las secuencias didácticas aplicadas a los estudiantes, se va a utilizar el término “estudiantes” para referirnos a las personas de ambos géneros es decir a “los estudiantes” y “las estudiantes”.

Como se explicó en la Aplicación, se trabajó con los estudiantes de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”, del 2° Año de Bachillerato General Unificado en un número de 14 estudiantes y los estudiantes del 2° Año de Bachillerato de la Especialidad de Aplicaciones Informáticas en un número de 14 estudiantes, dando como resultado un total de 28 estudiantes que participaron en las dos sesiones de trabajo en las que se desarrollaron las secuencias didácticas con sus respectivas destrezas con criterio de desempeño que guardan relación con los temas de: “Ecuación de la Recta y de la Circunferencia en la Geometría Analítica”, planteados en el currículum del Bachillerato General Unificado, para el Segundo Año de Bachillerato. Dichas secuencias didácticas y destrezas son las enunciadas en el capítulo anterior

#### 2.4. Recolección de datos.

A continuación se va a presentar, a través de unas tablas, un análisis de la valoración cuantitativa obtenida por parte de los estudiantes en la resolución de las actividades de cierre, por secuencia didáctica y de forma global, es decir una



---

valoración final que corresponde al promedio de las valoraciones obtenidas en cada secuencia didáctica de forma parcial, todo esto de forma horizontal. Luego se presenta un análisis de las valoraciones obtenidas por todos los estudiantes del curso de forma parcial en cada una de las secuencias didácticas y al final de forma global. También se muestra una representación gráfica en la que se pone a consideración las valoraciones obtenidas por los estudiantes en cada una de las secuencias didácticas. Es importante informar que todas las tablas y gráficas de este capítulo son de fuente y elaboración propia.

Dichas tablas tienen la misma estructura que las tablas 42 y 43, a éstas se anexan una séptima columna con una valoración global es decir el promedio de la valoraciones obtenidas en cada secuencia didáctica de forma parcial; en la última fila se puede observar un promedio de las valoraciones obtenidas por todos los estudiantes del curso con respecto a cada secuencia didáctica y de forma global. Como se puede apreciar la valoración de las actividades de cierre de cada una de las secuencias didácticas y la apreciación de la valoración global, está dada sobre 10 puntos.

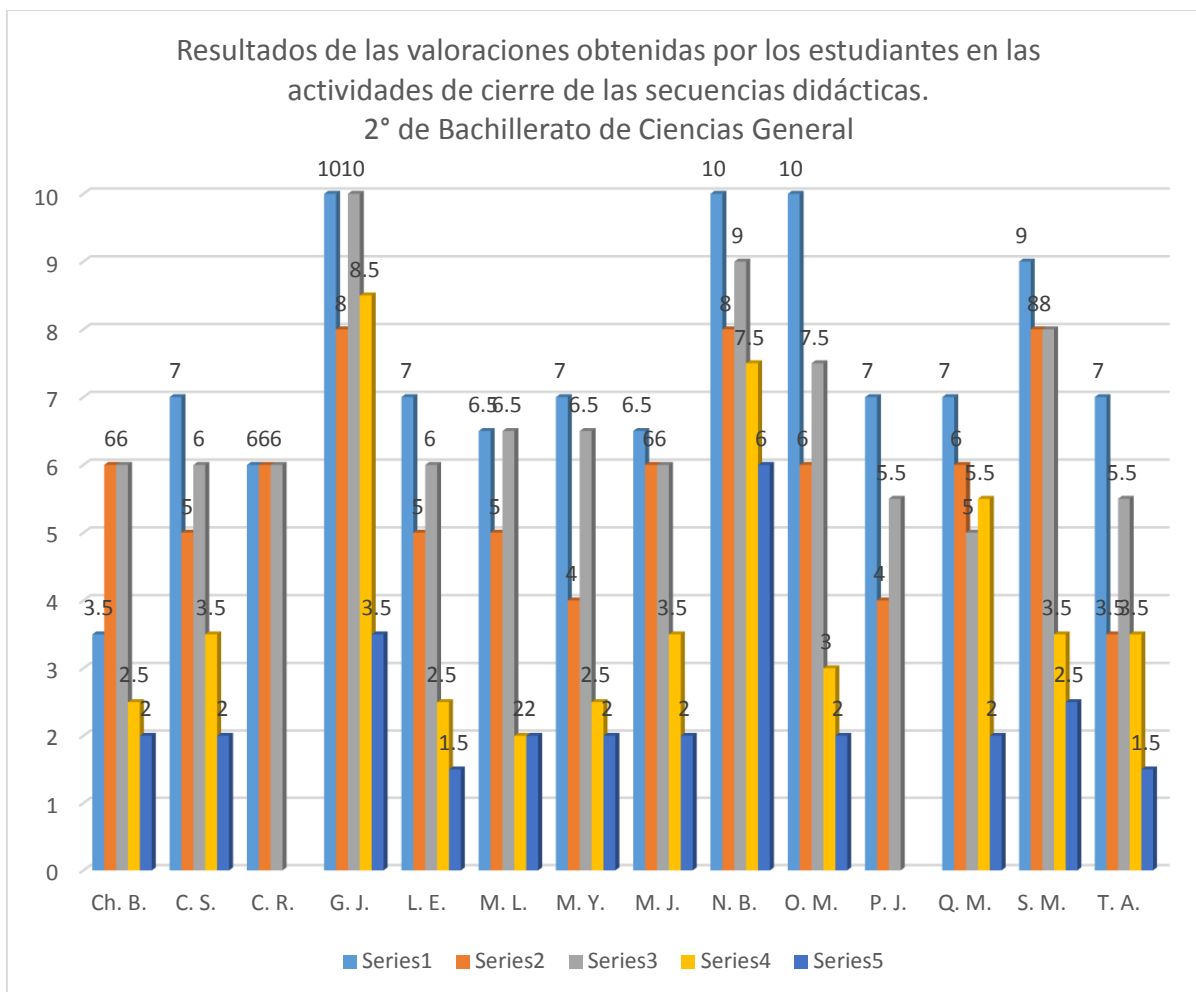
### **3.1.1. Valoraciones globales de los estudiantes del segundo año de bachillerato general unificado**

Nombres y apellidos	Secuencia didáctica 2	Secuencia didáctica 6	Secuencia didáctica 7	Secuencia didáctica 8	Secuencia didáctica 9	Valoración global sobre 10 puntos
	Valoraciones sobre 10 puntos					
Ch. B.	3.5	6	6	2.5	2	4
C. S.	7	5	6	3.5	2	4.7
C. R.	6	6	6			3.6
G. J.	10	8	10	8.5	3.5	8
L. E.	7	5	6	2.5	1.5	4.4
M. L.	6.5	5	6.5	2	2	4.4
M. Y.	7	4	6.5	2.5	2	4.4
M. J.	6.5	6	6	3.5	2	4.8
N. B.	10	8	9	7.5	6	8.1
O. M.	10	6	7.5	3	2	5.7
P. J.	7	4	5.5			3.3
Q. M.	7	6	5	5.5	2	5.1
S. M.	9	8	8	3.5	2.5	6.2
T. A.	7	3.5	5.5	3.5	1.5	4.2
Media	7.39	5.75	6.68	4.00	2.42	5.06
Mínimo	3.50	3.50	5.00	2.00	1.50	3.30
Máximo	10.00	8.00	10.00	8.50	6.00	8.10
Desviación estándar	1.81	1.48	1.44	2.08	1.24	1.47

Tabla 45. Valoraciones globales de los estudiantes del  
2° de Bachillerato General Unificado.

Para facilitar el entendimiento de la gráfica 9, se debe considerar la siguiente relación:

- Series 1. Representa la valoración final obtenida en la Secuencia didáctica 2.
- Series 2. Representa la valoración final obtenida en la Secuencia didáctica 6.
- Series 3. Representa la valoración final obtenida en la Secuencia didáctica 7.
- Series 4. Representa la valoración final obtenida en la Secuencia didáctica 8.
- Series 5. Representa la valoración final obtenida en la Secuencia didáctica 9.



Gráfica 9. Valoraciones finales de las secuencias didácticas obtenidas por estudiante del 2° Año de Bachillerato General Unificado.

Como se puede apreciar en la tabla 45 como en su representación en la gráfica 9, las valoraciones finales con mayor puntuación corresponden a las tres primeras secuencias didácticas aplicadas en la primera sesión, es decir: la secuencia didáctica



---

2 con una valoración final de 7.39/10 puntos, la secuencia didáctica 6 con una valoración final de 5.75/10 puntos y la secuencia didáctica 7 con una valoración final de 6.68/10 puntos. Estas valoraciones finales pudieron tener una mayor puntuación de no ser por el incumplimiento de parte de las actividades de cierre que consistían en resolver y comprobar los resultados de los ejercicios propuestos con la ayuda del software educativo Geogebra, pues apenas cinco de los catorce estudiantes enviaron dichas actividades vía correo electrónico para su respectiva revisión y valoración, lo cual, sin duda, perjudica la valoración final asignada a cada estudiante por secuencia didáctica y genera un error en la medición de los datos obtenidos.

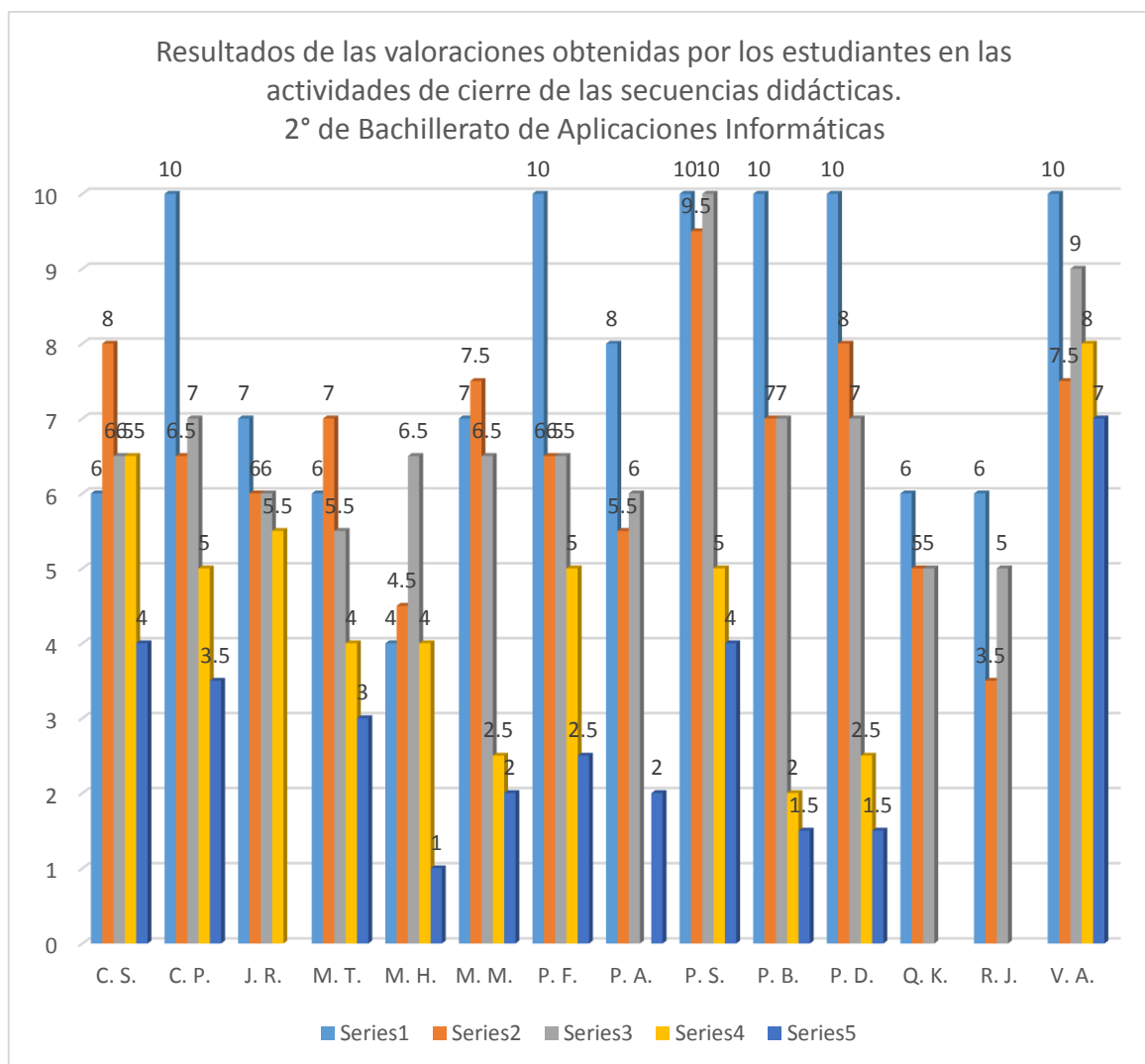
Por otro lado se puede apreciar que las valoraciones finales con menor puntuación corresponden a las dos últimas secuencias didácticas, aplicadas en la segunda sesión, es decir: la secuencia didáctica 8 con una valoración final de 4/10 puntos y la secuencia didáctica 9 con una valoración final de 2.42/10 puntos. Estas valoraciones finales pudieron tener una mayor puntuación de no ser por el incumplimiento de parte de las actividades de cierre que consistían en resolver y comprobar los resultados de los ejercicios propuestos con la ayuda del software educativo Geogebra, pues apenas dos de los catorce estudiantes enviaron dichas actividades vía correo electrónico para su respectiva revisión y valoración, y como se puede apreciar en la Tabla dos estudiantes no entregaron las actividades de cierre correspondientes a las secuencias didácticas 8 y 9, lo cual, sin duda, perjudica la valoración final asignada a cada estudiante por secuencia didáctica y genera un error en la medición de los datos obtenidos.

### 3.1.2. Valoraciones globales de los estudiantes del segundo año de bachillerato, especialidad de informática.

Nombres y apellidos	Secuencia didáctica 2	Secuencia didáctica 6	Secuencia didáctica 7	Secuencia didáctica 8	Secuencia didáctica 9	Valoración global sobre 10 puntos
	Valoraciones sobre 10 puntos					
C. S.	6	8	6.5	6.5	4	6.2
C. P.	10	6.5	7	5	3.5	6.4
J. R.	7	6	6	5.5		4.9
M. T.	6	7	5.5	4	3	5.1
M. H.	4	4.5	6.5	4	1	4
M. M.	7	7.5	6.5	2.5	2	5.1
P. F.	10	6.5	6.5	5	2.5	6.1
P. A.	8	5.5	6		2	4.3
P. S.	10	9.5	10	5	4	7.7
P. B.	10	7	7	2	1.5	5.5
P. D.	10	8	7	2.5	1.5	5.8
Q. K.	6	5	5			3.2
R. J.	6	3.5	5			2.9
V. A.	10	7.5	9	8	7	8.3
Media	7.86	6.57	6.68	4.55	2.91	5.39
Mínimo	4.00	3.50	5.00	2.00	1.00	2.90
Máximo	10.00	9.50	10.00	8.00	7.00	8.30
Desviación estándar	2.11	1.58	1.38	1.81	1.70	1.54

Tabla 46. Valoraciones globales de los estudiantes del  
2° de Bachillerato de Aplicaciones Informáticas.

Para facilitar el entendimiento de la gráfica 10, se debe considerar la siguiente relación las indicaciones dadas para la interpretación de la gráfica 9.



Gráfica 10. Valoraciones finales de las secuencias didácticas obtenidas por estudiante del 2° Año de Bachillerato General Unificado.

Como se puede apreciar en la tabla 46 como en su representación en la gráfica 10, las valoraciones finales con mayor puntuación corresponden a las tres primeras secuencias didácticas aplicadas en la primera sesión, es decir: la secuencia didáctica



---

2 con una valoración final de 7.86/10 puntos, la secuencia didáctica 6 con una valoración final de 6.57/10 puntos y la secuencia didáctica 7 con una valoración final de 6.68/10 puntos. Estas valoraciones finales pudieron tener una mayor puntuación de no ser por el incumplimiento de parte de las actividades de cierre que consistían en resolver y comprobar los resultados de los ejercicios propuestos con la ayuda del software educativo Geogebra, pues solamente diez de los catorce estudiantes enviaron dichas actividades vía correo electrónico para su respectiva revisión y valoración, lo cual sin duda perjudica la valoración final asignada a cada estudiante por secuencia didáctica y genera un error en la medición de los datos obtenidos.

Por otro lado se puede apreciar que las valoraciones finales con menor puntuación corresponden a las dos últimas secuencias didácticas, aplicadas en la segunda sesión, es decir: la secuencia didáctica 8 con una valoración final de 3.57/10 puntos y la secuencia didáctica 9 con una valoración final de 2.29/10 puntos. Estas valoraciones finales pudieron tener una mayor puntuación de no ser por el incumplimiento de parte de las actividades de cierre que consistían en resolver y comprobar los resultados de los ejercicios propuestos con la ayuda del software educativo Geogebra, pues apenas dos de los catorce estudiantes enviaron dichas actividades vía correo electrónico para su respectiva revisión y valoración, y como se puede apreciar en la Tabla tres estudiantes no entregaron las actividades de cierre correspondientes a la secuencia didáctica 8 y tres estudiantes no entregaron las actividades de cierre correspondientes a la secuencia didáctica 9, lo cual sin duda





---

perjudica la valoración final asignada a cada estudiante por secuencia didáctica y genera un error en la medición de los datos obtenidos.

Como se puede apreciar el rendimiento de las secuencias didácticas 2, 6 y 7, son aceptables e indican que la aplicación y utilización de las secuencias didácticas apoyan a que, si no bien todos, pero si la mayoría de los estudiantes alcancen los conocimientos mínimos requeridos, según la última reforma curricular del Ministerio de Educación del Ecuador. También es preciso hacer notar que los estudiantes cumplieron en su mayoría a cabalidad con el desarrollo de las actividades de cierre y pocos fueron los que no cumplieron con todas las acciones propuestas en las actividades de cierre.

Si bien el rendimiento de las secuencias didácticas 8 y 9, es deficiente e indican que los estudiantes no alcanzan los conocimientos mínimos requeridos, según la última reforma curricular del Ministerio de Educación del Ecuador, estas bajas valoraciones no demuestran que la aplicación de las secuencias didácticas dentro del proceso de aprendizaje entorpezca, perjudique o dificulte dicho proceso, pues hay que recordar que estas bajas valoraciones se deben a que la mayoría de los estudiantes no cumplieron a cabalidad con todas las acciones planteadas en las actividades de cierre razón por la cual quedaron sin una valoración, lo cual presenta un error en la medición de los datos.

Por todo lo expuesto anteriormente se puede concluir que la utilización de las secuencias didácticas, ayudan a mejorar nivel de aprendizaje de los contenidos que tienen que ser abordados dentro del desarrollo de las destrezas con criterio de



---

desempeño planteadas para el 2° año de bachillerato general unificado, pues representa una forma diferente, alternativa de presentar los contenidos, los ejercicios y las actividades de refuerzo del conocimiento, generando en el estudiante una curiosidad y una motivación intrínseca por aprender, pues la contextualización de los contenidos y la aplicación de un software educativo dentro del proceso de aprendizaje hacen que el estudiante se sienta cómodo al considerar que se halla dentro de un ambiente donde encuentra diferentes aspectos con los que tiene contacto diario, es decir un ambiente con el cual el estudiante se sienta familiarizado, lo que sin duda facilita la adquisición e interiorización de nuevos conocimientos generando de esta manera un aprendizaje efectivo.

### 3.2. Validación.

Carlos Cortés (Cortés 4) comenta que dentro del proceso educativo para realizar la validación de una propuesta se debe considerar en primera instancia el propósito, para este caso en particular tratándose de la propuesta: “**EL APRENDIZAJE DE LA LÍNEA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA A TRAVÉS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE APRENDIZAJE FUNDAMENTADAS EN LA TEORÍA SOCIAL-COGNITIVO Y DESARROLLADA EN GEOGEBRA**”, se va a considerar la validación en el sentido de “el material en sí mismo”, pues se trata de un material impreso que incluye palabras escritas, símbolos matemáticos, imágenes y gráficas, que son algunos de los recursos más utilizados dentro del proceso de aprendizaje de la



---

matemática, pues son los llamados a despertar el interés en aprender por parte de los estudiantes.

### **3.2.1. Validación de materiales impresos.**

Para realizar la validación de materiales impresos, como lo son las secuencias didácticas se deben considerar los siguientes criterios:

#### **3.2.1.1. Claridad de los contenidos.**

Este criterio lo que busca es indagar si los contenidos resultan ser comprensibles para los estudiantes, es decir, ¿el lenguaje utilizado es el apropiado o es el que comúnmente manejan los estudiantes?, ¿existe relación entre los contenidos propuestos? y ¿la lectura de la secuencia didáctica es comprensible de principio a fin? Todos estos aspectos se los van a encontrar en las preguntas 1, 2, 3 y 4 planteadas en las encuestas que se aplicaron al final de cada una de las secuencias didácticas.

#### **3.2.1.2. Utilidad del material.**

Es indispensable, pues puede darse el caso en el que los contenidos planteados en las secuencias didácticas estén perfectamente entendidos, pero los estudiantes no vean la utilidad en su vida o dentro de su proceso de aprendizaje. Por lo tanto es vital el validar la utilidad de las secuencias didácticas para los estudiantes es decir, ¿el material les sirve a ellos?, ¿cualquier otra persona podría utilizarlo? Y de no ser así ¿para qué tipo de persona sería más útil? Todos estos aspectos se los van a encontrar en las preguntas 5, 6, 7, 8 y 9 planteadas en las encuestas que se aplicaron al final de cada una de las secuencias didácticas.



---

### 3.2.1.3. *Atractivo.*

Si bien la claridad y la utilidad de las secuencias didácticas son aspectos muy importantes, no es menos cierto, es que pueden resultar poco atractivas, feas y aburridas para los estudiantes, es por ello que hay que averiguar si: ¿les gusta la presentación de las secuencias didácticas?, ¿lo preferirían en otro formato? o ¿lo redactarían de otra manera? Todos estos aspectos se los van a encontrar al momento de analizar las recomendaciones realizadas por los estudiantes al final de las encuestas aplicadas en las secuencias didácticas.

### 3.2.2. Encuestas aplicadas para la validación de la propuesta.

A continuación se va a presentar las encuestas aplicadas al finalizar cada una de las secuencias didácticas y los resultados que éstas arrojaron, cabe aclarar, que en las preguntas que se da la posibilidad de que los estudiantes encuestados expliquen el porqué de sus respuestas y en las recomendaciones, no todos los estudiantes contestaron razón por la cual no va a coincidir la cantidad de respuestas.

Para hacer más entendible la lectura de la información a ser presentada, se indica que la representación gráfica del análisis de los datos de cada una de las preguntas planteadas en las encuestas, se van presentar dos grupos de barras, las barras expuestas al lado izquierdo representan el número de los estudiantes encuestados y las barras del lado derecho representan el porcentaje que corresponde a el número de estudiantes encuestados. Es importante informar que todas las tablas y gráficas de este capítulo son de Fuente y Elaboración propia.

### 3.2.2.1. Encuesta aplicada al finalizar la secuencia didáctica 2.

Estimado estudiante:

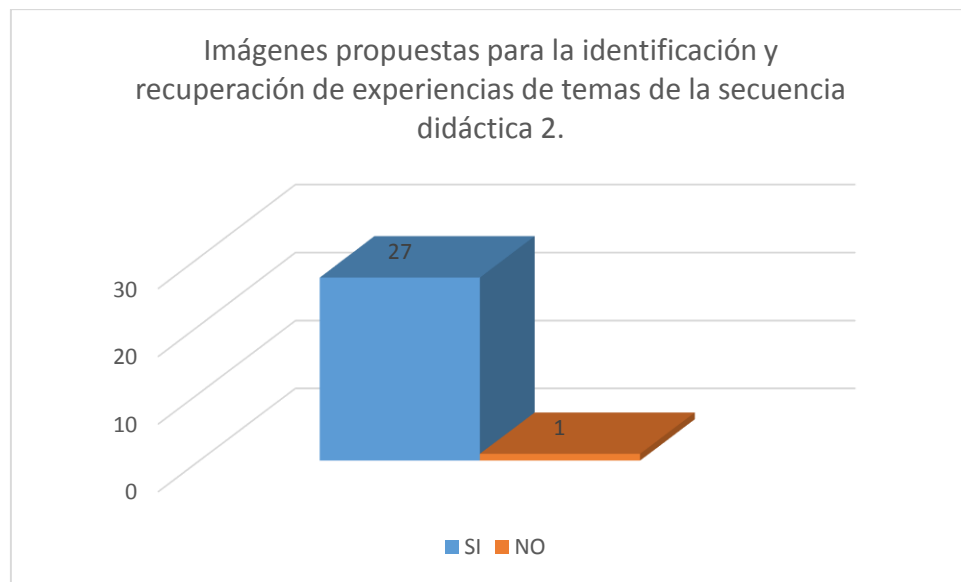
Le solicitamos responda la siguiente encuesta, por favor sea lo más sincero posible ya que sus manifestaciones serán de gran utilidad. Los datos que usted aporte serán confidenciales. Gracias.

Las siguientes preguntas están relacionadas con el tema tratado en la Secuencia didáctica 2 “Calcular la pendiente de una recta si se conoce su posición relativa respecto a otra recta y la pendiente de ésta. Determinar la ecuación de una recta paralela o perpendicular a una recta dada a partir de la relación entre los coeficientes y los parámetros”.

1. ¿Las imágenes propuestas al inicio de la secuencia didáctica 2, te ayudaron a identificar o recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 47. Identificación y recuperación de experiencias a través de la visualización de imágenes de la secuencia didáctica 2.



Gráfica 11. Estudiantes que identifican y recuperan experiencias con las imágenes propuestas en la secuencia didáctica 2.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

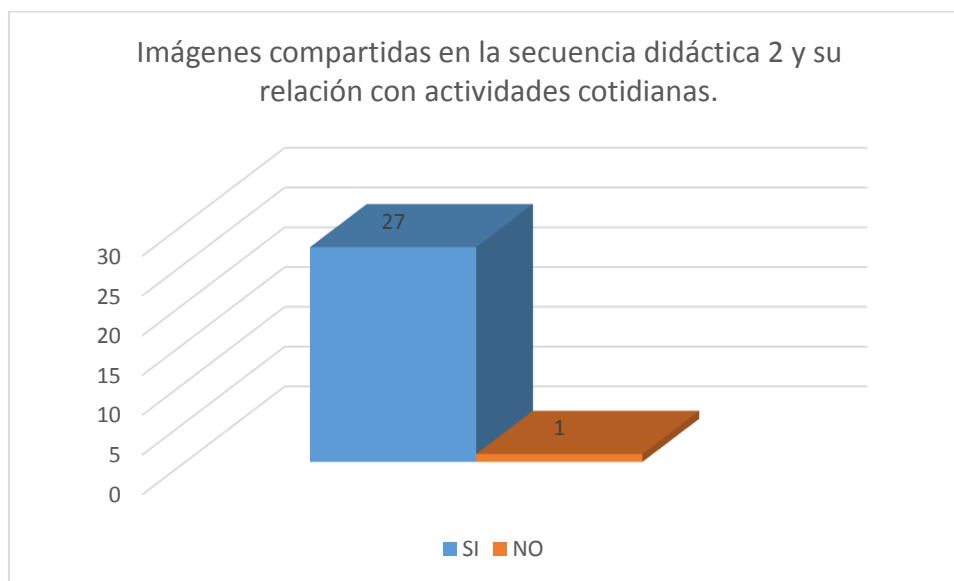
- a. Nunca has visto los objetos que están en las imágenes. ☐
- b. No has tenido experiencias previas con las que puedas relacionar las imágenes. ☒

Como se puede apreciar en la tabla 47 y en su representación gráfica 11, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las imágenes propuestas al inicio de las secuencias didácticas les ayudaron a identificar y recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que no ha tenido experiencia previa con las que pueda relacionar las imágenes.

2. ¿La explicación sobre las imágenes compartidas, te ayudaron a relacionar tus experiencias previas con actividades que realizas cotidianamente?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 48. Relación de experiencias con actividades cotidianas planteadas en la secuencia didáctica 2.



Gráfica 12. Estudiantes que relacionan las imágenes de la secuencia didáctica 2 con experiencias cotidianas.

Como se puede apreciar en la tabla 48 y en su representación gráfica 12, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que la explicación sobre las imágenes propuestas les ayudaron a relacionar sus experiencias previas con actividades que realizan cotidianamente y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que no relaciona las experiencias previas con las actividades que realiza cotidianamente.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen



---

faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

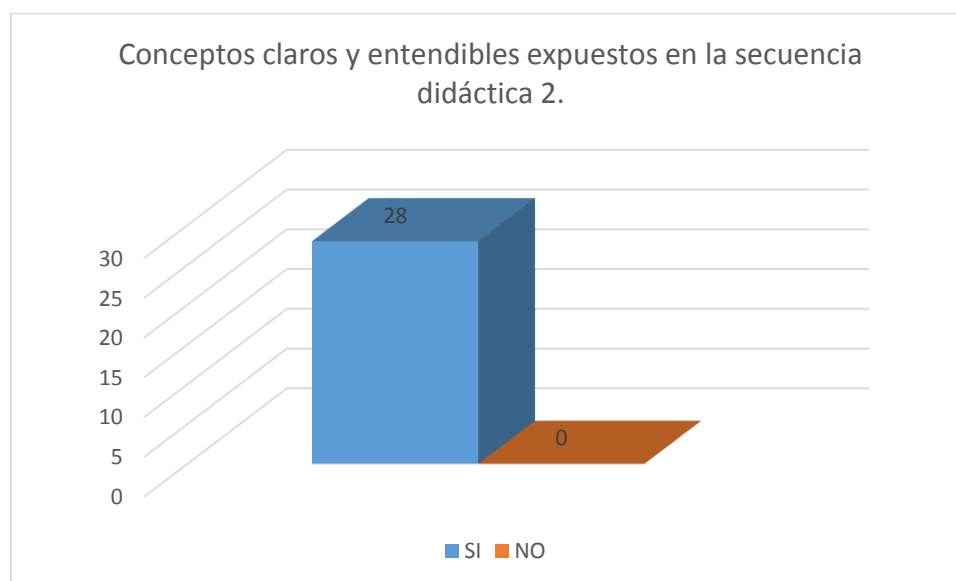
- “Porque ayuda mucho”.
- “Las imágenes dan mejor comprensión que las palabras”.
- “Porque muchas de las veces se las ve en todo lado sin darse cuenta”.
- “Porque está en todo lo que hago cotidianamente”.
- “Son actividades diarias”.
- “Porque nos ayuda a realizar problemas de nuestro trabajo”.
- “Porque se entiende más claro”.
- “Son cosas que miramos cada día en cualquier lugar observamos las rectas”.
- “Porque nos ayudó a comprender mejor como están diseñadas ciertas cosas”.
- “Son imágenes comunes”.
- “Porque está muy clara la explicación”.
- “Porque a diario observo por una ventana, miro el cielo”.
- “Porque comprendí mejor como resolver los ejercicios”.
- “Porque no entendí bien”.
- “Porque no realizo eso”.

3. ¿Crees que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden?



OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 49. Conceptos de temas tratados en la secuencia didáctica 2.



Gráfica 13. Estudiantes que entienden los conceptos expuestos en la secuencia didáctica 2.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones, concuerdas?

a. Los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico.

☐

b. La redacción de los conceptos no son claros.

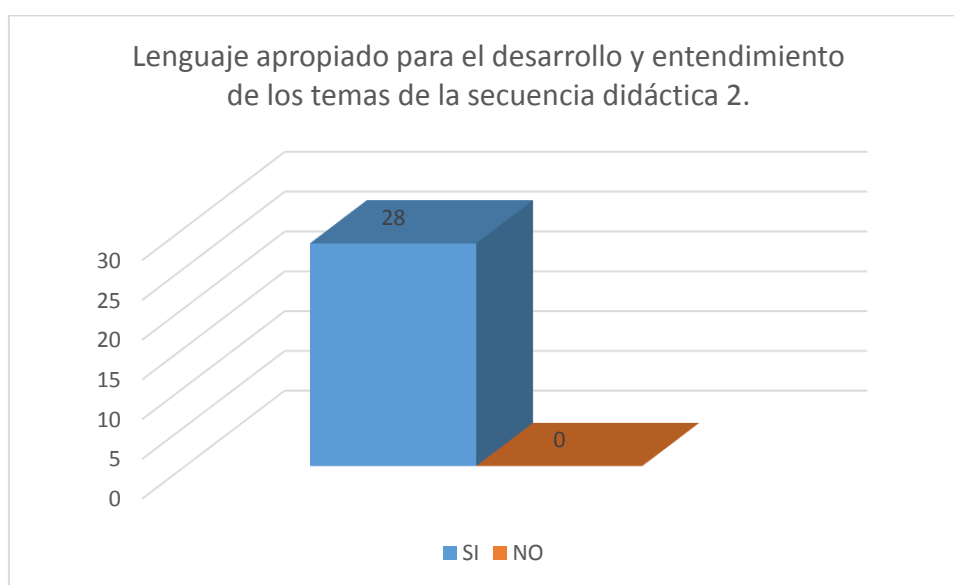
☐

Como se puede apreciar en la tabla 49 y en su representación gráfica 13, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden.

4. ¿El lenguaje utilizado en el desarrollo de la secuencia didáctica, fue apropiado y te ayudó a entender el tema desarrollado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 50. Lenguaje claro y entendible utilizado en la secuencia didáctica 2.



Gráfica 14. Estudiantes que comprendieron el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica 2.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

a. En la redacción, se utiliza un lenguaje muy técnico.

☐

b. La redacción de los temas no siguen un orden lógico.

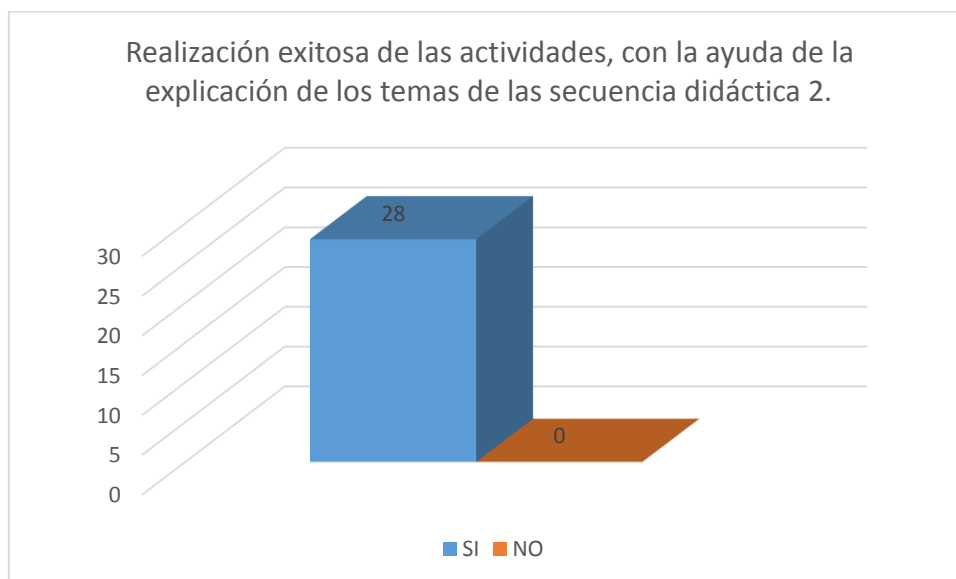
☐

Como se puede apreciar en la tabla 50 y en su representación gráfica 14, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica, fue apropiado y les ayudó a entender el tema desarrollado.

5. ¿Las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, te permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 51. Realización de las actividades propuestas en la secuencia didáctica 2.



Gráfica 15. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de la explicación de los temas de la secuencia didáctica 2.

Como se puede apreciar en la tabla 51 y en su representación gráfica 15, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las explicaciones realizadas en la



---

secuencia didáctica, les permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el porqué de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

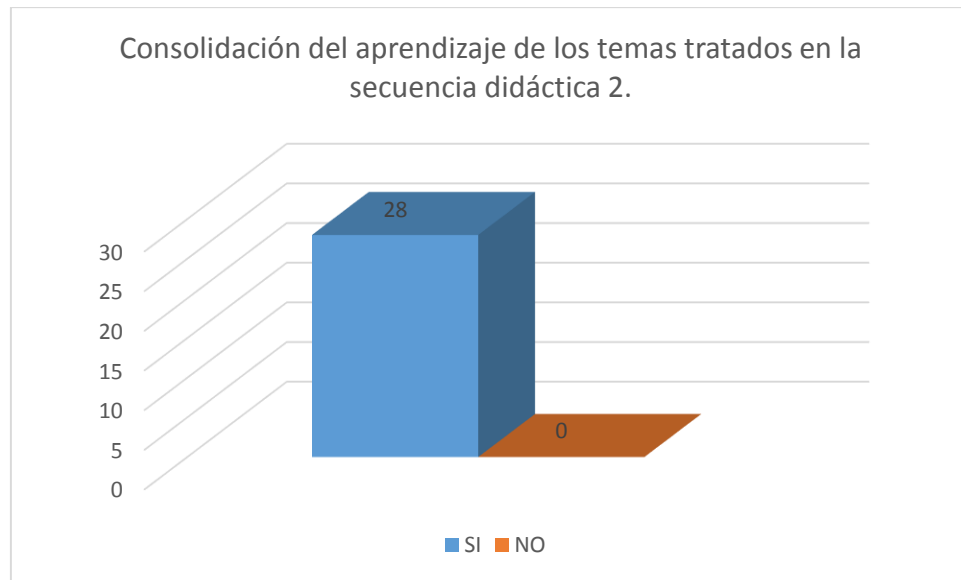
- “Porque se entiende el concepto”.
- “Porque se me hizo fácil hacer”.
- “Me permitió conocer más del tema”.
- “Estaban bien explicadas y con sus respectivos pasos”.
- “Con algunos ejercicios realizados estuvo más fácil”.
- “Porque las entendí muy bien”.
- “Porque aprendemos mucho a utilizar estos problemas matemáticos”.
- “Me ayudaron a dar los valores”.
- “Esta nos dio datos exactos y nos ayudo para ver si la gráfica estaba correcta”.
- “Me permite conocer más acerca del tema”.
- “Porque ésta me ayudo dando valores exactos para comprobarlas con Geogebra”.
- “Estaba fácil”.
- “Porque son claros lo que facilita el trabajo”.

- “Aprendí mucho más sobre las secuencias”.
- “Porque ahí nos explicaban las fórmulas y nos daban ejemplos”.
- “Todas las imágenes tenían una explicación clara”.
- “Para poder realizar mejor el aprendizaje”.
- “Está muy bien explicado y no se dificulta al rato de entender”.
- “Porque con algunos ya realizados estuvo más fácil”.
- “Se pudo entender claramente los conceptos y fórmulas”.
- “No habían ejercicios muy complicados y se entendían las órdenes claramente”.
- “Porque utilice todos los conceptos para desarrollar los ejercicios”.
- “Porque trabaje con mi compañera y entre las dos pudimos comprender bien”.

6. ¿El desarrollo de la secuencia didáctica, te ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 52. Aprendizaje de los temas tratados en la secuencia didáctica 2.



Gráfica 16. Estudiantes que consolidaron su aprendizaje, de los temas tratados en la secuencia didáctica 2.

Como se puede apreciar en la tabla 52 y en su representación gráfica 16, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el desarrollo de la secuencia didáctica, les ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

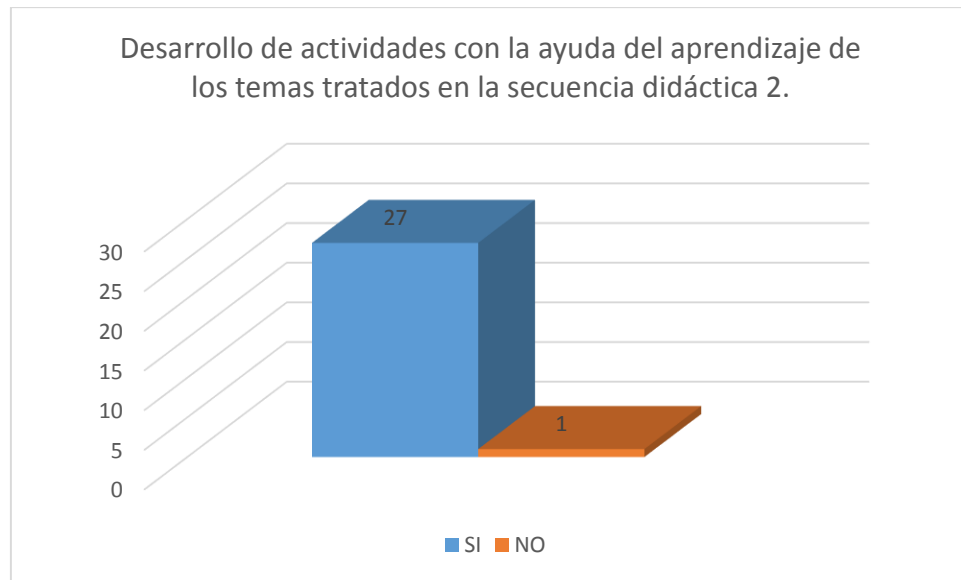
- “Para hacer más fácil”.
- “Me permitió conocer más del tema”.
- “Porque me ayudo a guiarme”.

- “Porque en un futuro me ayudará”.
- “Porque esta nos ayuda a aprender más sobre esta actividad”.
- “Porque no sabía para que servía Geogebra”.
- “Porque no sabía cómo utilizar el programa pero ahora ya lo sé y eso me ayuda a aprender cómo realizar las gráficas”.
- “Porque atendí a todas las indicaciones”.
- “Poniendo en práctica pude comprender de mejor manera”.
- “Porque mediante la secuencia pude comprender mejor el tema”.
- “Los ejercicios ya habíamos practicado antes”.
- “Porque nos hizo recordar lo que ya habíamos aprendido”.
- “Porque estuvo muy fácil y alguna vez puede servirme”.
- “Aprender más sobre matemáticas”.
- “Porque hice referencia las imágenes con la teoría”.
- “Porque explica muy bien y ayuda a realizar sin problema”.
- “Porque así se entiende mejor el tema”.

7. ¿El aprendizaje adquirido te ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 53. Aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 2.



Gráfica 17. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 2.

Como se puede apreciar en la tabla 53 y en su representación gráfica 17, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el aprendizaje adquirido les ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que el aprendizaje adquirido no le ayudó a resolver con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

- “Porque así se me hizo más fácil aprender”.



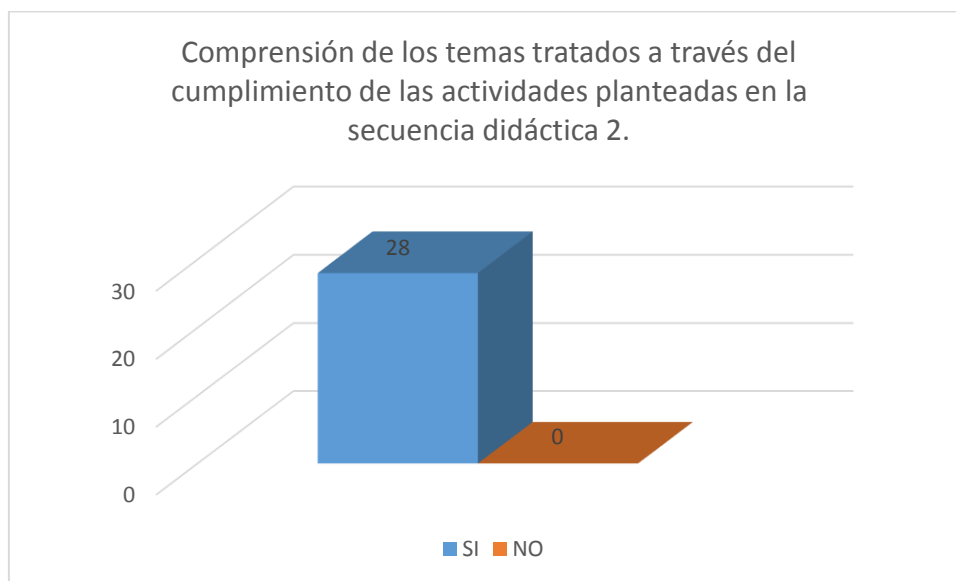


- “Me ayudó a comprender muchos temas”.
- “Porque es una guía que explicaba todo lo necesario para poder desarrollar las actividades”.
- “Porque estaba normal realizar los ejercicios”.
- “Porque si las entendí gracias a las explicaciones”.
- “Si porque tenemos que leer bien y luego de hacer un ejercicio pude realizar los demás ejercicios”.
- “Después de leer y hacer los ejercicios”.
- “Me ayudó a comprender y fue un tema que me gustó”.
- “Porque luego de leer y hacer un ejercicio ya pude los demás con más rapidez”.
- “Porque es sencillo”.
- “Hizo recordar lo que ya habíamos visto tiempo atrás”.
- “Porque las actividades eran muy similares a lo que aprendimos”.
- “Poder realizar con más facilidad”.
- “Porque fue claro y concreto”.
- “Son ejercicios fáciles de resolver”.
- “Porque nos explicó muy bien y nos ayudó a realizarlo sin problema”.
- “Porque las actividades fueron fáciles de realizarlas aplicando lo aprendido”.
- “Porque comprobé y todo estaba bien”.

8. ¿Crees que el desarrollo de todas las actividades planteadas te ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 54. Comprensión de los temas tratados en la secuencia didáctica 2.



Gráfica 18. Estudiantes de comprendieron los temas tratados a través del cumplimiento de las actividades de la secuencia didáctica 2.

Como se puede apreciar en la tabla 54 y en su representación gráfica 18, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que el desarrollo de todas las actividades planteadas les ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.



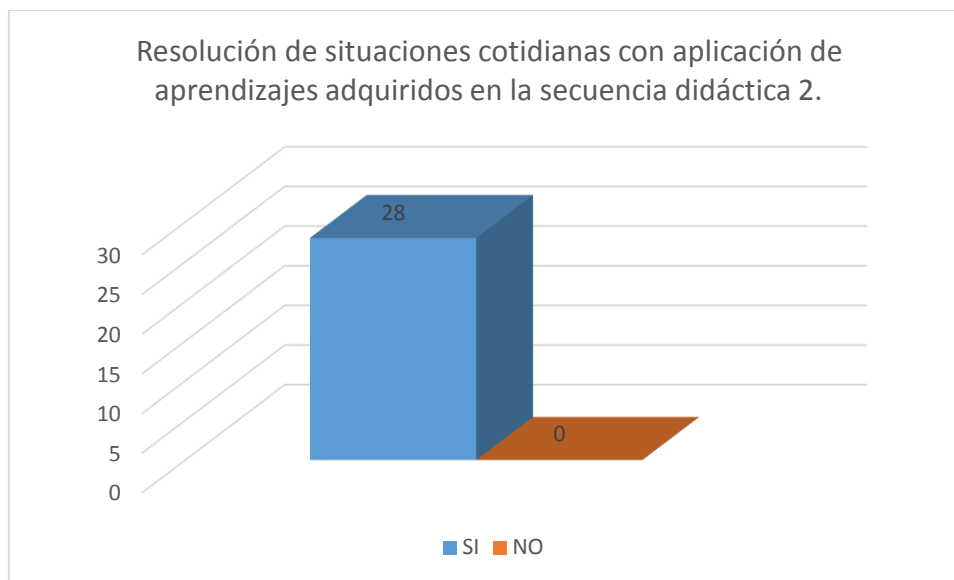
¿Por qué?

- “Para poder hacer”.
- “Porque fue un tema sencillo, uno cree que es difícil pero es de manera fácil”.
- “Porque ayudar a reforzar el tema tratado”.
- “Sí, con algunos ejercicios realizados se me hizo más fácil”.
- “Porque ya practiqué más con el programa”.
- “Si porque para el desarrollo ya nos da algunos valores”.
- “Estaba fácil y se utiliza en nuestra vida”.
- “Comprendí como hay que desarrollarlo”.
- “Porque aprendí más con la práctica”.
- “Si gracias al programa y a todos los conceptos y ejemplos pudimos comprender el tema”.
- “Porque mediante la aplicación de fórmulas desarrolle mejor los ejercicios”.
- “Son ejercicios que en algunas ocasiones se presentan en nuestra vida”.
- “Porque el momento que realizamos también practicamos y aprendemos más”.
- “Porque los temas están todos relacionados con la vida cotidiana”.
- “No hubo casi problemas”.
- “Porque mediante las gráficas y explicaciones entendí”.
- “Porque ya comprendí con las fórmulas y siempre con la práctica entiendo mejor”.

9. ¿Crees que los aprendizajes adquiridos los puedas aplicar en la solución de alguna situación problemática de tu vida cotidiana?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 55. Aplicación de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 2.



Gráfica 19. Estudiantes que ven la aplicabilidad de los temas tratados en la secuencia didáctica 2.

Como se puede apreciar en la tabla 55 y en su representación gráfica 19, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que los aprendizajes adquiridos los pueden aplicar en la solución de alguna situación problémica de sus vidas cotidianas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.



¿Por qué?

- “Porque todo tiene relación con las matemáticas”.
- “Si lo pongo todo en práctica”.
- “Porque son cosas que las hacemos muchas de las veces y creo que es necesario”.
- “Para saber el funcionamiento”.
- “Nuestra vida es matemáticas”.
- “El paralelismo se necesita en una construcción quizá para realizar planos”.
- “Mediante estos temas puedo relacionar con una construcción”.
- “Nos ayuda a identificar algunas cosas”.
- “En alguna otra ocasión podría servirme”.
- “Ya sea a través de un fenómeno natural o por la construcción de diferentes modelos matemáticos”.
- “En la arquitectura y las construcciones se utiliza bastante el paralelismo y las perpendiculares”.
- “Porque las matemáticas sirven para toda la vida”.
- “Porque se encuentra en muchos aspectos de nuestra vida”.

Recomendaciones.

- “Que esta actividad que hemos hecho nos sirvió de mucha ayuda”.
- “Que esta actividad que hemos realizado nos ayuda mucho a ver como hacer estas secuencias didácticas”.
- “Mejorar las explicaciones de los trabajos”.

- “Tomar mucha atención a estas clases porque nos servirá en la vida”.
- “Seguir practicando este método”.
- “Todo está bien realizado y se entiende muy bien”.
- “Dejar un poco más de espacio para los ejercicios”.
- “Era muy fácil de comprender los folletos para prender”.

### 3.2.2.2. *Encuesta aplicada al finalizar la secuencia didáctica 6.*

Estimado estudiante:

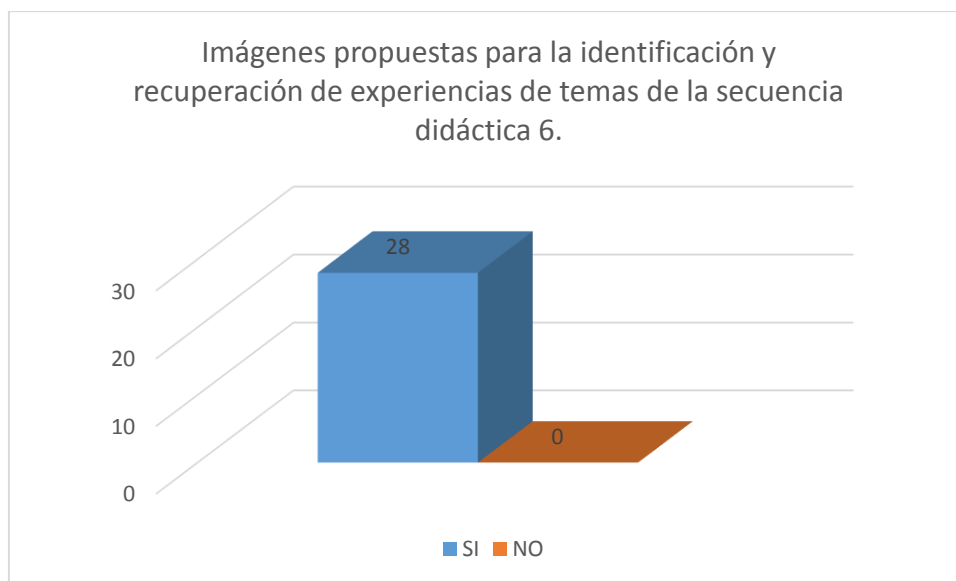
Le solicitamos responda la siguiente encuesta, por favor sea lo más sincero posible ya que sus manifestaciones serán de gran utilidad. Los datos que usted aporte serán confidenciales. Gracias.

Las siguientes preguntas están relacionadas con el tema tratado en la Secuencia didáctica 6 “Resolver problemas de distancias entre puntos y rectas y entre rectas utilizando vectores”.

1. ¿Las imágenes propuestas al inicio de la secuencia didáctica 6, te ayudaron a identificar o recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 56. Identificación y recuperación de experiencias a través de la visualización de imágenes de la secuencia didáctica 6.



Gráfica 20. Estudiantes que identifican y recuperan experiencias con las imágenes propuestas en la secuencia didáctica 6.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

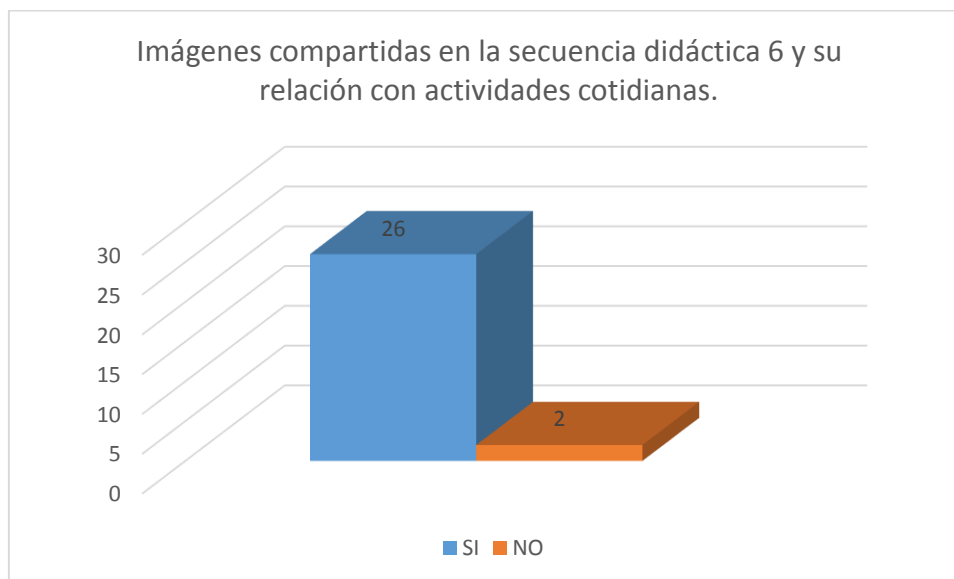
- a. Nunca has visto los objetos que están en las imágenes. ☐
- b. No has tenido experiencias previas con las que puedas relacionar las imágenes. ☐

Como se puede apreciar en la tabla 56 y en su representación gráfica 20, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las imágenes propuestas al inicio de las secuencias didácticas les ayudaron a identificar y recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia.

2. ¿La explicación sobre las imágenes compartidas, te ayudaron a relacionar tus experiencias previas con actividades que realizas cotidianamente?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	26
NO	2

Tabla 57. Relación de experiencias con actividades cotidianas planteadas en la secuencia didáctica 6.



Gráfica 21. Estudiantes que relacionan las imágenes de la secuencia didáctica 6 con experiencias cotidianas.

Como se puede apreciar en la tabla 57 y en su representación gráfica 21, 26 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que la explicación sobre las imágenes propuestas les ayudaron a relacionar sus experiencias previas con actividades que realizan cotidianamente y apenas 2 estudiantes tomaron la opción No, es decir que no relaciona las experiencias previas con las actividades que realiza cotidianamente.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen





---

faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

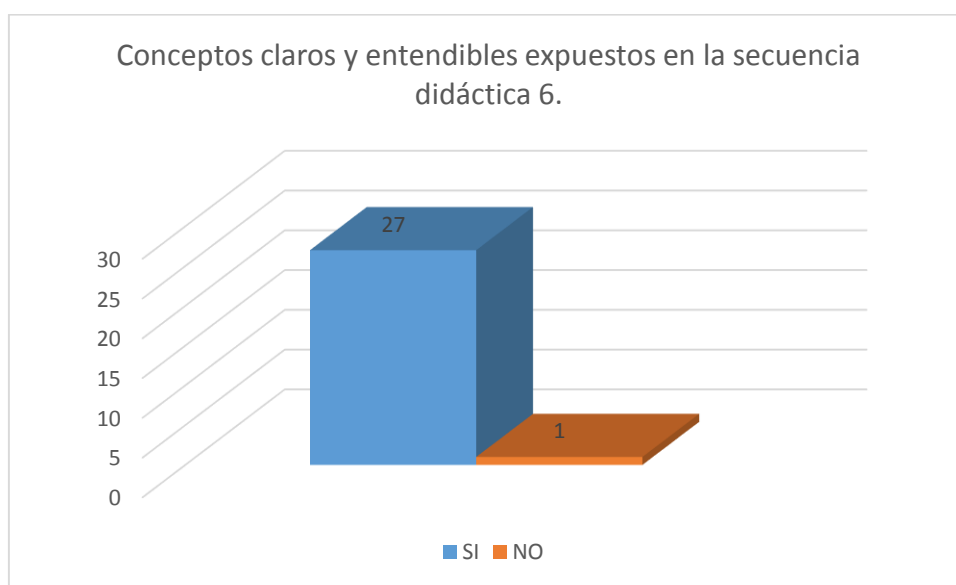
¿Por qué?

- “Porque si me ayudaron mucho”.
- “Porque se utiliza diariamente”.
- “Porque ayudan las imágenes a ubicarme y a entender mejor”.
- “Porque ayudan a realizar todo trabajo que nosotros necesitamos”.
- “Porque ayudan las imágenes a entender la teoría”.
- “Porque todas las imágenes estaban a nuestro alrededor”.
- “Porque así se, a que distancia estamos con otro país o como ver el ganador de una competencia”.
- “Me ayudaron a recordar y comprender mucho mejor”.
- “Son imágenes comunes que se ven a diario”.
- “Porque siempre vemos en la calle direcciones que nos indican donde ir”.
- “Fue clara y comprensible la explicación”.
- “Mediante esos gráficos me puede dar cuenta sobre lo que íbamos a aprender”.
- “Podemos darnos en cuenta que distancia estamos ubicados”.
- “Porque existen veces en que se presentan este tipo de actividades al trabajar o hacer algo”.
- “Porque no he hecho nada de esto”.
- “Porque no entendí muy bien”.

3. ¿Crees que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 58. Conceptos de temas tratados en la secuencia didáctica 6.



Gráfica 22. Estudiantes que entienden los conceptos expuestos en la secuencia didáctica 6.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

a. Los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico.

b. La redacción de los conceptos no son claros.

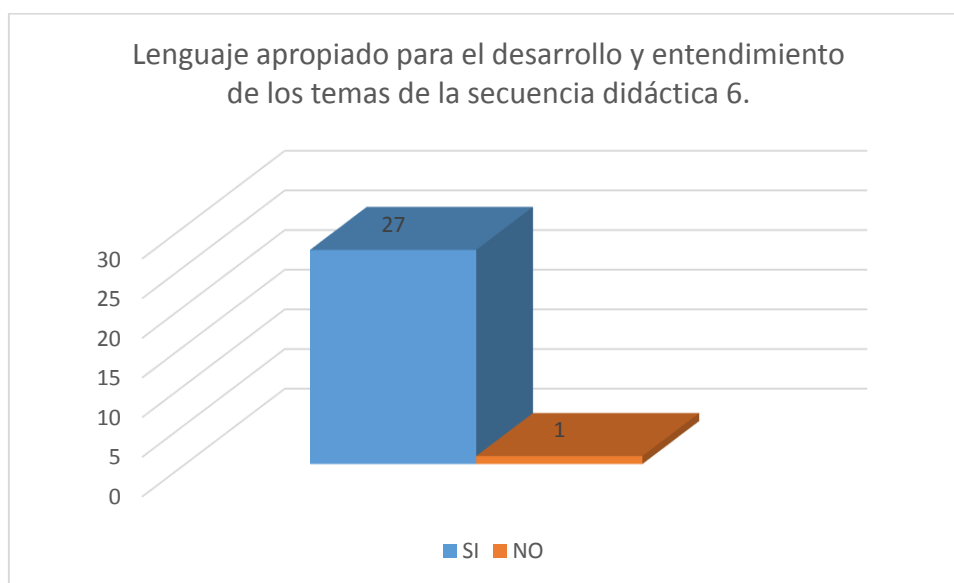
Como se puede apreciar en la tabla 58 y en su representación gráfica 22, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que los conceptos expuestos en la

secuencia didáctica son claros y se entienden. Mientras que 1 estudiante tomó la opción No, es decir que los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico.

4. ¿El lenguaje utilizado en el desarrollo de la secuencia didáctica, fue apropiado y te ayudó a entender el tema desarrollado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 59. Lenguaje claro y entendible utilizado en la secuencia didáctica 6.



Gráfica 23. Estudiantes que comprendieron el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica 6.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

- a. En la redacción, se utiliza un lenguaje muy técnico.

1

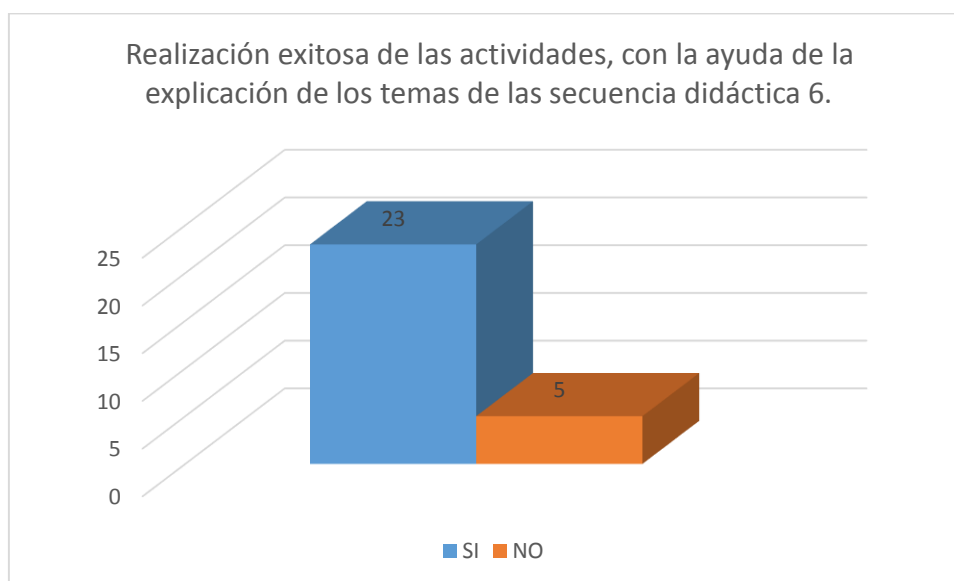
- b. La redacción de los temas no siguen un orden lógico.

Como se puede apreciar en la tabla 59 y en su representación gráfica 23, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica, fue apropiado y les ayudó a entender el tema desarrollado. Mientras que 1 estudiante tomó la opción No, es decir que en la redacción se utiliza un lenguaje muy técnico.

5. ¿Las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, te permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	23
NO	5

Tabla 60. Realización de las actividades propuestas en la secuencia didáctica 6.



Gráfica 24. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de la explicación de los temas de la secuencia didáctica 6.

---

Como se puede apreciar en la tabla 60 y en su representación gráfica 24, 23 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, les permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas. Mientras que 5 estudiantes tomaron la opción No, es decir que las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica no les permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

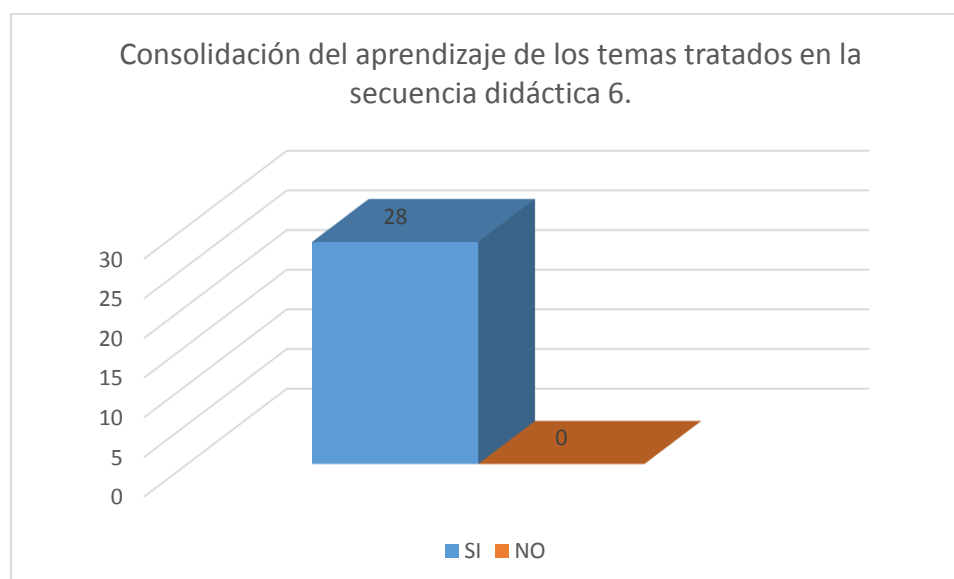
- “Si me sirvieron mucho”.
- “Porque estaban fáciles”.
- “Porque es muy sencillo y claramente”.
- “Estaba clara y nos daba datos claros para realizar la gráfica en el programa”.
- “Porque las explicaciones nos ayudan paso a paso a realizar las actividades”.
- “Está muy clara la explicación y los ejemplos que se encuentran”.
- “Porque aplique todos los conocimientos y fórmulas para realizar los ejercicios”.
- “Porque seguían una secuencia y las instrucciones estaban muy claras”.

- “Los temas están bien presentados y claros y se pueden entender”.
- “Porque aprendí mucho sobre las secuencias”.
- “No entendí las explicaciones estaban confusas”.
- “Habían unos ejercicios complicados y no pude”.
- “Me confundí en las fórmulas”.
- “Tuve dificultades en algunas operaciones”.

6. ¿El desarrollo de la secuencia didáctica, te ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 61. Aprendizaje de los temas tratados en la secuencia didáctica 6.



Gráfica 25. Estudiantes que consolidaron su aprendizaje, de los temas tratados en la secuencia didáctica 6.



Como se puede apreciar en la tabla 61 y en su representación gráfica 25, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el desarrollo de la secuencia didáctica, les ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

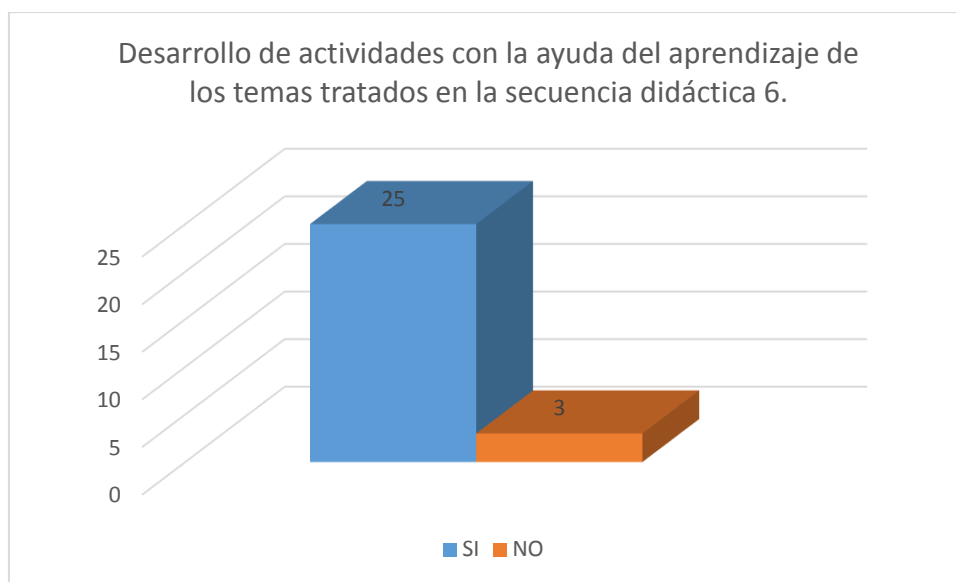
- “Porque aprendí como hacer”.
- “Esta comprensible”.
- “Porque es una forma de desarrollarla fácil y sencilla”.
- “Siempre está a mi alcance”.
- “Porque este no sabía ni como se hace”.
- “Porque desarrollando entendí mejor como se encuentran las distancias”.
- “Se entiende mejor y se acuerda”.
- “Los ejercicios y las actividades de apertura son similares”.
- “Aprendimos por medio de la práctica”.
- “Porque recordé este tema visto en años anteriores”.
- “No se complicó al momento de realizar los ejercicios”.
- “Porque todas las actividades estaban claras”.
- “Me guía en algunos temas”.

- “Los ejercicios propuestos ya hemos aprendido y ahora si los reforzamos más”.

7. ¿El aprendizaje adquirido te ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	25
NO	3

Tabla 62. Aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 6.



Gráfica 26. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 6.

Como se puede apreciar en la tabla 62 y en su representación gráfica 26, 25 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el aprendizaje adquirido les ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica y apenas 3 estudiantes tomaron la opción No, es decir que el aprendizaje adquirido no les ayudó a resolver con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica.





Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

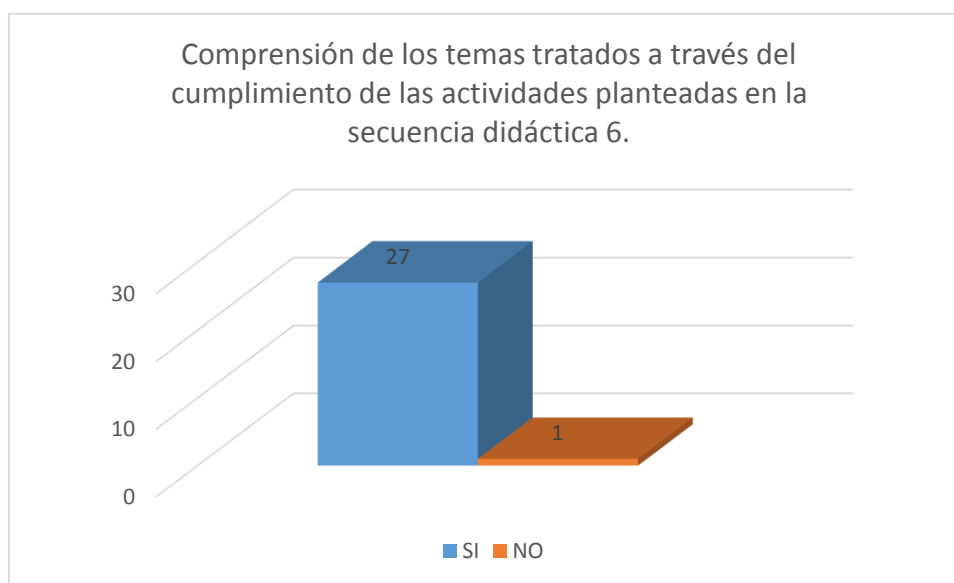
¿Por qué?

- “Porque estaba divertido”.
- “Porque ya entendí como se debe hacer”.
- “Porque nos daban los datos para realizar la gráfica”.
- “Porque al leer al principio ya fui entendiendo de lo que se trataba”.
- “Porque puedo resolver más fácil cualquier ejercicio de matemática”.
- “Los ejercicios son parecidos a los de clase”.
- “Porque nos explica de manera clara”.
- “Los ejemplos que estuvieron puestos, estuvieron muy claros”.
- “Porque mientras iba haciendo las actividades en Geogebra pude ir entendiendo”.
- “Gracias a la práctica en clase pude realizar el trabajo”.
- “Si porque comprobé y todo estaba bien”.
- “Existieron ejercicios muy complejos”.
- “Estaba algo confuso”.

8. ¿Crees que el desarrollo de todas las actividades planteadas te ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 63. Comprensión de los temas tratados en la secuencia didáctica 6.



Gráfica 27. Estudiantes de comprendieron los temas tratados a través del cumplimiento de las actividades de la secuencia didáctica 6.

Como se puede apreciar en la tabla 63 y en su representación gráfica 27, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que el desarrollo de todas las actividades planteadas les ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que cree que el desarrollo de todas las actividades planteadas no le ayudó a comprender de mejor manera el tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen



---

faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

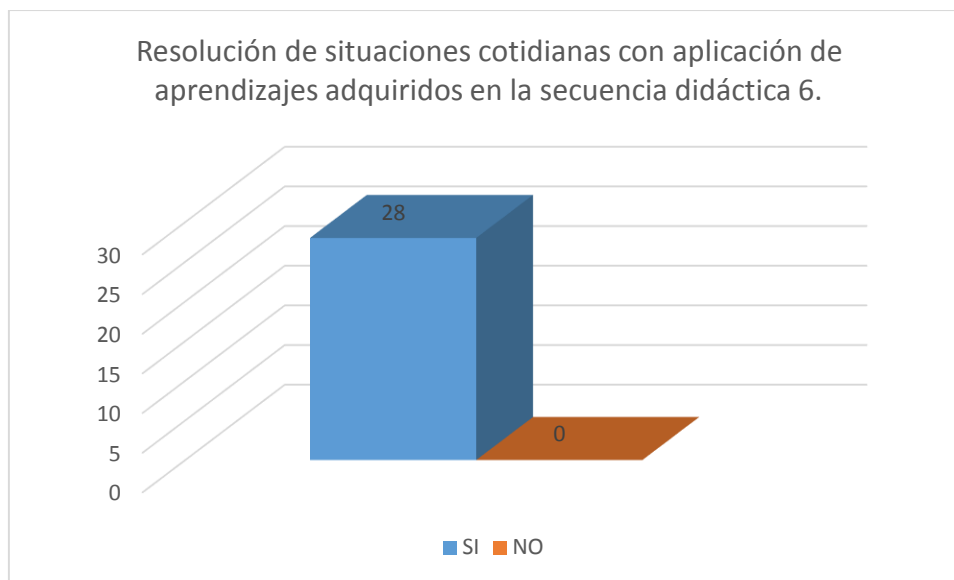
¿Por qué?

- “Me divertí y entendí mejor”.
- “Estaba fácil de aprender”.
- “Porque no sabía cómo manejar el programa”.
- “Porque me ayuda para otras materias”.
- “Me hace fácil comprender”.
- “Porque algunas cosas que no comprendemos realizando las actividades logramos comprender”.
- “Conocí mejor los temas”.
- “Fue muy importante para resolver los ejercicios”.
- “Porque estaba realizando con todos los pasos necesarios”.
- “Hay ejemplos de los ejercicios ya hechos, cuestión solo de comprenderlos”.
- “Porque todas las actividades tenían una explicación clara”.
- “Gracias a los ejemplos pude desarrollar las actividades”.
- “Porque ayuda a fortalecer el aprendizaje adquirido”.
- “Porque estaba emocionante estar en las computadoras realizando los ejercicios”.
- “No los entendí bien”.

9. ¿Crees que los aprendizajes adquiridos los puedas aplicar en la solución de alguna situación problemática de tu vida cotidiana?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	28
NO	0

Tabla 64. Aplicación de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 6.



Gráfica 28. Estudiantes que ven la aplicabilidad de los temas tratados en la secuencia didáctica 6.

Como se puede apreciar en la tabla 64 y en su representación gráfica 28, 28 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que los aprendizajes adquiridos los pueden aplicar en la solución de alguna situación problémica de sus vidas cotidianas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.



¿Por qué?

- “Si porque en todo nuestro alrededor está relacionado con las matemáticas”.
- “Porque es práctico”.
- “Porque ya lo aprendí”.
- “Porque no sabía cómo manejar el programa”.
- “Para poder aplicar en mis estudios y trabajo”.
- “Porque en algún momento, quizá en las pruebas de grado nos tocará desarrollar lo aprendido hoy”.
- “Las matemáticas sirven para toda la vida”.
- “En situaciones como la medición de puntos o distancias terrestres en el mapa”.

Recomendaciones.

- “Explicar mejor los ejercicios”.
- “No dejar muy corto el espacio para los ejercicios”.
- “Seguir con la misma metodología de enseñar”.
- “No utilizar un lenguaje demasiado técnico”.

### **3.2.2.3. Encuesta aplicada al finalizar la secuencia didáctica 7.**

Estimado estudiante:

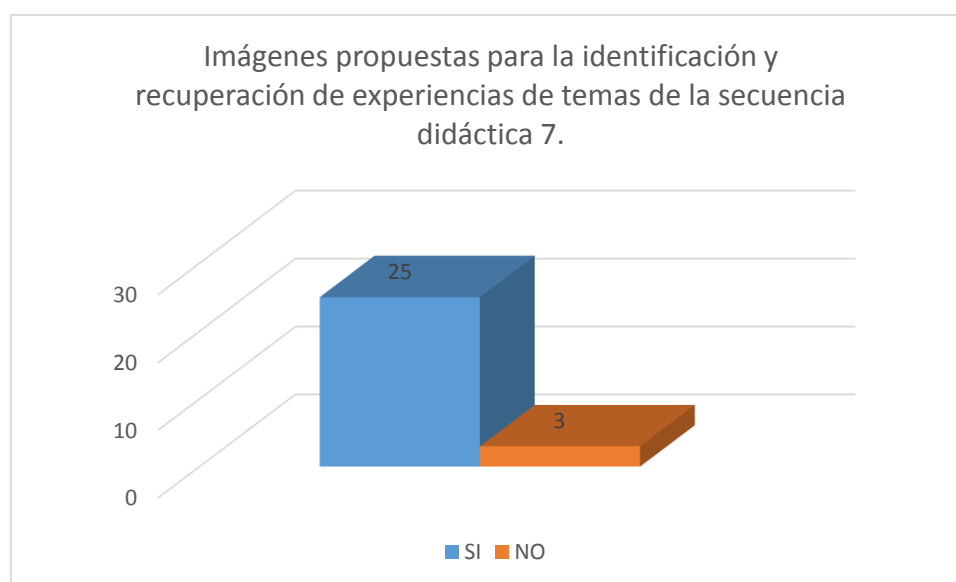
Le solicitamos responda la siguiente encuesta, por favor sea lo más sincero posible ya que sus manifestaciones serán de gran utilidad. Los datos que usted aporte serán confidenciales. Gracias.

Las siguientes preguntas están relacionadas con el tema tratado en la Secuencia didáctica 7 “Reconocer la ecuación de un círculo a partir de los parámetros de la misma. Hallar la ecuación de un círculo conocidos su centro y su radio”.

1. ¿Las imágenes propuestas al inicio de la secuencia didáctica 7, te ayudaron a identificar o recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	25
NO	3

Tabla 65. Identificación y recuperación de experiencias a través de la visualización de imágenes de la secuencia didáctica 7.



Gráfica 29. Estudiantes que identifican y recuperan experiencias con las imágenes propuestas en la secuencia didáctica 7.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?



a. Nunca has visto los objetos que están en las imágenes.

b. No has tenido experiencias previas con las que puedas relacionar las imágenes.

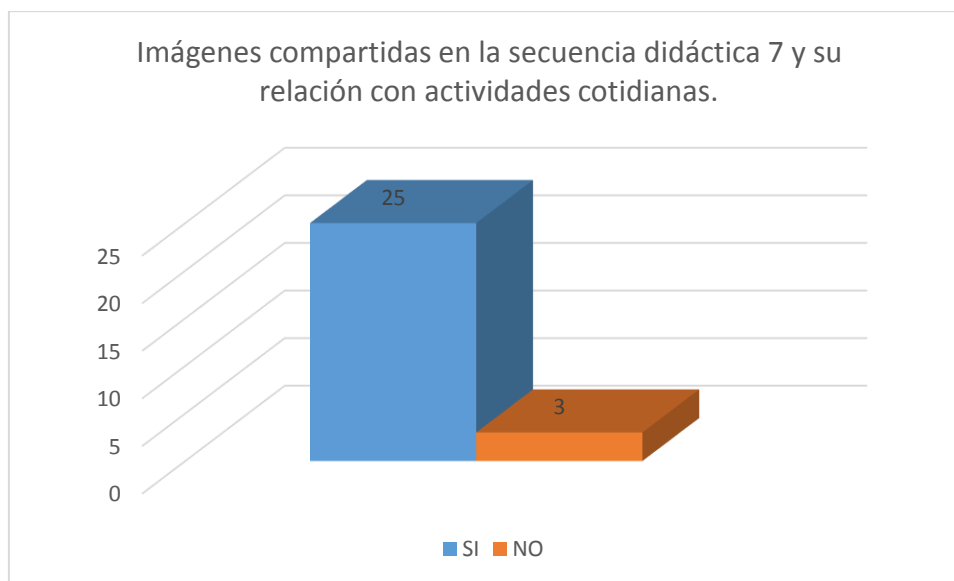
3

Como se puede apreciar en la tabla 65 y en su representación gráfica 29, 25 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las imágenes propuestas al inicio de las secuencias didácticas les ayudaron a identificar y recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia y apenas 3 estudiantes tomaron la opción No, es decir que no han tenido experiencias previas con las que pueda relacionar las imágenes.

2. ¿La explicación sobre las imágenes compartidas, te ayudaron a relacionar tus experiencias previas con actividades que realizas cotidianamente?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	25
NO	3

Tabla 66. Relación de experiencias con actividades cotidianas planteadas en la secuencia didáctica 7.



Gráfica 30. Estudiantes que relacionan las imágenes de la secuencia didáctica 7 con experiencias cotidianas.

Como se puede apreciar en la tabla 66 y en su representación gráfica 30, 25 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que la explicación sobre las imágenes propuestas les ayudaron a relacionar sus experiencias previas con actividades que realizan cotidianamente y apenas 3 estudiantes tomaron la opción No, es decir que no relacionan las experiencias previas con las actividades que realiza cotidianamente.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

- “Porque entendí bien todo”.
- “Porque son cosas que utilizamos alguna vez”.



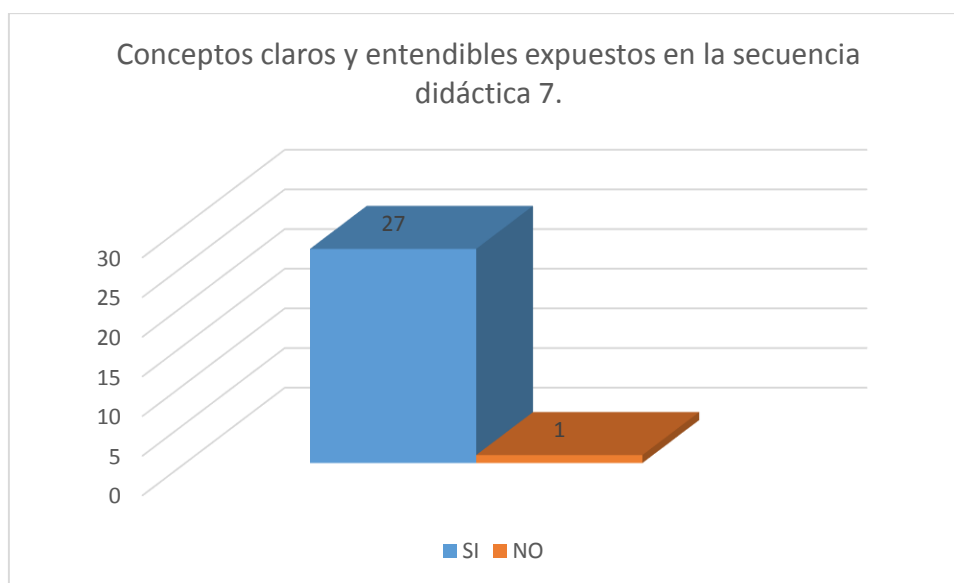


- “Porque me ayudaron a relacionar con objetos que hay en el parque”.
- “Porque están siempre a mi alcance y puedo trabajar fácilmente”.
- “Me ayudo a entender de una mejor manera”.
- “Mejora la visión de aprender más cómo se resuelve”.
- “Porque con las imágenes puede entender sobre el tema que se va a tratar”.
- “Son objetos comunes y éstos nos ayudan a entender el funcionamiento”.
- “Porque dibujar un círculo y medirlo es muy común en la vida diaria”.
- “No he utilizado eso”.
- “Porque no entiendo muy bien las imágenes planteadas”.

3. ¿Crees que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 67. Conceptos de temas tratados en la secuencia didáctica 7.



Gráfica 31. Estudiantes que entienden los conceptos expuestos en la secuencia didáctica 7.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

a. Los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico.

1

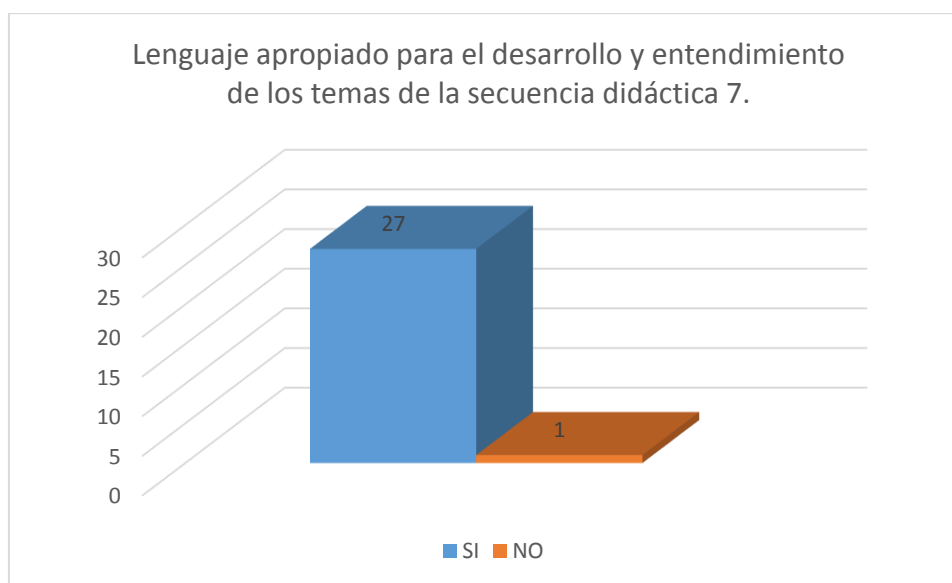
b. La redacción de los conceptos no son claros.

Como se puede apreciar en la tabla 67 y en su representación gráfica 31, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden. Mientras que 1 estudiante tomó la opción No, es decir que los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico.

4. ¿El lenguaje utilizado en el desarrollo de la secuencia didáctica, fue apropiado y te ayudó a entender el tema desarrollado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 68. Lenguaje claro y entendible utilizado en la secuencia didáctica 7.



Gráfica 32. Estudiantes que comprendieron el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica 7.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

a. En la redacción, se utiliza un lenguaje muy técnico.

1

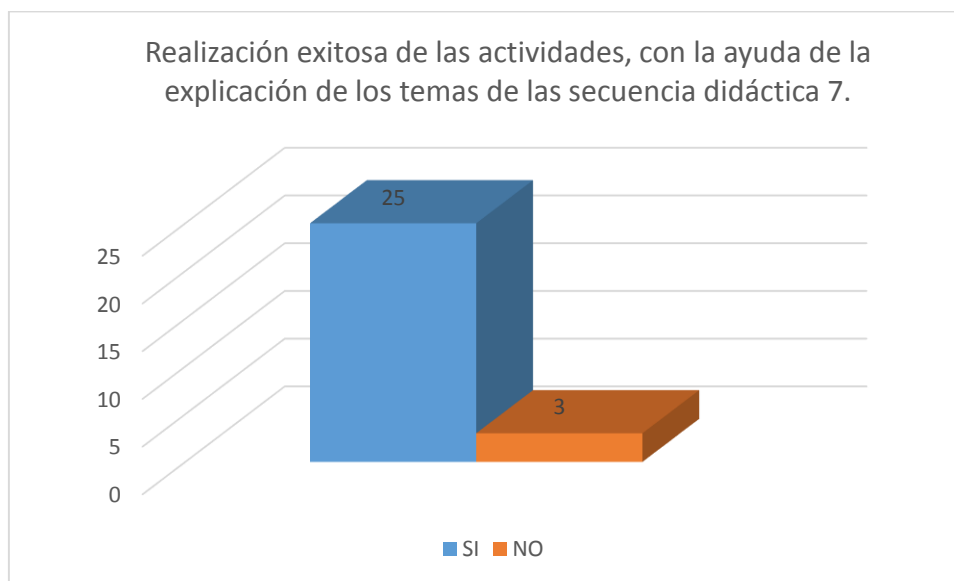
b. La redacción de los temas no siguen un orden lógico.

Como se puede apreciar en la tabla 68 y en su representación gráfica 32, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica, fue apropiado y le ayudó a entender el tema desarrollado. Mientras que 1 estudiante tomó la opción No, es decir que en la redacción se utiliza un lenguaje muy técnico.

5. ¿Las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, te permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	25
NO	3

Tabla 69. Realización de las actividades propuestas en la secuencia didáctica 7.



Gráfica 33. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de la explicación de los temas de la secuencia didáctica 7.

Como se puede apreciar en la tabla 69 y en su representación gráfica 33, 25 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, les permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas. Mientras que 3 estudiantes tomaron la opción No, es decir que las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica no les permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen



---

faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

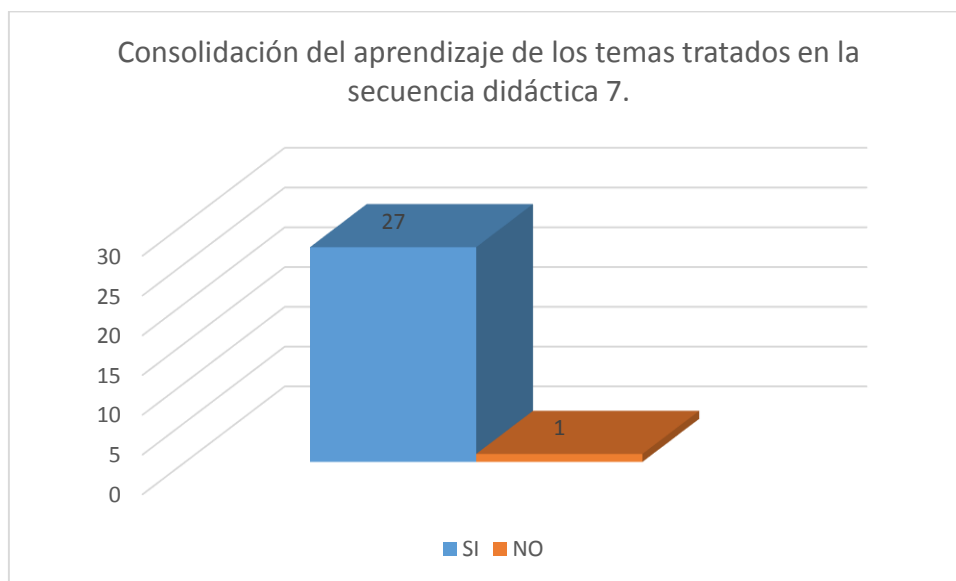
¿Por qué?

- “Estaba bien explicado los pasos, bien todo”.
- “Estuvo fácil de entender”.
- “Me ayudó a conocer más el tema”.
- “Entendí y razone”.
- “Si porque ya se, de que se trata y como puedo trabajar”.
- “Estaban muy claros los conceptos, ejemplos todos con sus pasos”.
- “Porque todas las actividades estaban bien explicadas”.
- “Aprendí mucho sobre las secuencias”.
- “La explicación fue solo un breve repaso, luego había que razonar y tratar de comprender lo que estaba pidiendo”.
- “Apliqué todos los conceptos de la secuencia didáctica”.
- “Son rápidos y fáciles de entender”.
- “Porque estaban las fórmulas y la explicación de cómo realizar”.
- “Porque unas estuvieron confusas y necesitamos ayuda del profesor”.
- “No las entendí”.

6. ¿El desarrollo de la secuencia didáctica, te ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 70. Aprendizaje de los temas tratados en la secuencia didáctica 7.



Gráfica 34. Estudiantes que consolidaron su aprendizaje, de los temas tratados en la secuencia didáctica 7.

Como se puede apreciar en la tabla 70 y en su representación gráfica 34, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el desarrollo de la secuencia didáctica, les ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que el desarrollo de la secuencia didáctica, no le ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen

faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

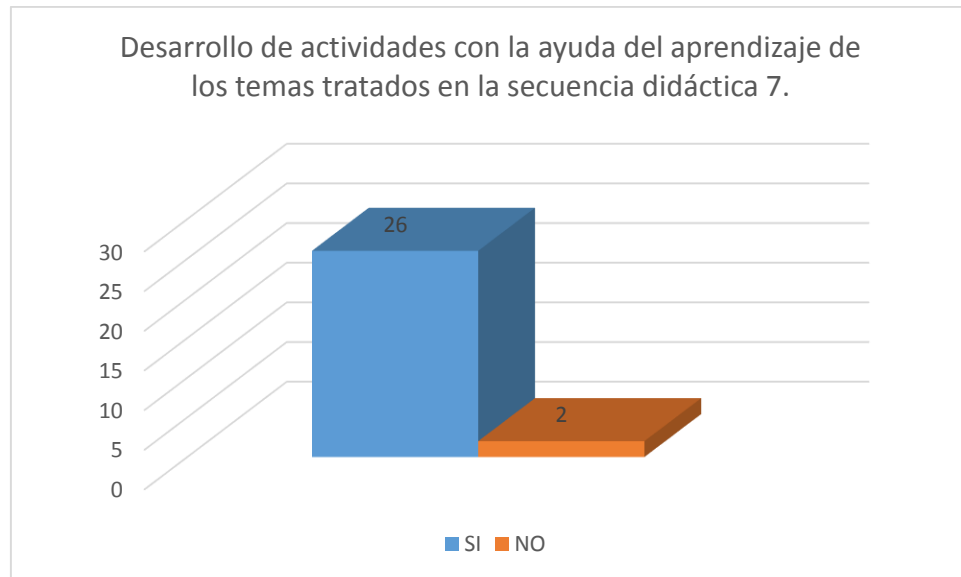
¿Por qué?

- “Es necesario”.
- “Me ayudo a entender mejor lo tratado”.
- “Porque ayudó a reforzar sobre lo aprendido”.
- “Si porque estaba muy sencillo”.
- “Me ayudó mucho en cómo sacar más valores y como debemos trabajar en el programa”.
- “Había una explicación clara”.
- “Aprendí a realizar la medición del círculo”.
- “Porque desarrollando comprendí la aplicación de las fórmulas y de donde viene  $h$  y  $k$ ”.
- “Porque nos ayudó a recordar y nos facilitó el trabajo al momento de realizarlo”.
- “No las pude hacer bien”.

7. ¿El aprendizaje adquirido te ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	26
NO	2

Tabla 71. Aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 7.



Gráfica 35. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 7.

Como se puede apreciar en la tabla 71 y en su representación gráfica 35, 26 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el aprendizaje adquirido les ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica y apenas 2 estudiantes tomaron la opción No, es decir que el aprendizaje adquirido no les ayudó a resolver con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

- “Porque me pude guiar con los pasos dados”.



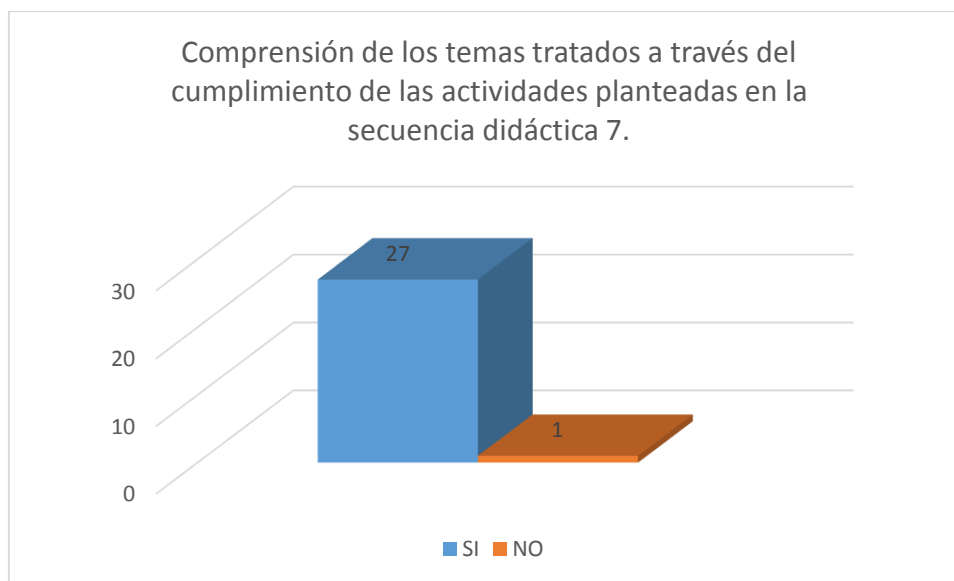


- “Porque pude realizar con éxito las actividades”.
- “Porque era comprensible”.
- “Me pareció el tema sencillo y fácil”.
- “Porque fuimos realizando todos los ejercicios siguiendo todos sus pasos”.
- “Todo seguía una secuencia y una explicación clara”.
- “Comprobé y todo estaba bien”.
- “Porque mediante las fórmulas desarrolle las actividades”.
- “Porque son parecidas a lo que se aprendió en clase y solo había que recordar para realizarlo”.
- “Algunas cosas no entendí”.

8. ¿Crees que el desarrollo de todas las actividades planteadas te ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 72. Comprensión de los temas tratados en la secuencia didáctica 7.



Gráfica 36. Estudiantes de comprendieron los temas tratados a través del cumplimiento de las actividades de la secuencia didáctica 7.

Como se puede apreciar en la tabla 72 y en su representación gráfica 36, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que el desarrollo de todas las actividades planteadas les ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que cree que el desarrollo de todas las actividades planteadas no le ayudó a comprender de mejor manera el tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

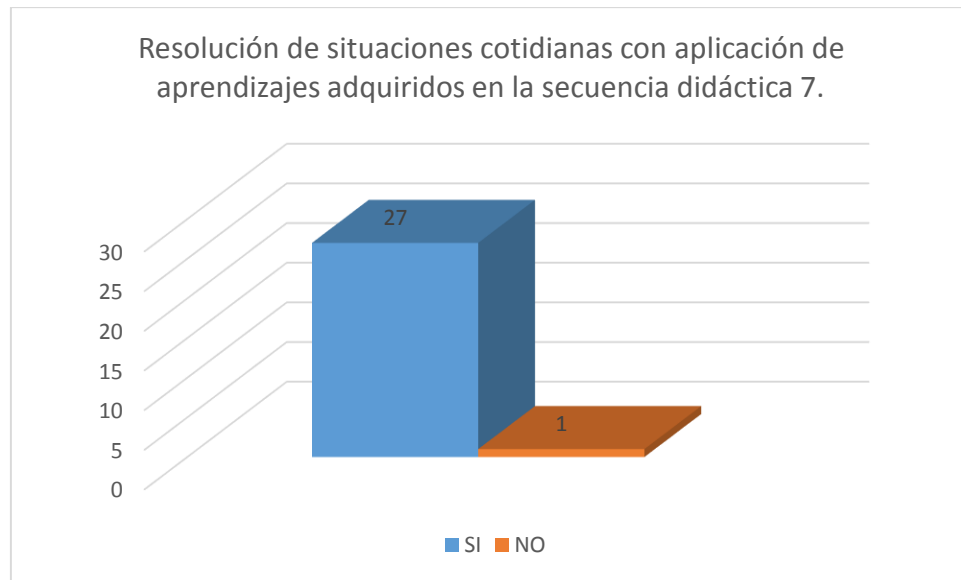
- “Es una secuencia que ayuda a entender”.

- “Porque refuerzan sobre el tema a aprender”.
- “Porque puedo plantear los ejercicios de manera precisa”.
- “Si porque ya entendí y pude hacer”.
- “Porque me divertí haciendo”.
- “Porque alguien que me pregunte sobre esto me desenvolveré con facilidad y ayudaré a la persona que no sepa”.
- “Porque gracias a la explicación pude realizar los ejercicios”.
- “Porque aprendí a desarrollar mejor este tema”.
- “Solo había que recordar y razonar”.
- “Porque con la práctica aprendí algunas fórmulas que van a servir más adelante”.
- “Nos explica de una manera más clara y concisa”.
- “No la entendí”.

9. ¿Crees que los aprendizajes adquiridos los puedas aplicar en la solución de alguna situación problemática de tu vida cotidiana?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	27
NO	1

Tabla 73. Aplicación de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 7.



Gráfica 37. Estudiantes que ven la aplicabilidad de los temas tratados en la secuencia didáctica 7.

Como se puede apreciar en la tabla 73 y en su representación gráfica 37, 27 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que los aprendizajes adquiridos los pueden aplicar en la solución de alguna situación problémica de sus vidas cotidianas y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que cree que los aprendizajes adquiridos no los pueden aplicar en la solución de alguna situación problémica de sus vidas cotidianas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?



- 
- “Es necesario para algún tipo de trabajo, en el que se ponga en práctica éstos temas”.
  - “Poniendo en práctica los aprendizajes se hace un gusto”.
  - “En aprender matemáticas”.
  - “Puedo saber el radio de la circunferencia”.
  - “Nos ayudará a resolver cualquier tipo de problemas”.
  - “Las matemáticas sirven para toda la vida”.
  - “No creo que realice este tema”.

Recomendaciones.

- “Más explicaciones en los temas”.
- “Más espacio para resolver los ejercicios”.
- “Seguir con las secuencias”.

#### ***3.2.2.4. Encuesta aplicada al finalizar la secuencia didáctica 8.***

Estimado estudiante:

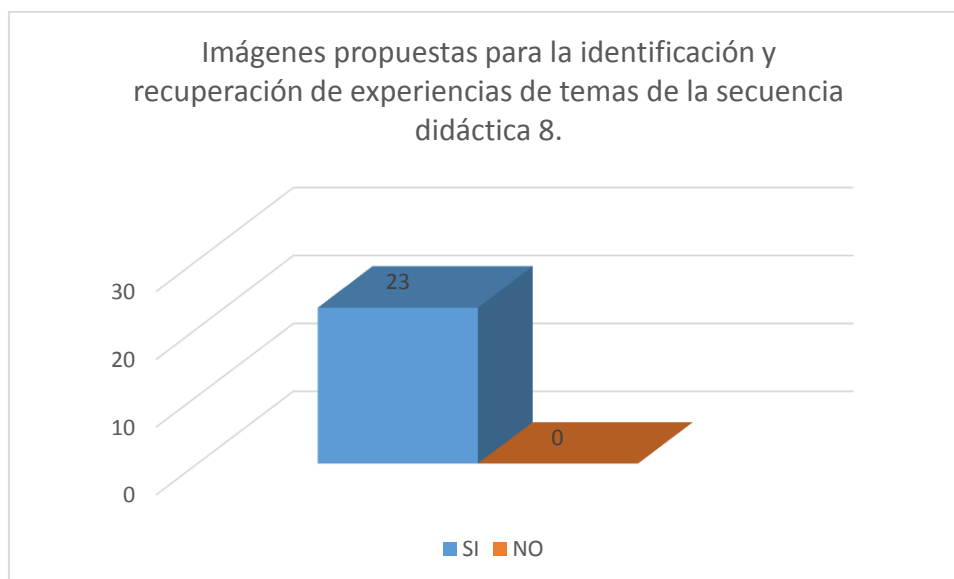
Le solicitamos responda la siguiente encuesta, por favor sea lo más sincero posible ya que sus manifestaciones serán de gran utilidad. Los datos que usted aporte serán confidenciales. Gracias.

Las siguientes preguntas están relacionadas con el tema tratado en la Secuencia didáctica 8 “Determinar las ecuaciones de las circunferencias asociadas a un círculo a partir de su ecuación”.

1. ¿Las imágenes propuestas al inicio de la secuencia didáctica 8, te ayudaron a identificar o recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia?

OPCIONES	Nº DE ENCUESTADOS
SI	23
NO	0

Tabla 74. Identificación y recuperación de experiencias a través de la visualización de imágenes de la secuencia didáctica 8.



Gráfica 38. Estudiantes que identifican y recuperan experiencias con las imágenes propuestas en la secuencia didáctica 8.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

a. Nunca has visto los objetos que están en las imágenes.

☐

b. No has tenido experiencias previas con las que puedas relacionar las imágenes.

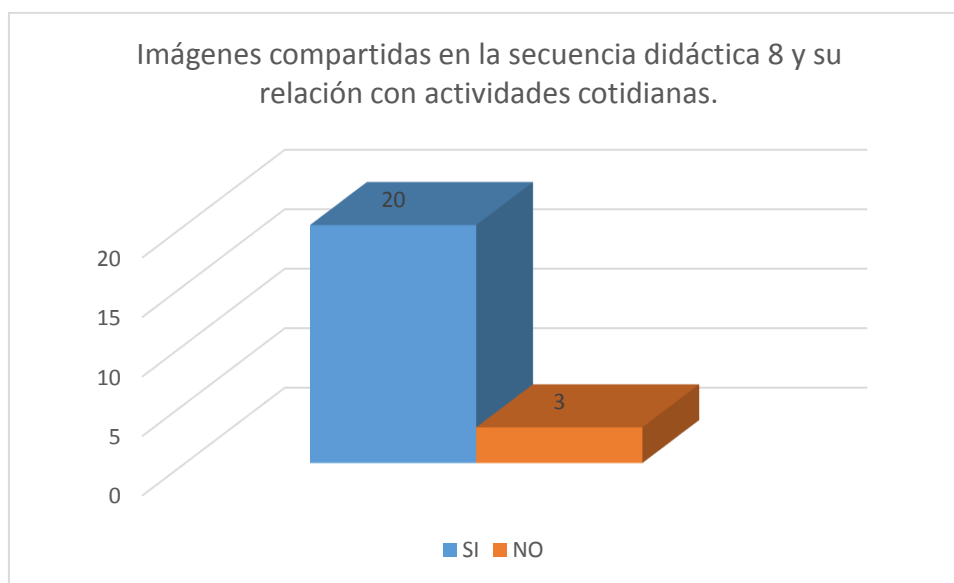
☐

Como se puede apreciar en la tabla 74 y en su representación gráfica 38, 23 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las imágenes propuestas al inicio de las secuencias didácticas les ayudaron a identificar y recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia.

2. ¿La explicación sobre las imágenes compartidas, te ayudaron a relacionar tus experiencias previas con actividades que realizas cotidianamente?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	20
NO	3

Tabla 75. Relación de experiencias con actividades cotidianas planteadas en la secuencia didáctica 8.



Gráfica 39. Estudiantes que relacionan las imágenes de la secuencia didáctica 8 con experiencias cotidianas.

Como se puede apreciar en la tabla 75 y en su representación gráfica 39, 20 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que la explicación sobre las imágenes

propuestas les ayudaron a relacionar sus experiencias previas con actividades que realizan cotidianamente y apenas 3 estudiantes tomaron la opción No, es decir que no relacionan las experiencias previas con las actividades que realiza cotidianamente.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

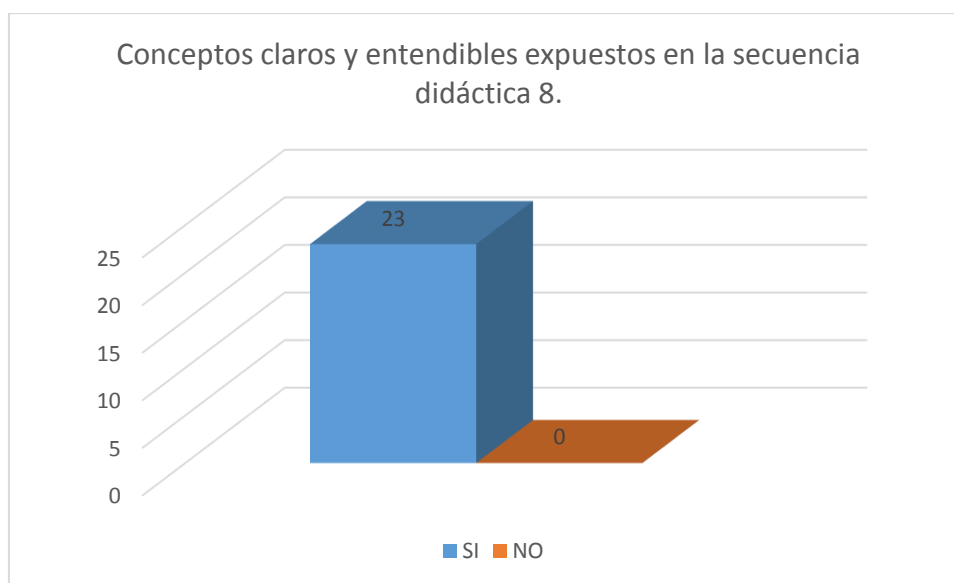
- “Porque está más claro y concreto”.
- “Son imágenes comunes”.
- “Porque viendo las imágenes nos ayuda a darnos cuenta de que tema trata”.
- “Porque son muy utilizados”.
- “Entendí más el tema”.
- “Aprendí un poco más sobre el tema realizado”.
- “Así se me hizo fácil”.
- “No realizo esas actividades”.

3. ¿Crees que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	23
NO	0

Tabla 76. Conceptos de temas tratados en la secuencia didáctica 8.





Gráfica 40. Estudiantes que entienden los conceptos expuestos en la secuencia didáctica 8.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones, concuerdas?

a. Los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico.

☐

b. La redacción de los conceptos no son claros.

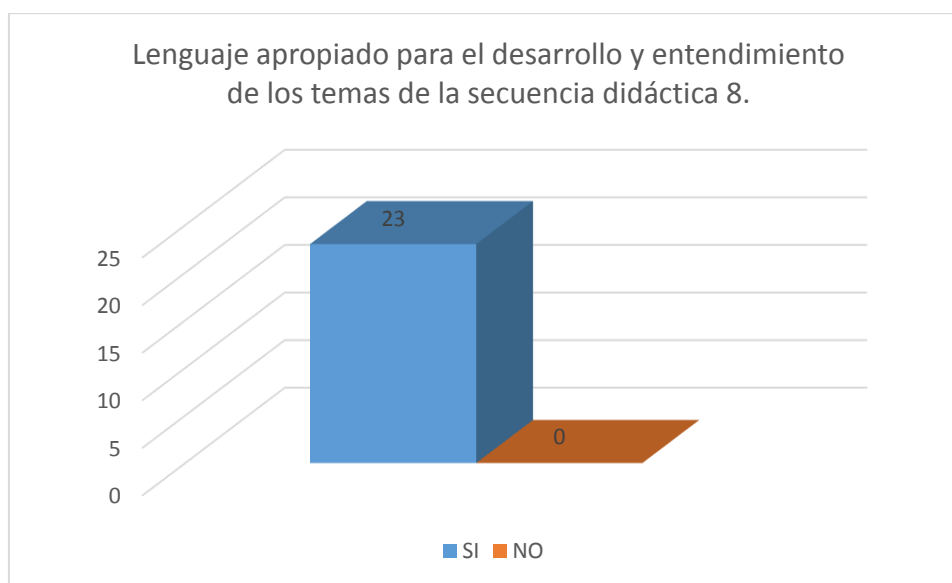
☐

Como se puede apreciar en la tabla 76 y en su representación gráfica 40, 23 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden.

4. ¿El lenguaje utilizado en el desarrollo de la secuencia didáctica, fue apropiado y te ayudó a entender el tema desarrollado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	23
NO	0

Tabla 77. Lenguaje claro y entendible utilizado en la secuencia didáctica 8.



Gráfica 41. Estudiantes que comprendieron el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica 8.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

a. En la redacción, se utiliza un lenguaje muy técnico.

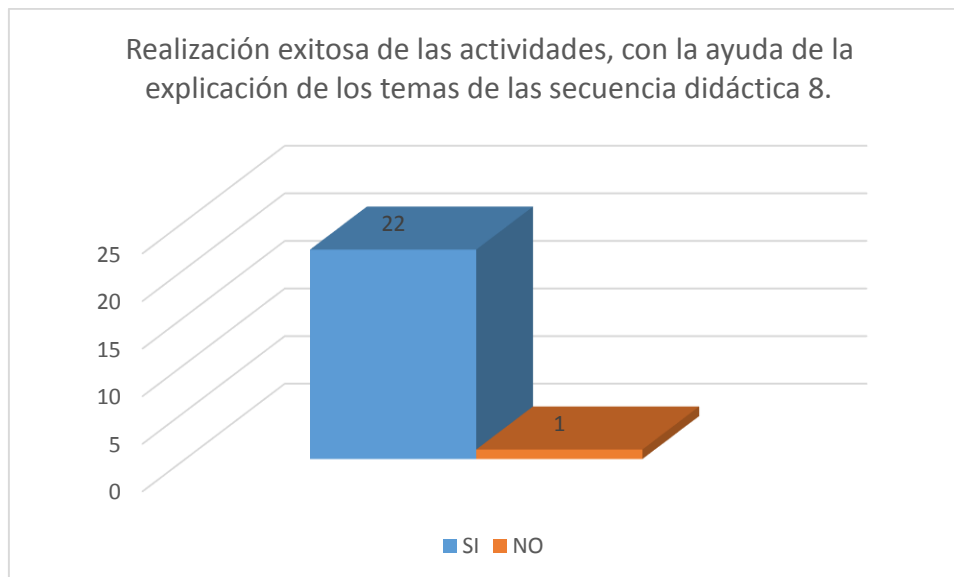
b. La redacción de los temas no siguen un orden lógico.

Como se puede apreciar en la tabla 77 y en su representación gráfica 41, 23 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica, fue apropiado y les ayudó a entender el tema desarrollado.

5. ¿Las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, te permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas?

OPCIONES	Nº DE ENCUESTADOS
SI	22
NO	1

Tabla 78. Realización de las actividades propuestas en la secuencia didáctica 8.



Gráfica 42. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de la explicación de los temas de la secuencia didáctica 8.

Como se puede apreciar en la tabla 78 y en su representación gráfica 42, 22 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, les permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas. Mientras que 1 estudiante tomó la opción No, es decir que las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica no le permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

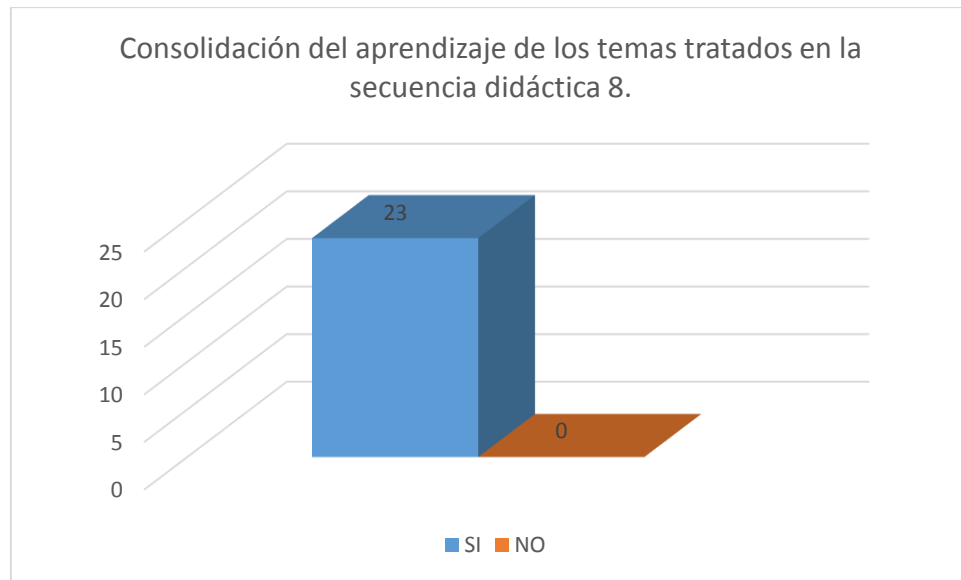


- “Gracias a las explicaciones realizamos bien, siguiendo sus pasos”.
- “Porque aprendí a realizar las ecuaciones de la circunferencia”.
- “Aprendí sobre el tema”.
- “Al principio no. Pero luego aprendí y comprendí mejor y si puede realizar”.
- “Si se me hizo fácil”.
- “Estaban dándonos valores para graficar y estaba clara”.
- “Porque están las fórmulas”.
- “Porque cada ejemplo tiene una explicación clara y concreta”.
- “Pude entender de lo que se trataba aunque en algunos ejercicios se complicó un poquito, pero de ahí todo bien”.
- “Porque no entendí muy bien el tema”.

6. ¿El desarrollo de la secuencia didáctica, te ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	23
NO	0

Tabla 79. Aprendizaje de los temas tratados en la secuencia didáctica 8.



Gráfica 43. Estudiantes que consolidaron su aprendizaje, de los temas tratados en la secuencia didáctica 8.

Como se puede apreciar en la tabla 79 y en su representación gráfica 43, 23 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el desarrollo de la secuencia didáctica, les ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

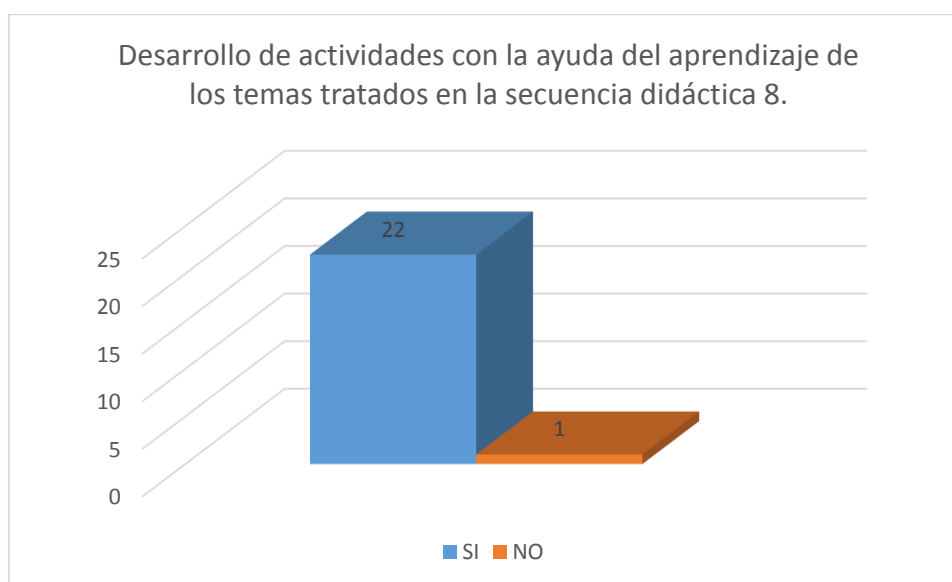
- “Hay algunas cosas que no recordaba bien y esto me ayudó a recordar”.
- “Las explicaciones son claras”.
- “Porque mediante los ejemplos planteados, pude realizar las demás actividades”.

- “Porque haciendo entendimos más el tema”.
- “Porque están los ejercicios explicados, paso por paso”.
- “Porque me enseñó a cómo hacer un ejercicio con la circunferencia”.
- “Si se me hizo más fácil con la ayuda del programa”.
- “Al inicio me pareció difícil pero no fue así”.
- “Pude reforzar los conocimientos”.

7. ¿El aprendizaje adquirido te ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	22
NO	1

Tabla 80. Aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 8.



Gráfica 44. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 8.



Como se puede apreciar en la tabla 80 y en su representación gráfica 44, 22 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el aprendizaje adquirido les ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que el aprendizaje adquirido no le ayudó a resolver con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

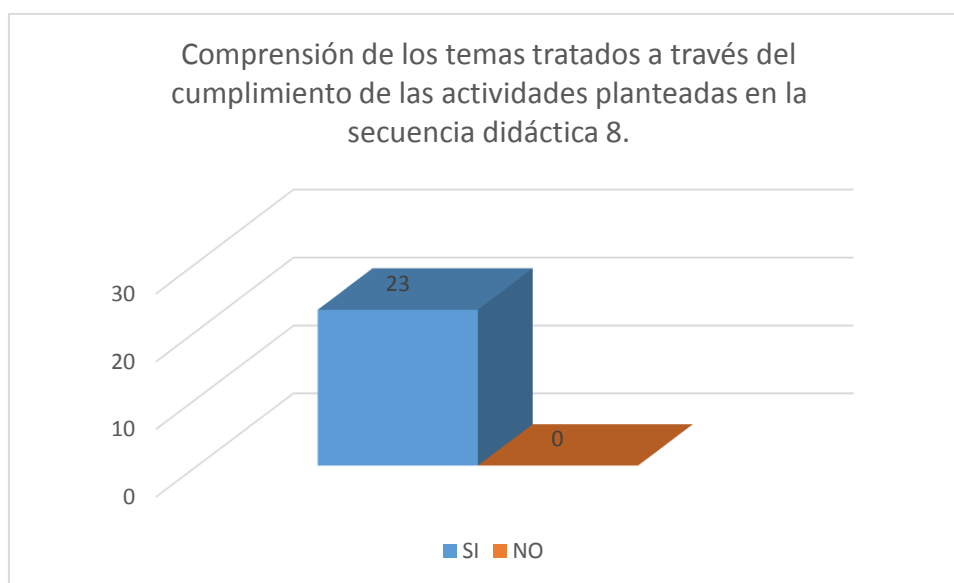
¿Por qué?

- “Porque entendí todo, está fácil”.
- “Si me ayudó a resolver”.
- “Al inicio era difícil porque no sabía”.
- “Porque me ayudó a cómo manejar más el programa”.
- “Porque las fórmulas son claras y entendibles”.
- “Porque los temas si se entienden como para poder realizarlos”.
- “Porque mediante la actividad fui practicando más”.
- “No tuve problemas”.
- “Se entendió, están muy claros los ejemplos”.
- “Algunos estaban muy complicados de resolver”.

8. ¿Crees que el desarrollo de todas las actividades planteadas te ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	23
NO	0

Tabla 81. Comprensión de los temas tratados en la secuencia didáctica 8.



Gráfica 45. Estudiantes de comprendieron los temas tratados a través del cumplimiento de las actividades de la secuencia didáctica 8.

Como se puede apreciar en la tabla 81 y en su representación gráfica 45, 23 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que el desarrollo de todas las actividades planteadas les ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

- “Los conceptos estaban claros”.



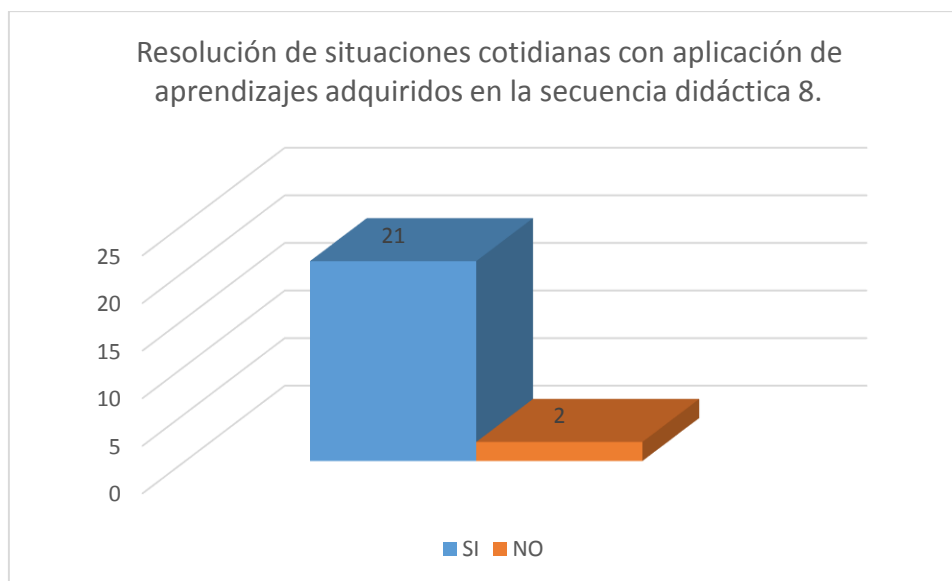


- “Era muy fácil”.
- “Los ejemplos fueron muy claros y bien explicados”.
- “Porque con la práctica pude y entendiendo de mejor manera”.
- “Porque practicamos mientras estudiamos mejor el tema”.
- “Son ejercicios no muy complicados”.
- “Porque refuerzan lo aprendido”.
- “Si porque interactuamos diariamente”.
- “Sé cómo realizar los ejercicios”.
- “Resolver todo me ayudó en mucho”.

9. ¿Crees que los aprendizajes adquiridos los puedas aplicar en la solución de alguna situación problemática de tu vida cotidiana?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	21
NO	2

Tabla 82. Aplicación de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 8.



Gráfica 46. Estudiantes que ven la aplicabilidad de los temas tratados en la secuencia didáctica 8.

Como se puede apreciar en la tabla 82 y en su representación gráfica 46, 21 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que los aprendizajes adquiridos los pueden aplicar en la solución de alguna situación problémica de sus vidas cotidianas y apenas 2 estudiantes tomaron la opción No, es decir que creen que los aprendizajes adquiridos no los pueden aplicar en la solución de alguna situación problémica de sus vidas cotidianas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

- “Pueden ayudarme a realizar actividades”.



- 
- “Si porque está fácil y sencillo”.
  - “Porque sé cómo manejar el programa y enseñar a los demás”.
  - “Podemos utilizarlo en algún momento”.
  - “Porque así podría saber un radio de la llanta de una bicicleta, carro”.
  - “Porque no creo que sea muy importante dentro de la vida diaria”.

Recomendaciones.

- “Seguir con la misma actitud de enseñar”.
- “No poner temas muy difíciles”.

#### **3.2.2.5. Encuesta aplicada al finalizar la secuencia didáctica 9.**

Estimado estudiante:

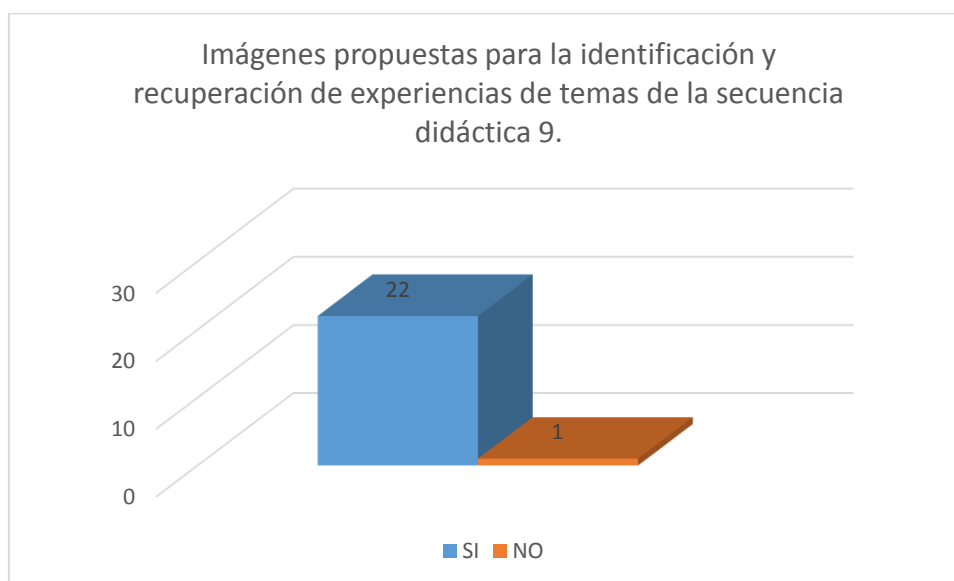
Le solicitamos responda la siguiente encuesta, por favor sea lo más sincero posible ya que sus manifestaciones serán de gran utilidad. Los datos que usted aporte serán confidenciales. Gracias.

Las siguientes preguntas están relacionadas con el tema tratado en la Secuencia didáctica 9 “Determinar los puntos de intersección entre rectas y círculos y entre círculos mediante la solución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales”.

1. ¿Las imágenes propuestas al inicio de la secuencia didáctica 9, te ayudaron a identificar o recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	22
NO	1

Tabla 83. Identificación y recuperación de experiencias a través de la visualización de imágenes de la secuencia didáctica 9.



Gráfica 47. Estudiantes que identifican y recuperan experiencias con las imágenes propuestas en la secuencia didáctica 9.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

- a. Nunca has visto los objetos que están en las imágenes. ☐
- b. No has tenido experiencias previas con las que puedas relacionar las imágenes. ☒

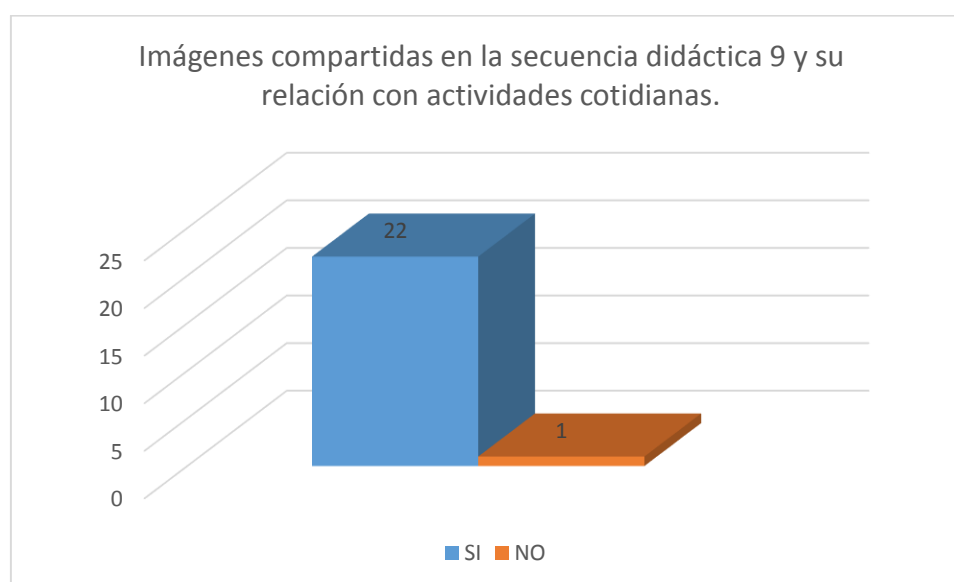
Como se puede apreciar en la tabla 83 y en su representación gráfica 47, 22 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las imágenes propuestas al inicio de las secuencias didácticas les ayudaron a identificar y recuperar experiencias con el tema

desarrollado en dicha secuencia y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que no ha tenido experiencia previa con las que pueda relacionar las imágenes.

2. ¿La explicación sobre las imágenes compartidas, te ayudaron a relacionar tus experiencias previas con actividades que realizas cotidianamente?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	22
NO	1

Tabla 84. Relación de experiencias con actividades cotidianas planteadas en la secuencia didáctica 9.



Gráfica 48. Estudiantes que relacionan las imágenes de la secuencia didáctica 9 con experiencias cotidianas.

Como se puede apreciar en la tabla 84 y en su representación gráfica 48, 22 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que la explicación sobre las imágenes propuestas les ayudaron a relacionar sus experiencias previas con actividades que



realizan cotidianamente y apenas 1 estudiante tomó la opción No, es decir que no relaciona las experiencias previas con las actividades que realiza cotidianamente.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

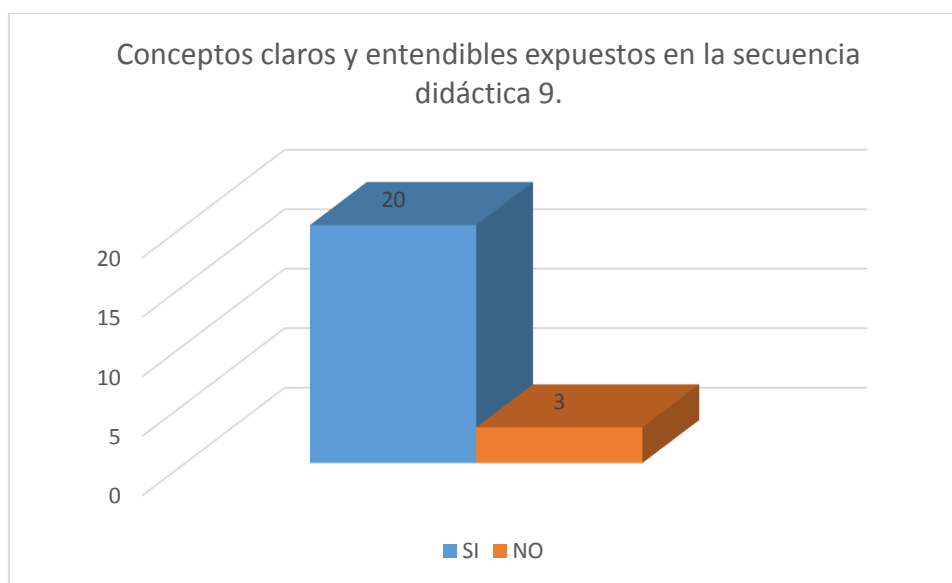
¿Por qué?

- “Porque he visto y he trabajado sin darme cuenta”.
- “Porque lo ocupamos diario en todo”.
- “Si me ayudaron”.
- “Algunos como es la rueda de los alimentos se da todos los días”.
- “Porque eran claros y específicos”.
- “Porque pude relacionar con lo que voy a aprender”.
- “Son imágenes muy utilizadas en nuestra vida”.
- “Porque desconozco el tema”.

3. ¿Crees que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	20
NO	3

Tabla 85. Conceptos de temas tratados en la secuencia didáctica 9.



Gráfica 49. Estudiantes que entienden los conceptos expuestos en la secuencia didáctica 9.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones, concuerdas?

a. Los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico.

1

b. La redacción de los conceptos no son claros.

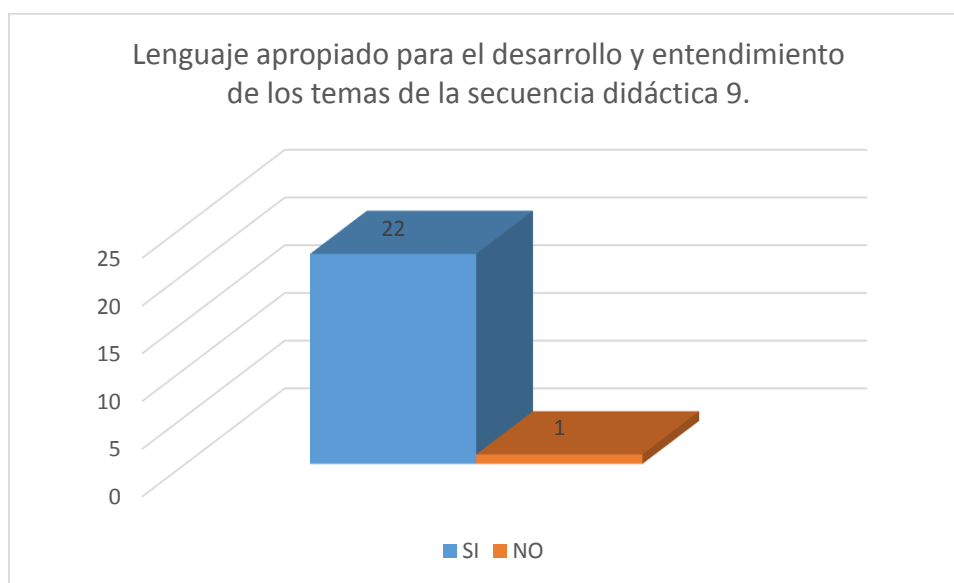
2

Como se puede apreciar en la tabla 85 y en su representación gráfica 49, 20 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden. Mientras que 3 estudiantes tomaron la opción No, es decir que consideran que los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico y que la redacción de los conceptos, no son claros.

4. ¿El lenguaje utilizado en el desarrollo de la secuencia didáctica, fue apropiado y te ayudó a entender el tema desarrollado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	22
NO	1

Tabla 86. Lenguaje claro y entendible utilizado en la secuencia didáctica 9.



Gráfica 50. Estudiantes que comprendieron el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica 9.

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

a. En la redacción, se utiliza un lenguaje muy técnico.

1

b. La redacción de los temas no siguen un orden lógico.

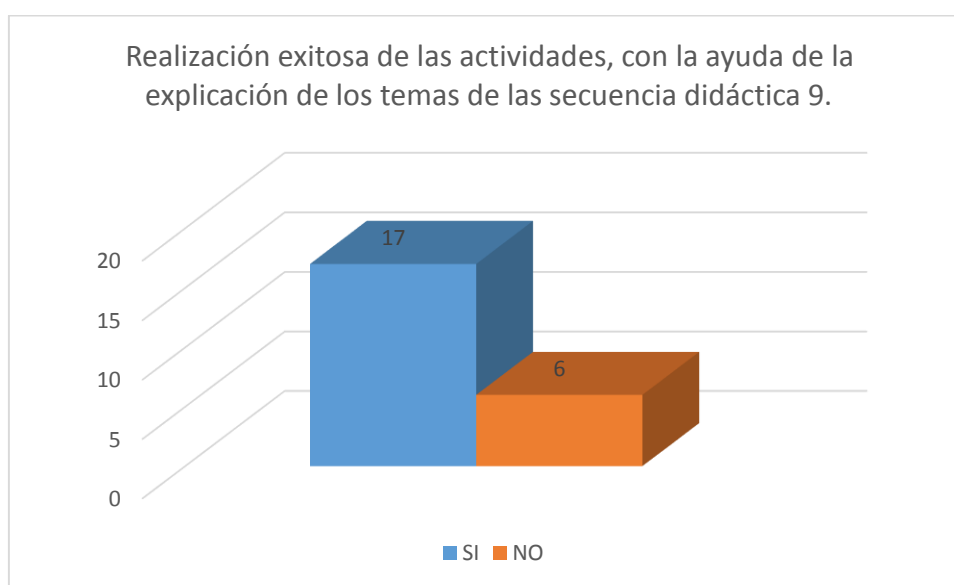
Como se puede apreciar en la tabla 86 y en su representación gráfica 50, 22 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el lenguaje utilizado en la secuencia didáctica, fue apropiado y les ayudó a entender el tema desarrollado. Mientras que 1 estudiante tomó la opción No, es decir que en la redacción se utiliza un lenguaje muy técnico.



5. ¿Las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, te permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas?

OPCIONES	Nº DE ENCUESTADOS
SI	17
NO	6

Tabla 87. Realización de las actividades propuestas en la secuencia didáctica 9.



Gráfica 51. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de la explicación de los temas de la secuencia didáctica 9.

Como se puede apreciar en la tabla 87 y en su representación gráfica 51, 17 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, le permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas. Mientras que 6 estudiantes tomaron la opción No, es decir que las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica no les permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas.

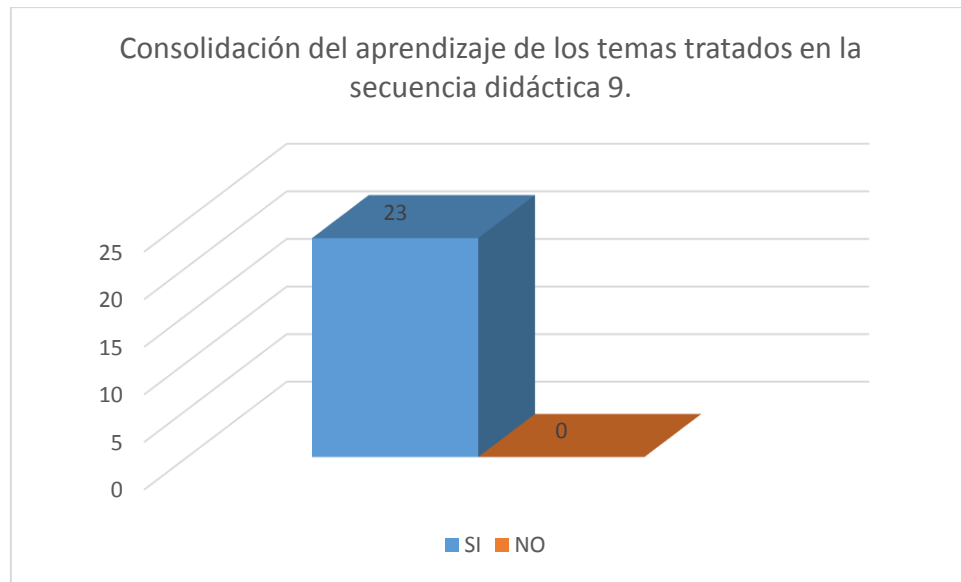
Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

- “Porque me explica paso a paso como resolver los ejercicios y me da las fórmulas”.
  - “Eran conceptos claros”.
  - “Los ejemplos y actividades puestas son muy claras y concretas”.
  - “Para saber cómo reemplazar”.
  - “Si me ayudaron mucho”.
  - “Pude realizar los ejercicios”.
  - “Porque encontré ciertas dificultades”.
  - “No pude entender algunos temas”.
  - “Estaba un poco complicado”.
  - “En algunos tuve pocos problemas en resolver”.
6. ¿El desarrollo de la secuencia didáctica, te ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	23
NO	0

Tabla 88. Aprendizaje de los temas tratados en la secuencia didáctica 9.



Gráfica 52. Estudiantes que consolidaron su aprendizaje, de los temas tratados en la secuencia didáctica 9.

Como se puede apreciar en la tabla 88 y en su representación gráfica 52, 23 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el desarrollo de la secuencia didáctica, les ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

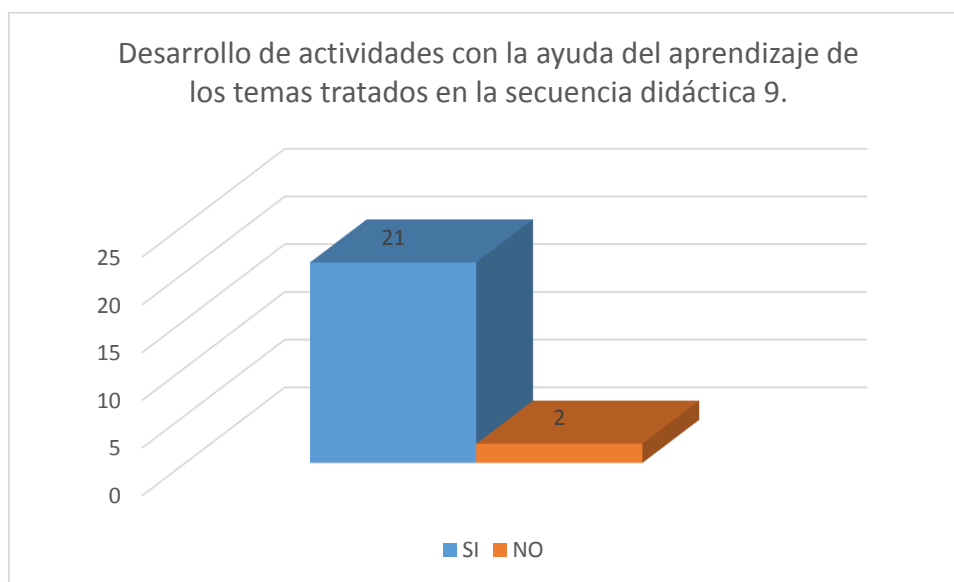
- “Porque aprendí a realizar los ejercicios”.
- “Son temas ya tratados anteriormente”.
- “Si porque aprendí más”.
- “Entendí todo”.

- “Si me sirvieron de mucha ayuda”.
- “Poder realizar lo que me propuse”.
- “Hay algunas cosas que no recordaba bien y esto me ayuda a recordar”.
- “Realizamos entre dos personas y fue más fácil”.
- “Eran los ejercicios claros”.

7. ¿El aprendizaje adquirido te ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	21
NO	2

Tabla 89. Aprendizaje adquirido en la secuencia didáctica 9.



Gráfica 53. Estudiantes que desarrollaron las actividades con la ayuda de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 9.

Como se puede apreciar en la tabla 89 y en su representación gráfica 53, 21 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que el aprendizaje adquirido les ayudó a



---

realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica y apenas 2 estudiantes tomaron la opción No, es decir que el aprendizaje adquirido no les ayudó a resolver con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

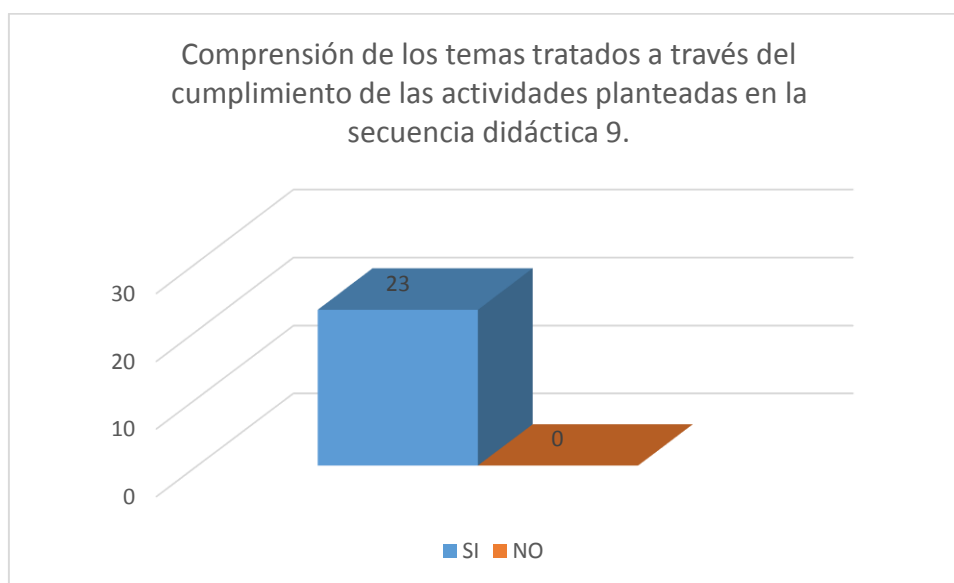
¿Por qué?

- “Porque me ayudó a mejorar y a realizar las actividades”.
- “No eran muy complicados”.
- “Nos dan los valores exactos y cómo debemos hacer la gráfica en el programa Geogebra”.
- “Aprendí más”.
- “No tuve ningún problema”.
- “Por la explicación de los folletos”.
- “Fue muy bien cómo lo explicó, y no se nos complica mucho al momento de realizar las actividades”.
- “Porque si las entendí”.
- “Porque pude ir aprendiendo más con la práctica”.
- “No entendí algunas cosas”.

8. ¿Crees que el desarrollo de todas las actividades planteadas te ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	23
NO	0

Tabla 90. Comprensión de los temas tratados en la secuencia didáctica 9.



Gráfica 54. Estudiantes de comprendieron los temas tratados a través del cumplimiento de las actividades de la secuencia didáctica 9.

Como se puede apreciar en la tabla 90 y en su representación gráfica 54, 23 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que el desarrollo de todas las actividades planteadas les ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?

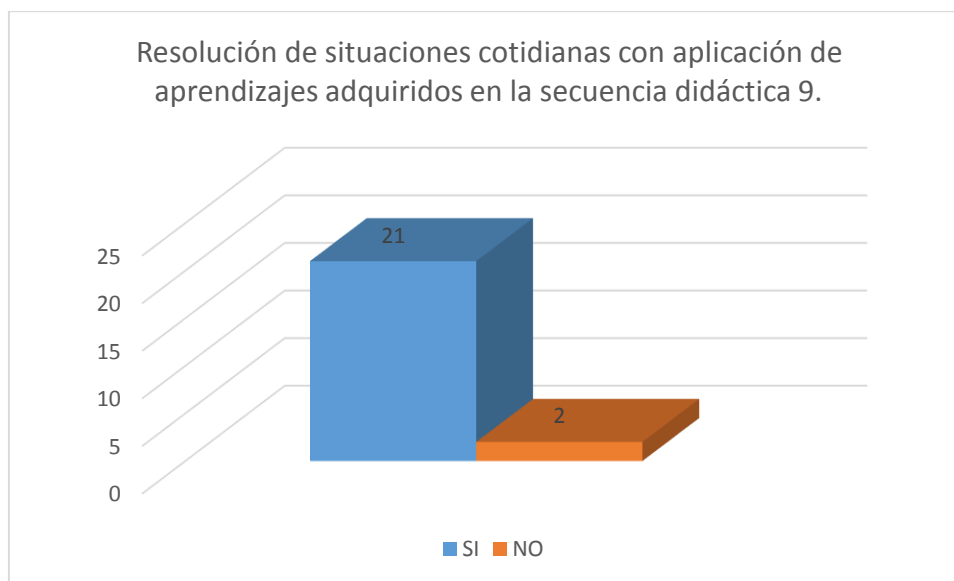
- “Porque mientras iba realizando las actividades iba comprendiendo más”.

- “Porque entendí todo de mejor manera”.
- “Son ecuaciones y todo estamos viendo en matemática”.
- “Pude realizar lo que me pidió”.
- “Si porque con estos aprendí mucho”.
- “Mientras más hago más aprendo el programa”.
- “Porque en algunas partes no comprendes bien los pasos y cuando lo realizas tú mismo entiendes de mejor manera”.
- “Porque al realizarlas use todo lo aprendido”.

9. ¿Crees que los aprendizajes adquiridos los puedas aplicar en la solución de alguna situación problemática de tu vida cotidiana?

OPCIONES	N° DE ENCUESTADOS
SI	21
NO	2

Tabla 91. Aplicación de los aprendizajes adquiridos en la secuencia didáctica 9.



Gráfica 55. Estudiantes que ven la aplicabilidad de los temas tratados en la secuencia didáctica 9.

Como se puede apreciar en la tabla 91 y en su representación gráfica 55, 21 estudiantes tomaron la opción Sí, es decir que creen que los aprendizajes adquiridos los pueden aplicar en la solución de alguna situación problémica de sus vidas cotidianas y apenas 2 estudiantes tomaron la opción No, es decir que creen que los aprendizajes adquiridos no los pueden aplicar en la solución de alguna situación problémica de sus vidas cotidianas.

Dentro de esta pregunta se dio la posibilidad a los estudiantes encuestados de explicar el ¿Por qué? de sus respuestas, lo cual se pone a consideración, si aparecen faltas ortográficas o errores en la redacción, es porque las siguientes expresiones fueron tomadas de forma textual.

¿Por qué?





- 
- “Porque en las pruebas que nos toman en el colegio se necesitan de estas fórmulas y algunas no las comprendía bien pero realizando estas actividades las comprendí”.
  - “En la resolución de problemas con circunferencias”.
  - “Son métodos muy comunes en nuestra vida”.
  - “Si tengo algún problema lo aplicaría”.
  - “En alguna otra ocasión me puede servir”.
  - “Son cosas que muchas veces utilizamos pero sin darnos cuenta”.
  - “No creo que utilice esto”.

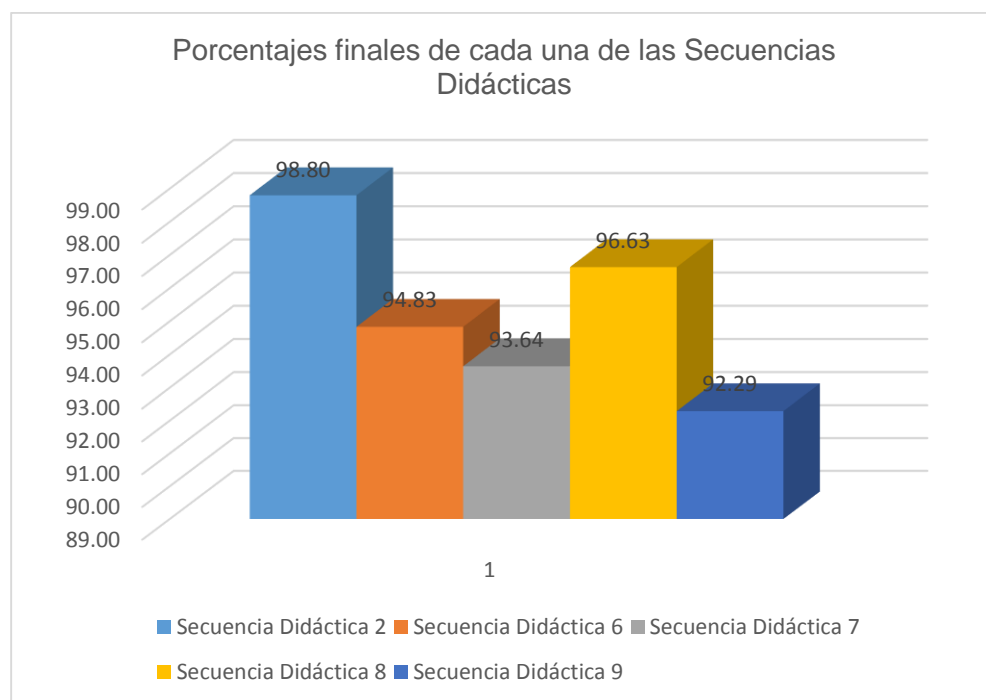
#### Recomendaciones.

- “Detallar los conceptos y fórmulas un poco más.”
- “Todo está muy bien y supe cómo realizar lo que nunca aprendí”.
- “Seguir con este procedimiento”.

A continuación se presenta un cuadro de resumen de los porcentajes obtenidos por pregunta de las encuestas aplicadas a los estudiantes después del desarrollo por completo de las secuencias didácticas.

SECUENCIAS DIDÁCTICAS	Pregunta 1	pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7	Pregunta 8	Pregunta 9	Porcentaje Final
	Porcentajes									
Secuencia Didáctica 2	96	96	100	100	100	100	96	100	100	98.80
Secuencia Didáctica 6	100	93	96	96	82	100	89	96	100	94.83
Secuencia Didáctica 7	89	89	96	96	89	96	93	96	96	93.64
Secuencia Didáctica 8	100	87	100	100	96	100	96	100	91	96.63
Secuencia Didáctica 9	96	96	87	96	74	100	91	100	91	92.29

Tabla 92. Porcentajes por secuencias didácticas y porcentaje final.



Gráfica 56. Representación de los porcentajes finales por secuencias didácticas.

Como se puede apreciar en la tabla 92 y en su representación en la gráfica 56, la Secuencia Didáctica que tiene mayor aceptación entre los estudiantes es la



---

Secuencia Didáctica 2, pues consta con la aprobación del 98.80% de los estudiantes encuestados, mientras que la Secuencia Didáctica 6 tiene un 94.83% de aprobación entre los estudiantes encuestados, la Secuencia Didáctica 7 tiene un 93.64% de aprobación entre los estudiantes encuestados, la Secuencia Didáctica 8 tiene un 96.63% de aprobación entre los estudiantes encuestados y la Secuencia Didáctica 9 es la que tiene la menor aceptación pues consta con la aprobación del 92.29% de los estudiantes encuestados.

Por lo tanto, se puede concluir que debido a los resultados sobresalientes obtenidos en las encuestas aplicadas a cada uno de los estudiantes al término de cada una de las Secuencias Didácticas, éstas quedan debidamente validadas por y para el grupo de estudiantes del 2° Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”.



---

## CAPÍTULO 4

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 4.1. Conclusiones.

- Se puede mejorar el nivel de aprendizaje de los estudiantes, siempre que se conozca de cerca el contexto en el cual se desarrolla éste, pues solo ese conocimiento permite al docente aplicar métodos, estrategias y técnicas adecuadas dentro del aula de clase para lograr un aprendizaje efectivo.
- Se puede combatir el desinterés que existe por parte de los estudiantes en aprender matemática específicamente los temas concernientes a la ecuación de la recta y de la circunferencia, presentado dichos temas de una forma dinámica, activa que permita a los estudiantes involucrarse y comprometerse de forma directa con su aprendizaje.
- La aplicación de nuevos recursos didácticos como lo son las secuencias didácticas dentro del proceso de aprendizaje, resultan atractivas e interesantes para los estudiantes.
- La utilización de un software educativo como lo es Geogebra motiva e incentiva a los estudiantes, pues la utilización de Geogebra genera el desarrollo de nuevas destrezas mentales y motrices, desarrollando de esta manera su creatividad.
- El aprendizaje basado en la teoría social-cognitiva, presenta mejores resultados que un aprendizaje individualista y competitivo en este caso en particular.



---

#### **4.2. Recomendaciones.**

- Se recomienda conocer el contexto dentro del cual se desarrolla el estudiante para poder entender su forma de pensar y de esta manera aplicar métodos, técnicas y estrategias adecuadas que ayuden a mejorar el proceso de aprendizaje.
- Cuando se elabora una secuencia didáctica es necesario que las actividades de apertura, desarrollo y cierre, en medida de lo posible, estén debidamente contextualizadas, pues esto permite que el estudiante se sienta familiarizado con la destreza con criterio de desempeño a ser abordada.
- Se recomienda al usuario leer con atención y realizar paso a paso todas y cada una de las actividades propuestas en las secuencias didácticas.
- Es necesario contar siempre con la presencia del docente en la aplicación de las secuencias didácticas, para que despeje cualquier inquietud o duda de parte de los estudiantes.
- Se recomienda al docente estar en contacto continuo con los estudiantes, pues es el responsable guiar y hacer el seguimiento de los avances de las actividades planteadas en las secuencias didácticas y brindar el refuerzo correspondiente en caso de ser necesario.



---

## BIBLIOGRAFÍA

- Bransford, Jhon, Ann L. Brown y Rodney R. Cocking. «How people learn: Brain, mind experience and school.» *National Academy Press* (1999): 10.
- Bernaveu, M y Quintana, A., (2004). Dirección del proceso del aprendizaje de las asignaturas priorizadas. Matemática. En: Seminario nacional para educadores, Noviembre de 2004
- Cassina, S y A Iturbe. *Construcciones geométricas con un software*. Argentina: Miño y Dávila, 2000.
- Castellanos, D. (1999). Centro De Estudios Educativos. Investigación: El Cambio Educativo En La Secundaria Básica: Grupo De Aprendizaje: Aprendizaje Desarrollador: Dimensiones, Sub-Dimensiones e Indicadores.
- Connally, Hughes-Hallet, Gleason, et al. *Functions Modeling Change, A preparation for Calculus*. John Wiley & Sons, Inc. USA. 2000.
- Cortés, Carlos Eduardo. «Herramientas para validar.» San José: Mimeo, 1993. 2,3,4.
- Delgado, C. (2010). Universidad de Cuenca. Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación. Maestría en Docencia de las Matemáticas. Metodología de la Investigación.
- García, María. *EVOLUCIÓN DE ACTITUDES Y COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA AL INTRODUCIR GEOGEBRA EN EL AULA*. Almería, 01 de 01 de 2011.



- 
- Iturbe, Alicia, y otros. <http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/38.pdf>. 2012. 27 de 11 de 2013. <<http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/38.pdf>>.
  - Lehmann, Charles. *Geometría Analítica*. México: Limusa, 1988.
  - Maldonado, María Eugenia. *Teorías psicológicas del aprendizaje*. Cuenca: Universidad de Cuenca, 2001.
  - Merino, J. (2010). Universidad de Cuenca. Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de la Educación. Maestría en Docencia de las Matemáticas. Teorías Psicopedagógicas y Enfoques Metodológicos de la Enseñanza.
  - Ministerio de educación del Ecuador. *Actualización y fortalecimiento curricular de la educación general básica 2010*. Quito: Don Bosco, 2010.
  - Misset, Turner, Lotz. *Mathématiques, Déclit 2*. HACHETTE Education. Paris. 2004.
  - National commission on mathematics and science teaching for the 21 st century. «Before It's Too Late: A report to the nation from the National commission on mathematics and science teachingfor the 21 st century.» Ed. Jessup. Education publications center, 2000. 4.
  - Ortiz, Torres, E. (2001). El enfoque cognitivo del aprendizaje y la informática educativa en la Educación Superior. Congreso Internacional Online de Psicología Aplicada. Disponible en [<http://www.psicologiaonline.com/ciopa2001>]. Consultado el 15 de febrero 2002.



- 
- San Miguel. *Descripción metodológica para la elaboración de secuencias didácticas*. 01 de 10 de 2007. 14 de 11 de 2013.  
<[sanmiguel.cecyteg.edu.mx/.../MetodologiaSecuenciasdidacticas.pdf](http://sanmiguel.cecyteg.edu.mx/.../MetodologiaSecuenciasdidacticas.pdf)>.
  - Santos, Trigo. *La educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales*. Queretaro: México, 2007.
  - Subsecretaría de Educación e Investigación Tecnológicas. *Secuencia didáctica*. México: México, 2004.
  - Torres, P. (1999). *La Matemática Educativa, Vigotsky, y la manipulada ZDP ISPEJV*.
  - Vigotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psíquicos superiores*. Barcelona. Edición crítica.
  - wikipedia. *wikipedia*. s.f. 14 de 11 de 2013.  
<<http://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>>.
  - <http://www.slideshare.net/portafoliodeprofes/secuencia-didctica-6800012>





# ANEXOS

## Anexo 01 SECUENCIA DIDÁCTICA 1

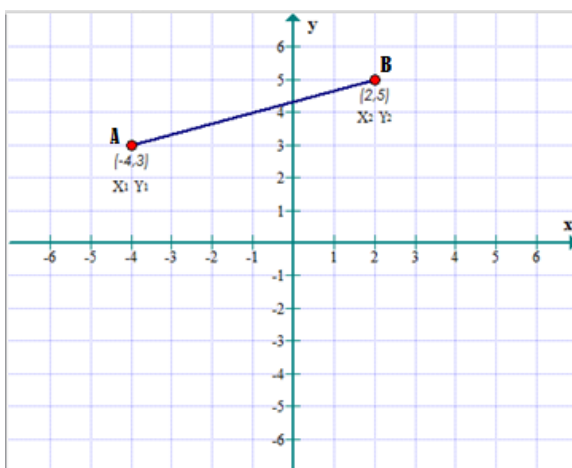
**Cómo calcular la pendiente de una recta si se conocen dos puntos de la misma.**

**Actividades de apertura.**

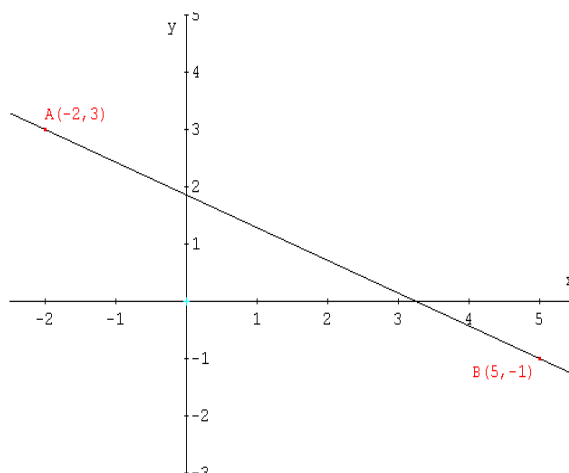


Al visitar hospitales, clínicas, dependencias públicas y privadas, centros comerciales, centros de abasto y las calles de la ciudad, es muy común encontrarnos con rótulos de señalización informativa o diferentes elementos que como se pueden apreciar en las imágenes anteriores. Ahora a través de la observación nacen las siguientes inquietudes: ¿Qué aspecto tienen en común éstas tres imágenes? Y ¿Dónde podemos apreciar otros elementos que tengan relación, con las imágenes presentadas?

Para poder trabajar con el tema planteado, recordaremos aspectos fundamentales y básicos como lo es, la ubicación de pares ordenados, conocidos también como puntos, dentro del plano cartesiano. La unión de éstos mediante una línea, representa un segmento de recta como se lo puede apreciar en la Gráfica 1. Segmento de recta y una recta como se aprecia en la Gráfica 2. Recta:



Gráfica 1. Segmento de recta.



Gráfica 2. Recta.

En cualquiera de los dos casos lo que se puede apreciar es que tanto el segmento de recta de la primera imagen como la recta indefinida de la segunda imagen tienen cierta inclinación sea ascendente o descendente, admirándolas siempre de derecha a izquierda.

Si la recta que une o pasa por dos puntos tiene cierta inclinación, ¿Con qué nombre se le conoce a ésta inclinación y qué representa?

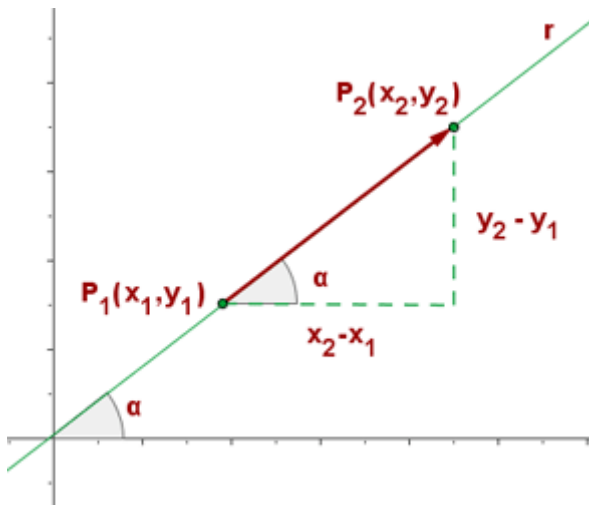
### Actividades de desarrollo.

Toda inclinación que represente un segmento de recta o recta que pase por dos puntos se la conoce con el nombre de "Pendiente".

La Pendiente de una recta se la designa con la letra  $m$  ( $m$  minúscula) y representa la inclinación que tiene ésta con respecto al eje de las abscisas también conocido como el eje de las "X", y es igual al cociente entre el desplazamiento vertical y el desplazamiento horizontal es decir:  $m = \frac{\text{desplazamiento vertical}}{\text{desplazamiento horizontal}}$

La Pendiente  $m$  de la recta representa la tangente del ángulo formado por la recta con el eje de las abscisas, es decir:  $m = \text{tg}(\alpha)$

### Cálculo de la pendiente.



Considerando lo expuesto anteriormente y desarrollando la expresión, podemos definir que:

Como:  $m = \text{tg}(\alpha)$

$$\text{y } \text{tg}(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

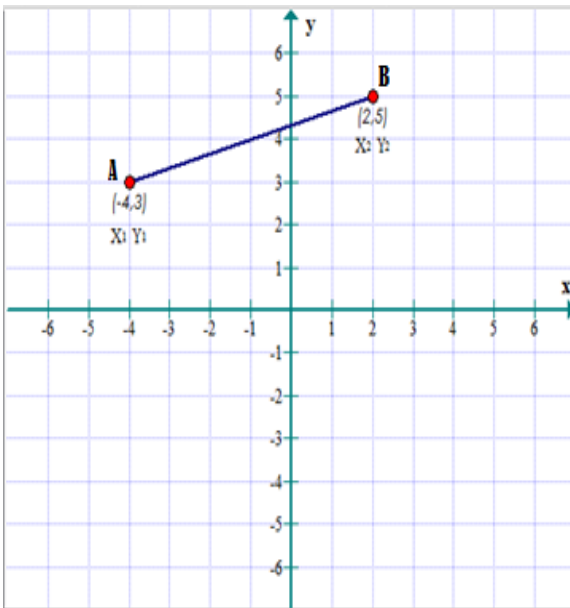
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Por lo tanto para encontrar la pendiente que pasa por dos puntos la fórmula es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Para realizar la demostración de dicha fórmula tomaremos la primera imagen propuesta y encontraremos el valor de la pendiente:

**Ejemplo1.** Encontrar la pendiente ( $m$ ) del segmento de recta que pasa por los puntos A (-4,3) y B (2,5).



Aplicando la fórmula:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Y reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos A y B en la fórmula obtenemos:

$$m = \frac{(5) - (3)}{(2) - (-4)}$$

$$m = \frac{2}{6}$$

Que simplificando tenemos:

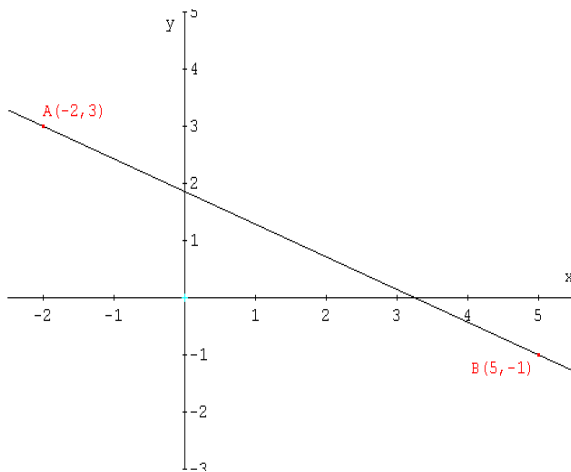
$$m = \frac{1}{3}$$

$$m = 0,333...$$

Lo que significa que si se tiene una superficie inclinada de pendiente  $m = \frac{2}{6}$ , se está desplazando 2 posiciones de forma ascendente y 6 posiciones de forma horizontal. Luego de simplificarla nos queda  $m = \frac{1}{3}$ , esta fracción muestra que se está desplazando 1 posición de forma ascendente y 3 posiciones de forma horizontal, como se puede apreciar, estos valores representan fracciones equivalentes, es decir, que representan el mismo valor. Si se fija el valor de la pendiente es positiva lo que indica que la recta es creciente, observándola de izquierda a derecha.

**Ejemplo 2.** Encontrar la pendiente ( $m$ ) del segmento de recta que pasa por los puntos A (-2,3) y B (5,-1)

Aplicando la fórmula:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



Y reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos A y B en la fórmula obtenemos:

$$m = \frac{(-1) - (3)}{(5) - (-2)}$$

$$m = \frac{-4}{7}$$

Es decir:

$$m = -\frac{4}{7}$$

$$m = -0,57$$

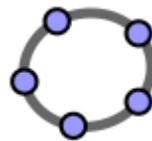
Lo que significa que si se tiene una superficie inclinada de pendiente  $m = -\frac{4}{7}$ , se está desplazando 4 posiciones de forma descendente y 7 posiciones de forma horizontal. Si se fija el valor de la pendiente en este caso es negativa lo que indica que la recta es decreciente, observándola de izquierda a derecha.

A continuación vamos a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con la ayuda de un software denominado **Geogebra**.

**Ejemplo1.** Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A (-4,3) y B (2,5).

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción **Entrada**.





Allí digita el primer par ordenado: A=(-4,3) y da un enter.

Digita ahora el segundo par ordenado: B=(2,5) y da un enter.

Nota que los valores ingresados en el software se los pueden apreciar tanto en la "vista algebraica" como en la "vista gráfica". Compruébalo sino lo aprecias, vuelve a repetir el proceso.

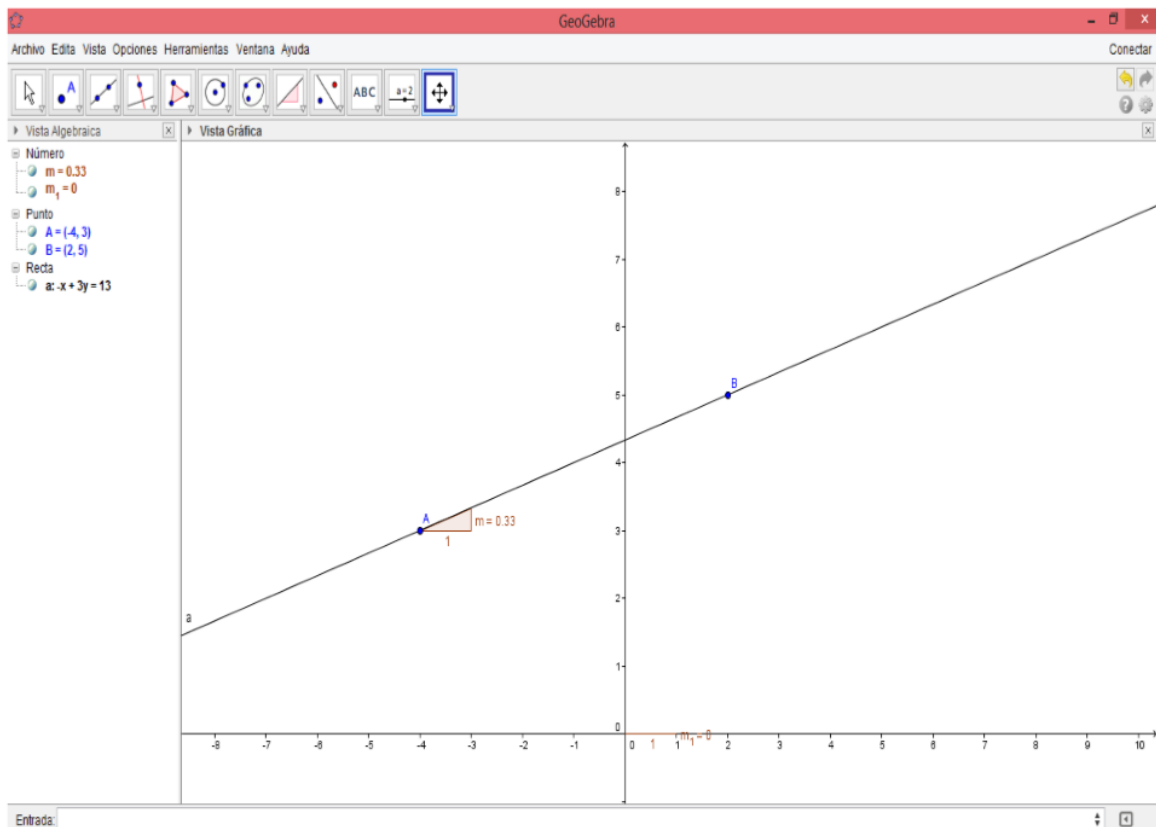
3. Dirígete a la **barra de herramientas**.



4. Toma la tercera opción, de un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones, toma la primera opción **Recta**. 
5. Una vez seleccionado dirígete con el mouse hacia el Punto A da un click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto B y da un click izquierdo, automáticamente se puede observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.
6. En la **barra de herramientas**, dirígete a la octava opción da un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones, toma la quinta opción **Pendiente**. 
- Da un click y se activa esta opción.
7. Una vez activa la opción, dirígete con el mouse hacia cualquiera de los dos puntos da un click izquierdo y automáticamente se te presenta en la vista gráfica el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B, dicho valor es de  $m=0,333\dots$ . Éste valor lo puedes comprobar en la vista algebraica.

Como se puede apreciar los valores y el signo de la pendiente coinciden, por lo tanto se demuestra que de forma matemática y con la ayuda de un software se puede resolver este tipo de ejercicios.

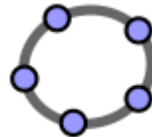
Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:



**Ejemplo 2.** Encontrar la pendiente ( $m$ ) del segmento de recta que pasa por los puntos A (-2,3) y B (5,-1)

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción **Entrada**.



Allí digita el primer par ordenado: A=(-2,3) y da un enter.

Digita ahora el segundo par ordenado: B=(5,-1) y da un enter.

Nota que los valores ingresados en el software se los pueden apreciar tanto en la “vista algebraica” como en la “vista gráfica”. Compruébalo sino lo aprecias vuelve a repetir el proceso.

3. Dirígete a la **barra de herramientas**.



4. Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones, toma la primera opción **Recta**.

5. Una vez seleccionado dirígete con el mouse hacia el Punto A da un click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto B y da un click izquierdo, automáticamente se puede observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.

6. En la **barra de herramientas**, dirígete a la octava opción da un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones, toma la quinta opción **Pendiente**.

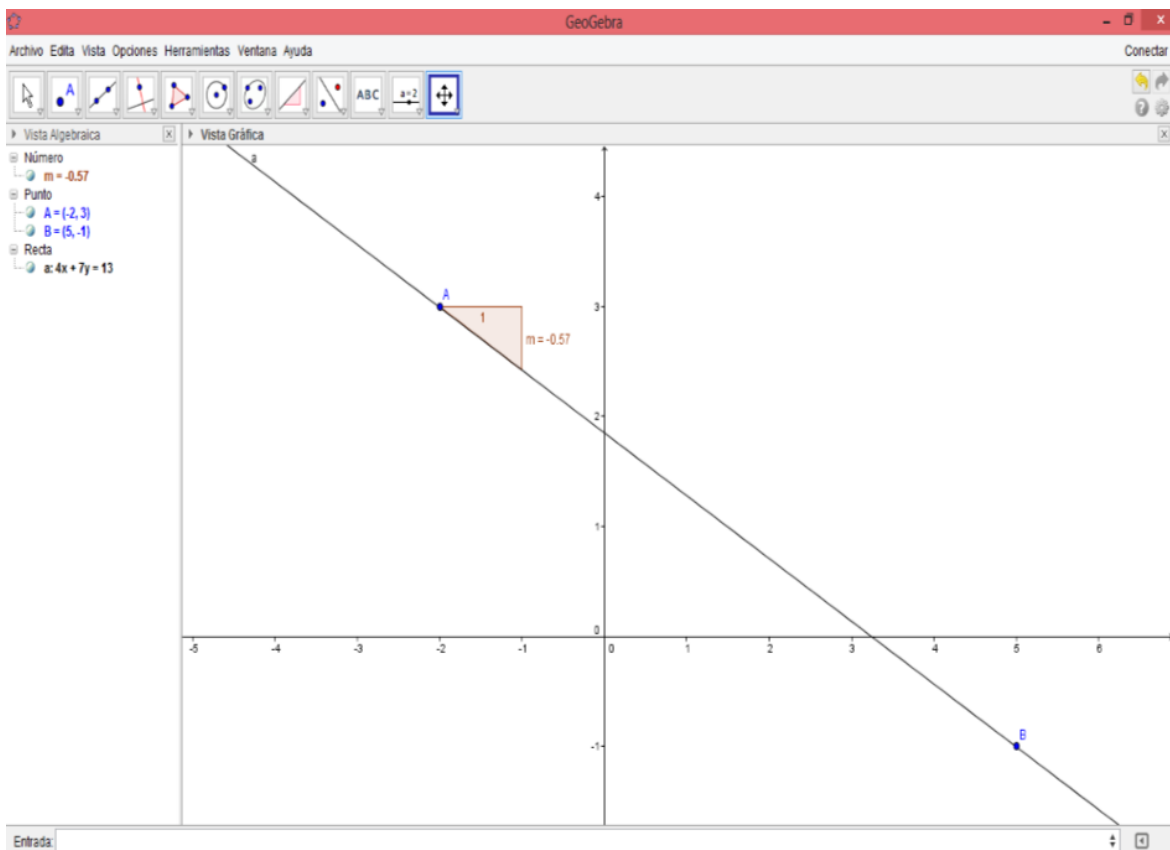
Da un click y se activa esta opción.

7. Una vez activa la opción, diríjase con el mouse hacia cualquiera de los dos puntos de un click izquierdo y automáticamente se le presenta en la vista gráfica el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B, dicho valor es de  $m=-0,57$ . Éste valor lo puede comprobar en la vista algebraica.

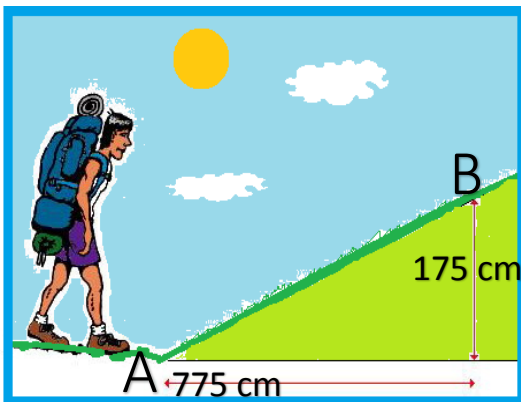
Como se puede apreciar los valores y el signo de la pendiente coinciden, por lo tanto se demuestra que de forma matemática y con la ayuda de un software se puede resolver este tipo de ejercicios.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:





### Actividades de cierre.



**Ejercicio 1.** En la Imagen 3. Turista, se puede apreciar a un turista que en su trayecto camina sobre una llanura, hasta encontrarse con una elevación que tiene una inclinación pronunciada. Para ello avanzado de forma horizontal 250 cm. hasta llegar a la elevación. Toma como referencia al punto de inicio de la elevación, le asigna el nombre de punto A y fija en la cumbre de esa elevación un punto B, estimando que dicho punto está a una altura de 175 cm. Y a una distancia horizontal de 775 cm.

desde donde empezó a caminar. El turista desea saber ¿Cuál es el valor de la pendiente de dicha elevación? Y ¿Cuál es la longitud a ser recorrida?

Ayúdalo a encontrar el valor de la pendiente. No olvides considerar todos los datos que te brinda el problema.

El Ejercicio 2. Lo puede realizar con la ayuda del software Geogebra.



**Ejercicio 2.** Ayuda al camionero a saber el valor de la pendiente de la cuesta que le toca subir con su vehículo y la distancia a ser recorrida en dicha cuesta.

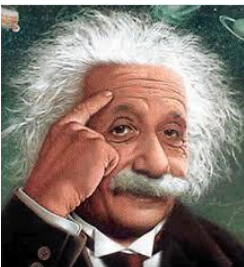
Como recomendaciones:

Se sugiere el trabajar con una sola unidad de medida.

Para encontrar la longitud en Geogebra, en la **barra de herramientas**, escoge la octava opción da un click y busca la opción **Distancia o Longitud**, marca la distancia dando un click en cada punto de la recta.

Comprueba el resultado que obtuviste de forma algebraica.

**Realiza una breve explicación de los pasos que empleaste para resolver el Ejercicio 2.** Indicando las respuestas encontradas.



**Responde a las siguientes inquietudes:**

**Completa:**

- La pendiente se representa con la letra .....
- La pendiente representa el cociente entre .....
- La fórmula para encontrar la pendiente de una recta que pasa por dos puntos es:



**Responda:**

- ¿En qué lugares puedes observar este fenómeno? Cita 5 ejemplos.
  - .....
  - .....
  - .....
  - .....
  - .....
- ¿Cuál crees tú, que es la diferencia entre la resbaladera para niños menores de 4 años, y para niños mayores de 5 años?



Observa las imágenes, piensa y da tu respuesta, fundamentándola:

.....

.....

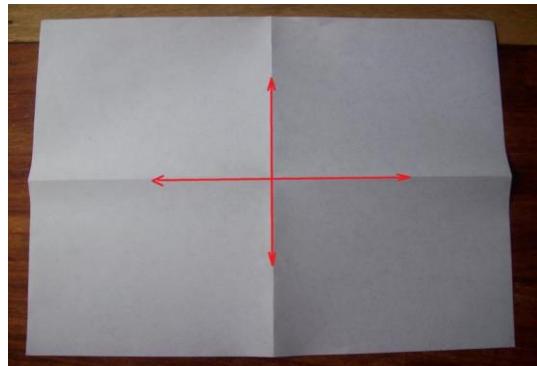
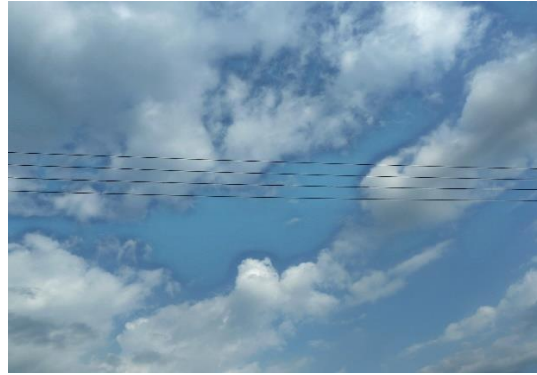
.....

.....

.....

**Anexo 02. SECUENCIA DIDÁCTICA 2**

Calcular la pendiente de una recta si se conoce su posición relativa (paralela o perpendicular) respecto a otra recta y la pendiente de ésta.

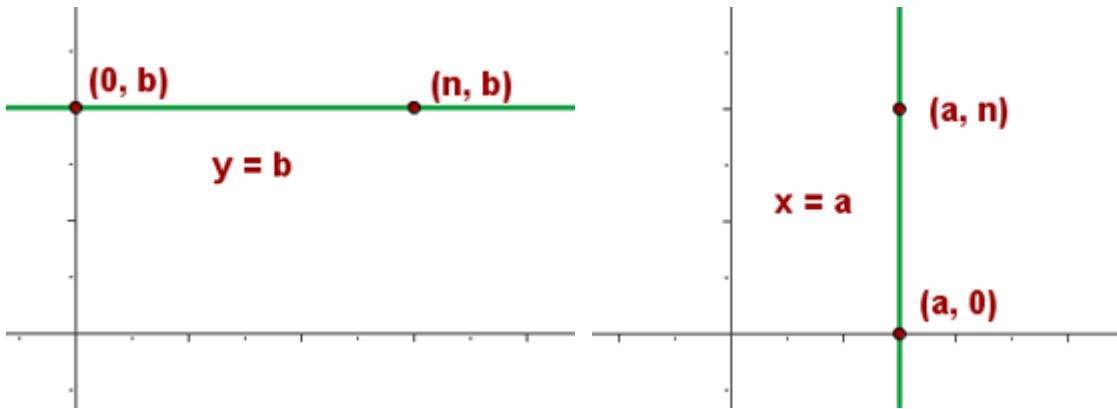
**Actividades de apertura.**

Al visitar un parque es muy común encontrar diferentes tipos de juegos metálicos, algunos de los más utilizados son el sube y baja, y la resbaladera. En una caminata por la ciudad cuando se levanta la vista se pueden apreciar varios objetos como por ejemplo el cableado de redes eléctricas, las ventanas de una casa o de un edificio, hojas de papel dobladas, entre otros. A través de la observación de las imágenes anteriormente expuestas, pueden surgir varias inquietudes como por ejemplo: ¿Qué relación guardan todas estas imágenes?, ¿Cuáles son las características que se pueden observar? Y ¿Dónde podemos encontrar otros elementos que tengan relación con las imágenes antes observadas?

Para poder trabajar con el tema planteado, es importante recordar aspectos fundamentales y básicos como: la ubicación de pares ordenados conocidos también como puntos, dentro del plano cartesiano. La unión de éstos mediante una línea, pueden representar un segmento de recta o una recta. No todas estas rectas o segmentos de rectas pueden tener una pendiente positiva o negativa como se vio en la Secuencia didáctica 1, pues existen casos muy particulares en los que no se puede

apreciar una inclinación, Gráfica 3. Recta paralela al eje “X”, y otro caso en el que se puede apreciar una inclinación, Gráfica 4. Recta perpendicular al eje “X”.

Recordemos que toda inclinación de una recta se la mide siempre con respecto al eje de las abscisas (más conocido como el eje “X”) y en sentido “antihorario”.



Gráfica 3. Recta paralela al eje “X”. Gráfica 4. Recta perpendicular al eje “X”.

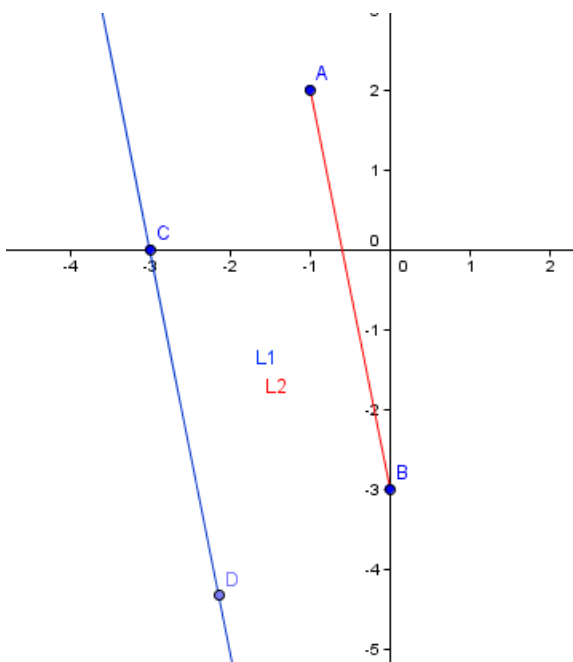
Como se puede apreciar en la Gráfica 3. Recta paralela al eje “X”, para que una recta sea paralela al eje “X” se necesita que la segunda coordenada de cada par ordenado sea la misma, para este caso en particular se repite el valor de “b”. Por el contrario como se puede observar en la Gráfica 4. Recta perpendicular al eje “X”, para que una recta sea perpendicular al eje “X”, lo que se necesita es que la primera componente de cada par ordenado sea la misma, para este caso en particular fíjate que el valor que se repite es el de “a”. Recuerda que al ser perpendicular es porque al intersectarse con el eje “X”, forma un ángulo recto, es decir  $90^\circ$ .

Al fijarse en estos aspectos, surgen varias inquietudes como por ejemplo: ¿las rectas son paralelas o perpendiculares sólo con respecto a los ejes del plano cartesiano?, o ¿Pueden ser paralelas o perpendiculares con respecto a otras rectas?

### Actividades de desarrollo.

**Condición de Paralelismo.** Para que dos o más rectas resulten ser paralelas, se debe cumplir la condición que todas sus pendientes sean iguales, es decir que tengan el mismo valor. Lo que matemáticamente se define como:  $m_1 = m_2$

### Rectas paralelas.



Considerando lo expuesto anteriormente podemos deducir que la fórmula que se va a utilizar es la de la pendiente:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Para realizar la demostración de la condición de paralelismo propondremos el siguiente ejercicio:

**Ejemplo1.** Demostrar si la recta  $L_1$  que pasa por los puntos A (-1,2) y B (0,-3), es paralela a la recta  $L_2$  que pasa por los puntos C (-3,0) y D (-2,-5).

Aplicando la fórmula:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Y reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos A y B en la fórmula obtenemos el valor de la pendiente de la recta  $L_1$ :

$$m_1 = \frac{(-3) - (2)}{(0) - (-1)}$$

$$m_1 = -5$$

Luego reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos C y D en la fórmula obtenemos el valor de la pendiente de la recta  $L_2$ :

$$m_2 = \frac{(-5) - (0)}{(-2) - (-3)}$$

$$m_2 = -5$$

Aplicando la condición de paralelismo:

$$m_1 = m_2$$

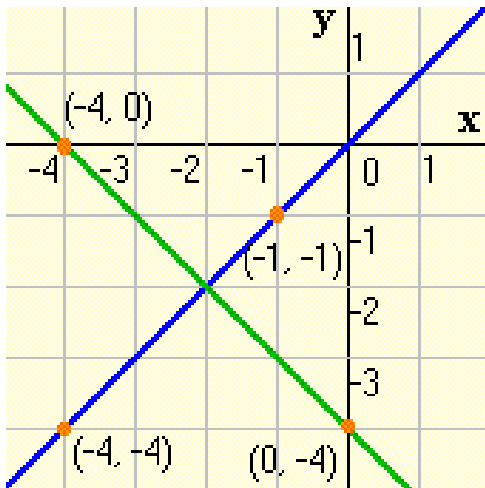
$$-5 = -5$$

Se demuestra que los valores de las pendientes son iguales por lo tanto las rectas  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas.

**Condición de Perpendicularidad.** Para que dos rectas sean perpendiculares, es decir que al momento de intersectarse formen un ángulo de  $90^\circ$ , deben cumplir la condición que al realizar el producto de las pendientes de las rectas, la respuesta tiene que ser igual a -1.

Lo que matemáticamente se define como:  $m_1 \cdot m_2 = -1$

Para realizar la demostración de la condición de perpendicularidad propondremos el siguiente ejercicio:



**Ejemplo 2.** Demostrar si la recta  $L_1$  que pasa por los puntos A (-1,-1) y B (-4,-4), es perpendicular a la recta  $L_2$  que pasa por los puntos C (-4,0) y D (0,-4).

Aplicando la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Y reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos A y B en la fórmula obtenemos el valor de la pendiente de la recta  $L_1$ :

$$m_1 = \frac{(-4) - (-1)}{(-4) - (-1)}$$

$$m_1 = \frac{(-3)}{(-3)}$$

De donde simplificando la respuesta es igual a:

$$m_1 = 1$$

Luego reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos C y D en la fórmula obtenemos el valor de la pendiente de la recta  $L_2$ :

$$m_2 = \frac{(-4) - (0)}{(0) - (-4)}$$

$$m_2 = \frac{(-4)}{(4)}$$

De donde simplificando la respuesta es igual a:

$$m_2 = -1$$

Con estos resultados y aplicando la condición de perpendicularidad se tiene:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$(1) \cdot (-1) = -1$$

$$-1 = -1$$

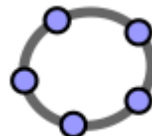
Se demuestra que el producto de los valores de las pendientes de las rectas da como resultado -1, lo que indica que efectivamente estas rectas son perpendiculares, es decir que al intersectarse forman un ángulo de  $90^\circ$ .

A continuación se va a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con la ayuda de un software **Geogebra**.

**Ejemplo1.** Demostrar si la recta  $L_1$  que pasa por los puntos A (-1,2) y B (0,-3), es paralela a la recta  $L_2$  que pasa por los puntos C (-3,0) y D (-2,-5).

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.




2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción **Entrada**.






Allí digita el primer par ordenado:  $A=(-4,3)$  y presiona la tecla enter.

Para ingresar el segundo par ordenado:  $B=(0,-3)$  no es necesario digitarlo en la opción **Entrada**, basta simplemente con dar clic en la segunda opción **Punto**  , luego dirígete al valor significativo, en este caso -3 en el eje de las ordenadas y presiona la tecla enter, automáticamente se activará el punto B de coordenadas  $(0,-3)$ .


Nota que los valores ingresados en el software se los puede apreciar tanto en la “vista algebraica” como en la “vista gráfica”, compruébalo si no lo puedes apreciar, repite el proceso.

3. Dirígete a la **barra de herramientas**.




4. Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones; toma la primera opción **“Recta”**. 

5. Una vez seleccionado dirígete con el mouse hacia el Punto A, da un click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto B y da un click izquierdo, automáticamente puedes observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.

6. En la **barra de herramientas**, dirígete a la octava opción, da click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la quinta opción **“Pendiente”**. 

Da un click y se activa esta opción.

7. Una vez activada la opción, dirígete con el mouse hacia cualquiera de los dos puntos da click izquierdo y automáticamente se presenta en la vista gráfica el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B, dicho valor es de  $m=-5$ . Este valor lo puedes comprobar en la vista algebraica.

8. Para ingresar el primer par ordenado de la segunda recta:  $C=(-3,0)$  no es necesario digitar en la opción “**Entrada**”, basta simplemente con dar clic en la segunda opción “**Punto**”  , luego dirígete al valor significativo, en este caso -3 en el eje de las abscisas y presiona la tecla enter; automáticamente se activa el punto C de coordenadas  $(-3,0)$ .

En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Allí digita el primer par ordenado:  $D=(-2,-5)$  y presiona la tecla enter. Nota que los valores ingresados en el software se los puede apreciar tanto en la “vista algebraica” como en la “vista gráfica”, compruébalo, si no lo aprecias repite el proceso.

9. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



10. Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones, toma la primera opción “**Recta**”.

11. Una vez seleccionada dirígete con el mouse hacia el Punto C de un click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto D y da click izquierdo, automáticamente se puede observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.

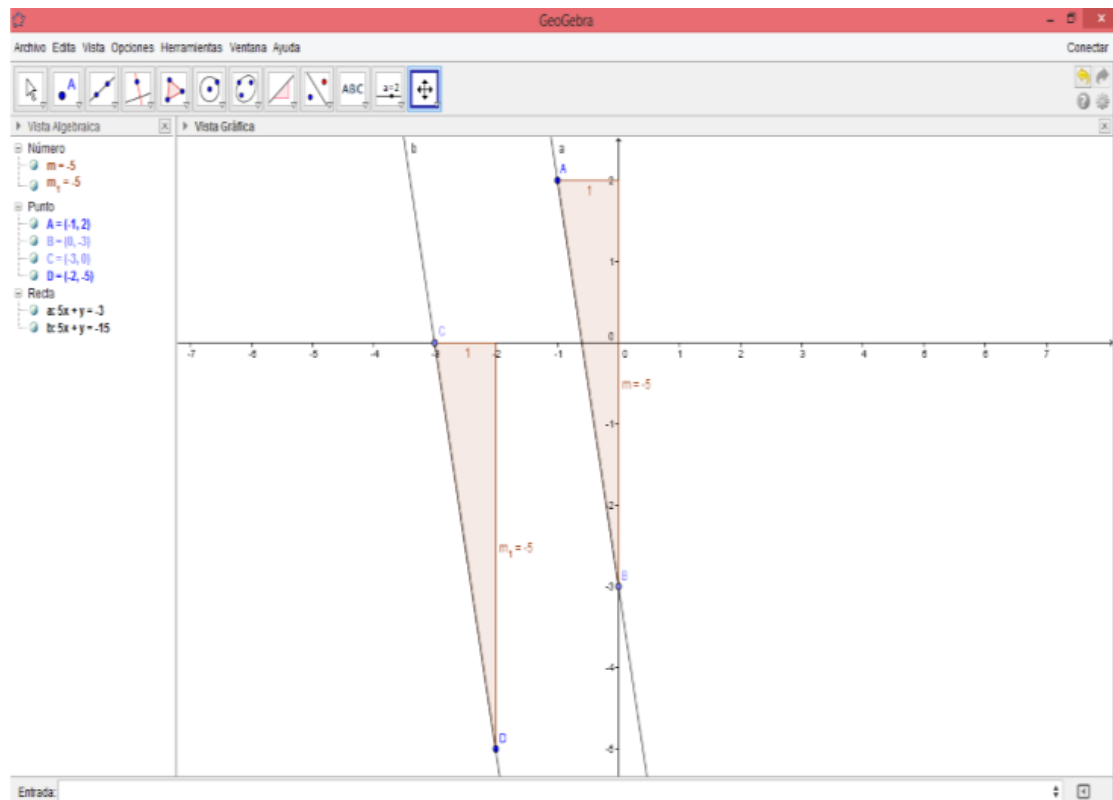
12. En la “**barra de herramientas**”, dirígete a la octava opción da click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la quinta opción “**Pendiente**”.

Da un click y se activa esta opción.

13. Una vez activa la opción, dirígete con el mouse hacia cualquiera de los dos puntos da click izquierdo y automáticamente se presenta en la vista gráfica el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos C y D, dicho valor es de  $m_1=-5$ . Éste valor lo puede comprobar en la vista algebraica.

Como se puede apreciar los valores de las pendientes  $m$  y  $m_1$  coinciden tanto en signo como en valor, por lo tanto se demuestra que de forma matemática y con la ayuda de un software se puede determinar la condición de paralelismo de dos rectas.

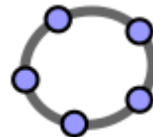
Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:



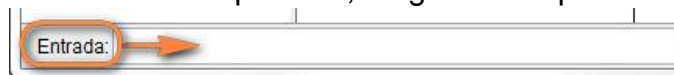
**Ejemplo 2.** Demostrar si la recta  $L_1$  que pasa por los puntos A (-1,-1) y B (-4,-4), es perpendicular a la recta  $L_2$  que pasa por los puntos C (-4,0) y D (0,-4).

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Allí digita el primer par ordenado: A=(-1,-1) y presiona la tecla enter.

Digita ahora el segundo par ordenado:  $B=(-4,-4)$  y presiona la tecla enter. Nótese que los valores ingresados en el software se los pueden apreciar tanto en la “vista algebraica” como en la “vista gráfica”, compruébalo, si no lo aprecias repite el proceso.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



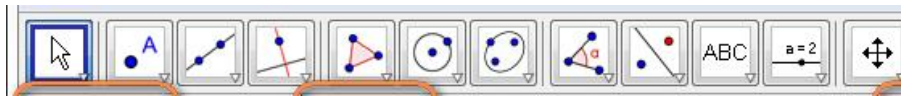
4. Tome la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, tome la primera opción “**Recta**”.
5. Una vez seleccionado dirígete con el mouse hacia el Punto A da un click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto B y da click izquierdo, automáticamente se puede observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.
6. En la “**barra de herramientas**”, dirígete a la octava opción da un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones; toma la quinta opción “**Pendiente**”.

Da un click y se activa esta opción.

7. Una vez activa la opción, dirígete con el mouse hacia cualquiera de los dos puntos da un click izquierdo y automáticamente se te presenta en la vista gráfica el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B, dicho valor es de  $m=1$ . Éste valor lo puedes comprobar en la vista algebraica.
8. Para ingresar el primer par ordenado de la segunda recta:  $C=(-4,0)$  no es necesario digitar en la opción “**Entrada**”, basta simplemente con dar clic en la segunda opción “**Punto**”, luego dirígete al valor significativo, en este caso -4 en el eje de las abscisas y presiona la tecla enter, automáticamente se activa el punto C de coordenadas  $(-4,0)$ .

Repite el mismo proceso anterior para colocar el segundo par ordenado de la segunda recta  $D=(0,-4)$ .

9. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



10. Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones; toma la primera opción **“Recta”**.



11. Una vez seleccionado dirígete con el mouse hacia el Punto C da click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto D y da click izquierdo, automáticamente puedes observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.

12. En la **“barra de herramientas”**, dirígete a la octava opción da click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones; toma la quinta opción **“Pendiente”**.



Da un click y se activa esta opción.

13. Una vez activa la opción, dirígete con el mouse hacia cualquiera de los dos puntos, da un click izquierdo y automáticamente se presenta en la vista gráfica el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos C y D, dicho valor es de  $m_1 = -1$ . Este valor lo puedes comprobar en la vista algebraica.

Como se puede apreciar el valor de la pendiente de la recta AB es  $m = 1$  y el valor de la pendiente de la recta CD es  $m_1 = -1$ , haciendo el producto de estos valores da como resultado  $-1$ , demostrando así la condición de perpendicularidad.

Si quieres comprobar este resultado realiza los siguientes pasos.

14. Dirígete a la **“barra de herramientas”**.



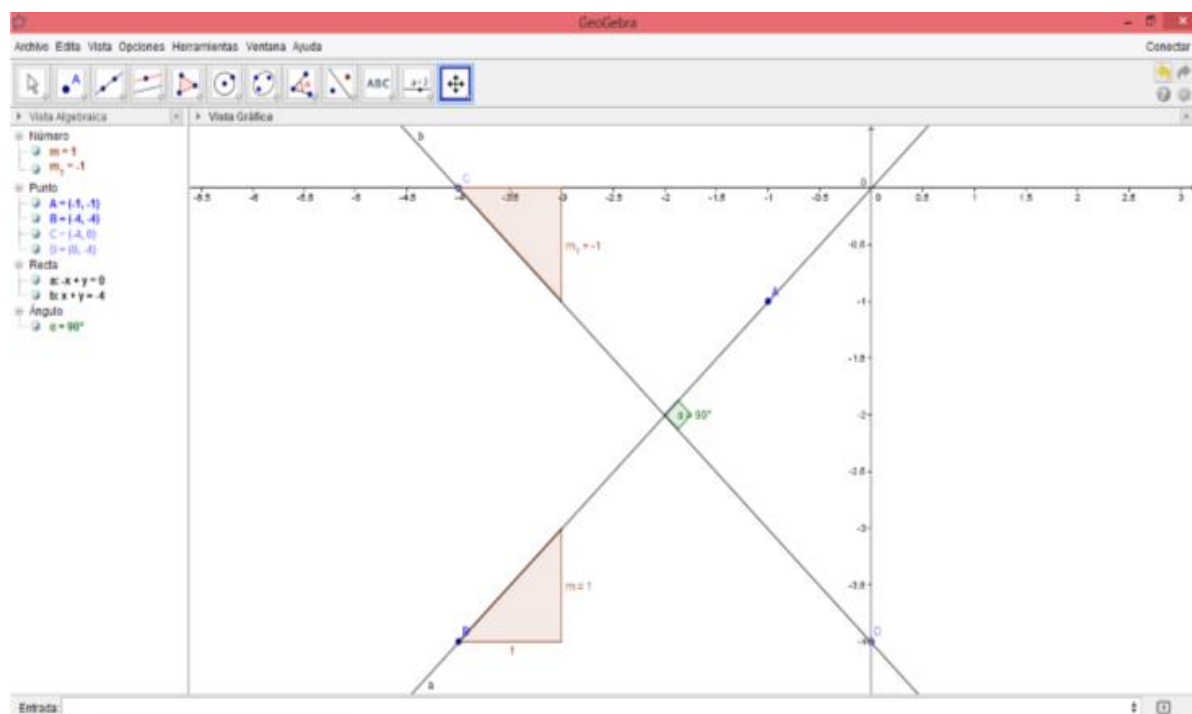
15. Toma la octava opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van

a presentar varias opciones; toma la primera opción **“Ángulo”**

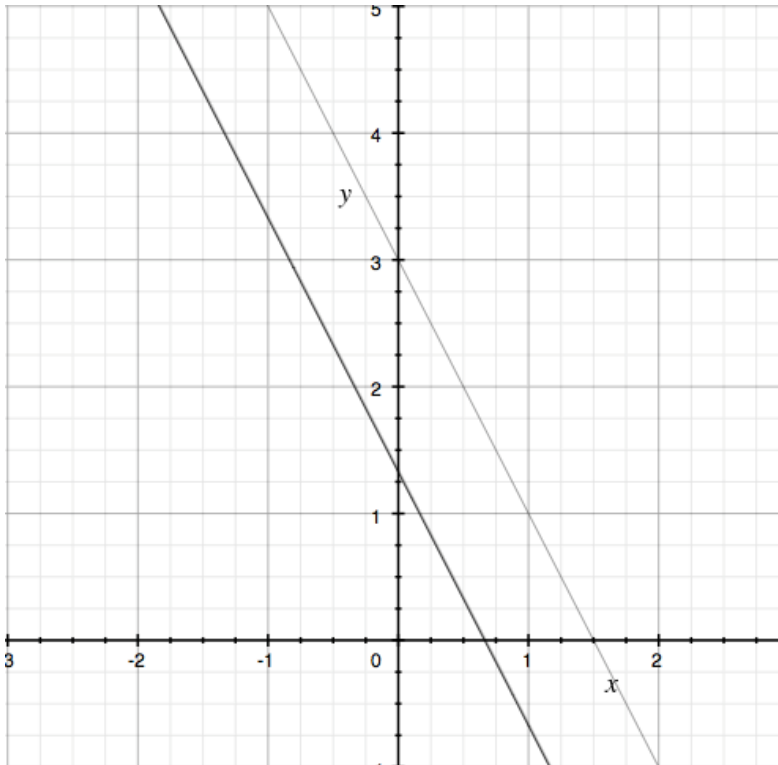


16. Una vez seleccionado ubícate sobre la recta CD y da click izquierdo, luego ubícate sobre la recta AB da click izquierdo, y automáticamente se visualizará la medida del ángulo, para nuestro caso de  $90^\circ$ , lo que indica que efectivamente se tratan de rectas perpendiculares.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser la siguiente:




**Actividades de cierre.**



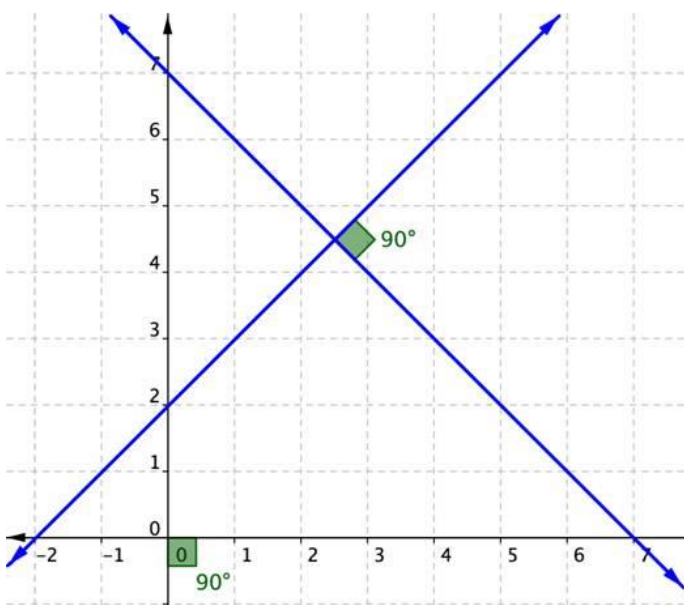
Realizar los siguientes **Ejercicios** utilizando el software Geogebra.

**Ejercicio 1.** Basándote en la siguiente gráfica, propón las coordenadas de dos puntos y traza la recta  $y$ . Luego traza una recta paralela a la recta  $y$  que pase por el punto P de coordenadas  $(-1, 3.25)$ . Comprueba que son paralelas.

**Nota.** Para realizar este ejercicio dirígete a la cuarta opción de la barra de herramientas, da un click y


escoja la opción “**Paralela**” , da click sobre la recta  $y$ , luego da click sobre el punto P.

Solo falta comprobar que son paralelas. Inténtalo éxitos.



**Ejercicio 2.** Basándote en la siguiente gráfica. Propón dos puntos y traza la recta que tiene la pendiente positiva, luego traza una recta perpendicular a ésta que pase por el punto de coordenadas  $(5, 2)$ . Compruebe que son perpendiculares.

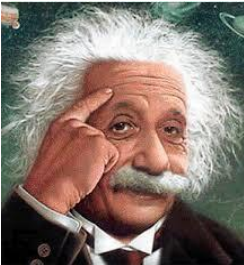
**Nota.** Para realizar este placer dirígete a la cuarta opción de la barra de herramientas, de un click y escoge la opción **Perpendicular**

, da click sobre la recta trazada

y luego da un click sobre el punto (5,2).

Solo falta comprobar que son perpendiculares. Inténtalo éxitos.

**Realiza una breve explicación de los pasos que realizaste para resolver el Ejercicio 2.** Indicando las respuestas encontradas.



**Responde las siguientes preguntas:**

**Completa:**

- a. Escribe ¿Cuál es la definición para que dos rectas sean paralelas?:



- b. Escribe ¿Cuál es la definición para que dos rectas sean perpendiculares?:



**Responde:**



c. ¿En qué lugares puedes observar este fenómeno? Cita 6 ejemplos.

- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

d. ¿Cómo podrías relacionar lo aprendido con las siguientes imágenes?  
Explica la aplicabilidad de los temas estudiados.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

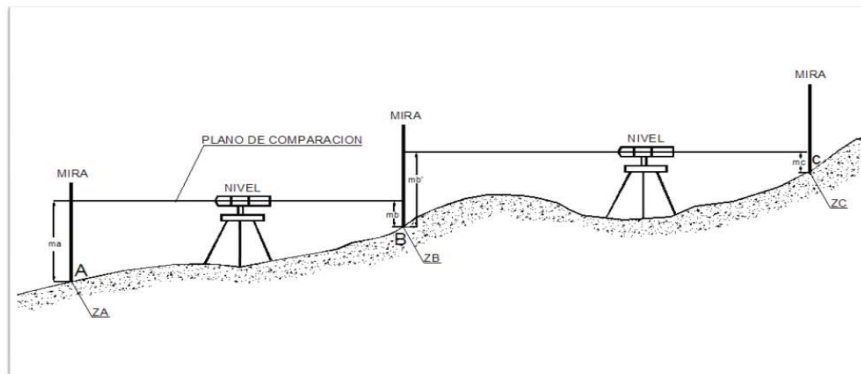
.....

.....

### Anexo 03. SECUENCIA DIDÁCTICA 3

Determinar la ecuación de una recta dados dos parámetros (dos puntos, o un punto y la pendiente).

Actividades de apertura.

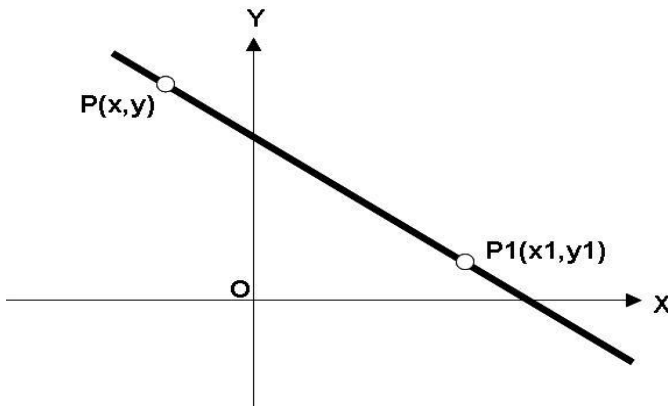


Al observar una obra de construcción, al transitar por una vía sea dentro del casco urbano o fuera de éste, se ha vuelto familiar el encontrar a trabajadores o estudiantes de nivel superior portando diferentes instrumentos de medidas, como se puede apreciar en las imágenes anteriores, estos instrumentos de medición se los utilizan en la topografía que permite tomar diferentes medidas como las de ángulos y distancias, conociendo las coordenadas del lugar donde se ha colocado la Estación de medida (instrumento de medición), se pueden determinar todos y cada uno de los puntos que se han medido. Esto permite representar de forma gráfica el objeto de medición. Con las coordenadas entre dos puntos se puede calcular distancia y desnivel entre estos, mediante ciertas rectas imaginarias. A través de la observación de las imágenes anteriormente expuestas, pueden surgir varias inquietudes como por ejemplo: ¿Qué relación guardan todas estas imágenes con lo aprendido en las Secuencias didácticas anteriores?, ¿Cuáles son las características que se pueden observar? Y ¿Con la toma de las coordenadas de éstos puntos qué otro aspecto se puede estudiar o definir dentro de la geometría analítica?

Actividades de desarrollo.

Uno de los principales temas de objeto de estudio dentro de la geometría analítica es la **Ecuación de recta** expresada de la forma  **$Ax+By+C=0$** , se la puede determinar de diferentes formas; pondremos a tu disposición dos de ellas:

### 1. Ecuación de la recta dados un punto y la pendiente.



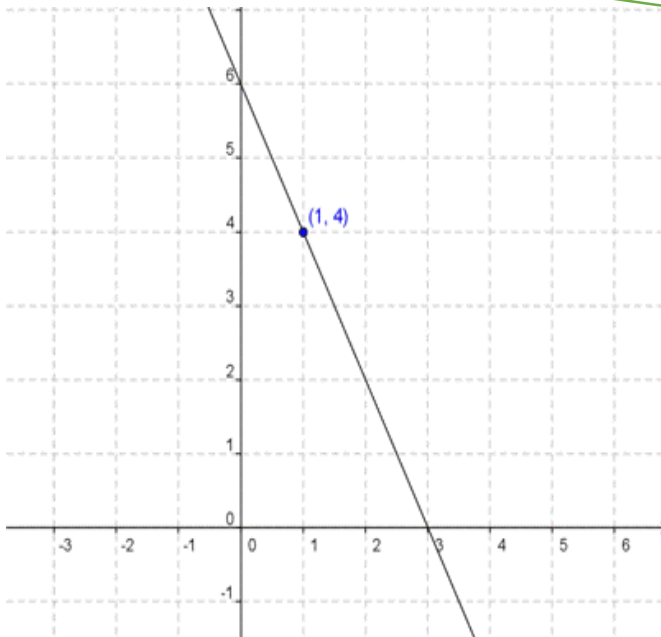
Como se puede apreciar en la figura adjunta, la recta pasa por el punto  $P(x,y)$  y por el punto  $P_1(x_1,y_1)$ , calculando la pendiente que pasa por estos puntos se tiene.

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

expresar como:

Esta ecuación también se la puede

$y - y_1 = m(x - x_1)$ , que representa la ecuación de la recta que pasa por un punto  $(x_1, y_1)$  y tiene una pendiente  $m$ .



**Ejemplo 1.** Encuentra el valor de la recta que pasa por el punto  $(1,4)$  y tiene una pendiente de  $-2$ .

Con los datos se concluye que  $x_1=1$ ,  $y_1=4$  y que  $m = -2$ .

Reemplazando estos datos en la fórmula anterior se tiene.

$$y - (4) = -2(x - (1))$$

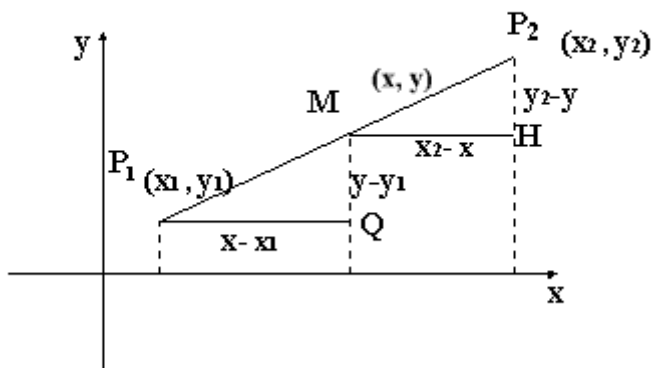
$$y - 4 = -2x + 2$$

De donde, igualando la ecuación a 0 se tiene:

$$2x + y - 6 = 0$$

Como se puede apreciar en el desarrollo del ejercicio, luego de reemplazar los valores asignados y de resolverlo, se obtiene una ecuación de la recta que se la puede expresar de la forma “ **$Ax+By+C=0$** ”, donde A,B y C, representan coeficientes. Éste tema será objeto de estudio en la siguiente secuencia didáctica.

## 2. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.



Como se puede apreciar en la figura adjunta, la recta pasa por tres puntos colineales, lo que significa que si se encuentra la pendiente entre dos puntos cualesquiera, ésta debe ser la misma, es decir:

$$m_{MP_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

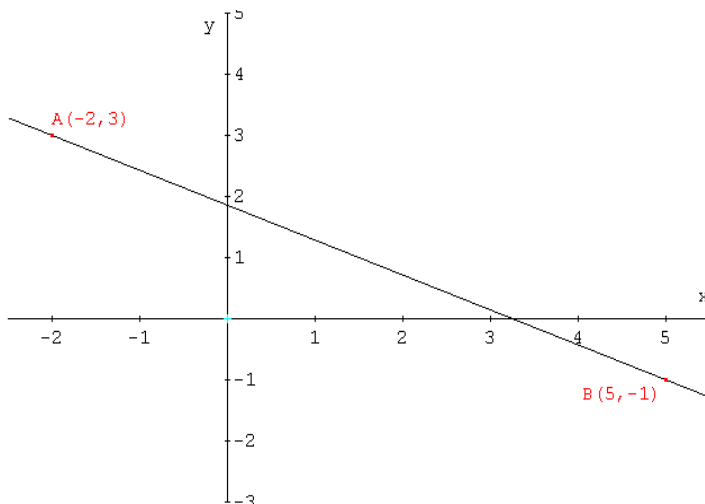
Y

$$m_{P_1P_2} =$$

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

De donde igualando las expresiones anteriores se tiene:

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ , que representa la fórmula con la cual se puede encontrar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos



**Ejercicio 2.** Encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(-2,3) y B(5,-1).

Reemplazando estos datos en la fórmula anterior se tiene:

$$\frac{y - (3)}{x - (-2)} = \frac{(3) - (-1)}{(-2) - (5)}$$

De donde:

$$\frac{y - 3}{x + 2} = \frac{4}{-7}$$

Despejando se tiene que:

$$-7(y - 3) = 4(x + 2)$$

$$-7y + 21 = 4x + 8$$

Igualando la ecuación a 0 se tiene

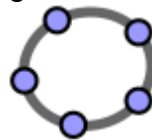
$$4x + 7y - 13 = 0$$

A continuación vas a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con la ayuda del software **Geogebra**.

**Ejemplo 1.** Encuentra el valor de la recta que pasa por el punto (1,4) y tiene una pendiente de -2.

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.





2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Allí digita el primer par ordenado: P=(1,4) y presiona la tecla enter.

Para realizar esta práctica de una forma sencilla, dirígete a “**Vista Gráfica**” y en la flecha que antecede, da un click y aparecen dos opciones, escoge la

opción “**Cuadrícula**” , esto te permite ubicar de mejor manera un punto en el plano cartesiano de la pantalla.

Luego, considerando el dato de la pendiente del ejemplo planteado, que tiene un valor de -2 y recordando lo que representa esta, como es negativa indica que se desplaza de forma vertical hacia abajo dos posiciones y de forma horizontal hacia la derecha una posición. Toma la segunda opción de la barra de herramientas “**Punto**” , realiza el desplazamiento indicado y da un click en esa coordenada que coincide con el punto A=(2,2)

Nota que los valores ingresados en el software se los pueden apreciar tanto en la “**Vista Algebraica**” como en la “**Vista Gráfica**”. Compruébalo sino lo puedes apreciar, repite el proceso.

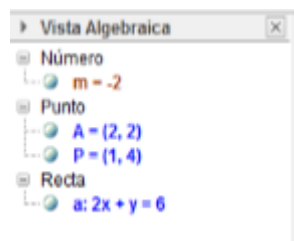
3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



4. Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la primera opción “**Recta**”.



5. Una vez seleccionado dirígete con el mouse hacia el Punto P, da un click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto A y da un click izquierdo, automáticamente puedes observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.
6. En la “**Vista Algebraica**” automáticamente se presenta la ecuación de la recta que pasa por dichos puntos.



Ecuación que coincide con la ecuación obtenida de forma manual.

$$2x + y - 6 = 0$$

7. Para comprobar todos los valores, en la “**barra de herramientas**”, dirígete a la octava opción, da click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la quinta opción

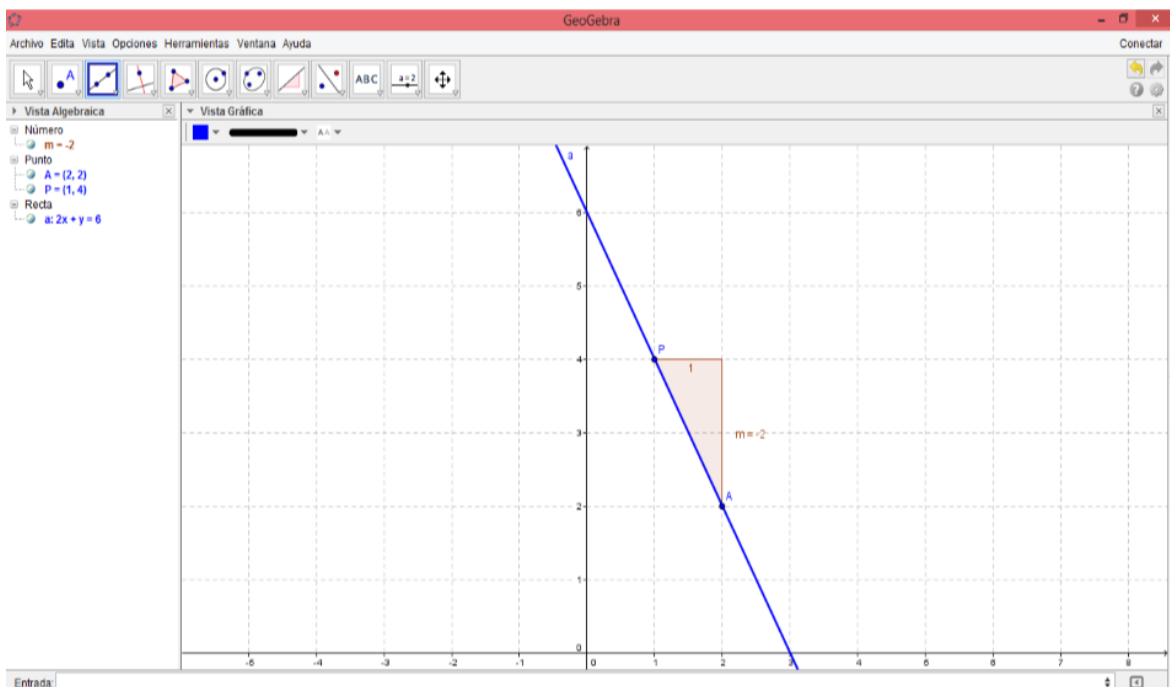
“**Pendiente**”.



Da un click y se activa esta opción.

8. Una vez activada la opción, dirígete con el mouse hacia cualquiera de los dos puntos da click izquierdo y automáticamente se presenta en la vista gráfica el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos P y A, dicho valor es de  $m=-2$ . Éste valor lo puedes comprobar en la vista algebraica y con el dato dado en el **Ejemplo 1**.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:

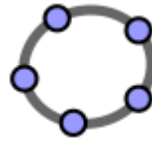


**Ejemplo 2.** Encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(-2,3) y B(5,-1).

Pasos.



1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Allí digita el primer par ordenado:  $A=(-2,3)$  y presiona la tecla enter.

Digita ahora el segundo par ordenado:  $B=(5,-1)$  y presiona la tecla enter.

Nótese que los valores ingresados en el software se los pueden apreciar tanto en la “**Vista Algebraica**” como en la “**Vista Gráfica**”. Compruébalo, sino lo aprecias repite el proceso.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



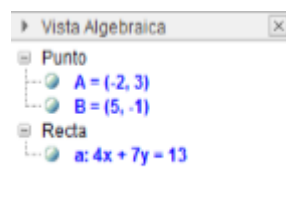
4. Tome la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, tome la primera

opción “**Recta**”.



5. Una vez seleccionado dirígete con el mouse hacia el Punto A da un click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto B y da click izquierdo, automáticamente se puede observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.

6. En la “**Vista Algebraica**” automáticamente se presenta la ecuación de la recta que pasa por dichos puntos.

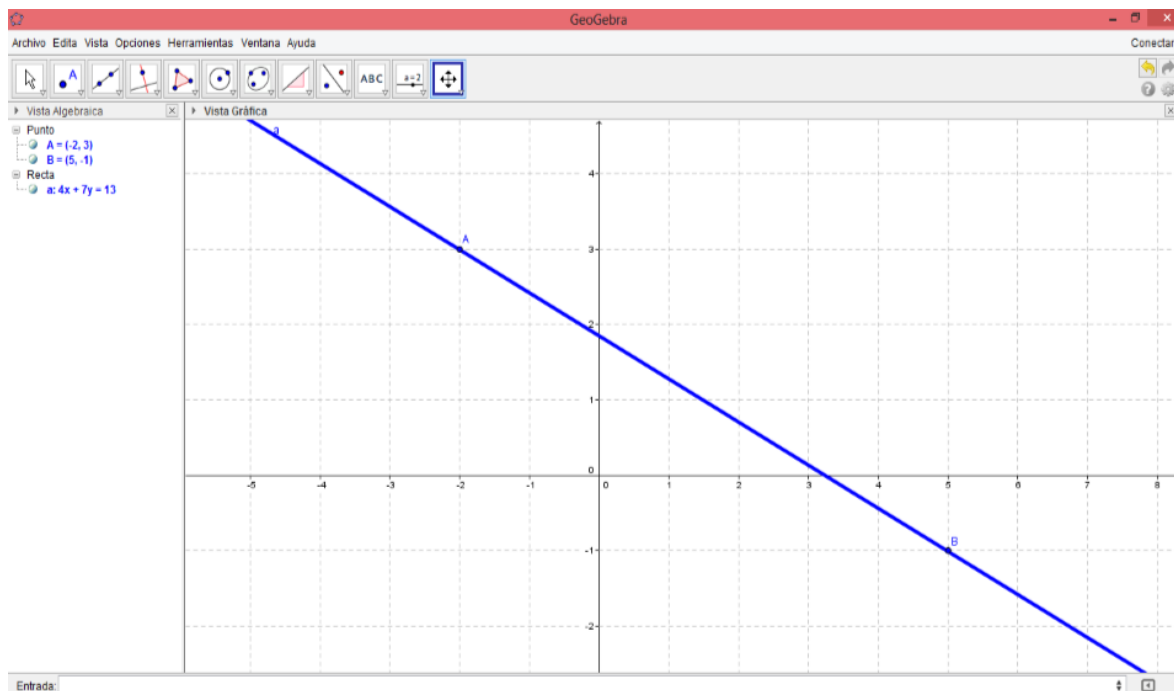


Ecuación que coincide con la ecuación obtenida de forma manual.

$$4x + 7y - 13 = 0$$

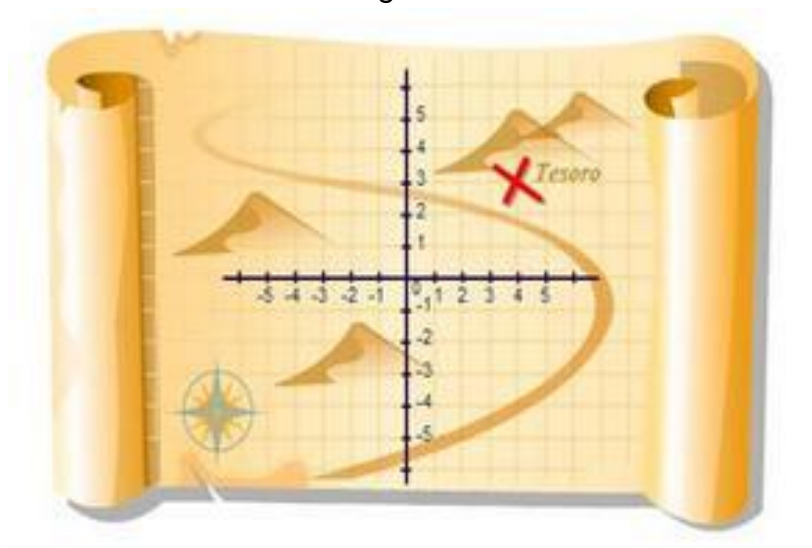


Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser la siguiente:

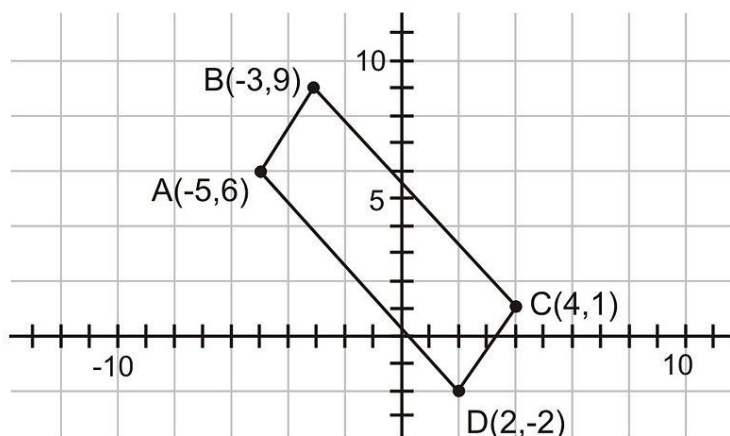


### Actividades de cierre.

Realizar los siguientes Ejercicios de forma manual y luego comprueba tus resultados utilizando el software Geogebra.

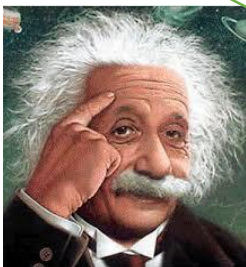


**Ejercicio 1.** Determina la ecuación de la recta, que une la montaña de arena que se encuentra en las coordenadas  $(-5, 1)$ , con la marca del tesoro, que tiene una pendiente de  $-2/9$ . También determina el trayecto a ser recorrido.



**Ejercicio 2.** Determina las ecuaciones de las rectas de cada uno de los lados de la figura formada por los puntos A, B, C y D

**Realiza una breve explicación de los pasos que realizaste para resolver el Ejercicio 2.** Indicando las respuestas encontradas y que conclusiones puedes obtener con respecto a sus pendientes.



---

**Responde las siguientes preguntas:****Completa:**

- a. Escribe ¿Cuál es la fórmula para encontrar la ecuación de la recta si se conoce un punto y la pendiente?:



- b. Escribe ¿Cuál es la fórmula para encontrar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos?:

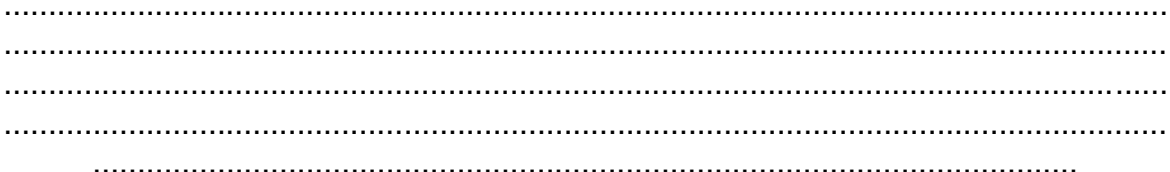
**Responde:**

- c. ¿Cómo se llama la figura a ser utilizada en el Ejercicio 2?  
Subraya la respuesta correcta.

- Paralelepípedo.
- Paralelogramo.
- Trapezoide.

**Investiga.**

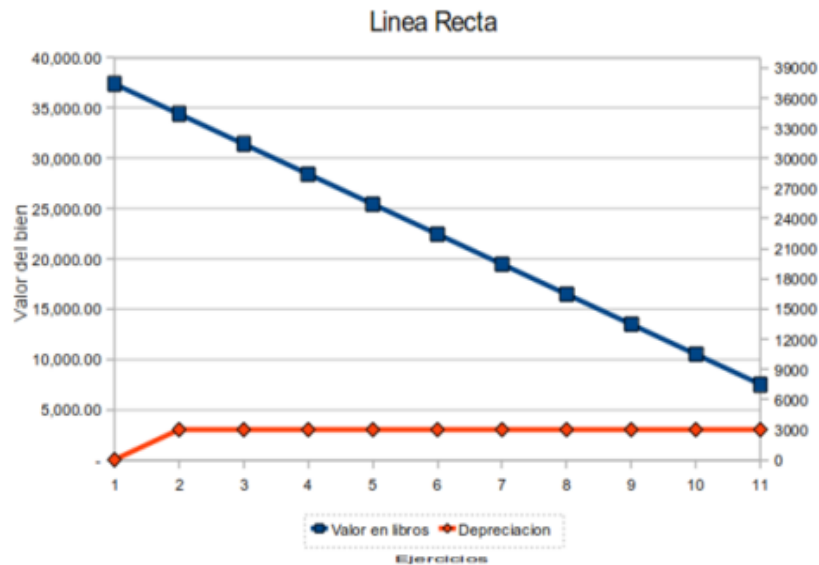
- d. ¿Con qué temas de algebra puedes relacionar la ecuación de la recta?  
Explica a través de un ejemplo.



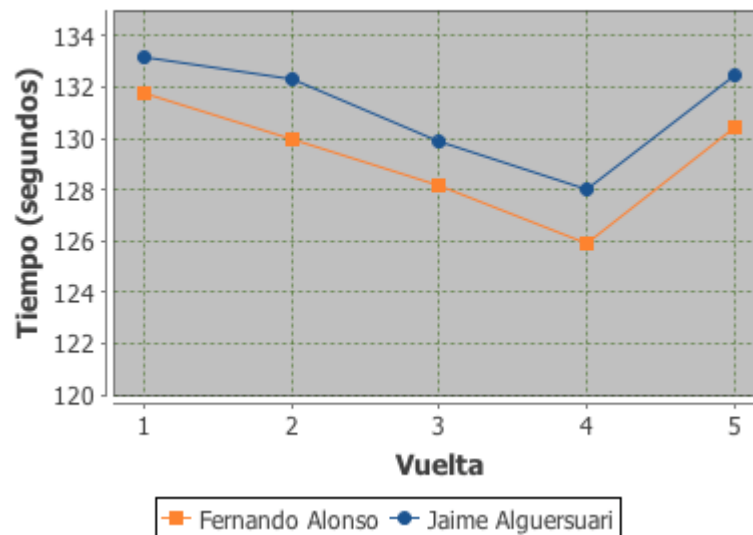
## Anexo 04. SECUENCIA DIDÁCTICA 4

Graficar una recta dada su ecuación en sus diferentes formas.

Actividades de apertura.



## Tiempos de entrenamientos



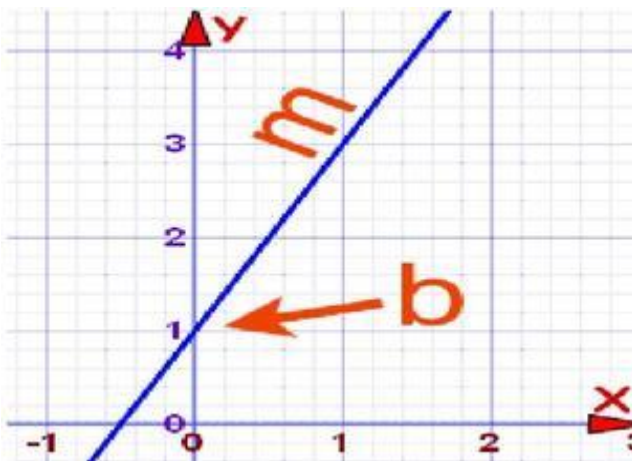
Muchas de las veces al observar la televisión o al leer un periódico es común encontrar imágenes, como las expuestas anteriormente, que, lo que hacen es dar una idea gráfica de los resultados de algún hecho o fenómeno que ha sido objeto de estudio;

por ejemplo en la primera imagen “Línea recta”, se presenta una relación entre el valor de que tienen los libros y la depreciación que sufren éstos con el paso del tiempo. En la segunda imagen “Tiempos de entrenamientos”, se presenta una relación entre el número de vueltas que dan las personas que entrenan y el tiempo que se demoran en dar cada una de éstas. Y así, por lo general cualquier informe que se quiera presentar al público se lo realiza con estos tipos de diagramas en los que se puede apreciar la continua utilización de rectas, que permiten dar una idea clara de cómo está ocurriendo el hecho o fenómeno que es objeto de estudio. A través de la observación de las imágenes anteriormente expuestas, pueden surgir varias inquietudes como por ejemplo: ¿Qué relación guardan todas estas imágenes con lo aprendido en las Secuencias didácticas anteriores?, ¿Cómo realizaron las gráficas? Y ¿Existe algún modelo matemático que definan las rectas de los diagramas gráficos?

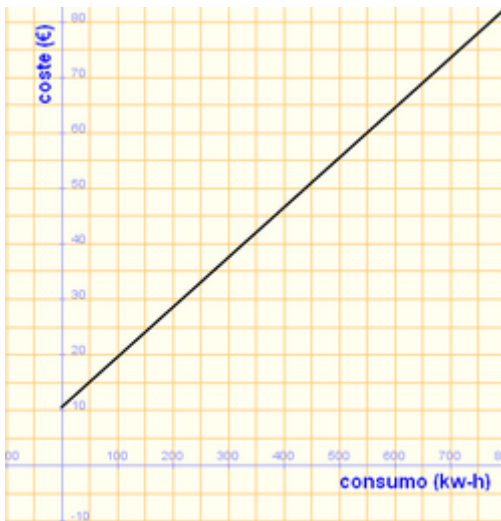
### Actividades de desarrollo.

Dentro del estudio de la **Ecuación de recta**, tema correspondiente a la geometría analítica, es necesario interpretar lo que representa cada uno de los elementos que componen la ecuación de la recta, expresada en sus diferentes formas, la comprensión de éstas, permitirá realizar su representación gráfica de una forma correcta y sencilla.

#### 1. Ecuación de la recta de la forma pendiente intersección “ $y = mx + b$ ”.



La ecuación de la recta de la forma “ $y = mx + b$ ”, tiene como elementos a más de “ $y$ ” y “ $x$ ” que representan las incógnitas, también consta “ $m$ ” que simboliza el valor de la pendiente de la recta y “ $b$ ” que representa el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas (eje Y). Como se puede apreciar en la figura adjunta.



**Ejemplo 1.** La relación entre el consumo de energía eléctrica ( $c$ ) y su costo en euros ( $\epsilon$ ), está dada por:

$$\epsilon = \frac{1}{10}c + 10$$

La ecuación anterior, representa una línea recta, una alternativa para graficar ésta ecuación es obtener dos puntos, dando diferentes valores a  $c$  para obtener valores de  $\epsilon$ , así:

$$\text{Si } c = 0, \epsilon = \frac{1}{10}(0) + 10, \epsilon = 10$$

Lo que comprueba que efectivamente 10 resulta ser el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas.

$$\text{Si } c = 200, \epsilon = \frac{1}{10}(200) + 10, \epsilon = 30$$

Por lo tanto los pares ordenados encontrados (0,10) y (200,30), forman parte de la recta.

La recta que representa la ecuación:  $\epsilon = \frac{1}{10}c + 10$

Es de la forma pendiente intersección “ $y = mx + b$ ”, por lo tanto se pueden obtener las siguientes relaciones.

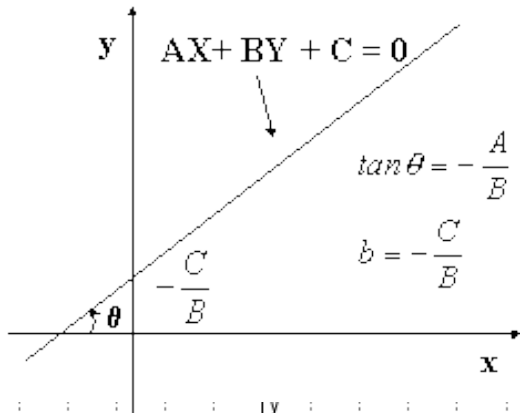
$$m = \frac{1}{10}$$

Lo que indica que la recta tiene que ser creciente, pues éste valor es positivo. También representa, para éste ejemplo en particular, un incremento de 1  $\epsilon$  corresponde a un incremento de 10  $c$ .

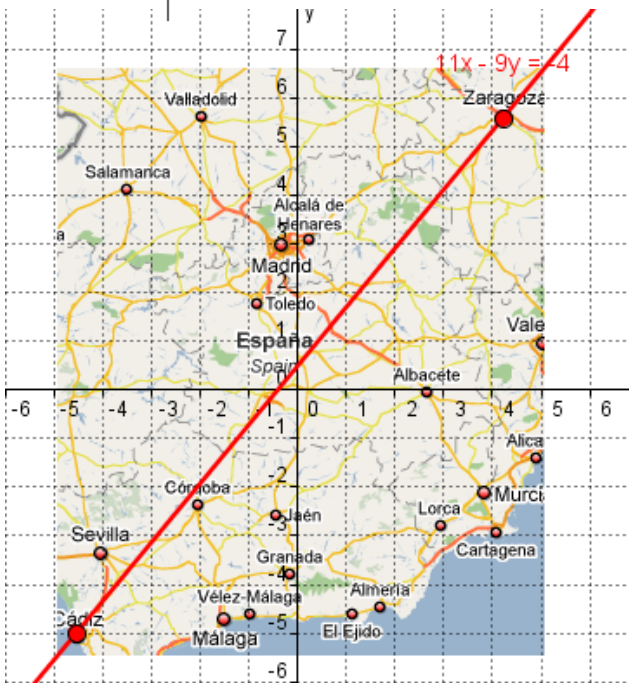
$$b = 10$$

Representa el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas. Para este ejemplo en particular, indica que  $0 c = 10 \epsilon$

## 2. Ecuación general de la recta $Ax+By+C=0$ .



La ecuación de la recta de la forma " $Ax+By+C=0$ ", tiene como elementos a más de "y" y "x" que representan las incógnitas, también constan A, B y C que representan coeficientes es decir números. Como se puede apreciar el cociente entre éstos coeficientes dan como resultado la pendiente y el punto de intersección con el eje de las ordenadas.



**Ejemplo 2.** Grafica la recta que une Zaragoza y Cádiz, dada su ecuación  $11x-9y+4=0$ .

Para poderla graficar, en primer lugar se debe obtener el valor de la pendiente utilizando la fórmula:

$$m = -\frac{A}{B}$$

$$m = -\frac{11}{-9}$$

$$m = \frac{11}{9}$$

En segundo lugar se encuentra el punto de intersección con el eje de las ordenadas con la fórmula:

$$b = -\frac{C}{B}$$

$$b = -\frac{4}{-9}$$

$$b = \frac{4}{9}$$

Luego, obtén un par ordenado dando un valor de  $x=-2$ , así:

$$11x - 9y + 4 = 0$$

$$11(-2) - 9y + 4 = 0$$

$$-22 - 9y + 4 = 0$$

$$y = -2$$

Finalmente ubica los puntos y traza la recta que pasa por éstos, como se puede apreciar en la gráfica anterior.

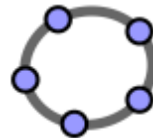
A continuación vas a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con la ayuda del software **Geogebra**.

**Ejemplo 1.** La relación entre el consumo de energía eléctrica ( $c$ ) y su costo en euros ( $\epsilon$ ), está dada por:

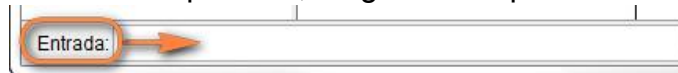
$$\epsilon = \frac{1}{10}c + 10$$

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción **“Entrada”**.



Antes de introducir la ecuación planteada, se debe realizar ligeros cambios, “y” por “ $\epsilon$ ” y “x” por “c”, luego de realizar estos cambios digita la ecuación:

$$y = \frac{1}{10}x + 10$$

y presiona la tecla enter.

Para que puedas observar la recta, dirígete a la doceava opción y elige **“Alejar”**



, ubícate con el mouse sobre la **“Vista Gráfica”** y da click izquierdo sobre ésta, tantas veces como sea necesario, hasta que la puedas apreciar la recta.

Si quieres tener una presentación parecida a la imagen presentada en el **Ejemplo 1**, dirígete a la doceava opción y elige **“Desplaza Vista Gráfica”**



, ubícate con el mouse sobre el eje vertical, hasta visualizar una flecha





vertical en doble sentido, presiona click izquierdo y arrastra la flecha hacia arriba, hasta que consideres que puedas apreciar la gráfica de mejor manera.

Para comparar los resultados, realiza los siguientes pasos:

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “**Intersección**” , luego ubícate sobre el punto de intersección entre la recta y el eje vertical, da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto A; en la “**Vista Algebraica**” puedes comprobar las coordenadas del punto  $A=(0,10)$ .

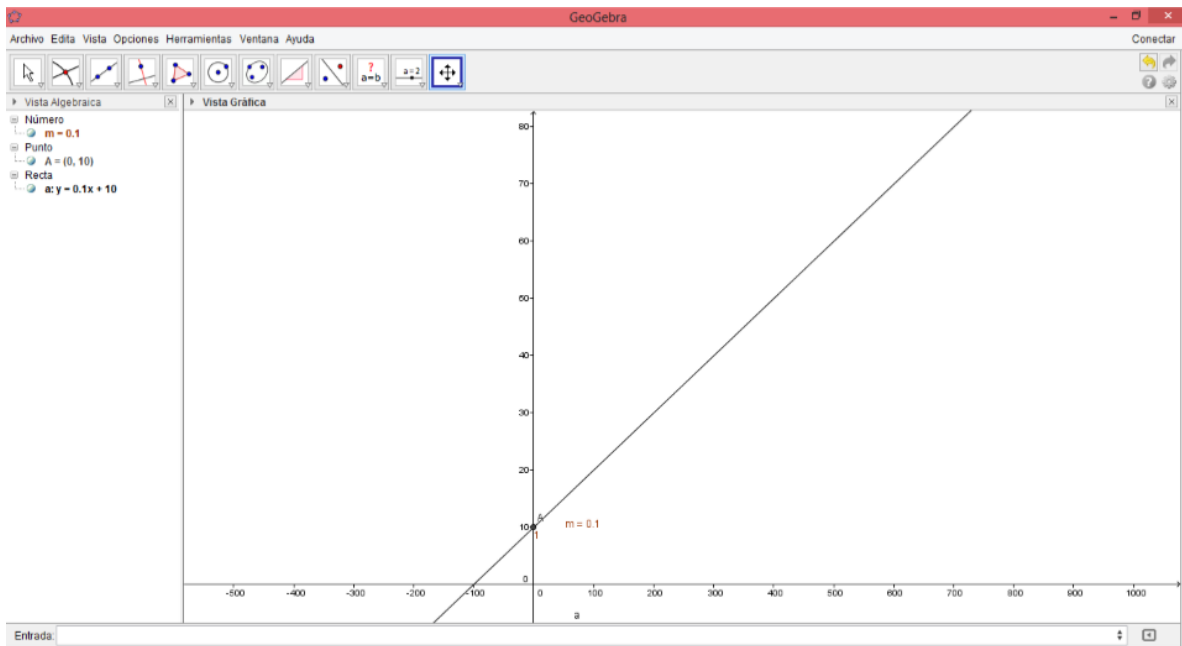
4. En la “**barra de herramientas**”, dirígete a la octava opción, da click con el botón izquierdo del mouse, toma la quinta opción “**Pendiente**”. .

Una vez activada la opción, dirígete con el mouse hacia la recta, da click izquierdo y automáticamente se presenta en la “**Vista Gráfica**” el valor de la pendiente de la recta, dicho valor es de  $m=0.1$  que equivale a  $m = \frac{1}{10}$ , valor obtenido de forma manual. Éstos valores los puedes comprobar en la “**Vista Algebraica**”.



Todos estos datos coinciden con obtenidos de forma manual.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:

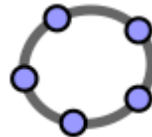


**Ejemplo 2.** Grafica la recta que une Zaragoza y Cádiz, dada su ecuación:

$$11x - 9y + 4 = 0.$$

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



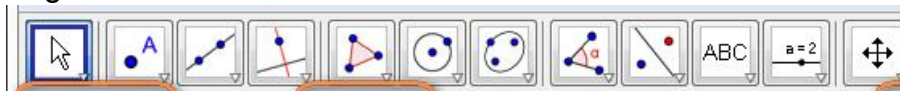
2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.




Allí digita la ecuación  $11x - 9y + 4 = 0$  y presiona la tecla enter.

Automáticamente puedes observar en la “**Vista Gráfica**” la construcción de la recta.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “**Intersección**” , luego

ubícate sobre el punto de intersección entre la recta y el eje vertical, da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto A; en la “**Vista Algebraica**” puedes comprobar las coordenadas del punto  $A=(0,0.44)$ , que coincide y equivale a  $b = \frac{4}{9}$ , valor obtenido de forma manual.

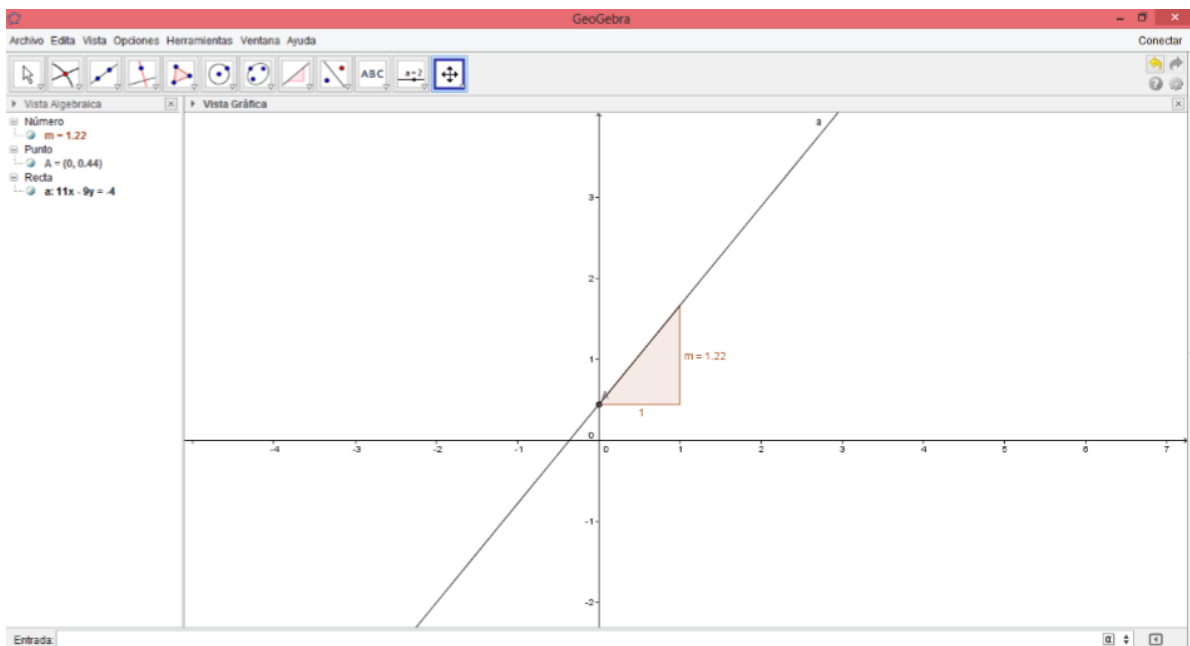
4. En la “**barra de herramientas**”, dirígete a la octava opción, da click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma

la quinta opción “**Pendiente**”.

Una vez activada la opción, dirígete con el mouse hacia la recta, da click izquierdo y automáticamente se presenta en la “**Vista Gráfica**” el valor de la pendiente de la recta, dicho valor es de  $m=1.22$  que equivale a  $m = \frac{11}{9}$ . Éstos valores los puedes comprobar en la “**Vista Algebraica**”.



Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser la siguiente:



### Actividades de cierre.

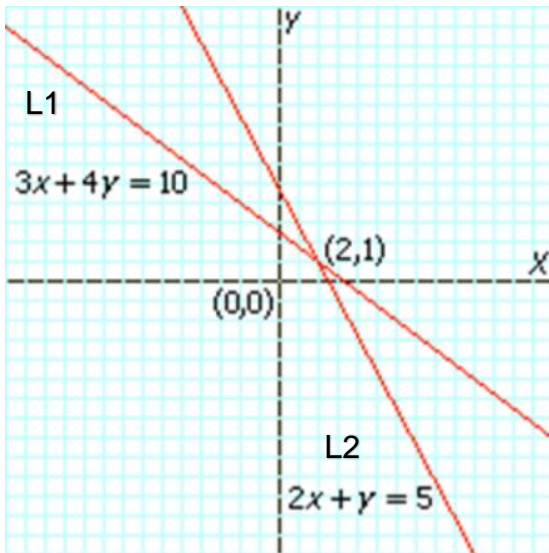
Realizar los siguientes **Ejercicios** de forma manual y comprueba sus resultados utilizando el software Geogebra.



**Ejercicio 1.** En la ciudad de Chordeleg, con la ordenanza de la obligatoriedad del uso del taxímetro, se están dando diferentes ofertas para el cobro del servicio de taxis que relaciona la Cantidad de kilómetros recorridos y el Precio a ser cancelado. La oferta planteada por la asociación de taxista, es que

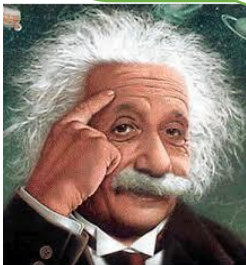
el costo de la carrera mínima sea de \$2 y de ahí en adelante por el recorrido de cada 2 kilómetros el costo de la carrera aumenta en \$1, como se ve en la gráfica. Por otra parte, la contraoferta propuesta es que, el costo de la carrera mínima sea de \$1 y de ahí en adelante por el recorrido de cada 2 kilómetros el costo de la carrera aumenta en \$1. Determina:

- La ecuación de la recta que determina oferta planteada por la asociación de taxistas (ver la gráfica).
- La ecuación de la recta que determina la contraoferta y gráficala.
- Responde: ¿qué relación puedes determinar que existe entre las rectas graficadas?



**Ejercicio 2.** Determina las ecuaciones de las rectas perpendiculares a las rectas L1 y L2 y que pasan por el punto  $(2,1)$ . Luego realiza el gráfico de cada una de las rectas.

Realiza una breve explicación de los pasos que realizaste para resolver el **Ejercicio 2**. Indicando las respuestas encontradas, determina las similitudes que puedes encontrar al momento de expresar sus ecuaciones.



---

**Responde las siguientes preguntas:**

**Completa:**

a. Escribe ¿Cuál es la ecuación de la forma pendiente intersección?:



b. Escribe ¿Cuál es la ecuación general de la recta?:



**Responde:**

c. ¿Para graficar una recta se necesita?

Subraya la respuesta correcta.

- Dos puntos.
- Un punto y la pendiente.
- Las dos opciones anteriores.
- Ninguna de las opciones anteriores.

**Investiga.**

d. ¿Cuántas rectas pueden pasar por un solo punto?

De un ejemplo gráfico.

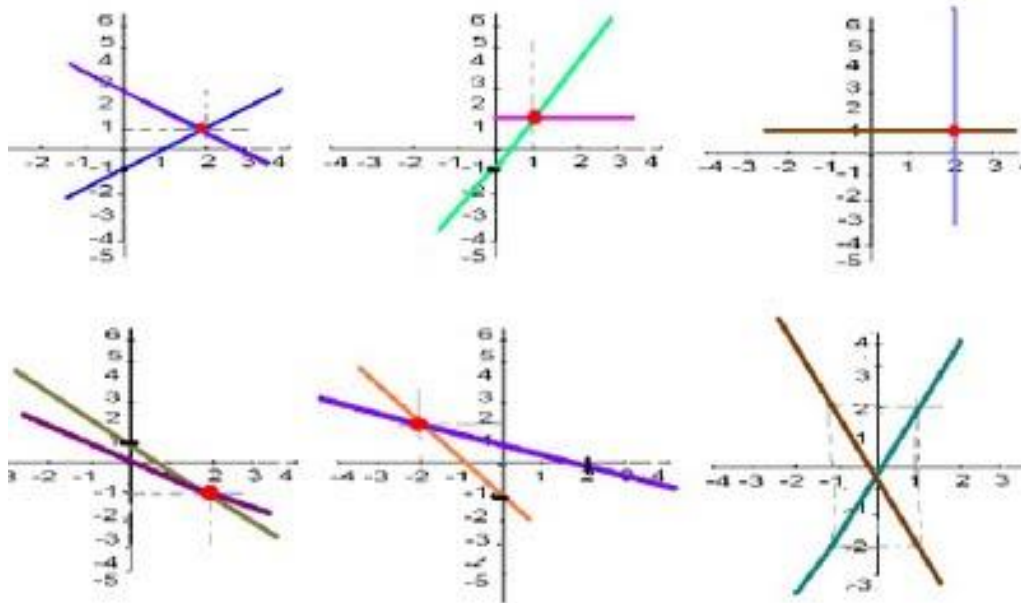


---


## Anexo 05. SECUENCIA DIDÁCTICA 5

Determinar la intersección de una recta con el eje horizontal y con el eje vertical. Identificar la intersección de dos rectas con la igualdad de las imágenes de dos números respecto de dos funciones lineales.

### Actividades de apertura.



En las Secuencias didácticas anteriores se han podido apreciar imágenes como las expuestas anteriormente, sobre todo al momento de representar las respuestas de forma gráfica a través del uso del software Geogebra. En las gráficas se pueden apreciar, la relación que existe entre las rectas graficadas, entre las rectas y los ejes coordenados. A través de la observación de las imágenes anteriormente expuestas, pueden surgir varias inquietudes como por ejemplo: ¿Qué relación guardan todas estas imágenes con lo aprendido en las Secuencias didácticas anteriores?, ¿Cómo hallar el valor de las coordenadas del punto de intersección entre una recta y los ejes coordenados? Y ¿Existe alguna forma en la que se puedan determinar las coordenadas del punto de intersección entre dos rectas?

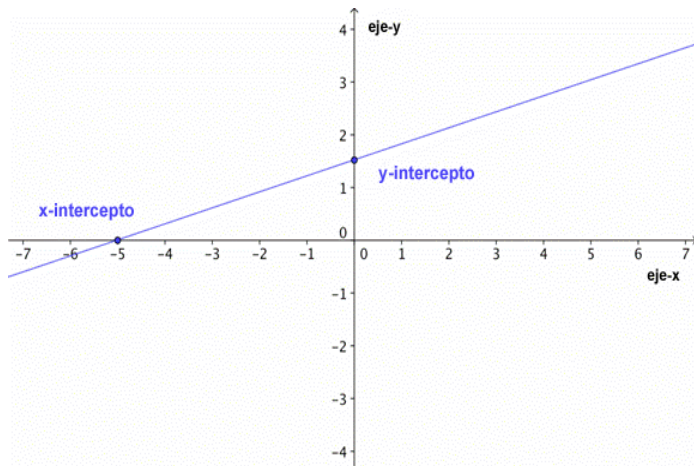
### Actividades de desarrollo.

Dentro del estudio de la **Ecuación de recta**, tema correspondiente a la geometría analítica, resulta interesante el analizar aspectos que se generan al momento de ir graficando rectas en el plano cartesianos, definidas éstas a través de ecuaciones. Al



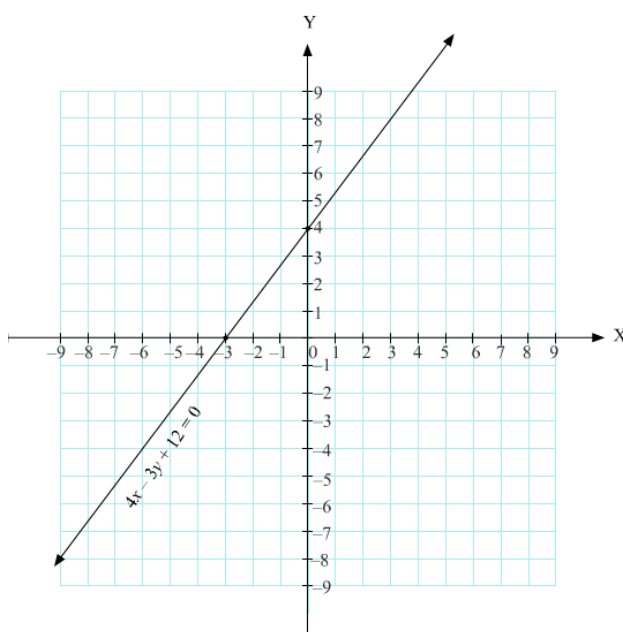
momento de graficar una recta se puede apreciar que ésta resulta ser infinita, razón por la cual, al prolongarla sin duda alguna se va a tener que intersectar con los ejes coordenados y en caso de existir otra recta en el plano, también se intersectará con ésta, salvo el caso de que las rectas sean paralelas. Todos estos aspectos enunciados son objeto de estudio y se ponen a consideración.

### 1. Intersección de una recta con el eje horizontal y con el eje vertical.



Como se puede apreciar en la imagen contigua, se presenta de forma gráfica una recta “infinita” que se intersecta con los ejes coordenados es decir con el eje “x” y el eje “y”. Para encontrar el valor de las coordenadas de los puntos de intersección de la recta con los ejes, basta con tomar la ecuación de la recta y asignarle, en un inicio, un valor de “x=0”, para de esta manera obtener el punto de

intersección con el eje de las ordenadas, es decir el eje “y”, dando como resultado un par ordenado de la forma (0,y); luego se hace un proceso muy parecido, es decir, se da un valor de “y=0”, para de esta manera obtener el punto de intersección con el eje de las abscisas, es decir el eje “x”, dando como resultado un par ordenado de la forma (x,0). Este proceso es el mismo independientemente de la forma en la que se presente la ecuación de la recta.



**Ejemplo 1.** Determina las coordenadas de los puntos de intersección de la recta  $4x - 3y + 12 = 0$

con los ejes coordenados.

Para encontrar las coordenadas de los puntos de intersección procedemos de la siguiente manera:

$$\text{Si } x = 0, 4(0) - 3y + 12 = 0, y = 4$$

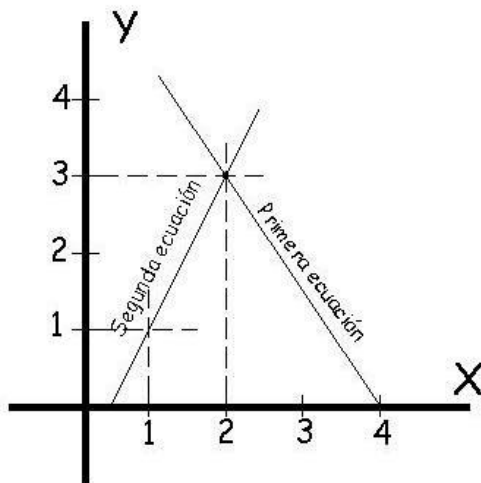
Se obteniendo el primer par ordenado (0,4), que representa el punto de intersección con el eje de las “y”.

Luego repitiendo el proceso y cambiando la incógnita se tiene:

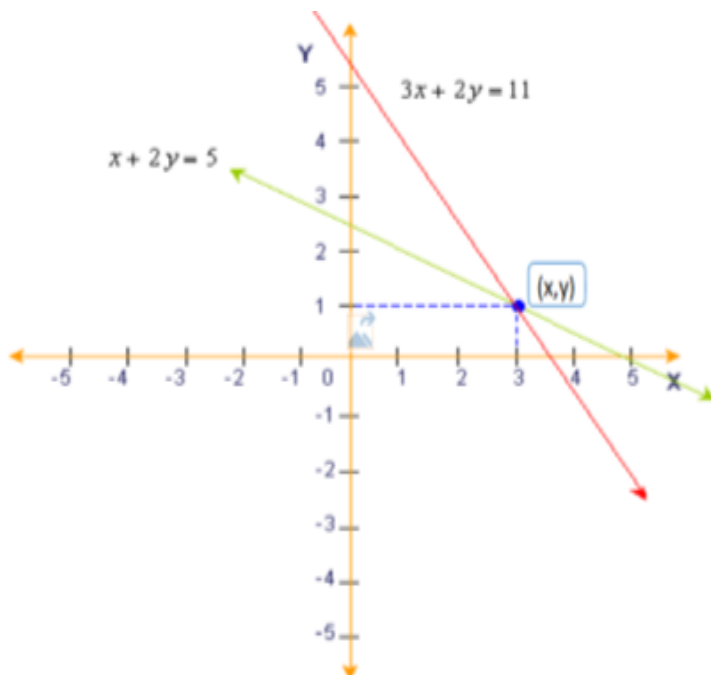
$$\text{Si } y = 0, \quad 4x - 3(0) + 12 = 0, \quad x = -3$$

Obteniendo ya el segundo par ordenado  $(-3,0)$ , que representa el punto de intersección con el eje de las “x”. Valores que se pueden comprobar en la representación gráfica.

## 2. Intersección de dos rectas con la igualdad de las imágenes de dos números respecto de dos funciones lineales.



Para encontrar la intersección de dos rectas cuyas ecuaciones están dadas de la forma “ $Ax+By=C$ ” y “ $A_1x+B_1y=C_1$ ”, (como se puede apreciar los coeficientes de las dos ecuaciones son diferentes), basta con encontrar una solución común a éstas dos ecuaciones, asignando valores a las incógnitas “x” y “y”, formando de esta manera un par ordenado  $(x,y)$  que satisfaga las dos ecuaciones, es decir que al momento de ser sustituidas por los valores asignados, conserven las igualdades planteadas.



**Ejemplo 2.** Encuentra el punto de intersección de las rectas:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

Para poder encontrar, el punto de intersección de las dos rectas de la gráfica.

Primero se asigna valores a las incógnitas, por ejemplo:

$$x = 5, \quad y = -2$$

Se sustituyen éstos en la primera ecuación:

$$3(5) + 2(-2) = 11,$$

la igualdad se mantiene.

En seguida se hace el mismo proceso en la segunda ecuación:  $(5) + 2(-2) \neq 5$ ,

puesto, que la igualdad no se mantiene, deducimos que esos valores no corresponden al punto de intersección de las rectas.

Como se puede apreciar en la gráfica el punto de intersección de las dos rectas, se encuentra en el primer cuadrante, lo que muestra, que los valores a asignar tienen que ser positivos, es decir:

$$x = 3, \quad y = 1$$

Sustituyendo en las ecuaciones, se tiene:

$$3(3) + 2(1) = 11$$

$$(3) + 2(1) = 5$$

Luego, estos valores son los que mantienen las igualdades, por lo tanto representan el punto de intersección de las dos rectas.

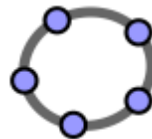
A continuación vas a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con la ayuda del software **Geogebra**.

**Ejemplo 1.** Determina las coordenadas de los puntos de intersección de la recta  $4x - 3y + 12 = 0$

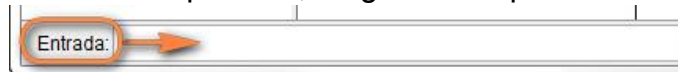
con los ejes coordenados.

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



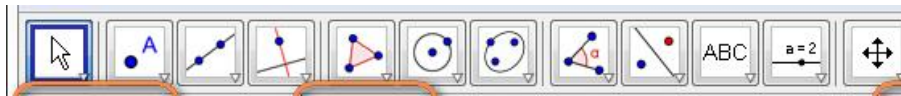
2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.




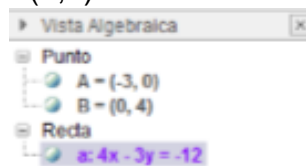
Digita la ecuación planteada,  $4x - 3y + 12 = 0$ , y presiona la tecla enter.

En la “**Vista Gráfica**” puedes apreciar la construcción de la recta y en la “**Vista Algebraica**” su representación matemática.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.

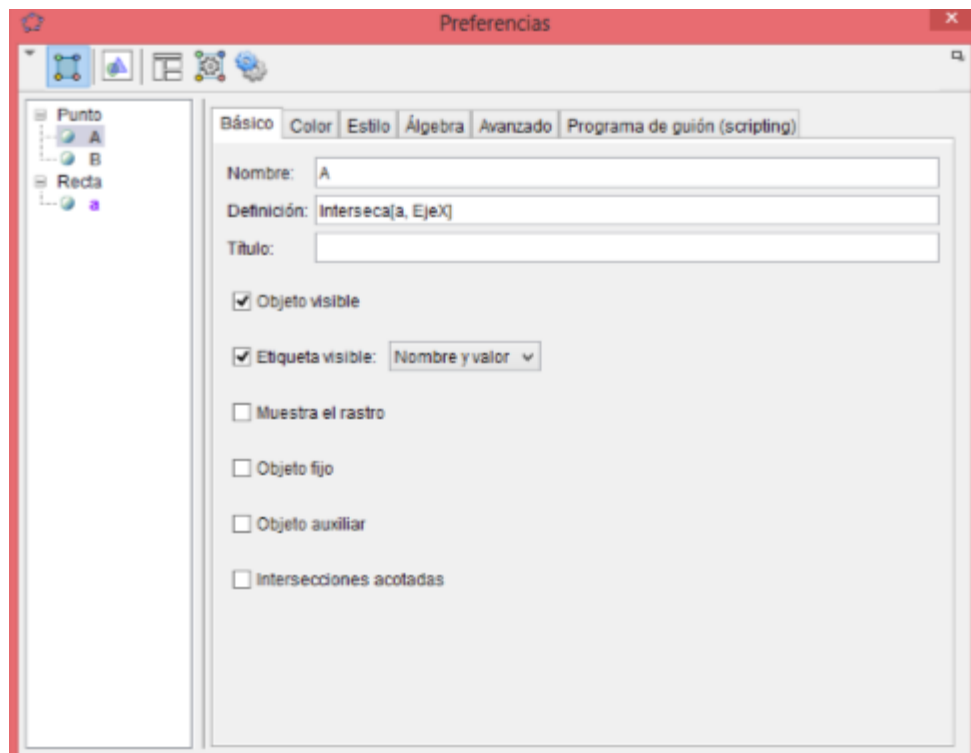


Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “**Intersección**” , luego ubícate sobre el punto de intersección entre la recta y el eje horizontal, da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto A; en la “**Vista Algebraica**” puedes comprobar las coordenadas del punto  $A=(-3,0)$ . En seguida, ubícate sobre el punto de intersección entre la recta y el eje vertical, da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto B; en la “**Vista Algebraica**” puedes comprobar las coordenadas del punto  $B=(0,4)$ .



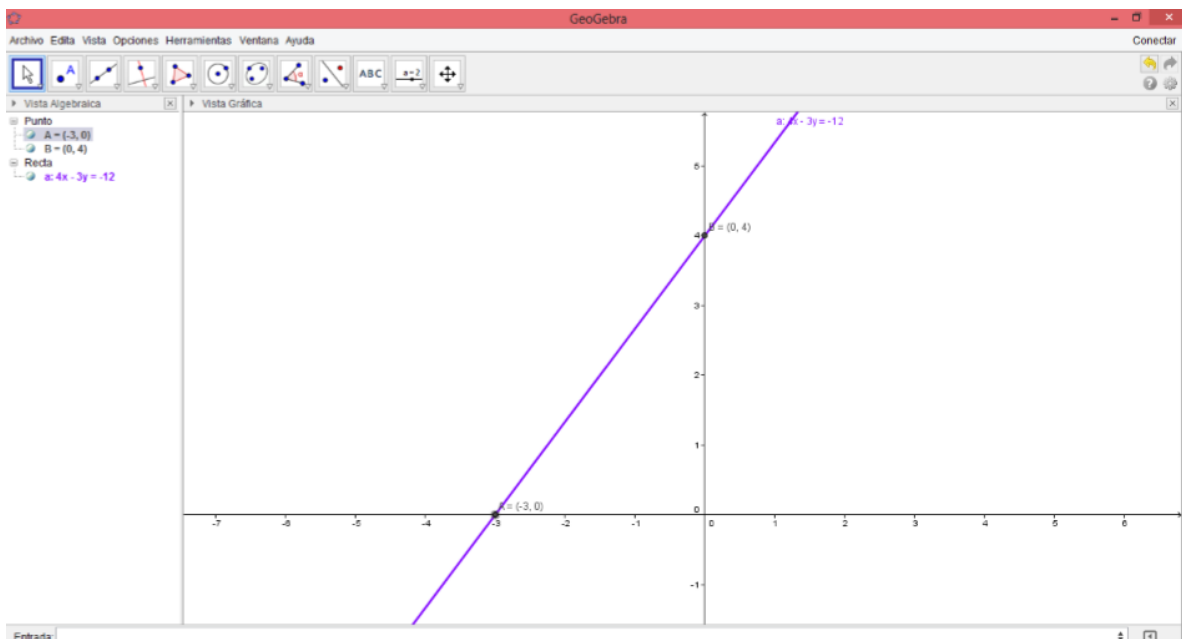
Todos estos datos coinciden con obtenidos de forma manual.

Si quieres que aparezcan los valores de los puntos A y B en la “**Vista Gráfica**”, dirígete a Menú “**Edita**”, da un click izquierdo y se despliegan varias opciones, toma la opción “**Propiedades**”, da un click izquierdo y se te va a presentar la siguiente imagen.



En ella, puedes escoger si quieres trabajar con los puntos o la recta, solo das un click izquierdo sobre uno de ellos para activarlo. En “**Básico**”, dirígete a “**Etiqueta Visible**”, da un click izquierdo y toma la opción “**Nombre y valor**”, en la opción “**Color**”, puedes cambiar al color de tu preferencia y en la siguiente opción “**Estilo**”, te permite cambiar el ancho y estilo de la recta. Realiza los cambios que consideres conveniente y cierra la pestaña, automáticamente podrás observar los cambios realizados.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:

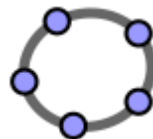


**Ejemplo 2.** Encuentra el punto de intersección de las rectas:

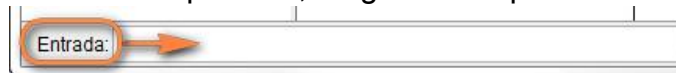
$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.




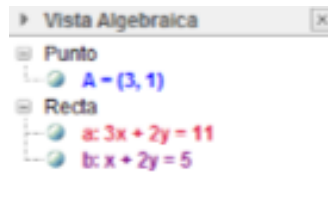
Allí digita la primera ecuación  $3x+2y=11$  y presiona la tecla enter, luego digita la segunda ecuación  $x+2y=5$  y presiona la tecla enter.

Automáticamente puedes observar en la “**Vista Gráfica**” la construcción de las rectas y en la “**Vista Algebraica**” su representación matemática.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.

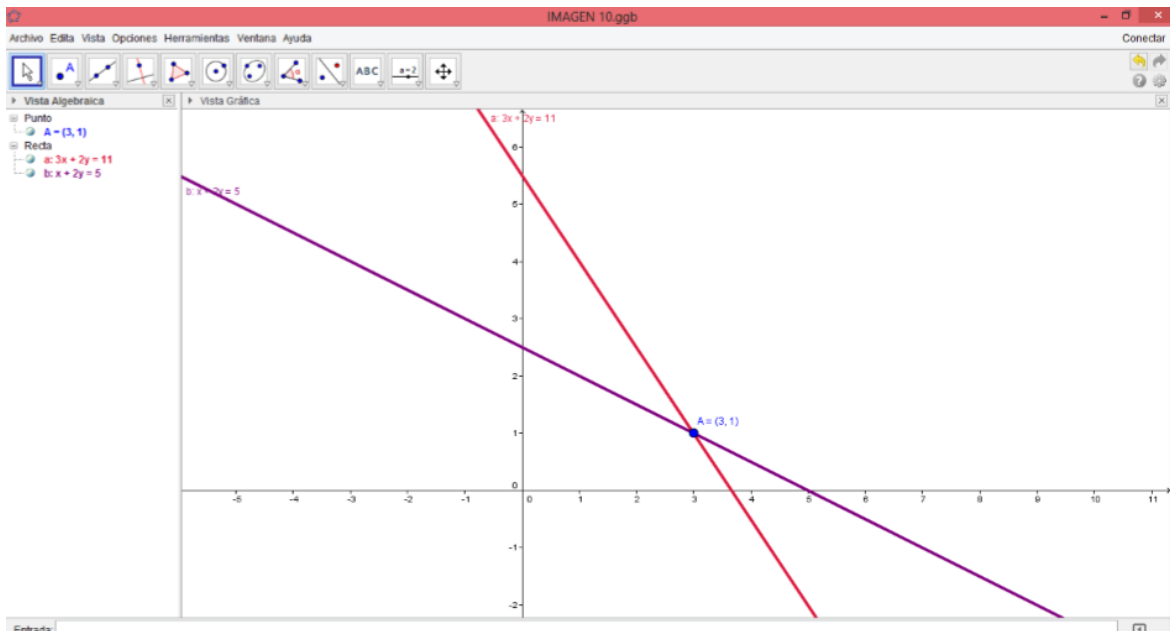


Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción **“Intersección”** , luego ubícate sobre el punto de intersección entre las dos rectas, da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto A; en la **“Vista Algebraica”** puedes comprobar las coordenadas del punto  $A=(3,1)$ , que coincide con el valor obtenido de forma manual.



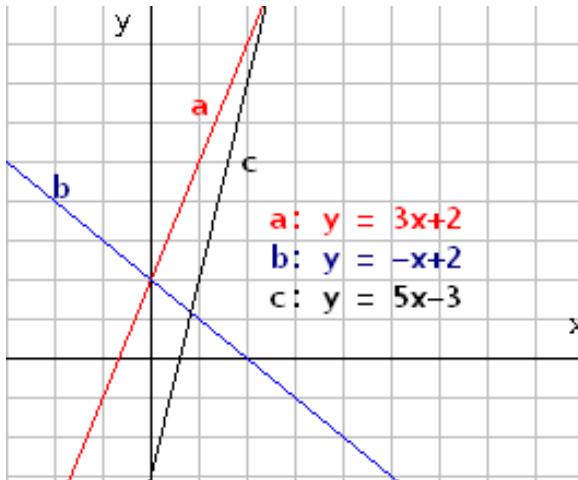
Si quieres que aparezcan los valores del punto A y de las ecuaciones de las rectas en la **“Vista Gráfica”**, realiza los pasos explicados en el ejercicio anterior.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser la siguiente:



### Actividades de cierre.

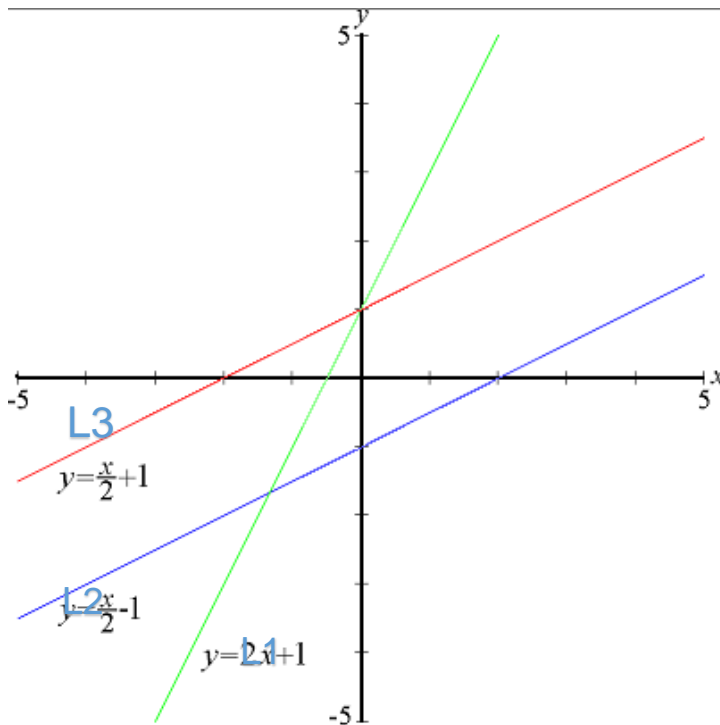
Realizar los siguientes **Ejercicios** de forma manual y comprueba sus resultados utilizando el software Geogebra.



**Ejercicio 1.** Dadas las ecuaciones de las rectas:

$$\begin{cases} a: & y = 3x + 2 \\ b: & y = -x + 2 \\ c: & y = 5x - 3 \end{cases}$$

Determina las coordenadas de los puntos de intersección de cada recta con los ejes coordenados.



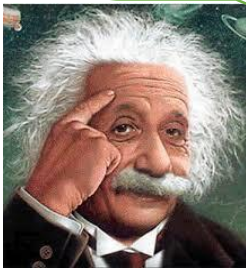
**Ejercicio 2.** Determina las coordenadas de los puntos de intersección entre las rectas:

- a) L1 y L2.
- b) L1 y L3

Recomendación. Antes de empezar a resolver el ejercicio, escribe las ecuaciones que están determinadas de la forma “**punto y pendiente**” de cada una de las rectas en la forma “**ecuación general de la recta**”.

**Comenta las dificultades que encontraste al resolver el Ejercicio 2 y ¿Cómo las solucionaste?**





**Responde las siguientes preguntas:**

**Completa:**

- a. Escribe ¿Cuáles son los valores a ser asignados a las incógnitas “ $x$ ” y “ $y$ ”, para encontrar los puntos de intersección entre la recta con los ejes coordenados?



- b. Escribe ¿Cuántos puntos en común tienen dos rectas que se intersectan?



**Responde:**

c. ¿A la ecuación de la forma " $Ax+By=C$ ", se la conoce también como?  
Subraya la(as) respuesta(as) correcta(as).

- Ecuación cuadrática.
- Ecuación lineal.
- Ecuación de primer grado.
- Ninguna de las opciones anteriores.

**Investiga.**

d. ¿Cuál es la clasificación de un sistema de ecuaciones lineales?  
Explica cada uno con un ejemplo.

Sistema	Gráfica

## Anexo 06. SECUENCIA DIDÁCTICA 6

Resolver problemas de distancias entre puntos y rectas y entre rectas utilizando vectores.

### Actividades de apertura.



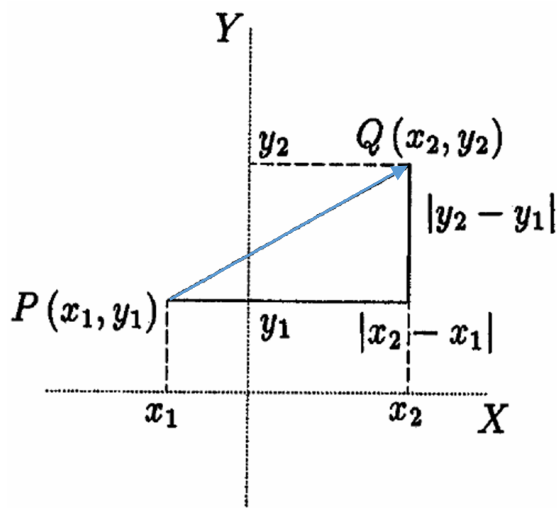
Al momento de observar la televisión, periódicos o el internet, es muy común encontrar diferentes tipos de representaciones gráficas, como las se muestran en las imágenes expuestas anteriormente, en todas ellas, lo que se puede destacar en común, son los trazos de segmentos de rectas que permiten tener una idea o una representación gráfica de la distancia que existe entre dos puntos que se pueden tomar como referencia, para efectuar una medición; por ejemplo: en las dos primeras imágenes se observa sobre mapas la distancia que existe entre una ciudad tomada como referencia y otras ciudades, en la siguiente imagen se representa la distancia que existe entre los planetas, Tierra y Marte y la última muestra la utilidad de la distancia al momento de definir las posiciones que ocupa cada competidor en una carrera de forma exacta y precisa. A través de la observación de las imágenes anteriormente expuestas, pueden surgir varias inquietudes como por ejemplo: ¿Cómo se calcula la distancia que existe entre dos puntos tomados como referencia?, ¿Se puede calcular la distancia entre dos

segmentos de rectas? Y ¿Con qué otro tema de matemática se puede relacionar al momento de tener un segmento de recta con orientación?

### Actividades de desarrollo.

Dentro del estudio de la **Ecuación de recta**, tema correspondiente a la geometría analítica, resulta interesante el analizar un aspecto fundamental, como lo es la “**Distancia**”; que se la puede entender como la longitud del segmento de recta que une dos puntos, un punto y una recta o, dos rectas, expresado de forma numérica; es decir, permite tener una idea del grado de lejanía o cercanía que existe entre dos aspectos son objeto de estudio.

#### 1. Distancia entre dos puntos.



El módulo de  $\vec{v}$  se calcula mediante el teorema de la hipotenusa de Pitágoras con la fórmula:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

La distancia entre dos puntos  $P(x_1, y_1)$  y  $Q(x_2, y_2)$  es el módulo del vector  $\vec{PQ}$  es decir:

$$d(P, Q) = \|\vec{PQ}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**Ejemplo 1.** Halla la distancia entre los puntos  $P(2,1)$  y  $Q(4,4)$ .

Solución. Reemplazando  $P(2,1)$  y  $Q(4,4)$  en la fórmula.

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

De donde desarrollando se tiene que:

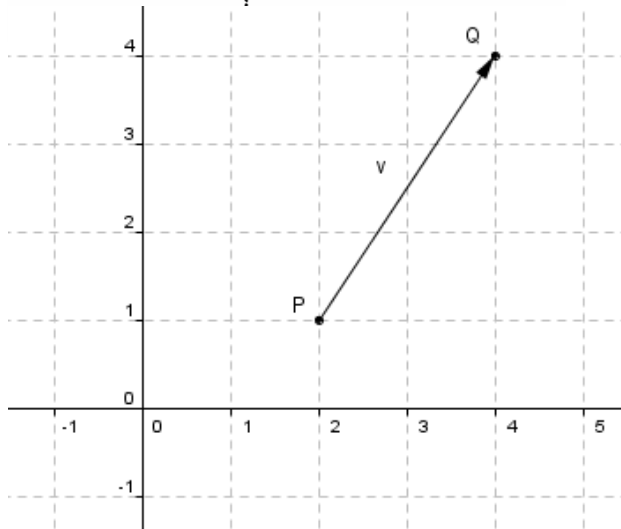
$$d(P, Q) = \sqrt{(4 - 2)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$d(P, Q) = \sqrt{(2)^2 + (3)^2}$$

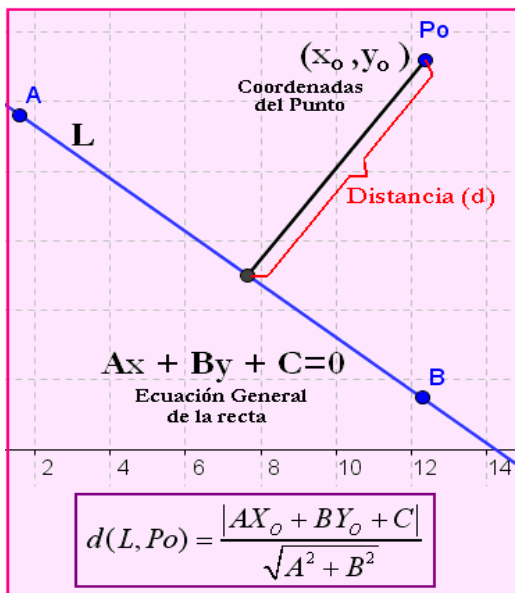
$$d(P, Q) = \sqrt{4 + 9}$$

$$d(P, Q) = \sqrt{13}$$

$$d(P, Q) = 3,61$$



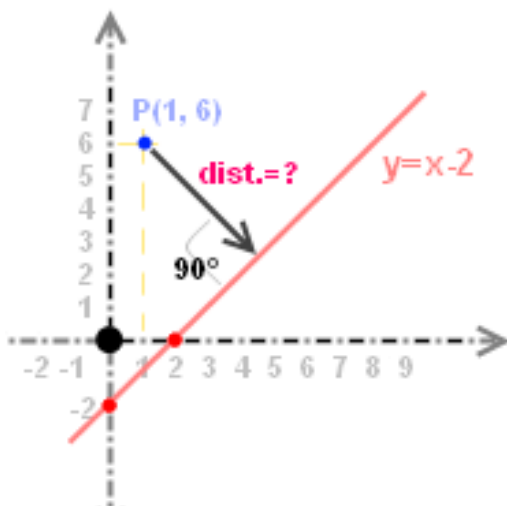
## 2. Distancia entre un punto y una recta.



La distancia ( $d$ ) de un punto  $P_0(x_0, y_0)$  a una recta  $L$  dada por la forma  $Ax + By + C = 0$ , se obtiene reemplazando las coordenadas del punto  $P_0$ , en donde está expresada la ecuación general de la recta. De tal manera que la ecuación queda dada por:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Donde  $d$  representa la longitud del segmento de recta dirigido de forma perpendicular del punto  $P_0$  a la recta  $L$ .



**Ejemplo 2.** Halla la distancia del punto  $P(1, 6)$  a la recta  $y = x - 2$ .

Solución. Para empezar, primero debes expresar la ecuación dada, en la forma de la ecuación general de la recta, así:

$$x - y - 2 = 0$$

Luego identificas el valor de los coeficientes  $A, B$  y  $C$ , de  $x_0, y_0$ , y los reemplazas en la fórmula:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$d = \frac{|(1)(1) + (-1)(6) + (-2)|}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}}$$

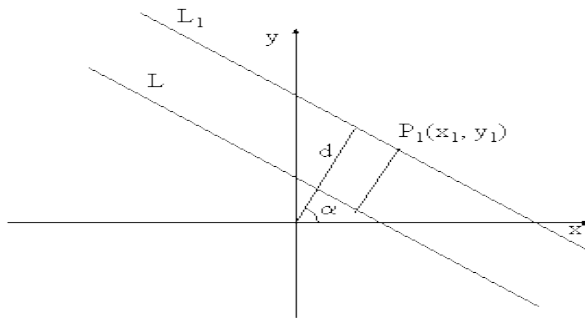
De donde resolviendo se tiene:

$$d = \frac{|1 - 6 - 2|}{\sqrt{1 + 1}}$$

$$d = \frac{|-7|}{\sqrt{2}}$$

$$d = \frac{7}{\sqrt{2}} = 4,24$$

### 3. Distancia entre dos rectas.

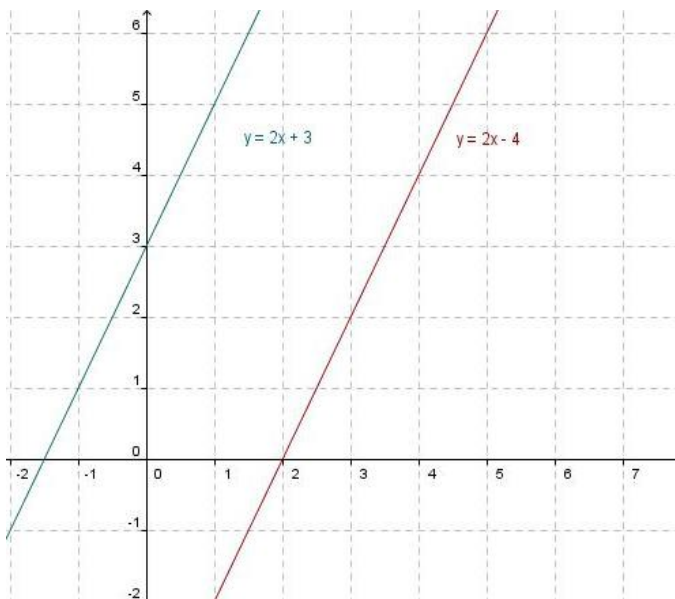


Como se puede apreciar en la imagen para encontrar la distancia entre las dos rectas  $L$  y  $L_1$ , primero se necesita conocer las coordenadas de un punto que se encuentre sobre una de estas rectas, para este caso en particular se tiene las coordenadas del punto  $P_1(x_1, y_1)$ , sobre la recta  $L_1$ , luego se puede aplicar la fórmula anterior:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Que permite encontrar la distancia entre un punto dado  $P_1$  y una recta  $L$ .

Como ya se explicó, en la distancia siempre se mide la longitud del segmento de recta que pasa por un punto de la una recta y que es perpendicular a la otra, por lo tanto  $\alpha = 90^\circ$ .



**Ejemplo 3.** Halla la distancia comprendida entre las rectas paralelas  $y = 2x + 3$  y  $y = 2x - 4$ .

**Solución.** Primero toma una de las dos ecuaciones y encuentra un punto que este sobre ella, por ejemplo.

Una de las formas más sencillas de realizarlo es dar un valor de "0" a una de las incógnitas y de esta manera se encontrará un punto de intersección, es decir un par ordenado sobre la recta, así:

Tomando la ecuación  $y = 2x + 3$  y

asignando un valor de  $x=0$ , se tiene:

$$y = 2(0) + 3$$

$$y = 3$$

Por lo tanto se tiene un punto de coordenadas (0,3), que está sobre la recta  $y = 2x + 3$ .

También se procede a reescribir la segunda ecuación de la forma ecuación general de la recta, así:  $2x - y - 4 = 0$ .

Luego, tomando la ésta ecuación y el punto encontrado se reemplaza en la fórmula:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Sustituyendo se tiene:

$$d = \frac{|(2)(0) + (-1)(3) + (-4)|}{\sqrt{(2)^2 + (-1)^2}}$$

$$d = \frac{|0 - 3 - 4|}{\sqrt{4 + 1}}$$

$$d = \frac{|-7|}{\sqrt{5}}$$

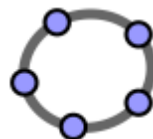
$$d = \frac{7}{\sqrt{5}} = 3,13$$

A continuación vas a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con la ayuda del software **Geogebra**.

**Ejemplo 1.** Halla la distancia entre los puntos P(2,1) y Q(4,4).

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita el punto P=(2,1), y presiona la tecla enter.

Luego digita el punto Q=(4,4), y presiona la tecla enter.

En la “**Vista Gráfica**” puedes apreciar la ubicación de los dos puntos y en la “**Vista Algebraica**” su representación matemática.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la sexta opción “**Vector**”, luego ubícate sobre el punto **P**, da un click izquierdo con el mouse y dirígete hacia el punto **Q** y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente puede apreciar la construcción del vector que une los dos puntos **P** y **Q** en la “**Vista Gráfica**”.

4. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.

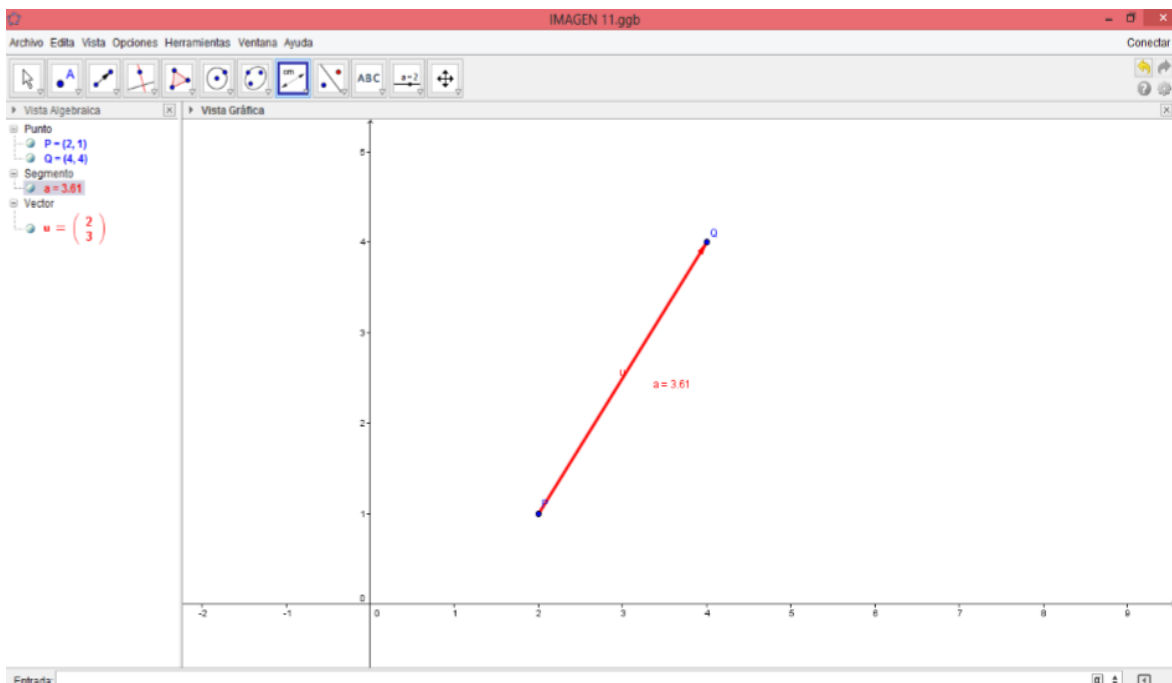


Toma la octava opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la tercera opción “**Distancia o Longitud**”, luego dirígete y ubícate sobre el vector **PQ**, da un click izquierdo con el mouse y automáticamente puede apreciar el valor del vector **PQ** designado con la letra **a=3,61** en la “**Vista Gráfica**”, que coincide con el valor obtenido de forma manual.

Si quieres puedes cambiar de color y el ancho del segmento de recta para mejorar la presentación.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:

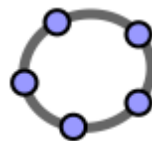




**Ejemplo 2.** Halla la distancia del punto  $P(1,6)$  a la recta  $y = x - 2$ .

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.




Digita el punto  $P=(1,6)$ , y presiona la tecla enter.

Luego digita la ecuación  $y=x-2$ , y presiona la tecla enter.

En la “**Vista Gráfica**” puedes apreciar la ubicación del punto y de la recta “**a**”, y en la “**Vista Algebraica**” su representación matemática.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.




Toma la cuarta opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la primera opción “**Perpendicular**” , dirígete al punto **P** y da un click izquierdo con el mouse, luego dirígete a la recta

“a” y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás observar la construcción de una recta perpendicular a la recta  $y=x-2$  que pasa por el punto  $P=(1,6)$ , en la “Vista Algebraica”.


4. Dirígete a la “barra de herramientas”.




Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “Intersección” , luego ubícate sobre el punto de intersección entre las dos rectas, da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto **A** de coordenadas (5,3), éste valor lo puedes apreciar en la “Vista Algebraica”.

5. Dirígete a la “barra de herramientas”.




Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la segunda opción “Segmento” , luego ubícate sobre el punto **P**, da un click izquierdo con el mouse y dirígete hacia el punto **A** y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente puede apreciar la construcción del segmento de recta que une los dos puntos **P** y **A** en la “Vista Gráfica”.

Para mejorar la presentación dirígete a la “Vista Algebraica”, ubícate sobre la recta  $b: -x-y=-8$ , da un click derecho con el mouse y se te van a presentar varias

opciones, toma la cuarta opción “Objeto visible” , da un click izquierdo con el mouse sobre éste y automáticamente puedes observar en la “Vista Gráfica”, que la recta perpendicular “b” se hace invisible, quedando visible solo el segmento de recta **PA**.

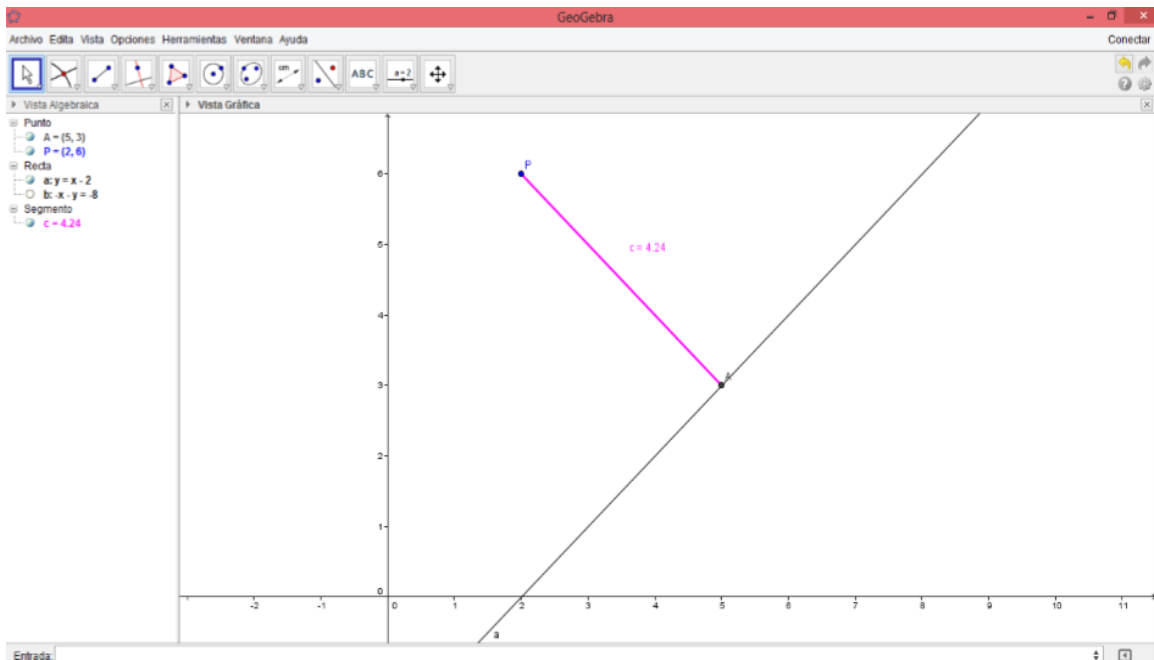
6. Dirígete a la “barra de herramientas”.



Toma la octava opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la tercera opción “Distancia o Longitud” , luego dirígete y ubícate sobre el segmento de recta **PA**, da un click izquierdo con el mouse y automáticamente puede apreciar el valor del segmento **PA** designado con la letra  $c=4,24$  en la “Vista Gráfica”, que coincide con el valor obtenido de forma manual.

Si quieres puedes cambiar de color y el ancho del segmento de recta para mejorar la presentación.

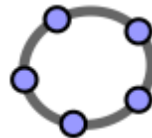
Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:



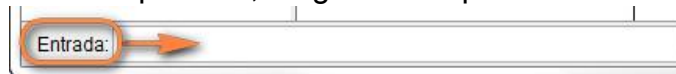
**Ejemplo 3.** Halla la distancia comprendida entre las rectas paralelas  $y = 2x + 3$  y  $y = 2x - 4$ .

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.




Digita la ecuación  $y=2x+3$ , y presiona la tecla enter.

Luego digita la ecuación  $y=2x-4$ , y presiona la tecla enter.

En la “**Vista Gráfica**” puedes apreciar la ubicación de las rectas “**a**” que representa la recta  $y=2x+3$  y “**b**” que representa la recta  $y=2x-4$ , y en la “**Vista Algebraica**” su representación matemática.


3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “**Intersección**” , luego ubícate sobre el punto de intersección entre la recta “a” con el eje de la ordenadas, es decir, el eje “Y”, da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto **A** de coordenadas (0,3), esto lo puedes apreciar en la “**Vista Algebraica**”.


4. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la cuarta opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la primera opción “**Perpendicular**” , dirígete al punto **A** y da un click izquierdo con el mouse, luego dirígete a la recta **b** y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás observar en la “**Vista Algebraica**”, la construcción de una recta perpendicular a la recta  $y=2x-4$  que pasa por el punto  $A=(0,3)$ , determinada con la letra “c” cuya ecuación es  $-x-2y=-6$ .


5. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “**Intersección**” , luego ubícate sobre el punto de intersección entre la recta “b” con la recta “c”, da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto **B** de coordenadas (2.8,1.6), esto lo puedes apreciar en la “**Vista Algebraica**”.

6. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la segunda opción “**Segmento**” , luego ubícate sobre el punto **A**, da un click izquierdo con el mouse y dirígete hacia el

punto **B** y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente puede apreciar la construcción del segmento de recta que une los dos puntos **A** y **B** en la “**Vista Gráfica**”.

Para mejorar la presentación dirígete a la “**Vista Algebraica**”, ubícate sobre la recta **c: -x-2y=-6**, da un click derecho con el mouse y se te van a presentar varias

opciones, toma la cuarta opción “**Objeto visible**” , da un click izquierdo con el mouse sobre éste y automáticamente puedes observar en la “**Vista Gráfica**”, que la recta perpendicular “**c**” se hace invisible, quedando visible solo el segmento de recta **AB**.

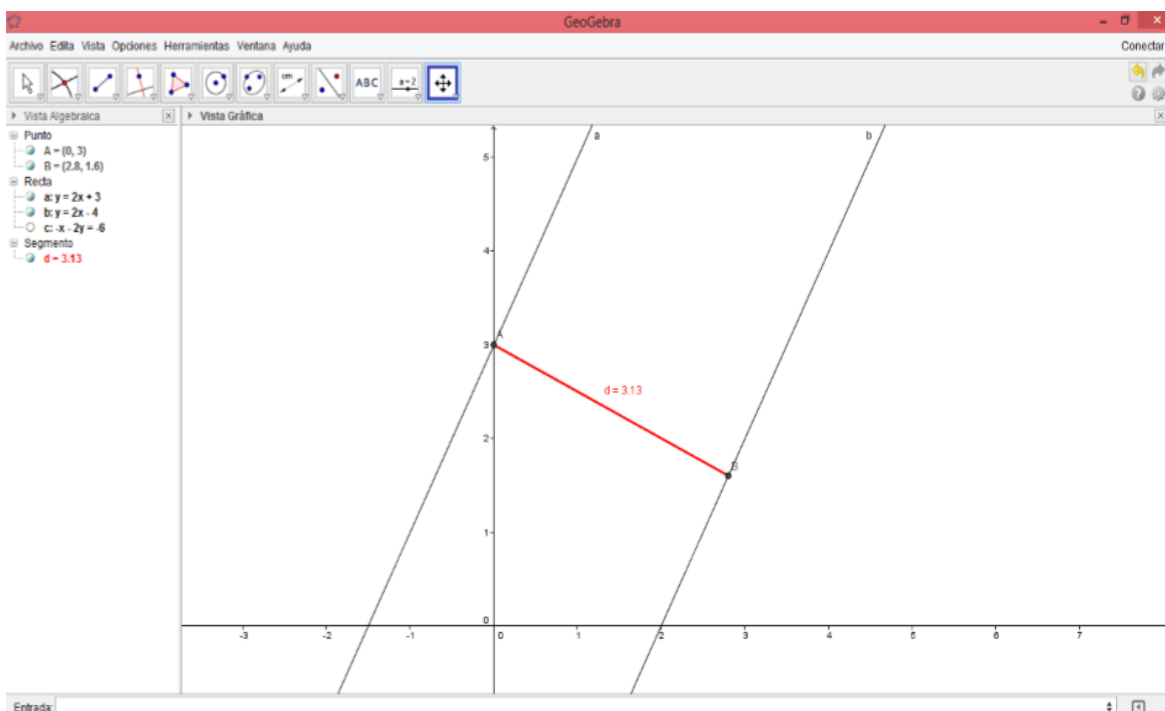
7. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la octava opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la tercera opción “**Distancia o Longitud**” , luego dirígete y ubícate sobre el segmento de recta **AB**, da un click izquierdo con el mouse y automáticamente puede apreciar en la “**Vista Gráfica**” el valor del segmento **AB** designado con la letra **d=3,13**, que coincide con el valor obtenido de forma manual.

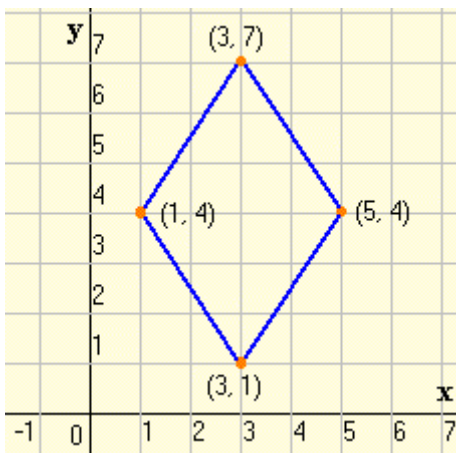
Si quieres puedes cambiar de color y el ancho del segmento de recta “**d**” para mejorar la presentación.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser la siguiente:

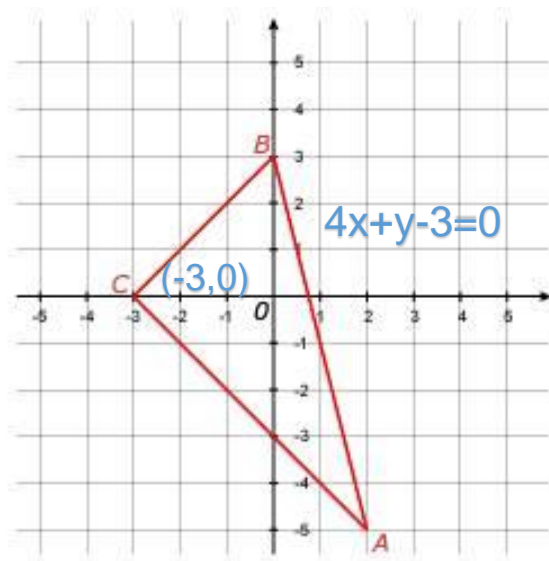


### Actividades de cierre.

Realizar los siguientes **Ejercicios** de forma manual y comprueba sus resultados utilizando el software Geogebra.




**Ejercicio 1.** Demuestra que la unión de los puntos  $(1, 4)$ ;  $(3, 1)$ ;  $(5, 4)$  y  $(3, 7)$ , forman un rombo. Considera sus diagonales.




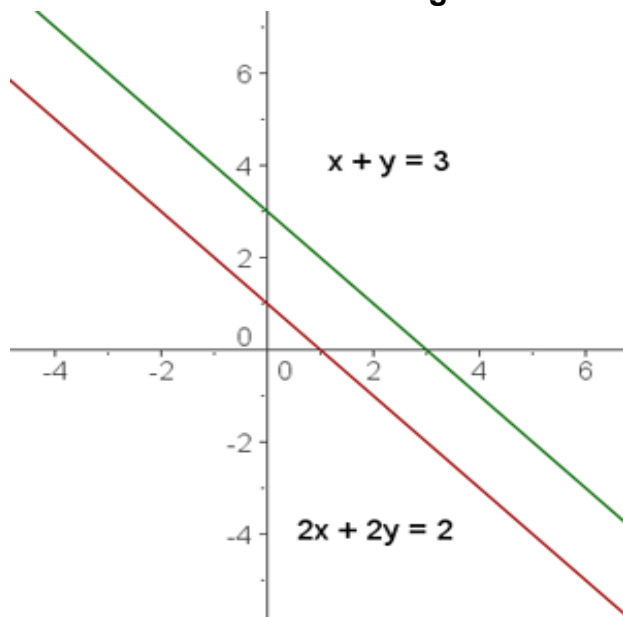
**Ejercicio 2.** Determina el área del triángulo utilizando la fórmula  $A = \frac{b \times h}{2}$ , entendiendo como base es el segmento de recta AB cuya ecuación  $4x + y - 3 = 0$ .

Para calcular el área del triángulo en Geogebra, dirígete a la **“barra de herramientas”**, escoge la quinta opción y da un click izquierdo, se despliega un recuadro toma la primera opción

**“Polígono”** , ubícate sobre el punto A y da un click izquierdo, luego realiza el mismo proceso sobre el punto B, el punto

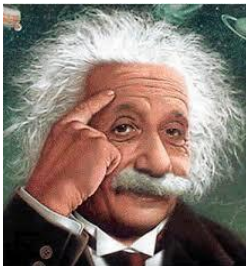
C y termina en el punto A, puedes observar en la vista gráfica que se cierra el triángulo y queda sombreado. Dirígete a la **“barra de herramientas”**, escoge la octava opción

y da un click izquierdo, se despliega un recuadro toma la cuarta opción **“Área”** , luego ubícate sobre la parte sombreada del triángulo da un click izquierdo y automáticamente puedes observar al valor del área de la figura, tanto en la **“Vista Gráfica”** como en la **“Vista Algebraica”**.



**Ejercicio 3.** Determina la distancia que existe entre las rectas  $x + y = 3$  y  $2x + 2y = 2$ .

**Comenta las dificultades que encontraste al resolver el Ejercicio 2 y ¿Cómo las solucionaste?**



**Responde las siguientes preguntas:**


**Completa:**

- a. Escribe ¿Cuál es la fórmula para encontrar la distancia entre dos puntos?





- b. Escribe ¿Cuál es la fórmula para encontrar la distancia entre un punto y una recta?



**Responde:**

- c. ¿En qué aspectos de tu cotidianeidad podrías aplicar lo aprendido en ésta secuencia didáctica?

- .....

.....

.....

.....

**Investiga.**

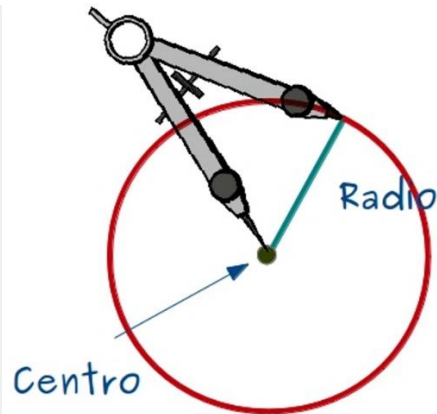
- d. ¿Qué es un vector y qué operaciones se puede realizar con éstos?  
Explica cada uno con un ejemplo.

## Anexo 07. SECUENCIA DIDÁCTICA 7

Reconocer la ecuación de un círculo a partir de los parámetros de la misma.

Hallar la ecuación de un círculo conocidos su centro y su radio.

Actividades de apertura.



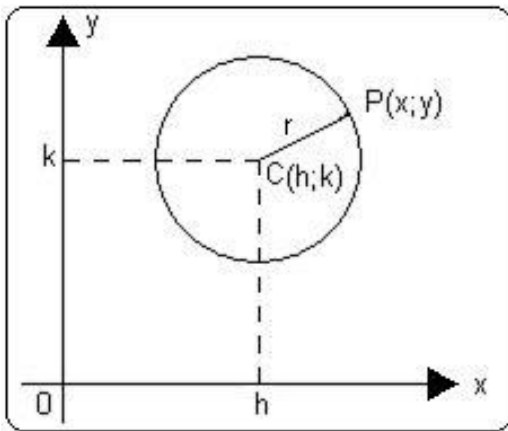
Como se puede apreciar en las imágenes expuestas anteriormente, desde tiempos inmemoriales se ha venido realizando el trazo de una línea curva cerrada, ya sea de una forma muy rudimentaria como se puede apreciar en la primera imagen, así como de una manera mucho más técnica como puede ser a través del uso un instrumento de construcción (compás). O ¿quién en sus años de infancia no ha realizado el trazo de una línea curva cerrada con la ayuda de un lápiz y tomando como molde una moneda? La figura formada por éste trazo ha resultado ser de mucha utilidad para la sociedad, por ejemplo, desde la aparición de la rueda y junto a otros elementos, el traslado de personas y de objetos se ha vuelto muy sencillo. Las aplicaciones y utilidades de ésta figura en la sociedad, resultan ser innumerables, razón por la cual, resulta difícil el no encontrar en nuestro alrededor objetos o imágenes que tengan relación con ésta línea curva. Luego del análisis de las imágenes y de la importancia de ésta figura, pueden surgir varias inquietudes como por ejemplo: ¿Cuál es el nombre que define ésta figura y qué elementos la componen?, ¿Cómo puedo construir ésta

figura de una manera correcta y exacta? Y ¿Existe algún modelo matemático que la defina?

### Actividades de desarrollo.

Después del estudio de la **Ecuación de recta**, el tema con el que mayor familiaridad puedes tener, es el estudio de la Circunferencia, pues su estudio lo realizaste en tus primeros años de educación al empezar a conocer la geometría elemental, resulta interesante el analizar diferentes aspectos que se van generando al momento de ir graficando la circunferencia, definida a través de una ecuación. A continuación pondremos a tu disposición un estudio detallado de la **Ecuación de la Circunferencia**, intentando descubrir algunas propiedades de ésta.

**1. Ecuación de la Circunferencia con centro en  $(h, k)$ .** La ecuación de la circunferencia la puedes obtener, a partir, de definir a la circunferencia como el lugar geométrico en el cual un punto móvil "**P**", se mueve en el plano de tal manera que se conserva siempre a una misma distancia de un punto fijo en el plano denominado como centro de la circunferencia "**C**", la distancia constante que existe entre el punto móvil y el centro se llama radio "**r**".



Como se puede apreciar en la imagen contigua, las coordenadas del centro de la circunferencia están dadas por  $(h, k)$ , donde " $h$ " representa la coordenada del centro de la circunferencia con respecto al eje de las abscisas ( $x$ ) y " $k$ " representa la coordenada del centro de la circunferencia con respecto al eje de las ordenadas ( $y$ ), el radio se lo representa con la letra  $r$ , la circunferencia que tiene por centro  $(h, k)$  y por radio  $r$ , se define mediante la ecuación ordinaria:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Ésta, determina la ecuación de la circunferencia que tienen como centro cualquier punto en el plano cartesiano, donde las coordenadas de  $(h, k)$ , son distintas de 0, es decir que el centro no se encuentre en el origen, que tiene por coordenadas el punto  $O(0,0)$ .

Desarrollando la ecuación ordinaria se obtiene:

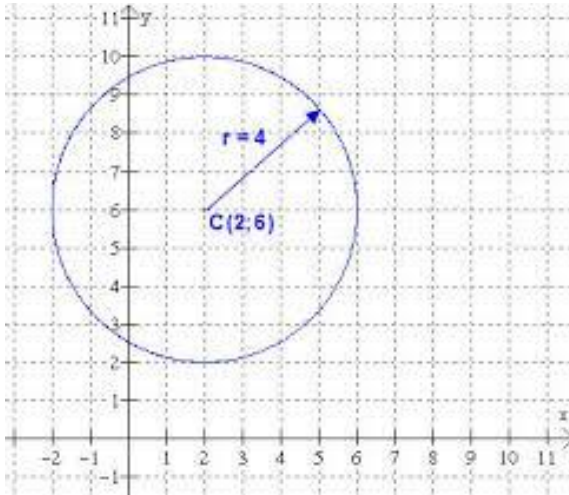
$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

Lo que se puede escribir de la forma:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

De donde:

$$D = -2h, \quad E = -2k \quad y \quad F = h^2 + k^2 - r^2$$



**Ejemplo 1.** Determina la ecuación de la circunferencia, que tiene por centro el punto C de coordenadas (2,6) y cuyo radio tiene una longitud igual a 4.

Para resolver el ejercicio, primero se reemplaza los valores dados en la ecuación ordinaria.

$$(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 4^2$$

Desarrollando se tiene:

$$x^2 + y^2 - 4x - 12y + 4 + 36 - 16 = 0$$

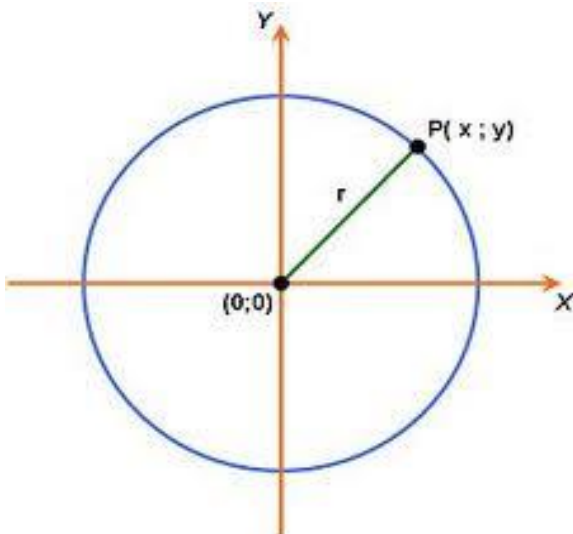
De donde reduciendo términos se tiene:

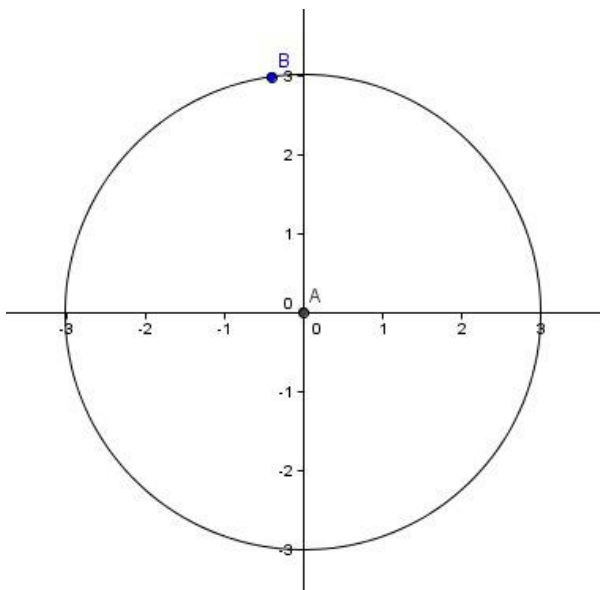
$$x^2 + y^2 - 4x - 12y + 24 = 0$$

Lo que representa la ecuación general de la circunferencia.

**2. Ecuación de la Circunferencia con centro en origen (0,0).** La ecuación de la circunferencia que tiene radio  $r$  y centro en el origen, es decir, cuyas coordenadas del centro coinciden con el punto  $O(0,0)$ , puede expresarse de la siguiente forma:

$$x^2 + y^2 = r^2$$





**Ejemplo 2.** Determina la ecuación de la circunferencia, cuyo centro está en el origen y la distancia  $AB=3$ .

Reemplazando éstos valores en la ecuación.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Y como  $AB$  representa el radio de la circunferencia, se tiene.

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

De donde resolviendo se obtiene.

$$x^2 + y^2 = 9$$

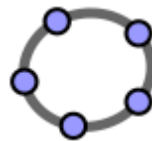
Lo que representa la ecuación de la circunferencia con centro en el origen.

A continuación vas a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con la ayuda del software **Geogebra**.

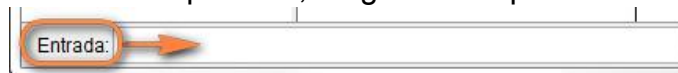
**Ejemplo 1.** Determina la ecuación de la circunferencia, que tiene por centro el punto  $C$  de coordenadas  $(2,6)$  y cuyo radio tiene una longitud igual a 4.

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



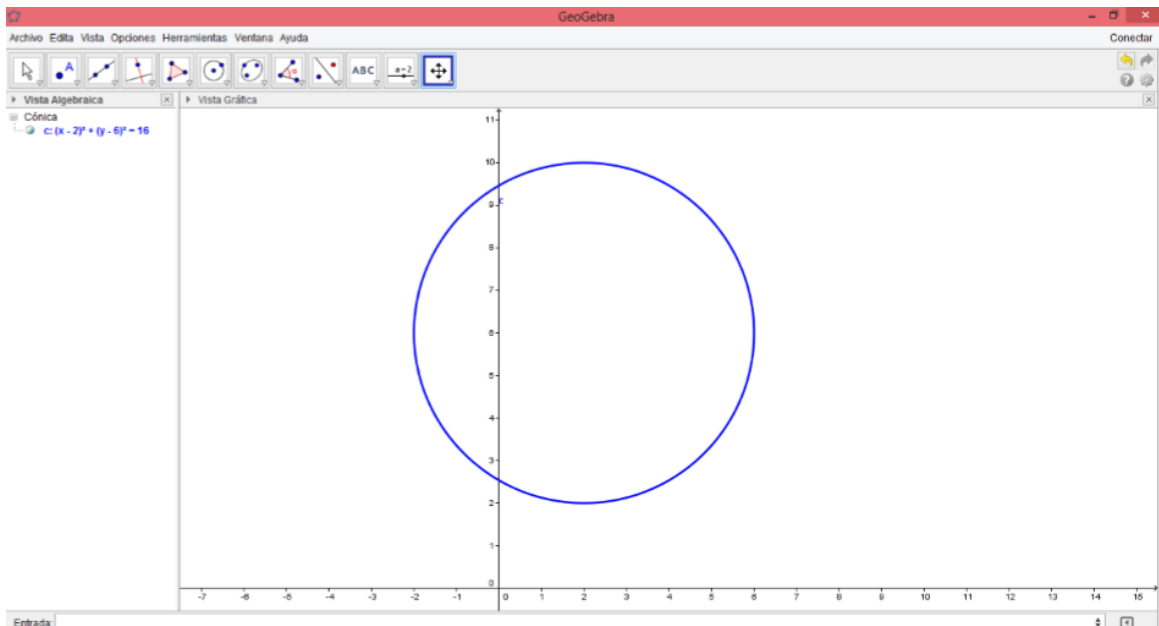
2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción "**Entrada**".



Digita la ecuación ordinaria de la circunferencia,  $(x-2)^2+(y-6)^2=4^2$ , y presiona la tecla enter.

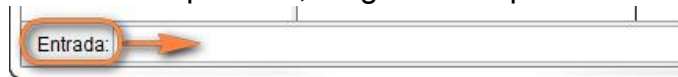
Para representar " $\wedge$ ", presiona la tecla Alt Gr y la tecla donde encuentres ésta imagen " $\wedge$ ".

En la "**Vista Gráfica**" puedes apreciar la construcción de la circunferencia y en la "**Vista Algebraica**" su representación matemática.

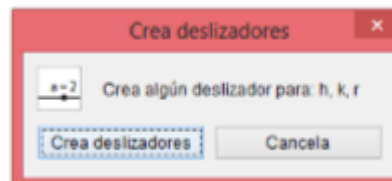


Ahora se presenta un método diferente de representar la ecuación de la circunferencia de una forma mucho más dinámica a través del software Geogebra, en la que puedas apreciar los cambios a medida que vayas asignando distintos valores a  $h$ ,  $k$  y  $r$ .

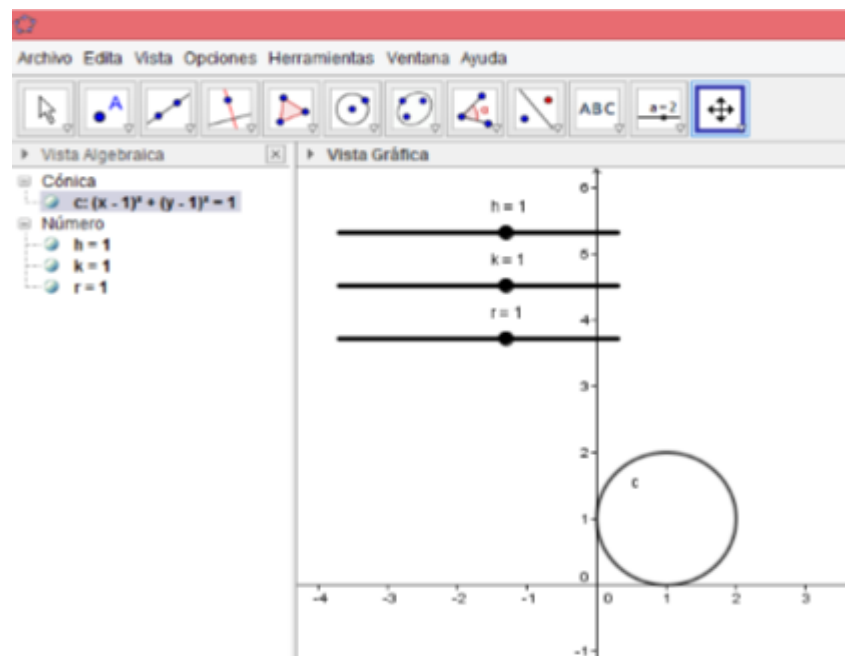
- En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita la ecuación ordinaria de la circunferencia,  $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ , para representar “^”, presiona la tecla Alt Gr y la tecla donde encuentres ésta imagen “^”. y presiona la tecla enter y te va a salir el siguiente recuadro.



Escoge la opción crear deslizadores.



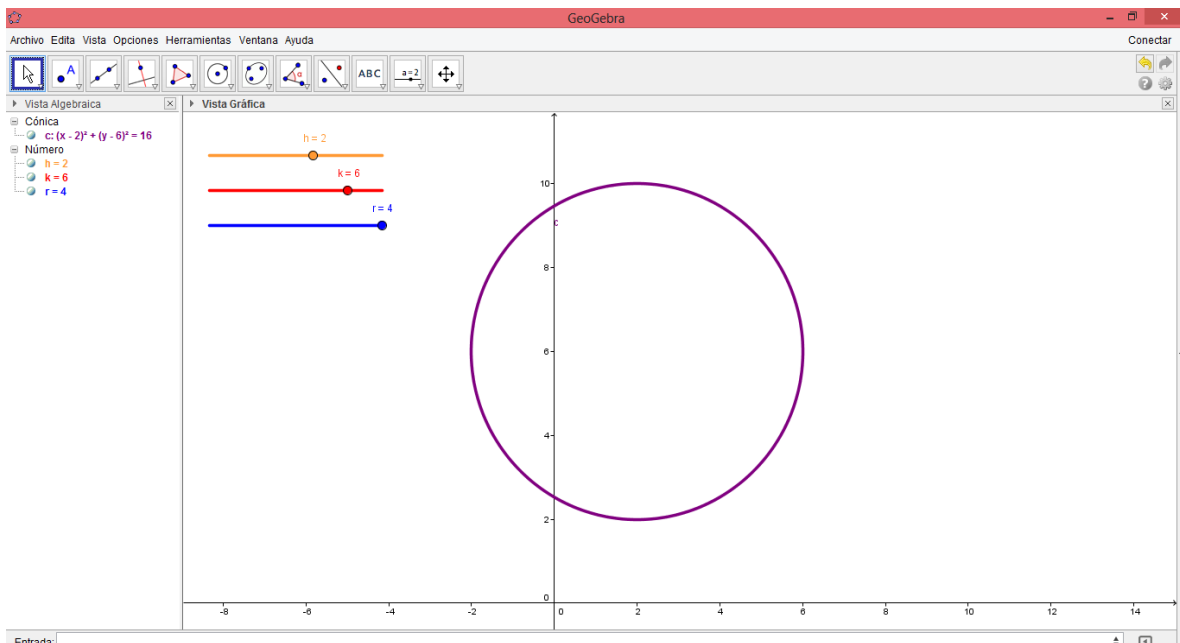
Como puedes apreciar los valores para  $h, k$  y  $r$ , están predeterminados y tiene un valor de 1. Para cambiar los valores de  $h, k$  y  $r$ , solo ubícate con el mouse sobre un punto de cualquier deslizador, presiona click izquierdo y arrastra hacia la derecha o izquierda, todos éstos cambios los puedes observar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

El software Geogebra te impone valores predeterminados para el trabajo con “**Deslizadores**”, de -5 a 5. Pero por las condiciones del ejercicio planteado éstos valores no facilitan la representación gráfica, por lo cual, para cambiar los valores predeterminados, en la “**Vista Algebraica**” da click derecho sobre “**h=1**” y escoge la opción “**Propiedades**”, se te va a presentar la siguiente pestaña.



Realiza los siguientes cambios: en “**Mín: -10**” y en “**Máx:10**”. Luego da un click sobre  $k$  y realiza el mismo proceso. Da click sobre  $r$  y realiza los siguientes cambios: en “**Mín: 0**” y en “**Máx:4**”. Si quieres a cada punto puedes realizar diferentes cambios y mejorar su estética, para ello en la opción “**Color**”, puedes cambiar al color de tu preferencia y en la siguiente opción “**Estilo**”, te permite cambiar el ancho y estilo de la línea curva. Realiza los cambios que consideres conveniente y cierra la pestaña, automáticamente podrás observar los cambios realizados.

Al trabajar con los deslizadores coloca los valores designados para  $h=2$ ,  $k=6$  y  $r=4$ , al terminar tu trabajo final debe visualizarse de forma muy parecida a la siguiente imagen.



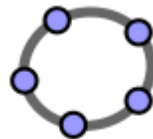


Si quieres puedes manipular cada uno de los deslizadores y observar los cambios que se van generando tanto en la “**Vista Gráfica**” como en la “**Vista Algebraica**”. Inténtalo y saca tus propias conclusiones.

**Ejemplo 2.** Determina la ecuación de la circunferencia, cuyo centro está en el origen y la distancia  $AB=3$ .

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



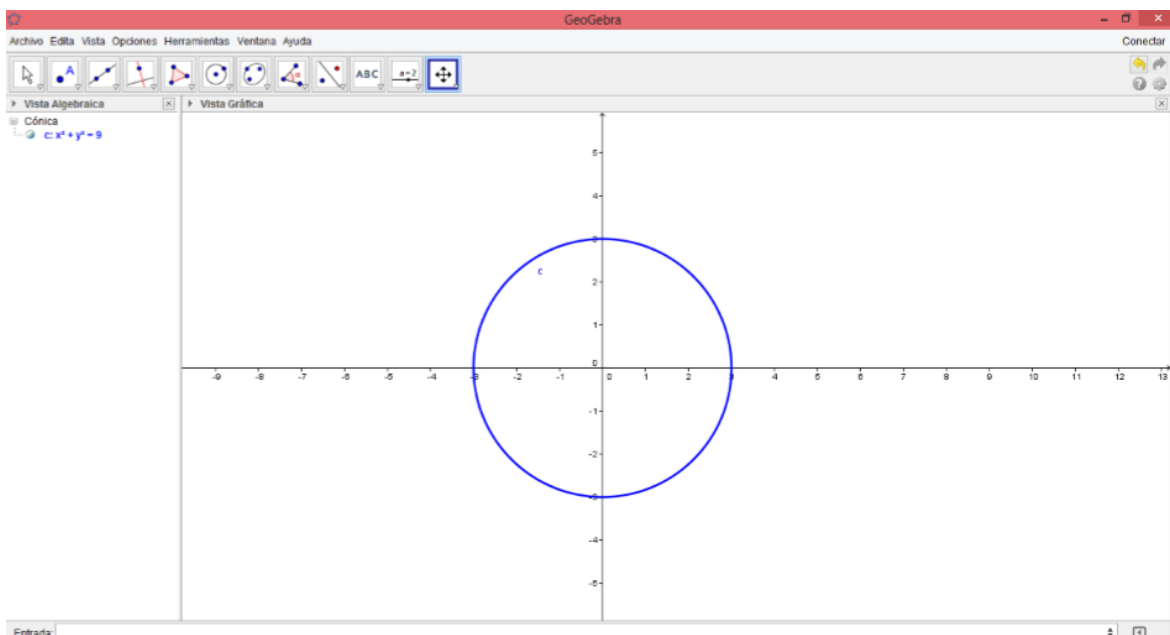
2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita la ecuación ordinaria de la circunferencia,  $x^2+y^2=3^2$ , y presiona la tecla enter.

Para representar “^”, presiona la tecla Alt Gr y la tecla donde encuentres ésta imagen “^”.

En la “**Vista Gráfica**” puedes apreciar la construcción de la circunferencia y en la “**Vista Algebraica**” su representación matemática.

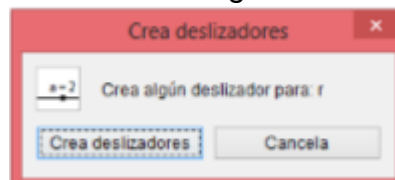


Ahora se presenta un método diferente de representar la ecuación de la circunferencia de una forma mucho más dinámica a través del software Geogebra, en la que puedas apreciar los cambios a medida que vayas asignando distintos valores a  $r$ .

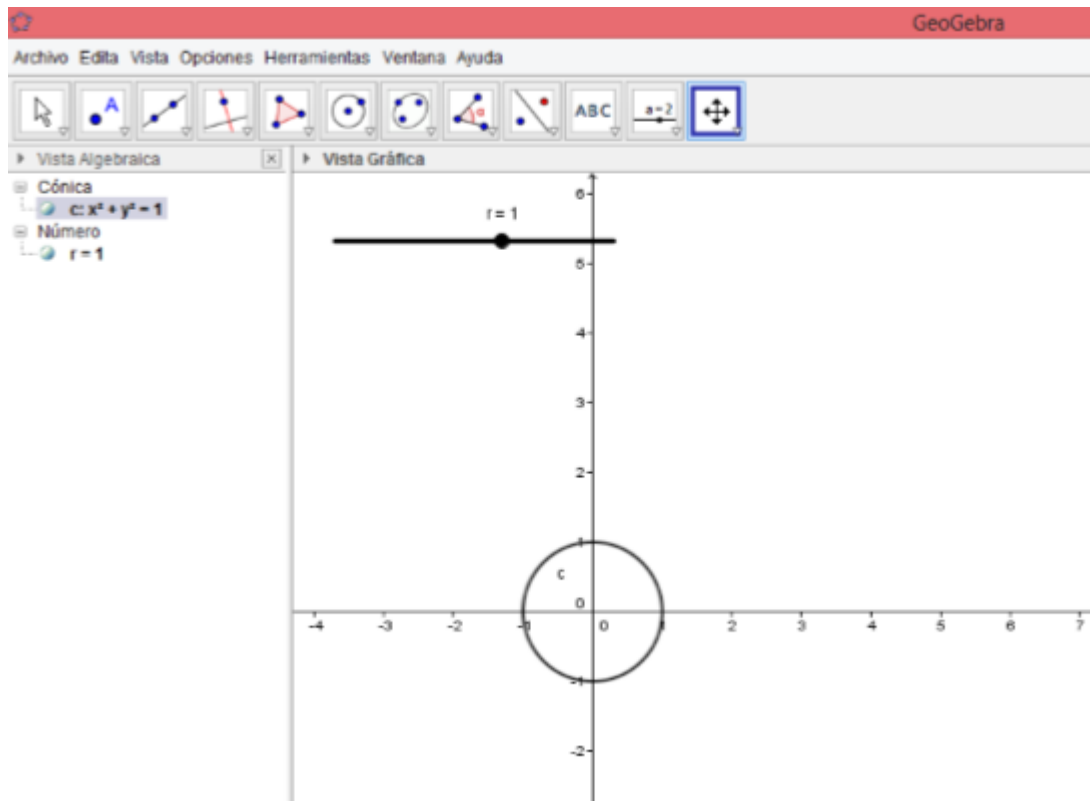
3. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita la ecuación ordinaria de la circunferencia,  $x^2+y^2=r^2$ , para representar “^”, presiona la tecla Alt Gr y la tecla donde encuentres ésta imagen “^”.y presiona la tecla enter y te va a salir el siguiente recuadro.

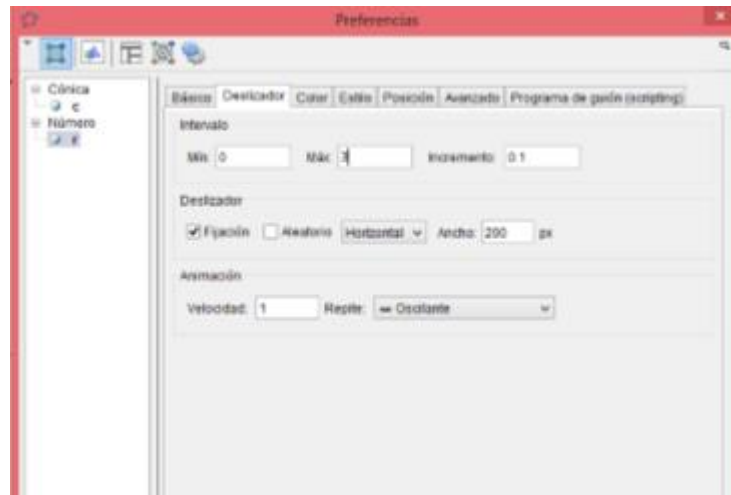


Escoge la opción crear deslizadores.



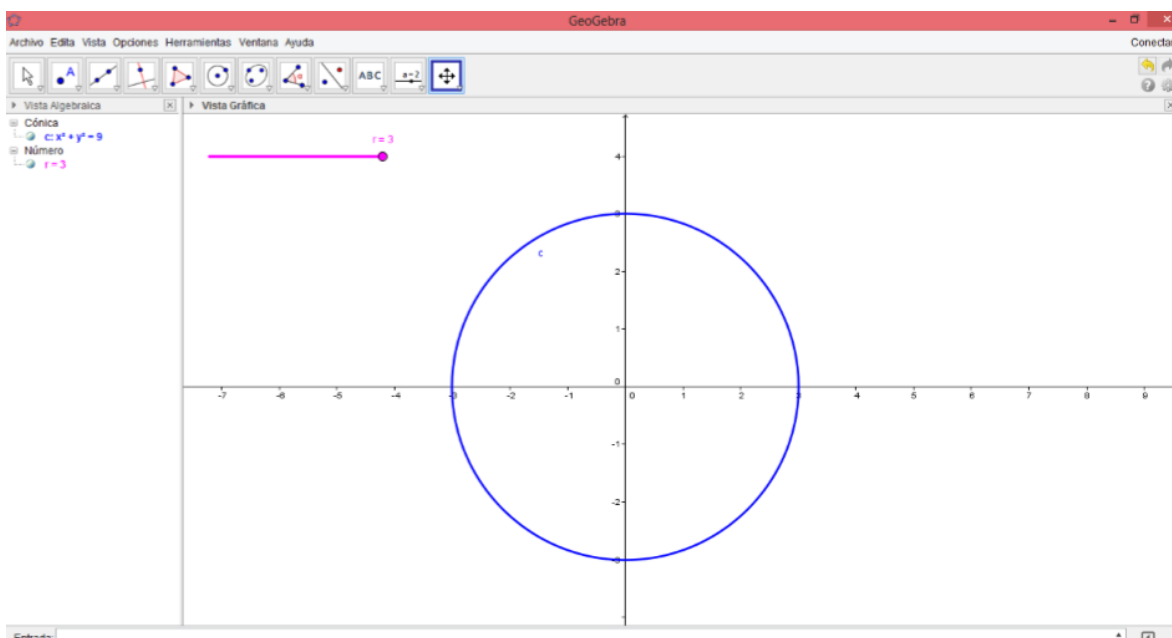
Como puedes apreciar el valor para  $r$ , están predeterminado y es de 1. Para cambiar el valor  $r$ , solo ubícate con el mouse sobre el punto del deslizador, presiona click izquierdo y arrastra hacia la derecha o izquierda, todos éstos cambios los puedes observar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

El software Geogebra te impone valores predeterminados para el trabajo con “**Deslizadores**”, de -5 a 5. Pero por las condiciones del ejercicio planteado éstos valores no facilitan la representación gráfica, por lo cual, para cambiar los valores predeterminados, en la “**Vista Algebraica**” da click derecho sobre “ **$r=1$** ” y escoge la opción “**Propiedades**”, se te va a presentar la siguiente pestaña.



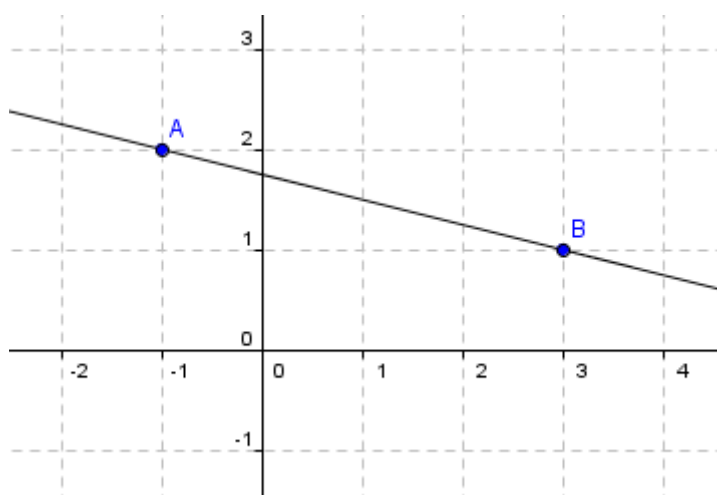
Realiza los siguientes cambios: en “**Mín: 0**” y en “**Máx:3**”. Si quieres a cada punto puedes realizar diferentes cambios y mejorar su estética, para ello en la opción “**Color**”, puedes cambiar al color de tu preferencia y en la siguiente opción “**Estilo**”, te permite cambiar el ancho y estilo de la línea curva. Realiza los cambios que consideres conveniente y cierra la pestaña, automáticamente podrás observar los cambios realizados.

Al trabajar con los deslizadores coloca el valor designado para  $r=4$ , al terminar tu trabajo final debe visualizarse de forma muy parecida a la siguiente imagen.

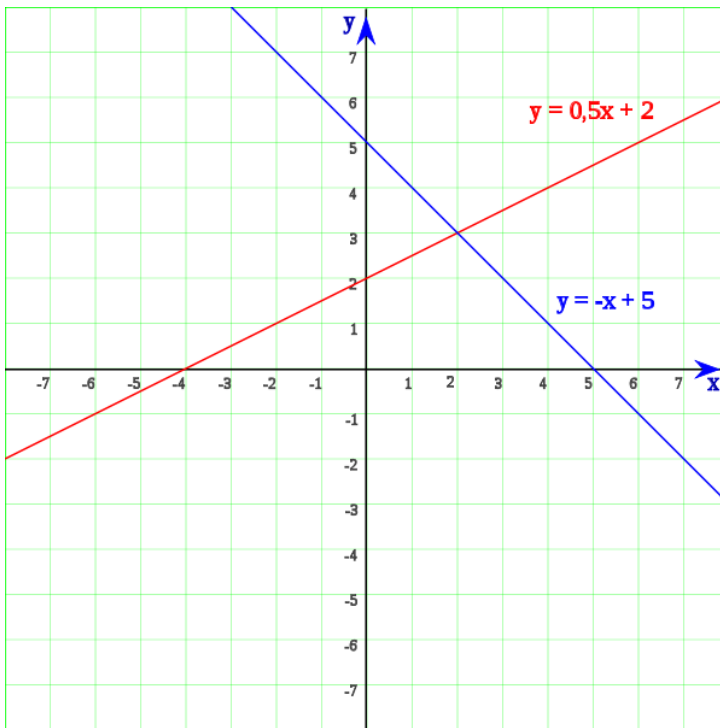


### Actividades de cierre.

Realizar los siguientes **Ejercicios** de forma manual y comprueba sus resultados utilizando el software Geogebra.

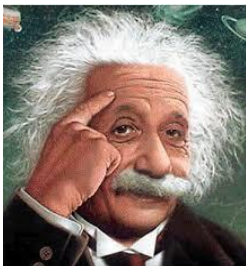


**Ejercicio 1.** Determina la ecuación de la circunferencia, que está sobre la recta AB de coordenadas  $(-1, 2)$  y  $(3, 1)$  respectivamente, tiene su centro sobre el punto A y su radio comprende la distancia AB,



**Ejercicio 2.** Determina la ecuación de la circunferencia cuyo centro está en la intersección de las rectas  $y=0,5x+2$  y  $y=-x+5$ , y radio 5.

**Comenta las dificultades que encontraste al resolver el Ejercicio 2 y ¿Cómo las solucionaste?**



Responde las siguientes preguntas:

Completa:

- a. Escribe ¿Cuál es la ecuación ordinaria de la circunferencia?



- b. Escribe ¿Cómo se presenta la ecuación de la circunferencia con centro en el Origen?



Responde:

- c. En la forma general de la ecuación de la circunferencia. ¿Qué representa ***D***, ***E*** y ***F***?

Subraya la(as) respuesta(as) correcta(s).

- *D* .....
- *E* .....
- *F* .....

Investiga.

- d. ¿Cuál es la fórmula para calcular el radio de una circunferencia y con qué otra fórmula la puedes relacionar?

Explica con un ejemplo.



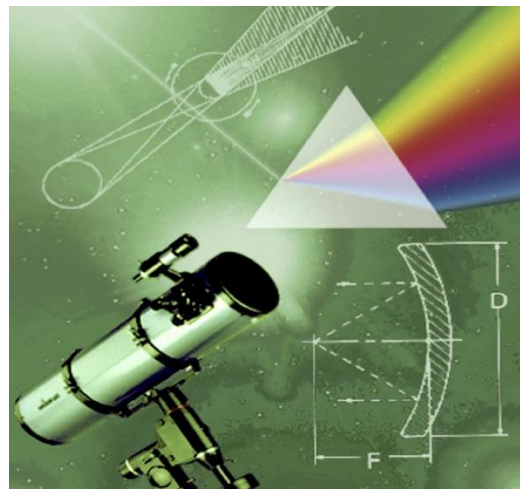
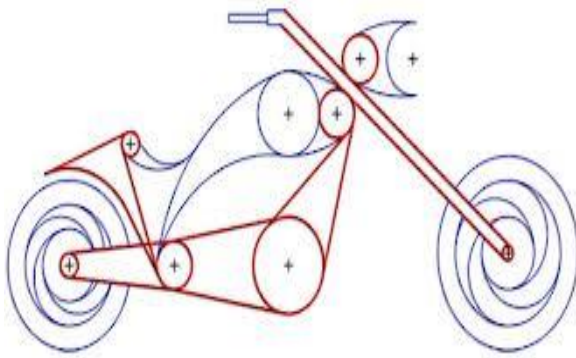
---

Radio	Otra fórmula

## Anexo 08. SECUENCIA DIDÁCTICA 8

Determinar las ecuaciones de las rectas asociadas a un círculo a partir de la su ecuación.

### Actividades de apertura.

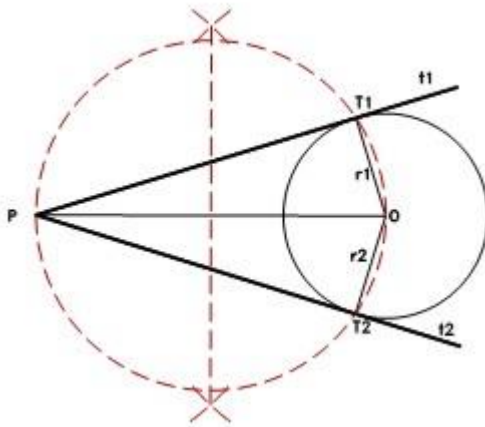


Como se puede observar en las imágenes expuestas anteriormente, al graficar una circunferencia se la puede acompañar el trazo de varias rectas, que pueden observarse en varios aspectos de la vida cotidiana, ya sea a través de un fenómeno natural, o por la construcción de diferentes modelos matemáticos que se puedan dar una aplicabilidad en diferentes momentos de la cotidianidad. En las figuras anteriores se aprecia, que en una de las rectas más vistas es aquella que toca o roza a la circunferencia en un solo punto. Luego del análisis de las imágenes y de los trazos que se pueden realizar en éstas, pueden surgir varias inquietudes como por ejemplo: ¿Cuál es el nombre de la recta que toca en un solo punto a la circunferencia? Y ¿Cuál es el modelo matemático que la representa?



## Actividades de desarrollo.

### Recta Tangente a una Circunferencia.



La recta tangente a una circunferencia es aquella que tiene un solo punto de contacto con la circunferencia, por lo tanto es perpendicular al radio, es decir, que forma un ángulo de  $90^\circ$  con éste.

“La ecuación de la tangente a una circunferencia dada está perfectamente determinada cuando se conocen su pendiente y el punto de contacto (o algún otro de sus puntos). Si se tiene uno de estos datos, el otro debe determinarse a partir de las condiciones del problema; según esto, se tiene los

elementos necesarios para la solución de cualquier problema particular” (Lehmann).

Se van a considerar dos problemas específicos para encontrar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia.

#### 1. Ecuación de la tangente a una circunferencia dada en un punto dado de contacto.

**Ejemplo 1.** Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia  $y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$ , en el punto  $(3,5)$  (Lehmann).

$$x^2 +$$

El primer paso a realizar, es intentar encontrar la ecuación de la recta tangente, considerando que, se tiene como dato un punto dado; y se va a encontrar una recta, ésta debe tener una pendiente; por lo tanto se utiliza **“la ecuación de la recta punto pendiente”**.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Reemplazando datos y resolviendo se tiene:

$$1) \quad y - 5 = m(x - 3)$$

$$y = mx - 3m + 5$$

Sustituyendo 1) en la ecuación de la circunferencia y resolviendo se obtiene:

$$x^2 + (mx - 3m + 5)^2 - 8x - 6(mx - 3m + 5) + 20 = 0$$

$$x^2 + m^2x^2 + 9m^2 + 25 - 6m^2x + 10mx - 30m - 8x - 6mx + 18m - 30 + 20 = 0$$

$$(m^2 + 1)x^2 - (6m^2 - 4m + 8)x + (9m^2 - 12m + 15) = 0$$



Lo que representa una ecuación cuadrática. La condición para que 1) represente la ecuación de la recta tangente, es que las raíces de la ecuación cuadrática sean iguales, es decir, que:  $b^2 - 4ac = 0$ .

$$(6m^2 - 4m + 8)^2 - 4(m^2 + 1)(9m^2 - 12m + 15) = 0$$

$$36m^4 + 16m^2 + 64 - 48m^3 + 96m^2 - 64m - 36m^4 + 48m^3 - 60m^2 - 36m^2 + 48m - 60 = 0$$

$$16m^2 - 16m + 4 = 0$$

$$4m^2 - 4m + 1 = 0$$

$$(2m - 1)^2 = 0$$

$$m = \frac{1}{2}$$

Reemplazando este valor en 1), y resolviendo se obtiene:

$$1) \ y - 5 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$x - 2y + 7 = 0$$

Que representa la ecuación de la recta tangente a la circunferencia.

Este ejercicio lo podrás comprobar más adelante con la ayuda del software **Geogebra**.

## 2. Ecuación de la tangente a una circunferencia dada que tiene la pendiente conocida.

**Ejemplo 2.** Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 18 = 0$ , y que tiene de pendiente 1 (Lehmann).

El primer paso a realizar, es intentar encontrar la ecuación de la recta tangente, considerando que, como se tiene como dato la pendiente; y se va a encontrar una recta, por lo tanto utilizamos “**la ecuación de la recta pendiente intersección**”.

$$y = mx + b$$

Sustituyendo  $m = 1$  y haciendo el cambio de  $b = k$ , ya que  $b$  y  $k$  tienen relación con el eje de la ordenadas, en la expresión anterior se obtiene.

$$2) \ y = x + k$$

Para este caso, se necesita encontrar el valor de  $k$ .

Reemplazando 2) en la ecuación de la circunferencia y resolviendo se tiene:

$$x^2 + (x + k)^2 - 10x + 2(x + k) + 18 = 0$$

$$x^2 + x^2 + 2kx + k^2 - 10x + 2x + 2k + 18 = 0$$

$$2x^2 + (2k - 8)x + (k^2 + 2k + 18) = 0$$

A diferencia del tema anterior, las raíces de esta última ecuación van a ser distintas, es decir, que:  $b^2 - 4ac = 0$ .

$$(2k - 8)^2 - 4(2)(k^2 + 2k + 18) = 0$$

$$4k^2 - 32k + 64 - 8k^2 - 16k - 144 = 0$$

$$-4k^2 - 48k - 80 = 0$$

$$k^2 + 12k + 20 = 0$$

$$(k + 10)(k + 2) = 0$$

$$k_1 = -10$$

$$k_2 = -2$$

Reemplazando estos valores en 2), y resolviendo se obtiene:

$$2) \ y = x + k$$

$$y_1 = x - 10$$

$$y_2 = x - 2$$

Que representan las ecuaciones buscadas de las tangentes a la circunferencia.

Este ejercicio lo podrás comprobar más adelante con la ayuda del software **Geogebra**.

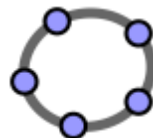
A continuación vas a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con ayuda del software **Geogebra**.

**Ejemplo 1.** Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia  $y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$ , en el punto  $(3,5)$ .

$$x^2 +$$

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita la ecuación  $x^2+y^2-8x-6y+20=0$ , y presiona la tecla enter.


Luego, digita el punto  $A=(3,5)$ , y presiona la tecla enter.

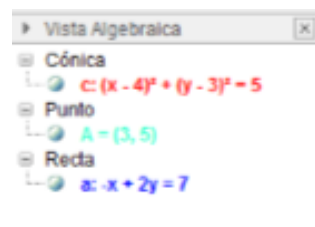
Estos valores y su representación gráfica los puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la cuarta opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a

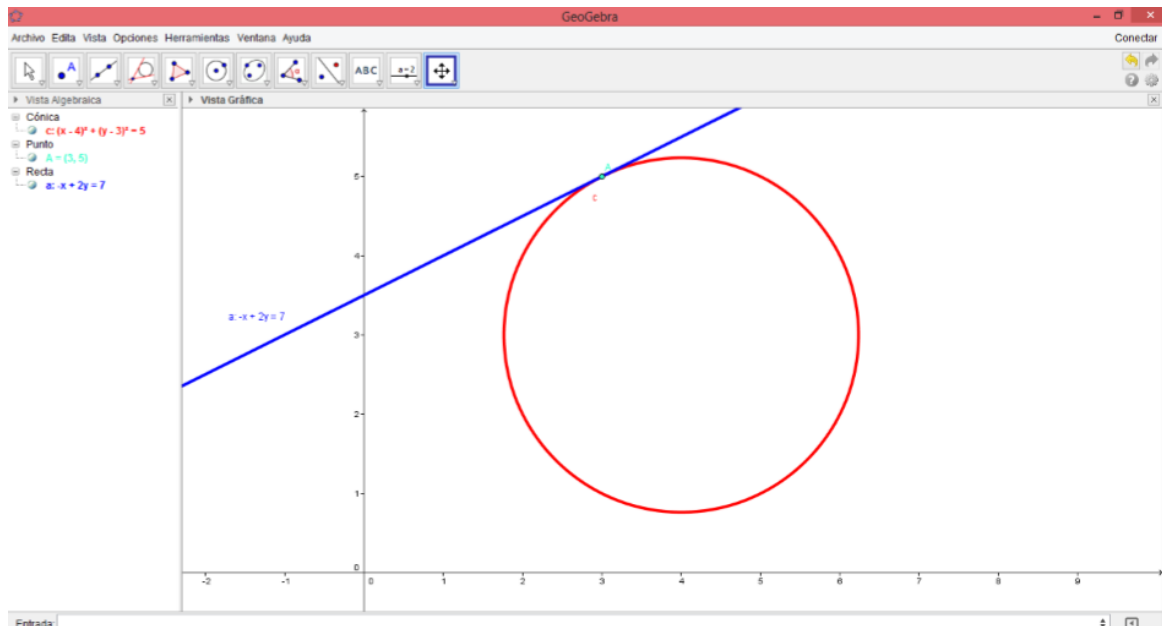
presentar varias opciones, toma la quinta opción “**Tangentes**” , ubícate sobre el punto  $A=(3,5)$ , da un click izquierdo con el mouse y luego dirígete hacia la circunferencia  $c: (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5$  y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás ir observando en la “**Vista Gráfica**” la construcción de la recta tangente a la circunferencia, y en la “**Vista Algebraica**” puedes apreciar la expresión matemática de la recta tangente a la circunferencia que acabas de construir.



Que coinciden con los valores obtenidos de forma manual.

Si quieres puedes cambiar de color, el ancho de la circunferencia y de la recta, para mejorar la presentación.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser parecida a la siguiente:

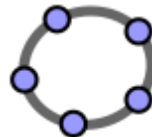


**Ejemplo 2.** Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia  $y^2 - 10x + 2y + 18 = 0$ , y que tiene de pendiente 1.

$x^2 +$

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.




2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita la ecuación  $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 18 = 0$ , y presiona la tecla enter.

Estos valores los puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

Para poder utilizar la opción “**Tangentes**” , es necesario contar con un punto y la circunferencia, para este caso en particular, no se cuenta con el punto; razón por la cual, se necesita realizar un análisis de los datos que existen en la “**Vista Algebraica**”, para poder encontrar el o los puntos que se necesitan.

En la “**Vista Algebraica**”, se aprecia la **Ecuación de la Circunferencia con centro en  $(h,k)$ :  $c: (x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 8$** , de donde se concluye que las coordenadas del centro de la circunferencia son:  $(5, -1)$ , respectivamente.

3. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita el punto  **$A=(5,-1)$**  y presiona la tecla enter.

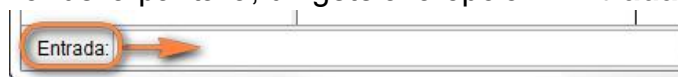
Estos valores los puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

Una de las formas en las que se puede encontrar los puntos que se necesitan, es a través del trazo de una recta que se intersecte con la circunferencia. Para ellos, se considera el hecho de que toda recta tangente es perpendicular al radio. Como la pendiente de la recta tangente es igual a 1, aplicando la condición de perpendicularidad,  $m_1 \cdot m_2 = -1$ , se puede hallar el valor de la pendiente de la recta perpendicular a la recta tangente, es decir:  $m_2 = -1$

Al contar con un punto  **$A=(5,-1)$**  y  $m_2 = -1$ , se puede encontrar la ecuación de la recta que intersecta a la circunferencia utilizando la **Ecuación de la recta dados un punto y la pendiente**,  $y - y_1 = m(x - x_1)$ , de donde reemplazando los datos y desarrollando, se obtiene:

$$\begin{aligned} y + 1 &= -1(x - 5) \\ x + y &= 4 \end{aligned}$$

4. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.




Digita la ecuación  $x + y = 4$ , y presiona la tecla enter.

Estos valores y su representación gráfica, los puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

5. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.




Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “**Intersección**” , luego ubícate sobre el punto de intersección entre las dos rectas, **a** y la circunferencia

da un click izquierdo con el mouse y aparecen los puntos  $B=(3,1)$  y  $C=(7,-3)$ , estos valores lo puedes apreciar en la “**Vista Algebraica**”.

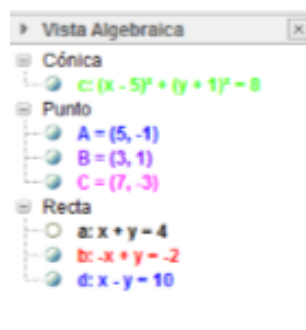
Para mejorar la presentación, es recomendable hacer invisible la recta  $a$ , y trabajar solo con los puntos de intersección.

6. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la cuarta opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la quinta opción “**Tangentes**” , ubícate sobre el punto  $B=(3,1)$ , da un click izquierdo con el mouse y luego dirígete hacia la circunferencia  $c: (x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 8$  y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás ir observando en la “**Vista Gráfica**” la construcción de la recta tangente a la circunferencia, y en la “**Vista Algebraica**” puedes apreciar la expresión matemática de la recta tangente a la circunferencia que acabas de construir.

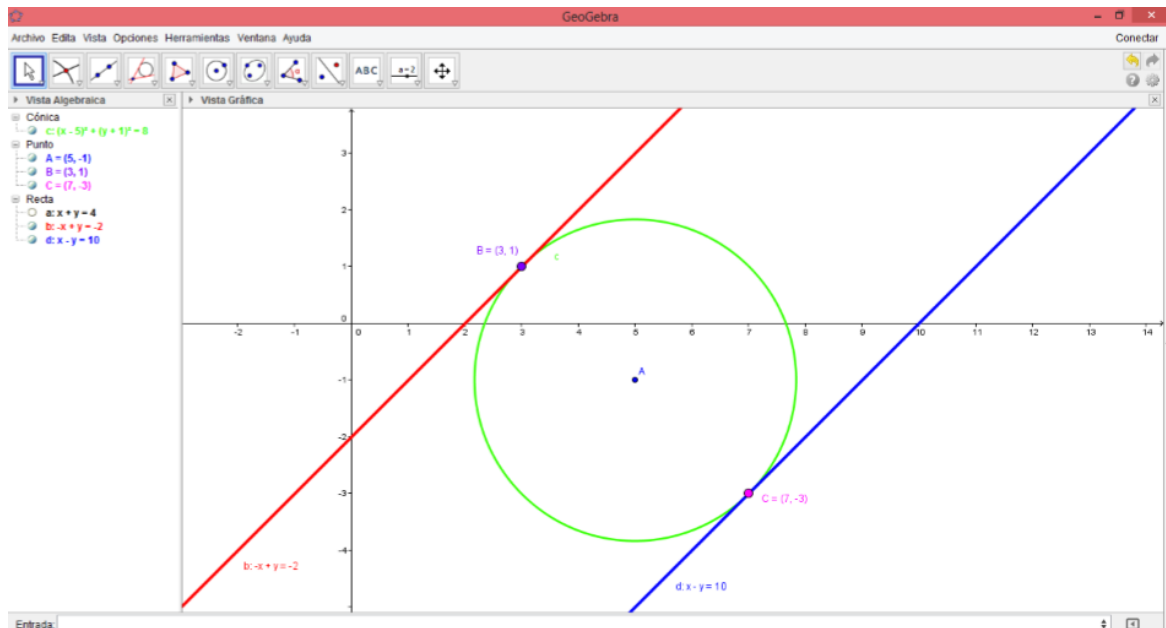
Repite el mismo proceso, ahora con respecto al punto  $C=(7,-3)$  y la circunferencia  $c: (x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 8$ . Automáticamente podrás ir observando en la “**Vista Gráfica**” la construcción de la recta tangente a la circunferencia, y en la “**Vista Algebraica**” puedes apreciar la expresión matemática de la recta tangente a la circunferencia que acabas de construir.



Que coinciden con los valores obtenidos de forma manual.

Si quieres puedes cambiar de color, el ancho de la circunferencia y de las rectas tangentes, también puedes hacer que aparezcan los valores de éstas, para mejorar la presentación.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser parecida a la siguiente:



### Actividades de cierre.

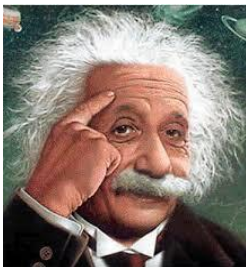
Realizar los siguientes **Ejercicios** de forma manual y comprueba sus resultados utilizando el software Geogebra.

**Ejercicio 1.** Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 3 = 0$ , en el punto  $(-1, 6)$  (Lehmann).

**Ejercicio 2.** Hallar las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia  $4x^2 + 4y^2 + 8x + 4y - 47 = 0$ , que tengan de pendiente  $-\frac{3}{2}$  (Lehmann).




**Comenta las dificultades que encontraste al resolver el Ejercicio 2 y ¿Cómo las solucionaste?**



**Responde las siguientes preguntas:**

**Completa:**

- a. Escribe ¿Cuáles es la condición para aplicar la Ecuación de la tangente a una circunferencia dada en un punto dado de contacto?





- b. Escribe ¿Cuál es la condición para aplicar la Ecuación de la tangente a una circunferencia dada que tiene la pendiente conocida?

**Responde:**

- c. Realiza un resumen de fórmulas que utilizaste en esta secuencia didáctica.


---

**Investiga.**

d. ¿Qué son: las familias de líneas rectas y las familias de circunferencias?

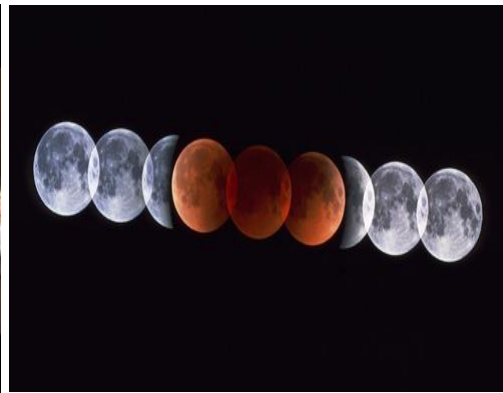
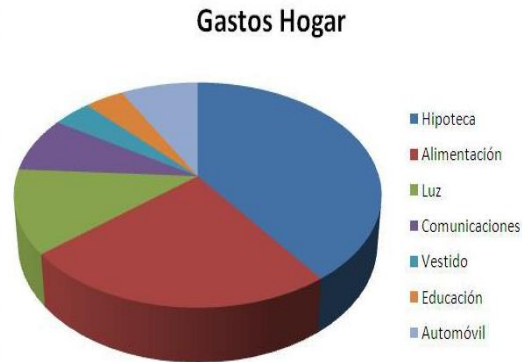
Explica con un ejemplo.

Familias de líneas rectas	Familias de circunferencias

## Anexo 09. SECUENCIA DIDÁCTICA 9

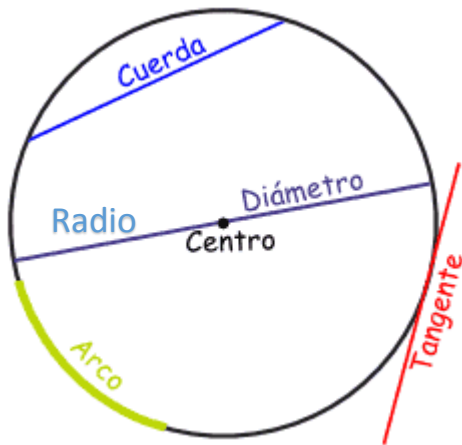
Determinar los puntos de intersección entre rectas y círculos y entre círculos mediante la solución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales (ecuaciones lineales y cuadráticas).

### Actividades de apertura.



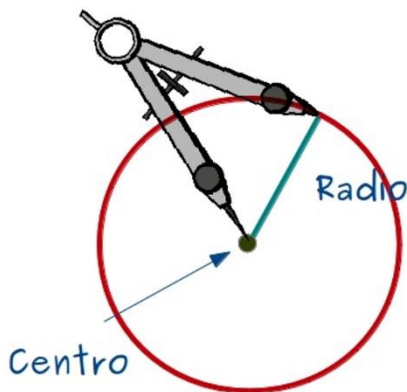
Como se puede observar en las imágenes expuestas anteriormente, desde tiempos inmemoriales se ha venido realizando y utilizando muy a menudo el trazo de una circunferencia, ya sea de una forma informal o formal. ¿Quién en sus primeros años de estudio, no ha realizado el trazo de una circunferencia, sea con la ayuda de un lápiz y una moneda o con la ayuda de un compás?. Recuerda también que una de las formas, con la que se podías construir una circunferencia, era a través del trazo de una recta que servía como referencia para tener idea del radio o diámetro de la figura a ser dibujada. En las figuras anteriores se aprecia, que en una circunferencia, se pueden realizar distintos trazos, específicamente de rectas, que pueden intersecar toda la circunferencia y parte de ella. Luego del análisis de las imágenes y de los trazos que se pueden realizar en éstas, pueden surgir varias inquietudes como por ejemplo: ¿Cuáles son los nombres de las rectas que se pueden trazar en una circunferencia? Y ¿Existe algún modelo matemático que las relacionen con la circunferencia?

## Actividades de desarrollo.



Dentro del aprendizaje de la **Ecuación la Circunferencia**, resulta interesante el analizar y estudiar diferentes aspectos de ella, como el trazo de las rectas dentro de las circunferencias, el nombre con el que se las identifica, el modelo matemático que las representa y las relaciones que existen entre las rectas y la circunferencia. A continuación pondremos a tu disposición un estudio detallado de las **Rectas asociadas a la Circunferencia**, intentando descubrir algunas propiedades de éstas.

### 1. Radio de una circunferencia.



El radio de una circunferencia, es el segmento de recta que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de ésta.

**Ejemplo 1.** “Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto  $C(7,-6)$  y que pasa por el punto  $A(2,2)$ ” (Lehmann).

Recuerda que la ecuación de la circunferencia debe quedar expresada de la forma:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Por lo tanto, se necesita conocer el valor del radio  $r$ .

Utilizando la fórmula de la distancia entre el punto  $A(2,2)$  y el centro de la circunferencia  $C(7,-6)$ , se tiene:

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \\ d &= \sqrt{(2 - 7)^2 + (2 - (-6))^2} \\ d &= \sqrt{(-5)^2 + (8)^2} \\ d &= \sqrt{25 + 64} \\ d &= \sqrt{89} \\ d &= 9.43 \end{aligned}$$

Lo que representa el valor del radio.

Reemplazando estos valores en la ecuación de la circunferencia se tiene:

$$(x - 7)^2 + (y - (-6))^2 = (9.43)^2$$

O

$$(x - 7)^2 + (y + 6)^2 = 89$$

Que representa la ecuación de la circunferencia. Este ejercicio lo podrás comprobar más adelante con la ayuda del software **Geogebra**.

## 2. Diámetro de una Circunferencia.



El diámetro de una circunferencia, es el segmento de recta que une dos puntos de ésta, pasando siempre por el centro de la circunferencia.

**Ejemplo 2.** “Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos A(2,3) y B(-4,5). Halla la ecuación de la circunferencia” (Lehmann).

Recuerda que la ecuación de la circunferencia debe quedar expresada de la forma:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Por lo tanto, se necesita conocer las coordenadas del centro de la circunferencia (***h***, ***k***) y valor del radio ***r***.

Para encontrar las coordenadas del centro de la circunferencia, considera los extremos del diámetro de la circunferencia y encuentra las coordenadas del punto medio, aplicando las siguientes fórmulas, así:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{(2) + (-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{(3) + (5)}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Luego las coordenadas del centro de la circunferencia son (-1,4).

Utilizando las coordenadas, del centro de la circunferencia y de un extremo del diámetro, se puede encontrar el valor del radio, así:

Utilizando la fórmula de la distancia entre el punto A(2,3) y el centro de la circunferencia (-1,4), se tiene:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (3 - 4)^2}$$

$$d = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 1}$$

$$d = \sqrt{10}$$

$$d = 3.16$$

Lo que representa el valor del radio.

Reemplazando estos valores en la ecuación de la circunferencia se tiene:

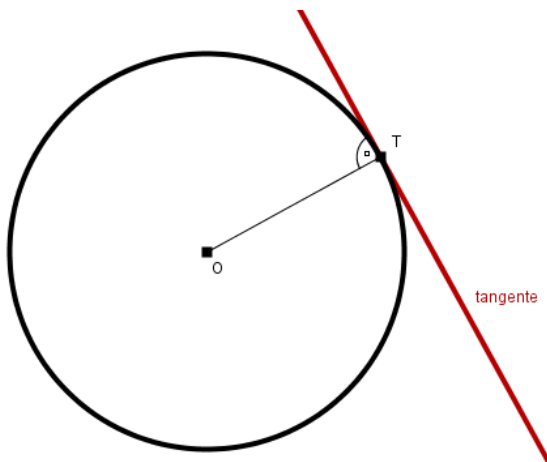
$$(x - (-1))^2 + (y - 4)^2 = (3.16)^2$$

O

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 10$$

Que representa la ecuación de la circunferencia. Este ejercicio lo podrás comprobar más adelante con la ayuda del software **Geogebra**.

### 3. Recta Tangente a una Circunferencia.



La recta tangente a una circunferencia es aquella que tiene un solo punto de contacto con la circunferencia, por lo tanto es perpendicular al radio, es decir, que forma un ángulo de  $90^\circ$  con éste.

**Ejemplo 3.** “Una circunferencia tiene su centro en el punto  $C(0,-2)$  y es tangente a la recta  $5x - 12y + 2 = 0$ . Hallar su ecuación” (Lehmann).

Recuerda que la ecuación de la circunferencia debe quedar expresada

de la forma:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Por lo tanto, se necesita conocer el valor del radio  $r$ .

Utilizando el centro de la circunferencia  $C(0,-2)$  y la recta  $5x - 12y + 2 = 0$ , y aplicando la fórmula de la distancia de un punto a una recta, se tiene:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$d = \frac{|(5)(0) + (-12)(-2) + 2|}{\sqrt{(5)^2 + (-12)^2}}$$

$$d = \frac{|24 + 2|}{\sqrt{25 + 144}}$$

$$d = \frac{|26|}{\sqrt{169}}$$

$$d = \frac{|26|}{13}$$

$$d = 2$$

Lo que representa el valor del radio.

Reemplazando estos valores en la ecuación de la circunferencia se tiene:

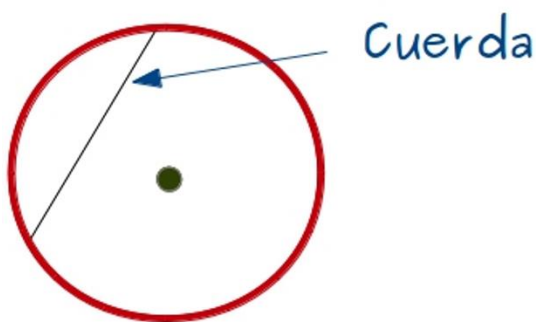
$$(x - 0)^2 + (y - (-2))^2 = (2)^2$$

O

$$x^2 + (y + 2)^2 = 4$$

Que representa la ecuación de la circunferencia. Este ejercicio lo podrás comprobar más adelante con la ayuda del software **Geogebra**.

#### 4. Cuerda de una Circunferencia.



Circunferencia

La cuerda de una circunferencia, es el segmento de recta que une dos puntos de ésta y no pasa por el centro de la circunferencia.

**Ejemplo 4.** “Una cuerda de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 25$ , está sobre la recta cuya ecuación es  $x - 7y + 25 = 0$ , hállese la longitud de la cuerda” (Lehmann).

Lo primero que se debe hacer es encontrar los puntos de intersección de la cuerda con la circunferencia y luego encontrar la distancia

entre los puntos de intersección.

Para encontrar los puntos de intersección se procede a resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, para este caso, se aplica el método de sustitución, así:

Tomando la ecuación de la cuerda y despejando  $x$ , se tiene:  $x = 7y - 25$





Esta expresión se reemplaza en la ecuación de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 25$  y se tiene:  $(7y - 25)^2 + y^2 = 25$

De donde resolviendo:

$$49y^2 - 350y + 625 + y^2 = 25$$

$$50y^2 - 350y + 600 = 0$$

Dividiendo toda la ecuación para 50 se tiene:

$$y^2 - 7y + 12 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática se obtiene:

$$(y - 4)(y - 3) = 0$$

Es decir:

$$y_1 = 4$$

$$y_2 = 3$$

Reemplazando estos valores en la ecuación de la cuerda y desarrollando se tiene:

$$x_1 = 7(4) - 25 = 3$$

$$x_2 = 7(3) - 25 = -4$$

Dando como resultado las coordenadas de los puntos de intersección: (3,4) y (-4,3).

Luego se procede a encontrar la distancia entre los puntos de intersección.

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (4 - 3)^2}$$

$$d = \sqrt{(7)^2 + (1)^2}$$

$$d = \sqrt{49 + 1}$$

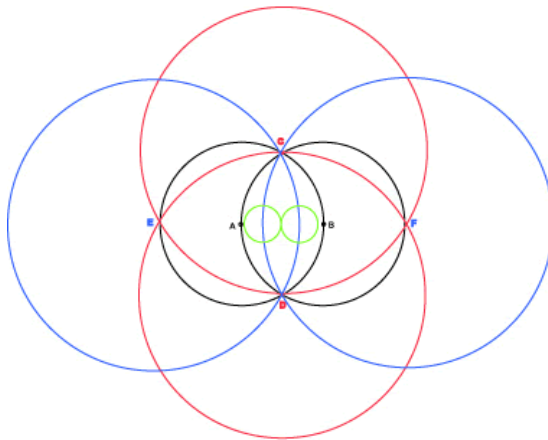
$$d = \sqrt{50}$$

$$d = 7.07$$

Lo que representa la longitud de la cuerda.

Este ejercicio lo podrás comprobar más adelante con la ayuda del software **Geogebra**.

## 5. Intersección entre Circunferencias.



Como se puede apreciar en la gráfica dos circunferencias se pueden intersectar en un punto o en dos puntos, para determinar los puntos de intersección basta con observar que esos puntos están en las dos circunferencias, lo que indica, que sus coordenadas deben satisfacer ambas ecuaciones de las circunferencias. Luego las coordenadas de los puntos de intersección pasan a ser las

soluciones del sistema de dos ecuaciones cuadráticas.

**Ejemplo 5.** Hallar los puntos de intersección de las circunferencias:  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  y  $x^2 + y^2 - 3x - 2y + 3 = 0$ .

Se recomienda numerar las ecuaciones. Para resolver el ejercicio, se aplica el método de igualación entre estas dos ecuaciones cuadráticas tomando cada una de ellas y despejando  $x^2 + y^2$ , se tiene:

$$1) \quad x^2 + y^2 = 2x$$

$$2) \quad x^2 + y^2 = 3x + 2y - 3$$

De donde igualando estas dos expresiones 1) y 2):

$$2x = 3x + 2y - 3$$

Reduciendo términos semejantes queda:

$$3) \quad x = -2y + 3$$

Reemplazando 3) en 1) y desarrollando, se tiene.

$$(3 - 2y)^2 + y^2 = 2(3 - 2y)$$

$$9 - 12y + 4y^2 + y^2 = 6 - 4y$$

$$5y^2 - 8y + 3 = 0$$

$$y = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(5)(3)}}{2(5)}$$

$$y = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{10}$$

$$y = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{10}$$

$$y = \frac{8 \pm 2}{10}$$

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = \frac{3}{5}$$

Sustituyendo los valores de  $y_1$  y  $y_2$  en 3).

$$x_1 = -2(1) + 3$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -2\left(\frac{3}{5}\right) + 3$$

$$x_2 = \frac{9}{5}$$

Dando como resultado las siguientes coordenadas de los puntos de intersección:

$$P_1(1,1) \text{ y } P_2 = \left(\frac{9}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

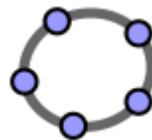
Este ejercicio lo podrás comprobar más adelante con la ayuda del software **Geogebra**.

A continuación vas a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con ayuda del software **Geogebra**.

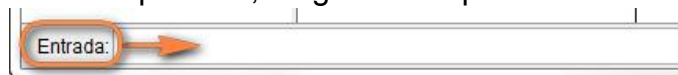
**Ejemplo 1.** Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto  $C(7,-6)$  y que pasa por el punto  $A(2,2)$  (Lehmann).

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita el punto  **$C=(7,-6)$** , y presiona la tecla enter.


Luego, digita el punto  **$A=(2,2)$** , y presiona la tecla enter.

Estos valores los puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

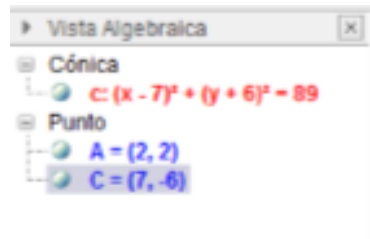
3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la sexta opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la primera opción “**Circunferencia**

(centro,punto)”  , ubícate sobre el punto  **$C=(7,-6)$** , da un click izquierdo con

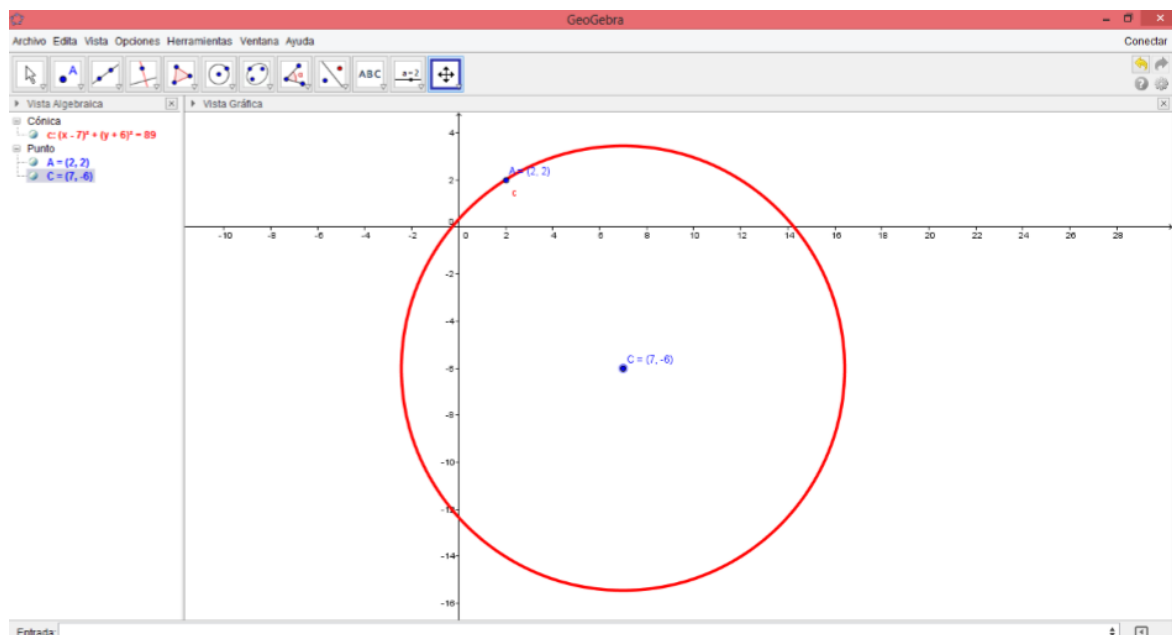
el mouse y luego dirígete hacia el punto **A=(2,2)** y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás ir observando en la “**Vista Gráfica**” la construcción de la circunferencia y en la “**Vista Algebraica**” puedes apreciar la expresión matemática de la circunferencia que acabas de construir.



Que coinciden con los valores obtenidos de forma manual.

Si quieres puedes hacer que A y C aparezcan con sus respectivos valores, cambiar de color y el ancho de la circunferencia, para mejorar la presentación.

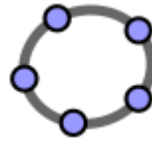
Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser parecida a la siguiente:



**Ejemplo 2.** Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos A(2,3) y B(-4,5). Halla la ecuación de la circunferencia (Lehmann).

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “Entrada”.



Digita el punto  $A=(2,3)$ , y presiona la tecla enter.


Luego, digita el punto  $B=(-4,5)$ , y presiona la tecla enter.

Estos valores los puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.




Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a

presentar varias opciones, toma la segunda opción “**Segmento**” , ubícate sobre el punto  $A=(2,3)$ , da un click izquierdo con el mouse y luego dirígete hacia el punto  $B=(-4,5)$  y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás observar la construcción del segmento de recta que une los dos puntos en la “**Vista Gráfica**”, y en la “**Vista Algebraica**” puedes apreciar la expresión  $a=6.32$ , que representa la longitud del segmento de recta y para este caso en particular el diámetro de la circunferencia a ser construida.

4. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.




Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a

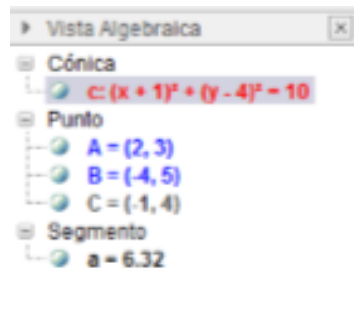
presentar varias opciones, toma la quinta opción “**Medio o Centro**” , ubícate sobre el segmento de recta  $AB$  y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás observar que aparece en la “**Vista Gráfica**” el punto  $C$  y en la “**Vista Algebraica**” puedes apreciar la expresión  $C=(-1,4)$ , que representa el punto medio del segmento de recta  $AB$ .

5. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la sexta opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la primera opción **“Circunferencia**

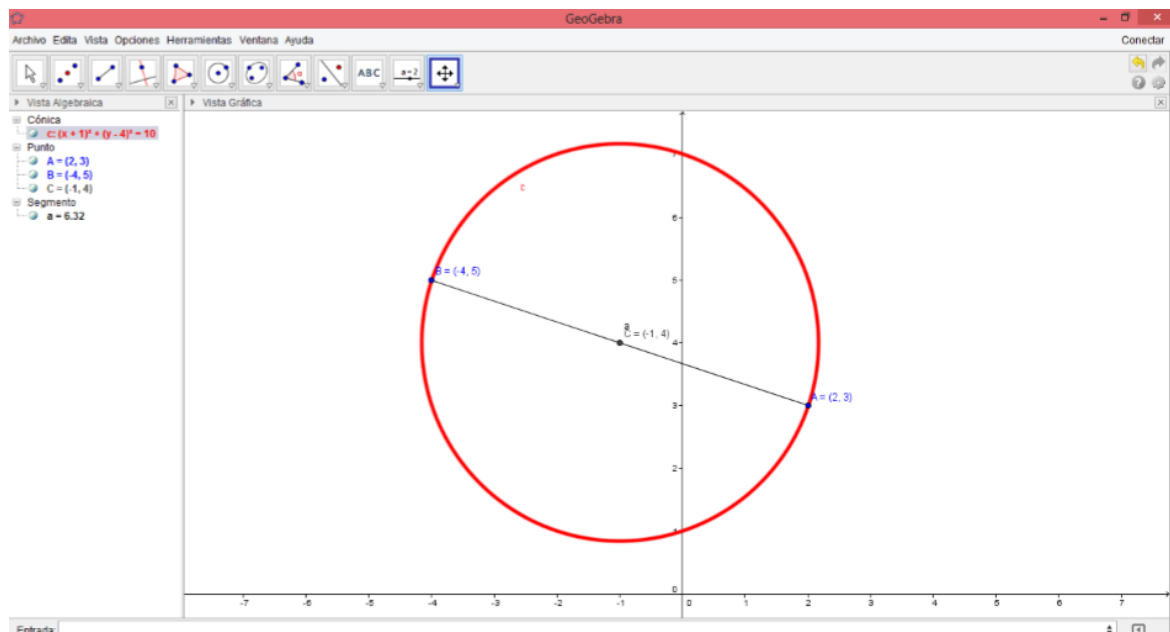
**(centro,punto)”** , ubícate sobre el punto **C=(-1,4)**, da un click izquierdo con el mouse y luego dirígete hacia el punto **A=(2,3)** y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás ir observando en la **“Vista Gráfica”** la construcción de la circunferencia y en la **“Vista Algebraica”** puedes apreciar la expresión matemática de la circunferencia que acabas de construir.



Que coinciden con los valores obtenidos de forma manual.

Si quieres puedes cambiar de color y el ancho de la circunferencia, para mejorar la presentación.

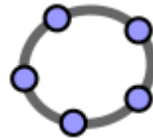
Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser parecida a la siguiente:



**Ejemplo 3.** Una circunferencia tiene su centro en el punto  $C(0,-2)$  y es tangente a la recta  $5x - 12y + 2 = 0$ . Hallar su ecuación (Lehmann).

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.



Digita el punto  $C=(0,-2)$ , y presiona la tecla enter.


Luego, digita la ecuación  $5x - 12y + 2 = 0$ , y presiona la tecla enter.

Estas expresiones y sus representaciones gráficas, las puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.




Toma la cuarta opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a

presentar varias opciones, toma la primera opción “**Perpendicular**” , ubícate sobre el punto  $C=(0,-2)$ , da un click izquierdo con el mouse y luego dirígete hacia la recta  $a: 5x - 12y = -2$  y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás observar la construcción de una recta perpendicular en la “**Vista Gráfica**”, y en la “**Vista Algebraica**” puedes apreciar la expresión  $b=12x+5y=-10$ , que representa la expresión matemática de la recta perpendicular.

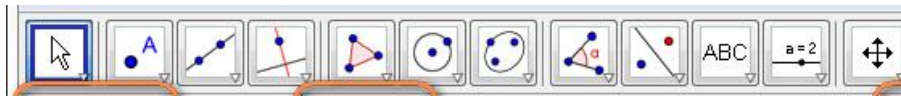
4. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.




Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a

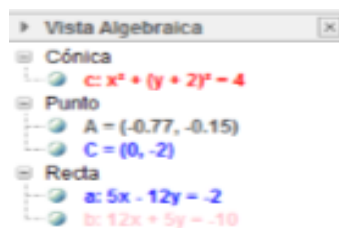
presentar varias opciones, toma la cuarta opción “**Intersección**” , luego ubícate sobre el punto de intersección entre las dos rectas,  $a$  y  $b$  da un click izquierdo con el mouse y aparece el punto  $A$  de coordenadas  $(-0.77, -0.15)$ , éste valor lo puedes apreciar en la “**Vista Algebraica**”.

5. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



Toma la sexta opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la primera opción **“Circunferencia**

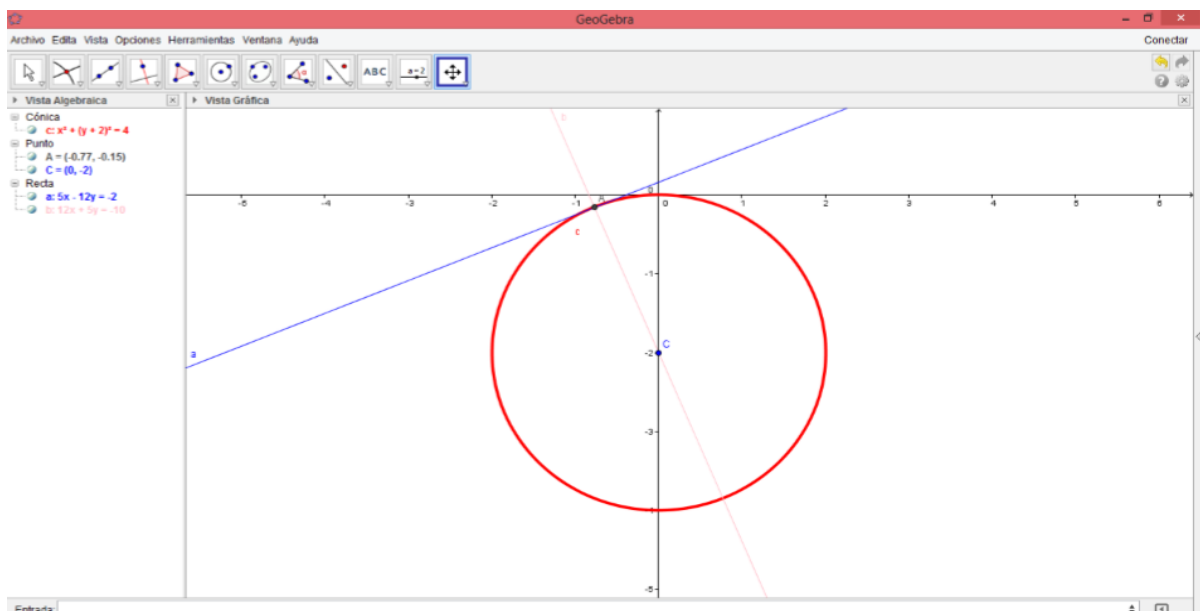
**(centro,punto)”** , ubícate sobre el punto  **$C=(0,-2)$** , da un click izquierdo con el mouse y luego dirígete hacia el punto  **$A=(-0.77,-0.15)$**  y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás ir observando en la **“Vista Gráfica”** la construcción de la circunferencia y en la **“Vista Algebraica”** puedes apreciar la expresión matemática de la circunferencia que acabas de construir.



Que coinciden con los valores obtenidos de forma manual.

Si quieres puedes cambiar de color, el ancho de la circunferencia y de las rectas, para mejorar la presentación.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser parecida a la siguiente:

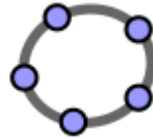




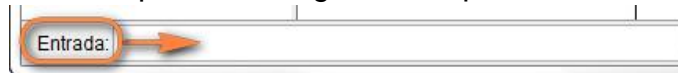
**Ejemplo 4.** Una cuerda de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 25$ , está sobre la recta cuya ecuación es  $x - 7y + 25 = 0$ , hállese la longitud de la cuerda (Lehmann).

Pasos.

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.



2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “Entrada”.



Digita la ecuación de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 25$ , y presiona la tecla enter.


Luego, digita la ecuación  $x - 7y + 25 = 0$ , y presiona la tecla enter.

Estas expresiones y sus representaciones gráficas, las puedes apreciar en la “Vista Gráfica” y en la “Vista Algebraica”.

3. Dirígete a la “barra de herramientas”.




Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van

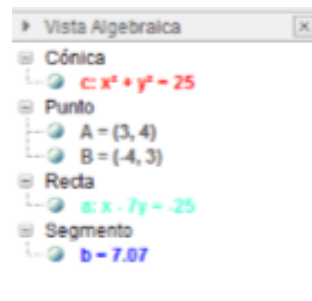
a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “Intersección” , luego ubícate sobre el punto de intersección entre la recta  $a: x - 7y = -25$  y la circunferencia  $c: x^2 + y^2 = 25$ , da un click izquierdo con el mouse en cada punto de intersección y aparecen los puntos  $A=(3,4)$  y  $B=(-4,3)$ , estos valores los puedes apreciar en la “Vista Gráfica” y en la “Vista Algebraica”.

4. Dirígete a la “barra de herramientas”.



Toma la tercera opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a

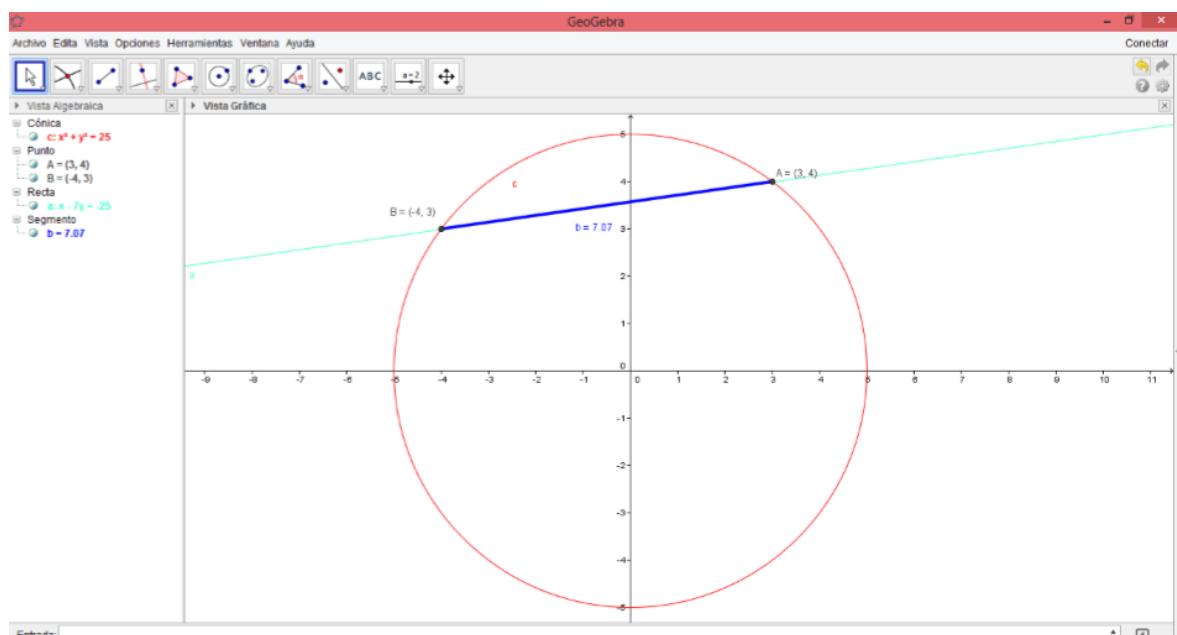
presentar varias opciones, toma la segunda opción “Segmento” , ubícate sobre el punto  $A=(3,4)$ , da un click izquierdo con el mouse y luego dirígete hacia el punto  $B=(-4,3)$  y da un click izquierdo con el mouse, automáticamente podrás observar la construcción del segmento de recta que une los dos puntos en la “Vista Gráfica”, y en la “Vista Algebraica” puedes apreciar la expresión  $b=7.07$ , que representa la longitud del segmento de recta y para este caso en particular, resulta ser la longitud de la cuerda de la circunferencia.



Que coinciden con los valores obtenidos de forma manual.

Si quieres puedes cambiar de color, el ancho de la circunferencia y de las rectas, para mejorar la presentación.

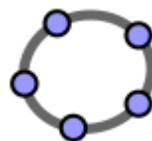
Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser parecida a la siguiente:



**Ejemplo 5.** Hallar los puntos de intersección de las circunferencias:  
 $y^2 - 2x = 0$  y  $x^2 + y^2 - 3x - 2y + 3 = 0$ .

$$x^2 +$$

1. Ingresa al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.

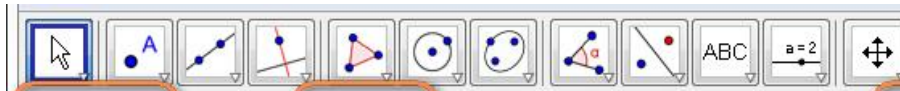


2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción “**Entrada**”.

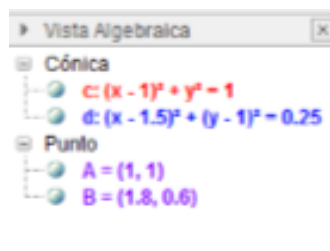
Entrada:

Digita la ecuación de la circunferencia  $x^2+y^2-2x=0$ , y presiona la tecla enter. Luego, digita la ecuación  $x^2+y^2-3x-2y+3=0$ , y presiona la tecla enter. Estas expresiones y sus representaciones gráficas, las puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.

3. Dirígete a la “**barra de herramientas**”.



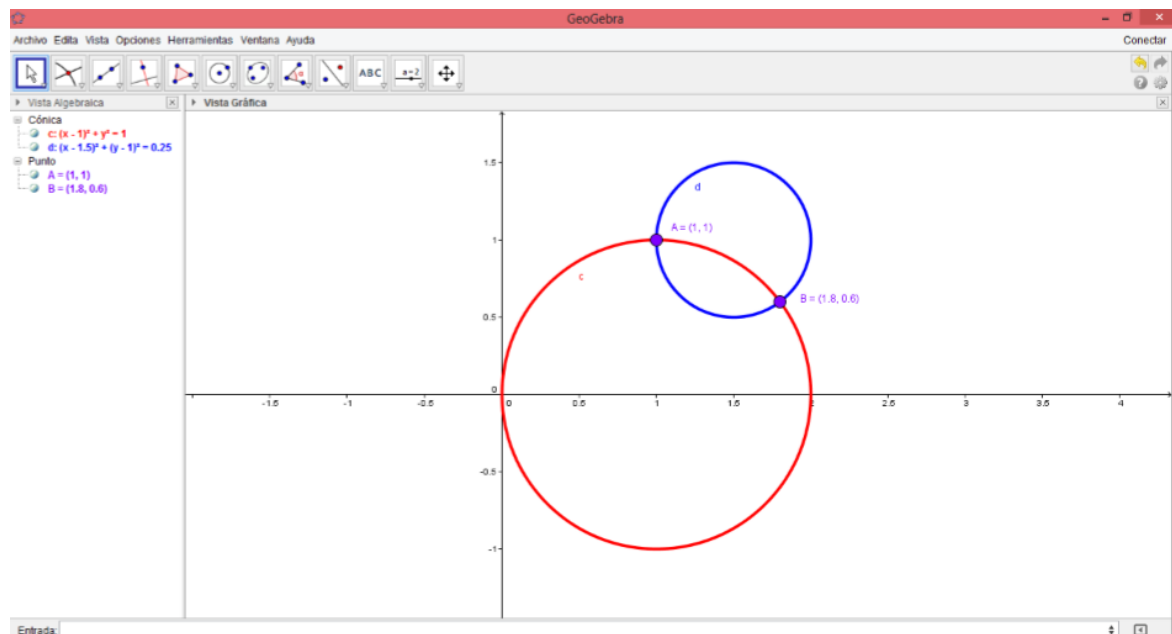
Toma la segunda opción, da un click con el botón izquierdo del mouse y se van a presentar varias opciones, toma la cuarta opción “**Intersección**”, luego ubícate sobre los puntos de intersección entre las circunferencias  $c:(x - 1)^2 + y^2 = 1$  y  $d:(x - 1.5)^2 + (y - 1)^2 = 0.25$ , da un click izquierdo con el mouse en cada punto de intersección y aparecen los puntos  $A=(1,1)$  y  $B=(1.8,0.6)$ , estos valores los puedes apreciar en la “**Vista Gráfica**” y en la “**Vista Algebraica**”.



Que coinciden con los valores obtenidos de forma manual.

Si quieres puedes cambiar de color, el ancho de la circunferencia, para mejorar la presentación.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra, debe ser parecida a la siguiente:



### Actividades de cierre.

Realizar los siguientes **Ejercicios** de forma manual y comprueba sus resultados utilizando el software Geogebra.

**Ejercicio 1.** Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto A(7,-5) y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas  $7x-9y-10=0$  y  $2x-5y+2=0$  (Lehmann).

**Ejercicio 2.** La ecuación de una circunferencia es  $(x-4)^2+(y-3)^2=20$ . Hallar la ecuación de la tangente a esta circunferencia en el punto (6,7) (Lehmann).

**Ejercicio 3.** La ecuación de una circunferencia es  $x^2+y^2=50$ . El punto medio de una cuerda de esta circunferencia es el punto (-2,4). Hallar la ecuación de la cuerda (Lehmann).

**Ejercicio 4.** Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto A(-8,5) y por las intersecciones de las circunferencias  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$  y  $x^2 + y^2 - 18x - 4y + 67 = 0$  (Lehmann).

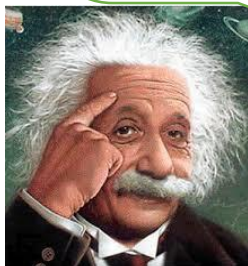
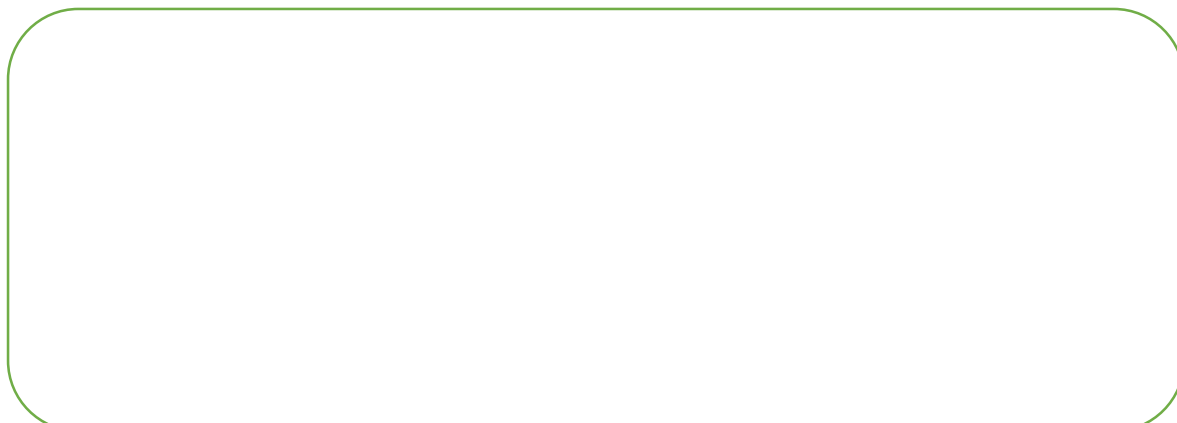
Nota. Para resolver el Ejercicio 4, a través del software **Geogebra**, se recomienda que para hallar la ecuación de la circunferencia, luego de encontrar los dos puntos de intersección entre las dos circunferencias más el punto A, se utilice la opción

**“Circunferencia por tres puntos”**



, que la encuentras en la barra de herramientas dentro de la sexta opción.

**Comenta las dificultades que encontraste al resolver el Ejercicio 3 y ¿Cómo las solucionaste?**



**Responde las siguientes preguntas:**

**Completa:**

- a. Escribe ¿Cuáles son las rectas que se pueden estudiar en la circunferencia?



- b. Escribe ¿Cuál es la diferencia entre el diámetro y la cuerda de una circunferencia?



c. Escribe ¿Cuál es la relación que existe entre la cuerda y la secante de una circunferencia?

**Responde:**

d. Realiza un resumen de fórmulas que utilizaste en esta secuencia didáctica.




---

## Anexo 10. ENCUESTA

Estimado estudiante:

Le solicitamos responda la siguiente encuesta, por favor sea lo más sincero posible ya que sus manifestaciones serán de gran utilidad. Los datos que usted aporte serán confidenciales. Gracias.

Las siguientes preguntas están relacionadas con el tema tratado en la Secuencia didáctica.

1. ¿Las imágenes propuestas al inicio de la secuencia didáctica, te ayudaron a identificar o recuperar experiencias con el tema desarrollado en dicha secuencia?

Sí ☐

No ☐

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

c. Nunca has visto los objetos que están en las imágenes.

d. No has tenido experiencias previas con las que puedas relacionar las imágenes.

2. ¿La explicación sobre las imágenes compartidas, te ayudaron a relacionar tus experiencias previas con actividades que realizas cotidianamente?

Si ☐

No ☐



¿Por qué? .....

.....

.....

3. ¿Crees que los conceptos expuestos en la secuencia didáctica son claros y se entienden?

Si ☐

No ☐

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

c. Los conceptos están expuestos con un lenguaje muy técnico.

d. La redacción de los conceptos no son claros.

4. ¿El lenguaje utilizado en el desarrollo de la secuencia didáctica, fue apropiado y te ayudó a entender el tema desarrollado?

Si ☐

No ☐

En caso de responder “NO”, ¿Con cuál de las siguientes opciones concuerdas?

c. En la redacción, se utiliza un lenguaje muy técnico.

d. La redacción de los temas no siguen un orden lógico.

5. ¿Las explicaciones realizadas en la secuencia didáctica, te permitieron realizar con éxito todas las actividades desarrolladas y propuestas?

Si ☐

No ☐

¿Por qué? .....





.....

.....

6. ¿El desarrollo de la secuencia didáctica, te ayudó a consolidar el aprendizaje del tema tratado?

Si ☐

No ☐

¿Por qué? .....

.....

.....

7. ¿El aprendizaje adquirido te ayudó a realizar con éxito todas las actividades planteadas en la secuencia didáctica?

Si ☐

No ☐

¿Por qué? .....

.....

.....

8. ¿Crees que el desarrollo de todas las actividades planteadas te ayudaron a comprender de mejor manera el tema tratado?

Si ☐

No ☐

¿Por qué? .....

.....

.....



9. ¿Crees que los aprendizajes adquiridos los puedas aplicar en la solución de alguna situación problemática de tu vida cotidiana?

Si ☐

No ☐

¿Por qué? .....

.....

.....

Recomendaciones.

.....

.....

.....

.....

## Anexo 11. Autorización



**Uesme**  
Unidad educativa  
**"Santa María de la Esperanza"**  
"El futuro comienza hoy"

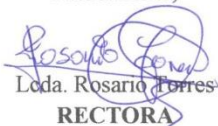
Chordeleg, Mayo 05 de 2014.

Yo, María Rosario Torres Ruiz, Rectora de la Unidad Educativa "Santa María de la Esperanza", autorizo al Lcdo. Juan Fernando Barrazueta Samaniego; realice la aplicación de las secuencia didácticas planteadas en su tesis titulada *"EL APRENDIZAJE DE LA LÍNEA RECTA Y LA CIRCUNFERENCIA A TRAVÉS DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE APRENDIZAJE FUNDAMENTADAS EN LA TEORÍA SOCIAL-COGNITIVO Y DESARROLLADA EN GEOGEBRA."* Con los estudiantes del Segundo Año de Bachillerato de las especialidades Ciencias General y Aplicaciones Informática con el siguiente cronograma:

2014/05/08	Secuencia didáctica 2 Secuencia didáctica 6 Secuencia didáctica 7
2014/05/13	Secuencia didáctica 8 Secuencia didáctica 9

Con sentimientos de consideración y estima me suscribo de usted.

Atentamente,

  
Lda. Rosario Torres  
**RECTORA**

 Unidad Educativa  
"Santa María de la Esperanza"  
RECTORADO  
Chordeleg

---

**Anexo 12.**

A continuación, se ponen a consideración algunas evidencias de las actividades realizadas con los estudiantes en las dos sesiones de trabajo planificadas, llevadas a cabo íntegramente en el laboratorio de computación de la Unidad Educativa “Santa María de la Esperanza”.



