

# UNIVERSIDAD DE CUENCA



## FACULTAD DE INGENIERÍA ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

### ANÁLISIS NO LINEAL DE CABLES Y SU APLICACIÓN PARA PUENTES ATIRANTADOS Y COLGANTES.

#### TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

#### AUTORES:

MARIO ANDRÉS ORTEGA PELÁEZ

JUAN DIEGO POZO OCAMPO

#### DIRECTOR:

INGENIERO JORGE MOSCOSO FERNÁNDEZ SALVADOR MSc.

CUENCA-ECUADOR

2014



## Resumen

El efecto de las deformaciones en estructuras que usan cables de acero es tal que se producen redistribuciones de esfuerzos dentro de los sistemas. Por esta razón en este tipo de estructuras se debe realizar un análisis estático no lineal. Esta tesis contiene metodologías propuestas para la resolución de estructuras con cables, sometidas a cargas gravitacionales mediante análisis estático no lineal. Se realizaron programas en MATLAB y se analizó un puente atirantado y un puente colgante. Los objetivos de los análisis son proponer una contra flecha constructiva que dé el nivel de rasante deseado bajo cargas de servicio, así como conocer el estado tensional y los desplazamientos de los cables en cualquier etapa constructiva. Las metodologías propuestas consideran únicamente el efecto de cargas puntuales verticales aplicadas en los cables además de varias simplificaciones a fin de idealizar los problemas. Para el puente atirantado se realiza una analogía con una viga continua para obtener la carga vertical externa que actuará en los cables. Esta analogía permite también considerar la resistencia del tablero a los desplazamientos verticales. Para el puente colgante se considera que para una sección de tablero comprendida entre dos cables secundarios, las cargas que actúan sobre ésta son resistidas solo por sus cables extremos. Para validar las metodologías propuestas se realizaron varios modelos en SAP2000 bajo las mismas simplificaciones de los métodos. De igual manera se compararon los resultados obtenidos con modelos no simplificados resueltos mediante análisis no lineal. Finalmente, los algoritmos se utilizaron para analizar etapas constructivas específicas.



## Abstract

The effect of deformations in structures that use steel wire or rope is such that redistribution of stresses are produced in the systems. For this reason, this type of structures must be analyzed using a nonlinear static procedure. This thesis work contains proposal methodologies for solving cable structures under the action of gravity loads by using non-linear static analysis. MATLAB programs were made and a cable stayed bridge and a suspension bridge were analyzed. The objectives of the analysis are to propose a constructive precamber that leads to the desired deck level under service loads, as well as to know the stress state and displacement in any constructive stage. The proposed methods consider only the effect of punctual vertical forces applied on the cables in addition to several simplifications to idealize the situations. For the cable stayed bridge an analogy with a continuous beam is considered to obtain the punctual vertical external force that are applied in the cables. This analogy also allows to consider the deck's resistance to vertical displacement. For the suspension bridge the following consideration is made: for a deck section between two hanging cables, the loads applied to it are supported by only the outer cables. Several models were analyzed with SAP2000 to validate the methods. Similarly the obtained results were compared with no simplified models solved by nonlinear analysis. Finally, the algorithms were used to analyze specific constructive stages.



## CONTENIDO

Capítulo 1 INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 Antecedentes .....	1
1.2 Objetivo general.....	2
1.3 Objetivos específicos .....	2
1.4 Justificación .....	3
Capítulo 2 MARCO TEÓRICO .....	3
2.1 Descripción general de los puentes.....	3
2.1.1 Torres.....	3
2.1.2 Tablero .....	3
2.1.3 Cables .....	4
2.2 Puentes Colgantes .....	5
2.2.1 Geometría Inicial del cable principal.....	6
2.3 Puentes Atirantados.....	7
2.3.1 Módulo de Elasticidad Equivalente .....	8
2.4 Cargas .....	9
2.5 Proceso Constructivo [5].....	10
2.5.1 Puentes atirantados .....	11
2.5.2 Puentes colgantes.....	11
2.6 Análisis no lineal .....	12
Capítulo 3 METODOLOGÍA .....	14
3.1 Consideraciones .....	14
3.1.1 Puentes Atirantados.....	14
3.1.2 Puentes Colgantes.....	14
3.2 Deducciones y planteamiento del problema .....	18
3.2.1 Puente Atirantado.....	18



3.2.2 Puente Colgante.....	19
Capítulo 4 IMPLEMENTACIÓN DE LOS ALGORITMOS.....	22
4.1 Ingreso de datos y resultados.....	22
4.1.1 Puente Atirantado.....	22
4.1.2 Puente Colgante.....	24
4.2 Algoritmos.....	27
4.2.1 Puente Colgante.....	27
4.2.2 Puente Atirantado despreciando el peso propio de los cables.....	31
4.2.3 Puente Atirantado considerando el peso propio de los cables.....	34
Capítulo 5 EJEMPLOS RESUELTOS .....	37
5.1 Puente Atirantado mediante el algoritmo obtenido .....	37
5.1.1 Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.....	38
5.1.2 Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.....	40
5.1.3 Comparación de resultados al considerar o no la variación del módulo de elasticidad.....	42
5.2 Puente Colgante mediante el algoritmo obtenido .....	43
5.3 Puente Atirantado con SAP2000 .....	48
5.3.1 Puente Atirantado sin considerar del peso propio de los tirantes.....	49
5.3.2 Puente Atirantado considerando el peso propio de los tirantes .....	50
5.4 Puente Colgante con SAP2000 .....	51
5.5 Puente Atirantado no simplificado en SAP2000 .....	52
5.6 Puente Colgante no simplificado en SAP2000 .....	53
5.6.1 Unión Rígida .....	53
5.6.2 Unión Articulada.....	54
Capítulo 6 VALIDACIÓN DE LOS MÉTODOS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS.....	56



6.1 Validación de resultados obtenidos con el algoritmo y SAP2000 para el Puente Atirantado .....	56
6.1.1 Validación de resultados sin considerar la variación del módulo de elasticidad .....	56
6.1.2 Validación de resultados considerando la variación del módulo de elasticidad .....	56
6.2 Validación de resultados obtenidos con el algoritmo y con SAP2000 para el Puente Colgante .....	57
6.3 Comparación de resultados con modelo no simplificado.....	58
6.3.1 Puente Atirantado.....	58
6.3.2 Puente Colgante.....	59
Capítulo 7 ANÁLISIS DURANTE ETAPAS CONSTRUCTIVAS .....	63
7.1 Puente Atirantado .....	63
7.1.1 Primera Etapa de Análisis .....	64
7.1.2 Segunda Etapa de Análisis .....	66
7.2 Puente Colgante .....	68
7.2.1 Primera Etapa de Análisis .....	69
7.2.2 Segunda Etapa de Análisis .....	70
7.2.3 Tercera Etapa de Análisis .....	71
Capítulo 8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	73
BIBLIOGRAFÍA .....	75
ANEXOS .....	77



## Índice de figuras

Figura 2-1 Algunas secciones de cables.....	4
Figura 2-2 Esquema de un Puente Colgante. ....	5
Figura 2-3 Tipos de puentes colgantes [5]. ....	6
Figura 2-4 Configuración del equilibrio de la catenaria. ....	6
Figura 2-5 Configuración de cables en puentes atirantados. (a) Radial (b) Arpa (c) Arpa Modificada [5]. ....	8
Figura 2-6 Esquema de un Puente Atirantado. ....	8
Figura 2-7 Flecha en cable inclinado [5].....	9
Figura 2-8 Características del camión de diseño [8]. ....	10
Figura 3-1 Sistema de cables sin tablero. ....	15
Figura 3-2 Sistema de cables con cercha. ....	15
Figura 3-3 Sistema de cables con viga ( $h=1500$ , $b=500$ , $t_f=50$ , $t_w=25.4$ ). ....	16
Figura 3-4 Sistema de cables con viga ( $h=300$ , $b=120$ , $t_f=9.6$ , $t_w=6.4$ ). ....	16
Figura 3-5 Idealización del cable tirante del Puente Atirantado. ....	18
Figura 3-6 Idealización del sistema de cables del Puente Colgante. ....	20
Figura 4-1 Nomenclatura y sistema de referencia para los programas del Puentes Atirantados. ....	22
Figura 4-2 Ingreso de datos del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad. ....	23
Figura 4-3 Resultados del programa para Puentes Atirantados.....	23
Figura 4-4 Ingreso de datos del Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad. ....	24
Figura 4-5 Nomenclatura y sistema de referencia para el programa del Puentes Colgantes. ....	25
Figura 4-6 Ingreso de datos del Puente Colgante.....	26
Figura 4-7 Resultados del programa para Puentes Colgantes.....	26
Figura 5-1 Configuración del Puente Atirantado.....	38
Figura 5-2 Iteraciones de la analogía de la viga continua sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad. ....	39



Figura 5-3 Deformada del tablero del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad. ....	40
Figura 5-4 Iteraciones de la analogía de la viga continua considerando la variación del Módulo de Elasticidad. ....	41
Figura 5-5 Deformada del tablero del Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad. ....	42
Figura 5-6 Configuración del puente colgante.....	43
Figura 5-7 Detalle de viga de rigidez del tablero del Puente Colgante.....	43
Figura 5-8 Detalle de arrostramiento del tablero del Puente Colgante.....	44
Figura 5-9 Deformada final del Puente Colgante. ....	47
Figura 5-10 Deformada final con contraflecha.....	48
Figura 5-11 Modelo del Puente Atirantado en SAP2000.....	49
Figura 5-12 Deformada y no deformada final del Puente Atirantado con SAP2000 sin considerar el peso propio de los tirantes. ....	49
Figura 5-13 Deformada y no deformada final del Puente Atirantado con SAP2000 considerando el peso propio de los tirantes. ....	50
Figura 5-14 Modelo del Puente Colgante en SAP2000.....	51
Figura 5-15 Deformada y no deformada final del puente colgante en SAP2000. ....	51
Figura 5-16 Geometría deformada del Puente Atirantado.....	52
Figura 5-17 Deformada final del puente colgante con tablero rígido. ....	53
Figura 5-18 Deformada final del puente colgante con tablero articulado. ....	55
Figura 6-1 Comparación de los resultados obtenidos del Puente Colgante.....	58
Figura 6-2 Comparación gráfica de resultados con el modelo no simplificado de Puente Atirantado.....	58
Figura 6-3 Comparación gráfica de resultados con el modelo no simplificado del Puente Colgante.....	60
Figura 6-4 Comparación gráfica de resultados con el modelo no simplificado del Puente Colgante.....	62
Figura 7-1 Iteraciones de la analogía de la viga continua para la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado. ....	65
Figura 7-2 Deformada del tablero de la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado. ....	66





Figura 7-3 Iteraciones de la analogía de la viga continua para la segunda etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado. ....	67
Figura 7-4 Deformada del tablero de la segunda etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado. ....	68
Figura 7-5 Deformada de la primera etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante. ....	69
Figura 7-6 Deformada de la segunda etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante. ....	70
Figura 7-7 Deformada de la tercera etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante. ....	71

## Índice de tablas

Tabla 2-1 Cables estructurales galvanizados. ....	4
Tabla 3-1 Deflexiones para distintas secciones de tablero articulados en las torres. ....	16
Tabla 3-2 Deflexiones para distintas secciones de tablero empotrados en las torres. ....	18
Tabla 5-1 Errores relativos entre iteraciones sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad. ....	39
Tabla 5-2 Datos del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad. ....	39
Tabla 5-3 Resultados del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad. ....	40
Tabla 5-4 Contraflecha propuesta para el Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad. ....	40
Tabla 5-5 Errores relativos entre iteraciones considerando la variación del Módulo de Elasticidad. ....	41
Tabla 5-6 Datos del puente atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad. ....	41
Tabla 5-7 Resultados del Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad. ....	42
Tabla 5-8 Contraflecha propuesta para el Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad. ....	42



Tabla 5-9 Diferencia de resultados al considerar o no la variación del módulo de elasticidad. ....	42
Tabla 5-10 Datos del Puente Colgante. ....	46
Tabla 5-11 Resultados Puente Colgante Etapa Final.....	47
Tabla 5-12 Contraflechas en cables secundarios.....	48
Tabla 5-13 Resultados Puente Atirantado con SAP2000 sin considerar el peso propio de los tirantes. ....	50
Tabla 5-14 Resultados Puente Atirantado con SAP2000 considerando el peso propio de los tirantes. ....	50
Tabla 5-15 Resultados Puente Colgante con SAP2000.....	52
Tabla 5-16 Resultados obtenidos del modelo no simplificado del Puente Atirantado.....	53
Tabla 5-17 Resultados obtenidos del modelo no simplificado del Puente Colgante con tablero rígido. ....	54
Tabla 5-18 Resultados obtenidos del modelo no simplificado del Puente Colgante con tablero articulado.....	55
Tabla 6-1 Errores del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.....	56
Tabla 6-2 Errores del Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.....	57
Tabla 6-3 Errores del Puente Colgante.....	58
Tabla 6-4 Errores comparando el algoritmo propuesto con un modelo no simplificado del Puente Atirantado.....	59
Tabla 6-5 Errores comparando el algoritmo propuesto con un modelo no simplificado del Puente Colgante.....	61
Tabla 6-6 Errores comparando el algoritmo propuesto con un modelo no simplificado del Puente Colgante.....	63
Tabla 7-1 Error relativo de P en la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.....	65
Tabla 7-2 Resultados de la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.....	66
Tabla 7-3 Error relativo de P en la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.....	67



Tabla 7-4 Resultados de la segunda etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.....	67
Tabla 7-5 Resultados de la primera etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.....	69
Tabla 7-6 Resultados de la segunda etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.....	70
Tabla 7-7 Resultados de la tercera etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.....	71

## **Lista de Anexos**

Anexo 1. Secciones Comerciales ASTM A586.....	77
Anexo 2. Secciones comerciales ASTM A603. ....	79
Anexo 3. Codificación del programa para Puentes Atirantados sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad. ....	80
Anexo 4. Codificación del programa para Puentes Atirantados considerando la variación del Módulo de Elasticidad. ....	81
Anexo 5. Codificación del programa para Puentes Colgantes. ....	83
Anexo 6. Datos de la primera etapa de análisis de las etapas constructivas del Puente Colgante.....	86
Anexo 7. Datos de la segunda etapa de análisis de las etapas constructivas del Puente Colgante.....	87
Anexo 8. Datos de la tercera etapa de análisis de las etapas constructivas del Puente Colgante.....	88





Universidad de Cuenca  
Clausula de propiedad intelectual

---

Yo, Mario Andrés Ortega Peláez, autor de la tesis "ANÁLISIS NO LINEAL DE CABLES Y SU APLICACIÓN PARA PUENTES ATIRANTADOS Y COLGANTES", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 10 de Octubre del 2014

---

Mario Andrés Ortega Peláez

C.I: 0105202667



Universidad de Cuenca  
Clausula de propiedad intelectual

---

Yo, Juan Diego Pozo Ocampo, autor de la tesis "ANÁLISIS NO LINEAL DE CABLES Y SU APLICACIÓN PARA PUENTES ATIRANTADOS Y COLGANTES", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 10 de Octubre del 2014

A handwritten signature in blue ink, consisting of stylized cursive letters, positioned above a horizontal line.

Juan Diego Pozo Ocampo

C.I: 0105275150





Yo, Mario Andrés Ortega Peláez, autor de la tesis "ANÁLISIS NO LINEAL DE CABLES Y SU APLICACIÓN PARA PUENTES ATIRANTADOS Y COLGANTES", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Civil. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 10 de Octubre del 2014

Mario Andrés Ortega Peláez

C.I: 0105202667





Universidad de Cuenca  
Clausula de derechos de autor

---

Yo, Juan Diego Pozo Ocampo, autor de la tesis "ANÁLISIS NO LINEAL DE CABLES Y SU APLICACIÓN PARA PUENTES ATIRANTADOS Y COLGANTES", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Civil. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 10 de Octubre del 2014

A handwritten signature in blue ink, consisting of stylized cursive letters, positioned above a horizontal line.

Juan Diego Pozo Ocampo

C.I: 0105275150





## Capítulo 1 INTRODUCCIÓN

### 1.1 Antecedentes

El acero moderno nació cuando el inglés Henry Bessemer desarrolló en 1856 un método efectivo de oxidación para reducir el contenido de carbono del arrabio. [1] Antes de esto, se desarrolló en la industria minera alemana cables de hierro forjado en el año 1834. Hoy en día, el acero usado para cables es comúnmente acero sin alear con contenidos de carbono entre **0.4 y 0.95%**.

Los cables de acero son utilizados en varias industrias como: minería, pesca, petróleo, transporte de carga, electricidad, comunicaciones y construcción. Los cables son frecuentemente usados en estructuras de ingeniería para soporte y transmisión de cargas de un miembro a otro. Cuando son usados para soportar techos suspendidos y puentes, los cables son el principal elemento portante de la estructura. En el análisis de fuerzas de estos elementos, el peso propio del cable puede ser despreciado; sin embargo cuando los cables son usados como tensores en antenas, líneas de transmisión eléctrica o grúas, el peso del cable puede ser importante y debe ser incluido en el análisis estructural. [2].

La principal aplicación de los cables de acero en la industria de la construcción es en los puentes colgantes y atirantados. El primer puente colgante moderno fue el puente Menai que conecta Gales con la Isla Anglesey, el puente fue construido en el año de 1826 y tiene una luz de 175 metros. Los primeros puentes atirantados fueron construidos luego de la Segunda Guerra Mundial en Europa. El puente colgante más largo del mundo es el puente Akashi Kaikyō en Japón, que tiene una distancia entre torres de 1991 metros costó 4700 millones de dólares y lleva 181 400 toneladas de acero. El puente atirantado más largo del mundo es el puente Russky en Rusia Oriental tiene una distancia entre torres de 1104 metros y costó 1100 millones de dólares.

El uso de cables como principales elementos portantes en los puentes ha demostrado ser eficiente debido a la alta relación resistencia-peso. Esto



permite disminuir el peso de la estructura, lo que resulta muy útil en puentes de grandes luces.

El aumento de la luz combinado con la tendencia a vigas de refuerzo más superficiales o delgadas en los puentes atirantados ha aumentado la preocupación acerca del comportamiento bajo cargas de servicio y cargas dinámicas ambientales como el tráfico, viento y carga sísmica. Debido a esto, en los puentes atirantados de grandes luces principalmente mantienen una no linealidad geométrica que es esencial entender y predecir de manera realista el comportamiento bajo estas cargas. A pesar de que los materiales de los elementos estructurales de un puente atirantado se encuentran en el rango elástico lineal, en general la relación carga-desplazamiento es no lineal bajo cargas normales de diseño. En el análisis geométrico no lineal de los puentes atirantados, los grandes desplazamientos ocurren bajo cargas de servicio mientras que los esfuerzos en sus elementos estructurales permanecen bajos. La necesidad de un análisis no lineal no es solo para evaluar los esfuerzos y deformaciones bajo cargas gravitacionales, sino también para evaluar la seguridad en las etapas constructivas [3].

## **1.2 Objetivo general**

- Realizar el análisis no lineal de cables en puentes atirantados y colgantes.

## **1.3 Objetivos específicos**

- Proponer una metodología para el análisis no lineal de puentes con cables.
- Generar un algoritmo para realizar el análisis de los cables.
- Proponer una contraflecha constructiva.
- Obtener las deformaciones y tensiones de los cables en las diferentes etapas constructivas de los puentes.
- Comparar resultados con un programa de análisis existente, como SAP2000.



## 1.4 Justificación

En la mayoría de estructuras convencionales, los cambios de rigidez de sus elementos son insignificantes. Sin embargo, debido a las grandes deformaciones que pueden ocurrir en estructuras elásticas como los puentes atirantados y colgantes, el cambio de rigidez puede ser significativo y se debe considerar un análisis no lineal. Es un común error en la práctica de la ingeniería realizar análisis estáticos lineales en estructuras con cables. Ignorar la no linealidad de la estructura conlleva a subestimar los esfuerzos y deformaciones producidos en ella.

## Capítulo 2 MARCO TEÓRICO

### 2.1 Descripción general de los puentes

Los puentes que usan cables, están formados por 3 partes principales que son: torres, tablero y cables.

#### 2.1.1 Torres

Las torres o pilares son elementos verticales de rigidez muy alta que se encuentran sometidos a compresión axial principalmente. En casos no simétricos, donde los cables se encuentren a un solo a un lado de la torre, se colocan cables de contrapeso para reducir los esfuerzos de flexión y los desplazamientos en la torre.

#### 2.1.2 Tablero

El tablero está conectado a los cables mediante elementos longitudinales que pueden ser vigas (de hormigón armado o acero), cerchas o elementos tipo caja. Estos elementos tienen además la función de rigidizar el tablero para que este no sea vulnerable a fuerzas laterales de viento.

El tablero es soportado elásticamente en puntos a lo largo de su longitud por cables, de esta manera el tablero puede alcanzar una mayor luz entre pilares [3], [4].

### 2.1.3 Cables

Los cables de acero son elementos mecánicos formados por el trenzado de varias hebras en forma helicoidal, por lo general alrededor de un núcleo. Se pueden obtener numerosas secciones usando hebras de acero. Algunas de estas secciones se muestran en la Figura 2-1.

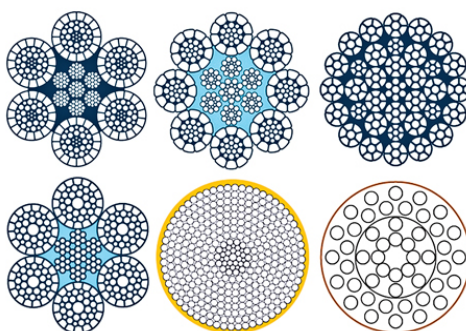


Figura 2-1 Algunas secciones de cables.

Para estructuras de puentes se utilizan cables estructurales galvanizados, la ASTM normaliza la fabricación de estos elementos, como se indica en la Tabla 2-1.

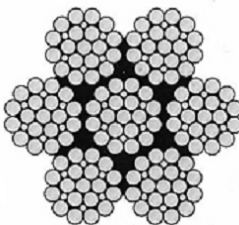
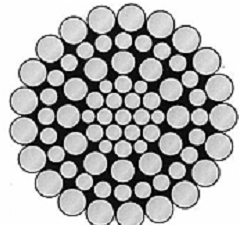
	<b>E</b> [kg/cm <sup>2</sup> ]	<b>Fu</b> [kg/cm <sup>2</sup> ]	<b>Usos</b>	<b>Área neta / Área bruta</b>
<b>ASTM A603</b> 	1'400 000	15 000	Cables principales en puentes colgantes de luces pequeñas.  Cables cargadores en puentes colgantes.	60%
<b>ASTM A586</b> 	1'690 000	15 500	Cables principales en puentes colgantes.	76 %

Tabla 2-1 Cables estructurales galvanizados.

Las secciones comerciales de estos cables, se indican en el Anexo 1 y Anexo 2.

## 2.2 Puentes Colgantes

Estos puentes deben tener obligatoriamente al menos dos torres. La flexión que produce el cable principal en las torres se controla usando cables de contrapeso firmemente anclados.

En la Figura 2-2 se indica esquemáticamente los elementos que forman un puente colgante.

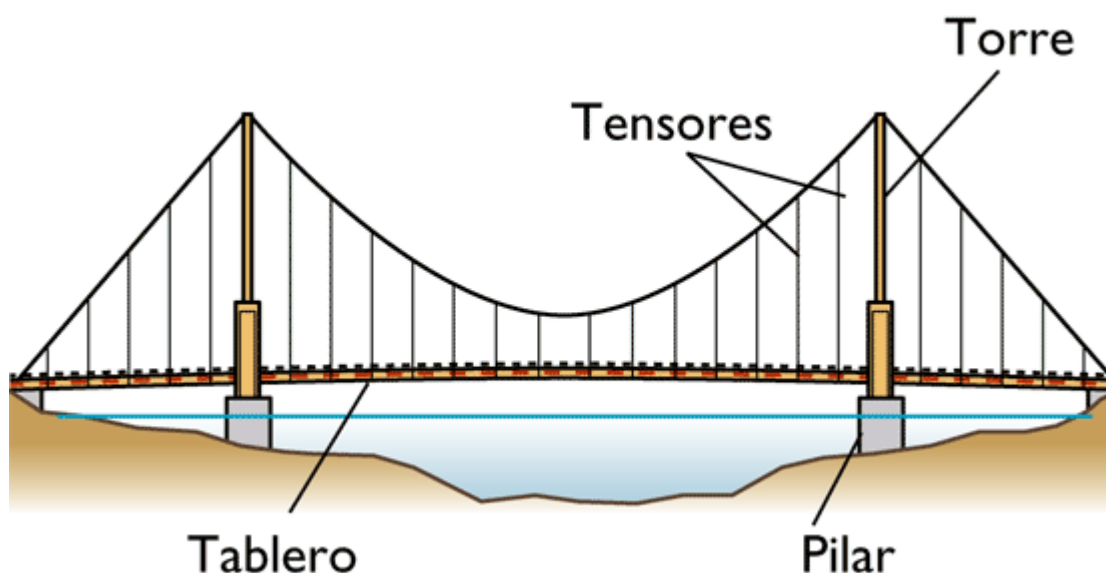
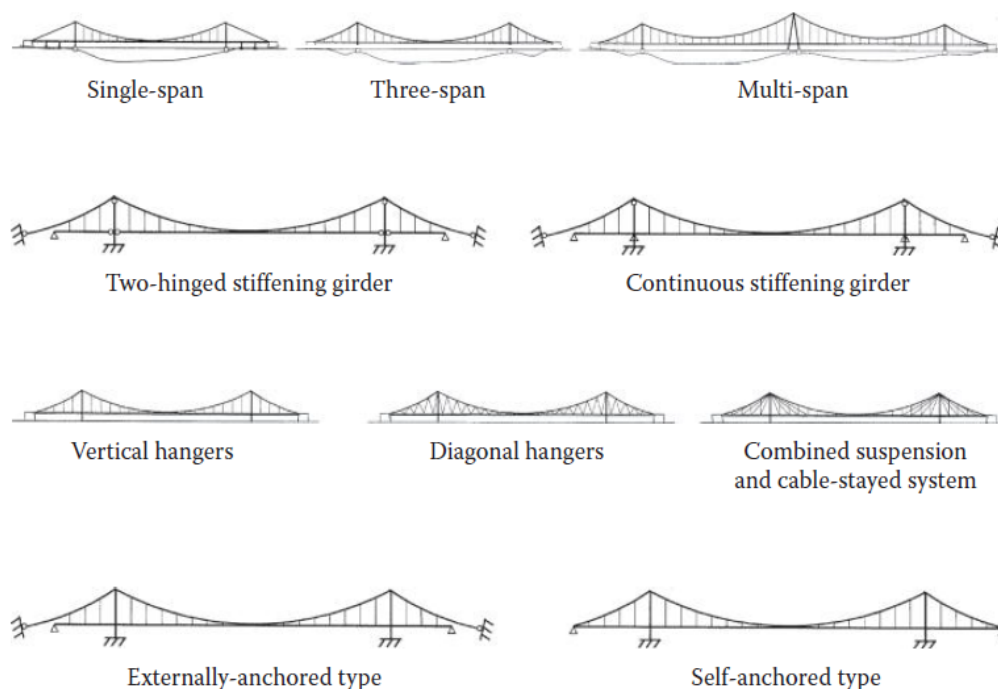


Figura 2-2 Esquema de un Puente Colgante.

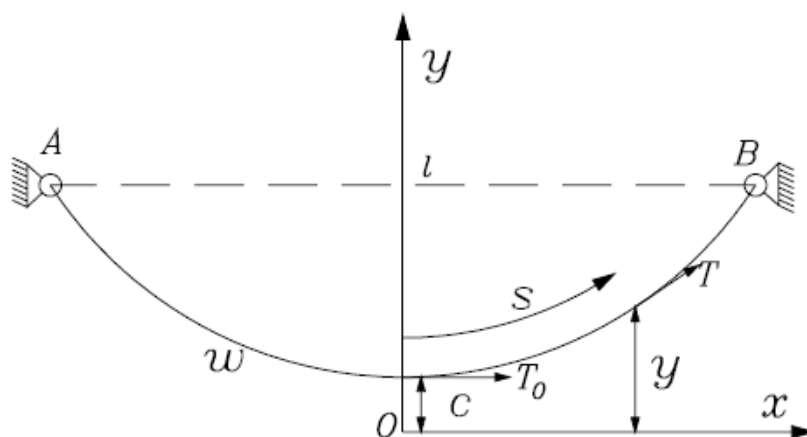
Los puentes colgantes se clasifican de acuerdo al número de claros, la manera en la cual está anclado el tablero a las torres, la geometría de los cables secundarios y del punto de anclaje del cable de contrapeso (Figura 2-3).



**Figura 2-3 Tipos de puentes colgantes [5].**

### 2.2.1 Geometría Inicial del cable principal

La determinación de la fuerza axial y la configuración geométrica de los cables usualmente son obtenidas mediante ecuaciones analíticas. La ecuación de la catenaria es usada cuando la carga se trata del peso propio. [6]. Las siguientes ecuaciones analíticas presentadas pertenecen a la catenaria.



**Figura 2-4 Configuración del equilibrio de la catenaria.**



$$s = c \sinh \frac{x}{c} \quad (2-1)$$

$$y = c \cosh \frac{x}{c} \quad (2-2)$$

$$c = \frac{T_o}{w} \quad (2-3)$$

$$T = wy \quad (2-4)$$

Donde:

- $s$  coordenada a lo largo del cable,
- $x, y$  coordenadas,
- $c$  constante paramétrica de la curva,
- $w$  peso propio del cable un unidades por longitud,
- $T_o$  fuerza axial horizontal,
- $T$  fuerza axial dado un valor  $y$ .

## 2.3 Puentes Atirantados

A diferencia de los puentes colgantes, los puentes atirantados pueden tener una sola torre. Los esfuerzos de flexión en las torre se pueden contralar con un diseño simétrico colocando tirantes a ambos lados, o con cables de contrapeso firmemente anclados. La configuración geométrica de los cables se puede realizar de varias maneras como se muestra en la Figura 2-5. Cualquier configuración de cables induce altos esfuerzos de compresión sobre el tablero.

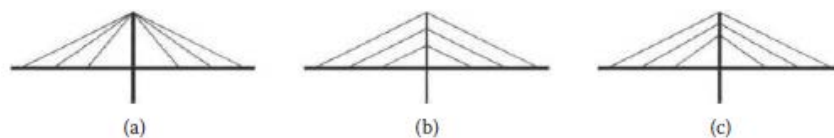


Figura 2-5 Configuración de cables en puentes atirantados. (a) Radial (b) Arpa (c) Arpa Modificada [5].

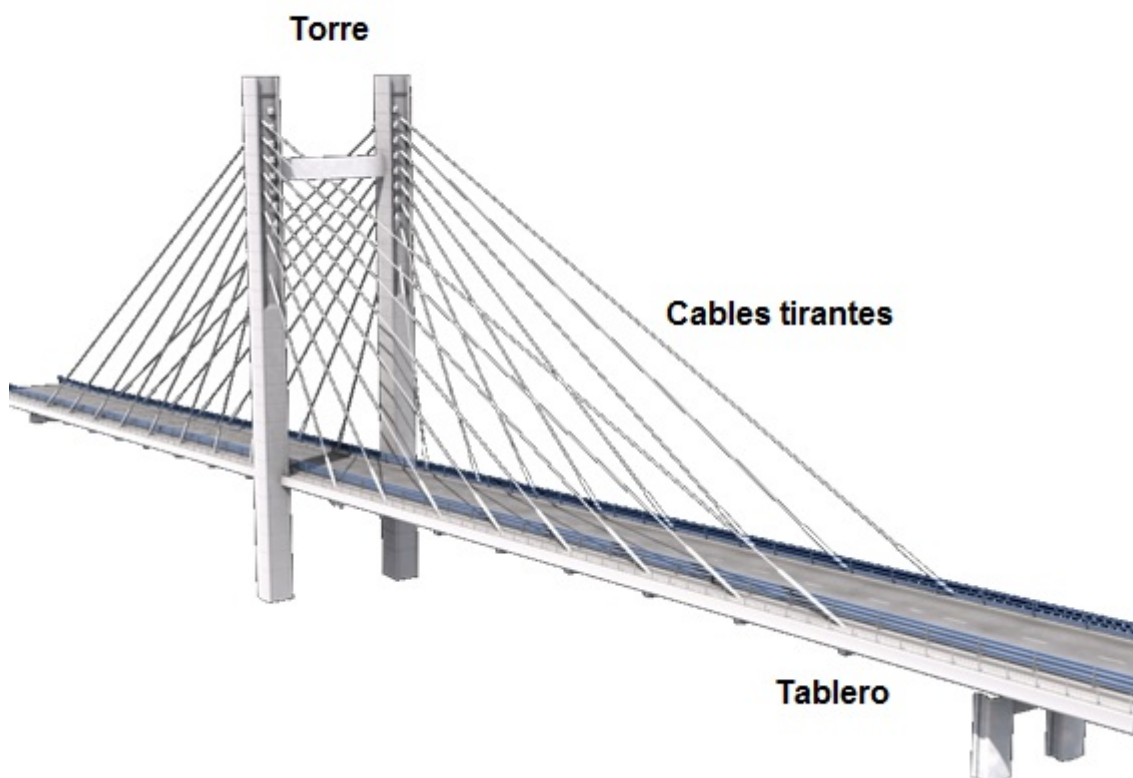


Figura 2-6 Esquema de un Puente Atirantado.

### 2.3.1 Módulo de Elasticidad Equivalente

Los cables de puentes atirantados al estar sujetos en sus dos extremos, se flechan debido a la carencia de rigidez a flexión, formando una curva catenaria como se muestra en la Figura 2-7. Debido a la flecha producida, la relación entre la fuerza y la elongación de los cables no es lineal, reduciendo la rigidez axial de los cables [5]. Este efecto se considera mediante el concepto de módulo de rigidez efectivo o módulo de rigidez equivalente ( $E_q$ ). Este módulo de elasticidad combina los efectos de las deformaciones del material y las deformaciones geométricas. La rigidez axial de un miembro equivalente para

cualquier combinación de flecha y tensión es la misma que la rigidez axial en el cable real [7]. De donde se obtiene la ecuación (2-5).

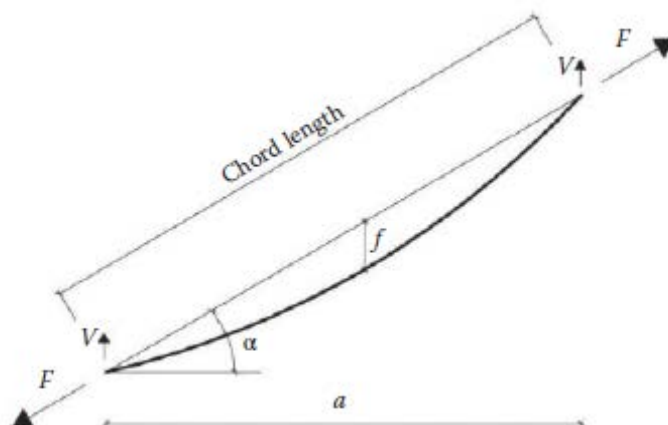


Figura 2-7 Flecha en cable inclinado [5].

$$E_{eq} = \frac{E}{1 + \frac{(wH)^2 AE}{12T^3}} \quad (2-5)$$

Donde:

- $E$  módulo de elasticidad real,
- $E_{eq}$  módulo de elasticidad equivalente,
- $w$  peso propio del cable un unidades por longitud,
- $H$  proyección horizontal de la longitud del cable,
- $T$  tensión en el cable.

## 2.4 Cargas

Para la definición de la contraflecha constructiva, se realiza un análisis de deflexiones bajo cargas de servicio, según la siguiente combinación de carga:

$$CS = 1.0 L + 1.0 D \quad (2-6)$$

La carga muerta considera el peso propio de los elementos estructurales, así como las cargas permanentes que actúen sobre el tablero como la estructura de pavimento, veredas, infraestructura vial, etc.

Para la carga viva de puentes peatonales se considera una carga de  $420 \text{ kg/m}^2$ . Para puentes de carretera se consideran dos opciones: el puente cargado solamente con el camión de diseño (Figura 2-8) y el puente cargado con el 25% del peso del camión de diseño más la carga de carril de diseño. [8]

La mayor deflexión del puente bajo estas condiciones será tomada como la contraflecha constructiva.

La carga de carril de diseño es  $950 \text{ kg/m}$  ( $9.3 \text{ N/mm}$ ), esta carga se considera aplicada en cada carril en un ancho de  $3 \text{ m}$ . [8].

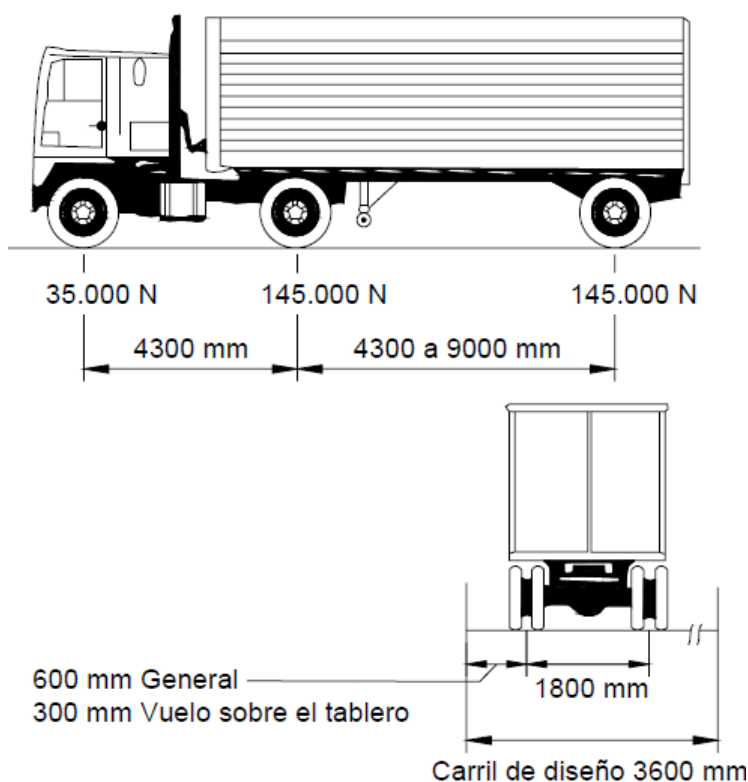


Figura 2-8 Características del camión de diseño [8].

## 2.5 Proceso Constructivo [5]

En esta sección se describen a grandes rasgos los procesos constructivos convencionales seguidos en puentes colgantes y atirantados. Cada proyecto de construcción tiene singularidades, pero los procesos seguidos se mantienen dentro del esquema general.

### **2.5.1 Puentes atirantados**

Las torres o pilares pueden ser de acero u hormigón, de construcción celular, por bloques o monolítica. Pero dado que las torres resistirán efectos de compresión principalmente, el hormigón armado suele ser la opción preferida. Un adecuado balance de cargas es muy importante para lograr el correcto funcionamiento de la estructura. Este balance permite convertir los esfuerzos de flexión en cargas axiales sobre las torres. Esto se puede lograr con una configuración simétrica del puente. Cuando sea necesario se puede equilibrar las fuerzas aumentando el peso de ciertas secciones del tablero o se puede unir el tablero con los estribos del puente.

Debido a la carga axial que producen los cables en el tablero, este se comporta como una viga continua elásticamente apoyada en cada cable. Los apoyos del tablero en las torres pueden ser omitidos debido a los altos momentos negativos que aparecerían en esta sección del tablero. El tablero se puede armar por secciones (de acero, hormigón prefabricado o secciones compuestas) o puede ser fundido en sitio (pos tensado suele ser necesario). Las uniones entre secciones del tablero deben ser rígidas. La unión tablero torre, de existir puede ser monolítica, esto presenta facilidades al momento de continuar el armado del tablero en estilo voladizo.

El sistema constructivo utilizado para la colocación del tablero es en tipo voladizo, luego de levantadas las torres, se coloca cada sección o grupo de secciones del tablero y se conectan con su respectivo cable. Este proceso debe ser simétrico, es decir la colocación del tablero debe avanzar simultáneamente a ambos lados de las torres.

### **2.5.2 Puentes colgantes**

En puentes de un solo claro los esfuerzos de flexión en las torres se controlan mediante los cables de contrapeso. Estos son elementos que se encuentran anclados en puntos exteriores a la estructura. Aún con esta medida las torres son diseñadas para resistir efectos de flexo compresión, por esta razón son en general elementos más robustos que las torres de los puentes atirantados.

El tablero o estructura suspendida puede ser de dos tipos: secciones rigidizadas por vigas o cerchas y secciones rígidas en forma de caja. En la elección del tipo de tablero influyen factores como la altura del tablero, estabilidad aerodinámica, mantenimiento y construcción.

La colocación de los cables principales se puede realizar de dos maneras: tejido aéreo, o con cable de fibras paralelas prefabricado. En el método de tejido aéreo, mediante un sistema mecánico de poleas se coloca cada alambre que formará el cable, se define la posición correcta de cada alambre midiendo la flecha de este o controlando la tensión en los extremos. En el segundo método el cable se fabrica en planta con el número de alambres requerido. Una vez finalizada la colocación del cable principal, se fijan todos los cables colgantes o cables secundarios en la posición especificada.

El tablero se puede construir por dos métodos: mediante secciones de tablero que son colocadas con barcasas, avanzando desde el centro del claro hacia las torres o en estilo voladizo avanzando simultáneamente desde las torres hacia el centro del claro. Las conexiones entre elementos del tablero durante la construcción pueden ser articuladas o rígidas. En el primer caso se colocan primero todas las secciones del tablero antes de rigidizar las uniones. En el caso de uniones rígidas, cada que se coloca una sección de tablero esta es rígidamente conectada a la sección anterior.

## 2.6 Análisis no lineal

Las grandes deformaciones que se producen en estructuras con cables generan una distribución de esfuerzos reales distintos a los que se obtendría con la geometría inicial. Esto se produce debido a un cambio en la rigidez de los elementos.

La variación de la rigidez define la diferencia entre un análisis lineal y el no lineal. La rigidez de un elemento estructural es la respuesta ante una carga aplicada; la misma se ve afectada por propiedades del elemento como son: la forma, el material y condiciones de soporte. Si el cambio de la rigidez es suficientemente pequeño, es lógico asumir que las propiedades del elemento no cambian durante el proceso de deformación. En un análisis estructural lineal



se asume que los desplazamientos de los nodos de la estructura bajo cargas aplicadas son muy pequeños respecto a la posición original de los nodos. Entonces los cambios geométricos de la estructura pueden ser ignorados y en general la rigidez de la estructura deformada puede asumirse igual a la rigidez de la estructura no deformada [3]. Esta suposición es la base del análisis lineal.

El análisis no lineal considera que la rigidez cambia durante el proceso de deformación. En realidad, toda estructura tiene un comportamiento no lineal, pero no siempre se analizan de ésta manera debido a que se requiere un proceso computacional de mayor complejidad.

En los puentes atirantados y en los puentes colgantes la no linealidad tiene su origen en el cambio de la geometría de los cables, tratándose de no linealidad geométrica. Este cambio de rigidez provocado por la variación de la geometría sucede cuando un elemento estructural sufre grandes deformaciones.



## Capítulo 3 METODOLOGÍA

### 3.1 Consideraciones

A continuación se enlistan las principales consideraciones tomadas en cuenta para la resolución de las estructuras.

#### 3.1.1 Puentes Atirantados

1. Desplazamientos del pilar/torre despreciados.
  - No está dentro del alcance de esta tesis realizar un análisis de los cables de contrapeso de las torres.
2. Los desplazamientos horizontales del tablero son despreciables.
3. La rigidez del tablero se considera mediante la analogía de viga continua con resortes.
4. El peso propio del cable es despreciable en comparación a la magnitud de las cargas [2].

#### 3.1.2 Puentes Colgantes

1. Se aplicará el algoritmo solo a tramos simétricos.
2. Los desplazamientos de las torres son despreciados.
  - No está dentro del alcance de esta tesis realizar un análisis de los cables de contrapeso de las torres.
3. Los desplazamientos horizontales del tablero son despreciables.
4. El peso propio del cable es despreciable en comparación a la magnitud de las cargas [2].
5. Se considera que cada cable secundario carga su ancho tributario.
6. La resistencia a flexión de los elementos que rigidizan el tablero es despreciado.



### 3.1.2.1 Análisis de distintos tipos de tableros

Para validar la consideración 6 de éstos puentes se realizaron los siguientes modelos con las siguientes características:

- Los segmentos del cable principal fueron modelados como cables ASTM A586 con galvanizado clase A de 2  $\frac{3}{4}$  pulgadas de diámetro.
- Los cables secundarios fueron cables ASTM A603 con galvanizado clase A de 1  $\frac{1}{8}$  pulgadas de diámetro.
- Para cada tipo de tablero se consideraron uniones rígidas y articuladas en las torres; en las figuras a continuación se muestran los modelos para la condición articulada.

**Caso 1:** Se modeló el sistema de cables del Puente Colgante aplicando una carga puntual en los cables secundarios igual a la obtenida en la ecuación (5-4). Se impidió el desplazamiento lateral de los cables secundarios a fin de simular el efecto de la existencia de tablero. Este caso se observa en la Figura 3-1.

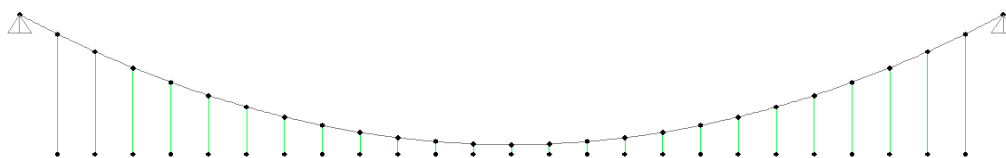


Figura 3-1 Sistema de cables sin tablero.

**Caso 2:** Se modeló el sistema de cables del Puente Colgante aplicando una carga distribuida  $3200 \text{ kg/m}$  sobre la cercha. Este caso se observa en la Figura 3-2.

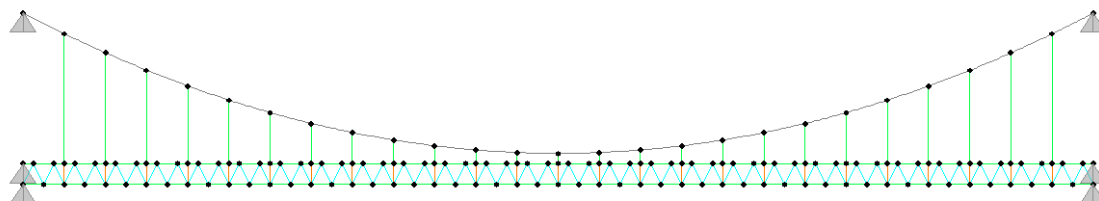


Figura 3-2 Sistema de cables con cercha.

**Caso 3:** Se modeló el sistema de cables del Puente Colgante aplicando una carga distribuida  $3200 \text{ kg/m}$  sobre la viga de  $1500 \text{ mm}$  de peralte. Este caso se observa en la Figura 3-3.

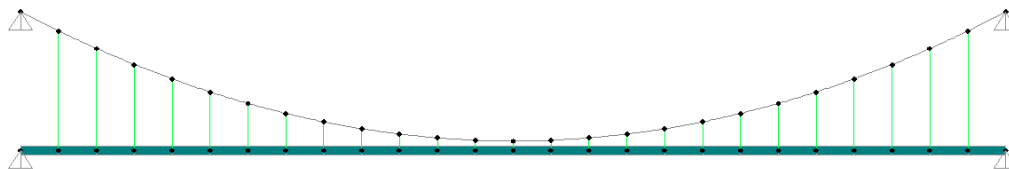


Figura 3-3 Sistema de cables con viga ( $h=1500$ ,  $b=500$ ,  $t_f=50$ ,  $t_w=25.4$ ).

**Caso 4:** Se modeló el sistema de cables del Puente Colgante aplicando una carga distribuida  $3200 \text{ kg/m}$  sobre la viga de  $300 \text{ mm}$  de peralte. Este caso se observa en la Figura 3-4.

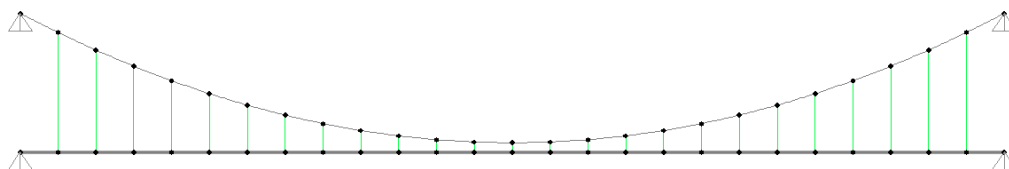


Figura 3-4 Sistema de cables con viga ( $h=300$ ,  $b=120$ ,  $t_f=9.6$ ,  $t_w=6.4$ ).

Para el caso del tablero con uniones articuladas se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 3-1. Se observa que mientras mayor sea la rigidez del tablero, más significativa se vuelve la contribución de éste en los desplazamientos verticales.

Caso	Deflexión en media luz [m]	Diferencia respecto al caso 1	
		m	%
1	2.204	0.000	0.00%
2	2.190	0.013	0.60%
3	2.121	0.082	3.74%
4	2.197	0.007	0.32%

Tabla 3-1 Deflexiones para distintas secciones de tablero articulados en las torres.

Para el caso del tablero con uniones rígidas se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 3-2. Se observa que mientras mayor sea la rigidez del



tablero, más significativa se vuelve la contribución de éste en los desplazamientos verticales.

Caso	Deflexión en media luz [m]	Diferencia respecto al caso 1	
		m	%
1	2.204	0.000	0.00%
2	2.091	0.113	5.11%
3	1.946	0.258	11.70%
4	2.220	0.016	0.74%

Tabla 3-2 Deflexiones para distintas secciones de tablero empotrados en las torres.

Si se desea considerar los efectos del tablero se puede realizar la analogía de la viga continua.

## 3.2 Deducciones y planteamiento del problema

### 3.2.1 Puente Atirantado

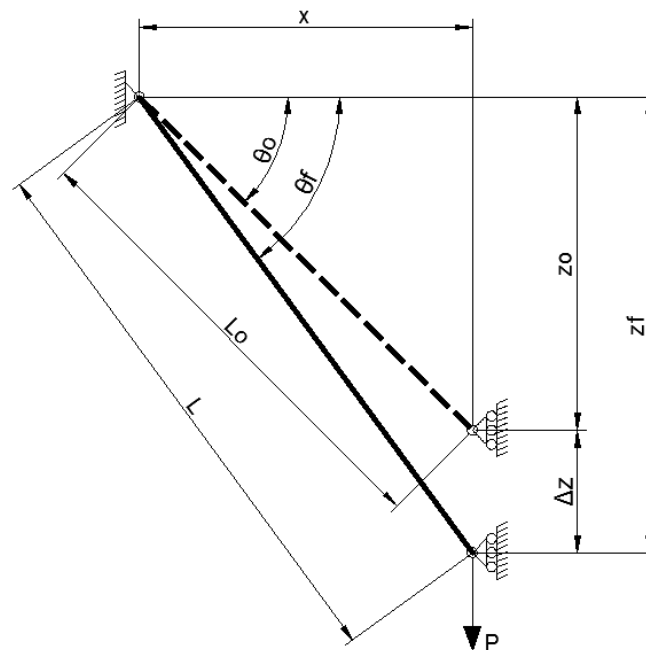


Figura 3-5 Idealización del cable tirante del Puente Atirantado.

Por equilibrio se tiene que

$$P = T \sin \theta \quad (3-1)$$

Por compatibilidad de deformaciones

$$L = L_o + \frac{TL_o}{EA} \quad (3-2)$$

Y por geometría se tiene que

$$L = \sqrt{x^2 + z_f^2} \quad (3-3)$$

Cumpliendo las tres condiciones se obtiene la relación indicada en la ecuación (3-4).

$$P = \frac{AEz_f}{L_o} - \frac{AEz_f}{\sqrt{z_f^2 + x^2}} \quad (3-4)$$

### 3.2.2 Puente Colgante

Con las consideraciones de la sección 3.1.2 , se puede idealizar el sistema de cables del puente colgante de la manera indicada en la Figura 3-6.

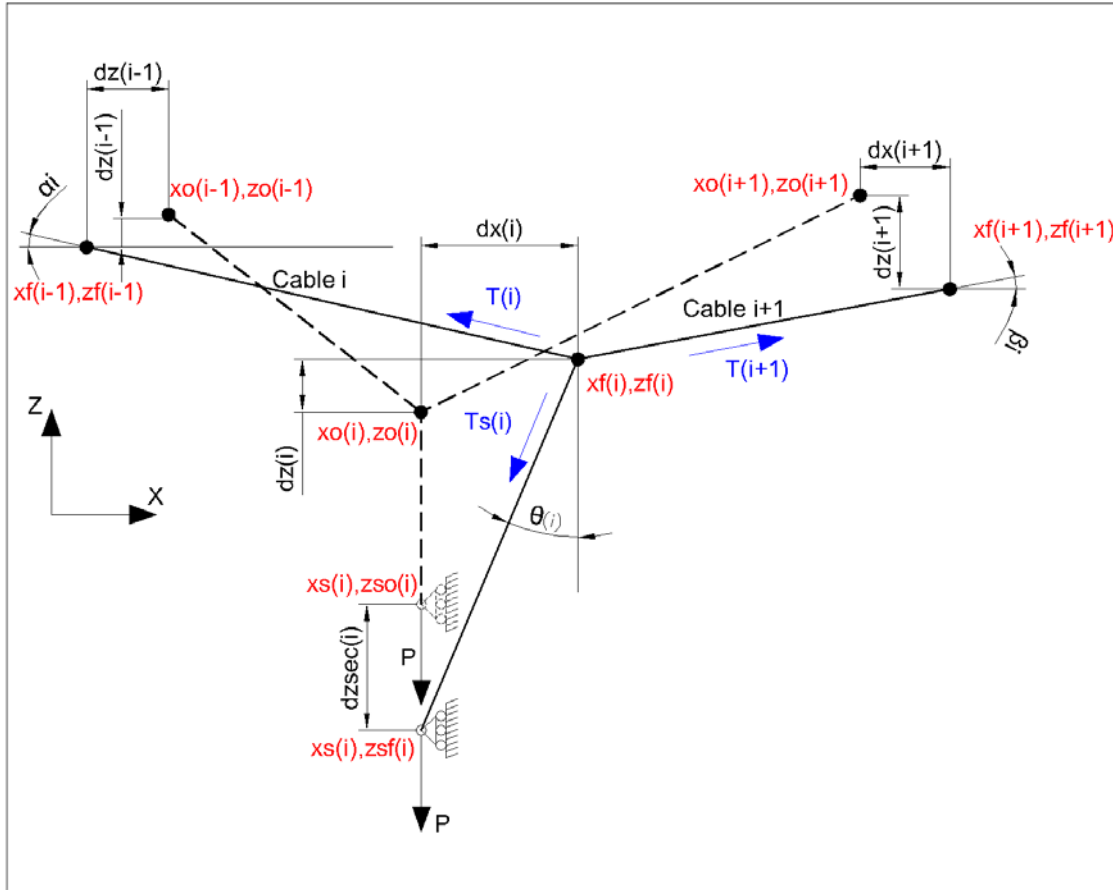


Figura 3-6 Idealización del sistema de cables del Puesto Colgante.

Por geometría se tiene que las longitudes iniciales y finales de cada cable son:

$$Lo_i = \sqrt{(xo_i - xo_{i-1})^2 + (zo_i - zo_{i-1})^2} \quad (3-5)$$

$$Lso_i = \sqrt{(xo_i - xso_i)^2 + (zo_i - zso_i)^2} \quad (3-6)$$

$$L_i = \sqrt{[(xo_i + \Delta x_i) - (xo_{i-1} + \Delta x_{i-1})]^2 + [(zo_i + \Delta z_i) - (zo_{i-1} + \Delta z_{i-1})]^2} \quad (3-7)$$

$$Ls_i = \sqrt{[(xo_i + \Delta x_i) - xso_i]^2 + [(zo_i + \Delta z_i) - zso_i]^2} \quad (3-8)$$

Por compatibilidad de deformaciones se cumple que para el cable  $i$

$$L_i = Lo_i + \frac{T_i Lo_i}{A_i E_i} \quad (3-9)$$

$$Ls_i = Lso_i + \frac{Ts_i Lso_i}{As_i Es_i} \quad (3-10)$$

Y por equilibrio en el nodo  $i$  se tienen las ecuaciones de equilibrio siguientes:

$$T_i \cos(\alpha_i) + T_{i+1} \cos(\beta_i) + Ts_i \sin \theta_i = 0 \quad (3-11)$$

$$T_i \sin(\alpha_i) + T_{i+1} \sin(\beta_i) + Ts_i \cos \theta_i = 0 \quad (3-12)$$

$$Ts_i \cos \theta_i - P = 0 \quad (3-13)$$

Donde:

$$\cos(\alpha_i) = \frac{(xo_{i-1} + \Delta x_{i-1}) - (xo_i + \Delta x_i)}{L_i}$$

$$\sin(\alpha_i) = \frac{(zo_{i-1} + \Delta z_{i-1}) - (zo_i + \Delta z_i)}{L_i}$$

$$\cos(\beta_i) = \frac{(xo_{i+1} + \Delta x_{i+1}) - (xo_i + \Delta x_i)}{L_{i+1}}$$

$$\sin(\beta_i) = \frac{(zo_{i+1} + \Delta z_{i+1}) - (zo_i + \Delta z_i)}{L_{i+1}}$$

$$\cos(\theta_i) = \frac{(zs_i + \Delta zs_i) - (zo_i + \Delta z_i)}{Ls_i}$$

$$\sin(\theta_i) = \frac{xs_i - (xo_i + \Delta x_i)}{Ls_i}$$

Nota: el ángulo  $\alpha_i$  y el ángulo  $\beta_{i+1}$  son iguales por ser ángulos alternos internos, pero el valor de sus funciones trigonométricas  $\sin$  y  $\cos$  son sus negativos.

El problema del puente colgante queda definido mediante el sistema de ecuaciones no lineales formado por (3-11), (3-12) y (3-13) para cada nodo.

## Capítulo 4 IMPLEMENTACIÓN DE LOS ALGORITMOS

Se realizaron programas en MATLAB implementando las metodologías propuestas. A continuación se presenta el ingreso de datos para los programas y los algoritmos de los mismos. La codificación de los programas se muestra desde el Anexo 3 al Anexo 5.

### 4.1 Ingreso de datos y resultados

#### 4.1.1 Puente Atirantado

Para el ingreso de datos y la salida de resultados de los programas para Puentes Atirantados se usa la nomenclatura y el sistema de referencia mostrado en la Figura 4-1.

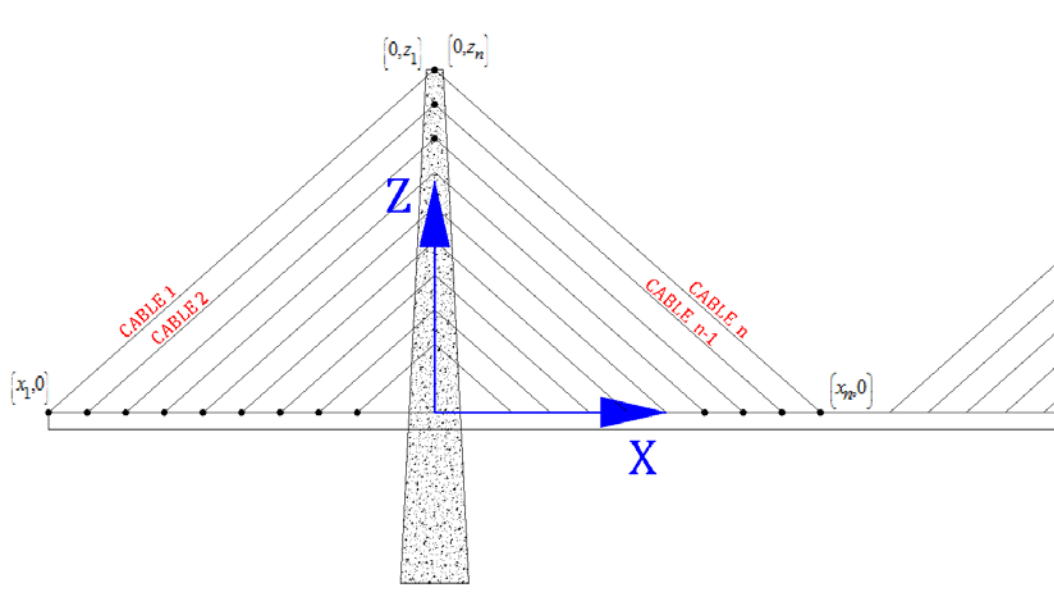


Figura 4-1 Nomenclatura y sistema de referencia para los programas del Puentes Atirantados.

##### 4.1.1.1 Sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad

El ingreso de datos se realiza mediante una hoja electrónica denominada "Datos.xlsx". En esta se ingresan las coordenadas de los tirantes  $(x, z_o)$ , el área de la sección transversal  $(A)$ , el módulo de elasticidad  $(E)$  de cada tirante y la fuerza externa  $(P)$  que actúa en ellos. Se ingresan los datos en el orden



mostrado en la Figura 4-2. Los resultados se guardarán en una hoja electrónica llamada “Resultados.xls” en el orden mostrado en la Figura 4-3.

	A	B	C	D	E
1	x[m]	zo [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	P [kg]
2	Coordenada x del Tirante 1	Coordenada z del Tirante 1	Área de la sección transversal del tirante 1	Módulo de elasticidad del tirante 1	Fuerza externa que actúa en el tirante 1
3	Coordenada x del Tirante 2	Coordenada z del Tirante 2	Área de la sección transversal del tirante 2	Módulo de elasticidad del tirante 2	Fuerza externa que actúa en el tirante 2
4	Coordenada x del Tirante 3	Coordenada z del Tirante 3	Área de la sección transversal del tirante 3	Módulo de elasticidad del tirante 3	Fuerza externa que actúa en el tirante 3
5	:	:	:	:	:
6	Coordenada x del Tirante i	Coordenada z del Tirante i	Área de la sección transversal del tirante i	Módulo de elasticidad del tirante i	Fuerza externa que actúa en el tirante i
7	:	:	:	:	:
8	Coordenada x del Tirante n	Coordenada z del Tirante n	Área de la sección transversal del tirante n	Módulo de elasticidad del tirante n	Fuerza externa que actúa en el tirante n

**Figura 4-2 Ingreso de datos del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.**

	A	B	C
1	Rigidez vertical del tirante 1	Desplazamiento vertical del tirante 1	Tensión del tirante 1
2	Rigidez vertical del tirante 2	Desplazamiento vertical del tirante 2	Tensión del tirante 2
3	Rigidez vertical del tirante 3	Desplazamiento vertical del tirante 3	Tensión del tirante 3
4	:	:	:
5	Rigidez vertical del tirante i	Desplazamiento vertical del tirante i	Tensión del tirante i
6	:	:	:
7	Rigidez vertical del tirante n	Desplazamiento vertical del tirante n	Tensión del tirante n

**Figura 4-3 Resultados del programa para Puentes Atirantados.**

Los resultados se encuentran en unidades del sistema MKS utilizando las siguientes:

[m]      unidad de longitud,

[kg]      unidad de fuerza.

#### 4.1.1.2 Considerando la variación del Módulo de Elasticidad.

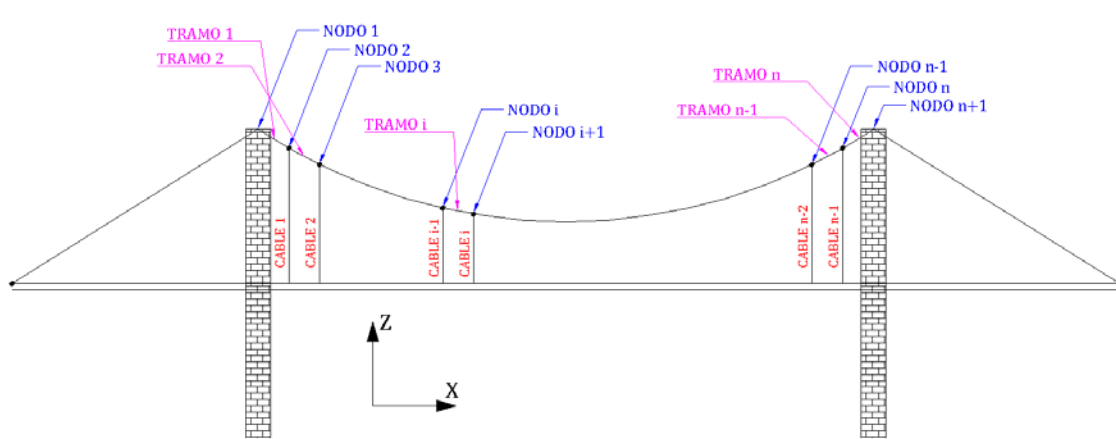
El ingreso de datos se realiza mediante una hoja electrónica denominada “Datos.xlsx”. En esta se ingresan las coordenadas de los tirantes ( $x, z_o$ ), el área de la sección transversal ( $A$ ), el módulo de elasticidad ( $E$ ), el peso por unidad de longitud ( $w$ ) de cada tirante y la fuerza externa ( $P$ ) que actúa en ellos. Se ingresan los datos en el orden mostrado en la Figura 4-4. Los resultados se guardarán en una hoja electrónica llamada “Resultados.xls” en el orden mostrado en la Figura 4-3.

	A	B	C	D	E	F
1	x[m]	zo [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	w[kg/m]	P [kg]
2	Coordenada x del Tirante 1	Coordenada z del Tirante 1	Área de la sección transversal del tirante 1	Módulo de elasticidad del tirante 1	Peso por unidad de longitud del tirante 1	Fuerza externa que actúa en el tirante 1
3	Coordenada x del Tirante 2	Coordenada z del Tirante 2	Área de la sección transversal del tirante 2	Módulo de elasticidad del tirante 2	Peso por unidad de longitud del tirante 2	Fuerza externa que actúa en el tirante 2
4	Coordenada x del Tirante 3	Coordenada z del Tirante 3	Área de la sección transversal del tirante 3	Módulo de elasticidad del tirante 3	Peso por unidad de longitud del tirante 3	Fuerza externa que actúa en el tirante 3
5	:	:	:	:	:	:
6	Coordenada x del Tirante i	Coordenada z del Tirante i	Área de la sección transversal del tirante i	Módulo de elasticidad del tirante i	Peso por unidad de longitud del tirante i	Fuerza externa que actúa en el tirante i
7	:	:	:	:	:	:
8	Coordenada x del Tirante n	Coordenada z del Tirante n	Área de la sección transversal del tirante n	Módulo de elasticidad del tirante n	Peso por unidad de longitud del tirante n	Fuerza externa que actúa en el tirante n

Figura 4-4 Ingreso de datos del Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.

#### 4.1.2 Puente Colgante

Para el ingreso de datos y la salida de resultados del programa para Puentes Colgantes se usa la nomenclatura y el sistema de referencia mostrado en la Figura 4-5.



**Figura 4-5 Nomenclatura y sistema de referencia para el programa del Puentes Colgantes.**

El ingreso de datos se realiza mediante una hoja electrónica denominada "Datos.xlsx". En esta se ingresan las coordenadas  $(x, z)$ , el área de la sección transversal  $(A)$ , el módulo de elasticidad  $(E)$  y la longitud de tramos  $(L_o)$  del cable principal. De igual manera se ingresan las coordenadas  $(x_s, z_s)$ , el área de las secciones transversales  $(A2)$ , los módulos de elasticidad  $(E2)$ , las longitudes  $(L_o2)$  y la fuerza externa  $(P)$  de cada cable secundario. Los datos se ingresan en el orden mostrado en la Figura 4-6. Los resultados se guardarán en una hoja electrónica llamada "Resultados.xls" en el orden mostrado en la Figura 4-7.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	x [m]	z [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	xs[m]	zs[m]	A2 [cm <sup>2</sup> ]	E2 [kg/cm <sup>2</sup> ]	P [kg]	Lo [m]	Lo2 [m]
2	Coordenada x del nodo 1	Coordenada z del nodo 1	Área de la sección transversal del cable principal	Módulo de Elasticidad del cable principal						Longitud inicial del segmento 1 del cable principal	
3	Coordenada x del nodo 2	Coordenada z del nodo 2			Coordenada x a nivel del tablero del cable secundario 1	Coordenada z a nivel del tablero del cable secundario 1	Área de la sección transversal del cable secundario 1	Módulo de Elasticidad del cable secundario 1	Fuerza externa que actúa en el cable secundario 1	Longitud inicial del segmento 2 del cable principal	Longitud inicial del cable secundario 1
4	Coordenada x del nodo 3	Coordenada z del nodo 3			Coordenada x a nivel del tablero del cable secundario 2	Coordenada z a nivel del tablero del cable secundario 2	Área de la sección transversal del cable secundario 2	Módulo de Elasticidad del cable secundario 2	Fuerza externa que actúa en el cable secundario 2	Longitud inicial del segmento 3 del cable principal	Longitud inicial del cable secundario 2
5	⋮	⋮			⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
6	Coordenada x del nodo i	Coordenada z del nodo i			Coordenada x a nivel del tablero del cable secundario i-1	Coordenada z a nivel del tablero del cable secundario i-1	Área de la sección transversal del cable secundario i-1	Módulo de Elasticidad del cable secundario i-1	Fuerza externa que actúa en el cable secundario i-1	Longitud inicial del segmento i del cable principal	Longitud inicial del cable secundario i-1
7	⋮	⋮			⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
8	Coordenada x del nodo n	Coordenada z del nodo n			Coordenada x a nivel del tablero del cable secundario n-1	Coordenada z a nivel del tablero del cable secundario n-1	Área de la sección transversal del cable secundario n-1	Módulo de Elasticidad del cable secundario n-1	Fuerza externa que actúa en el cable secundario n-1	Longitud inicial del segmento n del cable principal	Longitud inicial del cable secundario n-1
9	Coordenada x del nodo n+1	Coordenada z del nodo n+1									

Figura 4-6 Ingreso de datos del Puente Colgante.

	A	B	C	D	E
1				Tensión en el segmento 1 del cable principal	
2	Desplazamiento horizontal del nodo 2	Desplazamiento vertical del nodo 2	Desplazamiento vertical del cable secundario 1	Tensión en el segmento 2 del cable principal	Tensión en el cable secundario 1
3	Desplazamiento horizontal del nodo 3	Desplazamiento vertical del nodo 3	Desplazamiento vertical del cable secundario 2	Tensión en el segmento 3 del cable principal	Tensión en el cable secundario 2
4	Desplazamiento horizontal del nodo 4	Desplazamiento vertical del nodo 4	Desplazamiento vertical del cable secundario 3	Tensión en el segmento 4 del cable principal	Tensión en el cable secundario 3
5	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
6	Desplazamiento horizontal del nodo i	Desplazamiento vertical del nodo i	Desplazamiento vertical del cable secundario i-1	Tensión en el segmento i del cable principal	Tensión en el cable secundario i-1
7	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
8	Desplazamiento horizontal del nodo n	Desplazamiento vertical del nodo n	Desplazamiento vertical del cable secundario n-1	Tensión en el segmento n del cable principal	Tensión en el cable secundario n-1

Figura 4-7 Resultados del programa para Puentes Colgantes.

Los resultados se encuentran en unidades del sistema MKS utilizando las siguientes:

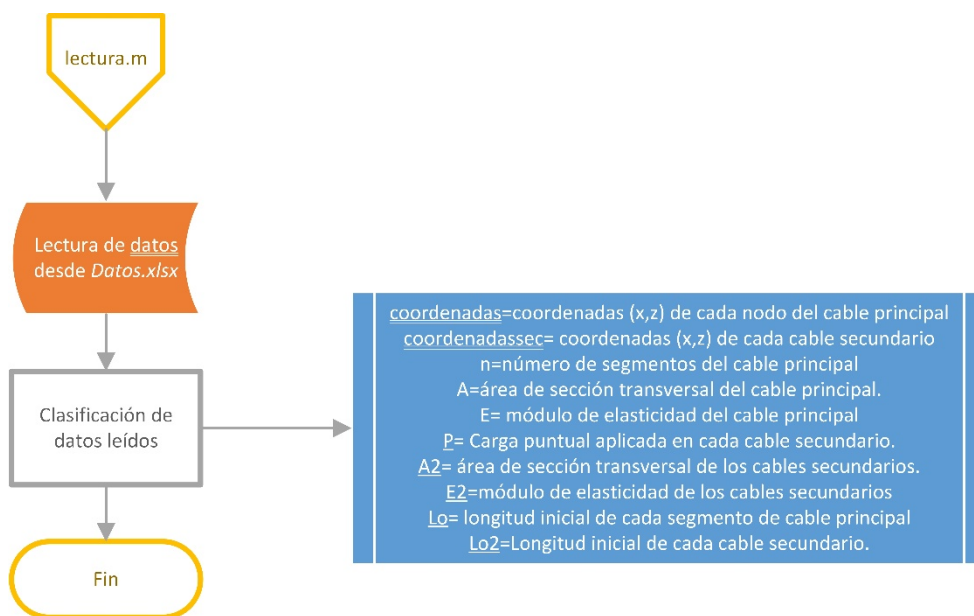
[m]      unidad de longitud,

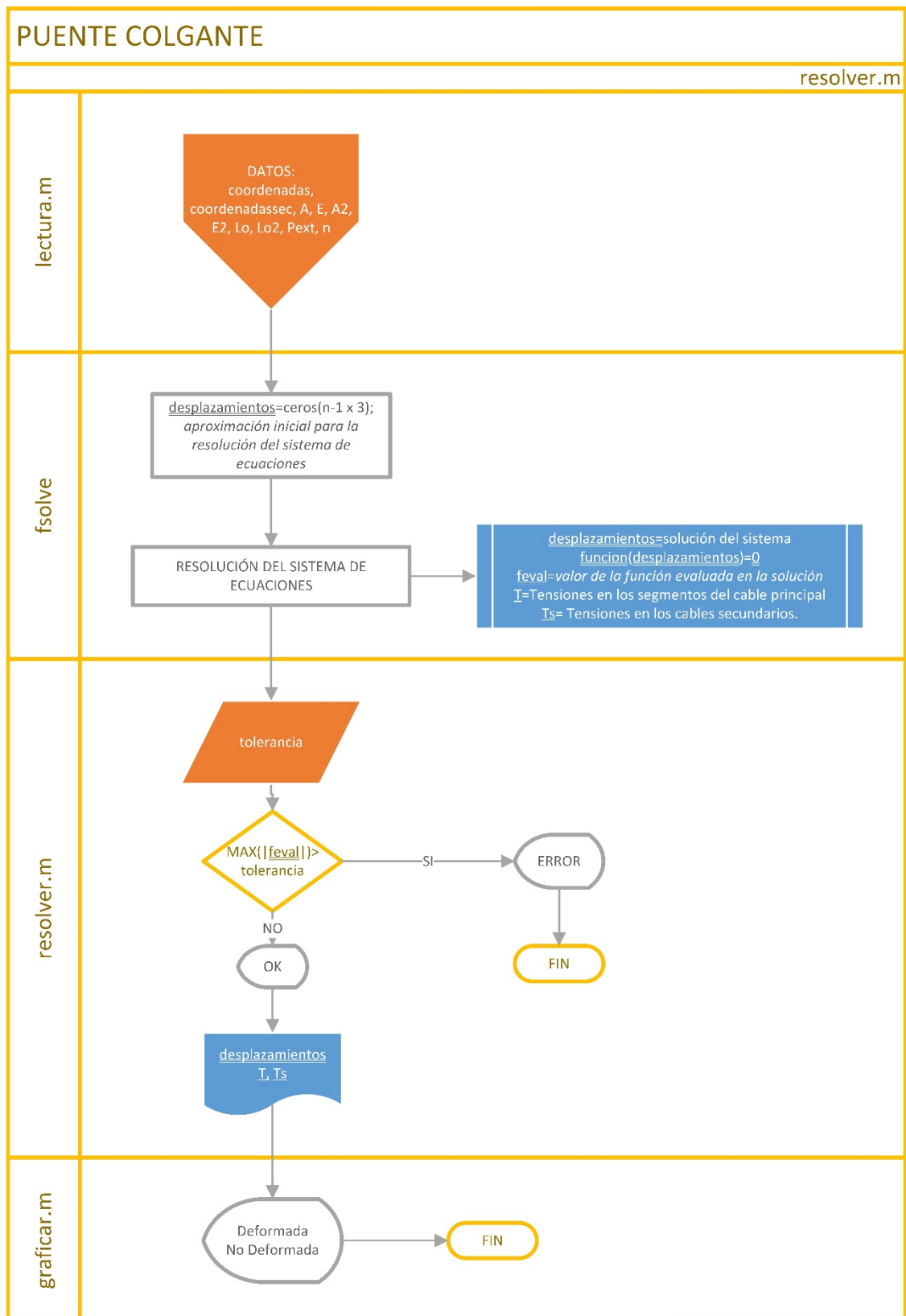
[kg]      unidad de fuerza.

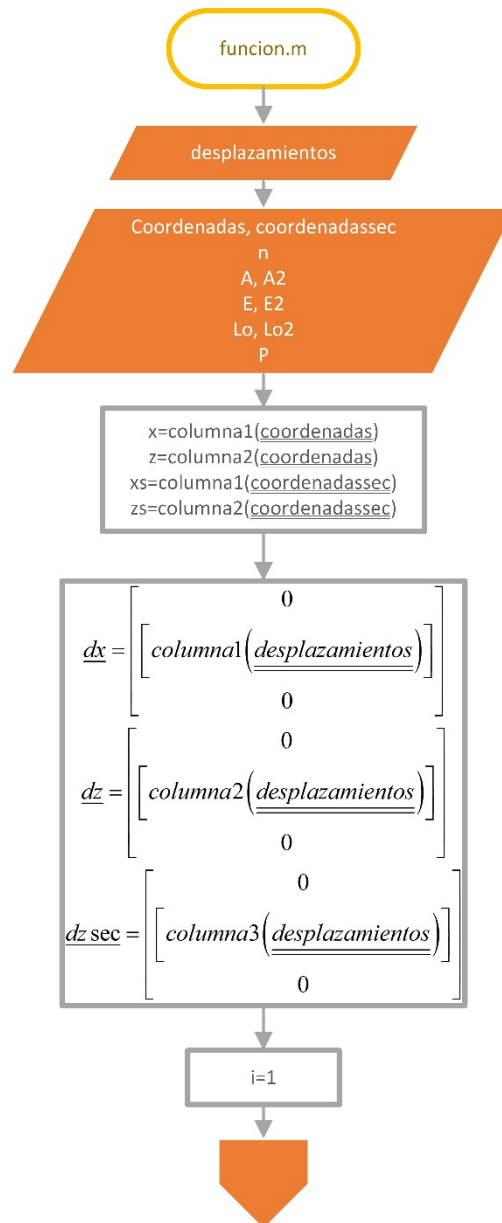
## 4.2 Algoritmos

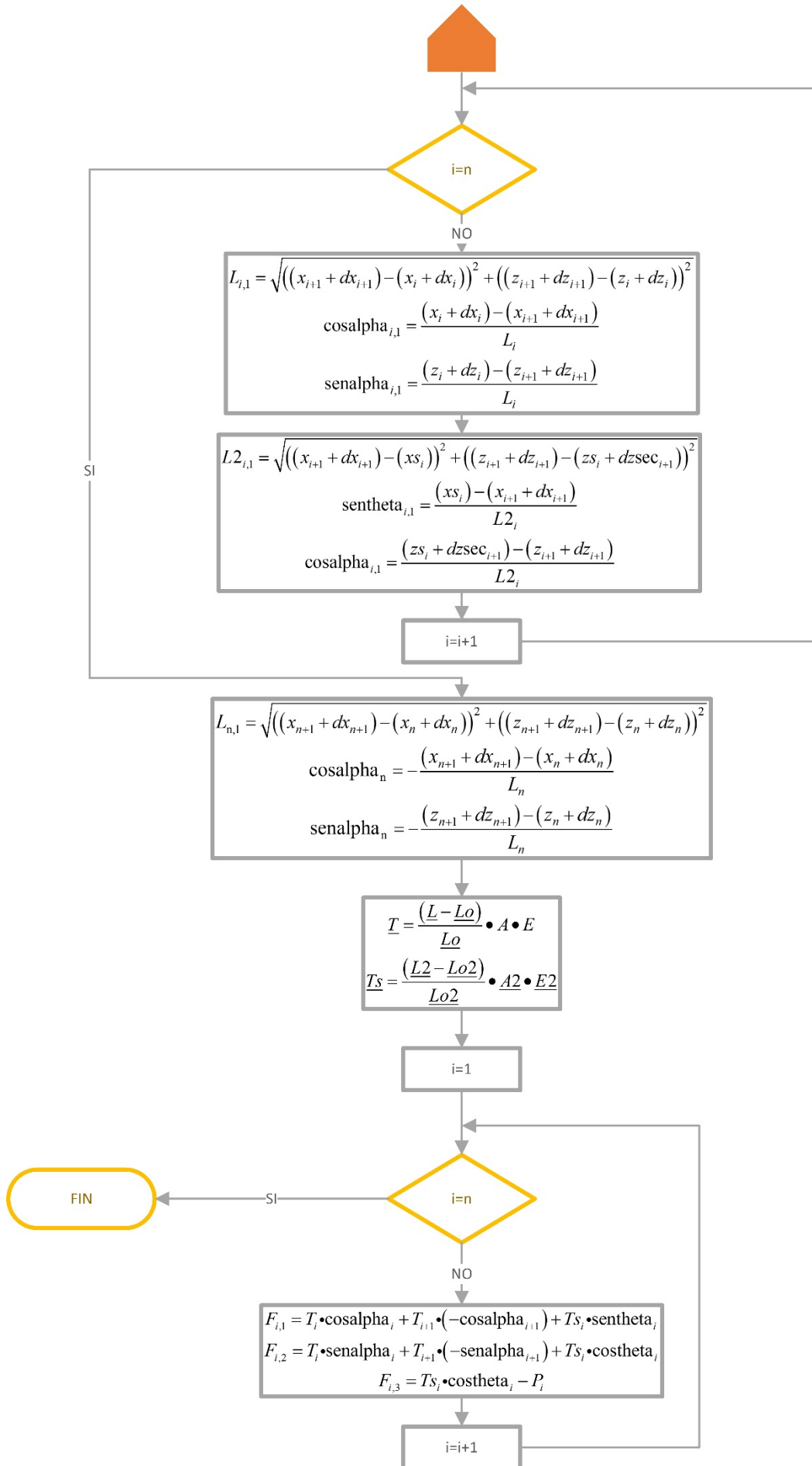
Los procedimientos seguidos para la solución de los problemas se indican a continuación mediante diagramas de flujo.

### 4.2.1 Puente Colgante



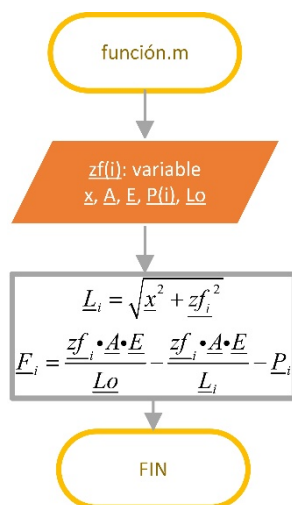


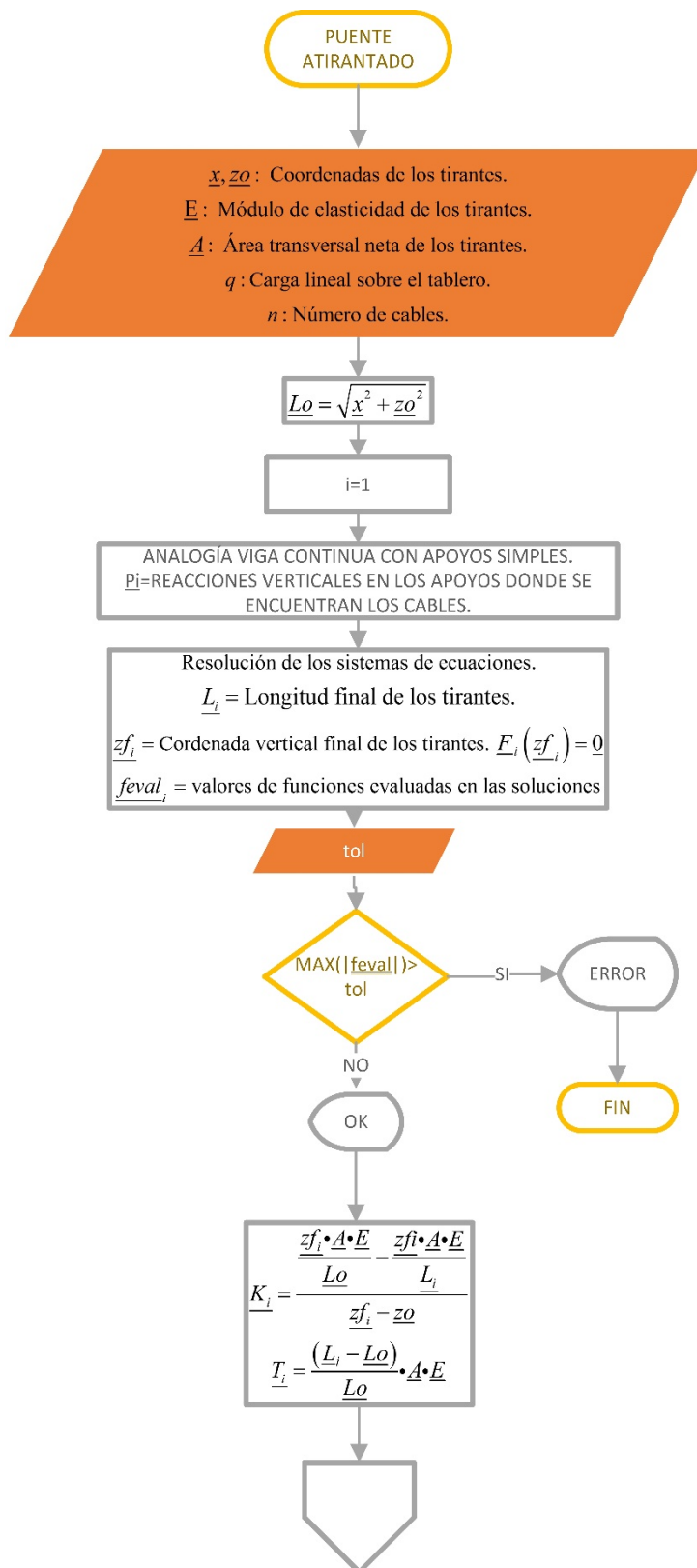


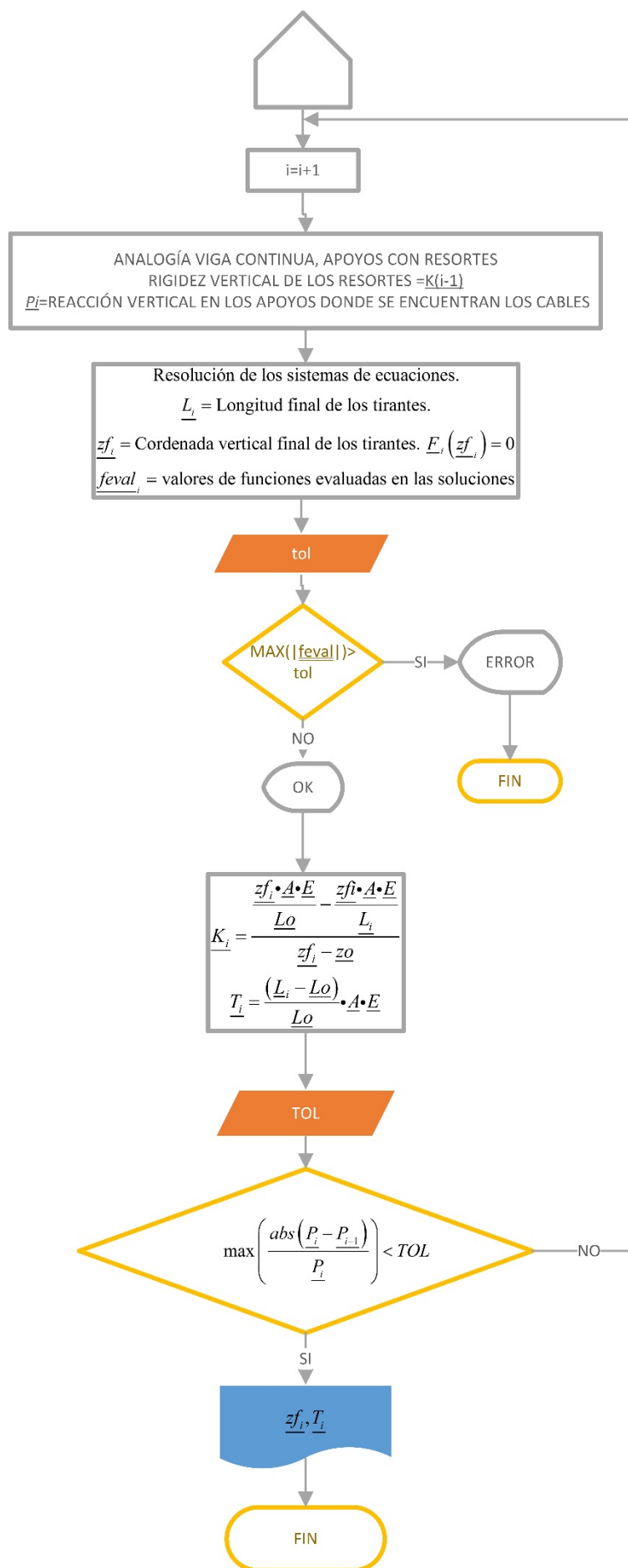




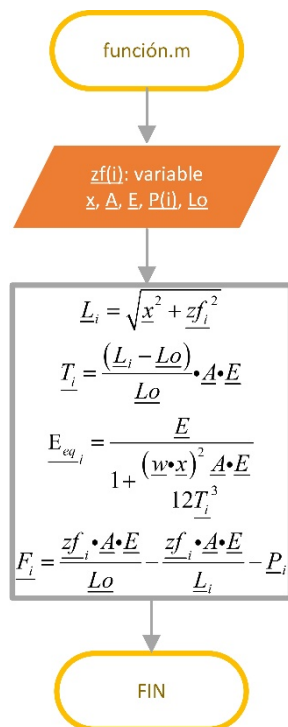
## 4.2.2 Puente Atirantado despreciando el peso propio de los cables

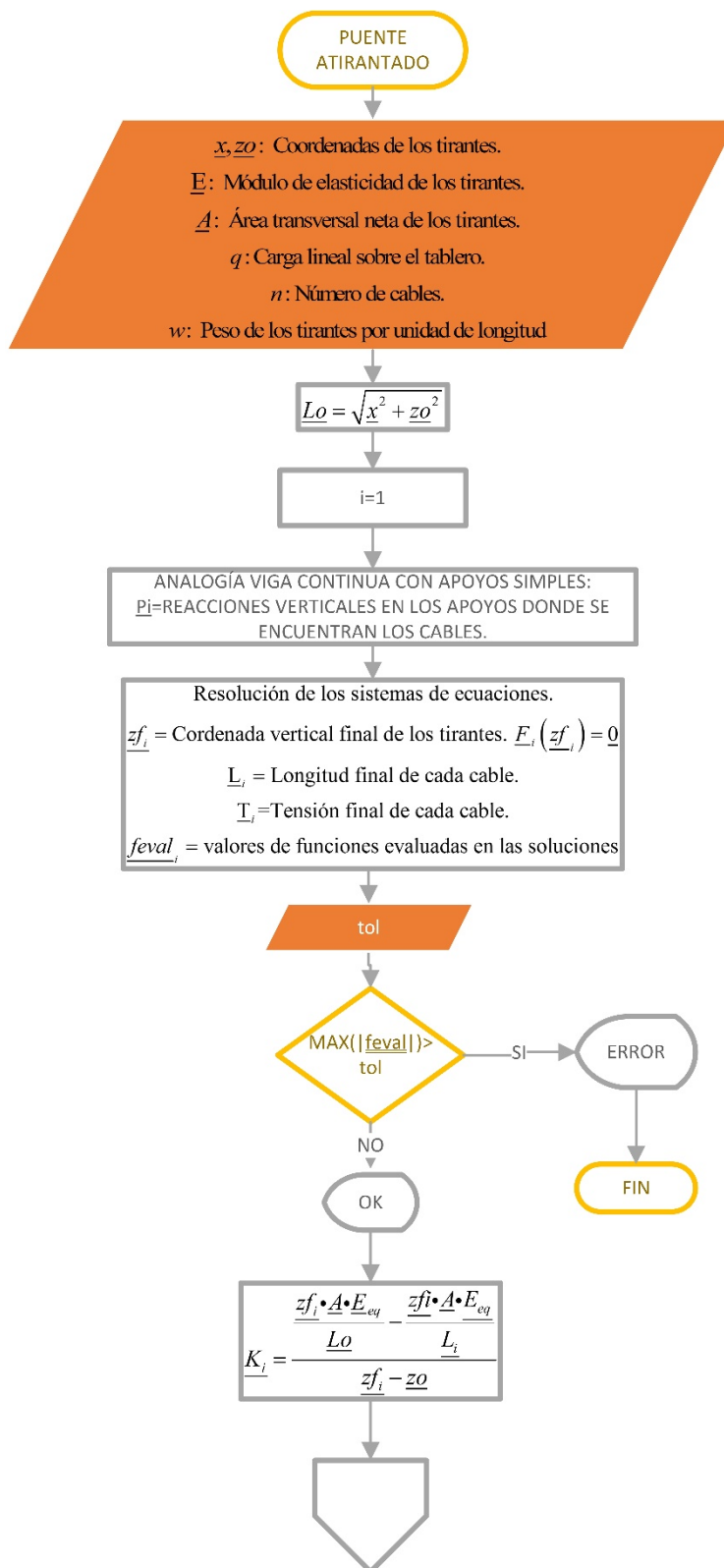


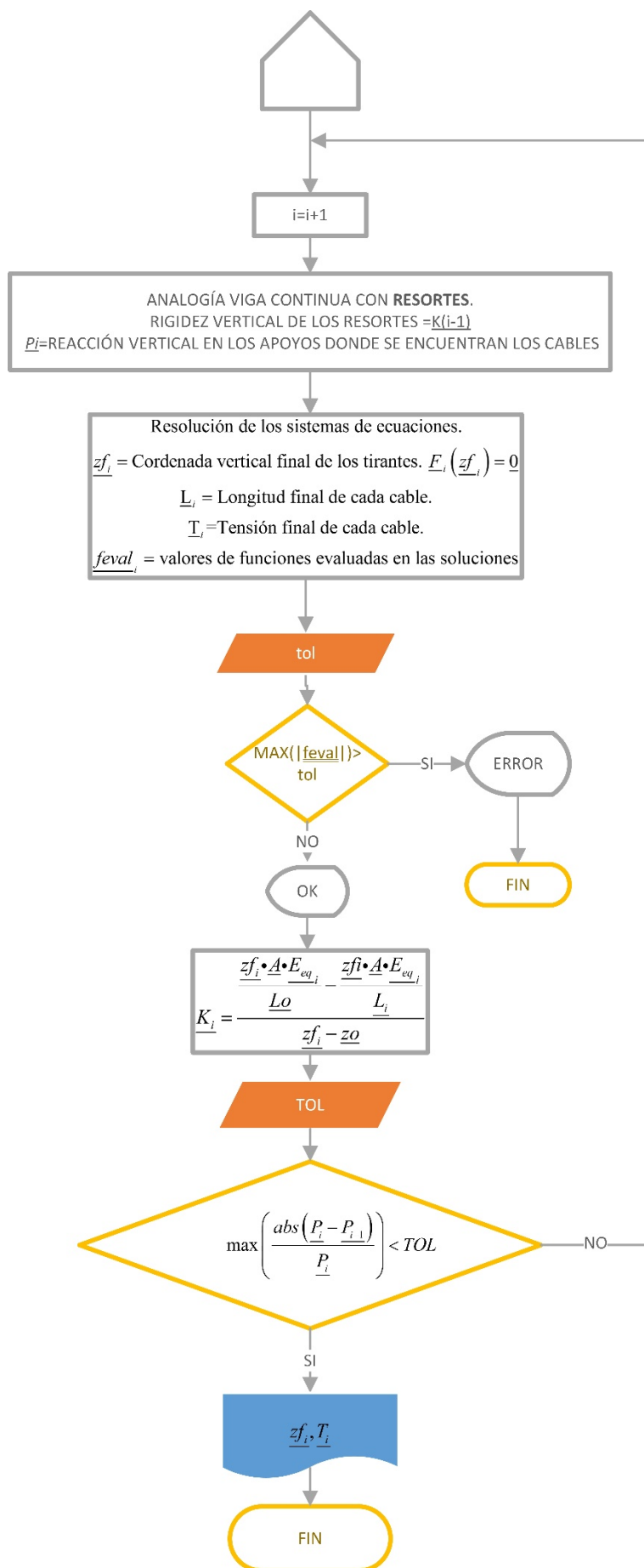




### 4.2.3 Puente Atirantado considerando el peso propio de los cables







## Capítulo 5 EJEMPLOS RESUELTOS

### 5.1 Puente Atirantado mediante el algoritmo obtenido

En este ejemplo resuelto se analizará un puente atirantado de  $20\text{m}$  de luz y  $4\text{m}$  de ancho. El puente tendrá una sola torre de  $10\text{m}$  de alto. La configuración de los tirantes será de tipo arpa. Se colocará  $1$  tirante de contrapeso al lado izquierdo y  $5$  tirantes al lado derecho de la torre como se observa en la Figura 5-1. Como se menciona en el capítulo 3, en este ejemplo se realizará el análisis de los tirantes 2 al 6.

El puente será únicamente para uso peatonal.

Los tirantes son cables tipo ASTM A586 de  $1 \frac{1}{16} \text{ in}$  de diámetro.

El tablero será un entramado de madera soportado por una estructura de acero. El elemento principal de la estructura es una viga de sección HSS redonda de  $500\text{mm}$  de diámetro exterior y  $10\text{mm}$  de espesor de acero A992.

Se estima que la estructura de tablero tiene un peso de  $600\text{kg/m}$ .

La carga viva de peatones es de  $420 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$  [8].

La carga de servicio por metro de puente será:

$$q_s = 1.0 q_D + 1.0 q_L = 600 + 420 * 4 = 2280 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad (5-1)$$

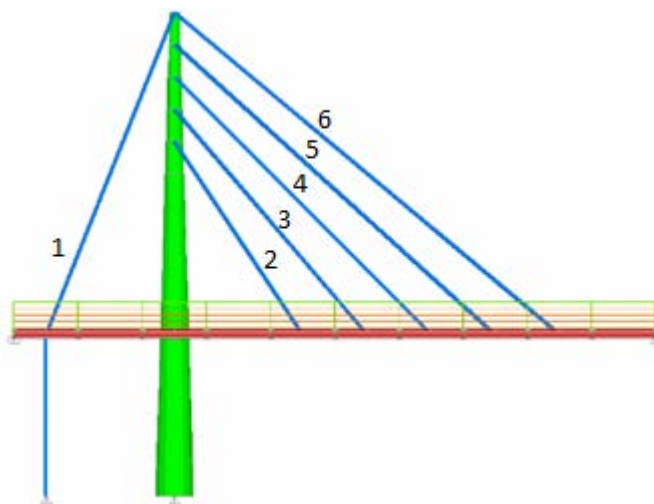


Figura 5-1 Configuración del Puente Atirantado.

Para este ejemplo se realizarán dos variantes. La primera variante no considera la variación del módulo de elasticidad de los tirantes (ver capítulo 2) mientras que la segunda variante si considera esta variación.

### 5.1.1 Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad

Como se describió en el capítulo 3, se modelan las vigas continuas mostradas en la Figura 5-2, obteniéndose así las cargas externas de cada iteración.

Los errores relativos entre iteraciones se muestran en la Tabla 5-1, realizándose en total 3 iteraciones hasta tener un error relativo de la fuerza  $P$  menor al 1%.

El ingreso de datos para cada iteración se realizó como se muestra en la Tabla 5-2, cambiando el valor  $P$  de cada iteración. En dicha tabla se muestran los valores de  $P$  de la última iteración.

Tirante #	Iteración	
	1 - 2	2 - 3
2	35.30	0.02
3	31.01	0.04
Error %	4	1.94 0.01
	5	31.06 0.08
	6	203.56 0.24



Tabla 5-1 Errores relativos entre iteraciones sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.

x[m]	zo [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	P [kg]
4	6	4.37	1690000	5226.17
6	7	4.37	1690000	5305.06
8	8	4.37	1690000	4912.82
10	9	4.37	1690000	4137.86
12	10	4.37	1690000	2981.52

Tabla 5-2 Datos del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.

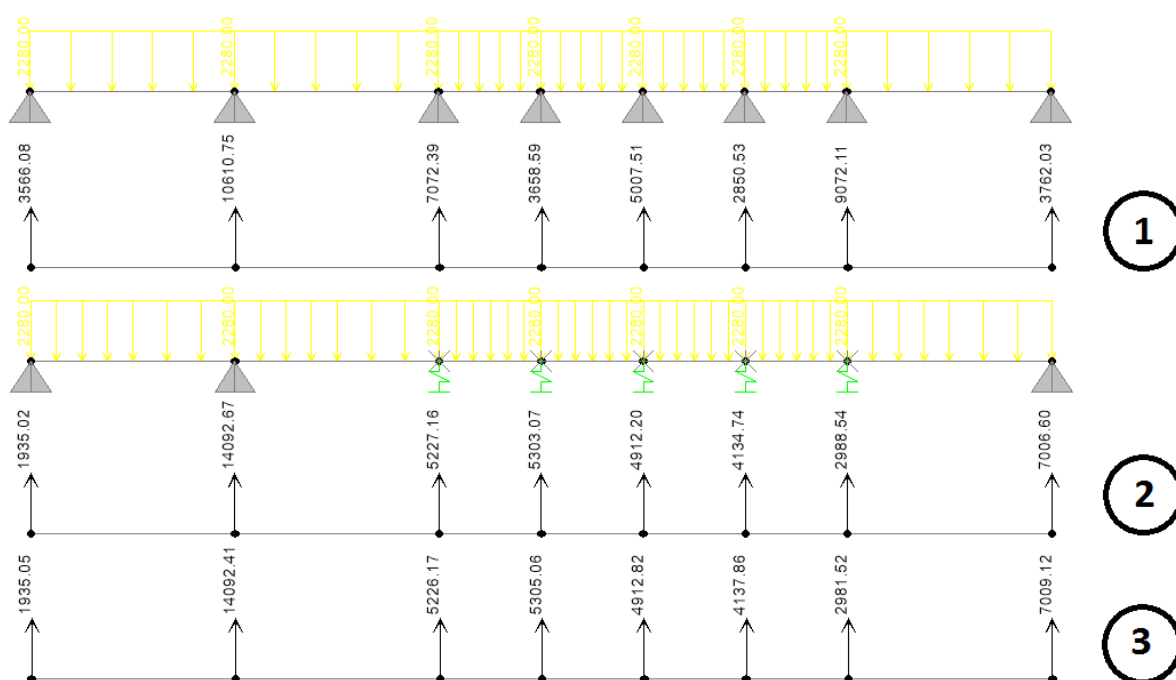
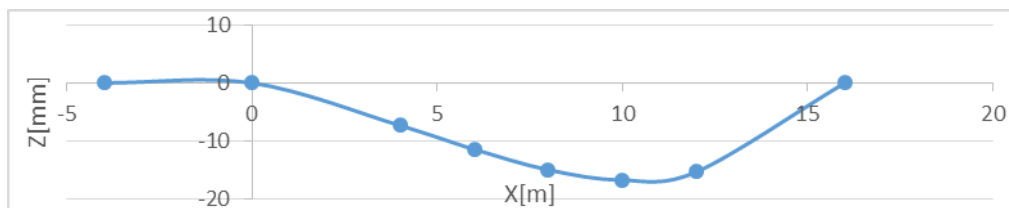


Figura 5-2 Iteraciones de la analogía de la viga continua sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.

Con los datos de la última iteración se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 5-3, obteniéndose así la deformada del tablero mostrada en la Figura 5-3.

Tirante #	Desplazamiento vertical [m]	Tensión [kg]
2	-0.0074	6278.8
3	-0.0115	6982.5
4	-0.0150	6941.5
5	-0.0168	6179.4
6	-0.0154	4653.0

**Tabla 5-3 Resultados del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.**



**Figura 5-3 Deformada del tablero del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.**

La contraflecha propuesta para el Puente Atirantado bajo este análisis para obtener un tablero horizontal, cuando actúen las cargas de servicio, se muestra en la Tabla 5-4.

Tirante #	Contraflecha [m]
2	0.0074
3	0.0115
4	0.0150
5	0.0168
6	0.0154

**Tabla 5-4 Contraflecha propuesta para el Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.**

### 5.1.2 Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad

Al igual que la primera variante, se modelan las vigas continuas mostradas en la Figura 5-4, obteniéndose así las cargas externas de cada iteración indicadas.

Los errores relativos entre iteraciones se muestran en la Tabla 5-5, realizándose en total 4 iteraciones hasta tener un error relativo de la fuerza  $P$  menor al 1%.

El ingreso de datos para cada iteración se realizó como se muestra en la Tabla 5-6, cambiando el valor  $P$  de cada iteración. En dicha tabla se muestran los valores de  $P$  de la última iteración.

	Iteración			
	Tirante #	1 - 2	2 - 3	3 - 4
Error %	2	35.07	0.11	0.00

3	31.01	0.13	0.00
4	1.79	0.05	0.00
5	30.60	0.68	0.01
6	202.86	1.21	0.03

Tabla 5-5 Errores relativos entre iteraciones considerando la variación del Módulo de Elasticidad.

x[m]	zo [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	w[kg/m]	P [kg]
4	6	4.37	1690000	3.53	5230.13
6	7	4.37	1690000	3.53	5310.42
8	8	4.37	1690000	3.53	4917.37
10	9	4.37	1690000	3.53	4136.35
12	10	4.37	1690000	3.53	2958.73

Tabla 5-6 Datos del puente atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.

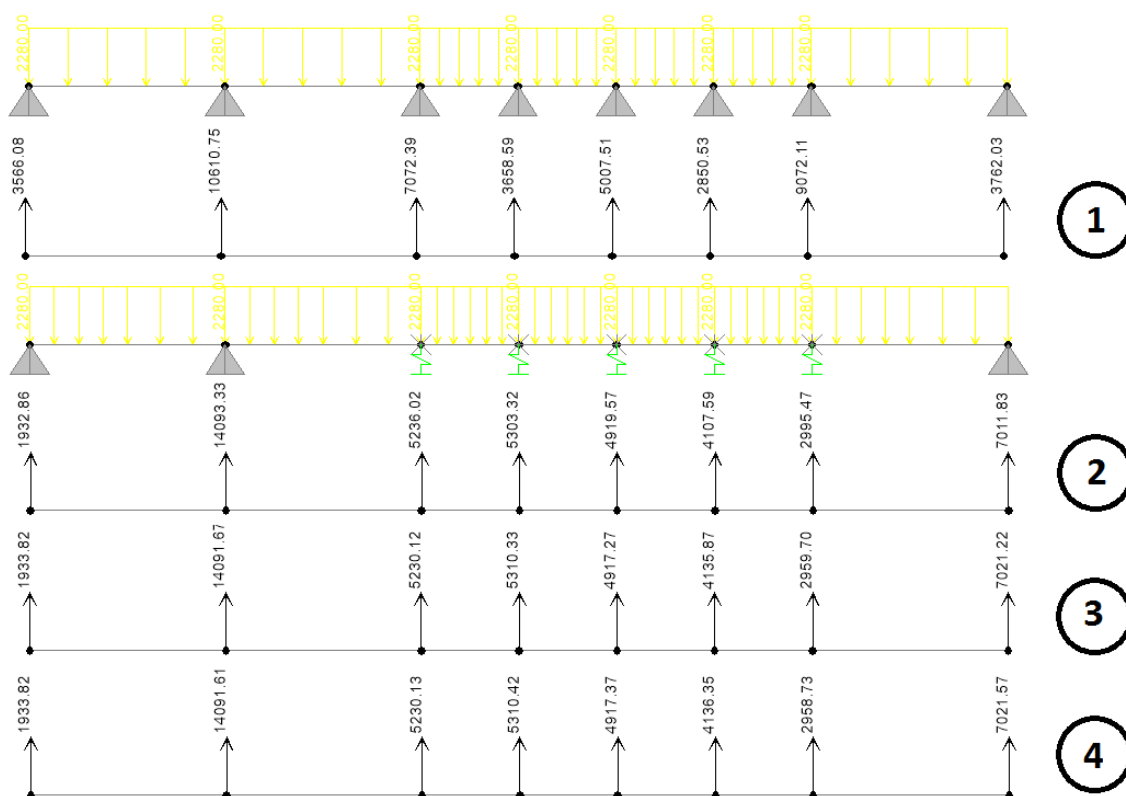


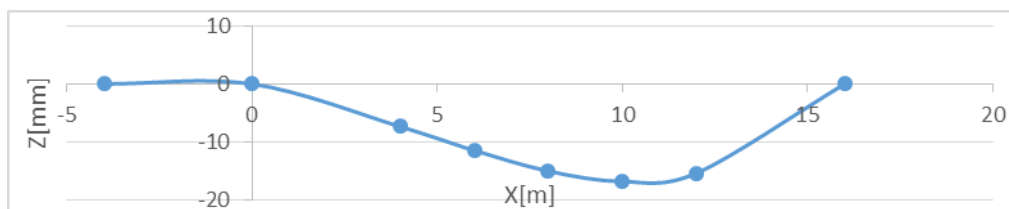
Figura 5-4 Iteraciones de la analogía de la viga continua considerando la variación del Módulo de Elasticidad.

Con los datos de la última iteración se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 5-7, obteniéndose así la deformada del tablero mostrada en la Figura 5-5.

Tirante #	Desplazamiento vertical [m]	Tensión [kg]
2	-0.0074	6286.6
3	-0.0115	6995.0
4	-0.0151	6957.8

5	-0.0169	6196.7
6	-0.0154	4667.6

**Tabla 5-7 Resultados del Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.**



**Figura 5-5 Deformada del tablero del Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.**

La contraflecha propuesta para el Puente Atirantado bajo este análisis para obtener un tablero horizontal, cuando actúen las cargas de servicio, se muestra en la Tabla 5-8.

Tirante #	Contraflecha [m]
2	0.0074
3	0.0115
4	0.0151
5	0.0169
6	0.0154

**Tabla 5-8 Contraflecha propuesta para el Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.**

### 5.1.3 Comparación de resultados al considerar o no la variación del módulo de elasticidad.

Comparando los resultados de las secciones anteriores se obtienen los siguientes resultados.

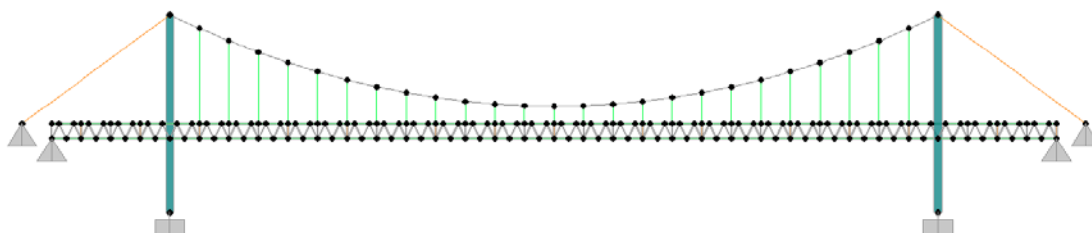
Desplazamiento vertical		Tensión	
m	%	kg	%
0.0000	0.00	7.8	0.12
0.0000	0.00	12.5	0.18
-0.0001	0.66	16.3	0.23
-0.0001	0.59	17.3	0.28
0.0000	0.00	14.6	0.31

**Tabla 5-9 Diferencia de resultados al considerar o no la variación del módulo de elasticidad.**

De las diferencias observadas en la Tabla 5-9, es notorio que se puede despreciar la variación del módulo de elasticidad de los cables del puente atirantado, sin significar esto una pérdida de exactitud en este caso.

## 5.2 Puente Colgante mediante el algoritmo obtenido

En este ejemplo resuelto se analizará un puente colgante de **156m** de luz entre torres y **6.70m** de ancho. Las torres serán de **22m** de alto y el punto más bajo del cable inicialmente se encontrará **3.5m** por encima del tablero. Se colocarán **25** cables secundarios con una separación de **6m** entre ellos, Figura 5-6.

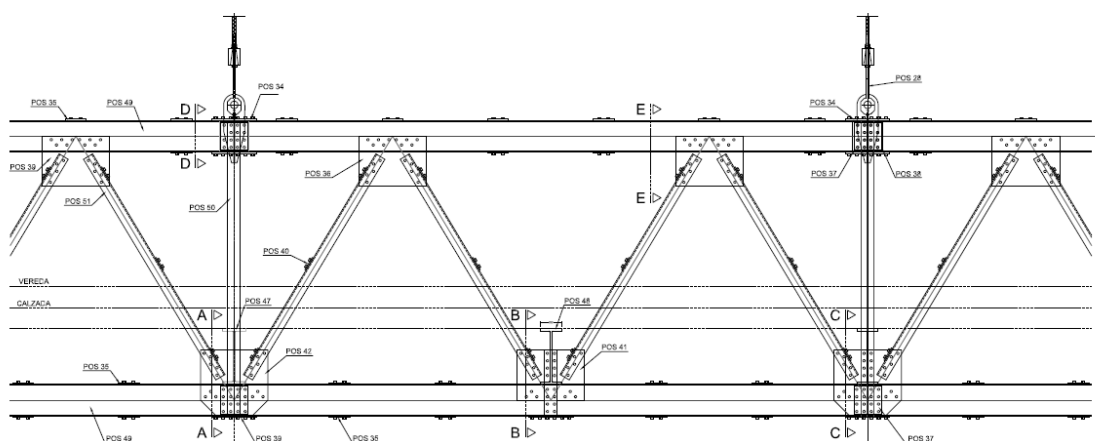


**Figura 5-6 Configuración del puente colgante.**

El puente será únicamente para uso de vehículos livianos y no tendrá veredas.

El cable principal es tipo ASTM A586 de  $2\frac{3}{4}$  in de diámetro. Los cables secundarios son de tipo ASTM A603 de  $1\frac{1}{8}$  in de diámetro.

El tablero será una losa de hormigón armado de **25cm** de espesor. Se estima que la estructura de acero mostrada en la Figura 5-7 y Figura 5-8 tiene un peso de **450kg/m** a lo largo de la longitud del puente.



**Figura 5-7 Detalle de viga de rigidez del tablero del Puente Colgante.**

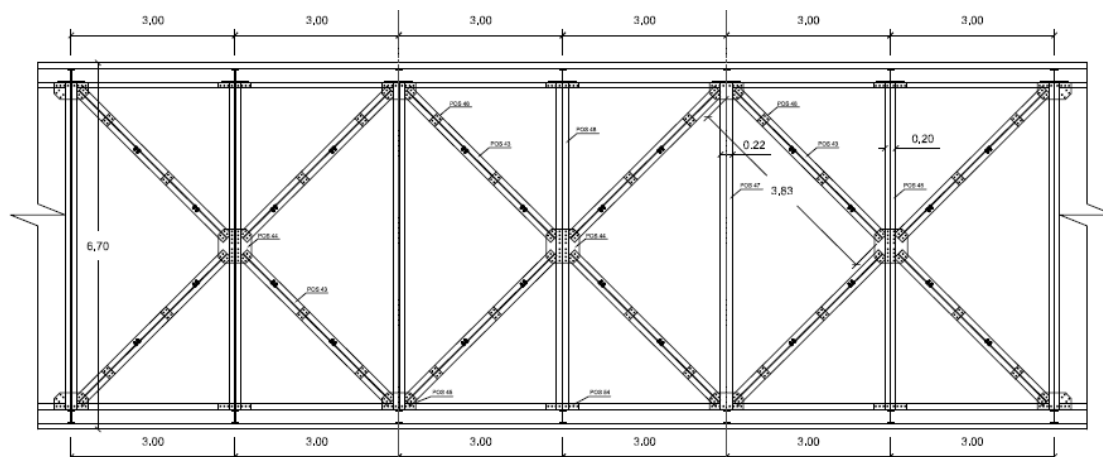


Figura 5-8 Detalle de arrostramiento del tablero del Puente Colgante.

Se estima que en cada cable secundario la carga muerta que actuará será la siguiente:

$$P_D = (\gamma_{\text{hormigón}} * e_{\text{losa}} * a + P_{\text{acero}}) * \frac{s}{2} \quad (5-2)$$

Donde:

- $P_D$  carga muerta actuante en cada cable secundario,
- $\gamma_{\text{hormigón}}$  peso específico del hormigón,  $2400 \text{ kg/m}^3$ ,
- $e_{\text{losa}}$  espesor de la losa de hormigón,  $0.25\text{m}$ ,
- $a$  ancho del puente,  $6.70\text{m}$ ,
- $P_{\text{acero}}$  peso de estructura de acero distribuida linealmente,  $450 \text{ kg/m}$ ,
- $s$  separación entre cables secundarios,  $6\text{m}$ .

Se estima que en cada cable secundario la carga viva que actuará será la siguiente:

$$P_L = \# \text{carriles} * q_{\text{diseño}} * \frac{s}{2} \quad (5-3)$$

Donde:

- $P_L$  carga viva actuante en cada cable secundario,
- $\# \text{carriles}$  número de carriles de circulación vehicular,



$q_{\text{diseño}}$

carga de diseño para vehículos livianos [8],  $950 \text{ kg/m}$ .

La carga de servicio considerada para el análisis es:

$$P_{\text{ext}} = 1.0 P_D + 1.0 P_L \approx 19200 \text{ kg} \quad (5-4)$$

Los datos se ingresan en una hoja de cálculo como se indica en la Tabla 5-10.



x [m]	z [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	xs[m]	zs[m]	A2 [cm <sup>2</sup> ]	E2 [kg/cm <sup>2</sup> ]	P [kg]	Lo [m]	Lo2 [m]
-78	21.96	29.29	1690000						6.591	
-72	19.233			-72	0	3.85	1400000	-19200	6.505	19.233
-66	16.719			-66	0	3.85	1400000	-19200	6.423	16.719
-60	14.427			-60	0	3.85	1400000	-19200	6.351	14.427
-54	12.346			-54	0	3.85	1400000	-19200	6.281	12.346
-48	10.488			-48	0	3.85	1400000	-19200	6.219	10.488
-42	8.852			-42	0	3.85	1400000	-19200	6.167	8.852
-36	7.428			-36	0	3.85	1400000	-19200	6.119	7.428
-30	6.227			-30	0	3.85	1400000	-19200	6.080	6.227
-24	5.247			-24	0	3.85	1400000	-19200	6.049	5.247
-18	4.48			-18	0	3.85	1400000	-19200	6.025	4.480
-12	3.934			-12	0	3.85	1400000	-19200	6.009	3.934
-6	3.611			-6	0	3.85	1400000	-19200	6.001	3.611
0	3.5			0	0	3.85	1400000	-19200	6.001	3.500
6	3.611			6	0	3.85	1400000	-19200	6.009	3.611
12	3.934			12	0	3.85	1400000	-19200	6.025	3.934
18	4.48			18	0	3.85	1400000	-19200	6.049	4.480
24	5.247			24	0	3.85	1400000	-19200	6.080	5.247
30	6.227			30	0	3.85	1400000	-19200	6.119	6.227
36	7.428			36	0	3.85	1400000	-19200	6.167	7.428
42	8.852			42	0	3.85	1400000	-19200	6.219	8.852
48	10.488			48	0	3.85	1400000	-19200	6.281	10.488
54	12.346			54	0	3.85	1400000	-19200	6.351	12.346
60	14.427			60	0	3.85	1400000	-19200	6.423	14.427
66	16.719			66	0	3.85	1400000	-19200	6.505	16.719
72	19.233			72	0	3.85	1400000	-19200	6.591	19.233
78	21.96									

Tabla 5-10 Datos del Puente Colgante.

Se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 5-11 y en la Figura 5-9.



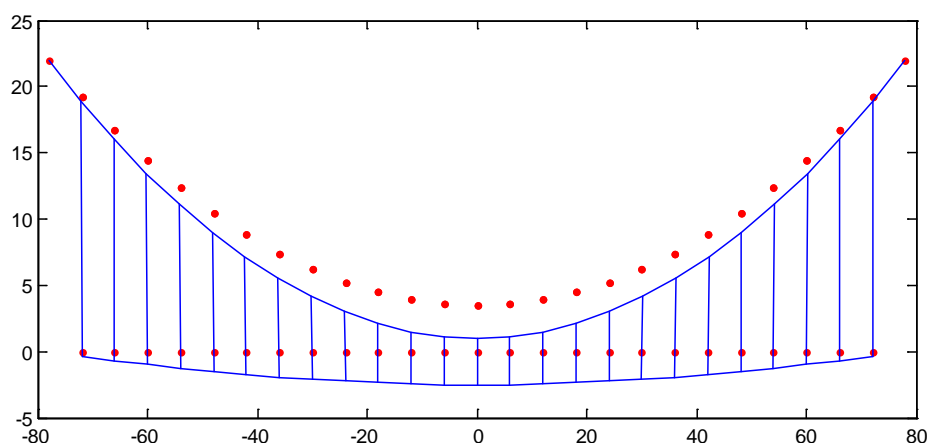


Figura 5-9 Deformada final del Puente Colgante.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios [m]	Tensiones de los tramos del cable principal [kg]	Tensiones de los cables secundarios [kg]
0				521746	
1	-0.086	-0.337	-0.405	513120	19200
2	-0.153	-0.651	-0.710	504995	19201
3	-0.204	-0.949	-0.999	497389	19202
4	-0.237	-1.220	-1.262	490328	19204
5	-0.255	-1.474	-1.508	483832	19206
6	-0.260	-1.707	-1.735	477926	19208
7	-0.250	-1.909	-1.931	472649	19211
8	-0.228	-2.088	-2.106	468043	19213
9	-0.197	-2.241	-2.256	464171	19213
10	-0.156	-2.358	-2.371	461122	19212
11	-0.108	-2.445	-2.457	458997	19207
12	-0.055	-2.502	-2.515	457901	19202
13	0.000	-2.518	-2.531	457901	19200
14	0.055	-2.502	-2.515	458997	19202
15	0.108	-2.445	-2.457	461122	19207
16	0.156	-2.358	-2.371	464171	19212
17	0.197	-2.241	-2.256	468043	19213
18	0.228	-2.088	-2.106	472649	19213
19	0.250	-1.909	-1.931	477926	19211
20	0.260	-1.707	-1.735	483832	19208
21	0.255	-1.474	-1.508	490328	19206
22	0.237	-1.220	-1.262	497389	19204
23	0.204	-0.949	-0.999	504995	19202
24	0.153	-0.651	-0.710	513120	19201
25	0.086	-0.337	-0.405	521746	19200

Tabla 5-11 Resultados Puente Colgante Etapa Final.

Con la deformada obtenida se propone la contraflecha constructiva a aplicarse en los cables secundarios, detallada en la Tabla 5-12. Estos valores se reemplazan en la columna **zs [m]** de la Tabla 5-10, se repite el análisis y se obtiene la deformada mostrada en la Figura 5-10.

Cable secundario	Contraflecha [m]	Cable secundario	Contraflecha [m]
1	0.405	14	2.515
2	0.710	15	2.457
3	0.999	16	2.371
4	1.262	17	2.256
5	1.508	18	2.106
6	1.735	19	1.931
7	1.931	20	1.735
8	2.106	21	1.508
9	2.256	22	1.262
10	2.371	23	0.999
11	2.457	24	0.710
12	2.515	25	0.405
13	2.531		

Tabla 5-12 Contraflechas en cables secundarios.

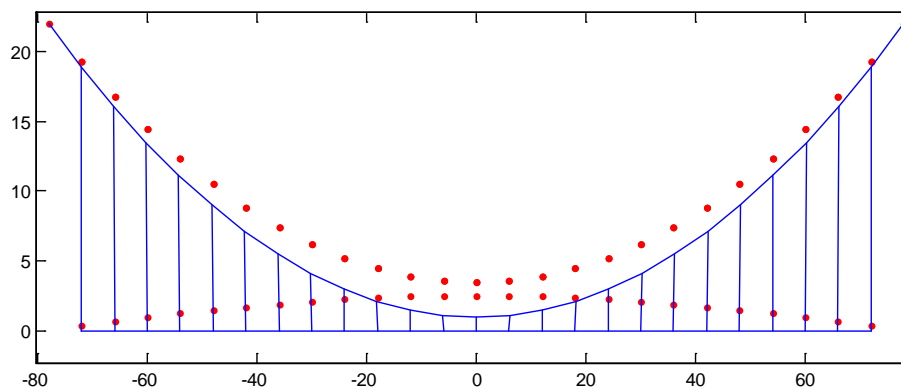
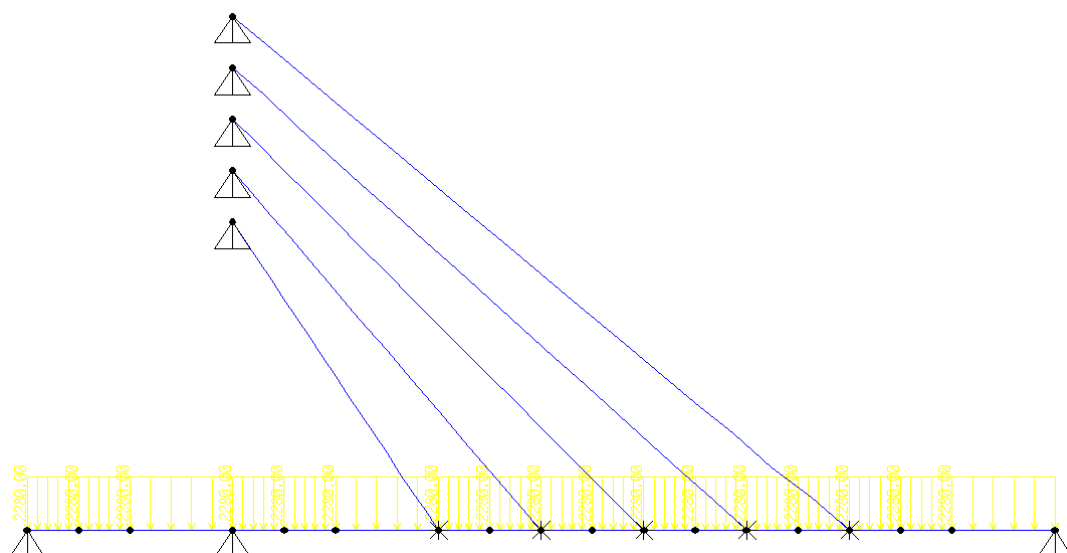


Figura 5-10 Deformada final con contraflecha.

### 5.3 Puente Atirantado con SAP2000

En la Figura 5-11 se visualiza el modelo del Puente Atirantado realizado en SAP2000. La carga de servicio por metro lineal de puente según la ecuación (5-1) se evidencia en esta figura. Los cables fueron modelados con las mismas propiedades que en el ejemplo realizado con el método propuesto.



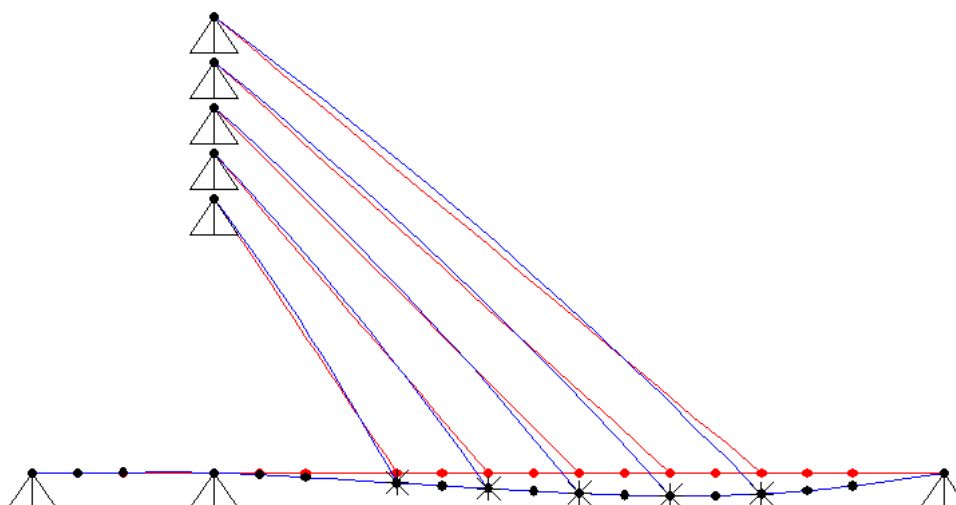
**Figura 5-11 Modelo del Puente Atirantado en SAP2000.**

Debido a que la variación del módulo de elasticidad de los tirantes depende del peso propio de los mismos (Capítulo 2), se realizaron dos variantes para validar los resultados de la metodología propuesta.

La primera variante no considerará el peso propio de los tirantes mientras que la segunda variante sí.

### **5.3.1 Puente Atirantado sin considerar del peso propio de los tirantes**

Se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 5-12 y en la Tabla 5-13.



**Figura 5-12 Deformada y no deformada final del Puente Atirantado con SAP2000 sin considerar el peso propio de los tirantes.**

Tirante #	Desplazamiento vertical [m]	Tensión [kg]
2	-0.0074	6278.8
3	-0.0115	6982.5
4	-0.0150	6941.5
5	-0.0168	6179.4
6	-0.0154	4653.0

Tabla 5-13 Resultados Puente Atirantado con SAP2000 sin considerar el peso propio de los tirantes.

### 5.3.2 Puente Atirantado considerando el peso propio de los tirantes

Se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 5-13 y en la Tabla 5-14.

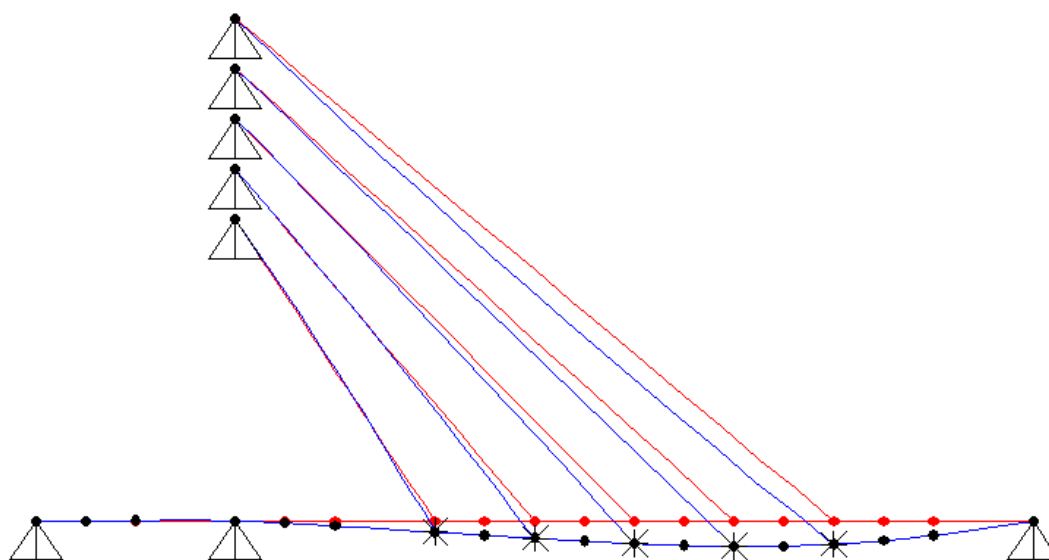


Figura 5-13 Deformada y no deformada final del Puente Atirantado con SAP2000 considerando el peso propio de los tirantes.

Tirante #	Desplazamiento vertical [m]	Tensión [kg]
2	-0.0074	6307.3
3	-0.0115	6994.1
4	-0.0151	6954.7
5	-0.0169	6193.4
6	-0.0154	4708.6

Tabla 5-14 Resultados Puente Atirantado con SAP2000 considerando el peso propio de los tirantes.

## 5.4 Puente Colgante con SAP2000

En la Figura 5-14 se visualiza el modelo del puente colgante realizado en SAP2000. La carga de servicio aplicada en los cables secundarios según la ecuación (5-4) se evidencia en esta figura. Los cables fueron modelados con las mismas propiedades que en el ejemplo realizado con el método propuesto.

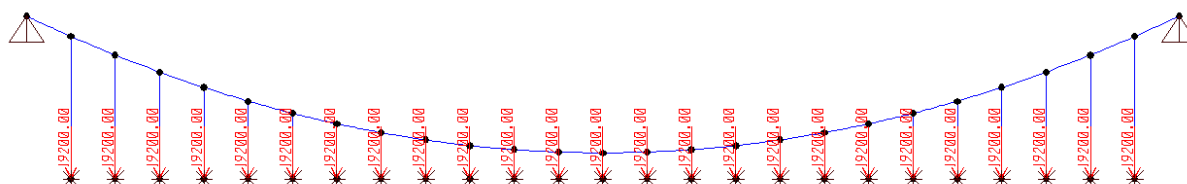


Figura 5-14 Modelo del Puente Colgante en SAP2000.

Se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 5-15 y en la Tabla 5-15.

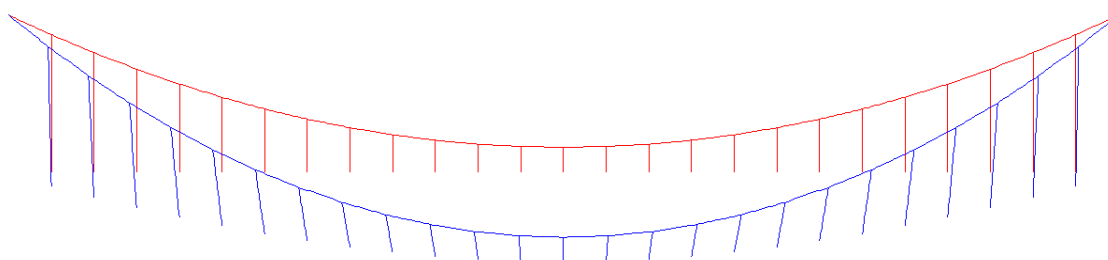


Figura 5-15 Deformada y no deformada final del puente colgante en SAP2000.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios [m]	Tensiones de los tramos del cable principal [kg]	Tensiones de los cables secundarios [kg]
0				521746	
1	-0.086	-0.337	-0.405	513120	19200
2	-0.153	-0.651	-0.710	504995	19201
3	-0.204	-0.949	-0.999	497389	19202
4	-0.237	-1.220	-1.262	490328	19204
5	-0.255	-1.474	-1.508	483832	19206
6	-0.260	-1.707	-1.735	477926	19208
7	-0.250	-1.909	-1.931	472649	19211
8	-0.228	-2.088	-2.106	468043	19213
9	-0.197	-2.241	-2.256	464171	19213
10	-0.156	-2.358	-2.371	461122	19212
11	-0.108	-2.445	-2.457	458997	19207
12	-0.055	-2.502	-2.515	457901	19202
13	0.000	-2.518	-2.531	457901	19200

14	0.055	-2.502	-2.515	458997	19202
15	0.108	-2.445	-2.457	461122	19207
16	0.156	-2.358	-2.371	464171	19212
17	0.197	-2.241	-2.256	468043	19213
18	0.228	-2.088	-2.106	472649	19213
19	0.250	-1.909	-1.931	477926	19211
20	0.260	-1.707	-1.735	483832	19208
21	0.255	-1.474	-1.508	490328	19206
22	0.237	-1.220	-1.262	497389	19204
23	0.204	-0.949	-0.999	504995	19202
24	0.153	-0.651	-0.710	513120	19201
25	0.086	-0.337	-0.405	521746	19200

Tabla 5-15 Resultados Puente Colgante con SAP2000.

## 5.5 Puente Atirantado no simplificado en SAP2000

En la sección 5.1.3 se demostró que se puede despreciar la variación del módulo de elasticidad de los tirantes, por esta razón los modelos realizados en esta sección no consideran el peso propio de los cables. En esta sección se comparan los resultados obtenidos con el modelo mostrado en la Figura 5-1. Se utilizan las mismas cargas, materiales y secciones pero se modela la torre y el cable de contrapeso con una tensión suficiente para evitar la flexión de la torre. La deformada obtenida se muestra en la Figura 5-16, los resultados se muestran resumidos en la Tabla 5-16.

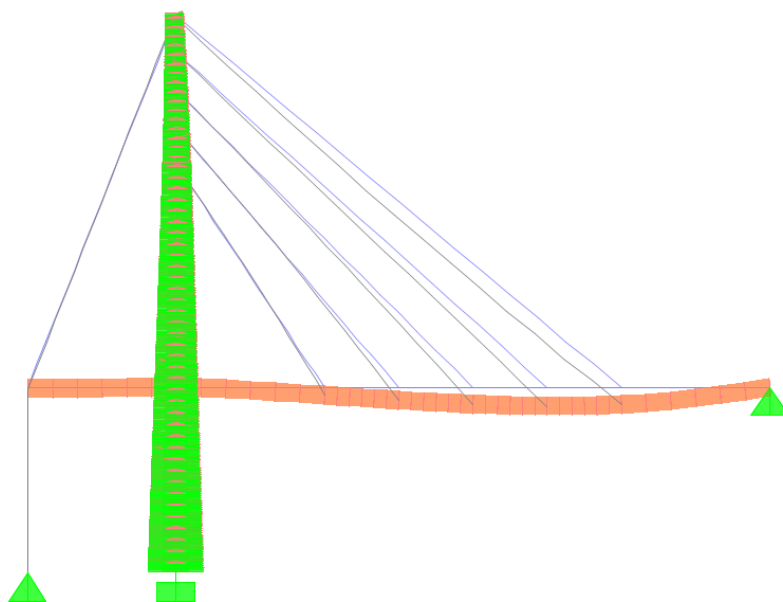


Figura 5-16 Geometría deformada del Puente Atirantado.

Tirante #	Desplazamientos en el tablero		Desplazamientos en la torre		Tensiones
	X[m]	Z[m]	X[m]	Z[m]	[kg]
2	0.0002	-0.0073	0.0013	-0.0003	5397.52
3	0.0001	-0.012	-0.0012	-0.0003	6525.79
4	0.00004574	-0.0158	0.0009	-0.0003	6730.71
5	0.000007179	-0.0176	0.0004	-0.0004	6147.73
6	-0.00001521	-0.016	-0.0004	-0.0005	4811.09

Tabla 5-16 Resultados obtenidos del modelo no simplificado del Puente Atirantado.

## 5.6 Puente Colgante no simplificado en SAP2000

En esta sección se comparan los resultados obtenidos del método propuesto, con un modelo realizado en SAP2000 y calculado tomando en cuenta la no-linealidad de la estructura. Se utilizan las mismas cargas, materiales y secciones pero se modela la cercha que rigidiza el tablero, considerando así su resistencia a flexión.

Se consideran dos posibles casos: que los elementos que rigidizan el tablero están rígidamente conectados a las torres (viga continua) y que la unión de los elementos que rigidizan el tablero se conectan a la torre mediante una unión articulada.

### 5.6.1 Unión Rígida

En la Figura 5-17 se muestra la deformada obtenida de un análisis no lineal realizado en SAP2000. Los resultados se muestran resumidos en la Tabla 5-17.

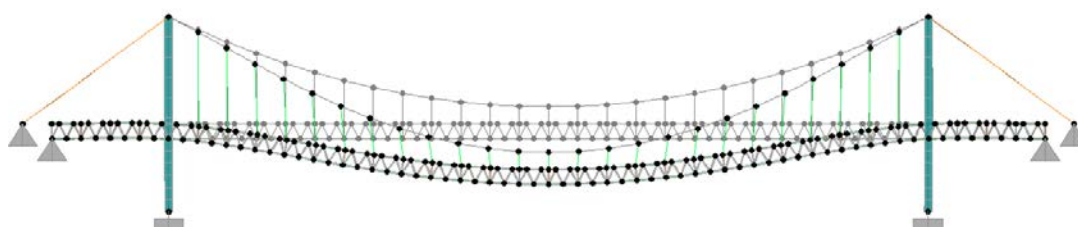


Figura 5-17 Deformada final del puente colgante con tablero rígido.



Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección x de los cables secundarios [m]	Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios [m]	Tensiones de los tramos del cable principal [kg]	Tensiones de los cables secundarios [kg]
0					429981	
1	-0.0047	-0.112	0.0413	-0.1384	426859	7407
2	-0.0261	-0.3016	0.0539	-0.3354	422410	10968
3	-0.0625	-0.5386	0.0614	-0.5712	417631	12387
4	-0.1007	-0.7966	0.0648	-0.8278	412501	14135
5	-0.1343	-1.0634	0.0649	-1.0908	407428	15045
6	-0.1584	-1.3258	0.0622	-1.3481	402706	15261
7	-0.1697	-1.5705	0.0573	-1.5895	398158	16301
8	-0.1676	-1.7917	0.0504	-1.8071	394100	16574
9	-0.1524	-1.9816	0.0421	-1.9939	390710	16366
10	-0.1255	-2.1333	0.0326	-2.1446	387930	16915
11	-0.0891	-2.2444	0.0222	-2.2552	385976	17062
12	-0.0462	-2.3123	0.0112	-2.3229	385004	16440
13	0	-2.3346	0	-2.3456	385004	16963
14	0.0462	-2.3123	-0.0112	-2.3229	385976	16440
15	0.0891	-2.2444	-0.0222	-2.2552	387930	17062
16	0.1255	-2.1333	-0.0326	-2.1446	390710	16915
17	0.1524	-1.9816	-0.0421	-1.9939	394100	16366
18	0.1676	-1.7917	-0.0504	-1.8071	398158	16574
19	0.1697	-1.5705	-0.0573	-1.5895	402706	16301
20	0.1584	-1.3258	-0.0622	-1.3481	407428	15261
21	0.1343	-1.0634	-0.0649	-1.0908	412501	15045
22	0.1007	-0.7966	-0.0648	-0.8278	417631	14135
23	0.0625	-0.5386	-0.0614	-0.5712	422410	12387
24	0.0261	-0.3016	-0.0539	-0.3354	426859	10968
25	0.0047	-0.112	-0.0413	-0.1384	429981	7407

**Tabla 5-17 Resultados obtenidos del modelo no simplificado del Puente Colgante con tablero rígido.**

## 5.6.2 Unión Articulada

En la Figura 5-18 se muestra la deformada obtenida de un análisis no lineal realizado en SAP2000. Los resultados se muestran resumidos en la Tabla 5-18.



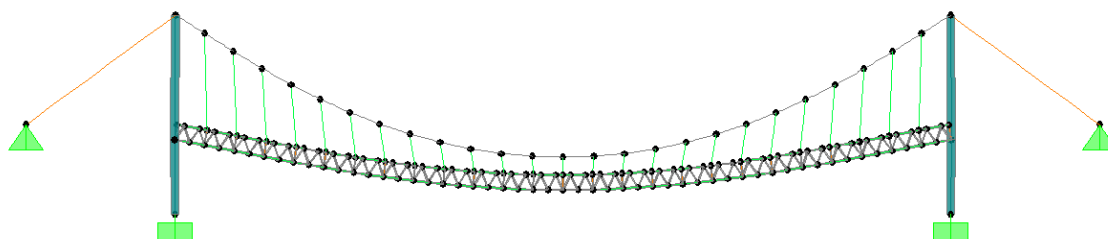


Figura 5-18 Deformada final del puente colgante con tablero articulado.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección x de los cables secundarios [m]	Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios [m]	Tensiones de los tramos del cable principal [kg]	Tensiones de los cables secundarios [kg]
0					488391	
1	-0.031	-0.236	-0.041	-0.277	483308	11531
2	-0.085	-0.514	-0.045	-0.562	476723	15615
3	-0.137	-0.805	-0.046	-0.848	470146	16515
4	-0.178	-1.088	-0.046	-1.126	463558	17689
5	-0.206	-1.359	-0.045	-1.391	457338	18069
6	-0.220	-1.611	-0.042	-1.636	451727	17823
7	-0.220	-1.837	-0.038	-1.858	446467	18585
8	-0.207	-2.036	-0.033	-2.053	441855	18604
9	-0.181	-2.203	-0.027	-2.217	438047	18169
10	-0.145	-2.334	-0.021	-2.347	434983	18625
11	-0.101	-2.429	-0.014	-2.442	432795	18685
12	-0.052	-2.487	-0.007	-2.499	431723	17944
13	0.000	-2.506	0.000	-2.518	431723	18500
14	0.052	-2.487	0.007	-2.499	432795	17944
15	0.101	-2.429	0.014	-2.442	434983	18685
16	0.145	-2.334	0.021	-2.347	438047	18625
17	0.181	-2.203	0.027	-2.217	441855	18169
18	0.207	-2.036	0.033	-2.053	446467	18604
19	0.220	-1.837	0.038	-1.858	451727	18585
20	0.220	-1.611	0.042	-1.636	457338	17823
21	0.206	-1.359	0.045	-1.391	463558	18069
22	0.178	-1.088	0.046	-1.126	470146	17689
23	0.137	-0.805	0.046	-0.848	476723	16515
24	0.085	-0.514	0.045	-0.562	483308	15615
25	0.031	-0.236	0.041	-0.277	488391	11531

Tabla 5-18 Resultados obtenidos del modelo no simplificado del Puente Colgante con tablero articulado.

## Capítulo 6 VALIDACIÓN DE LOS MÉTODOS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

### 6.1 Validación de resultados obtenidos con el algoritmo y SAP2000 para el Puente Atirantado

#### 6.1.1 Validación de resultados sin considerar la variación del módulo de elasticidad

En la Tabla 6-1 se encuentran los errores de la metodología propuesta en comparación con los de SAP2000. Se observa que el error relativo en los desplazamientos verticales es mayor al error en las tensiones, sin embargo estos son menores al 0.01% por lo que se puede considerar los resultados como correctos.

Tirante #	Desplazamiento vertical		Tensión	
	[m]	%	[Kg]	%
2	0.000	0.004	0.04	0.001
3	0.000	0.006	0.12	0.002
4	0.000	0.000	0.22	0.003
5	0.000	0.007	0.28	0.005
6	0.000	0.006	-0.07	0.001

Tabla 6-1 Errores del Puente Atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.

#### 6.1.2 Validación de resultados considerando la variación del módulo de elasticidad

En la Tabla 6-2 se encuentran los errores de la metodología propuesta en comparación con los de SAP2000. Se observa que el error relativo en las tensiones es mayor al error en los desplazamientos verticales, sin embargo estos son menores al 1% por lo que se puede considerar los resultados como correctos.

Tirante #	Desplazamiento vertical		Tensión	
	[m]	%	[Kg]	%
2	0.000	0.137	20.7	0.328
3	0.000	0.120	-0.9	0.013
4	0.000	0.081	-3.1	0.044
5	0.000	0.043	-3.4	0.054
6	0.000	0.005	40.9	0.869

Tabla 6-2 Errores del Puente Atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.

## 6.2 Validación de resultados obtenidos con el algoritmo y con SAP2000 para el Puente Colgante

En la Tabla 6-3 se encuentran los errores de la metodología propuesta en comparación con los de SAP2000. Se observa que el error relativo en los desplazamientos es mayor al error en las tensiones, sin embargo estos son menores al 0.4% por lo que se puede considerar los resultados como correctos.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal [m]		Desplazamientos en la dirección z del cable principal [m]		Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios [m]		Tensiones de los tramos del cable principal [kg]		Tensiones de los cables secundarios [kg]	
	m	%	m	%	m	%	kg	%	kg	%
0							0.090	0.000		
1	0.000	0.398	0.000	0.116	0.000	0.018	-0.080	0.000	0.190	0.001
2	0.000	0.110	0.000	0.007	0.000	0.026	-0.320	0.000	-0.200	0.001
3	0.000	0.111	0.000	0.021	0.000	0.016	0.270	0.000	-0.090	0.000
4	0.000	0.147	0.000	0.039	0.000	0.016	-0.310	0.000	-0.500	0.003
5	0.000	0.004	0.000	0.015	0.000	0.004	-0.500	0.000	-0.360	0.002
6	0.000	0.092	0.000	0.011	0.000	0.026	0.150	0.000	0.210	0.001
7	0.000	0.169	0.000	0.019	0.000	0.003	-0.420	0.000	-0.230	0.001
8	0.000	0.126	0.000	0.009	0.000	0.007	-0.180	0.000	-0.180	0.001
9	0.000	0.118	0.000	0.013	0.000	0.012	0.260	0.000	0.420	0.002
10	0.000	0.293	0.000	0.016	0.000	0.004	-0.500	0.000	-0.500	0.003
11	0.000	0.313	0.000	0.016	0.000	0.007	0.090	0.000	0.140	0.001
12	0.000	0.377	0.000	0.005	0.000	0.017	-0.230	0.000	0.230	0.001
13	0.000	0.000	0.000	0.004	0.000	0.017	-0.230	0.000	0.000	0.000
14	0.000	0.377	0.000	0.005	0.000	0.017	0.090	0.000	0.230	0.001
15	0.000	0.313	0.000	0.016	0.000	0.007	-0.500	0.000	0.140	0.001
16	0.000	0.293	0.000	0.016	0.000	0.004	0.260	0.000	-0.500	0.003
17	0.000	0.118	0.000	0.013	0.000	0.012	-0.180	0.000	0.420	0.002
18	0.000	0.126	0.000	0.009	0.000	0.007	-0.420	0.000	-0.180	0.001
19	0.000	0.169	0.000	0.019	0.000	0.003	0.150	0.000	-0.230	0.001
20	0.000	0.092	0.000	0.011	0.000	0.026	-0.500	0.000	0.210	0.001

21	0.000	0.004	0.000	0.015	0.000	0.004	-0.310	0.000	-0.360	0.002
22	0.000	0.147	0.000	0.039	0.000	0.016	0.270	0.000	-0.500	0.003
23	0.000	0.111	0.000	0.021	0.000	0.016	-0.320	0.000	-0.090	0.000
24	0.000	0.110	0.000	0.007	0.000	0.026	-0.080	0.000	-0.200	0.001
25	0.000	0.398	0.000	0.116	0.000	0.018	0.090	0.000	0.190	0.001

Tabla 6-3 Errores del Puente Colgante.

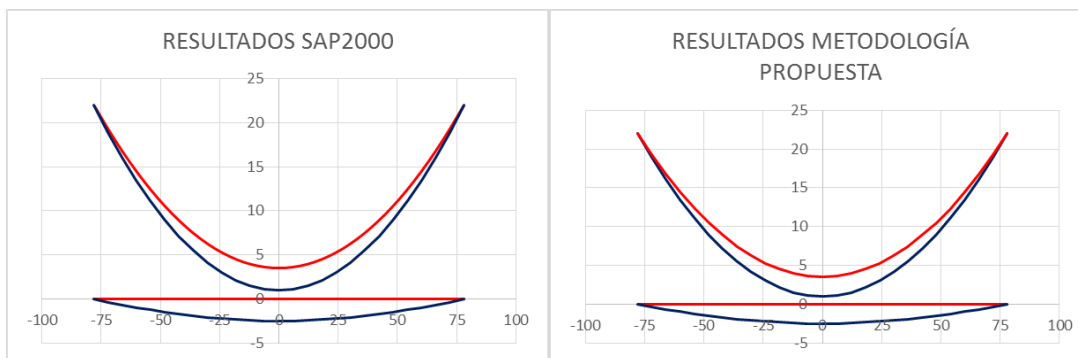


Figura 6-1 Comparación de los resultados obtenidos del Puente Colgante.

En la Figura 6-1 se encuentran los gráficos obtenidos mediante los valores de la Tabla 5-11 y Tabla 5-15.

## 6.3 Comparación de resultados con modelo no simplificado.

### 6.3.1 Puente Atirantado

Los resultados obtenidos al comparar el método propuesto para Puentes Atirantados con un modelo completo del Puente Atirantado en SAP2000 se muestran gráficamente en la Figura 6-2.

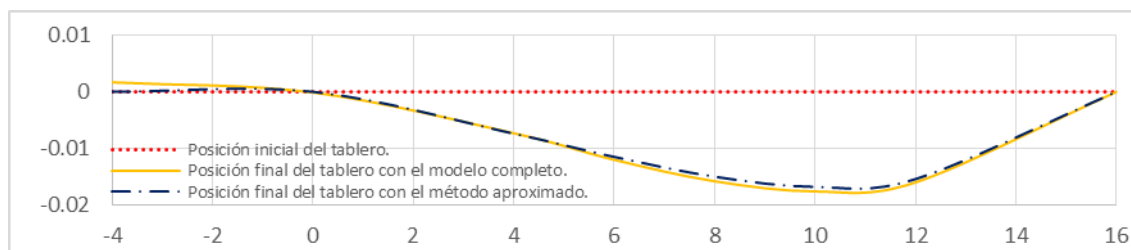


Figura 6-2 Comparación gráfica de resultados con el modelo no simplificado de Puente Atirantado.

En la Tabla 6-4 se muestran los errores absolutos y relativos obtenidos.

Tirante #	Error desplazamiento vertical		Error tensiones	
	[m]	%	kg	%
2	0.0001	1.37	-881.3	16.3
3	-0.0005	4.17	-456.7	7.0
4	-0.0008	5.06	-210.8	3.1
5	-0.0008	4.55	-31.7	0.5
6	-0.0006	3.75	158.1	3.3

**Tabla 6-4 Errores comparando el algoritmo propuesto con un modelo no simplificado del Puente Atirantado.**

Se observa que los errores obtenidos son pequeños. El mayor error respecto a tensiones se produce en el tirante 2, esto debe a que la configuración de cables del puente no es simétrica y esto produce un efecto de flexión en la torre, que a la vez hace que el punto de anclaje del cable se desplace.

## 6.3.2 Puente Colgante

### 6.3.2.1 Unión rígida tablero-torre.

Los resultados obtenidos al comparar el método propuesto para Puentes Colgantes con un modelo analizado en SAP2000 se muestran gráficamente en la Figura 6-3.

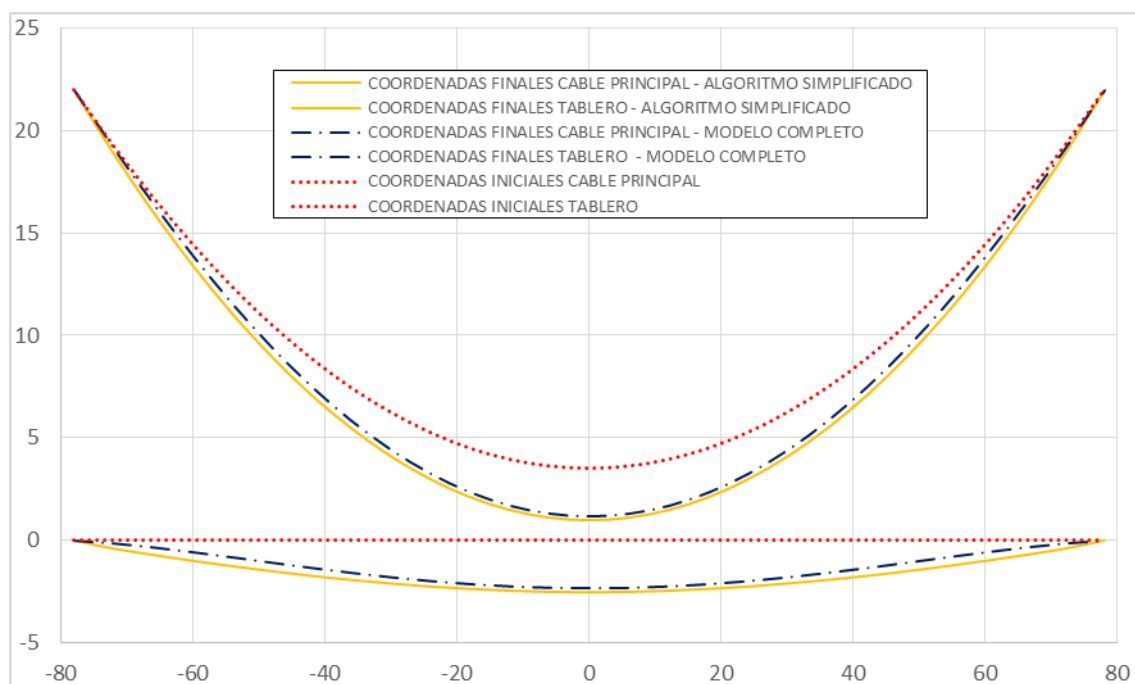


Figura 6-3 Comparación gráfica de resultados con el modelo no simplificado del Puente Colgante.

En la Tabla 6-5 se muestran los errores absolutos y relativos obtenidos.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal		Desplazamientos en la dirección z del cable principal		Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios		Tensiones de los tramos del cable principal		Tensiones de los cables secundarios	
	m	%	m	%	m	%	kg	%	kg	%
0							91765	17.6		
1	-0.0813	94.5	-0.2	66.8	-0.3	65.8	86261	16.8	11793	61.4
2	-0.1269	82.9	-0.3	53.7	-0.4	52.8	82585	16.4	8233	42.9
3	-0.1415	69.4	-0.4	43.2	-0.4	42.8	79758	16.0	6815	35.5
4	-0.1363	57.5	-0.4	34.7	-0.4	34.4	77827	15.9	5069	26.4
5	-0.1207	47.3	-0.4	27.9	-0.4	27.7	76404	15.8	4161	21.7
6	-0.1016	39.1	-0.4	22.3	-0.4	22.3	75220	15.7	3947	20.5
7	-0.0803	32.1	-0.3	17.7	-0.3	17.7	74491	15.8	2910	15.1
8	-0.0604	26.5	-0.3	14.2	-0.3	14.2	73943	15.8	2639	13.7
9	-0.0446	22.6	-0.3	11.6	-0.3	11.6	73461	15.8	2847	14.8
10	-0.0305	19.6	-0.2	9.5	-0.2	9.5	73192	15.9	2297	12.0
11	-0.0189	17.5	-0.2	8.2	-0.2	8.2	73021	15.9	2145	11.2
12	-0.0088	16.0	-0.2	7.6	-0.2	7.6	72897	15.9	2762	14.4
13	0	0.0	-0.2	7.3	-0.2	7.3	72897	15.9	2237	11.7
14	0.0088	16.0	-0.2	7.6	-0.2	7.6	73021	15.9	2762	14.4
15	0.0189	17.5	-0.2	8.2	-0.2	8.2	73192	15.9	2145	11.2
16	0.0305	19.6	-0.2	9.5	-0.2	9.5	73461	15.8	2297	12.0
17	0.0446	22.6	-0.3	11.6	-0.3	11.6	73943	15.8	2847	14.8
18	0.0604	26.5	-0.3	14.2	-0.3	14.2	74491	15.8	2639	13.7
19	0.0803	32.1	-0.3	17.7	-0.3	17.7	75220	15.7	2910	15.1
20	0.1016	39.1	-0.4	22.3	-0.4	22.3	76404	15.8	3947	20.5
21	0.1207	47.3	-0.4	27.9	-0.4	27.7	77827	15.9	4161	21.7



---

22	0.1363	57.5	-0.4	34.7	-0.4	34.4	79758	16.0	5069	26.4
23	0.1415	69.4	-0.4	43.2	-0.4	42.8	82585	16.4	6815	35.5
24	0.1269	82.9	-0.3	53.7	-0.4	52.8	86261	16.8	8233	42.9
25	0.0813	94.5	-0.2	66.8	-0.3	65.8	91765	17.6	11793	61.4

**Tabla 6-5 Errores comparando el algoritmo propuesto con un modelo no simplificado del Puente Colgante.**

Aunque los errores mostrados en la Tabla 6-5 respecto a las deformaciones horizontales, puedan parecer grandes se debe notar que las magnitudes son pequeñas. La variación en los valores de los desplazamientos verticales y las tensiones en los cables principales y secundarios son consecuencia de haber ignorado la contribución estructural de la cercha que rigidiza el tablero.

El error obtenido a media luz, mostrado en la Tabla 6-5 es cercano al error esperado según la Tabla 3-2.

Los errores en los nodos cercanos a las torres son mayores debido a que la cercha se comporta como una viga empotrada y esto produce una deformada distinta a la asumida en el método.

#### **6.3.2.2 Unión articulada tablero torre.**

Los resultados obtenidos al comparar el método propuesto para Puentes Colgantes con un modelo analizado en SAP2000 se muestran gráficamente en la Figura 6-4.

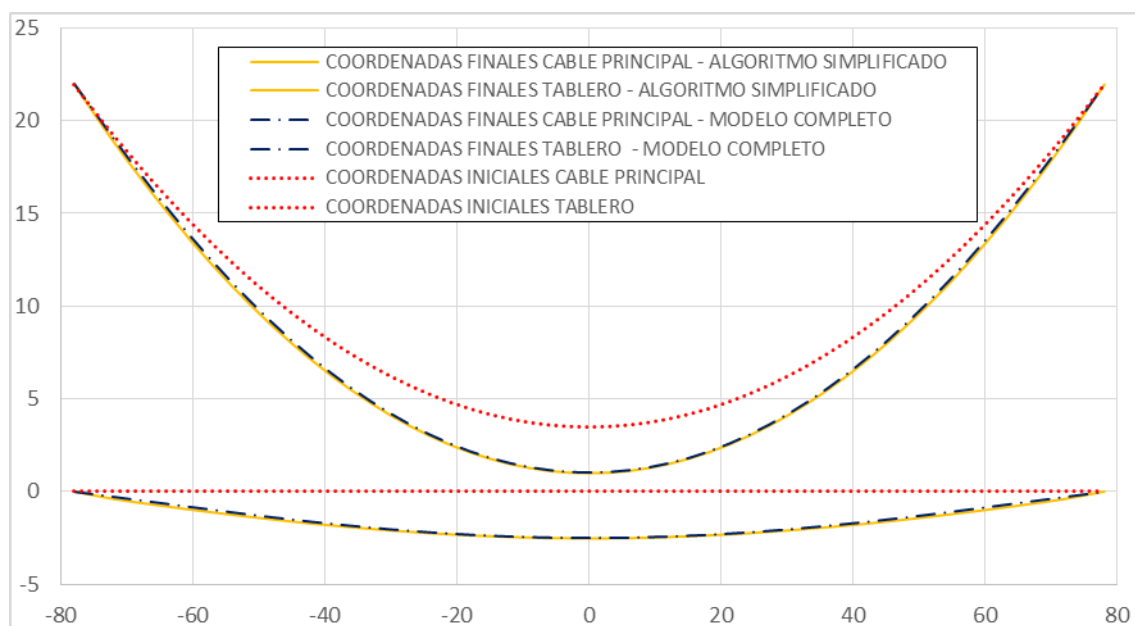


Figura 6-4 Comparación gráfica de resultados con el modelo no simplificado del Puente Colgante

En la Tabla 6-6 se muestran los errores absolutos y relativos obtenidos.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal		Desplazamientos en la dirección z del cable principal		Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios		Tensiones de los tramos del cable principal		Tensiones de los cables secundarios	
	m	%	m	%	m	%	kg	%	kg	%
0							33356	6.4		
1	-0.055	64.2	-0.101	30.1	-0.128	31.7	29812	5.8	7669	39.9
2	-0.068	44.4	-0.137	21.0	-0.148	20.8	28272	5.6	3586	18.7
3	-0.067	32.9	-0.144	15.2	-0.151	15.1	27243	5.5	2687	14.0
4	-0.059	25.1	-0.132	10.8	-0.136	10.8	26770	5.5	1515	7.9
5	-0.049	19.3	-0.115	7.8	-0.117	7.8	26494	5.5	1137	5.9
6	-0.040	15.3	-0.096	5.6	-0.099	5.7	26199	5.5	1385	7.2
7	-0.030	12.0	-0.072	3.7	-0.073	3.8	26182	5.5	626	3.3
8	-0.021	9.4	-0.052	2.5	-0.053	2.5	26188	5.6	609	3.2
9	-0.016	8.1	-0.038	1.7	-0.039	1.7	26124	5.6	1044	5.4
10	-0.011	7.0	-0.024	1.0	-0.024	1.0	26139	5.7	587	3.1
11	-0.007	6.3	-0.016	0.6	-0.015	0.6	26202	5.7	522	2.7
12	-0.003	5.5	-0.015	0.6	-0.016	0.6	26178	5.7	1258	6.5
13	0.000	0.0	-0.012	0.5	-0.013	0.5	26178	5.7	700	3.6
14	0.003	5.5	-0.015	0.6	-0.016	0.6	26202	5.7	1258	6.5
15	0.007	6.3	-0.016	0.6	-0.015	0.6	26139	5.7	522	2.7
16	0.011	7.0	-0.024	1.0	-0.024	1.0	26124	5.6	587	3.1
17	0.016	8.1	-0.038	1.7	-0.039	1.7	26188	5.6	1044	5.4
18	0.021	9.4	-0.052	2.5	-0.053	2.5	26182	5.5	609	3.2
19	0.030	12.0	-0.072	3.7	-0.073	3.8	26199	5.5	626	3.3
20	0.040	15.3	-0.096	5.6	-0.099	5.7	26495	5.5	1385	7.2



21	0.049	19.3	-0.115	7.8	-0.117	7.8	26770	5.5	1137	5.9
22	0.059	25.1	-0.132	10.8	-0.136	10.8	27243	5.5	1515	7.9
23	0.067	32.9	-0.144	15.2	-0.151	15.1	28272	5.6	2687	14.0
24	0.068	44.4	-0.137	21.0	-0.148	20.8	29812	5.8	3586	18.7
25	0.055	64.2	-0.101	30.1	-0.128	31.7	33356	6.4	7669	39.9

**Tabla 6-6 Errores comparando el algoritmo propuesto con un modelo no simplificado del Puente Colgante**

Se observa que los errores son menores a los errores obtenidos al considerar el tablero rígidamente conectado a las torres. Los mayores errores se dan en los nodos cercanos a las torres. Esto se debe a que el apoyo en las torres es rígido en comparación a los apoyos elásticos que ofrecen los cables colgantes.

El error obtenido a media luz, mostrado en la Tabla 6-6 es cercano al error esperado según la Tabla 3-1.

## Capítulo 7 ANÁLISIS DURANTE ETAPAS CONSTRUCTIVAS

En el Capítulo 6 se comprobó la validez de las metodologías propuestas. A continuación, se realizarán análisis para etapas constructivas específicas en las que pueden existir sobrecargas extremas en la estructura, como pueden ser maquinaria de construcción.

### 7.1 Puente Atirantado

Se presenta la situación en la que luego de colocar el tercer tirante, refiérase a la Figura 5-1, es necesario el ingreso de una concretera al tablero del puente. Su peso cargado se estima en **200 kg** mientras se encuentra vacía. Esta se acercará desde el pilar hasta el borde del tablero terminado y se cargará alcanzando un peso aproximado de **1000kg**. Se desea conocer el estado tensional de la estructura y las deformaciones de la misma ante este suceso a fin de asegurar el correcto funcionamiento de la estructura durante la maniobra. El análisis se realizará cuando el centro de gravedad de la concretera coincida con el tirante.



Debido a que el Puente Atirantado aún no está en funcionamiento, la carga peatonal no será considerada. Por lo que la carga distribuida del puente será únicamente la del peso propio de la estructura que de acuerdo a la sección 5.1 es de  $600\text{kg/m}$ . A esta carga se le adiciona el peso de la concretera conforme esta avanza hasta el borde del tablero terminado.

De acuerdo a la descripción del problema, se tendrán dos etapas de análisis. Estas etapas se analizaron con el algoritmo de Puentes Atirantados que considera la variación del módulo de elasticidad.

### 7.1.1 Primera Etapa de Análisis

Cuando el centro de gravedad de la concretera vacía se encuentra sobre el segundo tirante.

En la Figura 7-1 se muestran los valores de la fuerza externa  $P$  que se obtuvieron en cada etapa de este análisis. Para esta etapa, se requirió 6 iteraciones hasta que el error relativo de  $P$  entre iteraciones sea menor al 1%, en la Tabla 7-1 se observa a detalle el error relativo entre iteraciones.

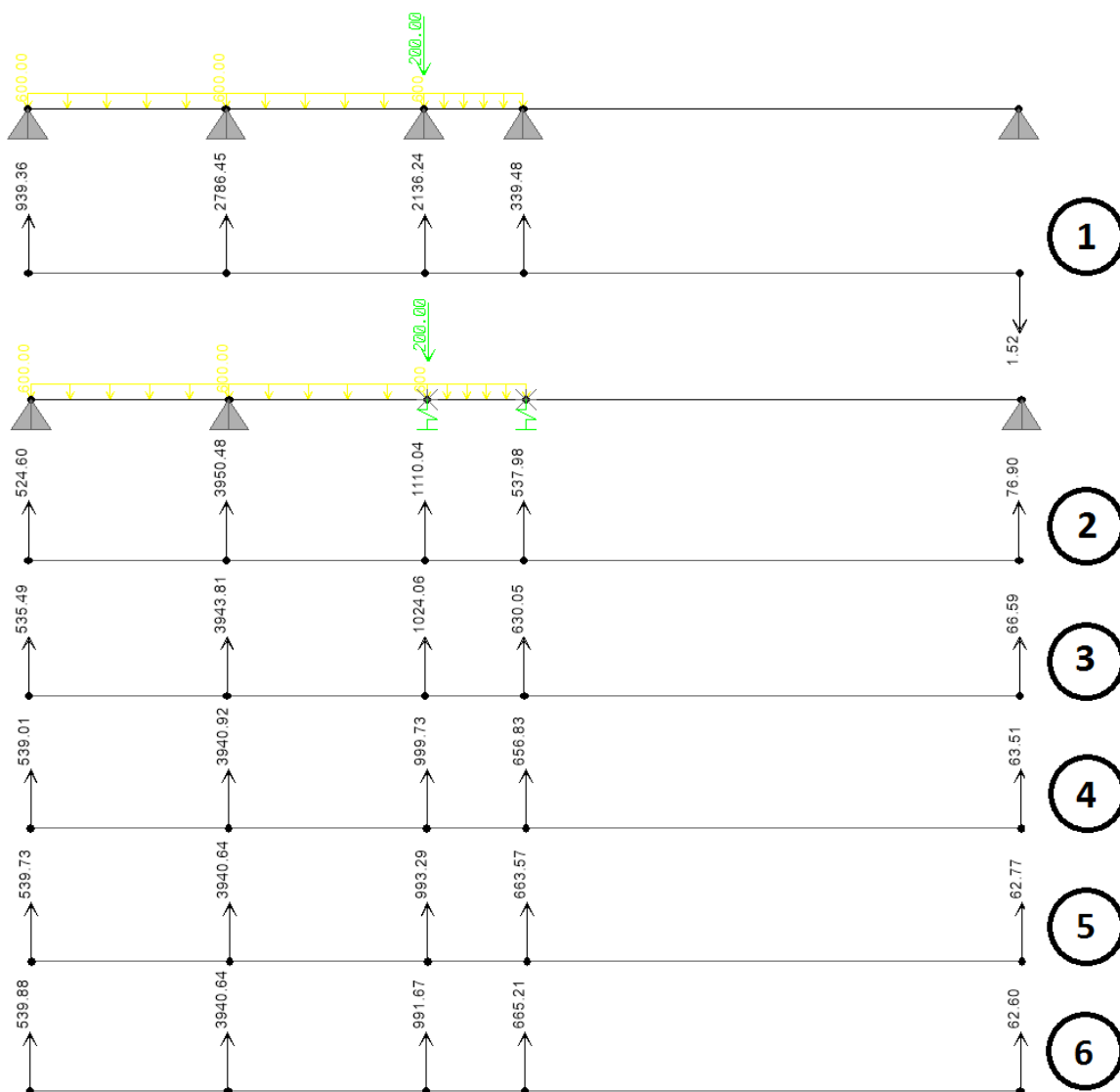


Figura 7-1 Iteraciones de la analogía de la viga continua para la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.

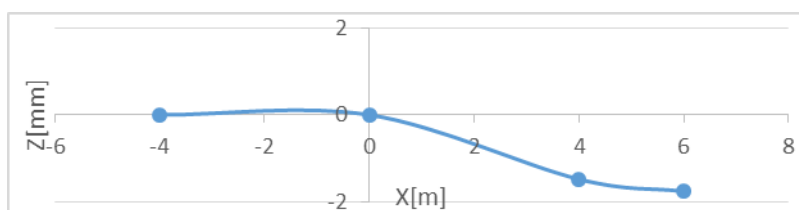
Tirante #	Iteración				
	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6
2	92.45	8.40	2.43	0.65	0.16
3	36.90	14.61	4.08	1.02	0.25

Tabla 7-1 Error relativo de P en la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.

En la Tabla 7-2 y en la Figura 7-2 se observan los resultados obtenidos.

Tirante #	Desplazamiento vertical [m]	Tensión [kg]
2	-0.00148	1264.1
3	-0.00176	1072.3

**Tabla 7-2 Resultados de la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.**



**Figura 7-2 Deformada del tablero de la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.**

### 7.1.2 Segunda Etapa de Análisis

Cuando el centro de gravedad de la concretera llena se encuentra en la mitad del tablero entre el segundo y tercer tirante.

En la Figura 7-3 se muestran los valores de la fuerza externa  $P$  que se obtuvieron en cada etapa este análisis. Para esta etapa, se requirió 4 iteraciones hasta que el error relativo de  $P$  entre iteraciones sea menor al 1%, en la Tabla 7-3 se observa a detalle el error relativo entre iteraciones.

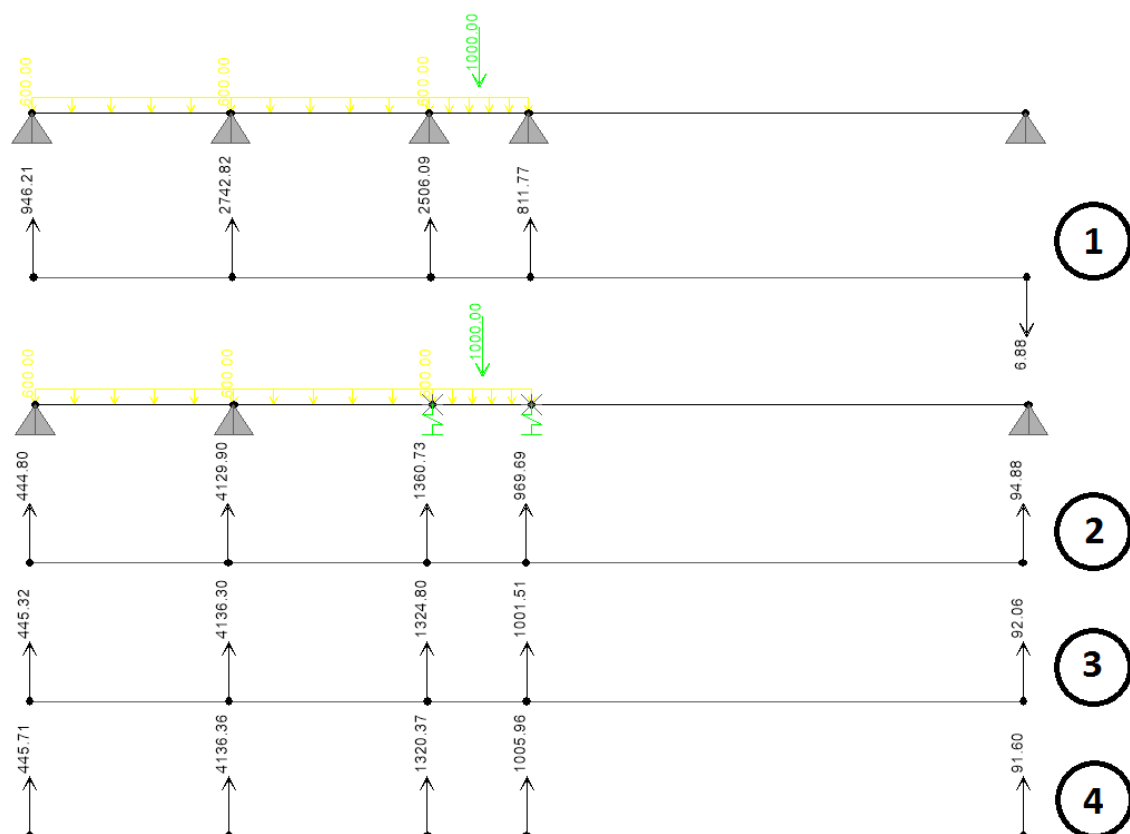


Figura 7-3 Iteraciones de la analogía de la viga continua para la segunda etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.

		Iteración		
	Tirante #	1 - 2	2 - 3	3 - 4
Error %	2	84.17	2.71	0.34
	3	16.29	3.18	0.44

Tabla 7-3 Error relativo de P en la primera etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.

En la Tabla 7-4 y en la Figura 7-4 se observan los resultados obtenidos.

Tirante #	Desplazamiento vertical [m]	Tensión [kg]
2	-0.00191	1631.6
3	-0.00238	1445.8

Tabla 7-4 Resultados de la segunda etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.

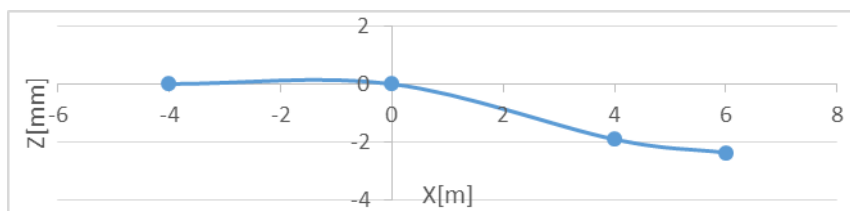


Figura 7-4 Deformada del tablero de la segunda etapa del análisis de las etapas constructivas del Puente Atirantado.

Comparando éstos resultados con los de la etapa final (Tabla 5-7), se observa que en general las tensiones de los tirantes son mayores cuando la obra está en funcionamiento. También se observa que a medida que la concretera se aleja del pilar, acercándose al borde del tablero terminado, las tensiones en los tirantes aumentan.

## 7.2 Puente Colgante

Se presenta la situación en la que luego de colocar los cables secundarios número tres (desde los extremos) es necesario el ingreso de un camión mixer sobre un lado del tablero del puente. Su peso cargado se estima en unos **25000 kg** y tiene una separación de **4.50m** entre ejes. Este se acercará hasta el borde del tablero terminado. Se desea conocer el estado tensional de la estructura y las deformaciones de la misma ante este suceso a fin de asegurar el correcto funcionamiento de la estructura durante la maniobra. El análisis se realizara cuando el centro de gravedad del mixer coincida con cada cable secundario.

Debido a que el Puente Colgante aún no está en funcionamiento, la carga peatonal y de vehículos livianos no será considerada. Por lo que la carga vertical externa para los cables secundarios será únicamente la del peso propio de la estructura de acuerdo a la ecuación (5-2). En los dos primeros cables secundarios actuará una carga de  **$P_D = 13410kg$** , mientras que la carga para el tercer cable será de  **$P_D = 6705kg$**  debido a que no se ha colocado la siguiente sección del tablero. A esta carga se le adiciona el peso del mixer conforme este avanza hasta el borde del tablero terminado.

De acuerdo a la descripción del problema, se tendrán tres etapas de análisis.

1. Cuando el centro de gravedad del mixer se encuentra sobre el primer cable secundario.
2. Cuando el centro de gravedad del mixer se encuentra sobre el segundo cable secundario.
3. Cuando el centro de gravedad del mixer se encuentra en la mitad del tablero entre el segundo y el tercer cable secundario.

### 7.2.1 Primera Etapa de Análisis

El ingreso de datos de esta etapa se puede ver en el Anexo 6, obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 7-5 y Figura 7-5.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios [m]	Tensiones de los tramos del cable principal [kg]	Tensiones de los cables secundarios [kg]
0				73300	
1	-1.998	-2.522	-2.551	45000	38625
2	-2.157	-2.885	-2.779	39091	13533
3	-1.818	-1.657	-1.550	37637	6767
23	0.872	-0.897	-0.885	38699	6719
24	1.195	-2.036	-2.032	44054	13447
25	0.970	-1.543	-1.565	52161	13428

Tabla 7-5 Resultados de la primera etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.

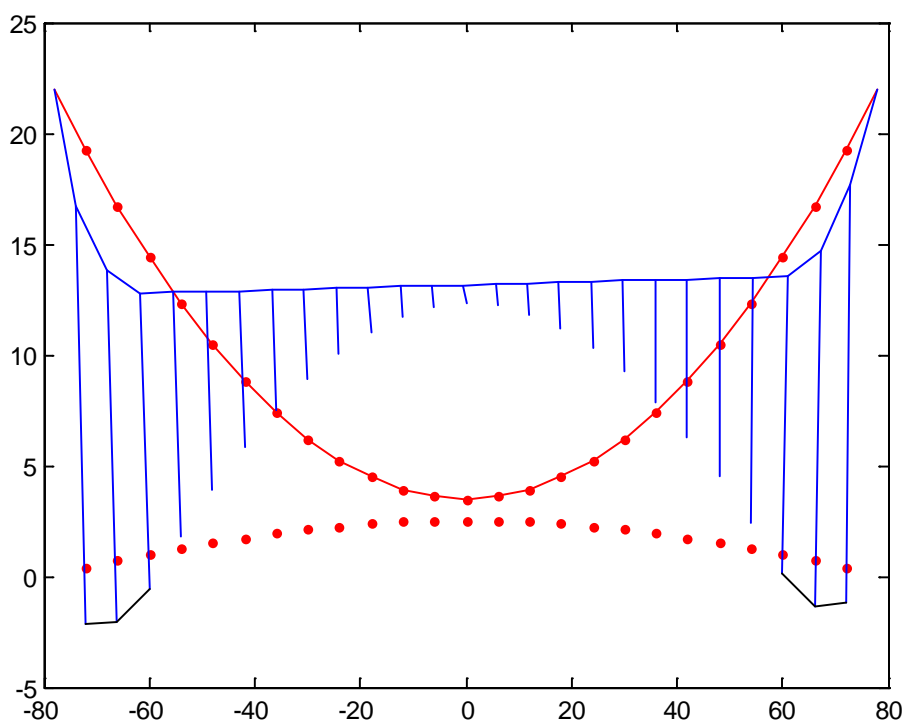


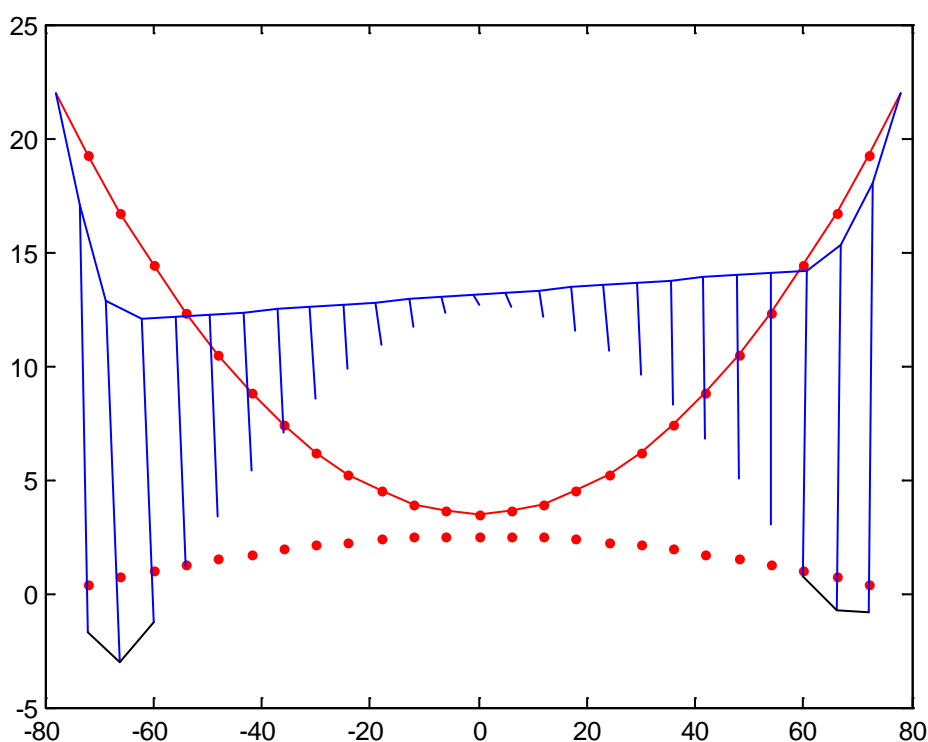
Figura 7-5 Deformada de la primera etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.

## 7.2.2 Segunda Etapa de Análisis

El ingreso de datos de esta etapa se puede ver en el Anexo 7, obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 7-6 y Figura 7-6.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios [m]	Tensiones de los tramos del cable principal [kg]	Tensiones de los cables secundarios [kg]
0				78269	
1	-1.543	-2.142	-2.126	68135	13455
2	-2.596	-3.866	-3.772	45864	38918
3	-2.221	-2.403	-2.236	44365	6798
23	0.468	-0.220	-0.229	45217	6709
24	0.808	-1.447	-1.466	49861	13427
25	0.720	-1.230	-1.264	57212	13420

**Tabla 7-6 Resultados de la segunda etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.**



**Figura 7-6 Deformada de la segunda etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.**



### 7.2.3 Tercera Etapa de Análisis

El ingreso de datos de esta etapa se puede ver en el Anexo 8, obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 7-7 y Figura 7-7.

Número de nodo	Desplazamientos en la dirección x del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z del cable principal [m]	Desplazamientos en la dirección z de los cables secundarios [m]	Tensiones de los tramos del cable principal [kg]	Tensiones de los cables secundarios [kg]
0				79472	
1	-1.419	-2.026	-2.020	69645	13448
2	-2.355	-3.610	-3.515	53394	26192
3	-2.297	-3.474	-3.325	46998	19490
23	0.370	-0.072	-0.083	47840	6708
24	0.709	-1.287	-1.312	52341	13423
25	0.651	-1.137	-1.172	59483	13418

Tabla 7-7 Resultados de la tercera etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.

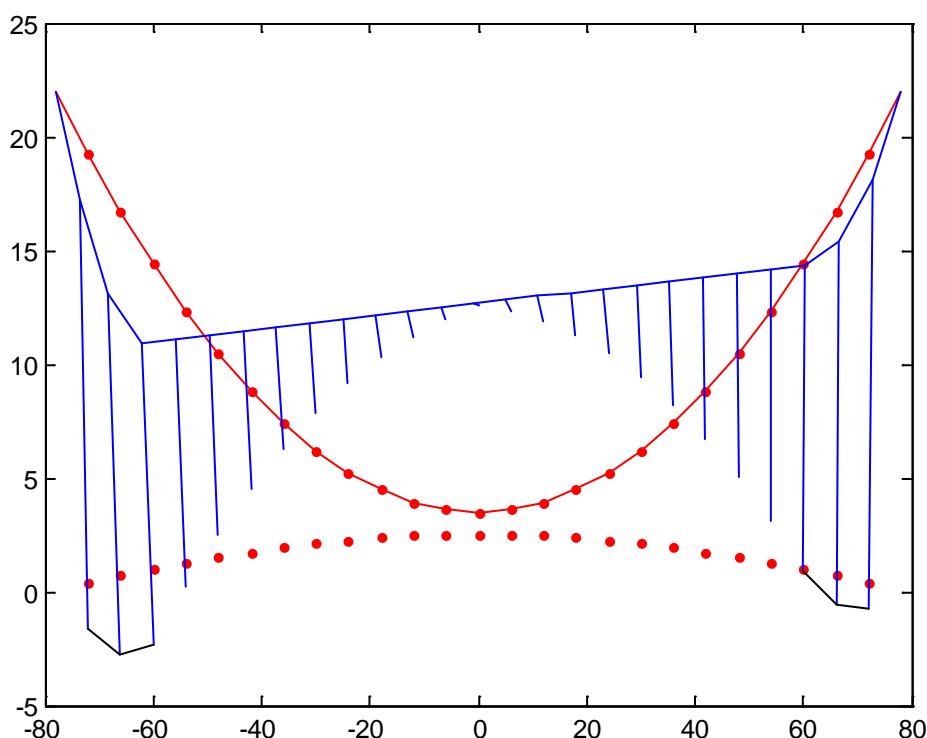


Figura 7-7 Deformada de la tercera etapa del análisis de etapas constructivas del Puente Colgante.

Comparando éstos resultados con los de la etapa final (Tabla 5-11), se observa que en general las tensiones del cable principal se mantienen menores en las etapas constructivas. En los desplazamientos y las tensiones de los cables



secundarios (en especial cuando el centro de gravedad del mixer coincide con el cable) ocurre lo contrario. De esta manera se demuestra la importancia de analizar las etapas constructivas con el fin de asegurarse que los cables secundarios no fallen produciendo así un posible colapso de la estructura.

A medida que el mixer se aleja de la torre, acercándose al borde del tablero terminado, las tensiones en el cable principal y las deformaciones de los cables más cercanos al borde del tablero aumentan. Se observa que en caso de existir la necesidad del ingreso del mixer, es menos exigente para la estructura que éste se mantenga lo más alejado posible del borde del tablero.

## Capítulo 8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La magnitud de las deformaciones de los cables demuestra lo erróneo que es realizar un análisis estático lineal de estructuras que usan este tipo de elementos.

En los puentes colgantes las deformaciones verticales dependen mayoritariamente de los cables, esto se puede evidenciar en la poca variación que se da entre los modelos realizados con diferentes rigideces de tableros. (ver sección 6.3.2 )

La metodología propuesta para puentes colgantes partió de ignorar la contribución de los elementos que rigidizan el tablero, la proximidad de los resultados depende de las condiciones de apoyo del mismo. Para puentes con uniones tablero-torre articuladas y para procesos constructivos con secciones articuladas entre sí, el método da resultados más cercanos resultados que al considerar uniones tablero-torre rígidas y procesos constructivos con uniones rígidas entre segmentos de tablero.

Las tensiones en el cable principal en durante la construcción de puentes colgantes nunca serán mayores a las tensiones producidas cuando el puente se encuentre en funcionamiento. Esto no sucede con los cables secundarios, las sobrecargas constructivas extremas afectan notablemente los esfuerzos en estos elementos. Llegando al punto en que podría ser necesario refuerzos constructivos. (ver sección 7.2 )

De los ejemplos resueltos de puentes colgantes se observa que para diferentes rigideces del tablero, si bien la exactitud de los resultados varían, esta variación es poco significativa por lo que se puede utilizar el método sin una mayor pérdida de exactitud (ver sección 6.3.2 ).

En el ejemplo de un puente atirantado se demostró que la variación del módulo de elasticidad de los cables tirantes no inducía un error apreciable. En puentes con cables más largos y pesados este efecto deberá ser considerado.



La fuerza axial que actúa en el tablero de un puente atirantado, aumenta la rigidez de este elemento, a diferencia del tablero del puente colgante con cables secundarios verticales en donde los esfuerzos producidos son de flexión. Este efecto hace que la resistencia del tablero en puentes atirantados, no pueda ser obviada.

La magnitud de cargas extremas que se podrían dar durante la construcción podrían llevar al colapso de la estructura. Un análisis de etapas constructivas simulando estas situaciones debe ser realizado para mantener la seguridad e integridad de la estructura.

Si se desea obtener un resultado más aproximado en el análisis de puentes colgantes, se puede considerar la contribución de los elementos que rigidizan el tablero mediante la analogía de viga continua usada en el método para resolver el puente atirantado.

Los errores en el puente colgante serán siempre mayores en las partes más cercanas a las torres, debido a que el método no considera la alta rigidez de este apoyo.

El método del puente atirantado es más exacto que el método del puente colgante debido a la analogía de la viga continua realizada. Sin embargo el tiempo requerido entre iteraciones es mayor. Se recomienda la implementación de un programa MEF para realizar la analogía así como vincular este proceso al programa del puente colgante.



## BIBLIOGRAFÍA

- [1] T. Bell, "about.com," [Online]. Available: <http://metals.about.com/od/properties/a/Steel-History.htm>.
- [2] R. Hibbeler, *Structural Analysis*, New Jersey: Pearson Education, 2012.
- [3] A. Nazmy y A. Abdel-Ghaffar, «THREE-DIMENSIONAL NONLINEAR STATIC ANALYSIS OF CABLE-STAYED BRIDGES,» *Computers & Structures*, pp. 257-271, 1990.
- [4] P.-H. Wang y C.-G. Yang, «PARAMETRIC STUDIES ON CABLE-STAYED BRIDGES,» *Computers & Structures*, pp. 243-260, 1996.
- [5] W. F. Chen and L. Duan, *BRIDGE ENGINEERING HANDBOOK*, Boca Raton: CRC Press, 2014.
- [6] H. Varum y R. Cardoso, «A GEOMETRICAL NON-LINEAR MODEL FOR CABLE SYSTEMS ANALYSIS,» *STRUCTURAL MEMBRANES*, 2005.
- [7] J. Fleming, «NONLINEAR STATIC ANALYSIS OF CABLE-STAYED BRIDGE STRUCTURES,» *Computers & Structures*, pp. 621-635, 1979.
- [8] AASHTO, *ESPECIFICACIONES PARA EL DISEÑO DE PUENTES DE CARRETERA (LRFD)*, Washington DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2012.
- [9] D. L. Schodek, *Structures*, New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [10] J. F. Fleming, "NON LINEAR STATIC ANALYSIS OF CABLE STAYED BRIDGE STRCUTURES," *University of Pittsburg*, 1978.
- [11] E. Davalos, *Structural Behaviour of Cable-Stayed Bridges*, Cambridge, 2000.
- [12] F. L. Singer y A. Pytel, *Resistencia de Materiales*, México DF: Harla, 1994.



- [13] A. M. Freire, J. H. Negrao y A. V. Lopes, «Geometrical nonlinearities on the static analysis of highly flexible steel cable-stayed bridges,» *Computers & Structures*, nº 84, pp. 2128-2140, 2006.



## ANEXOS

### Anexo 1. Secciones Comerciales ASTM A586.

CABLE ESTRUCTURAL GALVANIZADO A586						
Diámetro nominal		Peso aproximado	Área metálica aproximada	Fuerza de ruptura [ton]		
inches	mm	kg/m	cm <sup>2</sup>	Class A Coating	*Class B Coating	*Class C Coating
1/2	12.70	0.78	0.97	15.0	14.5	14.2
9/16	14.29	0.98	1.23	19.0	18.4	18.0
5/8	15.88	1.22	1.51	24.0	23.3	22.8
11/16	17.46	1.48	1.83	29.0	28.1	27.5
3/4	19.05	1.76	2.18	34.0	33.0	32.3
13/16	20.64	2.07	2.55	40.0	38.8	38.0
7/8	22.23	2.40	2.96	46.0	44.6	43.7
15/16	23.81	2.76	3.40	54.0	52.4	51.3
1	25.40	3.13	3.87	61.0	59.2	57.9
1 1/16	26.99	3.53	4.37	69.0	66.9	65.5
1 1/8	28.58	3.97	4.90	78.0	75.7	74.1
1 3/16	30.16	4.41	5.46	86.0	83.4	81.7
1 1/4	31.75	4.89	6.05	96.0	94.1	92.2
1 5/16	33.34	5.40	6.65	106.0	104.0	102.0
1 3/8	34.93	5.92	7.29	116.0	114.0	111.0
1 7/16	36.51	6.47	8.00	126.0	123.0	121.0
1 1/2	38.10	7.05	8.71	138.0	135.0	132.0
1 9/16	39.69	7.65	9.48	150.0	147.0	144.0
1 5/8	41.28	8.28	10.26	162.0	159.0	155.0
1 11/16	42.86	8.92	11.03	176.0	172.0	169.0
1 3/4	44.45	9.59	11.87	188.0	184.0	180.0
1 13/16	46.04	10.29	12.71	202.0	198.0	194.0
1 7/8	47.63	11.02	13.61	216.0	212.0	207.0
1 15/16	49.21	11.77	14.52	230.0	226.0	221.0
2	50.80	12.53	15.48	245.0	241.0	238.0
2 1/16	52.39	13.33	16.45	261.0	257.0	253.0
2 1/8	53.98	14.15	17.48	277.0	273.0	269.0
2 3/16	55.56	15.06	18.52	293.0	289.0	284.0
2 1/4	57.15	15.66	19.61	310.0	305.0	301.0
2 5/16	58.74	16.70	20.71	327.0	322.0	317.0
2 3/8	60.33	17.45	21.81	344.0	339.0	334.0
2 7/16	61.91	18.64	23.03	360.0	355.0	349.0
2 1/2	63.50	19.09	24.19	376.0	370.0	365.0
2 9/16	65.09	20.28	25.42	392.0	386.0	380.0
2 5/8	66.68	21.62	26.65	417.0	411.0	404.0
2 11/16	68.26	22.67	27.94	432.0	425.0	419.0
2 3/4	69.85	23.71	29.29	452.0	445.0	438.0
2 7/8	73.03	25.95	32.00	494.0	486.0	479.0



3	76.20	28.19	34.84	538.0	530.0	522.0
3 1/8	79.38	30.57	37.81	584.0	575.0	566.0
3 1/4	82.55	33.11	40.90	625.0	616.0	606.0
3 3/8	85.73	35.64	44.06	673.0	663.0	653.0
3 1/2	88.90	38.33	47.42	724.0	713.0	702.0
3 5/8	92.08	41.16	50.84	768.0	756.0	745.0
3 3/4	95.25	43.99	54.39	822.0	810.0	797.0
3 7/8	98.43	46.98	58.06	878.0	865.0	852.0
4	101.60	50.11	61.94	925.0	911.0	897.0
4 1/8	104.78	53.24	65.81	985.0	-	-
4 1/4	107.95	56.52	69.68	1002.0	-	-
4 3/8	111.13	59.95	74.19	1108.0	-	-
4 1/2	114.30	63.38	78.06	1173.0	-	-
4 5/8	117.48	66.96	82.58	1239.0	-	-
4 3/4	120.65	70.69	87.10	1306.0	-	-
4 7/8	123.83	74.42	92.26	1376.0	-	-
5	127.00	78.29	96.77	1448.0	-	-
5 1/4	133.35	86.35	106.45	1596.0	-	-
5 1/2	139.70	94.70	116.77	1752.0	-	-





## Anexo 2. Secciones comerciales ASTM A603.

CABLE ESTRUCTURAL GALVANIZADO A603						
Diámetro nominal		Peso aproximado	Área metálica aproximada	Fuerza de ruptura [ton]		
inches	mm	kg/m	cm <sup>2</sup>	Class A Coating	*Class B Coating	*Class C Coating
3/8	9.53	0.36	0.42	6.5	6.3	6.1
7/16	11.11	0.48	0.59	8.8	8.5	8.2
1/2	12.70	0.63	0.77	11.5	11.1	10.7
9/16	14.29	0.79	0.95	14.5	14.0	13.5
5/8	15.88	0.97	1.17	18.0	17.4	16.8
11/16	17.46	1.18	1.43	21.5	20.8	20.0
3/4	19.05	1.42	1.73	26.0	25.1	24.2
13/16	20.64	1.64	2.01	30.0	29.0	28.0
7/8	22.23	1.91	2.33	35.0	33.8	32.6
15/16	23.81	2.19	2.67	40.0	38.6	37.3
1	25.40	2.49	3.04	45.7	44.1	42.6
1 1/8	28.58	3.15	3.85	57.8	55.8	53.9
1 1/4	31.75	3.94	4.81	72.2	69.7	67.3
1 3/8	34.93	4.79	5.85	87.8	84.8	81.8
1 1/2	38.10	5.70	6.94	104.0	100.0	96.9
1 5/8	41.28	6.73	8.19	123.0	120.0	117.0
1 3/4	44.45	7.81	9.48	143.0	140.0	136.0
1 7/8	47.63	8.99	10.90	164.0	160.0	156.0
2	50.80	10.22	12.39	186.0	182.0	177.0
2 1/8	53.98	11.53	14.00	210.0	205.0	200.0
2 1/4	57.15	12.91	15.61	235.0	230.0	224.0
2 3/8	60.33	14.33	17.35	261.0	255.0	249.0
2 1/2	63.50	15.81	19.16	288.0	281.0	275.0
2 5/8	66.68	17.33	21.10	317.0	310.0	302.0
2 3/4	69.85	19.00	23.10	347.0	339.0	331.0
2 7/8	73.03	20.73	25.23	379.0	372.0	365.0
3	76.20	22.53	27.42	412.0	405.0	397.0
3 1/4	82.55	26.84	32.52	475.0	466.0	457.0
3 1/2	88.90	31.32	37.61	555.0	545.0	534.0
3 3/4	95.25	35.79	43.03	640.0	628.0	616.0
4	101.60	40.26	48.97	730.0	717.0	703.0
4 1/4	107.95	45.48	55.35	828.0	-	-
4 1/2	114.30	51.75	62.06	928.0	-	-
4 3/4	120.65	56.67	69.29	1036.0	-	-
5	127.00	62.93	76.65	1146.0	-	-
5 1/4	133.35	69.35	84.45	1263.0	-	-
5 1/2	139.70	76.06	92.71	1387.0	-	-
5 3/4	146.05	83.21	101.29	1515.0	-	-
6	152.40	90.52	110.32	1650.0	-	-

## Anexo 3. Codificación del programa para Puentes Atirantados sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.

### Resolver.m

```
%Resolver.m es un script que resuelve el sistema de cables del puente
%atirantado sin considerar la variación del Módulo de Elasticidad.
%-----
%Lectura de datos
Lectura
%Cálculo de las longitudes iniciales
global Lo
Lo=(x.^2+zo.^2).^0.5;
%Aproximación inicial
zf=zo;
%Resolucion del sistema de ecuaciones no lineales
[zf,feval]=fsolve('funcion',zf);
%Comprobacion de convergencia
if max(abs(feval))>0.00001
    disp('Error')
    break
else
    disp('OK')
end
%Calculo de la rigidez vertical y tensiones de los cables
global L
K=(zf.*A.*E./Lo-(A.*E.*zf)./L)./(zf-zo);
T=(L-Lo).*A.*E./Lo;
%Gráfico de posición inicial y deformada
for i=1:size(x,1)
    plot([x(i),0],[0,zo(i)],'b')
    hold on
    plot([x(i),-zf(i)+zo(i)],[0,zo(i)],'.r')
end
%Escritura de resultados
xlswrite('Resultados',[K zo-zf T])
```

### Lectura.m

```
%Lectura.m es un script con el cual se leen los datos de ingreso desde
%una hoja de Excel. Todos los datos de entrada se guardan en una
%matriz llamada 'datos' y posteriormente se clasifican en diversas
%matrices y vectores:
%   x es un vector con las coordenadas horizontales de los tirantes.
%   zo es un vector con las coordenadas verticales de los tirantes.
%   A es el valor del área de las secciones transversales de los
tirantes.
%   E es el valor del módulo de elasticidad de los tirantes.
%   P contiene los valores de la fuerza vertical externa que actúa en
%       los tirantes.
%-----
%Declaracion de variables globales
global x zo A E P
%Lectura de datos desde Datos.xlsx
datos=xlsread('Datos.xlsx');
%Clasificacion de datos leidos
x=datos(:,1);
```



```
zo=datos(:,2);  
A=datos(:,3);  
E=datos(:,4);  
P=datos(:,5);
```

#### funcion.m

```
%En funcion.m se define el sistema de ecuaciones no lineales que  
%modelan el comportamiento del sistema en base a un vector de  
%coordenadas verticales, el mismo que cambia a fin de encontrar la  
%solución del sistema.  
%Los datos de entrada son:  
%Las coordenadas verticales de los tirantes (zf).  
%El área de las secciones transversales de los tirantes (A).  
%El módulo de elasticidad de los tirantes (E).  
%Las coordenadas horizontales de los tirantes (x).  
%El vector de fuerzas verticales externas aplicadas en los tirantes  
(Pext).  
%Las longitudes iniciales de los tirantes (Lo).  
%-----  
function F=funcion(zf)  
global A E x P Lo L  
L=(x.^2+zf.^2).^0.5;  
F=zf.*A.*E./Lo-(A.*E.*zf)./L-P;  
end
```

### Anexo 4. Codificación del programa para Puentes Atirantados considerando la variación del Módulo de Elasticidad.

#### Resolver.m

```
%Resolver.m es un script que resuelve el sistema de cables del puente  
%atirantado considerando la variación del Módulo de Elasticidad.  
%-----  
%Lectura de datos  
Lectura  
%Cálculo de las longitudes iniciales de los tirantes  
global Lo  
Lo=(x.^2+zo.^2).^0.5;  
%Aproximación inicial  
zf=zo+0.00001;  
%Resolucion del sistema de ecuaciones no lineales  
options=optimset('MaxIter',50000,'MaxFunEvals',50000);  
[zf,feval]=fsolve('funcion',zf,options);  
%Comprobacion de convergencia  
if max(abs(feval))>0.00001  
    disp('Error')  
    break  
else  
    disp('OK')  
end  
%Calculo de la rigidez vertical y tensiones de los cables  
global Eeq L  
K=(zf.*A.*Eeq./Lo-(A.*Eeq.*zf)./L)./(zf-zo);  
%Gráfico de posición inicial y deformada  
for i=1:size(x,1)  
    plot([x(i),0],[0,zo(i)],'b')
```



```
hold on
plot([x(i),-zf(i)+zo(i)],[0,zo(i)],'.r')
end
%Escritura de resultados
global T
xlswrite('Resultados',[K zo-zf T])
```

## Lectura.m

```
%Lectura.m es un script con el cual se leen los datos de ingreso desde
%una hoja de Excel. Todos los datos de entrada se guardan en una
%matriz llamada 'datos' y posteriormente se clasifican en diversas
%matrices y vectores:
% x es un vector con las coordenadas horizontales de los tirantes.
% zo es un vector con las coordenadas verticales de los tirantes.
% A es el valor del área de las secciones transversales de los
tirantes.
% E es el valor del módulo de elasticidad de los tirantes.
% w contiene el valor del peso por metro lineal de los tirantes.
% P contiene los valores de la fuerza vertical externa que actúa en
% los tirantes.
%-----
%Declaracion de variables globales
global x zo A E P w
%Lectura de datos desde Datos.xlsx
datos=xlswread('Datos.xlsx');
%Clasificacion de datos leidos
x=datos(:,1);
zo=datos(:,2);
A=datos(:,3);
E=datos(:,4);
w=datos(:,5);
P=datos(:,6);
```

## funcion.m

```
%En funcion.m se define el sistema de ecuaciones no lineales que
%modelan el comportamiento del sistema. Además obtiene el valor de las
%tensiones de los tirantes (T) y el módulo de elasticidad equivalente
%(Eeq). Todo esto en base a un vector de coordenadas verticales, el
% mismo que cambia a fin de encontrar la solución del sistema.

%Los datos de entrada son:
%Las coordenadas verticales de los tirantes (zf).
%El área de las secciones transversales de los tirantes (A).
%El módulo de elasticidad de los tirantes (E).
%Las coordenadas horizontales de los tirantes (x).
%El vector de fuerzas verticales externas aplicadas en los tirantes
(P).
%Las longitudes iniciales de los tirantes (Lo).
%El peso por unidad de longitud de los tirantes (w).
%-----
function F=funcion(zf)
global A E x P Lo w T Eeq L
L=(x.^2+zf.^2).^0.5;
T=(L-Lo). *A.*E./Lo;
Eeq=E./(1+(((w.*x).^2.*A.*E)./(12.*T.^3)));
F=zf.*A.*Eeq./Lo-(A.*Eeq.*zf)./L-P;
end
```

## Anexo 5. Codificación del programa para Puentes Colgantes.

### Resolver,m

```
%Resolver.m es un script que resuelve el sistema de cables del puente
%colgante.
%-----
%Lectura de datos desde Datos.xlsx
Lectura
%Aproximacion Inicial de ceros
desplazamientos=zeros(n-1,3);
%Resolucion del sistema de ecuaciones no lineales
options=optimset('MaxIter',50000,'MaxFunEvals',50000);
[desplazamientos,feval]=fsolve('funcion',desplazamientos,options);
%Comprobacion de convergencia
if max(max(abs(feval)))>0.00001
    disp('Error')
    break
else
    disp('OK')
end
%Grafico de deformada y no deformada
Graficar
%Escritura de resultados
global T Ts
Tensiones=[T [0;Ts]];
xlswrite('Resultados.xlsx',[[[0 0 0];desplazamientos],Tensiones]);
```

### Lectura.m

```
%Lectura.m es un script con el cual se leen los datos de ingreso desde
%una hoja de Excel. Todos los datos de entrada se guardan en una
%matriz llamada 'datos' y posteriormente se clasifican en diversas
%matrices y vectores:
%    n es el número de segmentos de cable que forman el cable
principal.
%    coordenadas es una matriz que contiene las coordenadas de la
geometría
%    inicial del cable principal. La columna 1 contiene las
%    coordenadas horizontales mientras que la columna 2 contiene
%    las coordenadas verticales.
%    A es el valor del área de la sección transversal del cable
principal.
%    E es el valor del módulo de elasticidad del cable principal.
%    coordenadassec es una matriz que contiene las coordenadas de la
geometría inicial de los cables secundarios. La columna 1
%    contiene las coordenadas horizontales mientras que la columna
%    2 contiene las coordenadas verticales.
%    A2 es un vector que contiene las áreas de las secciones
transversales
%    de los diferentes cables secundarios.
%    E2 es un vector que contiene los módulos de elasticidad de los
%    diferentes cables secundarios.
```



```
% P contiene los valores de la fuerza vertical externa que actúa en
% los cables secundarios.
% Lo es un vector que contiene las longitudes iniciales de los
% diferentes segmentos del cable principal.
% Lo2 es un vector que contiene las longitudes iniciales de los
% diferentes cables secundarios.
%-----
%Declaracion de variables globales
global n coordenadas A E coordenadassec A2 E2 P Lo Lo2
%Lectura de datos desde Datos.xlsx
datos=xlsread('Datos.xlsx');
%Clasificacion de datos leidos
n=size(datos,1)-1;
coordenadas=datos(:,[1 2]);
A=datos(1,3);
E=datos(1,4);
coordenadassec=datos([2:n],[5 6]);
A2=datos([2:n],7);
E2=datos([2:n],8);
P=datos([2:n],9);
Lo=datos([1:n],10);
Lo2=datos([2:n],11);
funcion.m

%En funcion.m se define el sistema de ecuaciones no lineales que
%modelan el comportamiento del sistema. Además se obtienen las
%tensiones de los segmentos del cable principal (T) y las tensiones de
%los cables secundarios (Ts). Todo esto en base a una matriz de
%desplazamientos, la misma que cambia a fin de encontrar la solución
%del sistema.
%Los datos de entrada son:
%La matriz de desplazamientos de los nodos.
%El número de segmentos del cable principal (n).
%Las coordenadas de los nodos de los segmentos del cable principal.
%El área de la sección transversal (A) de los segmentos del cable
% principal.
%El módulo de elasticidad (E) de los segmentos del cable principal.
%Las coordenadas de los nodos de los diferentes cables secundarios.
%El área de la sección transversal de los cables secundarios (A2).
%El módulo de elasticidad de los cables secundarios (E2).
%El vector de fuerzas verticales externas aplicadas en los cables
% secundarios (P).
%Las longitudes iniciales de los segmentos del cable principal (Lo).
%Las longitudes iniciales de los cables secundarios (Lo2).
%-----
function F=funcion(desplazamientos)
%Declaración de variables globales que se utilizan
global n coordenadas A E coordenadassec A2 E2 P Lo Lo2
%Separacion de datos por direcciones (x,z)
x=coordenadas(:,1);
z=coordenadas(:,2);
xs=coordenadassec(:,1);
zs=coordenadassec(:,2);
dx=[0;desplazamientos(:,1);0];
dz=[0;desplazamientos(:,2);0];
dzsec=[0;desplazamientos(:,3);0];
%Cálculo de parámetros a usar en las ecuaciones
L=(( (x(2:n)+dx(2:n))-(x(1:n-1)+dx(1:n-1)))^2+((z(2:n)+dz(2:n))-
(z(1:n-1)+dz(1:n-1)))^2).^0.5;
cosalpha=((x(1:n-1)+dx(1:n-1))-(x(2:n)+dx(2:n)))/L(1:n-1);
senalpha=((z(1:n-1)+dz(1:n-1))-(z(2:n)+dz(2:n)))/L(1:n-1);
```



```
L2=((x(2:n)+dx(2:n))-(xs(1:n-1))).^2+((z(2:n)+dz(2:n))-(zs(1:n-1)+dzsec(2:n))).^2).^0.5;
costheta=((zs(1:n-1)+dzsec(2:n))-(z(2:n)+dz(2:n)))/L2;
sentheta=((xs(1:n-1))-(x(2:n)+dx(2:n)))/L2;
L(n,1)=(((x(n+1)+dx(n+1))-(x(n)+dx(n)))^2+((z(n+1)+dz(n+1))-(z(n)+dz(n)))^2)^0.5;
cosalpha(n,1)=-((x(n+1)+dx(n+1))-(x(n)+dx(n)))/L(n,1);
senalpha(n,1)=-((z(n+1)+dz(n+1))-(z(n)+dz(n)))/L(n,1);
%Declaración de las variables globales que se generan
global T Ts
T=(L-Lo).*A.*E./Lo;
Ts=(L2-Lo2).*A2.*E2./Lo2;
%Definición del sistema de ecuaciones no lineales
F=zeros(n-1,3);
F(:,1)=T(1:n-1).*cosalpha(1:n-1)+T(2:n).*-cosalpha(2:n)+Ts(1:n-1).*sentheta(1:n-1);
F(:,2)=T(1:n-1).*senalpha(1:n-1)+T(2:n).*-senalpha(2:n)+Ts(1:n-1).*costheta(1:n-1);
F(:,3)=Ts(1:n-1).*costheta(1:n-1)-P(1:n-1);
end
```

### Graficar.m

```
%Gráfico de la posición inicial del cable principal
plot(coordenadas(:,1),coordenadas(:,2),'r');
hold on
%Gráfico de la posición inicial de los cables secundarios
for i=2:n
    plot([coordenadas(i,1),coordenadassec(i-1,1)],
        [coordenadas(i,2),coordenadassec(i-1,2)],'r. ');
end
%Identificación de la etapa constructiva analizada
if numel(P(P==0))==0
    nec=floor(n/2);
else
    nec=(size(P,1)-numel(P(P==0)))/2;
end
%Grafico de la posición final del cable principal
plot(coordenadas(:,1)+[0;desplazamientos(:,1);0],coordenadas(:,2)+[0;desplazamientos(:,2);0],'b');
%Gráfico de los cables secundarios
for i=2:n
    plot([coordenadas(i,1)+desplazamientos(i-1,1),coordenadassec(i-1,1)],
        [coordenadas(i,2)+desplazamientos(i-1,2),coordenadassec(i-1,2)+desplazamientos(i-1,3)],'b');
end
%Gráfico del tablero
plot(coordenadassec(1:nec,1),coordenadassec(1:nec,2)+desplazamientos(1:nec,3),'k');
plot(coordenadassec(end-nec+1:end,1),coordenadassec(end-nec+1:end,2)+desplazamientos(end-nec+1:end,3),'k');
```

## Anexo 6. Datos de la primera etapa de análisis de las etapas constructivas del Puente Colgante.

x [m]	z [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	xs[m]	zs[m]	A2 [cm <sup>2</sup> ]	E2 [kg/cm <sup>2</sup> ]	P [kg]	Lo [m]	Lo2 [m]
-78	21.96	29.29	2E+06						6.591	
-72	19.233			-72	0.405	3.85	1E+06	-38410	6.505	18.828
-66	16.719			-66	0.710	3.85	1E+06	-13410	6.423	16.009
-60	14.427			-60	0.999	3.85	1E+06	-6705	6.351	13.428
-54	12.346			-54	1.262	3.85	1E+06	0	6.281	11.084
-48	10.488			-48	1.508	3.85	1E+06	0	6.219	8.980
-42	8.852			-42	1.735	3.85	1E+06	0	6.167	7.117
-36	7.428			-36	1.931	3.85	1E+06	0	6.119	5.497
-30	6.227			-30	2.106	3.85	1E+06	0	6.080	4.121
-24	5.247			-24	2.256	3.85	1E+06	0	6.049	2.991
-18	4.48			-18	2.371	3.85	1E+06	0	6.025	2.109
-12	3.934			-12	2.457	3.85	1E+06	0	6.009	1.477
-6	3.611			-6	2.515	3.85	1E+06	0	6.001	1.096
0	3.5			0	2.531	3.85	1E+06	0	6.001	0.969
6	3.611			6	2.515	3.85	1E+06	0	6.009	1.096
12	3.934			12	2.457	3.85	1E+06	0	6.025	1.477
18	4.48			18	2.371	3.85	1E+06	0	6.049	2.109
24	5.247			24	2.256	3.85	1E+06	0	6.080	2.991
30	6.227			30	2.106	3.85	1E+06	0	6.119	4.121
36	7.428			36	1.931	3.85	1E+06	0	6.167	5.497
42	8.852			42	1.735	3.85	1E+06	0	6.219	7.117
48	10.488			48	1.508	3.85	1E+06	0	6.281	8.980
54	12.346			54	1.262	3.85	1E+06	0	6.351	11.084
60	14.427			60	0.999	3.85	1E+06	-6705	6.423	13.428
66	16.719			66	0.710	3.85	1E+06	-13410	6.505	16.009
72	19.233			72	0.405	3.85	1E+06	-13410	6.591	18.828
78	21.96									



## Anexo 7. Datos de la segunda etapa de análisis de las etapas constructivas del Puente Colgante.

x [m]	z [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	xs[m]	zs[m]	A2 [cm <sup>2</sup> ]	E2 [kg/cm <sup>2</sup> ]	P [kg]	Lo [m]	Lo2 [m]
-78	21.96	29.29	2E+06						6.591	
-72	19.233			-72	0.405	3.85	1E+06	-13410	6.505	18.828
-66	16.719			-66	0.710	3.85	1E+06	-38410	6.423	16.009
-60	14.427			-60	0.999	3.85	1E+06	-6705	6.351	13.428
-54	12.346			-54	1.262	3.85	1E+06	0	6.281	11.084
-48	10.488			-48	1.508	3.85	1E+06	0	6.219	8.980
-42	8.852			-42	1.735	3.85	1E+06	0	6.167	7.117
-36	7.428			-36	1.931	3.85	1E+06	0	6.119	5.497
-30	6.227			-30	2.106	3.85	1E+06	0	6.080	4.121
-24	5.247			-24	2.256	3.85	1E+06	0	6.049	2.991
-18	4.48			-18	2.371	3.85	1E+06	0	6.025	2.109
-12	3.934			-12	2.457	3.85	1E+06	0	6.009	1.477
-6	3.611			-6	2.515	3.85	1E+06	0	6.001	1.096
0	3.5			0	2.531	3.85	1E+06	0	6.001	0.969
6	3.611			6	2.515	3.85	1E+06	0	6.009	1.096
12	3.934			12	2.457	3.85	1E+06	0	6.025	1.477
18	4.48			18	2.371	3.85	1E+06	0	6.049	2.109
24	5.247			24	2.256	3.85	1E+06	0	6.080	2.991
30	6.227			30	2.106	3.85	1E+06	0	6.119	4.121
36	7.428			36	1.931	3.85	1E+06	0	6.167	5.497
42	8.852			42	1.735	3.85	1E+06	0	6.219	7.117
48	10.488			48	1.508	3.85	1E+06	0	6.281	8.980
54	12.346			54	1.262	3.85	1E+06	0	6.351	11.084
60	14.427			60	0.999	3.85	1E+06	-6705	6.423	13.428
66	16.719			66	0.710	3.85	1E+06	-13410	6.505	16.009
72	19.233			72	0.405	3.85	1E+06	-13410	6.591	18.828
78	21.96									



## Anexo 8. Datos de la tercera etapa de análisis de las etapas constructivas del Puente Colgante.

x [m]	z [m]	A [cm <sup>2</sup> ]	E [kg/cm <sup>2</sup> ]	xs[m]	zs[m]	A2 [cm <sup>2</sup> ]	E2 [kg/cm <sup>2</sup> ]	P [kg]	Lo [m]	Lo2 [m]
-78	21.96	29.29	2E+06						6.591	
-72	19.233			-72	0.405	3.85	1E+06	-13410	6.505	18.828
-66	16.719			-66	0.710	3.85	1E+06	-25910	6.423	16.009
-60	14.427			-60	0.999	3.85	1E+06	-19205	6.351	13.428
-54	12.346			-54	1.262	3.85	1E+06	0	6.281	11.084
-48	10.488			-48	1.508	3.85	1E+06	0	6.219	8.980
-42	8.852			-42	1.735	3.85	1E+06	0	6.167	7.117
-36	7.428			-36	1.931	3.85	1E+06	0	6.119	5.497
-30	6.227			-30	2.106	3.85	1E+06	0	6.080	4.121
-24	5.247			-24	2.256	3.85	1E+06	0	6.049	2.991
-18	4.48			-18	2.371	3.85	1E+06	0	6.025	2.109
-12	3.934			-12	2.457	3.85	1E+06	0	6.009	1.477
-6	3.611			-6	2.515	3.85	1E+06	0	6.001	1.096
0	3.5			0	2.531	3.85	1E+06	0	6.001	0.969
6	3.611			6	2.515	3.85	1E+06	0	6.009	1.096
12	3.934			12	2.457	3.85	1E+06	0	6.025	1.477
18	4.48			18	2.371	3.85	1E+06	0	6.049	2.109
24	5.247			24	2.256	3.85	1E+06	0	6.080	2.991
30	6.227			30	2.106	3.85	1E+06	0	6.119	4.121
36	7.428			36	1.931	3.85	1E+06	0	6.167	5.497
42	8.852			42	1.735	3.85	1E+06	0	6.219	7.117
48	10.488			48	1.508	3.85	1E+06	0	6.281	8.980
54	12.346			54	1.262	3.85	1E+06	0	6.351	11.084
60	14.427			60	0.999	3.85	1E+06	-6705	6.423	13.428
66	16.719			66	0.710	3.85	1E+06	-13410	6.505	16.009
72	19.233			72	0.405	3.85	1E+06	-13410	6.591	18.828
78	21.96									