



UNIVERSIDAD DE CUENCA

FACULTAD DE FILOSOFÍA LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

IMPLEMENTACIÓN Y APLICACIÓN DE SOFTWARE EDUCATIVO Y
MATERIAL CONCRETO EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DE
LAS CÓNICAS EN GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA DE LOS ESTUDIANTES
DEL TERCER AÑO DE BACHILLERATO DEL COLEGIO MANUEL J. CALLE.

Tesis previa a la obtención del
Título de Magíster en Docencia
de las Matemáticas.

AUTOR: LCDO. VÍCTOR VINICIO VALLEJO OCHOA

DIRECTORA: M. Sc. NELI NORMA GONZALES PRADO

CUENCA – ECUADOR

2014



RESUMEN

El proceso de enseñanza – aprendizaje, durante mucho tiempo se basó en la repetición y la memorización, en la actualidad se pretende salir de esta situación, provocando que el estudiante construya su propio conocimiento con la ayuda de diversos recursos didácticos.

Este trabajo de investigación fue aplicado en el tercer año de bachillerato del Colegio “Manuel J. Calle”, como modelo de intervención, mediante la implementación del material didáctico concreto y el software educativo Geogebra, presentándose como una alternativa de solución del problema que causa la falta de visualización de las figuras para la resolución de los problemas de las cónicas.

La propuesta se guió en la teoría constructivista, ya que con ayuda de los materiales didácticos, el estudiante puede construir su propio concepto de la cónica tratada, mientras que con el software geogebra y la secuencia del proceso de Van Hiele pudieron resolver los problemas propuestos de las cónicas.

La metodología utilizada se apoyó en una investigación explorativa y descriptiva, con ayuda de la técnica de la observación. La implementación de los dos elementos mencionados, y con la guía de un manual de instrucciones, se ha conseguido mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje, dentro del área de Matemáticas de la institución.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Palabras claves: Material didáctico concreto, software educativo
Geogebra, proceso de enseñanza – aprendizaje de las cónicas.



ABSTRACT

The process of teaching – learning for a long time was based on repetition and memorization, currently seeks out of this situation, causing the student to construct their own knowledge, with the help of diverse didactic resources.

This research work was applied in the third year of “Manuel J. Calle High School” as a model of intervention through the implementation of concrete teaching materials and the educational software Geogebra, presenting itself as an alternative solution to the problem that causes the lack of visualization of the figures, for the resolution of the problems of the conics.

For the purposes of this research , the idea of constructivist learning was used , which with the help of teaching materials, the student can build their own concept of the treated cone , while the software Geogebra by applying the process to resolve the Van Hiele proposed problems of conics.

The methodology is supported on an exploratory and descriptive research, using the technique of observation .The implementation of these two elements, with the aid of an instruction manual has improved the teaching - learning process, the area of mathematics, and the institution.

Keywords: Teaching concrete materials, Geogebra, teaching - learning process of the conics.



ÍNDICE GENERAL

PORTADA.....	1
RESUMEN	2
ABSTRACT	4
ÍNDICE GENERAL.....	5
CLAUSULA DE DERECHOS DE AUTOR.....	10
CLAUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL	11
DEDICATORIA.....	12
AGRADECIMIENTO.....	13
INTRODUCCIÓN	14
CAPÍTULO 1	16
EL PROBLEMA	16
1.1 Selección y justificación del tema de investigación	16
1.2 Objetivos	17
1.2.1 Objetivo General.	17
1.2.2 Objetivos específicos.....	17
1.3 Planteamiento del problema.....	18
1.3.1 Contextualización del problema	18
1.3.2 Preguntas de Investigación	21
1.3.3 Formulación del problema	22
1.3.4 Hipótesis.....	22
CAPÍTULO 2	23
MARCO TEÓRICO.....	23
2.1 Antecedentes	23
2.2 Características psicológicas del adolescente	26



2.2.1 Desarrollo intelectual	29
2.2.1.1 Periodo Sensorio - Motor.....	32
2.2.1.2 Actividad Refleja.....	33
2.2.1.3 Reacciones circulares primarias.....	34
2.2.1.4 Reacciones circulares secundarias	34
2.2.1.5 Coordinación de esquemas secundarios.....	35
2.2.1.6 Reacciones circulares terciarias	35
2.2.1.7 Aparición incipiente del pensamiento simbólico	36
2.2.1.8 Periodo Preoperatorio	36
2.2.1.9 Periodo de operaciones concretas	37
2.2.1.10 Periodo de operaciones formales.....	38
2.3 El aprendizaje.....	40
2.3.1 Formas de aprender	46
2.3.1.1 Aprendizaje racional	47
2.3.1.2 Aprendizaje motor	49
2.3.1.3 Aprendizaje asociativo.....	50
2.3.1.4 Aprendizaje apreciativo	50
2.3.1.5 Aprendizaje memorístico	51
2.3.1.6 Aprendizaje receptivo	51
2.3.1.7 Aprendizaje por descubrimiento	52
2.3.1.8 Aprendizaje significativo	52
2.4 El aprendizaje desde la teoría constructivista	53
2.5 Aprendizaje de las Matemáticas.....	59
2.5.1 Aprendizaje de las cónicas.....	66
2.6 Materiales para el aprendizaje	70
2.6.1 Material didáctico concreto.....	75



2.7 La Tecnología y los nuevos materiales para el aprendizaje	79
2.7.1 Software educativo	83
2.8 Influencia del software educativo en el aprendizaje del adolescente.	86
2.9 Algunos problemas a enfrentar con el software educativo	92
2.10 Software para el aprendizaje de Matemáticas.....	96
CAPÍTULO 3	102
MARCO METODOLÓGICO	102
3.1 Metodología.....	102
3.2 Población y Muestra	104
3.2.1 Población.....	104
3.2.2 Muestra	104
3.3 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	105
3.3.1 Proceso o métodos de análisis de datos	106
3.3.1.1 Encuesta realizada a estudiantes al inicio de la investigación. .	106
3.3.1.2 Encuesta realizada a estudiantes al final de la investigación. ...	119
CAPÍTULO 4	133
PROPUESTA.....	133
4.1 Descripción de la propuesta	133
4.1.1 La circunferencia	133
4.1.1.1 Objetivo	133
4.1.1.2 Estrategias	134
4.1.1.3 Procedimiento.....	134
4.1.2 La Parábola	136
4.1.2.1 Objetivo	136
4.1.2.2 Estrategias	136
4.1.2.3 Procedimiento.....	137



4.1.3 La elipse	138
4.1.3.1 Objetivo	138
4.1.3.2 Estrategias	138
4.1.3.3 Procedimiento.....	138
4.1.4 La hipérbola.....	140
4.1.4.1 Objetivo	140
4.1.4.2 Estrategias	140
4.1.4.3 Procedimiento.....	140
CONCLUSIONES.....	142
RECOMENDACIONES	145
BIBLIOGRAFÍA	147
ANEXOS	154
Anexo 01: Encuesta inicial a los estudiantes del tercer año de bachillerato del MJC.....	154
Anexo 02: Encuesta final a los estudiantes.....	157
Anexo 03: El ovotangram y sus aplicaciones	160
Anexo 04: Construcción del ovotangram.....	161
Anexo 05: el compas eléctrico.....	162
Anexo 06: La circunferencia mediante dobleces	162
Anexo 07: la circunferencia con Geogebra.....	163
Anexo 08: Resolución de problemas.....	163
Anexo 09: Con lápiz y papel más la ayuda de Geogebra.....	164
Anexo 10: Construcción con papiroflexia de la parábola.....	164
Anexo 11: Obtención de concepto y elementos	165
Anexo 12: Construcción de la parábola con Geogebra	165
Anexo 13: Resolviendo problemas de la parábola	166



Anexo 14: La elipse mediante la papiroflexia	166
Anexo 15: Método del Jardinero.....	167
Anexo 16: Construyendo con Geogebra la elipse	167
Anexo 17: Construyendo la hipérbola	168
Anexo 18: Realizando la evaluación	168
Anexo 19. Promedios del segundo de bachillerato B1	169
Anexo 20. Promedios del segundo de bachillerato B2	170
Anexo 21: Promedios del Tercero de bachillerato B1	171



UNIVERSIDAD DE CUENCA

CLAUSULA DE DERECHOS DE AUTOR



Universidad de Cuenca
Clausula de derechos de autor

Yo, *Víctor Vinicio Vallejo Ochoa*, autor de la tesis "IMPLEMENTACIÓN Y APLICACIÓN DE SOFTWARE EDUCATIVO Y MATERIAL CONCRETO EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DE LAS CÓNICAS EN GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA DE LOS ESTUDIANTES DEL TERCER AÑO DE BACHILLERATO DEL COLEGIO MANUEL J. CALLE", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Magister en Docencia de las Matemáticas. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor

Cuenca, 30 de mayo de 2014

Víctor Vinicio Vallejo Ochoa

C.I: 010187722 – 3



UNIVERSIDAD DE CUENCA

CLAUSULA DE PROPIEDAD INTELECTUAL



Universidad de Cuenca
Clausula de propiedad intelectual

Yo, *Víctor Vinicio Vallejo Ochoa*, autor de la tesis "IMPLEMENTACIÓN Y APLICACIÓN DE SOFTWARE EDUCATIVO Y MATERIAL CONCRETO EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DE LAS CÓNICAS EN GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA DE LOS ESTUDIANTES DEL TERCER AÑO DE BACHILLERATO DEL COLEGIO MANUEL J. CALLE ", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 30 de mayo de 2014

Víctor Vinicio Vallejo Ochoa

C.I: 010187722 – 3



UNIVERSIDAD DE CUENCA

DEDICATORIA

Dedico mi trabajo de investigación, a mi familia que ha sabido apoyarme en todo momento. A mis hijos Cristian y Pedro que con paciencia y sabiduría, han estado prestos a colaborar conmigo para la consecución de los objetivos planteados. A mi esposa Edita, quien me apoyó en la búsqueda de ampliar mis horizontes, la que siempre y en cada instante supo darme el ánimo suficiente para que culminara con éxito este trabajo.

Víctor Vallejo Ochoa



AGRADECIMIENTO

Deseo agradecer a Dios, a los compañeros y compañeras de trabajo, estudiantes y a todas aquellas personas, que directa e indirectamente colaboraron para el desarrollo de este trabajo, de manera especial a la M. Sc. Neli Gonzales Prado, por su paciencia, visión y experiencia profesional para guiar con acierto como directora de este trabajo de grado.

De igual manera, quiero dejar constancia de mi más sincero agradecimiento a quienes a través de su motivación, constantemente me ayudaron a desarrollar esta tarea investigativa, y entre ellos a toda mi familia.



INTRODUCCIÓN

La presente investigación fue realizada en el tercer año de bachillerato especialidad de Físico – Matemático del Colegio “Manuel J. Calle” de la provincia del Azuay, Cantón Cuenca, durante el año lectivo 2010 – 2011, en la asignatura de Geometría Analítica y en especial en los capítulos relacionados a las cónicas.

Durante mucho tiempo, se pensó que lo mejor para el estudiante era el aprendizaje memorístico; es decir, que con ayuda de la repetición se los estudiantes adquirían los conocimientos, posteriormente, apareció el aprendizaje receptivo, en donde lo importante era la comprensión de los conocimientos, sin que lo lleve a descubrir absolutamente nada, por lo que se utilizó el aprendizaje por descubrimiento, en el que los conocimientos no son recibidos directamente, sino que tienen que descubrirlos para poderlos relacionar y llegar a su adquisición; luego se aplicó el aprendizaje significativo, en donde se relaciona los conocimientos previos con los nuevos.

La Matemática contiene diferentes áreas y todas ellas conllevan siempre la abstracción, lo que dificulta su enseñanza, por lo que el docente tiene que recurrir a varios mecanismos y estrategias para poder llegar al estudiante, en búsqueda de que éste construya su propio aprendizaje.

Dentro de la Matemática se encuentra el área de la Geometría Analítica, asignatura que tiene mucha relación con el álgebra y al análisis matemático dentro de un sistema de coordenadas, razón por la cual se la considera



abstracta. Esta asignatura, en las diferentes instituciones ha sido tratada de una manera muy breve y escueta, en especial lo referente a la rama de las cónicas.

Para mejorar la comprensión de las cónicas se debe buscar alguna forma de motivar la clase, por lo que este trabajo va dirigido al uso de un material didáctico y la aplicación del software educativo Geogebra, los mismos que permitirán, la comprensión de cómo están conformadas las cónicas, al igual que la obtención y aplicación de las ecuaciones de las cónicas.

La construcción del material didáctico y el uso del software educativo Geogebra por parte de los estudiantes, bajo la guía del profesor que esté a cargo de la materia de Geometría Analítica, permitirá que el proceso de enseñanza – aprendizaje se facilite, debido a que existe una gran motivación, ya que los propios estudiantes serán capaces de construir su propio conocimiento.

La aplicación de esta investigación, permitió que los estudiantes del colegio “Manuel J. Calle”, mejoren su comprensión de la obtención y aplicación de las ecuaciones de las cónicas, ámbito que puede ser utilizado por los estudiantes que cursan el tercero de bachillerato de la institución, y que puede servir como material de apoyo para docentes que dispongan de los recursos tecnológicos necesarios.



CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA

1.1 Selección y justificación del tema de investigación

Generalmente, luego de revisar la ecuación de la recta y de la circunferencia, como parte de la Geometría Analítica plana, los estudiantes del tercer año de bachillerato muestran desinterés por aprender las ecuaciones de las cónicas: parábola, elipse e hipérbola. Cabe recalcar que se trata de contenidos que se encuentran incluidos también en el bloque de Álgebra y Geometría de Bachillerato General Unificado Ecuatoriano, por lo que nos vemos en la necesidad de emplear y desarrollar material concreto y software educativo, herramientas formidables, para mejorar el interés y la calidad del aprendizaje de dichos temas.

A través de los años emprendidos en la docencia, se ha podido percibir que los estudiantes tienen muy poca motivación para la investigación y la lectura. Además algunas dificultades como: los malos hábitos de estudio, la falta de razonamiento, poco compromiso del estudiante con su aprendizaje, la pasividad en las clases, que provocan que el aprendizaje acerca de los conceptos y ecuaciones de las figuras cónicas se conviertan en algo difícil de asimilar sin la ayuda de alguna herramienta que permita la visualización de las figuras.

Después de haber analizado detenidamente las dificultades que aquejan a los estudiantes del tercer año de bachillerato del colegio “Manuel J. Calle” sobre todo en el aprendizaje de la Geometría Analítica plana, se vuelve



indispensable el uso de material concreto y un software educativo que nos permita concienciar, acercar, involucrar y compartir con los estudiantes el proceso de aprendizaje, de tal manera que podamos verificar el avance que se va obteniendo, convirtiéndose así en un aprendizaje de calidad y calidez como pretende instaurar el Bachillerato General Unificado del Ecuador.

La propuesta respecto a la aplicación de material concreto y software educativo, busca que los estudiantes se involucren con mayor interés, compartan las experiencias adquiridas y de esta manera puedan verificar la aplicación de las ecuaciones de las figuras cónicas en algunos problemas que involucren a estas figuras. Con la ayuda de estas herramientas se persigue un cambio de actitud por parte de los estudiantes que hagan uso de los recursos antes mencionados y que les permitan interactuar con su aprendizaje a través de animaciones conceptuales y lúdicas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General.

Implementar y aplicar material concreto y software educativo, para lograr el aprendizaje de las ecuaciones cónicas de la Geometría Analítica Plana en el tercer año de bachillerato del colegio "Manuel J. Calle".

1.2.2 Objetivos específicos

1. Establecer los principios teóricos para facilitar una mejor percepción de los conceptos matemáticos y en especial de la Geometría Analítica.



2. Identificar y socializar las experiencias fundamentadas en la práctica docente para proporcionar la mediación necesaria en el aprendizaje de las cónicas.
3. Desarrollar líneas de acción que se van a seguir para la implementación, el desarrollo y uso del material didáctico y software educativo.
4. Emplear el material didáctico y el software educativo en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en la Geometría Analítica Plana.
5. Presentar el informe sobre los resultados obtenidos durante la aplicación de material didáctico y el software educativo en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

1.3 Planteamiento del problema

1.3.1 Contextualización del problema

La Geometría es la rama de las Matemáticas que estudia las figuras en el plano y en el espacio. A partir de la segunda mitad del siglo XX la Geometría pierde importancia dentro de los planes de estudio en muchos países incluyendo el nuestro, pero por fortuna en la actualidad vuelve a tener importancia en el bloque de Álgebra y Geometría del nuevo bachillerato. Específicamente la Geometría Analítica estudia la representación de líneas rectas, las curvas y las figuras geométricas mediante expresiones algebraicas usando un conjunto de ejes coordenados.

En nuestro país, generalmente el estudiante considera a la Matemática como una ciencia llena de números y fórmulas inentendibles. Usa la



memorización de procesos o fórmulas en la resolución de ejercicios y problemas, dejando de lado el razonamiento lógico que permite entender el significado de los números. Esta situación vuelve difícil su comprensión, se complica más cuando deben resolver problemas y como no saben interpretarlos, resulta conflictiva su solución.

Las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas es una problemática a nivel nacional. En el Ecuador, luego de la aplicación de las pruebas SER al cuarto, séptimo y décimo año de educación básica, así como al tercer año de bachillerato, se obtuvo índices de rendimiento muy bajos. Aunque estas pruebas no siempre se ajustan a la realidad de cada región del país, sin embargo se puede considerar como una referencia de lo que está sucediendo en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas y dentro de ella de la Geometría Analítica.

De acuerdo a los años de experiencia en la docencia puedo afirmar que los estudiantes del tercer año de bachillerato de la especialidad Físico-Matemáticas del colegio "Manuel J. Calle", no llegan con un manejo adecuado de los elementos básicos del álgebra elemental. Además con mucha dificultad pueden graficar una función o expresión algebraica. Se puede decir que sus destrezas de deducción e inducción son limitadas. El razonamiento lógico es mínimo, además, cuando se revisan las ecuaciones de la recta y la circunferencia, los estudiantes pierden el interés para aprender las ecuaciones de las cónicas, debido a que al pasar el tiempo los problemas referentes a las



ecuaciones de la recta y de la circunferencia lo resuelven muchas de las veces sin graficarlas y sin ninguna herramienta que motive el interés.

En los problemas sobre ecuaciones de la parábola, elipse e hipérbola es indispensable el manejo correcto de la gráfica para su resolución; por tanto se hace necesario que el estudiante recupere el interés de construir gráficas y desarrolle la habilidad de análisis antes de proceder a la resolución de problemas, de tal manera que la expresión algebraica que represente dicha figura geométrica sea la correcta.

Además a estos problemas hay que sumar el hecho de la limitada disponibilidad de material concreto y recursos didácticos que apoyen el aprendizaje de la Geometría Analítica y particularmente de las cónicas, situación que no permite garantizar una enseñanza eficaz.

Cuando se menciona que debemos dar uso a la nueva tecnología, nos detenemos a pensar en el empleo de: computadoras, proyectores, pizarras digitales y todos aquellos medios de audiovisuales que permitan interactuar con los estudiantes facilitando el aprendizaje de la Geometría Analítica, puesto que por lo menos se verá las figuras geométricas, especialmente las cónicas de una manera más directa y se podrá interpretar como debe ser la ecuación según la posición en el plano cartesiano, situación que constituye una posibilidad actual pero que no siempre es accesible.



Ante esta realidad, si no se dispone de estos recursos, aún queda la opción del uso de material concreto que nos permita visualizar de mejor manera las figuras geométricas que se están enseñando.

Conforme se vaya incrementando el material y los recursos didácticos y la utilización de software educativo, se contará con una alternativa para enfrentar este problema en el aprendizaje de la Geometría Analítica.

1.3.2 Preguntas de Investigación

¿Qué fundamentos teóricos explican el proceso de percepción de los conceptos matemáticos en particular los de la Geometría Analítica?

¿Qué métodos y técnicas puede utilizar el docente para proporcionar una mediación adecuada en la enseñanza de las ecuaciones de las cónicas?

¿Cuál es el material didáctico o software educativo que nos permita mejorar el aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas?

¿Cómo pueden los estudiantes participar en el proceso de aprendizaje de los conceptos geométricos?

¿Cómo se pueden facilitar la comprensión y asimilación de las ecuaciones de las cónicas en la Geometría Analítica Plana?

¿Cuáles son los beneficios que obtienen los estudiantes mediante el uso del material didáctico y software educativo?

¿Dónde se puede observar y analizar el trabajo realizado al aplicar el material didáctico y software educativo?



1.3.3 Formulación del problema

¿Cómo incide la implementación y aplicación del material concreto y el software educativo en el aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en Geometría Analítica Plana de los estudiantes del tercer año de bachillerato del colegio Manuel J. Calle?

1.3.4 Hipótesis

La implementación y aplicación del material concreto y el software educativo influyen en el proceso de aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en los estudiantes del tercer año de Bachillerato del Colegio Manuel J. Calle.



CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

Las Matemáticas generalmente fueron enseñadas a través de la resolución de ejercicios modelos y la memorización durante mucho tiempo, pero en la actualidad en muchos países se han interesado en enseñarlas desde otro punto de vista, con la finalidad de mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Con la globalización, la educación va sufriendo cambios y de hecho la enseñanza de las Matemáticas también, es así que se ha recurrido al uso del material concreto, como fichas, recorte de hojas de papel, diapositivas, cuadros, etc. De la misma manera se está dando uso a varios recursos didácticos como el juego, los videos, el uso de software, etc.

En países Europeos se ha dado paso a la investigación del uso del material concreto y de los software educativos para la enseñanza de la Matemática y de manera especial en la Geometría, así podemos encontrar que a través de la dobleces de papel, que es más conocido como origami o la papiroflexia se puede enseñar algunos elementos y figuras de la geometría. Un ejemplo constituye la Geometría con papel, realizado por Covadonga Blanco García y Teresa Otero Suárez, que tiene muchos usos pedagógicos; así al doblar una hoja de papel que concurren en una esquina una sobre otra, la línea que queda formada en este papel será la bisectriz de los ángulos de las



esquinas que no concurren una sobre la otra, o de igual manera mediante diferentes pliegues se puede construir un triángulo equilátero, triángulo isósceles, etc.

Se ha visto que al permitir la manipulación de los objetos a los estudiantes, se les despierta el interés para averiguar muchas cosas, entre ellas de qué partes está constituida una figura o cuerpo, qué nombres tienen, qué importancia tienen dentro de la figura o cuerpo, cómo afectaría si faltase una de ellas, y muchas más. Aprovechándose de esta situación se ha dado paso al tangram como un excelente material didáctico para la enseñanza y aprendizaje de algunos aspectos de la geometría, sobre todo porque existe algunas variantes como se puede encontrar en las diferentes páginas de la web, que permite realizar y analizar algunas figuras correspondientes a la Geometría Plana, e inclusive de la Geometría Analítica, pues al unir algunas piezas se puede apreciar algunos detalles que llamen la atención y a través de este interés llegar a conceptos muy importantes en la ciencia ya mencionada.

Luego de la revisión de los trabajos realizados sobre la enseñanza de la Geometría, se encuentran algunos trabajos que se refieren al modelo de la teoría de Van Hiele, que aunque sus estudios e investigaciones las realizaron con anterioridad a los años 60, han permanecido ignoradas hasta fechas recientes.

Esta teoría se basa en la experiencia que obtienen los esposos Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, que trabajaban como profesores de geometría en la secundaria en Holanda. Elaboraron un modelo que trata de



explicar cómo evoluciona o cómo se estratifica, el razonamiento geométrico y, también, cómo los docentes de Matemática pueden diseñar las actividades para mejorar la calidad de este razonamiento.

Elaborar una propuesta didáctica que incorpore el modelo para la jerarquización de actividades del proceso enseñanza y de aprendizaje geométrico en el aula, con el objeto de facilitar el ascenso de los estudiantes a un nivel de razonamiento inmediatamente superior y el empleo de un software educativo, permitirá validar un modelo para enriquecer el aprendizaje de la Matemática y en especial de la Geometría y Geometría Analítica Plana.

Esto se puede palpar en la tesis de maestría “la geometría con cabri: una visualización a las propiedades de los triángulos” realizada por Jessy Marisol Alemán Cruz en Tegucigalpa Honduras en el 2009, con buenos resultados. De la misma manera en el artículo “Animándonos a la enseñanza de la geometría con cabri”, realizado por Nilda Etcheverry, Marisa Reid y Rosana Botta Gioda, en el 2009, también se indica el uso de un Software educativo para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la Geometría que permita el intercambio de ideas entre los estudiantes, logrando una muy buena argumentación.

Se ha aplicado diferente software educativo para la enseñanza – aprendizaje de Geometría Analítica sobre todo de la recta y la circunferencia con significativos resultados. Este trabajo de investigación, se trata de una propuesta reciente que se pretende explotar en pos de dinamizar el aprendizaje



de las cónicas dentro del estudio de la Matemática y sobre todo de la Geometría Analítica.

2.2 Características psicológicas del adolescente

La adolescencia viene del verbo en latín *adolescere* que significa desarrollarse, madurar, crecer, es una etapa que se encuentra entre la niñez y la edad adulta, donde el individuo sufre cambios muy relevantes tanto en lo físico, como en su intelecto psicológico, en lo sexual y lo social (Monroy 11). Estos cambios que sufre el adolescente son tan significativos que es muy útil hablar de un proceso y considerar a la adolescencia como un período diferenciado del ciclo vital humano. Durante este “periodo se realizan desde cambios biológicos hasta cambios de conducta y status social, dificultando de esta manera precisar sus límites de manera exacta, según la investigación realizada por Hamel y Cols en 1985”. (Belda et al. 315).

Para muchos, la adolescencia es el periodo que está comprendido entre los 10 y 19 años, para otros entre 11 y 20 años, durante este periodo se dan diversos cambios que se ejecutan en diferentes etapas de las cuales se puede señalar las siguientes: la que coincide con la pubertad o adolescencia temprana que para algunos científicos normalmente comienza a los 10 años en las niñas y a los 11 años en los niños, luego de un segundo periodo de juventud o adolescencia tardía, que comienza desde los 14 o 15 años y su prolongación hasta llegar a la adultez a los 19 o 20 años, estos cambios en el individuo “dependerá de factores sociales, culturales, ambientales, así como de



la adaptación personal, según el análisis hecho por edades a cargo de Márquez L., Phillippi A, en 1995” (Belda et al. 315).

Las etapas mencionadas durante el periodo de la adolescencia tienen una cierta característica en la mayoría de los individuos, así cuando la persona llega a la pubertad o adolescencia temprana, está en la búsqueda de su independencia, de obtener libertades, de que la supervisión de los adultos sea muy escasa o nula totalmente, de obtener mayores prerrogativas, busca mejorar su posición social dentro del grupo de individuos con los que comparte, aunque a veces busca parecerse a los que conforman su grupo para no sentirse fuera de lugar, pero siempre se presentará como un ser único y que muchas veces no es entendido ni aceptado, pues tratará de obtener su propia identidad. Algunos aspectos mencionados no se separan del adolescente mayor compartiendo muchas de las preocupaciones del adolescente temprano, pues siente la obligación de encontrar una identidad propia. En resumen, según el análisis hecho por Hamel y Cols en 1985, se puede afirmar que el joven adolescente se preocupa de quién y qué es, y el adolescente mayor, de qué hacer con eso. “Resulta evidente que todas estas transformaciones somáticas van a influenciar en los rasgos psicológicos de los adolescentes”. (Martínez y Pérez 45)

Durante la adolescencia se puede observar que el individuo comienza un desapego de sus padres, pues comienza a instituir su propia identidad, lo que muchas veces provoca que existan problemas con sus padres y algunos miembros que pertenecen a su familia. Generalmente estas desavenencias se



reflejan en una rebeldía, según vaya en aumento el tratar de mantener el control, por parte de sus progenitores o miembros de su familia.

Mientras el adolescente se aleja poco a poco de sus padres tras la búsqueda de su identidad toman protagonismo sus amigos y comienzan a ser las personas más importantes y confiables de las que dispone. Aunque durante la adolescencia los individuos siempre buscan la manera de enfrentarse ante la figura de autoridad, pero necesitan o desean límites, lo cual les permite obtener una seguridad para crecer y desempeñarse de mejor forma. El determinar límites para el adolescente se refiere el de que la persona adulta le establezca ciertas regulaciones, reglas o normas con respecto a su comportamiento.

Los constantes enfrentamientos se suelen producir cuando la persona que funge como la figura de la autoridad pretende tener siempre la razón, por lo que se recomienda evitar en lo posible aquello, ya que esta situación al adolescente le puede provocar vergüenza o resentimiento, siendo recomendable mantener una relación donde exista mucha comunicación para poder poner límites e inclusive negociar estos, sin afectar mayormente al adolescente.

Los padres pretenden siempre buscar que sus hijos no sufran decepciones o fracasos, al tratar de indicarle el camino sin tropiezos, pero estos son indispensables para el crecimiento y conocimiento del individuo.

Se puede decir “que todo crecimiento y todo proceso de maduración esta precedido de una crisis”. (Parolari 17). Una crisis donde con ayuda de sus padres, maestros, familiares con los que siente mayor confianza saldrá avante,



ya que este es un periodo de inseguridad, pues va encontrar muchos valores que a veces para ellos son contradictorios lo que les hará dudar si es que estos realmente son adecuados para su personalidad, por lo que va a empezar a tazar cada uno de ellos, con la finalidad de asumir una posición nueva de acuerdo a su realidad.

Durante el periodo de la adolescencia, los cambios físicos se suceden repentinamente como el crecimiento de sus miembros superiores e inferiores, por lo que les vuelve a veces un poco torpes, pues se les cae los objetos de las manos se golpean sin querer, sus facciones faciales van desarrollándose de forma brusca hasta definirse cuando llega a la edad adulta. De la misma manera las características secundarias sexuales van apareciendo poco a poco en los individuos adolescentes delimitando de esta manera los sexos, también van a tener una crisis social y religiosa, en donde se debe tener mucha consideración en el ámbito social con ciertos grupos, y no se puede perder de vista que existe el peligro de que los adolescentes se involucren con la droga.

Según vayan desarrollándose los adolescentes, su conducta está marcada por la desobediencia, la mentira, la agresividad, el egocentrismo, la fantasía, la inactividad y la inseguridad, que tendrán poco a poco, ya que definirán su conducta cuando sean adultos.

2.2.1 Desarrollo intelectual

En relación a la capacidad de la mente, de conocer y entender, se está considerando algo muy fundamental del ser humano, pues se nace y se vive con las capacidad de acrecentar su intelecto sin importar en qué momento de



su vida se encuentre, ya que es bien conocido que la capacidad de su cerebro no es utilizado en su totalidad sino sólo parcialmente.

No es menos conocido que el intelecto del individuo se acrecienta desde una edad prematura a través de la estimulación temprana, debido que en los primeros años de vida el individuo tiene una mejor percepción y una mejor capacidad de aprender, adquirir más sencillamente conocimientos, destrezas, habilidades y hábitos que le permitan ajustarse con relativa facilidad a los cambios que se producen día a día en el campo científico.

La percepción es considerada una función psíquica que permite al individuo, a través de los sentidos, receptor, elaborar e interpretar la información que proviene de su entorno.

Entonces la percepción es el resultado de la unión de las sensaciones obtenidas y de la información de las experiencias anteriores, por lo que se puede mencionar que es una estructura total, una estructura de conjunto, organizadas según las leyes geométricas de espacio, orden, simetría, regularidad, proporcionalidad, etc. Cuando se trata de la percepción de figuras toman mayor importancia las figuras simétricas. “La percepción es susceptible de verse afectada por nuestros modos de pensar, por nuestras actitudes, estados emocionales, apetencias o deseos en un momento dado, de tal manera que muchas veces percibimos muy equívocamente, aquello que estamos esperando percibir”. (Lovell 24)

El uso de palabras para representar toda clase de objetos, cualidades o acontecimientos, es lo que se conoce como concepto, el mismo que es de



suma importancia para el conocimiento mental. Para crear un concepto el niño debe saber discriminar o diferenciar las propiedades de los objetos o acontecimientos y de generalizar sus descubrimientos. Un ejemplo claro es el de las circunferencias de distintos diámetros, colores, y materiales, en donde lo común es la redondez del círculo, lo cual permite obtener el concepto, en otras palabras el discriminar o abstraer para generalizar, entonces se puede afirmar que para la formación de conceptos se debe seguir el proceso de percepción abstracción y generalización.

El manejo del método ensayo error para llegar a formar los conceptos fue utilizado con mayor frecuencia, pero esto ha ido evolucionando de tal manera que el material didáctico y la lluvia de ideas ha reemplazado dicho método.

Cuando se utiliza el lenguaje y los símbolos matemáticos, se obtienen los conceptos matemáticos, que son generalizaciones de ciertas clases de datos, al igual si se utilizan figuras geométricas, los conceptos tendrán mucha relación con la geometría, por lo que se formarán conceptos geométricos.

La teoría de Jean Piaget que se detalla más adelante, permite que se precise sobre la percepción relacionada al espacio, cuyo desarrollo empieza con el espacio propio que se refiere a conocer la ubicación de las partes del propio cuerpo, luego, con el espacio próximo que se refiere a conocer la ubicación del cuerpo en algún espacio determinado, y finalmente con el espacio lejano que se refiere a lo que se puede ubicar con la visión aunque no



se lo pueda tocar, De la misma manera aparte de la percepción espacial se puede analizar las relaciones espaciales que son:

- a) **Las topológicas** que son relaciones existentes entre el sujeto y el objeto, como las de relaciones de orientación, las relaciones de situación y las relaciones de distancia.
- b) **Las relaciones proyectivas** donde se encuentra el concepto de superficie, ya que se relaciona los objetos entre sí, en función a una perspectiva dada, y
- c) **Las relaciones Euclides** donde se relacionan los objetos entre si y al sistema de referencia o coordenadas, aparecen las medidas de longitud superficie y volumen. (Castañer y Camerino 82)

Muchos de los estudios del desarrollo intelectual se han basado en la teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget epistemólogo, psicólogo y biólogo suizo, que a través de la observación del crecimiento de sus hijos, consideró que los niños pasan por etapas específicas, etapas que se desenvuelven en un orden fijo, aunque la edad de los niños no sean exactamente iguales, pudiendo variar muy ligeramente de uno a otro.

A las etapas de desarrollo cognitivo Piaget las llamó periodos o estadios y son los siguientes:

2.2.1.1 Periodo Sensorio - Motor

En esta etapa de 0 a 2 años, el niño conoce lo que le rodea a través de lo que perciben sus sentidos y sus habilidades motoras, aprende por medio de



los reflejos, se puede también afirmar que se vive en un espacio orgánico postural, donde “se vive sin razonarlo”. (García, Franco y Gastón 21). Cuando haya cumplido aproximadamente año y medio ya podrá seguir sin mucha dificultad los movimientos de los objetos, podrá fijar su mirada en los lugares donde estuvo algún objeto que le haya llamado la atención, incluso puede ya buscar algún objeto que se lo guardaba constantemente en ese lugar, cabe mencionar que en este periodo el niño se encuentra en el espacio perceptivo donde el niño construye su propio espacio.

Si esto último lo desarrolla muy bien, le permitirá asimilar mucho mejor cuando eventualmente sus padres se alejen de él. En este periodo los niños perciben con los sentidos de la audición y visión para obtener un conocimiento más cercano de lo que es el mundo a través de las experiencias que va adquiriendo día a día. Una de las formas que comienza a utilizar el niño para acrecentar su conocimiento y conducta es la imitación de las personas que muy comúnmente están a su alrededor. De la misma manera comienza a desarrollar ciertas funciones cognitivas como la memoria y el pensamiento.

Este periodo sensorio motriz se puede subdividir en otras seis subetapas

2.2.1.2 Actividad Refleja.

Desde el nacimiento hasta 1 mes de vida, es una subetapa donde se caracteriza el reflejo innato o adquirido, aunque no existe casi nada de adquisición de conocimiento, marca la pauta para el inicio del desarrollo cognitivo.



El reflejo no es más que una respuesta automática e involuntaria que ejecuta un ser vivo ante la presencia de cierto estímulo, esta respuesta puede darse como movimiento o la activación de alguna glándula.

Un reflejo que incluye el movimiento, puede ser el de presión, este se ejecuta cuando sobre la palma del niño se coloca o empuja un objeto, acto seguido la palma de la mano del niño, involuntariamente se cierra, “el reflejo de presión desaparece alrededor de los cinco meses de vida” (Johnson’s 13). Otros ejemplos son el de succión como instinto de alimentación, de hociqueo cuando se acerca algo a sus mejillas, de deglución, respiración, de excreción, etc. Como ejemplo del reflejo acondicionado se podría decir el de defensa, de orientación, de reflejo de sobresalto o abrazo conocido como Moro, etc.

2.2.1.3 Reacciones circulares primarias

En esta subetapa, que va desde 1 a 4 meses y medio, conocida también como desarrollo de esquemas, se caracteriza por las primeras adaptaciones conseguidas desde el inicio de su vida y que poco a poco se tornan voluntarias ya que le produjeron placer, como la succión de su dedo que inclusive es intrauterino, u otros objetos que replacen al pezón, es decir comienza a adquirir hábitos que cumple ciertas funciones de mantener ciertas conductas inteligentes o descubrir nuevas.

2.2.1.4 Reacciones circulares secundarias

En esta subetapa, que se desarrolla desde 4 meses y medio a 8 o 9 meses, la principal característica es el de combinar el movimiento con la visión,



el niño comienza a realizar presión sobre los objetos de una manera controlada con la finalidad de supervisar el movimiento de sus dedos para mover objetos, aprendiendo de esta manera lo que puede realizar de forma voluntaria, es decir, puede ahora dirigirse al ambiente externo para explorarlo y obtener información de este, permitiéndole descubrir procedimientos para reproducir ciertos hechos. De esta manera se forman los primeros hábitos organizados y mejora su percepción, pues si le escondemos parcialmente un juguete él lo buscara, proceso conocido como esquema de permanencia.

2.2.1.5 Coordinación de esquemas secundarios

Subetapa que va desde los 8 o 9 a 12 meses, donde se efectúa una conducta intencional, pues el niño ya es capaz de descubrir algún objeto deseado y pensar cómo conseguirlo, comienza a imitar ciertas cosas, también logra ya anticipaciones un poco independientes.

2.2.1.6 Reacciones circulares terciarias

En esta subetapa, que se desenvuelve desde 12 a 18 meses, es de novedad y exploración, tiene el mismo proceso anterior pero el niño incrementa más su ingenio para la consecución de su objetivo, empieza a usar el método ensayo – error, comienza a poner en primer plano la conducta de la experimentación sobre su entorno, tiene una mejor idea del espacio que lo rodea, tiene idea de que un objeto existe aunque no sea visible, y lo puede buscar en diferentes lugares, es decir un esquema de permanencia.



El niño empieza a variar en forma deliberada y sistemática su conducta, entreteniéndose con estas nuevas acciones y a su vez desarrollando su conocimiento con las consecuencias que estas acciones producen.

2.2.1.7 Aparición incipiente del pensamiento simbólico

En esta subetapa de los 18 a los 24 meses, prima las combinaciones mentales, pues entra en vigencia la invención de nuevos medios para la consecución de los objetivos, empieza la imaginación en los juegos, como usar una escoba a modo de caballo, por lo que existe un gran avance en el desarrollo de lo cognitivo, ahora puede pensar y actuar con su alrededor usando ya lo que ha adquirido en forma mejorada mentalmente y no sólo al tanteo, puede ya describir un objeto de forma elemental, es decir, no solamente tener una noción de objeto, sino los conceptos de espacio, tiempo y casualidad, puede encontrar objetos que fueron depositados sin que los haya visto cuando los colocaron, actuando de manera inteligente, ya puede determinar la relación causa - efecto.

Ahora el niño usa mucho la imaginación, puede copiar una acción sin que suceda ese instante, tiene una función simbólica en sus juegos, propone situaciones imaginarias.

2.2.1.8 Periodo Preoperatorio

En esta etapa, de 2 a 7 años, el niño ya con la función simbólica o semiótica, puede a través de palabras representar lugares y objetos, es capaz de imitar dibujos y especialmente el lenguaje, puede aprender números,



comprender que un objeto es el mismo aunque su forma haya cambiado, puede relacionar dos actividades como prender y apagar la luz o el radio. En este periodo no percibe aún todos los aspectos de una situación, ya que sólo puede pensar en un solo aspecto. Tampoco entiende que una sustancia como el agua pueda cambiar de un estado al otro y regresar al inicial sin problema alguno, es egocéntrico por lo que no acepta fácilmente el punto de vista de otra persona, a menudo se convence que ciertos eventos acontecen porque él lo ha protagonizado.

En este periodo el niño usa mucho el pensamiento intuitivo, no deja de lado los aspectos superficiales, solo al final de éste adquiere un pensamiento lógico que les permite avanzar en sus conocimientos, si bien es cierto se mantiene el espacio perceptivo, pero este de manera más compleja, ya que desde los 2 a 4 años reconoce objetos sencillos, pero no reconoce correctamente las formas, pues si se le presenta un semicírculo, lo relaciona con un triángulo, que lo dibuja con dificultad y con bastante ayuda .

Luego desde los 4 a los 7 años, ya reconoce formas euclidianas, superficies con agujeros o con aberturas, figuras cerradas, etc. reconoce el círculo y la elipse, que ya puede dibujarlos, el problema que presenta en esta etapa es reconocer y graficar el ángulo, como por ejemplo al graficar un cuadrado, los lados aparecen como curvas y el ángulo es más o menos recto.

2.2.1.9 Periodo de operaciones concretas

Desde 7 a 11 años, en este periodo ya su pensamiento es más lógico, maneja mejor los números, empieza a desaparecer gradualmente el



egocentrismo y acepta otros criterios, se ponen el lugar de los demás, ya entiende que si el agua cambia de estado puede volver a su estado inicial, agrupa los diferentes objetos de acuerdo a sus características.

En este periodo el niño, empieza a distinguir que la forma es indistinta a las características que pueda tener el objeto, como su composición, peso, etc. hecho que se le conoce como las operaciones concretas, lo cual indica que “el niño aun no adquirió la potencialidad propia del pensamiento adulto, que es capaz de efectuar no sólo operaciones concretas sino también operaciones formarles, las que requieren abstracción”. (Cosacov, 234)

El niño adquiere la capacidad intelectual de conservar los objetos, inicialmente con respecto a su composición, luego al peso, posteriormente al volumen, además, ya usa operaciones numéricas para resolver algunos problemas, el uso de símbolos en forma lógica le permite generalizar algunas cosas muy acertadamente.

En esta etapa se registra ya coordinación operacional, considerando que se puede volver al punto de partida e integra algunos aspectos que se tengan en común. Lo que se pretende es poner un punto de referencia, a donde el niño pueda retornar.

2.2.1.10 Periodo de operaciones formales

En esta etapa desde los 12 años en adelante, el joven ya empieza no sólo a pensar en forma concreta, sino también en forma abstracta y a utilizar la lógica formal, comprende mejor al mundo y puede entender la aplicación de la



idea de causa efecto. En esta etapa final del desarrollo cognitivo, se empieza a formular hipótesis y tratar de demostrar su veracidad. En esta etapa de las operaciones formales, que se refiere a las proposiciones, las figuras geométricas son diferenciadas por sus características, como líneas paralelas, líneas perpendiculares, congruencia de lados, congruencia de ángulos, etc.

El adolescente en esta etapa, también, puede razonar en contra de los hechos y encontrar la respuesta correcta, aunque existen algunos individuos que se demoran en llegar a ella.

“El desarrollo cognitivo en la adolescencia es una de las áreas de maduración menos patente para los observadores. No hay signos externos o visibles para evidenciar lo que está sucediendo” (Coleman y Hendry 44), pero se va dando poco a poco y de esa manera se va independizando y logrando la madurez requerida.

El pensamiento formal, según Piaget se desarrolló en diferentes áreas de la adolescencia. “El efecto de los logros intelectuales del adolescente no está ilimitado necesariamente por el área de problemas específicos por resolver”, (Ardila 10) sino puede incluirse también el área emocional, pues muchas de las veces estar sujeto a ideales abstractos.

El adolescente, en algunas ocasiones confunde el saber con el conocer, pues hay que diferenciar estos aspectos. No es lo mismo que el individuo sepa, que conozca; pues éste puede conocer a muchas personas, y no saber nada acerca de ellas, “el saber se constituye con el crecimiento de la inteligencia a través de los hábitos intelectuales”. (Ros 10). Para que el saber tenga sentido,



el adolescente debe esforzarse para alcanzar un auténtico desarrollo intelectual.

2.3 El aprendizaje

Inicialmente se consideraba que el aprendizaje no era más que aquello de cómo el individuo percibía el “mundo que lo rodea”, (Santana y Torres 33) y en qué medida podía interactuar. Posteriormente se cambió y se comenzó a considerar como la transformación del comportamiento, pues se aprende a hablar español cuando la familia lo habla, se aprende a sumar por su necesidad, se aprende a seguir cierto camino para llegar a un lugar determinado, se utiliza el conocimiento de ciertas figuras geométricas para la construcción, se aprende a tener ciertas confianzas con algunos individuos, mientras que con otros se es apático, etc. por lo que el aprendizaje no se lo puede considerar como sabiduría, instrucción o conocimiento, sino que va mucho más allá.

Existen muchas definiciones sobre el aprendizaje entre ellas se tiene las siguientes:

La definición de Hunter en 1934 y de la de Hovland en 1937 tiene el mismo fundamento, por lo que consideran que el aprendizaje se realiza cuando existe una “tendencia a mejorar con la ejecución”. (Ardila 18)

Los principios de la psicología Gestalt, que surgió en Alemania, cuya palabra significa forma, en otras palabras la psicología de la forma, tenía como idea que la mente a través de los elementos completa la figura, por lo que se



puede expresar que está relacionado al axioma: El todo es mayor que la suma de sus partes, Su representante Kurt Koffka considera que “el aprendizaje es un fenómeno cognoscitivo que comprende la percepción de cosas, gente o acontecimientos de manera diferente. (Schunk 55)

Uno de los representantes del conductismo es Watson, quien considera que el aprendizaje no es más que la respuesta a un estímulo dado. De la misma manera Thorndike considera que “el aprendizaje se produce gracias a la conexión entre estímulos y respuestas” (Lahiry y Simpson 103)

Uno de los pioneros del aprendizaje cognoscitivo, considerado como un proceso mental, que no puede ser observado, fue Tolman, quien” llamó aprendizaje latente al aprendizaje que no es aparente porque todavía no se demuestra”, (Morris y Maisto 173)

Dentro del cognitivo podemos señalar también a Bruner, para quien “el aprendizaje es un proceso de conocimiento que tiene lugar de forma inductiva”. (Navas 87)

Lo mencionado, se refiere a lo que se le conoce como aprendizaje por descubrimiento, donde se parte de lo específico para llegar a lo general, cabe recalcar, que para que se realice este aprendizaje el individuo debe combinar la información anterior con la nueva, y de esta manera obtener algo en común o relacionado entre sí.

Mientras Greeno, Collins y Resnik en 1996 sostienen que el aprendizaje es como “La transformación de los conocimientos significativos que ya



poseemos, y no la simple adquisición de cosas que se escriben sobre hojas en blanco” (Citado por Woolfolk 236)

Para Robert Gagne el aprendizaje es “un cambio de las disposiciones o capacidades humanas, con carácter relativamente estable y que no es atribuible simplemente al proceso de desarrollo”. (Lamata at el 83)

Basado principalmente en el aprendizaje sociocultural, Lev Vigotsky precursor del desarrollo próximo y de la mediación, según sus teorías “el aprendizaje es un proceso puramente externo, paralelo en cierto modo al proceso de desarrollo del niño, pero que no participa activamente en éste y no lo modifica en absoluto”. (Luria 23)

Pero dentro de esta corriente no podemos descuidar la teoría de Piaget quien considera que “el desarrollo del conocimiento está relacionado con la evolución fisiológica del cerebro, y el aprendizaje se produce mediante la actividad física directa con las cosas que están a nuestro alrededor. Los pensamientos son acciones interiorizadas y no palabras” (Harnen 98)

La teoría de Piaget, se fundamenta mucho en que el conocimiento es construido por el individuo, por lo que al “aprendizaje, lo define como un proceso de reorganización cognitiva”. (Ruiz 57)

Una definición, que tiene la gran posibilidad de tener aceptación es: “aprendizaje es un cambio relativamente permanente del comportamiento que ocurre como resultado de la práctica”. (Ardila 18).



Se dice un cambio porque va a modificar la conducta del individuo mediante algunos procesos. Relativamente permanente se refiere a que lo que se aprende no perdura para toda la vida sino que se puede olvidar, ya que el tiempo se encarga de hacer olvidar. En cuanto a la práctica, ésta es muy indispensable, ya que mediante ella se puede aprender y fijar aunque sea momentáneamente cualquier conocimiento o experiencia.

Siempre se debe considerar que el aprendizaje, aparte de que es un proceso intelectual, también va acompañado de la parte emocional, razón por la cual un docente, debe precautelar la manera de impartir los conocimientos, pues estos pueden ser tomados por el estudiante en forma positiva o en forma negativa, según como lo haga ver el que los enseña. De aquí que una de las principales funciones de un docente es convertir lo que se va enseñar en algo muy atractivo, “y reforzar el comportamiento apropiado del estudiante para moldear su comportamiento en la dirección deseada”. (Ardila 32)

La enseñanza es la acción que conduce el aprendizaje, por lo que el docente se convierte en el guía del proceso de enseñanza – aprendizaje, en donde se deberá plantear al estudiante diferentes problemáticas para crear en él un desequilibrio , lo que le llevará a implantar cosas nuevas a inventarlas para solventar las necesidades adquiridas.

Luego con el pasar del tiempo el estudiante comenzará a investigar por sí mismo, se convertirá en un individuo que podrá llegar a la crítica, que necesitará confirmar fehacientemente y no aceptar toda la información que se le presente.



La concepción del proceso de enseñanza y aprendizaje se ha ido modificando con el tiempo pues inicialmente se creía que para este proceso se tenía que usar mucho la memoria, en donde el docente simplemente exponía y el estudiante debía repetir exactamente los conceptos expuestos por su maestro, o lo que se encontraban en los textos. Luego se consideró a este proceso como el mecanismo donde el estudiante primero utilizaba la reflexión comprensiva y luego la memorización de lo comprendido, y finalmente la aplicación de lo comprendido y memorizado.

Más adelante la concepción de este proceso se modificó, pues el maestro ya no es solamente un mero informador, sino que ahora la explicación que dirija a sus estudiantes será como un indicio, lo que se convierte en el inicio de su aprendizaje por lo que no servirá para integrarlo y permitir que éste se aplique en forma precisa.

Se puede afirmar que el proceso de aprendizaje del estudiante es complicado ya que los procedimientos, orientación y vigilancia estarán propuestos por el docente del aula, y los contenidos que deben estar en forma sistemática, deberán estar relacionados en forma implícita, lo que convierte al aprendizaje en pausado, progresivo y complejo.

Se inicia con nociones muy pequeñas, se podría decir simples, para luego pasar a una etapa de discriminación en donde se analizará cada parte del todo en forma detallada y precisa, posteriormente se pasa a una etapa de integración, se pone en evidencia los aspectos más fundamentales de los conocimientos dados, las relaciones que estos tienen entre sí, y de la



importancia de los conceptos, datos y hechos ya indagados, para de una manera coherente integrarlos en un todo muy significativo. Finalmente este todo se tiene que consolidar o fijar de tal manera que sea parte de los conocimientos propios de los estudiantes, es decir fijarse en su esquema mental.

Para la adquisición de conocimientos es mucho mejor que repetir mecánicamente algo, el efectuar ese algo, según Benjamín Franklin: "Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo.". O según Confucio "oigo y olvido. Veo y aprendo. Hago y entiendo", por lo que inicialmente el estudiante debe comenzar observando sobre los hechos, luego, buscar cómo realizar varias experiencias, plantear hipótesis, comprobarlas y anotar sus resultados.

A continuación de consultar con la web, libros, revistas, documentos sobre los hechos para aclararlos un poco más, tomar notas, organizar mapas conceptuales, cuadros comparativos, fichas, definiciones, figuras geométricas, etc. Entonces una vez hecho esto, formula preguntas o dudas, que serán discutidos entre los estudiantes, objetándolas o aclarándolas para compararlas y verificarlas entre ellos, logrando así realizar ejercicios de aplicación, ensayos que con ayuda del docente podrán develar sus dudas y encontrar soluciones. Esto les va a permitir responder correctamente a algunas interrogantes resolver problemas, e identifican errores incluyendo los suyos para corregirlos a tiempo.

Se puede aseverar que la manera en que aprendemos depende de cómo se adquiere, procesa y emplea la información, cada persona aprende de



forma distinta de las demás, utiliza distintas estrategias, con diverso ritmo, y con mayor o menor eficacia, aunque tenga las mismas motivaciones, el mismo nivel de instrucción, la misma edad o esté estudiando el mismo tema que otros. Esta separación en fases se le puede considerar como ficticia, pues en la práctica los tres procesos que se mencionaron anteriormente se confunden entre sí y están estrechamente relacionados.

2.3.1 Formas de aprender

Los seres humanos aprenden de distintas formas, cada individuo usa diferentes mecanismos, los cuales dependen de cómo se obtiene y se precise la información, de cómo la escoge y la guarda, y cómo la utilice.

La forma de cómo la obtiene y precise la información depende de los sentidos que usa como el olfato, la vista, el oído, el tacto o el gusto, los cuales llevan cierta información, que tendrá cierto parecido, ya que el desarrollo de cada sentido es diferente en cada uno de los individuos.

La forma de cómo la escoge y guarda, es más específica en cada individuo, pues aunque tenga la misma información y que lleve el mismo proceso para escogerlo, la forma de guardarla u organizarla tiene su toque personal en cada individuo, pues algunos lo realizan de forma lógica, es decir, de manera secuencial y lineal, mientras que otros de forma holística, es decir, de forma global. Esto es debido a que para algunos individuos, es más importante las partes que el todo y para otros es lo inverso.



De cómo utilice lo obtenido aún es más independiente, pues dependerá de las experiencias que tenga de sí mismo o de otras personas, que le llevarán a reflexionar y obtener conclusiones, que le permitan aprender algo nuevo.

Esto lleva entonces a definir las formas y estilos de aprendizaje:

2.3.1.1 Aprendizaje racional

Este aprendizaje es eminentemente intelectual, exige el uso mental para aprender algo en forma secuencial, su finalidad es la obtención y conservación de información junto con su adecuada comprensión.

Este aprendizaje le permite al individuo la obtención de conceptos, los mismos que se fundamentan en la abstracción y la generalización, que son dos procesos mentales. “La abstracción permite aislar determinados elementos o propiedades de un objeto o proceso y destacarlo frente a otros”. (Rodríguez 59) Si estos elementos o propiedades se repiten en otros objetos o procesos se los puede generalizar, consiguiendo de esta manera los conceptos que posiblemente contienen palabras técnicas, cobrando así mucha importancia el vocabulario de éstas para cada una de las asignaturas.

Se encuentra también “el proceso de juicio, es decir la comparación identificación, discriminación y discernimiento de ideas que se expresan en forma de reglas, principios y leyes”. (Kelly 247)

De la misma manera a través de varios razonamientos se tendrá una correcta conjetura, que permita que se generalice las ideas y facilite examinar las dificultades que se presenten y la solución que se puedan dar a éstas,



logrando de esta manera que se integren los nuevos conocimientos con los que ya se tenía con anterioridad.

La primera fuente de conocimiento es la sensación, la cual es obtenida a través de los órganos sensoriales, haciendo que se obtenga información sobre el mundo que lo rodea, y gracias a la percepción que tienen los individuos, puede ser descifrada y dar una interpretación de esa sensación, razón por la cual la percepción puede ser considerada como la base de todo conocimiento.

La formación y la organización de la información, por medio de la imaginación de las representaciones, van quedando grabadas en la mente del individuo, lo que permite que puedan ser recordadas como sus experiencias, y gracias a ello conjuntamente con el aporte de nuevas situaciones se va acrecentando el conocimiento

No se puede dejar de lado la concepción de que existen también experiencias sensoriales inteligibles, por lo que el intelecto abstrae las características esenciales de aquella información obtenida por los sentidos, convirtiéndolos en conceptos que pueden decirse que son el punto de partida del conocimiento, que posteriormente luego de un análisis muy detallado se convierten en juicios, y luego de un proceso de razonamiento se obtiene conclusiones que vienen a ser la clave del aprendizaje racional.

Existe dos tipos de razonamiento: el inductivo y el deductivo. El primero utiliza los juicios de ciertos casos particulares para formar una regla o principio de algo que estos casos tengan en común. El segundo en cambio va desde una regla, ley o principio a un caso en particular. Esto dos razonamientos



quedan muy claros al decir que para el desarrollo de reglas o principios se usa el inductivo, y en la aplicación de estas reglas o principios se usa el deductivo.

Finalmente el aprendizaje racional tiene mucha importancia en la retención y permanencia mental de cualquier objeto, hecho, principio o ley dentro del orden natural o sobrenatural.

2.3.1.2 Aprendizaje motor

Este aprendizaje tiene relación con la habilidad del individuo, y el desarrollo de la misma según sus generaciones. Esta habilidad se consigue después de una larga discriminación de los movimientos muy bien logrados, al inicio los movimientos en un niño son groseros y faltos de coordinación, posteriormente al ir eliminando los movimientos que no son satisfactorios con los que si los son, y luego de una práctica constante de los movimientos satisfactorios, éstos se convierten en la habilidad del individuo que lo ejecuta correctamente.

El aprendizaje motor es utilizado sobre todo en las actividades escolares, como por ejemplo la habilidad para dibujar, escribir, realizar cierto deporte, usar instrumentos musicales entre otros, por lo que la labor del maestro debe estar dirigida a integrar esto con la dirección verbal, reproducción y demostración correcta. Si esta habilidad cada vez es pulida se va a convertir en una destreza que el estudiante podrá usarla sin ninguna dificultad.



2.3.1.3 Aprendizaje asociativo

La correlación entre el estímulo y la respuesta que se dé a este estímulo del cerebro se conoce como aprendizaje asociativo, es decir que dicho aprendizaje tiene que ver mucho con la memorización, ya que es considerado como la adquisición y retención de hechos e información.

Al escuchar música o percibir algún olor en específico y relacionar esto con algún hecho en particular, se considera entonces el aprendizaje asociativo, que es importante porque permite en la educación la relación o la asociación con la memoria para usar muy bien ciertos elementos, como por ejemplo dentro de la Ortografía, las Matemáticas, los idiomas, los hechos históricos, etc. Para que el estudiante tenga algo significativo y pueda guardar en su mente, debe tenerse en consideración la secuencia, el de articular los conocimientos con experiencias o conocimientos previos, provocar relaciones que tengan contigüidad, contraste y semejanza. Cabe recalcar que los conocimientos deben ser secuenciales y no existir ningún vacío, para vencer la dificultad que se presente con mayor facilidad.

2.3.1.4 Aprendizaje apreciativo

Cuando el ser humano combina los procesos intelectuales con los emotivos, dando importancia no solamente a lo cognitivo sino de igual forma a las actitudes y gustos, se está frente a un aprendizaje apreciativo. Este aprendizaje “puede definirse también como la formación de la estimativa que nos capacita para apreciar los valores morales, religiosos, jurídicos, económicos y sociales”. (Mora y Guadalupe.25)



Dentro de la educación, el obtener un gusto por ciertos aspectos que da la enseñanza y las experiencias, llevan a apreciar más ciertas materias, donde le permiten inclusive usar la imaginación y la capacidad creativa, lo que está venida a menos por la falta de lectura y coordinación de actividades durante las horas de asueto.

Entre los estilos de aprendizaje los más comunes son:

2.3.1.5 Aprendizaje memorístico

Esta forma básica y más rudimentaria usada por la escuela tradicional, que consiste en la repetición de conocimientos sin que los estudiantes los comprendan o los relacionen con sus conocimientos previos, no encuentra significado a los contenidos.

Éste puede ser usado por ejemplo para memorizar ciertos números como de su cedula, números de páginas de un libro, números de teléfonos, etc.

2.3.1.6 Aprendizaje receptivo

Éste se produce cuando el individuo recibe los conocimientos y puede comprenderlos, pero no le permite descubrir algo en base a ellos. Los estudiantes son pasivos, conformistas y repetidores de los conocimientos, ya que los mismos son entregados con rapidez debido a que el estudiante dispone de libros, audiovisuales y ordenadores.



2.3.1.7 Aprendizaje por descubrimiento

Cuando se les motiva a los estudiantes para que ellos descubran las relaciones que puedan tener los diferentes conocimientos, y que en base a ellos puedan construir proposiciones, se está frente al aprendizaje por descubrimiento. En este aprendizaje el maestro deberá presentar todos los instrumentos indispensables para que los estudiantes descubran lo que esperan aprender.

Según Bruner este tipo de aprendizaje puede ser por descubrimiento inductivo, en donde el individuo parte de conocimientos específicos para llegar a un concepto o generalización, por descubrimiento deductivo, que es lo contrario de lo anterior, pues se parte de una idea general para obtener enunciados específicos, y, descubrimiento transductivo, donde a través de la comparación o relación entre dos objetos diferentes se encuentran algunas semejanzas.

2.3.1.8 Aprendizaje significativo

Lo que prima en este aprendizaje es que los conocimientos nuevos se integren con los conocimientos previos, obteniendo así que se integren a la estructura cognitiva y a la memoria de largo plazo.

Según el psicólogo y pedagogo David Paul Ausubel para que este aprendizaje sea eficaz se debe tener presente que: Las habilidades, conductas, actitudes y contenidos deben estar bien organizados para facilitar su asimilación.



El docente debe enseñar todo lo que contenga significado para el estudiante y el estudiante debe tener una predisposición para adquirir los nuevos conocimientos que solventaran sus necesidades actuales. Para ello el docente tiene que motivarlo para obtener su interés y fijar en él la idea que va a lograrlo.

Para que el estudiante pueda llegar a obtener su conocimiento, es importante una plataforma sólida, el establecimiento de relaciones propias para realizar el aprendizaje, y el medio donde se da el aprendizaje.

2.4 El aprendizaje desde la teoría constructivista

En la teoría constructivista el proceso de aprendizaje es activo, debido a que la participación del estudiante es primordial, ya que es quien tiene que construir o reconstruir sus conocimientos, y no ser sólo un receptor.

El elemento mediador, sobre todo dentro de la teoría sociocultural de Vigotsky, siempre está presente en el proceso de enseñanza – aprendizaje, entonces el docente dentro de este aprendizaje es considerado como mediador, guiando al estudiante a “la autorreflexión, al autoconocimiento, y a la elaboración de su proyecto de vida, modelando y clarificando los valores” (Ortiz 286), por lo que, el docente tiene que conocer acerca de las necesidades de cada uno de sus estudiantes.

Existen algunos autores teóricos cognitivos que consideran que para que exista un verdadero aprendizaje, debe existir un desequilibrio en su comprensión y que el medio ambiente tiene mucho que ver en este proceso. “El



constructivismo en sí mismo tiene muchas variaciones, tales como aprendizaje generativo, aprendizaje cognoscitivo, aprendizaje basado en problemas, aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje contextualizado y construcción del conocimiento”.(Tizón 9)

Indistintamente de esta variación lo que constructivismo pretende es que el estudiante explore nuevos conocimientos mediante el uso de sus habilidades para que el aprendizaje se incorpore a la memoria de largo plazo, es decir construir su propio conocimiento.

Las teorías más representativas en las que se basa el constructivismo, y se produzca el nuevo conocimiento son: Que el individuo interactúe con el objeto del conocimiento según Piaget, que el individuo interactúe con otros según Vygotsky, que el nuevo conocimiento sea significativo para el individuo según Ausubel. Esto va acompañado de los tres aspectos, lo conceptual o el conocimiento adquirido o saber, lo procedimental con la perspectiva del proceso mental o saber hacer, y lo Actitudinal o el significado que resulta de los anteriores o saber ser.

La teoría del constructivismo se formalizo con Jean Piaget, que al preocuparse de cómo los individuos adquieren los conocimientos, considero que el conocimiento se construye desde adentro y la comprensión con su medio ambiente, relacionando el conocimiento que tiene con la nueva información, este autor considera importante entonces el conocimiento como construcción, el proceso de equilibrar y construir los esquemas, y los niveles del desarrollo cognitivo.



Piaget considera que el cambio del esquema cognitivo o psicológico es constante, pues los individuos construyen su conocimiento al interactuar con el medio, cuando estos esquemas tienen una relación se equilibran lo que permite al individuo crear un nuevo esquema. Cada vez los esquemas cognitivos se van haciendo más complejos, lo que provoca que el individuo actúe de manera distinta con el medio, esto es conocido por el autor mencionado como los niveles del desarrollo cognitivo.

La epistemología de Piaget está dirigida en dos sentidos, la asimilación, que es adaptar lo nuevo a lo anterior, y la acomodación que es equilibrar lo anterior con lo nuevo, basándose en que todos los individuos tienen que adaptarse a su medio y para ello necesitan entrar en desequilibrio, luego ajustarse al cambio hasta llegar al equilibrio.

La asimilación y la acomodación no siempre se encuentran en equilibrio, pues uno de los procesos puede estar sobre el otro, por ejemplo si un individuo aprende algo de memoria, sin que este conocimiento haya sido adquirido a través de un conocimiento previo, este conocimiento no tendrá significación en el individuo, por lo que se aislará provocando que no se lo aplique a situaciones nuevas, entonces pronto será inducido al olvido.

Para Ausubel, la mera repetición mecánica de elementos por parte del individuo no es muy eficaz, su aportación al constructivismo “ha consistido en conceptualizar el aprendizaje como una actividad significativa para la persona que aprende”. (Carretero 31)



Para este teórico la comprensión de los contenidos garantiza que exista un buen aprendizaje, ya que se aprende de forma significativa sólo cuando los conocimientos se construyen en base a la solidez de los conocimientos previos, lo que hace que para la evaluación no sea sólo importante la respuesta correcta, sino también el por qué de la respuesta, es decir el análisis de dicha respuesta.

Entre el aprendizaje significativo y el aprendizaje por repetición, la diferencia según Ausubel, está “en último término, a la cantidad y calidad de los vínculos que es posible establecer entre el nuevo contenido de aprendizaje y los conocimientos previos” (Zabala 77), entonces, el aprendizaje no sólo es afectado por lo externo, sino que también tiene mucha importancia los procesos internos del individuo.

Otro concepto es el de organizadores previos, donde el individuo que va a aprender debe tener un concepto previo que tiene que crearlo; es decir se trata de los puentes cognitivos que permite el paso de conocimientos simples o erróneos a otros más elaborados, facilitando de esta manera la enseñanza Receptivo - Significativa.

El docente para poder conocer cuáles son los conocimientos previos del estudiante, puede usar la técnica de la lluvia de ideas, preguntas directas u otras, luego, para incluir conocimientos nuevos, debe buscar contenidos que estén dentro de su capacidad cognoscitiva, de su experiencia y de su realidad.



Para Ausubel el aprendizaje significativo sucede cuando existen dos condiciones “la disposición del alumno o su motivación, y la potencialidad significativa del material sobre el que se trabaja”. (Zarzar 28)

La primera condición es muy necesaria pues si el estudiante no quiere estudiar, peor aprender, solamente cumplirá lo necesario para no tener ningún problema.

La segunda condición de que el material sea potencialmente significativo, se refiere a que éste sea coherente, lógico y secuencial, que esté adecuado al año de escolaridad, edad y etapa cognitiva del estudiante, junto a esto el estudiante debe trabajar activa y directamente.

Es importante señalar aquí que Novak, seguidor de Ausubel creó una herramienta llamada mapas conceptuales, que es la proyección práctica del aprendizaje significativo, convirtiéndose en una técnica o método para que el estudiante pueda comprender los conocimientos y relacionarlos con los que dispone al momento.

Esta técnica es “una representación jerárquica, gráfica y esquemática, donde se organizan las relaciones significativas que se establecen entre los conceptos claves de un tema o bloque de contenido, es decir, se presentan los conceptos relacionados y organizados jerárquicamente”. (Cabero Gisbert 62)

Además, se debe considerar que existen tres elementos fundamentales que conforman los mapas conceptuales que son: los conceptos, las proposiciones y palabras de enlace.



El primer elemento mencionado, los conceptos, está relacionado a los acontecimientos y objetos mentales, que por norma general tienen un significado; el segundo las proposiciones, son la unión de dos o más conceptos, que se constituyen en la unidad semántica, la misma que tiene un valor de verdad; el tercer elemento son las palabras de enlace, que como su nombre lo dice unen los conceptos y la relación existente entre ellos.

Vygotsky, luego de haber estudiado mucho de cómo los individuos mejoran en sus tareas cuando dan uso de una herramienta psicológica, que la llamó mediador y la aplicación del método que lo llamó instrumental, mismos que les permite construir desde el mundo que los rodea e incorporarlos a sus mentes, lo que se conoce como interiorización.

El desarrollo de funciones psicológicas superiores del ser humano, como el pensamiento, razonamiento, etc. “se adquieren primero en un contexto social y luego se interiorizan. Pero precisamente esta interiorización es producto del uso de un comportamiento cognitivo en un contexto social”. (Carretero 28)

El ser humano aprende a pensar, a memorizar, a percibir el mundo, etc., gracias a la ayuda de otros seres humanos, o en otras palabras gracias a la mediación instrumental, que tiene mucha relación con la mediación social.

Vygotsky con su ley genética general del desarrollo cultural, relaciona las funciones psicológicas superiores de otros con el individual, ya que “deduce que la estructura del funcionamiento interpsicológico tendrá un enorme impacto sobre la estructura del funcionamiento intrapsicológico resultante” (Dubrovsky, Alzamora, Blank, Castorina, Silvestri, Tolkachier 62)



Se debe considerar también la existencia de otra valiosa aportación a la educación, por parte de Vygotsky es la conocida Zona de desarrollo próximo, cuyo fundamento está relacionado con resolver un problema en el nivel real de desarrollo individual y el nivel de desarrollo potencial con el apoyo de otros individuos.

En esta teoría el docente es un mediador social, de la misma forma los estudiantes pueden convertirse en mediadores sociales, cuando los conocimientos son transmitidos entre ellos, creando de esta manera un clima interactivo a través del trabajo cooperativo. Si además, a esto se le incrementa los mediadores instrumentales, como los recursos educativos y materiales didácticos adecuados, el aprendizaje del estudiante se incrementa con facilidad.

2.5 Aprendizaje de las Matemáticas

Se considera que el aprendizaje de las Matemáticas data desde hace muchos años atrás, por la necesidad de medir el tiempo, realizar conteos, efectuar mediciones, diferenciar las formas, y muchas cosas más. Situación que se puede afirmar por los descubrimientos realizados, tales como las rocas halladas en las cuevas de Sudáfrica, las mismas que poseen hendiduras de forma geométrica.

Las Matemáticas fueron creadas por individuos debido a la necesidad de comprender y desenvolverse dentro de un medio cercano, para ello ha utilizado algunas herramientas como los símbolos, aunque de diferentes características en dependencia de cada pueblo.



Según esto las Matemáticas no solamente están constituidas por operaciones aritméticas, la medida y sus unidades, formas geométricas y sus aplicaciones, sino por mucho más, ya que una de sus finalidades es la de que el individuo pueda sustentarse y progresar dentro de su medio con mayor facilidad, aunque a la Matemática se la considere como una asignatura que reviste mayor dificultad que las demás para ser aprendida, por su nivel de abstracción, inclusive siendo la causa para que los estudiantes reprobren el año escolar.

Debido a lo mencionado anteriormente, se ha creado varios medios para tratar de que su aprendizaje sea lo más sencillo posible, aunque existen individuos que tienen ciertas dificultades naturales, que impiden que este aprendizaje sea aprovechado por los mismos, como la hiperactividad, el autismo, la discalculia., etc.

La Matemática posee ciertas características elementales que se pueden conocer, si se distingue: sus conceptos, las habilidades con las que se pueden llegar a ellas, cómo adquirirlas y cómo emplearlas en búsqueda de la solución de las dificultades que pueda encontrar un individuo.

Generalmente a la Matemática Elemental, se le ha considerado que está compuesta por la habilidad numérica, el cálculo aritmético, el uso de la aproximación, la medida, algunas nociones geométricas y la resolución de problemas, que muchas de las veces se la realizaba a través de la memorización, lo cual producía la dificultad de entender el uso de lo aprendido,



lo que provocaba una desmotivación para su aprendizaje y más bien se convertía en algo tedioso.

Cabe recordar que “a lo largo de la historia de la psicología, el estudio de las Matemáticas se ha realizado desde perspectivas diferentes, a veces enfrentadas, subsidiarias de la concepción del aprendizaje en la que se apoyan (Ruiz 2)”. Un ejemplo que evidencia aquello, es de que algunos individuos están convencidos que las Matemáticas se aprenden en base a la constante práctica y resolución de ejercicios, mientras que otros tenían el convencimiento de que para aprender las Matemáticas es necesario que se tenga conocimiento de los conceptos para luego de llevar un adecuado razonamiento, resolver los diferentes ejercicios planteados.

Según lo anotado se puede tomar en consideración a los siguientes autores como: Thorndike en 1903 y su teoría del aprendizaje que se enmarca dentro del conductismo, pues para este autor el aprendizaje es la asociación de estímulos y respuestas, por lo tanto el aprendizaje no es nada activo simplemente se remite a la repetición de la asociación estímulo- respuesta, aunque los conocimientos no estén encadenados, y sean solamente una reunión de diferentes partes aisladas. Para poder reforzar los nuevos conocimientos debería recurrir a la repetición y la memorización, sin tener que acudir a la parte conceptual, ni como está conformada la estructura de lo que se está aprendiendo.

En cambio Browell en 1935, se opone a la propuesta hecha por el autor anterior y apoya al cognitivismo, el cual considera que lo más importante para



el aprendizaje de la Matemática, es la comprensión de los conceptos, para luego realizar los cálculos, y no solamente como lo anterior, la aplicación de los cálculos, llegando de esta manera a obtener un aprendizaje significativo.

Piaget fue otro autor que estuvo en desacuerdo con la propuesta anterior, a través de uno de sus tipos de conocimiento como la lógica – matemática, que considera que lo más esencial para un buen aprendizaje de la Matemática es realizar primero un estudio de las relaciones construidas por el estudiante mediante las operaciones lógicas, las mismas que van a permitir la comprensión con mayor facilidad del número, de la medida, y de lo geométrico, ya que gracias a los conceptos se puede llegar a lo abstracto que es indispensable para esta disciplina. Aunque este autor, puso en segundo plano algunos aspectos como: la situación de la parte congénita, la influencia que tiene sobre el individuo las imágenes, los problemas que genera el aprendizaje de la matemática como tal, etc.

Cabe recalcar que los aportes que dio Piaget a las Matemáticas, en cuanto a las operaciones lógicas, permanecen vigentes todavía en las Matemáticas Básicas, convirtiéndose en un legado muy importante que se ha incorporado al mundo de la educación.

A parte del autor anterior, existen otros que apoyan la teoría constructivista como Ausubel con su término aprendizaje significativo que se opone a lo repetitivo, Bruner y Vygotsky que son parte de este aprendizaje constructivista, y que en conjunto con el mencionado anteriormente, pusieron también su aporte en relación al aprendizaje de las Matemáticas.



Consideraron que los conocimientos no deberían ser dados de una manera muy elaborada, sino que estos deberían ser descubiertos con ayuda del docente o compañeros con mayor preparación, teniendo siempre presente que lo que se hace permanece más tiempo en la mente; por supuesto, en esta parte interesándole más las destrezas y habilidades que puedan valer al individuo para resolver problemas de su vida.

Para el autor Ausubel el proceso de aprendizaje está dentro de dos dimensiones, la primera constituida por Aprendizaje Receptivo y Aprendizaje por Descubrimiento, la segunda formada por Aprendizaje Significativo y Aprendizaje de Fijación o Memorización. (Mazzeo 108 – 109)

En la primera dimensión, refiriéndose al primer aprendizaje, el estudiante debe comprender los conocimientos para poderlos reproducir de forma correcta, mientras que en el segundo aprendizaje el estudiante recibe muy poca información, pero, por su inquietud propia de la edad, tiene que descubrir lo que le interesa y luego obtener el conocimiento buscado.

En la segunda dimensión, en el aprendizaje mencionado, el estudiante debe construir su conocimiento, donde va a relacionar los conocimientos previos con los nuevos y obtener el conocimiento deseado. En cuanto al segundo aprendizaje, se refiere a que para poder realizar una fijación, es necesario que el estudiante efectúe una constante repetición del conocimiento hasta lograr memorizarlo.

Para el autor Jerome Bruner, si se enseña en forma honesta, los aprendizajes los deben lograr cualquier estudiante y a cualquier edad. Para que



ello suceda, según este autor, se debe tener en consideración que el estudiante debe estar siempre dispuesto a aprender, que exista una adecuada estructura de los conocimientos, que estos conocimientos tengan secuencia, y finalmente, que se disponga de un reforzamiento.

Tiene mucho interés en la ampliación cognitiva, por lo que presenta tres modalidades de representación: Enactiva a través de una acción, Icónica a través de una imagen, y Simbólica mediante un esquema abstracto (Orton 185 – 186).

El autor Lev Vygotsky con su teoría sociocultural, considera muy importante el desarrollo de las funciones psicológicas superiores, la mediación de los individuos más competentes, provocando la interacción entre los individuos, con ayuda de los instrumentos mediadores. Su teoría, también se fundamenta en la zona de desarrollo próximo, donde se puede diferenciar lo que el individuo puede hacer solo y lo que puede hacer con la ayuda de otros más expertos.

Otro autor como Dienes en 1977, consideró cuatro principios para elaborar una teoría del aprendizaje matemático:

Principio dinámico. El aprendizaje marcha de la experiencia al acto de categorización, a través de ciclos que se suceden regularmente de uno a otro. Cada ciclo consta aproximadamente de tres etapas: una etapa del juego preliminar poco estructurada, una etapa constructiva intermedia más estructurada, seguida del discernimiento; y, una etapa de anclaje en la cual la visión nueva se fija en su sitio con más firmeza.



Principio de construcción. Según el cual la construcción siempre debe preceder al análisis. La construcción, la manipulación y el juego, constituyen para el niño el primer contacto con las realidades matemáticas.

El principio de variabilidad perceptiva. Establece que para abstraer efectivamente una estructura matemática debemos encontrarla en una cantidad de estructuras diferentes para percibir sus propiedades puramente estructurales. De ese modo se llega a prescindir de las cualidades accidentales para abstraer lo esencial.

El principio de variabilidad matemática. Que establece que como cada concepto matemático envuelve variables esenciales, todas esas variables matemáticas deben hacerse variar si ha de alcanzarse la completa generalización del concepto. La aplicación del principio de la variabilidad matemática asegura una generalización eficiente (Fernández 81 – 82).

Estos principios elaborados por Dienes, se fundamentaron en su propia investigación y las teorías de Piaget y Bruner. Además, tomando en consideración que el aprendizaje es más efectivo, cuando el estudiante interactúa directamente con su entorno, lo que le lleva de esta manera a la consecución de los conceptos buscados.



2.5.1 Aprendizaje de las cónicas

La Geometría a pesar de ser una rama de la Matemática, es la ciencia más antigua que se convirtió en el pilar de la misma, ya que su principal función estaba muy relacionada con las longitudes, perímetros, áreas y volúmenes; que en el pasado era muy importante para los individuos de aquellos lugares como en la Mesopotamia.

Etimológicamente Geometría viene del griego geo “tierra” y metreim “medir”, algunos matemáticos como Heródoto, Estrabón y Diodoro consideraron que esta ciencia nació en Egipto debido a que se realizaban en este pueblo mediciones sobre todo de áreas, ya que “las periódicas inundaciones del Nilo arrastraban las demarcaciones de los terrenos, haciendo necesaria la reconstrucción de los límites cada vez que el río bajaba”. (González y Weinstein 90) sobre todo, para que los agricultores que vivían junto a las orillas del río, no entraran en disputa.

En Egipto se construyeron las muy famosas pirámides, que subsisten hasta la actualidad, al parecer éstas dependieron de los conocimientos sobre los ángulos, y de algunos algoritmos para ciertos cálculos, relacionados a la longitud, área y volumen, en otras palabras, no se ha encontrado nada que pueda indicar que en aquella época se realizara demostraciones de teoremas. Lo que si se ha encontrado es el papiro de Ahmes, que ha podido ser traducido gracias a la piedra de Roseta, hallándose algunos problemas matemáticos, entre ellos de áreas y volúmenes.



En Egipto se desarrolló la aplicación de la Geometría de una forma empírica en las actividades que realizaban. Estos conocimientos que se originaron en Egipto se pudieron transmitir a los griegos, quienes a través de la deducción y la lógica lograron realizar ya demostraciones geométricas.

Un ejemplo claro de que estos conocimientos se transfirieron a los griegos, es el de Thales de Mileto, quien luego de vivir en Egipto mucho tiempo obteniendo los conocimientos sobre su religión y de su geometría, que le sirvió, para que a través de su lógica pudiera deducir muchas cosas en forma general. A él se le atribuye la demostración de: “Todo diámetro divide a un círculo en dos partes iguales. Los ángulos en la base de un triángulo isósceles son iguales. Los ángulos inscritos en una semicircunferencia son rectos. Los ángulos opuestos por el vértice que se forman al cortarse dos rectas son iguales” (Navarro, Gómez, García y Pina 154).

A este sabio también se le adjudicó entre otras cosas, la medición de la altura de la pirámide de Keops a través de la proporcionalidad entre su sombra y de la pirámide, la predicción de un eclipse solar, y el cálculo de la distancia de una nave en altamar a la costa.

Otro sabio Griego fue Pitágoras, quien fundó la escuela pitagórica en donde se determinó que la suma de los ángulos internos de un triángulo es de dos rectos. El teorema muy conocido y empleado hasta la actualidad, que se le adjudica directamente a él y lleva su nombre es: El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de los cuadrados de sus otros lados.



Al sabio Euclides se le denomina como el padre de la Geometría, debido a su obra “Los elementos”, que se basa en cinco postulados y definiciones, está compuesta de trece volúmenes o libros. La aportación que hace, es lo que hasta ahora se conoce como la proposición matemática, y el enunciado, mismo que se obtiene lógicamente en base la aceptación de ciertos principios. “En el caso de Los Elementos, los principios que se toman como punto de partida son veinte definiciones, cinco postulados y cinco axiomas o nociones comunes.” (Flores 18)

Arquímedes, fue un gran científico que hizo muchas aportaciones en las diferentes áreas científicas, con él la palabra eureka se asocia al descubrimiento que realizó, cuando en su bañera encontró que se podía medir el volumen de cualquier cuerpo con el desplazamiento del agua.

Este autor escribió muchas obras y el campo de las Matemáticas se adentró en el cálculo integral, “con sus estudios de áreas y volúmenes de figuras sólidas curvadas y de áreas de figuras planas. Demostró también que el volumen de una esfera es dos tercios del volumen del cilindro que la circunscribe” (Tortosa y Vicent 6), introdujo otras curvas como la espiral que lleva su nombre.

Menecmo, matemático y geómetra griego, al realizar cortes a un cono rectangular obtuvo las curvas conocidas como cónicas, la elipse, la hipérbola, y la parábola, las mismas que son estudiadas por Apolonio de Pergna con su obra “Las cónicas”, en donde se realiza el tratamiento de estas curvas, de una forma muy cercana a la que realiza la Geometría Analítica en la actualidad.



La Geometría Analítica como tal, nace con René Descartes en su libro el Discurso del Método, la misma que es una “parte de la matemática que resuelve problemas geométricos bajo el concurso del álgebra”. (González 7) Posteriormente, mediante Gauss se crea la geometría diferencial.

El problema de aprendizaje de la Geometría Analítica es un poco complicado, sobre todo cuando pasa de una ecuación al lugar geométrico y viceversa. El aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas puede mejorar si maneja los cinco niveles propuesto por Van Hiele que son:

Visualización o Reconocimiento.

Análisis.

Ordenación o Abstracción.

Deducción Formal.

Rigor.

Cada uno de los niveles tiene ciertas propiedades que se deben considerar para pasar al siguiente, hasta que el aprendizaje sea adquirido correctamente.

Así, en el primer nivel de la visualización o reconocimiento, donde el estudiante reconoce formas y figuras, que se las puede imaginar, dibujar o construir, sin que se precisen sus elementos ni propiedades.

En el segundo nivel análisis, permite la comparación entre las figuras, donde se considera su definición o propiedades, se utiliza el razonamiento informal y el reconocimiento de propiedades, pero sin que



se pueda reconocer qué relación existe entre ellas, lo que impide seleccionar las propiedades necesarias de dicha figura.

En el nivel de la Ordenación o Abstracción, se reúnen las propiedades en una red de implicaciones, se distinguen las condiciones necesarias, y se obtiene los argumentos informarles de forma coherente. Inclusive, en este nivel se puede realizar demostración de teoremas que tengan pasos deductivos, pero sin profundizarlos para que se pueda entender el razonamiento aplicado.

En el nivel de la Deducción Formal, ya se puede obtener el razonamiento formal, las demostraciones incluyendo las indirectas, se usan correctamente formulas simbólicas, que estarán respaldadas por axiomas o teoremas anteriores, se comprende, además de cómo se puede llegar a lo mismo partiendo de premisas diferentes.

En cuanto a Rigor, en este nivel se puede comparar los distintos sistemas geométricos, añadir o eliminar axiomas, razonar sin modelos imaginativos, es decir recurriendo a lo abstracción, por lo que este nivel es considerado por muchos como inalcanzable para estudiantes de secundaria, ya que éste se alcanza con dificultad por estudiantes universitarios. (Vasco 67 – 68).

2.6 Materiales para el aprendizaje

Antiguamente la enseñanza se realizaba de forma directa y verbal, motivo por el cual muchos conocimientos podían pasar desapercibidos o llegar



parcialmente al aprendiz o estudiante, lo que provocó que fuera necesario crear y usar ciertos tipos de materiales, tratando primero de mantener estos conocimientos el mayor tiempo posible.

Con el tiempo se hizo muy necesario usar este material para transmitir los conocimientos a los estudiantes, luego para que ellos a su vez los reprodujeran a los que se interesaran por conocerlos. Este tipo de material usado para el aprendizaje pudo ser inicialmente los jeroglíficos sobre piedra, barro, tabletas de madera, los manuscritos sobre pergaminos, piel, etc. que aún se conservan hasta la actualidad.

El uso del material para la enseñanza – aprendizaje, ha ido evolucionando constantemente, para llenar las expectativas y necesidades que va produciendo el avance de los conocimientos que cada vez va adquiriendo la humanidad. Entonces, de acuerdo a lo dicho, se puede manifestar que para facilitar y mejorar el entendimiento de estos conocimientos se ha elaborado determinado material, aunque, se debe reconocer que en ciertos casos, no se ha preparado con anterioridad, sino que se los ha utilizado de forma improvisada, pero siempre en búsqueda de facilitar el aprendizaje.

El material que se puede utilizar para la enseñanza – aprendizaje, puede ser el educativo, o el conocido como didáctico, que muchas veces se los confunde, considerándolos como semejantes e inclusive como idénticos, pero sin embargo, tienen sus diferencias. El material educativo “provoca el desarrollo y la formación de determinadas capacidades, actitudes o destrezas, Material didáctico es el que por su propia naturaleza, o por elaboración



convencional facilita la enseñanza de un determinado aspecto. Es un elemento auxiliar.” (Jiménez, González, Serna y Fernández 117).

El material educativo, es aquello que puede ser utilizado por el docente para poder mejorar el aprendizaje de los estudiantes, aunque éste inicialmente no sea dirigido para ello, como por ejemplo un periódico está dirigido para informar, pero puede ser utilizado para hacer un collage de un tema en particular que el docente considere importante dentro de la enseñanza - aprendizaje.

Dentro del material educativo podemos encontrar diferentes formas, entre ellas los materiales que nos ofrece la naturaleza como semillas, frutos, la planta, las ramas del árbol, etc. o los materiales artificiales, producidos por el hombre como los libros, láminas, hojas de cuadernos, lápices, etc.

Los materiales que se encuentran dentro de la naturaleza, en muchas ocasiones son usados por los docentes para poder llevar una enseñanza - aprendizaje de mayor interés, debido a que los conocimientos que se adquieren de esta manera, se van a fijar en la mente con mayor facilidad, como consecuencia de que este material en particular, le permitirá al estudiante mediante su uso, conocer a través de los sentidos lo que el docente desea enseñar.

Esta situación del uso del material educativo que se encuentra en la naturaleza, en muchos de los casos es muy bien aprovechado por el estudiante, ya que se motiva cuando sabe que es algo que puede tener a



mano, y de esta manera obtener que el conocimiento que se adquiere sea más duradero.

Como por ejemplo, al observar el agua que brota de una vertiente que se encuentra junto a un volcán apagado, puede ser emanada con una temperatura muy alta lo que produce vapor, esta situación puede ser utilizada por el docente para explicar al estudiante acerca de los estados del agua, de la misma manera puede dar uso de una fruta como la manzana, para indicar al estudiante como está constituida, y gracias a qué elemento se puede reproducir, que en este caso es la semilla.

Otro ejemplo del uso del material educativo, es que sólo con la observación se puede enseñar las partes de una planta y sus funciones, también se puede usar a las semillas como el maíz para enseñar a contar a los niños, o valerse de la manzana ya mencionada para enseñarles a cerca de las fracciones, etc.

De la misma manera, el docente puede valerse de material preparado por el ser humano para lograr ciertos aprendizajes, como por ejemplo, se puede usar los ladrillos de construcción, ubicándolos de tal manera que forme una figura conocida como el cuadrado, llevándole a obtener mediante algunas mediciones el perímetro del mismo; y si se forma el cubo obtener su área. Así, en base a la generalización, conseguir la que sería la fórmula para calcular directamente el perímetro o área con diferentes longitudes modificando sus lados.



Se puede poner otros ejemplos del material educativo preparado por el hombre, a los medios impresos, como textos de los que se puede valer el docente para enseñar Ortografía, análisis del texto, conteo de versos, el uso de verbos, etc., se podría también, usar los botones que están diseñados para la prenda de vestir, para realizar operaciones aritméticas, enseñar figuras geométricas, de la misma forma se podría usar un video para a través de él se pueda enseñar lo que sucede en la naturaleza u otros aspectos que el docente considere necesarios enseñar.

El material educativo para la enseñanza de los estudiantes debe ser escogido muy cuidadosamente por el docente, para que esté material esté dirigido a lo que desee enseñar. Recordando, sin embargo, que puede acontecer que el mismo material educativo, pueda ser utilizado por otro docente con otra intencionalidad pedagógica, como se ha podido apreciar en uno de los ejemplos anteriores.

Cabe recalcar que los aprendizajes que se deseen impartir a los estudiantes, cobran mayor importancia cuando estos tienen aplicación en la vida real, o aún mucho mejor si es obtenida de ella misma, convirtiéndose entonces en algo que van a priorizar los estudiantes, puesto que en cualquier momento se van encontrar con alguna dificultad que lo podrán solucionar gracias a lo aprendido, e inclusive se puede mencionar que ellos van a sentir que pueden enseñar a los demás luego de la experiencia adquirida.

Lo importante entonces, es que debe transferirse el conocimiento utilizando nuevas formas de representar la información, facilitando que “el



estudiante aprenda a aprender incitándolo a explorar y buscar otras fuentes de conocimiento creando el suyo propio. Es fundamental la creación de espacios que permitan la identificación con la situación real paralela al aprendizaje”.
(Bustos 94)

2.6.1 Material didáctico concreto

El material que está dirigido a facilitar la enseñanza - aprendizaje de los estudiantes, como ya se indicó anteriormente se lo conoce como material didáctico. Una de las características principales de este material, es que se convierte en motivador para continuar los estudios sobre el tema tratado.

El buen uso del material didáctico activa en el estudiante la capacidad de reflexionar acerca de lo que hace con él, y para qué lo hace, entonces “El material concreto permite representaciones y modelaciones de conceptos y el inicio de su comprensión y manejo para los estudiantes. De su manipulación....depende ...la calidad del conocimiento que se construye allí en el sitio de la actividad docente. (Speiser, Chulver y Durán 116)

Las actividades que se realizan en el mundo educativo, siempre van dirigidas a la obtención de conocimientos, mediante la manipulación de cierto material y la utilización de sus habilidades, lo que le va a permitir conceptualizar en forma individual o grupal, usando como por ejemplo la técnica lluvia de ideas, y de esta manera motivarle para que trate de mejorar a través de sus destrezas los conocimientos adquiridos.



El uso del material didáctico dentro del aula, obedece a que muchas veces lo que se está enseñando no puede ser palpado, entonces, es necesario que se tenga algo cercano a la realidad de lo que se está tratando, logrando de esta manera, motivar la obtención de estos conocimientos. No se puede dejar de lado que aparte de llamar la atención, permite concretizar lo que en forma teórica se está aprendiendo; lograr que la atención del estudiante mejore, que los conocimientos adquiridos sean más duraderos.

Se debe considerar, que gracias al manejo o construcción de los materiales didácticos, el estudiante no sólo mejorará sus habilidades, sino puede obtener una buena cooperación con los demás, optimizando las relaciones entre estudiante – estudiante y estudiante - maestro.

Cuando se pretende reproducir un fenómeno observado en la naturaleza, hay que recurrir a ciertos materiales didácticos para tratar de realizarlos de forma controlada dentro del laboratorio, pues la experimentación permite involucrarse de forma directa con el tema en estudio, al igual, que de esta manera se puede constatar la relación existente entre las partes con el todo.

Al referirse que la enseñanza – aprendizaje debe despertar en el estudiante el espíritu crítico, esto se lo puede obtener de mejor manera cuando el estudiante al confeccionar o usar los materiales didácticos, luego de un análisis minucioso sobre de cómo estos ayudarán en el tema escogido para el estudio, convirtiendo así la enseñanza más atractiva y activa.



Pero el material didáctico debe ser usado según lo que el maestro o docente pretende enseñar, a través de los sentidos, este debe ser seleccionado de acuerdo al área o asignatura que se enseñe, pues, no es lo mismo enseñar Lenguaje, que Ciencias Naturales, o Matemáticas, aunque se pueda interrelacionar entre sí, e inclusive se puede usar el mismo material didáctico pero con diferente finalidad.

Si el mundo es apreciado por los sentidos, entonces, para motivar la construcción de conceptos matemáticos, el docente puede ayudarse del material didáctico concreto que se encuentre en la naturaleza o el que ha elaborado el hombre.

Existen diferentes tipos de material didáctico, pero entre ellos podemos mencionar los siguientes; material permanente, material informativo, material ilustrativo visual y audiovisual, material experimental y material tecnológico

Dentro del material didáctico permanente, que los docentes pueden utilizar con mayor frecuencia están: la pizarra, borrador, tiza líquida, reglas, compás, cuaderno, hojas de trabajo, proyectores, computadoras, etc.

De igual manera dentro del material informativo, el docente puede utilizar: el periódico, la revista, películas, programas televisivos, programas de radio, diccionarios, cuadros, mapas, figuras, textos, libros, etc.



Dentro del material ilustrativo visual y audiovisual se puede usar: la grabadora, las pinturas, cuadros, retratos, libros, esquemas, cuadros sinópticos, mapas conceptuales, proyector, computadoras, equipo de sonido, cubos, las diapositivas, etc.

Dentro del material experimental se tiene a: material fungible, aparatos para uso de Física, aparatos para uso de Química, elementos y compuestos químicos, y todos aquellos que se puedan utilizar dentro de un laboratorio, para poder enseñar de mejor manera a los estudiantes.

Por último los materiales didácticos enmarcados dentro de lo tecnológico pueden ser: La computadora, programas de computadora, el internet, libros electrónicos, enciclopedias virtuales, videojuegos, biografías interactivas, páginas de blog, artículos virtuales, revistas virtuales, y todo lo relacionado a la computadora, al igual que de aparatos con alta tecnología que lleven a mejorar los conocimientos adquiridos por los estudiantes durante su estudio (Néricsi 284 – 285)

En cuanto a la enseñanza de las Matemáticas se inicia con el uso y manipulación de cierto material didáctico, que le invita al estudiante a continuar investigando y relacionando lo obtenido con los conocimientos teóricos dados, material que puede ser como el origami o papiroflexia, el tangram, el geoplano, etc., luego, mediante el uso de algunas técnicas de la enseñanza, se llegará a la conceptualización de lo que se quiere enseñar.

Es decir, en base de la experiencia propia concreta, acorde a su nivel de conocimiento, partiendo de la observación, y con la ayuda del material



concreto, a través del análisis llegar a la conceptualización, para que de esta manera se pueda llegar a la generalización.

2.7 La Tecnología y los nuevos materiales para el aprendizaje

Como se mencionó anteriormente, dentro del material didáctico se encuentra la tecnología, que cada vez se va perfeccionando y convirtiéndose en algo que le permite al estudiante llegar más rápido a la obtención de los conocimientos a través de cds, dvs o el propio internet, eso sin olvidar que se puede correr el riesgo de que se distraiga o le lleve a páginas no adecuadas dentro del internet.

No obstante, la computadora no es la que va a solventar los problemas que enfrenta la educación, sin embargo se constituye en una de las opciones para solucionar ciertos problemas de aprendizaje. Se ha podido observar, que a través de su uso ha mejorado la educación de ciertos estudiantes que tenían alguna dificultad de aprendizaje.

Este material didáctico, sin duda alguna, cuando es bien encausado, desarrolla una función eminentemente educativa. Su uso, permite la adquisición de ciertos conocimientos que el docente ha planificado para que el estudiante los adquiera, lo que lleva a disponer de un facilitador en el desarrollo de los procesos cognitivos.

En la actualidad, el desarrollo de la televisión, el computador, la radio, la telefonía y otros aparatos tecnológicos, han permitido que la humanidad vaya adquiriendo nuevos conocimientos con mayor rapidez y facilidad.



Gracias al internet, se ha optimizado la comunicación, se facilita la investigación y se puede conocer algunas cosas de forma más rápida, en comparación a lo que antiguamente sucedía. Esto no ha desaprovechado la educación, pues mediante el uso de la multimedia, programas de radio y televisión, manejo de aparatos, etc., trata de llegar al estudiante para que se motive y pueda de esta manera tener una mejor capacidad de raciocinio.

La información dentro de la red está al alcance de todos, esto permite que tanto docentes como estudiantes puedan obtenerla sin ninguna complicación; lo que les coloca a la misma altura a los dos, sin embargo la experiencia del docente puede ser el atenuante que le permita orientar al estudiante a obtener los conocimientos necesarios, para aplicarlos en la resolución de los problema.

Para nadie es desconocido que la enseñanza de la Física y sus fenómenos, es más atractiva cuando el estudiante puede palpar o verlos de más cerca, un ejemplo es la aplicación de las leyes propuestas a través de un experimento controlado en el laboratorio, y para que ello suceda, tanto el docente como el estudiante debe conocer la ley que va a emplear en dicho experimento; pero se debe recordar también, que se lo puede realizar mediante el uso de un computador.

Ahora bien, si a través del uso del computador, se realiza cierto experimento de la física, con diversos datos, el estudiante podrá obtener una conclusión cada vez, para luego generalizar lo obtenido, logrando de esta manera obtener la información que nos ayude a acercarnos a las leyes físicas.



Mediante el uso de la tecnología se puede facilitar la aplicación de los métodos conocidos como deductivo o el inductivo, de forma sencilla y práctica.

Si bien es cierto que aunque se enseñe de la misma manera o forma a todos los individuos, el aprendizaje en cada uno es único, pero puede ser apoyado por un computador, lo que facilitará este proceso.

La nueva tecnología se encuentra en los diferentes ámbitos, pues en la actualidad, la comunicación a través de teléfono cada vez ha mejorado, ya que mediante el celular puede enviarse fotos, escuchar música, ver videos, enviar inclusive documentos, etc. esto debido al gran avance de la ciencia, de la misma manera se ha mejorado los ordenadores, ahora tienen mayor capacidad de almacenamiento, las fotos y videos tienen mejor resolución, y por lo tanto llama mucho la atención.

De la misma manera, los proyectores han ido disminuyendo de tamaño y peso, lo que permite el fácil traslado a las aulas de los establecimientos educativos, con la finalidad de revisar diapositivas, videos, fotos, o cualquier material didáctico que haya determinado usar el maestro para facilitar el aprendizaje a los estudiantes de una manera más práctica y llamativa.

En la enseñanza de cualquier tema y sobre todo de los que son abstractos, se hace necesario que se considere el uso de ciertos materiales didácticos que le permita al estudiante interactuar con ellos, motivándolo a obtener el aprendizaje al que lleva el uso adecuado de dichos materiales.



La tecnología que se emplee para el uso de ese material didáctico, también tiene su importancia, ya que si éste es de buena calidad, entonces el efecto que se desee obtener será mucho mejor que con aquel que no disponga de todo lo necesario.

Las nuevas tecnologías pueden estar conformadas por “una serie de medios como el hipertexto, los recursos multimedia, la televisión, Internet, etc., igualmente válidos para nuestra acción docente”. (Silva 3)

La educación debe estar siempre muy atenta al avance de la ciencia y sobre todo de las Tics. ya que es el medio con que en la actualidad las personas se relacionan más, ya sea en el trabajo, casa, o cualquier lugar, entonces el docente se debe aprovechar de ello para llegar al estudiante y mejorar su aprendizaje, usando tal vez los recursos multimedia, por ejemplo: texto, figuras, fotos y sonido reunidos, que cada vez van mejorando con la finalidad de que éste sea atractivo para el estudiante, convirtiéndose entonces en una estrategia para el maestro, pero con medida para no llegar al cansancio o aburrimiento del estudiante.

El uso de plataformas, blog's, chat y correos electrónicos para mantener comunicado al maestro con el estudiante es importante; pero hay que recordar que esto se puede utilizar en donde exista internet, pues si no existe o éste es defectuoso, no va ser productivo.



2.7.1 Software educativo

El papel de la computadora debe ser considerada como el de un instrumento de ayuda para la adquisición de conocimientos en cierta rama, por lo que se crea la necesidad de la obtención de un programa, o software previamente elaborado, el cual debe ser analizado, y propuesto por el docente para que el estudiante lo use con la intención de alcanzar un objetivo determinado.

El éxito que se alcance dependerá mucho de la calidad de dicho software, en especial cuando la enseñanza se realiza principalmente a través de la computadora. La búsqueda de que la computadora se convierta en una herramienta que ayude a facilitar los procesos cognitivos, nos lleva a que se utilice un software que permita la exploración y el descubrimiento por parte del estudiante.

Al software que se encuentra relacionado con la enseñanza - aprendizaje, que es parte de la educación, es considerado como software educativo, que a su vez puede ser parte de los recursos educativos abiertos o REA que está definida como “materiales digitalizados ofrecidos libre y gratuitamente, y de forma abierta para profesores, estudiantes y autodidactas para utilizar y reutilizar en la enseñanza, aprendizaje y la investigación” (OECD 36)

Como era de esperarse, el software educativo va a la par a la época que fue creado, con la finalidad de que lo usen los docentes dentro de su enseñanza, comenzó como un simple transmisor de conocimientos que se le



conoció como tutorial, ya que simplemente se dedicó a transmitir los conocimientos, pero esto fue el inicio para que se profundizara un poco más en la búsqueda de que el computador sea el refuerzo de la educación.

El software educativo se encuentra en constante actualización, lo que permite que el docente pueda mejorar su preparación de materiales didácticos para la enseñanza, de la misma manera, se crean programas que permiten al estudiante resolver problemas, utilizando las alternativas preparadas por el creador de dicho programa, es decir, que se emplea mucho el conductismo.

Poco a poco la ciencia fue avanzando, al igual que el desarrollo de las computadoras y gracias a la microelectrónica, se pudieron crear las computadoras personales, de hecho, la preocupación de que el software sea llamativo, amigable y muy didáctico ha llevado a la participación del docente y del estudiante inclusive para crear nuevos programas que respondan a la necesidad planteada por estos actores, de manera especial del estudiante para que a través de su uso pudiera crear su propio entorno de aprendizaje.

De esta manera se crea un nuevo software conocido como el de simulación asistida, el cual permite que se simulen “diferentes aspectos de situaciones educativas, laboratorios, mapas geográficos, por ejemplo. Así como los juegos, añadiéndoles un contenido escolar convertidos en software lúdico para la enseñanza” (Guazmayán 121).

Este nuevo software como su nombre lo indica, está dirigido a realizar una simulación como puede ser en un video juego o en algo que se desea que



el individuo aprenda, como por ejemplo el pilotaje de un avión, el manejo de un auto, el manejo de una fábrica, el manejo de una planta nuclear, la realización de un experimento en un laboratorio virtual, el análisis estructural o cálculo estructural, etc.

El software por simulación dentro del proceso enseñanza aprendizaje es de mucha utilidad, pues permite que el estudiante adquiera con mayor facilidad los conocimientos que se imparten por el docente, esto debido a que puede visualizar en la práctica algunos eventos.

Mediante el uso del software de simulación, el estudiante va descubriendo algunos aspectos que en la vida real podrían tornarse peligrosos, tal es el caso como el de pilotear un avión. Si el estudiante llegase a cometer algún error, el software le advertiría del mismo y le permitiría al estudiante corregirlo inmediatamente, de la misma manera existe un software de simulación de un laboratorio de Química, donde el estudiante puede diseñar y realizar experimentos relacionados a la asignatura mencionada. Al igual que este software existe otro que permite que el estudiante experimente con los fenómenos físicos, llevándole de esta manera a obtener conclusiones por sus propios medios que le serán duraderas.

En cuanto a los videos juegos, se debe tener presente que aparte de ser muy beneficiosos para el estudiante ya que le motiva, le mantiene interactivo, le permite razonar, tener una interdisciplinaridad, no obstante también puede ser perjudicial, porque puede causar adicción, provocando de tal manera que se rechace el uso de otros medios didácticos, e inclusive lo puede llevar a obtener



conductas violentas, pues algunos juegos presentan como atractivo la violencia.

En la actualidad el software educativo tiene una interacción más abierta entre el estudiante y la computadora, lo que le permite pasar “de un manejo abstracto de los conocimientos con el ordenador a una manipulación concreta y práctica en un entorno informatizado que facilita la representación y la comprensión del espacio y la previsión de los movimientos. (Fernández y Delavaut101)

Este software educativo abierto es un laboratorio virtual donde el estudiante, se convierte en el instructor de la computadora y el aprendizaje es más creativo, dentro de este tipo de lenguaje informático está el Logo, Turtel, Basic, Etoys, Scratch, Geogebra, Pypy, Blender, etc.

2.8 Influencia del software educativo en el aprendizaje del adolescente.

El material didáctico usado por el docente tiene mucha importancia dentro de la educación, pues de éste dependerá si el aprendizaje obtenido por el estudiante es duradero, entonces, se puede advertir que el material didáctico informático utilizado no se debe despegar de esta característica.

En la actualidad es posible afirmar que el adolescente se vincula rápidamente con la computadora y sus aplicaciones, debido a que desde niño se le enseña a utilizarlo, ya sea a través de juegos, visualizar figuras, leer cuentos, realizar dibujos o construir figuras geométricas, etc.



Para nadie es desconocido que la tecnología va avanzando a pasos agigantados, y que su influencia es muy marcada dentro de la sociedad, un ejemplo muy claro es el de la comunicación, donde se puede palpar cómo ha mejorado gracias al uso de la nueva tecnología, ya que le permite a ésta ser más rápida, llamativa y acortar distancias gracias a la computadora y el Internet.

Este avance de la tecnología también afecta al medio educativo, pues es cada vez más utilizada por los docentes y estudiantes, los primeros para llevar una enseñanza más práctica y sencilla, y los segundos para obtener un aprendizaje más rápido, activo y colaborativo, ya que bien dirigido y al interactuar dentro de un grupo se obtiene mayores conocimientos.

Con el advenimiento del Internet, los seres humanos tienen acceso a todo tipo de información, la comunicación entre diferentes individuos se ha acrecentado, las redes sociales como facebook y otros es de uso muy común, sobre todo entre los adolescentes, pues a través de este medio puede hacerse conocer o conocer a diferentes personas, es decir interactúa con diferentes miembros que componen esta red social, e inclusive poder jugar vía online con los que estén conectados, aunque conozcan que esto conlleve algunas desventajas ya mencionadas, como el permanecer constantemente conectado y descuidar sus estudios, familia, etc.

Sin embargo, este medio ha permitido que la educación obtenga muchos beneficios, siempre y cuando esté guiado por un docente o un persona adulta conocedora del tema, así por ejemplo el uso de ciertos juegos puede provocar



en el estudiante una muy buena influencia, ya que mejorará su habilidad motora y visual, le ayudará a mejorar su raciocinio pues tendrá que buscar cómo poder avanzar de un nivel a otro, pero como ya se mencionó, tiene que ser utilizado un tiempo muy determinado y controlado por el docente que haya incluido este juego, para darle una visión educativa.

Con esta misma finalidad se ha creado el material didáctico informático o software educativo, que ayude como herramienta al estudiante, éste en algunos casos tiene un costo que a lo mejor no puede costear la institución, pero aquellas que lo pueden realizar se valen de ellos para poder llamar la atención a sus estudiantes, provocando en ellos la necesidad de su uso para comprender y aprender algún conocimiento que se esté impartiendo por el docente de su aula.

A través del tiempo, el software educativo ha ido mejorando e inclusive sus licencias se han convertido en libres, lo que permite que estos se usen sin ninguna restricción por el docente o por el estudiante, e inclusive no es necesario descargar a su ordenador, porque su uso puede ser vía online, un ejemplo claro este momento es el del software conocido como Geogebra.

Los diferentes software educativos, se están convirtiendo en una herramienta muy importante para el estudiante, ya que no solamente son tutoriales, sino que permiten que mediante su uso, el estudiante vaya descubriendo algunos aspectos nuevos que a lo mejor no se trataron dentro del aula y que él podría ser el portador de esta información, convirtiéndose en el centro de atención de sus compañeros y del docente, es decir, el software no



sólo que puede motivar a obtener un buen aprendizaje, sino que puede llevar al cooperativismo entre los diferentes actores de la educación.

Para la correcta aplicación de cualquier software, la persona que va a utilizar debe conocer de antemano cuál es el criterio del autor, las ventajas que estos poseen al igual que las desventajas, de esta manera se podrá obtener muchos beneficios y poder transmitirlos a los demás con seguridad.

La oferta de software libre para las diferentes áreas de la educación, debe tomarse muy en cuenta, pues luego de un análisis de los beneficios que pueda presentar este software, le permitirá al estudiante obtener mucha información, mejorar su aprendizaje, gracias a la investigación que obtenga mediante su uso y del internet.

Algunas personas aún consideran que el software que requiere de un código o licencia para funcionar correctamente, es de muy buena calidad; pero, no es menos cierto que también existe software libre, que también se le puede considerar de alta calidad, y que cada vez van actualizándose con la intervención de los usuarios pueden incorporar estas mejoras a su desempeño.

El docente debe aprovechar la influencia que ejerce la nueva tecnología sobre el adolescente, y buscar a través de la misma guiar la enseñanza de los conocimientos, convirtiéndole a estas herramientas en mediadoras tecnológicas, las mismas que permitirán que el estudiante, obtenga su propio aprendizaje y que lo comparta con los demás, es decir, facilitando un aprendizaje colaborativo.



El uso del mediador tecnológico a través del material didáctico informático o software educativo, va a permitir que el estudiante comprenda que aunque repita alguna experiencia obtenida por alguien, no todo viene dado o hecho, sino que hay que encontrarlo y muchas de las veces siguiendo diferentes caminos, esto le va a motivar para realizar una búsqueda de mejorar la experiencia obtenida y compartirla con los demás.

Este aprendizaje que obtiene el adolescente, mediante el uso del Internet posibilita que la experiencia obtenida no solo sea compartida a nivel local, sino también a nivel internacional, abriendo de esta forma las fronteras que anteriormente existían cuando no se contaba con esta nueva tecnología.

Como se puede anticipar, gracias al empleo del material didáctico informático o software educativo, se puede propagar muchos conocimientos, sin importar la edad, sexo, raza, extracto social, etc. que posea la persona, sino más bien, la preocupación de la misma en obtener otros conocimientos mejorados o tal vez conocimientos que posiblemente desconocía.

No hay que olvidar que el ser humano tiene la característica de ser competitivo por naturaleza, lo que hace que cada vez éste pretenda llegar más lejos, mejorando lo anterior, si a esto se le suma la influencia de un software educativo le permitirá demostrarse y demostrar a los demás que los conocimientos que adquirió inicialmente pueden ser mejorados, provocando entonces una investigación exhaustiva y comprobación de lo que se pretenda conseguir o demostrar.



Existen software educativos no sólo de información, sino que también disponen de autoevaluaciones preparadas para que el estudiante a través de sus respuestas pueda conocer específicamente cuál es el avance que posee sobre el tema tratado.

No está por demás recordar, que en la búsqueda de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, se puede dar uso de la nueva tecnología, pero tomando en cuenta que “el material didáctico y el modelo instruccional del programa se correspondan de manera estrecha, y que los maestros, instructores o tutores estén capacitados para operar en esa modalidad educativa específica”, (OECD 39), pues el docente está preparado para guiar la clase y conoce en base a su experiencia quienes la conforman, por lo que es él quien debe escoger el software educativo adecuado para que lo aplique el estudiante.

El software educativo usado de acuerdo a la necesidad que presente el área, va a influenciar en el estudiante con ayuda del docente y de sus compañeros, la búsqueda de mayores conocimientos de forma lógica y ordenada, creando en él la necesidad de aprender de los demás y a su vez la de entregar sus conocimientos a los otros, es decir trabajar en equipo.

Una característica del software educativo, que permite que tenga mucha influencia en el estudiante, es de qué lo puede utilizar, de acuerdo al avance que el mismo lo vaya adquiriendo. Además que puede combinar texto, figuras, imágenes, fotos, sonidos, videos, etc. que le facilita al estudiante la adquisición de conocimiento de forma sencilla y práctica.



El software educativo bien estructurado mantiene una secuencia adecuada, de tal manera que el estudiante puede recurrir a lo anterior para poder avanzar, provocando de esta manera, que siempre lo que precede al nuevo conocimiento este bien entendido, además, mejora en sus destrezas, habilidades y actitudes.

Existe cierto software educativo, que se puede considerar como un laboratorio virtual, donde conociendo el objetivo al que se pretende llegar, el docente puede trabajar con los estudiantes formando un verdadero equipo, donde se aclararán algunas dificultades, problemas, ejercicios, etc. produciendo en ellos un ambiente de confianza, que le permitirá construir su conocimiento.

2.9 Algunos problemas a enfrentar con el software educativo

Uno de los problemas que tienen que enfrentar algunas instituciones educativas es de no poseer las computadoras necesarias para instalar el software educativo escogido y que puedan emplear los estudiantes en forma individual o en grupos pequeños para que todos participen de la misma manera. Otra dificultad que se tendría que salvar, es la capacidad y rapidez necesaria de las computadores para usar el software educativo requerido por el docente.

Una más de las dificultades que se debe tener en consideración, es que muchos estudiantes no disponen de un computador personal, o de internet en



su casa, limitando de alguna manera que pueda reforzar el aprendizaje o solventar de manera inmediata ciertas dudas que se le presente.

Desde el inicio del uso del material relacionado a la nueva tecnología, se ha tenido que enfrentar inconvenientes que impiden el éxito esperado a nivel educativo. Como ya se mencionó, el uso y abuso de un juego didáctico, puede crear en el estudiante una adicción que no ayuda en nada a su aprendizaje, por lo que el docente y sobre todo en el hogar se dosifique y controle su uso, para impedir que el estudiante pierda interés en continuar investigando.

Se debe considerar además que el software educativo, no solamente contenga información, sino que también tenga la parte motivacional, ya que sin esto, la aplicación de del software se va a convertir en algo rutinario y cansado, provocando la desidia del estudiante.

El aplicar un software educativo que tenga poca o casi nada de relación con el tema tratado, le causará confusión al estudiante llevándolo a perder el interés del mismo, e inclusive dejarlo, pues si un tema no es comprendido va a provocar que no se lo vuelva a tratar, y peor aún a que se lo profundice.

El software en algunos casos puede convertirse en distractor, perdiéndose el carácter educativo, por lo que es importante que el docente esté atento a esta situación dosificando su uso de manera adecuada dentro del aula.



Se debe tener muy en cuenta que un estudiante puede depender del software educativo, convirtiéndolo en su única fuente de información, dejando de lado a otras fuentes o libros que contenga información sobre el tema que se esté tratando ese instante dentro o fuera del aula.

En algunos casos puede suceder que el estudiante maneje el software educativo de forma inadecuada, lo que le llevará al cansancio y por lo tanto a despreocuparse de los conocimientos que pueda adquirir.

Algo que no favorece tal vez al software educativo, es de que éste contenga premios visuales, ya que como se mencionó anteriormente por la capacidad competitiva que posee el ser humano, el estudiante va a utilizar este software con la finalidad de obtener el premio más alto, descuidando la búsqueda de los conocimientos que pueda llevar a obtenerse mediante el uso adecuado del software, e inclusive esta situación de premiación paralizará la búsqueda de nuevos conocimientos, sino más bien sólo abre la posibilidad de investigar de cómo puede alcanzar el siguiente premio, provocando el efecto contrario de lo que el docente quiere obtener dentro del proceso enseñanza - aprendizaje, es decir la mejora de los conocimientos del estudiante dentro del aspecto tratado.

La situación que posiblemente afecta más al estudiante es que el software usado no sea nada amigable, ya que primero se tendría que investigar cómo funciona para poder ser utilizado. Luego investigar cómo obtener nuevos conocimientos a través de este software provocaría que el tema que se esté tratando se vuelva difícil de entender.



Cuando el uso del software educativo es desconocido por el docente, puede provocar que el estudiante cometa errores y que estos no sean rectificadas a tiempo, lo que hace que el conocimiento no sea el óptimo, por lo tanto, la innovación de los conocimientos será en menor grado, perjudicándose el estudiante. Aún más grave es que el docente desconozca totalmente el uso de una computadora lo que provocaría que desconozca la existencia de software educativo, por lo que no podría indicarle de éste al estudiante.

Otro de los inconvenientes que puede encontrarse con el software educativo, es que este producto no se adapte al lugar donde se utilice, ya que es diseñado por personas que lo desconocen sobre esta zona. También otro problema es que el lenguaje en que es producido no esté de acuerdo al lugar en que se utilice, como por ejemplo un lenguaje indígena, el quichua en el Ecuador.

Una desventaja muy común a enfrentar es que “Mucha información no es exacta. Es posible encontrar información que es parcial o totalmente falsa u obsoleta” (Chumpitaz, Garcia, Sakiyama y Sánchez 59).

El uso excesivo de un software por parte del estudiante puede producir ansiedad. De la misma manera, existe la posibilidad que algún software produzca aprendizaje incompleto, simplista y poco profundo, lo que resulta perjudicial para el que lo use.

En algunas ocasiones el estudiante se olvida que el software usado le permite obtener una forma muy particular de ver la realidad de las cosas, es



decir, que ciertos aspectos aplicados en la vida real pueden tornarse peligrosos si no se tienen cuidado.

Cierto software puede descuidar algún elemento importante para ser llamativo, entre ellos tenemos: Calidad de diseño, coherencia e interrelación de medios, interactividad: Capa convertirse de interacción alumno/información; es decir que fomente la actividad por parte del alumno. Individualización; es decir programas que funcionen teniendo en cuenta el comportamiento particular de cada alumno. Capacidad de animación de figuras y sonidos que enriquezcan didácticamente el programa, estimulación multisensorial, asociación de conceptos e imágenes, capacidad de simulación, en la cual el alumno pueda explorar fenómenos difíciles de manejar en la realidad: enlaces asociativos, relaciones sustantivas, hipermedia, múltiples caminos, motivación, conocimientos previos. estrategias de exploración.

2.10 Software para el aprendizaje de Matemáticas

Como en todas las áreas existe un buen número de software educativo para el uso de las Matemáticas, en la búsqueda de que se les ayude a los estudiantes a construir sus conocimientos, obteniendo así un aprendizaje significativo.

La enseñanza de la Matemática, cada vez se ha ido transformando con la finalidad de que estos conocimientos considerados abstractos puedan llegar sin ninguna dificultad a los estudiantes. Generalmente los conocimientos matemáticos están relacionados a figuras, gráficos, símbolos, etc., pero



también existen conceptos, ideas y métodos que pueden ser visualizados para su entendimiento.

La visualización toma un significado diferente dentro de la Matemática, ya que cuando la menciona, “se habla de visualizar un concepto o problema, o sea de comprenderlos en términos de imágenes visuales. Al investigar, el matemático recurre a esquemas que muestran relaciones, eligiendo e interpretando imágenes que le permiten intuir un resultado, enuncias conjeturas realizar apreciaciones, sugerir una demostración”. (Azinián 27 - 28).

En consideración a lo anterior, se puede señalar que gracias a la visualización lo que antes se realizaba por mera intuición, ahora se lo hace con un razonamiento adecuado logrando el aprendizaje deseado. Un ejemplo sencillo, es cuando al estudiante se le menciona la palabra cubo, puede intuir muchas cosas, pero si se la asocia con una figura, va a visualizar y bajo su propio razonamiento va a aclarar a qué se refiere dicha palabra.

Con ayuda de un software educativo y el uso de la visualización, la resolución de algunos problemas y ejercicios que se plantean en Matemáticas, van a ser resueltos de una manera más sencilla, pues el proceso de observar, comparar, organizar, abstraer y solucionar, se lo va a realizar con mayor eficacia.

Cabe recordar que la visualización tiene una relación de imágenes – ideas, “las imágenes pueden ser internas (mentales) o externas (representaciones concretas, figuras, diagramas, graficas, símbolos, etc.). una



imagen puede evocar o sugerir una idea; una idea puede exteriorizarse por medio del lenguaje”. (Dolores, Martínez, Farfán, Carrillo, López y Navarro 212)

La enseñanza de la Matemática en la actualidad puede apoyarse en el uso de una computadora como un auxiliar, pues siempre será necesaria la presencia de un docente para guiar a sus estudiantes.

El software educativo en la Matemática, permite que el aprendizaje del estudiante sea algo sencillo, sobre todo si a través de éste se puede visualizar gráficos, objetos, hechos, etc., que ya no es sólo necesario para la geometría, sino también para sus diferentes ramas como: el Álgebra, el Análisis o Cálculo, la Estadística, la teoría de las probabilidades.

Anteriormente el estudiante para resolver un ejercicio a través del uso del lápiz y del papel, tomaba mucho tiempo, y en algunos casos inclusive se corría el riesgo de cometer errores, lo que hacía que se iniciara todo desde el principio, en la actualidad con el uso de un software educativo este tiempo se ha reducido considerablemente, hallando la respuesta de forma más segura.

El uso de un software educativo en Matemática, se puede convertir en un laboratorio matemático donde se puede experimentar, sin ningún riesgo, así por ejemplo en Geometría al utilizar el software educativo como Geogebra, el cual permite que el estudiante construya la figura, obteniendo algunos resultados gracias a que se puede visualizar a través del monitor de una computadora.



Esto también se le puede aplicar a otras geometrías como la Analítica, donde aparte de visualizar la construcción producida por el estudiante también se observa la ecuación de dicha figura.

Existe buena y variada cantidad de software educativo para la enseñanza de Geometría Analítica, que permite no solamente observar su gráfico, sino también la parte algebraica, lo que permite, que los problemas puedan ser resueltos con mayor facilidad y con un buen entendimiento, obteniéndose así el aprendizaje deseado.

Los software de matemáticas se presentan a continuación:

SOFTWARE	DESCRIPCIÓN
Alg Blaster	Software ambientado por dos juegos permite la ejercitación de las habilidades Matemáticas en el área de álgebra
Algebra Editor	Utilidad gratis para resolver problemas de álgebra.
Cabri 3D	Programa para Geometría.
CabriWeb	Programa geométrico con traductor para la Web
Deadline	Resolución gráfica y numérica de ecuaciones.
Derivador	Calcula la derivada de cualquier función.
Descartes	Visualiza la representación gráfica de cualquier función matemática.
DrGeo	Programa para hacer Geometría al estilo de Cabri
Fractint	Programa para estudiar los fractales
Geogebra	Programa educativo para trabajar la Geometría de forma dinámica, el análisis y el álgebra.
Geometria	Crea formas geométricas y resuelve problemas usando geometría.
GNU Octave	Programa para hacer cálculo numérico parecido a Matlab.
Graph	Programa para representación gráfica de funciones matemáticas.
Graphmática	Programa para dibujar funciones e integrarlas, dibujar tan gentes,



	modificar el rango de los ejes, imprimir gráficos.
Jclíc	Programa para variadas aplicaciones educativas: rompecabezas, asociaciones, sopas de letras y crucigramas.
Kali	Programa diseñado en Java permite generar los 7 tipos de frisos y los 17 tipos de mosaicos a partir de un dibujo generador.
Kodu	Programa para diseñar juegos, enseñar lógica y programación
Minos	Programa CAD para dibujos técnicos en 3D
Poly	Para explorar poliedros
Qcad	Programa para dibujo técnico, similar a autocad.
Regla y compás	Programa para generar sencillos applet's geométricos interactivos.
Rotate	Programa libre para visualizar poliedros a partir de archivos "*.rot" que se encuentran en la red o que se pueden diseñar.
WinGeo	Programa geométrico al estilo de programas comerciales.
WinPlot	Programa para representar funciones de una y de dos variables. Permite desarrollar animaciones en función de un parámetro que varía
WinStats	Programa para tratamiento de datos estadísticos y para generar gráficos.
WxMaxima	Programa de cálculo simbólico, para realizar operaciones algebraicas y representar las funciones en dos y tres dimensiones.

Esta tabla de programas educativos fue tomada de la pagina web sector educativo de Danny José Perich Campana.

Un software educativo para la enseñanza de Geometría Analítica, que permite no solamente observar su gráfico, sino también la parte algebraica es el programa de Geogebra.



Por su fácil manejo este software educativo, le permite al estudiante construir su gráfica y manejarla de tal manera que su visualización sea la mejor, obteniéndose así el aprendizaje deseado.

Este software no sólo dispone de la vista gráfica, sino que también puede disponer de su vista algebraica en la misma ventana, permitiendo de esta manera no solamente observar la figura sino también la ecuación que tenga la misma.

Además, al disponer de una relación directa entre la gráfica y la ecuación formada, se puede modificar en cualquiera de las dos vistas y la otra se modificará inmediatamente.

La construcción y modificación de las figuras, no sólo se las puede hacer utilizando los, sino también en base a algunos íconos que dispone este software, facilitando el trabajo para el estudiante, y produciendo un aprendizaje significativo.



CAPÍTULO 3

MARCO METODOLÓGICO

Antes de la aplicación de lo propuesto, primero se socializó con los docentes que dictan la materia de Geometría Analítica, acerca de la aplicación del material didáctico y del software educativo para el aprendizaje de las cónicas, con el objeto de que a posteriori se pueda implementar en los demás paralelos.

3.1 Metodología

Para el propósito que persiguió este trabajo, se efectuó una investigación sobre la influencia del material didáctico y en especial del uso del software educativo Geogebra, para reforzar la enseñanza de las ecuaciones de las cónicas, como un bloque curricular del Tercer año de Bachillerato del Colegio Manuel J. Calle de la ciudad de Cuenca. Los beneficios y fiabilidad de estas herramientas, se convierten por lo tanto, en parte de los objetivos propuestos.

La respuesta que se dio a los objetivos planteados, dependió fundamentalmente de la ayuda y participación directa de los estudiantes del Tercer año de Bachillerato del Colegio Manuel J. Calle de la ciudad de Cuenca-Ecuador. Para ello, se seleccionó 55 estudiantes de dos paralelos de la especialidad de Físico – Matemático, los mismos que respondieron a una encuesta, que sirvió como punto de partida, para la aplicación de la propuesta.



Luego de analizar y procesar los datos obtenidos en esta encuesta, se pudo evidenciar la necesidad de implementar algún mecanismo o método, en búsqueda de motivar el estudio de las ecuaciones de las cónicas, que son parte de la Geometría Analítica Plana, para mejorar el rendimiento de los estudiantes.

El trabajo de investigativo realizado, es del tipo explorativa y descriptivo, debido a que se desea incurrir en un problema, que aun no se ha tratado, lo que le convierte en explorativa, y, el deseo de conocer de que se parte y de los resultados obtenidos luego de la implementación de material didáctico en conjunto con el software educativo Geogebra, a través de las encuestas, es decir descriptiva. La técnica de la observación fue utilizada en esta investigación para el seguimiento e identificación del proceso de aprendizaje.

Luego de implementar el software de Geogebra en las computadoras de la Institución, se socializó con los docentes del área de Matemática, acerca de su aplicación y sus beneficios, además se les hizo conocer acerca del material didáctico que se utilizará en beneficio de los educandos.

La implementación del material didáctico y software educativo Geogebra, responde a la realidad existente del Colegio Manuel J: Calle. Este proceso se fue documentando de tal manera que se dispone de un manual de instrucciones para su aplicación, en la búsqueda que los futuros docentes lo conozcan y puedan implementar en sus clases, con los debidos ajustes a los mismos y de acuerdo a la realidad existente en la Institución.



En este sentido, se pretende que la comprensión de las ecuaciones de las cónicas y su aplicación en el tercer año de bachillerato sean de forma más comprensible y práctica para los estudiantes.

3.2 Población y Muestra

3.2.1 Población

La investigación se efectuó en el Colegio Manuel J Calle de la provincia del Azuay, cantón Cuenca. El mismo que tiene a su cargo la preparación de estudiantes de Educación General Básica Superior y de Bachillerato, con noventa profesores, de los cuales tres están a cargo de la asignatura de Matemáticas en el tercer año de bachillerato y con doscientos estudiantes.

Los aportes de los docentes que laboran en el área de Matemática del tercero de bachillerato fue muy importante para llevar a cabo la implementación de la investigación propuesta.

3.2.2 Muestra

Para la implementación y aplicación de material didáctico y el software educativo se escogió a cincuenta y cinco estudiantes, pertenecientes a los dos paralelos del tercer año de bachillerato de la especialidad de Físico – Matemático, que en su mayoría en el segundo año de bachillerato de la misma especialidad poseían calificaciones regulares, en la asignatura de Geometría plana, al igual que en el primer trimestre del tercero año en Geometría analítica, lo que motivo a las autoridades a solicitar que se aplique la



implementación a los dos paralelos, además, que estas dos asignaturas llevan una relación directa, por tratar sobre las figuras geométricas.

El sistema de evaluación trimestral de la Institución, del momento de la implementación era sobre veinte puntos, que se puede reducir a diez, para su comprensión en el actual sistema. La promoción del año lectivo lo lograban los estudiantes que alcanzaban un rendimiento superior al promedio de trece sobre veinte. Con la implementación del proyecto planteado se pretende mejorar los aprendizajes y por ende superar el nivel de rendimiento.

En el proceso de la investigación se realizó a los estudiantes una encuesta de once preguntas cerradas y abiertas, con la finalidad de conocer la realidad en la que se desenvolvían en ese momento. De igual manera, se realizó otra encuesta, luego de la implementación del material didáctico y el software educativo Geogebra, para conocer si se logró los objetivos planteados.

3.3 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para recabar la información pertinente, se utilizó las siguientes técnicas e instrumentos:

- Una encuesta realizada a los estudiantes al inicio de la investigación, constituida por siete preguntas cerradas y cuatro preguntas abiertas, a través de las cuales, se determinó los materiales didácticos utilizados y la tecnología aplicada en el proceso enseñanza – aprendizaje.



- Una encuesta realizada a los estudiantes, al final de esta investigación, constituida por siete preguntas cerradas y cuatro preguntas abiertas, a través de la cual, se determinó el nivel de aceptación del material didáctico y el software utilizado. en la intervención.
- La comparación del aprovechamiento obtenido antes de la implementación de esta propuesta, en la materia de geometría plana del segundo año de bachillerato del Colegio Manuel J. Calle de los dos paralelos de la especialidad Físico – Matemático del año lectivo 2010 – 2011, con el aprovechamiento obtenido al final de la implementación de la propuesta, en la materia de Geometría analítica del tercer año de bachillerato de los dos paralelos, durante el año lectivo 2011 – 2012.

3.3.1 Proceso o métodos de análisis de datos

El análisis de datos de las encuestas realizadas, tanto al inicio como al final de la investigación realizada se detalla a continuación.

3.3.1.1 Encuesta realizada a estudiantes al inicio de la investigación.

Dentro del estudio de la encuesta realizada a los estudiantes al inicio de la investigación, se anota la pregunta y luego el análisis de los resultados obtenidos:



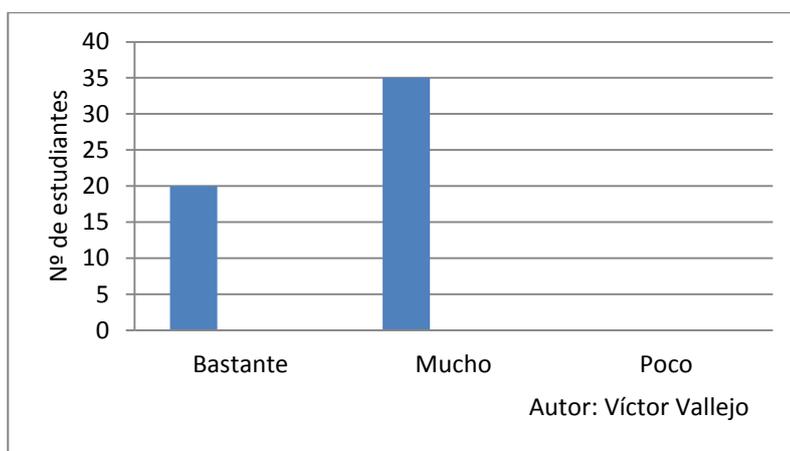
1) ¿Te gusta la especialidad de Físico Matemático?

Bastante _____

Mucho _____

Poco _____

Obteniendo el siguiente resultado:



De los 55 estudiantes encuestados, a 20 les gusta bastante la especialidad, a 35 les gusta mucho. Este resultado se debe a que el estudiante escogió la especialidad, con una motivación propia.



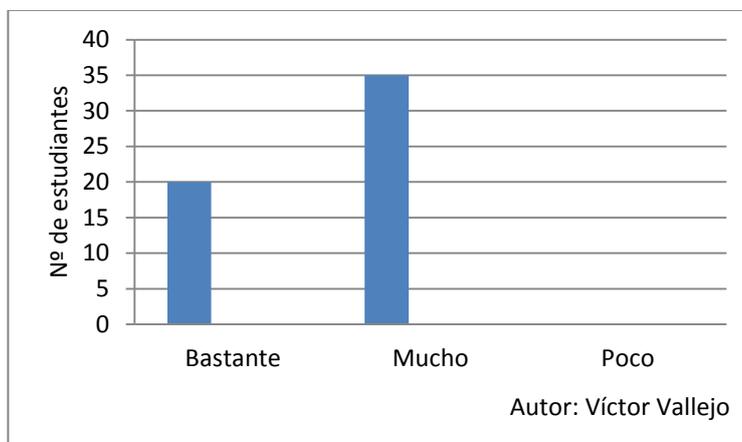
2) ¿Te gusta las Matemáticas?

Bastante _____

Mucho _____

Poco _____

Obteniendo el siguiente resultado:

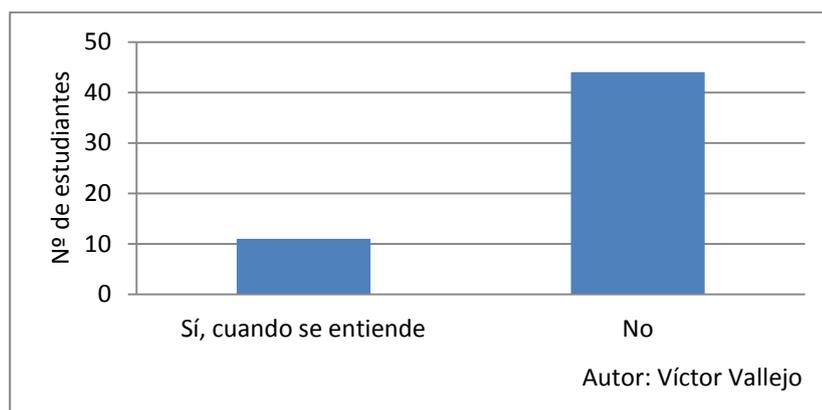


De los 55 estudiantes encuestados, a 20 les gusta bastante la Matemática, a 35 les gusta mucho. Este resultado, comparado con el anterior, permite visualizar que el gusto por esta materia va disminuyendo.



3) ¿Consideras que la Geometría Analítica es sencilla para ti?

Obteniendo el siguiente resultado de respuestas con mayor frecuencia de mención:



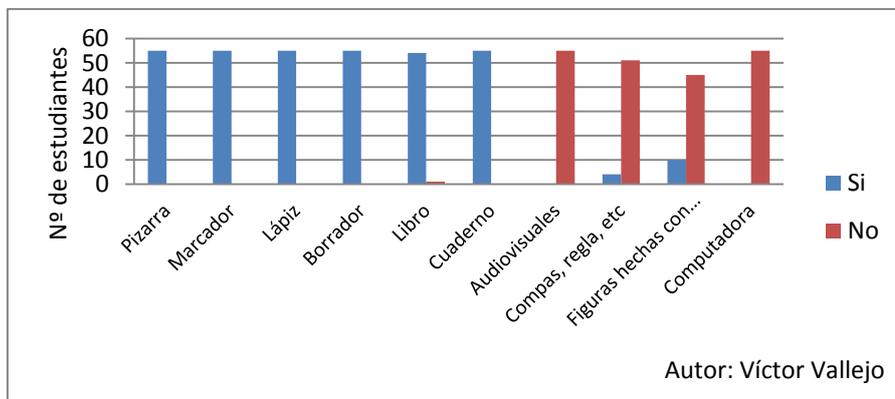
De los 55 estudiantes, 11 respondieron que sí, cuando ésta se llegaba a entender conociendo sus fórmulas, mientras que 44 respondieron que no, pues hace falta conocer más detenidamente cada tema, lo que indica que la Geometría Analítica es compleja y dificulta su comprensión.



4) La enseñanza- aprendizaje de la Geometría que se realizó el año pasado se utilizó: (Señala lo que han utilizado con x).

Pizarra	SI ____ NO ____
Marcador	SI ____ NO ____
Lápiz (esferos)	SI ____ NO ____
Borrador	SI ____ NO ____
Libro	SI ____ NO ____
Cuaderno	SI ____ NO ____
Audiovisuales	SI ____ NO ____
Compás, graduador, regla, etc.	SI ____ NO ____
Figuras hechas con diferentes materiales (papel, etc.)	SI ____ NO ____
Computadora	SI ____ NO ____

Obteniendo el siguiente resultado:



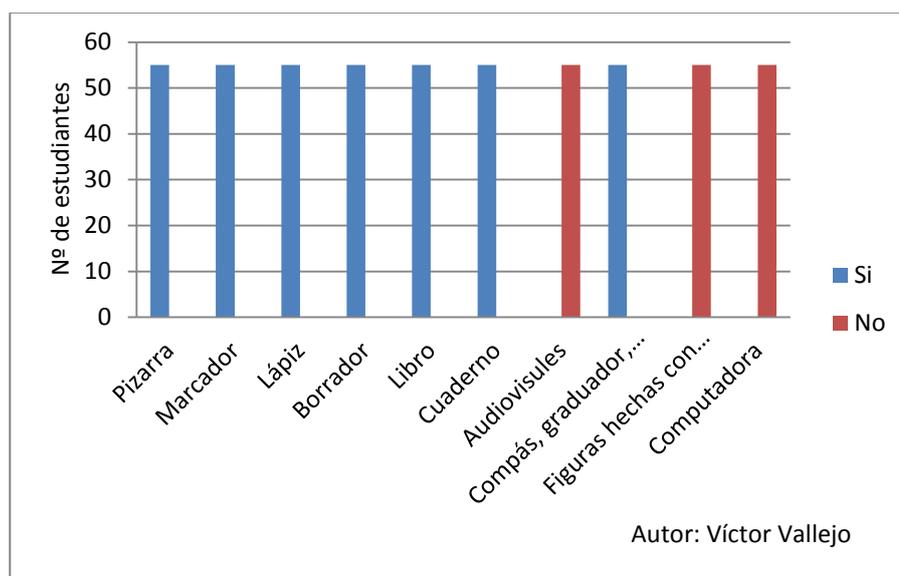
De los 55 estudiantes, todos ellos respondieron que el año pasado se usó pizarra, marcador, lápiz, borrador y cuaderno, mientras que no se usó audiovisuales ni la computadora. En cuanto al uso de libro, 54 respondieron que sí y 1 que no. Sobre el uso de compás, reglas, etc., 4 respondieron que sí y 51 que no. Del uso de figuras hechas con diferentes materiales como papel, 10 respondieron que sí y 45 que no. Esto indica que para la enseñanza de la Geometría, no se utilizó material didáctico, ni tecnología.



5) La enseñanza de la Geometría Analítica se está realizando mediante el uso de: (Señala lo que utilizas con x)

Pizarra	SI ___ NO ___
Marcador	SI ___ NO ___
Lápiz (esferos)	SI ___ NO ___
Borrador	SI ___ NO ___
Libro	SI ___ NO ___
Cuaderno	SI ___ NO ___
Audiovisuales	SI ___ NO ___
Compas, graduador, regla, etc.	SI ___ NO ___
Figuras hechas con diferentes materiales	SI ___ NO ___
Computadora	SI ___ NO ___

Obteniendo el siguiente resultado:



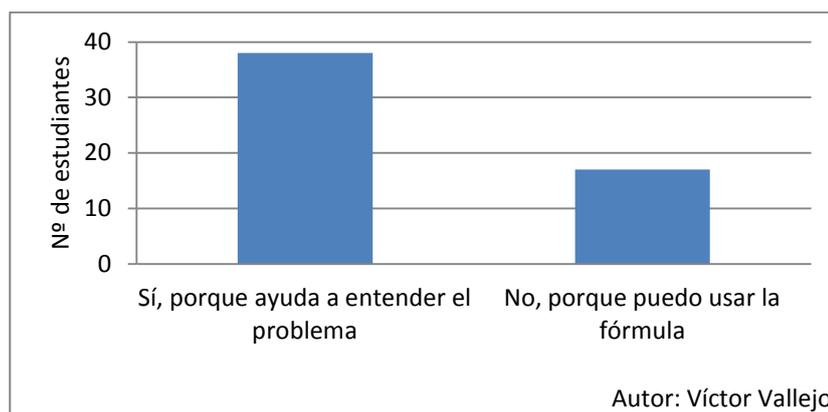


De los 55 estudiantes, todos respondieron que para la enseñanza de la Geometría Analítica se utiliza la pizarra, marcador, lápiz, borrador, libro, cuaderno, compás, graduador, regla, etc., de igual forma, los 55 estudiantes respondieron que no se utiliza, audiovisuales, figuras hechas con diferentes materiales ni la computadora. Este resultado indica que para la enseñanza de la Geometría Analítica, en el primer trimestre del año lectivo 2011 – 2012 no se está utilizando ni material didáctico ni la tecnología.



6) ¿Consideras que la gráfica es muy importante en Geometría Analítica? ¿Si consideras que no, por qué?

Obteniendo el siguiente resultado de respuestas con mayor frecuencia de mención:

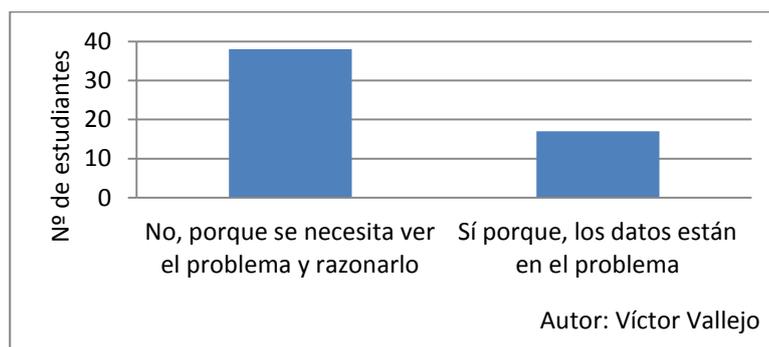


De los 55 estudiantes, 38 respondieron que sí, porque facilita el entendimiento del problema, 17 en cambio consideran que no, porque es suficiente con los datos y las fórmulas. Según esta información para muchos la imagen es necesaria para poder comprender el problema y así resolverlo.



7) **¿Consideras que las fórmulas son suficientes para resolver los problemas de la Geometría Analítica? ¿Por qué?**

Obteniendo el siguiente resultado de respuestas con mayor frecuencia de mención:



De los 55 estudiantes, 38 respondieron que no porque se necesita de la gráfica y de razonarla, mientras que 17 piensan que no, porque sólo con las formulas se pueden resolver los ejercicios, lo que evidencia la respuesta de la pregunta anterior.



8) ¿Qué rendimiento tienes en el primer trimestre en Geometría

Analítica?

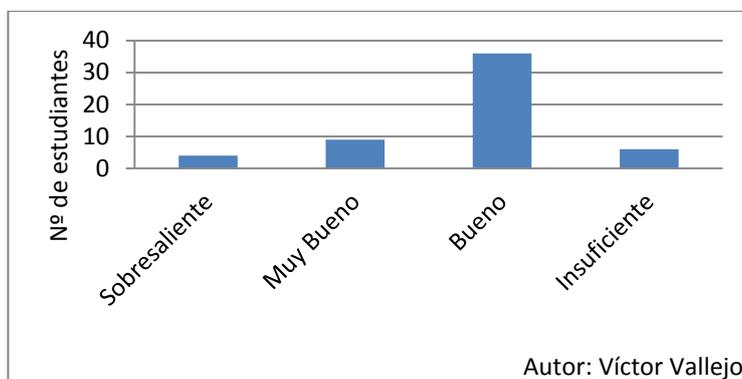
Sobresaliente _____

Muy Bueno _____

Bueno _____

Insuficiente _____

Obteniendo el siguiente resultado:

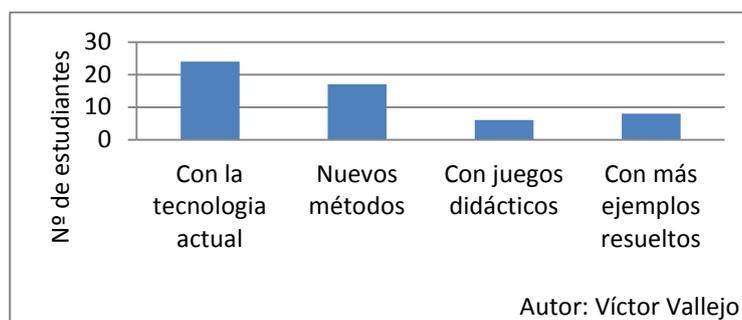


De los 55 estudiantes, 4 respondieron que Sobresaliente, 9, Muy Bueno; 36, Bueno y 6, insuficiente. El rendimiento de los estudiantes en la mayor parte es de Bueno, con un promedio de 15 o menos sobre 20, es decir menos de 7,5 sobre 10.



9) ¿A través de qué te gustaría aprender la Geometría Analítica?

Obteniendo el siguiente resultado de respuestas con mayor frecuencia de mención



De los 55 estudiantes, para 24 con tecnología actual, para 17 con nuevos métodos, para 6 con juegos didácticos y para 8 con más ejemplos. Para la mayoría de los estudiantes, la Geometría Analítica debe ser abordada con las tecnologías actuales y con materiales didácticos. Esto evidencia que los estudiantes tienen dificultades en las concepciones abstractas y requieren ayuda o una mejor mediación para estudiar este tema. Además se evidencia la identificación y agrado por la tecnología.

10)



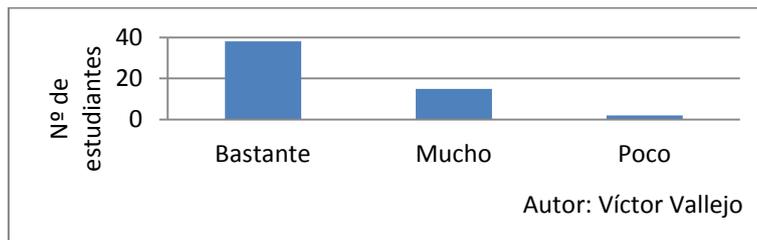
11) ¿Sabes manejar una computadora? (Señala con una X)

Bastante _____

Mucho _____

Poco _____

Obteniendo el siguiente resultado:



De los 55 estudiantes, 38 respondieron que bastante, 15 mucho y 2 poco. Por lo

que se deduce que la gran mayoría de estudiantes saben manejar una computadora.

12)



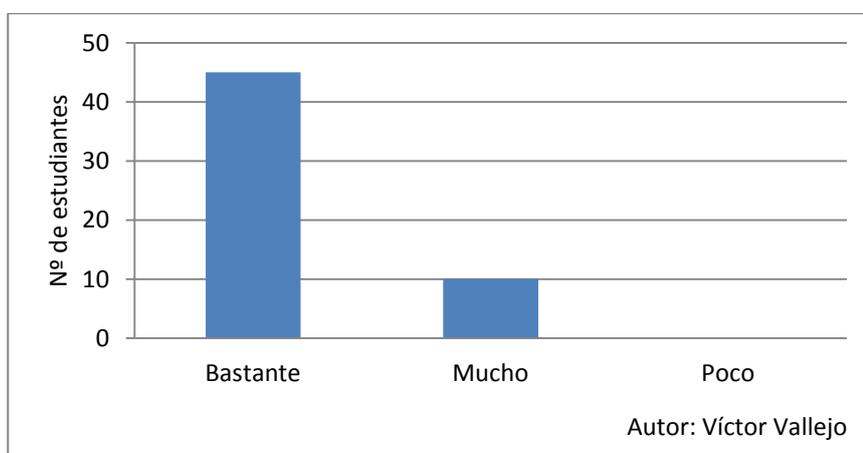
13) ¿Sabes manejar el internet? (Señala con una X)

Bastante _____

Mucho _____

Poco _____

Obteniendo el siguiente resultado:



De los 55 estudiantes, 45 respondieron que bastante y 10 que mucho, esto indica que los estudiantes manejan muy bien el internet.

De las respuestas obtenidas, se puede deducir que el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría Analítica, tiene dificultades, por el bajo rendimiento de los estudiantes en el primer trimestre, súmese a esto el deseo de que se utilice la tecnología y material didáctico para su aprendizaje, por su afinidad y buen manejo de la computadora.



3.3.1.2 Encuesta realizada a estudiantes al final de la investigación.

Dentro del estudio de la encuesta realizada a los estudiantes al final de la investigación, se anota la pregunta y luego el análisis de los resultados obtenidos:

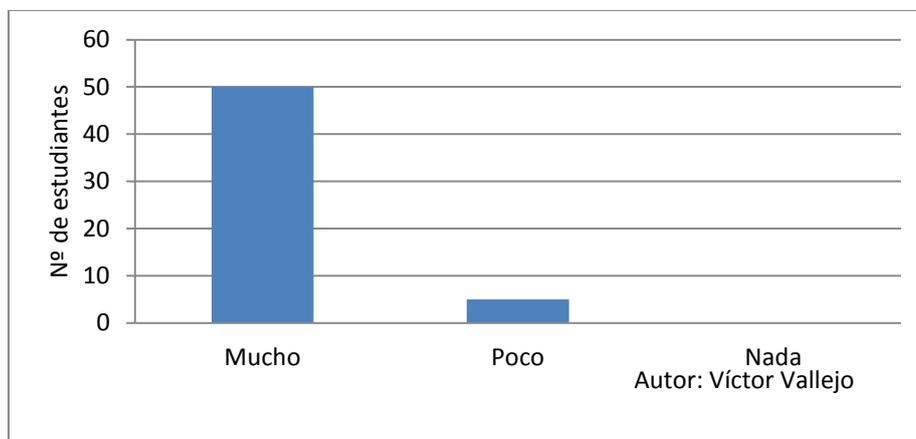
1) ¿Te gustó trabajar con material concreto para entender los conceptos de la de las cónicas en Geometría Analítica?

Mucho _____

Poco _____

Nada _____

Obteniendo el siguiente resultado:

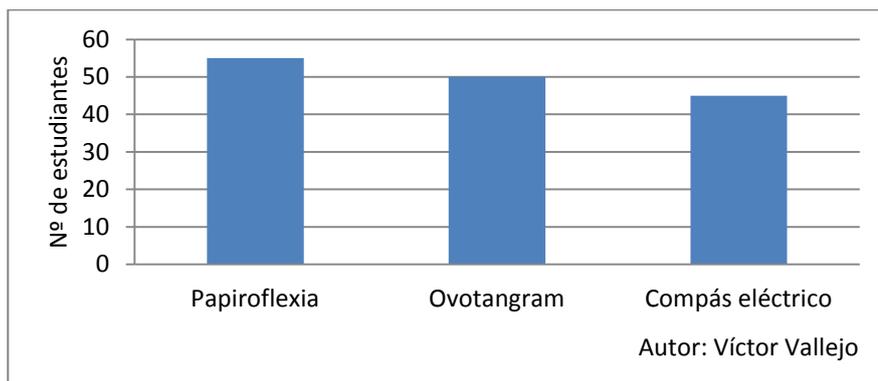


De los 55 estudiantes, 50 respondieron que mucho y 5 que poco. Es evidente que a muchos les agradó el construir el material didáctico.



2) ¿Qué material concreto te agradó más, en tu aprendizaje de la Geometría Analítica?

Obteniendo el siguiente resultado de respuestas con mayor frecuencia de mención:



De los 55 estudiantes, los 55 les agradó papiroflexia, a los 50 el ovotangram y a los 45 el compás eléctrico. Para la conceptualización les agradó mucho el uso de material didáctico preparado, siendo el de papiroflexia para los estudiantes el más llamativo.



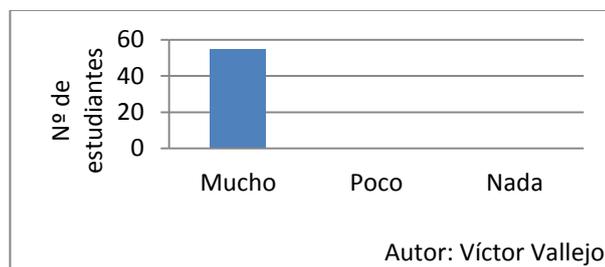
3) ¿Te gustó usar el Aula Virtual para aprender Geometría Analítica?

Mucho _____

Poco _____

Nada _____

Obteniendo el siguiente resultado:



De los 55 estudiantes, el 100 % respondieron que les agradó el uso del aula virtual conocido también como laboratorio de informática. Lo que indica que la motivación de los estudiantes es inminente cuando se utiliza tecnología actual.



4) ¿Cómo le consideras al programa Geogebra para el aprendizaje de la Geometría Analítica?

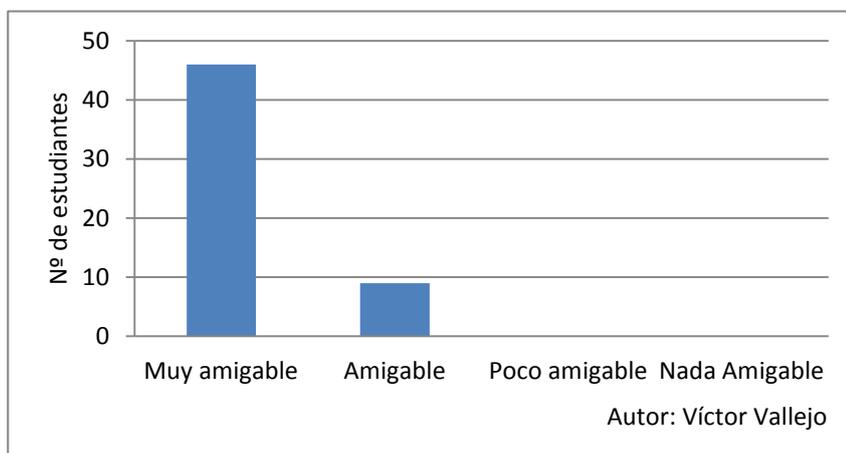
Muy amigable _____

Amigable _____

Poco amigable _____

Nada amigable _____

Obteniendo el siguiente resultado:



De los 55 estudiantes, 46 respondieron que muy amigable y 9 que amigable. Lo que determina que el Software educativo Geogebra, pudo ser manejado sin ninguna dificultad y tiene una muy buena evaluación al respecto.



5) Tu motivación en el aprendizaje de Geometría Analítica, si tu profesor usa: (Señala con una x).

	Mucho	Poco	Nada
Pizarra, marcador, borrador	_____	_____	

Libro	_____	_____	

Cuaderno	_____	_____	

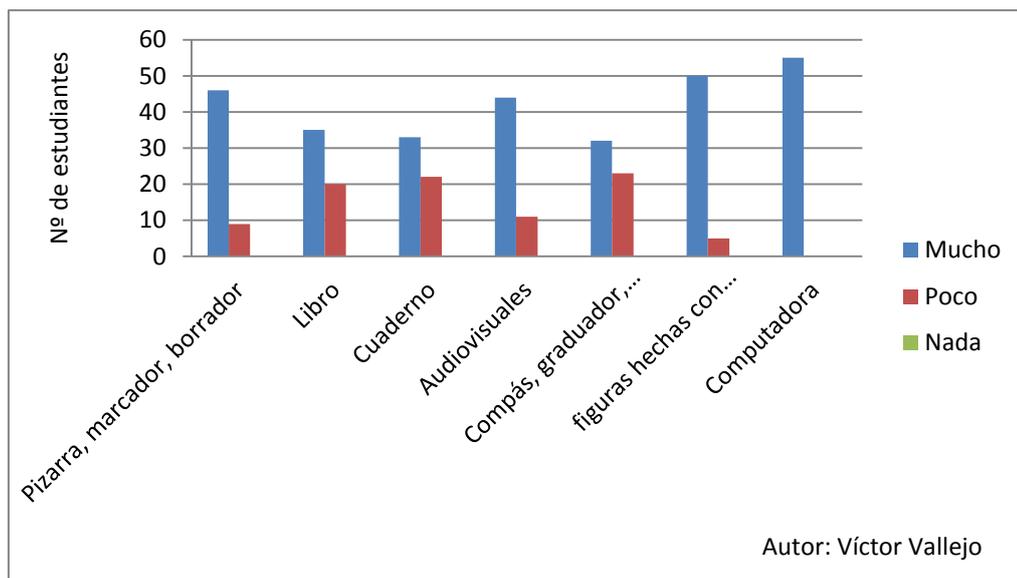
Audiovisuales	_____	_____	

Compás, graduador, regla, etc.	_____	_____	

Figuras hechas con diferentes	_____	_____	

materiales (papel, etc.)			
Computadora	_____	_____	

Obteniendo el siguiente resultado:



De los 55 estudiantes, en relación a la pizarra, marcador y borrador, 46 respondieron que mucho, mientras que 9, poco. Con relación al libro, 35 respondieron que mucho y 20 que poco. Respecto al cuaderno, 33 respondieron mucho, y 22 respondieron poco. Con relación a audiovisuales respondieron 44 que mucho, y 11 que poco. Referente al compás graduador, regla, etc. respondieron 32 que mucho y 23 poco. Con relación a figuras hechas con diferentes materiales respondieron 50 que mucho y 5 que poco. Con relación a la computadora respondieron los 55 que mucho. Como se puede observar, la motivación que encuentra el estudiante está en el uso de la computadora, continuando con el material didáctico, luego con el pizarrón y menor intensidad las demás opciones.



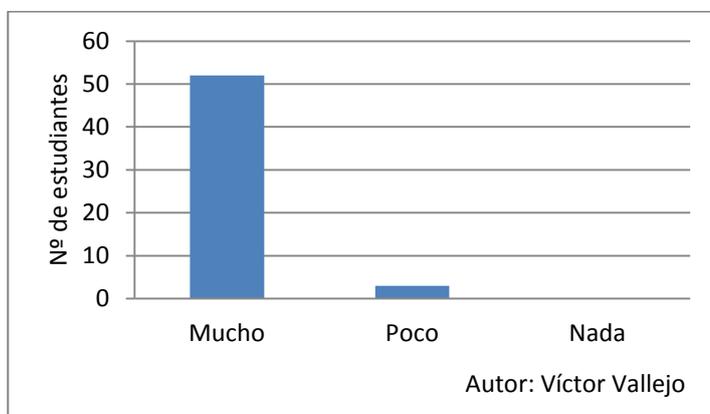
6) ¿Consideras que las construcciones de gráficas son importantes en el aprendizaje de Geometría Analítica? (Señala con una x)

Mucho _____

Poco _____

Nada _____

Obteniendo el siguiente resultado:



De los 55 estudiantes, en cuanto a la importancia de la gráfica, 52 respondieron que mucho y 3 que poco. Esto indica que para la conceptualización de la geometría analítica, los estudiantes confirman la importancia de la graficación a pesar que antes de la aplicación de la propuesta no todos estaban de acuerdo en la importancia de este aspecto.



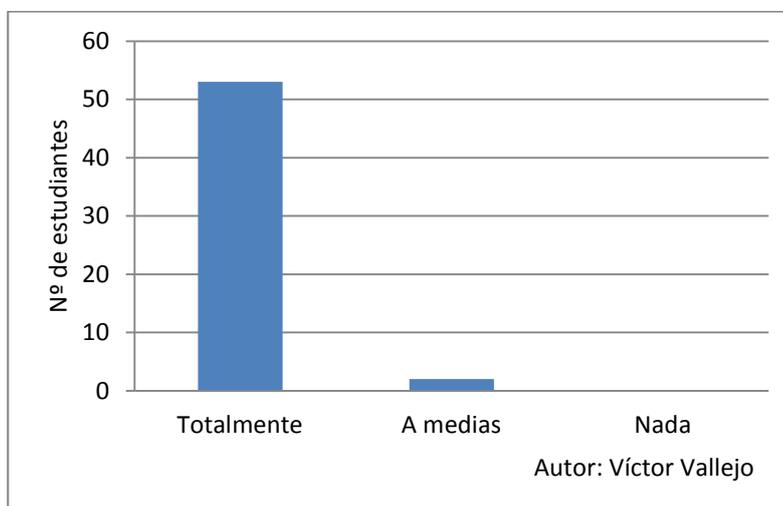
7) Crees que aprendiste mejor la Geometría Analítica mediante el uso de material concreto y el software Geogebra

Totalmente _____

A medias _____

Nada _____

Obteniendo el siguiente resultado:



De los 55 estudiantes, 53 respondieron que totalmente y solo 2 que a medias.

Por lo tanto la gran mayoría considera que el aprendizaje de Geometría Analítica se facilita con el uso de material didáctico y el Software de Geogebra, mientras que a los dos se le dificultó, debido a que no disponían de un computador en casa, y todo lo tenían que realizar el momento en que estaba libre algún computador en el laboratorio de informática conocido como aula virtual.

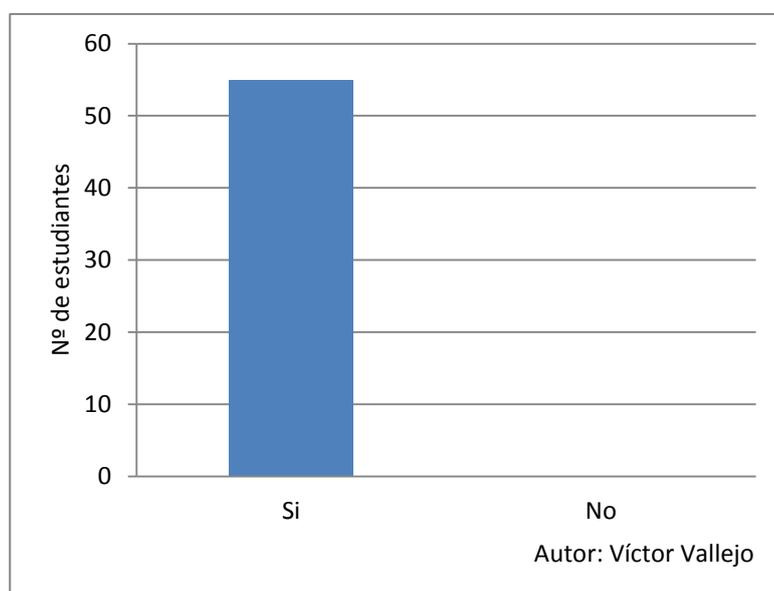


8) ¿Consideras que la resolución de ejercicios de Geometría Analítica se resuelven con mayor facilidad mediante el uso de Geogebra?

Si _____

No _____

Obteniendo el siguiente resultado:



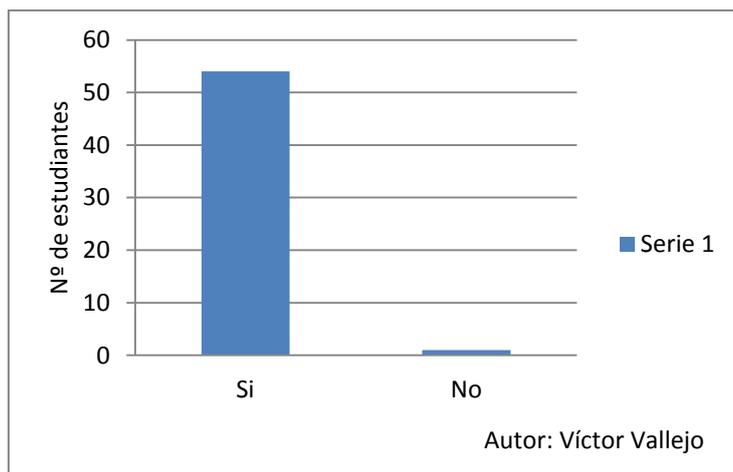
De los 55 estudiantes, el 100 % respondieron que sí. Lo que indica, que a los estudiantes el software educativo facilita la solución de los ejercicios referentes a la Geometría Analítica. Esto ratifica lo ya mencionado acerca de la influencia del software educativo en el aprendizaje del adolescente, pues en este caso facilita la resolución de los problemas y en menor tiempo.



9) ¿Consideras que el material concreto te ayudó a entender los conceptos de las diferentes cónicas?

Si _____

No _____

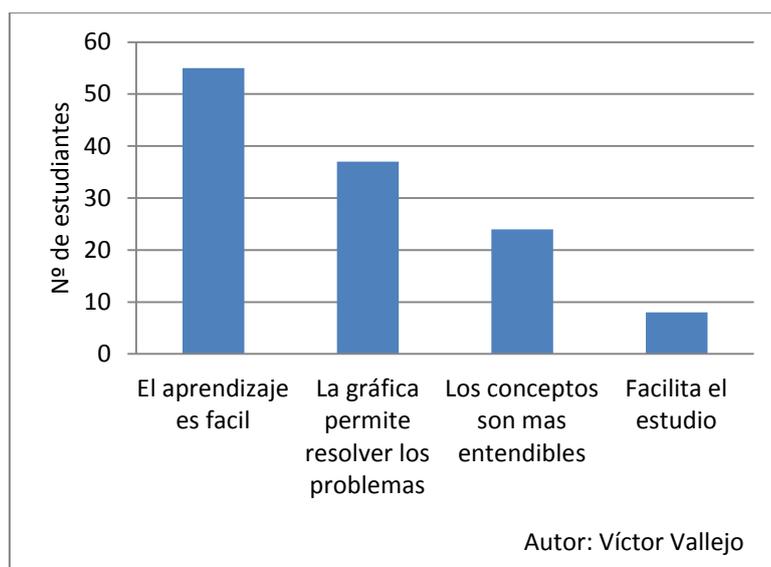


De los 55 estudiantes, 54 respondieron que sí y solo 1 no. Se puede notar según los estudiantes, el material didáctico ayuda a entender los conceptos. Esto evidencia que los estudiantes aún necesitan de material concreto para llegar a la conceptualización de aspectos abstractos de la geometría, aunque muchos docentes consideran que los estudiantes, a esta edad, ya no necesitan de apoyos didácticos para abordar la materia.



10) Cuáles crees que fueron las ventajas del uso del material concreto en Geometría Analítica y el software Geogebra

Obteniendo el siguiente resultado de respuestas con mayor frecuencia de mención:

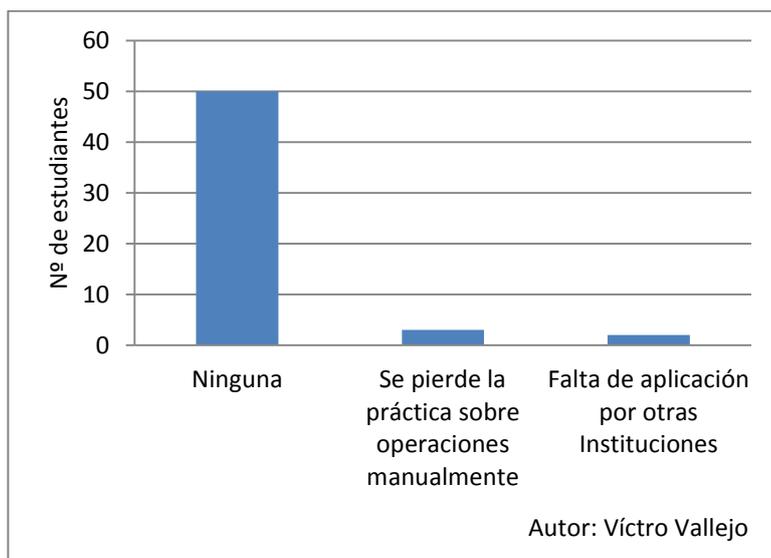


De los 55 estudiantes, los 55 piensan que el aprendizaje es más fácil; 37 que mediante la gráfica les permite resolver los problemas; los 24 piensan que los conceptos son más entendibles, y 8 piensan que facilita el estudio. Por lo tanto las ventajas del uso del material didáctico y del software educativo Geogebra facilita el aprendizaje.



11)Escribe las desventajas del uso del material concreto en Geometría Analítica y el Software Geogebra

Obteniendo el siguiente resultado de respuestas con mayor frecuencia de mención:



De los 55 estudiantes, 50 respondieron que ninguna; 3 que se pierde la práctica sobre operaciones manualmente y 2 la falta de aplicación por otras Instituciones. El resultado, pone en evidencia que no existen desventajas sobre el uso del material didáctico y el software educativo. Sin embargo hay que



tomar en cuenta que no se puede eliminar totalmente la parte de desarrollos matemáticos.

Los resultados obtenidos de esta encuesta, corroboran que el material didáctico y el Software educativo Geogebra, han facilitado el aprendizaje de las cónicas, recordando que lo primero ayuda en la comprensión de los conceptos y elementos de cada figura, y el segundo a visualizar la gráfica de la cónica para poder resolver un problema planteado.

En relación a la comparación de los promedios obtenidos, en la asignatura de Geometría plana de los dos paralelos de la especialidad de Físico – Matemático del año lectivo 2010 – 2011, con los promedios obtenidos, en la asignatura de Geometría analítica de los dos paralelos de la misma especialidad del año lectivo 2011 – 2012, se puede señalar lo siguiente:

CURSO	PARALELO	PROM /20	PROM /10
II DE BACHILLERATO	B1	14.54	7.21
II DE BACHILLERATO	B2	14.85	7.42
PROMEDIO GENERAL		14.70	7.35
III BACHILLERATO	B1	16.93	8.46
III BACHILLERATO	B2	16.63	8.32



PROMEDIO GENERAL

16.78

8.39

Que el promedio obtenido por el segundo de bachillerato B1 (Anexo 19), fue de 14,54 sobre 20, es decir, 7,27 sobre 10; que el promedio obtenido por el segundo de bachillerato B2 (Anexo 20), fue de 14,85, es decir, 7,42 sobre 10, y por ende el promedio global de estos dos paralelos fue de 14,70 sobre 20, o 7,35 sobre 10. Mientras, que el promedio obtenido por el tercero de bachillerato B1 (Anexo 21), fue de 16,93 sobre 20, es decir, 8,46 sobre 10; que el promedio obtenido por el tercero de bachillerato B2 (Anexo 22), fue de 16,63 sobre 20, es decir, 8,32 sobre 10, en consecuencia, el promedio global de los dos paralelos es de 16,78 sobre 20, o lo que es igual a 8,39 sobre 10.

La comparación hecha de los promedios, es un indicativo de que los estudiantes mejoraron en su aprovechamiento, e inclusive no existe alguno que haya quedado a supletorio en la materia de Geometría analítica.



CAPÍTULO 4

PROPUESTA

4.1 Descripción de la propuesta

Al inicio se obtuvo información sobre el material concreto y software educativo usados un año anterior a la implementación de la propuesta, a través de una encuesta (Anexo 01) realizada a los estudiantes del tercer año de bachillerato del colegio “Manuel J. Calle”, para poder tener antecedentes, de cómo se enseñó la Matemática, en especial la Geometría el año anterior. Luego se orientó a los estudiantes acerca de los temas a trabajarse (la implementación), así como el uso de material didáctico concreto y el software educativo Geogebra, relacionado con la propuesta para abordar los temas de: circunferencia, parábola, elipse e hipérbola.

4.1.1 La circunferencia

4.1.1.1 Objetivo

Obtener el concepto de circunferencia y los elementos que la conforman, mediante el uso del ovotangram, compas eléctricos y la papiroflexia.



4.1.1.2 Estrategias

La estrategia que se emplea en este proceso es el aprendizaje cooperativo, para que a través de pequeños grupos, busquen y compartan la información necesaria para cumplir una meta común asignada. En estos grupos cada estudiante desarrollará una función designada por los mismos estudiantes o el docente.

Otra de las estrategias utilizadas, es la discusión dirigida, que mediante la interrogación del cómo y por qué los estudiantes llegan a obtener conclusiones por sí mismos. Finalmente se utiliza la de integración de tecnología, al solicitarles que investiguen en el Internet, y que usen el Software educativo Geogebra, para visualizar la figura, lo que les ayudó a resolver algunos problemas sobre la ecuación de la circunferencia.

4.1.1.3 Procedimiento

Luego de presentarles la imagen del ovotangram, y las figuras que se pueden construir con dicho juego (Anexo 03), se les solicita que formen grupos para su construcción. Para cumplir el objetivo, se pide que busquen, en la web, el proceso de cómo construirlo (Anexo 04), usando materiales como: una hoja de papel, un compás, dos escuadras, un lápiz y pinturas.

Una vez construido este juego, cada grupo presentó a los demás, la forma cómo lo realizaron y en qué se basaron para la construcción de dicho material didáctico, encontrándose que todos partieron de una misma figura, por



lo que se les solicitó que definieran la mencionada figura. Con la ayuda de la técnica lluvias de ideas, se obtuvo el concepto de circunferencia.

Después para reforzar aún más el concepto obtenido, se les envió a cada grupo que construyan el compás eléctrico (Anexo 05), el mismo que se encuentra detallado en el manual de instrucciones preparado, lo que les permitió encontrar que el tamaño de la circunferencia depende del radio, es decir del segmento de recta que va desde centro de la circunferencia al punto por donde pasa dicha curva.

Usando nuevamente el manual de instrucciones, se construyó en el aula con una hoja de papel, a través de los respectivos dobleces que nos enseña la papiroflexia, una figura que se asemeja a la circunferencia (Anexo 06), para solicitar a los estudiantes, que encuentre en ella algunos elementos de la circunferencia.

Luego de practicar los comandos básicos de Geogebra en el laboratorio de computación de la institución, con ayuda del manual de instrucciones previamente estructurado, se les hizo graficar la circunferencia (Anexo 07), siguiendo los pasos indicados en el mismo, para luego visualizar la figura, y en conjunto con los conocimientos obtenidos sobre la ecuación de la recta, más el concepto de circunferencia, dedujeran la ecuación de esta curva.

Así, con los conocimientos previos y mediante el uso del computador en el cual se ha instalado previamente el software educativo Geogebra, se resolvió algunos problemas modelos que se encuentran en el manual de instrucciones, luego, se envió a cada grupo de estudiantes una tarea a casa, solicitándoles



que se ayuden con este software educativo, ya que se puede descargar libremente en su computadora.

Posteriormente, cada grupo de estudiantes socializaron la tarea realizada ante sus compañeros, compartiendo algunos aspectos propios, llevados a cabo en el proceso de la actividad (Anexo 08).

En el desarrollo de estas actividades se recalca la importancia de la correcta secuencia que deben ya que si existe un pequeño error en el proceso, la actividad no tendrá los mismos resultados.

Finalmente se solicita la resolución de los mismos ejercicios sobre el tema de la circunferencia, pero esta vez utilizando lápiz y papel (Anexo 09), considerando la secuencia seguida con el manejo de Geogebra, pues, el software educativo solamente es una herramienta que les ayuda a mejorar la comprensión de los problemas planteados, mediante la observación construcción rápida y su análisis.

4.1.2 La Parábola

4.1.2.1 Objetivo

Obtener el concepto de la parábola, los elementos y características que la conforman

4.1.2.2 Estrategias

La estrategia educativa que se emplea en este proceso, es la del aprendizaje cooperativo, mediante la conformación de grupos, los cuales se comprometen de forma responsable a buscar y obtener información sobre el



tema tratado. Cada uno de los miembros del grupo, tiene la obligación de apoyar a los demás, creando un ambiente de cooperación con la finalidad de conseguir la meta propuesta.

De la misma manera, se utilizará la estrategia de la discusión guiada, como también la técnica de la lluvia de ideas. No se puede descuidar la de integración de tecnología, mediante el uso del software educativo Geogebra.

4.1.2.3 Procedimiento

Mediante el uso del manual de instrucciones, se realiza la construcción de la parábola, a través de la papiroflexia (Anexo 10) en un papel traslucido. Entonces, se realizó las preguntas de ¿Cómo? y ¿Por qué? se formo la figura de la parábola, al hacer las dobleces en el papel, una vez instaurada la discusión en cada grupo, se le solicitó al jefe de grupo la obtención de las ideas principales sobre el tema tratado, que lo anotara en la pizarra, para luego, con ayuda de los demás grupos y el docente conformar la definición buscada. Una vez hecho esto, se solicitó a un estudiante dibujar la figura que observa en su hoja de papel en la pizarra, para que pueda determine con mayor facilidad los elementos que la componen (Anexo 11).

Luego, en el laboratorio de computación o aula virtual con ayuda del manual y el software educativo Geogebra, se construyó la figura de la Parábola (Anexo 12), la misma que servirá como base, para comparar con las otras formadas al modificar su centro, como también su directriz, entonces, se les pidió a los estudiantes deducir la ecuación de la curva.



Una vez hecho esto, se procedió de la misma manera que en el tema anterior, a invitarles a resolver algunos problemas referentes a esta curva del manual de instrucciones, para luego, enviarles como tarea a casa, algunos problemas a cada grupo, insinuándoles que lo resolvieran utilizando el software Geogebra, y solicitándoles que en la próxima clase pudieran exponer como lo habían realizado a los demás grupos (Anexo 13).

4.1.3 La elipse

4.1.3.1 Objetivo

Obtener el concepto de elipse y los elementos que la conforman, mediante el uso de la papiroflexia y el método del jardinero.

4.1.3.2 Estrategias

La estrategia del aprendizaje cooperativo, se repite en esta cónica, para qué a través de pequeños grupos construyan y obtengan la información necesaria en cumplimiento a lo solicitado.

La discusión guiada, es la otra estrategia que **usaran** los estudiantes para descubrir por sí mismos algunos conocimientos necesarios para el entendimiento de la elipse. De la misma forma que la anterior, se precisará del uso de la estrategia de la de integración de tecnología, mediante el software educativo Geogebra y el Internet.

4.1.3.3 Procedimiento

Con antelación se designó los grupos que van a dirigir la construcción del material didáctico, así, como el material que se empleará. Por lo que una



vez iniciada la clase sobre esta curva, se revisó que todos los grupos dispongan de los elementos necesarios, para que el grupo que se eligió, comience a guiar la construcción de la elipse mediante la papiroflexia (Anexo 14).

Luego, se puso a cargo al otro grupo de estudiantes para dirigir la construcción de la elipse mediante el método del jardinero (Anexo 15), el mismo que está descrito en el manual. Entonces, con ayuda de otro grupo, mediante la técnica de lluvias de ideas, se obtuvo la definición de esta curva, al igual que sus elementos.

En el laboratorio de computación, se les recomendó que usaran el manual de instrucciones, para realizar la construcción del lugar geométrico de la elipse (Anexo 16), para luego, cambiando varias veces, los parámetros de esta curva, les permita obtener la ecuación de la curva tratada.

Una vez obtenida la ecuación de la elipse, se procedió, a solicitarles que resolvieran los problemas que se presentaba en el manual de instrucciones, tratando en lo posible de no observar su proceso, para luego que lo hayan resuelto, comprobar si se encontró el mismo resultado. Después, de la comparación se les invitó a determinar cuál es el avance en la aplicación del software educativo Geogebra por parte de cada uno de los estudiantes.

Al final de este tema, se les envió la tarea que debía realizarla en casa, para que al día siguiente, expliquen cómo la resolvieron.



4.1.4 La hipérbola

4.1.4.1 Objetivo

Obtener el concepto de la hipérbola y los elementos que la conforman, mediante el uso de la papiroflexia.

4.1.4.2 Estrategias

La estrategia del aprendizaje cooperativo, es usada igual que en los procesos anteriores, para que a través de pequeños grupos, lleguen a la meta común.

De la misma forma, para la obtención del concepto y los elementos de la hipérbola se utilizó la estrategia de la discusión guiada; así, como la integración de la tecnología, como es Geogebra y el internet, para la obtención de la ecuación de la curva.

4.1.4.3 Procedimiento

Para desarrollar el material didáctico de la hipérbola según el manual de instrucciones, se designó a otro grupo para que guiara la construcción de la hipérbola mediante el uso de la papiroflexia (Anexo 17), y luego, se puso a cargo a otro grupo, para que mediante la discusión guiada, y la lluvia de ideas obtuvieran la definición y sus elementos.

Posteriormente, en el laboratorio de computación, se pidió que construyeran gracias a Geogebra, el lugar geométrico de la hipérbola; que hicieran las diferentes modificaciones de sus parámetros, en pos de que mediante este mecanismo y su análisis minucioso obtuvieran la ecuación de



esta curva. Entonces, se solicitó a los estudiantes resolver algunos problemas planteados como ejemplos en el manual, pero esta vez sin observar su proceso.

Una vez, llevado a cabo esto, se les envió como tarea a los diferentes grupos algunos problemas del texto de Geometría analítica seleccionado, relacionados con el tema tratado, para que lo resolvieran en casa.

Al término, del estudio de la ecuación de la hipérbola, se les indicó que podían dar uso del laboratorio de computación, pero con previo aviso. Por lo que los estudiantes empezaron a utilizar el software de forma independiente, en búsqueda de resolver los problemas que se plantearan.

Finalmente, a manera de evaluación se les pidió resolver algunos problemas del libro seleccionado de manera independiente (Anexo 18).



CONCLUSIONES

En base a los objetivos planteados, la hipótesis y las preguntas propuestas en este trabajo de investigación se han obtenido las siguientes conclusiones:

- Previo a la implementación y aplicación de software educativo y material concreto en el aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en Geometría Analítica Plana de los estudiantes del tercer año de Bachillerato del Colegio Manuel J. Calle, se efectuó un diagnóstico sobre el uso del material didáctico y el uso de la tecnología, los años anteriores y el primer trimestre del año lectivo 2011 – 2012, lo que evidencio, que no se utiliza estos elementos en la construcción de los conocimientos sobre el tema tratado.
- Con la implementación y aplicación del material concreto y el software Geogebra, se pretende dar algunas herramientas, a los docentes de matemáticas para que puedan emplear como parte de la construcción del conocimiento de las ecuaciones de las cónicas.
- La construcción del material didáctico y el uso del Software Geogebra, permitió que el estudiante obtuviera una mejor percepción acerca de los conceptos de las cónicas, que son parte de la Geometría analítica plana, Así, como la obtención de las ecuaciones de las mismas, y la aplicación de ellas para resolver los problemas planteados.
- Las líneas de acción que se implementó para que no se dé la improvisación, fue planificar y organizar el proceso, las estrategias a



seguir, las actividades a desarrollarse, la forma de ejecución de las clases, el material didáctico a usar para motivar al estudiante y el tipo de problemas a realizar con el Software Geogebra. Todo esto para que no exista contratiempos en la implementación y aplicación del software educativo y material concreto, en el aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en Geometría analítica plana. En la implementación, se tomó muy en cuenta el trabajo cooperativo, la creatividad, y el orden para resolver los problemas planteados.

- Fue muy importante que los estudiantes conozcan los objetivos planteados, ya que esto les permitía tener una dirección de las actividades propuestas.
- La aplicación del material didáctico y el software educativo Geogebra, permitió motivar a los estudiantes, pues se evidencio la gran alegría con la que trabajan en la consecución de los objetivos planteados.
- Los estudiantes se integraron con mucha facilidad a las actividades que realizaron los diferentes grupos, en la construcción del material didáctico, así como la aplicación del software educativo, para la resolución de los problemas planteados sobre el tema revisado de ese momento.
- La socialización de los trabajos realizados por cada grupo de estudiantes, se realizó con mayor fluidez, incentivando de esta manera el lenguaje, pues cuidaban de expresarse lo mejor posible,
- La participación del estudiante, fue fundamental, para obtener un aprendizaje activo e interactivo. Se promovió la creación de grupos, de



tal forma que este aprendizaje sea colaborativo. Para que el estudiante sepa cómo va su avance, fue evaluado de manera más frecuente, por parte del docente, obteniendo mejores resultados, de tal forma que en el año lectivo 2011-2012 no existió estudiantes que perdieran el año en la asignatura de Geometría Analítica, como ocurría en los años anteriores. Cabe recordar, que en estos años no se implemento las clases de recuperación que existen en la actualidad.

- Se elaboró un manual de instrucciones, sobre la construcción del material didáctico y el uso del software educativo Geogebra, el mismo que motivó al estudiante para construir su propio conocimiento.
- Finalmente, en relación al impacto de la aplicación del material didáctico y el software educativo Geogebra, éste ha sido muy efectivo, pues ha permitido que los estudiantes mejoren su autoestima, habilidades de expresión oral, comprensión y por ende, mejorar su promedio final, esto se evidenció en la encuesta realizada al final (Anexo 02) a los estudiantes.



RECOMENDACIONES

En pos de mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje de las cónicas, con ayuda de esta investigación, me permito realizar las siguientes recomendaciones:

- En primer lugar los docentes deben prepararse o capacitarse en el manejo de las tecnologías actuales, con la finalidad de emplearla en beneficio de los estudiantes a quienes imparten sus conocimientos.
- Promover que los docentes utilicen más recursos didácticos con la finalidad de crear en el estudiante una actitud reflexiva, y hagan la transición de mejor manera de los períodos de las operaciones concretas a las formales.
- Fomentar el auto aprendizaje, el trabajo de grupo en forma cooperativa, lo que permitirá que los estudiantes aprendan a aprender, habilidad poco desarrollada en los estudiantes de tercero de bachillerato.
- Recomendar a los docentes que la búsqueda de información sobre recursos y herramientas a través del internet, es muy importante para que exista innovación en el desarrollo de las clases.
- Buscar además, el software libre educativo, adecuado para la aplicación en las diferentes áreas, con la finalidad de que exista una participación activa de los estudiantes.



- Permitir por parte de las autoridades, de una manera ordenada, el uso de los laboratorios de computación a los diferentes docentes, que necesiten usar un software educativo.
- Solicitar a las autoridades, la instalación de los software educativos necesarios para las diferentes áreas y el respectivo mantenimiento de los mismos.
- Elaborar manuales de instrucción para el uso de los materiales didácticos o software educativos.
- Recomendar al estudiante y al docente, que considere al software educativo, solamente como una herramienta, que le ayudará al estudiante a la motivación de los temas a tratar, a la comprensión de los problemas o ejercicios planteados, pero no es la solución definitiva de todo el proceso de enseñanza – aprendizaje del tema tratado.



BIBLIOGRAFÍA

- Ardila Serrano, Luz Marina. *Adolescencia, Desarrollo Emocional. Guía y talleres para padres y docentes*. Ecoe ediciones, 2007.
- Ardila, Rubén. *Psicología del aprendizaje*. México siglo veintiuno, ediciones s. a., 2001.
- Azinián, Herminia. *Resolución de problemas matemáticos visualización y manipulación con computadora*. Buenos Aires. Ediciones Novedades Educativas. 2000.
- Belda Usero, Raquel, Adela Gimeno Segura, Eva Mora Crespo, Roberto Mora Fellonar, Francesc Vicente Nogales Sancho y Vicente Sanz Cervera. *Técnicos Especialistas de Menores de la Generalitat Valenciana. Temario*. Sevilla. Editorial MAD, 2005
- Bustos González, Atilio. *Estrategias didácticas para el uso de las TIC's en la docencia universitaria presencial*. Barcelona. Editorial Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 2005.
- Cabero Almenara, Julio, Mércé Gisbert Cervera y Merce Gisbert. *La formación en Internet: guía para el diseño de materiales didácticos*. Sevilla. Editorial MAD, S. L., 2005.
- Carretero, Mario. *Constructivismo y educación*. México. Ediciones Progreso, 1997.



Castañer Balcells, Marta, y Oleger Camerino Foguet. *La educación física en al enseñanza primaria: una propuesta curricular para la reforma*. Barcelona.

Editorial INDE Publicaciones. 2001.

Chumpitaz Campos, Lucrecia, María del Pilar García Torres, David Sakiyama Freire y David Sánchez Vásquez. *Informática aplicada a los procesos de enseñanza. aprendizaje*. Perú. Fondo Editorial de la Pontificia Universidad católica del Peru. 2005.

Coleman, John C. y Leo B. Hendry. *Psicología de la Adolescencia*. Madrid. Ediciones Morata, 2003.

Cosacov, Eduardo. *Introducción a la Psicología* Córdoba. Editorial Brujas, 2005.

Mora Ledesma, José Guadalupe de la. *Psicología del Aprendizaje. Teorías*. México. Ediciones Progreso, 1979.

Dolores, Crisólogo, Gustavo Martínez, Rosa María Farfán, Carolina Carrillo, Iván López y Catalina Navarro. *Matemática Educativa: Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula*. México. Ediciones Díaz Santos. 2007.

Dubrovsky, Silvia, Sonia Alzamora, Guillermo Blank, José Antonio Castorina, Adriana Silvestri e Irene L. Tolkachier. *Vigotski su proyección en el pensamiento actual*. Buenos Aires. Ediciones Novedades educativas, 2000.



Fernández Aedo, Raúl y Martín Delavaut Romero. *Educación y Tecnología: un binomio excepcional*. Grupo Editor K, 2008.

Fernández Bravo, José Antonio. "Generación de conceptos lógicos en Educación Infantil" *La educación matemática en el 2000. Actas del 1^{er} Congreso Regional de Educación Matemática*. Coordinadores José Luis Carlavilla Fernández y Margarita Marín Rodríguez. Cuenca. Ediciones de la Universidad de Castilla. La Mancha, 2001.

Flores Gil, Francisco Luis. *Matemáticas en la antigüedad*. Jaen. Editorial publica tus libros, 2008.

García Roa, María Agustina, Flor Alba Franco y Doris Gastón. *Didáctica de la geometría euclidiana: Conceptos básicos para el desarrollo del pensamiento espacial*. Bogotá. Coop. Editorial Magisterio, 2006.

González, Adriana, y Edith Weinstein. *¿Cómo enseñar matemática en el jardín? Número – Medida – Espacio*. Barcelona. Ediciones Colihue. 2008.

González, Pedro Miguel. *Los orígenes de la geometría analítica*. Tenerife. Editorial Fundación Canaria Orotava, 2003.

Guazmayán Ruiz, Carlos. *Internet y la investigación científica: el uso de los medios y las nuevas tecnologías en la educación*. Bogotá. Cooperativa Editorial Magisterio. 2004.

Harnen, Wynne. *Enseñanza y aprendizaje de las ciencias*. Madrid. Editorial Morata, 2007.



Jiménez, Miguel, Francisco Javier González, Rosa Serna y Miriam Fernández.

Expresión y comunicación. Madrid. Editorial Editex S. A., 2009.

Johnson's. *Tu hijo del nacimiento a los 6 meses*. Bogota. Editorial Norma.

2002.

Kelly, W. A. *Psicología de la educación*. Madrid. Editorial Morata, 1982.

Lahiry, D y Patricia R. Simpson. *Plan de estudios para la formación de futuros*

profesores en Educación Ambiental". Bilbao. Ediciones Los libros de la

Catarata, 1997.

Lamata Cotanda, Rafael, Rosa Domínguez Aranda, José Manuel Baráibar

López, Lars Bonell García, Lorenzo Casellas López y Antonio Gamonal García.

La construcción de procesos formativos en educación no formal. Madrid.

Narcea S.A. de Ediciones, 2003.

Lovell, Kenneth. *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos*

en los niños. Madrid. Ediciones Morata, 1986.

Luria, Leontiev, Vigotsky. *Psicología y pedagogía*. Madrid. Ediciones Akal S. A.,

1986.

Martínez, Valentín y Otero Pérez. *Los adolescentes ante el estudio: causas y*

consecuencias del rendimiento académico. Caracas. Editorial Fundamentos,

1997.

Mazzeo, Rosario. *Estudiar ¿Misión Imposible?: sobre el método de estudio en*

la escuela y en familia. Madrid. Ediciones Encuentro S. A., 2009.



Monroy, Anameli. *Salud y sexualidad en la adolescencia y juventud*. México. Editorial Pax. 2002.

Morris, Charles G. y Albert A. Maisto. *Introducción a la Psicología*. México. Ediciones Pearson Educación, 2005.

Navarro Camacho, Jorge, Jesús Gómez Gómez, Fulgencio García Gómez y Emilio M. Pina Colorado. *Matemáticas. Profesores de Enseñanza Secundaria. Volumen III*. Sevilla. Editorial Mad S. L., 2003.

Navas Martínez, Leandro. *Aprendizaje, desarrollo y disfunciones. Implicaciones para la enseñanza en la educación secundaria*. Alicante. Editorial Club Universitario, 2010.

Nérici, Imídeo Giuseppe. *Hacia una didáctica general dinámica*. Buenos Aires. Editorial Kapelusz, 1985.

OECD. *El conocimiento libre y los recursos educativos abiertos*. España. JUNTA DE EXTREMADURA. L. 2008.

OECD. *Los desafíos de las tecnologías de la Información y de la información y de las comunicaciones en la educación*. España. OCDE Editorial. 2001.

Ortiz de Maschwitz, Elena María. *Inteligencias múltiples en la educación de la persona*. Buenos Aires. Editorial Bonum, 2007.

Orton, Anthony. *Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula*. Madrid. Ediciones Morata, S. L., 1990.



Parolari, Fernanda. *Psicología de la adolescencia*. Bogotá. Editorial San Pablo, 2005.

Peña T., Gustavo, Yolanda Cañoto R. y Zuleima Santalla de Banderali. *Una introducción a la Psicología*. Caracas. Editorial Texto, C. A., 2006.

Rodríguez Moguel, Ernesto A. *Mitología de la investigación*. México. Edición: Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, 2005.

Ros Amador, Carlos. *Los estudios y el desarrollo intelectual*. Madrid. Ediciones Palabra. S. A., 2001.

Ruiz Ahmed, Yasmina María. "Aprendizaje de las matemáticas". *Temas para la educación: revista digital para profesionales de la enseñanza*. N° 14 (2011): 2. May. 2011.

Ruiz, Enrique y Velasco Sánchez. *Educatrónica: innovación en el aprendizaje de las ciencias y la tecnología*. Ediciones Díaz de Santos, 2007.

Santana, José R. y Leída I. Torres Alamo. *La educación del individuo excepcional en América Latina*. Puerto Rico. La Editorial, Universidad de Puerto Rico, 1983.

Schunk, Dale S. *Teorías del aprendizaje*. México. Ediciones Pearson Educación, 1997.

Silva Salinas, Sonia. *Medios didácticos multimedia para el aula: las nuevas tecnologías como herramientas didácticas en los centros educativos*. España. Ideas propias Editorial S. L. 2005.



Tizón Freiría, Germán A. *Las Tic en la educación*. Carolina del norte. Editorial Lulupress Inc., 2008.

Tortosa Grau, Leandro y José Francisco Vicent Francés. *Geometría moderna para Ingeniería*. San Vicente. Editorial Club Universitario, 2012.

Vasco Uribe, Carlos Eduardo. *Didáctica de las matemáticas: artículos selectos*. Bogotá. Editorial Universidad Pedagógica Nacional, 2006.

Woolfolk, Anita. *Psicología educativa*. México. Editorial Pearson Educación, 2006.

Zabala Vidiella, Antoni. *Enfoque globalizador y pensamiento complejo: una respuesta para la comprensión e intervención en la realidad*. Barcelona. Editorial GRAO, de Irif, S. L., 1999.

Zarzar Charur, Carlos. *La Didáctica Grupal*. México. Ediciones Progreso, 2001.



ANEXOS

Anexo 01: Encuesta inicial a los estudiantes del tercer año de bachillerato del MJC

NOMBRE: _____

CURSO: _____

FECHA: _____

Te invito a que respondas con la mayor sinceridad las preguntas que se presentan a continuación:

1) ¿Te gusta la especialidad de Físico Matemático?

Bastante _____

Mucho _____

Poco _____

2) ¿Te gusta las Matemáticas?

Bastante _____

Mucho _____

Poco _____

3) ¿Consideras que la Geometría Analítica es sencilla para ti?

4) La enseñanza de la Geometría se realizó el año pasado utilizando:
(Señala lo que has utilizado con x).

Pizarra SI _____ NO _____

Marcador SI _____ NO _____

Lápiz (esteros) SI _____ NO _____

Borrador SI _____ NO _____

Libro SI _____ NO _____

Cuaderno SI _____ NO _____

Audiovisuales SI _____ NO _____

Compas, graduador, regla, etc. SI _____ NO _____

Figuras hechas con diferentes materiales (papel, etc.) SI _____ NO _____



- Computadora SI ____ NO ____
- 5) La enseñanza de la Geometría Analítica se está realizando mediante el uso de: (Señala lo que utilizas con x)
- Pizarra SI ____ NO ____
- Marcador SI ____ NO ____
- Lápiz (esferos) SI ____ NO ____
- Borrador SI ____ NO ____
- Libro SI ____ NO ____
- Cuaderno SI ____ NO ____
- Audiovisuales SI ____ NO ____
- Compas, graduador, regla, etc. SI ____ NO ____
- Figuras hechas con diferentes materiales SI ____ NO ____
- Computadora SI ____ NO ____

6) ¿Consideras que la gráfica es muy importante en Geometría Analítica?
 ¿Si consideras que no por qué?

7) ¿Consideras que las formulas son suficientes para resolver los problemas de la Geometría Analítica? ¿Por qué?

8) ¿Qué rendimiento tienes en el primer trimestre en Geometría Analítica?

Sobresaliente _____

Muy Bueno _____

Bueno _____

Insuficiente _____

9) ¿A través de qué te gustaría aprender la Geometría Analítica?



10) ¿Sabes manejar una computadora? (Señala con una x)

Bastante _____

Mucho _____

Poco _____

11) ¿Sabes manejar el internet? (Señala con una X)

Bastante _____

Mucho _____

Poco _____



Anexo 02: Encuesta final a los estudiantes

NOMBRE: _____

CURSO: _____

FECHA: _____

Te invito a que respondas con la mayor sinceridad las preguntas que se presentan a continuación:

1) ¿Te gustó trabajar con material concreto para entender los conceptos de la de las cónicas en Geometría Analítica?

Mucho _____
Poco _____
Nada _____

2) ¿Qué material concreto te agradó más, en tu aprendizaje de la Geometría Analítica?

3) ¿Te gustó usar el Aula Virtual para aprender Geometría Analítica?

Mucho _____
Poco _____
Nada _____

4) ¿Cómo le consideras al programa Geogebra para el aprendizaje de la Geometría Analítica?

Muy amigable _____
Amigable _____
Poco amigable _____
Nada amigable _____

5) Tu motivación en el aprendizaje de Geometría Analítica, si tu profesor usa: (Señala con una x).

	Mucho	Poco	Nada
Pizarra, marcador, borrador	_____	_____	
Libro	_____	_____	
Cuaderno	_____	_____	



Audiovisuales _____

Compás, graduador, regla, etc. _____

Figuras hechas con diferentes materiales _____

(papel, etc.)

Computadora _____

6) ¿Consideras que las construcciones de gráficas son importantes en el aprendizaje de Geometría Analítica? (Señala con una x)

Mucho _____

Poco _____

Nada _____

7) Crees que aprendiste mejor la Geometría Analítica mediante el uso de material concreto y el software Geogebra

Totalmente _____

A medias _____

Nada _____

8) ¿Consideras que la resolución de ejercicios de Geometría Analítica se resuelven con mayor facilidad mediante el uso de Geogebra?

Si _____

No _____

9) ¿Consideras que el material concreto ayuda a entender los conceptos de las cónicas?

Si _____

No _____

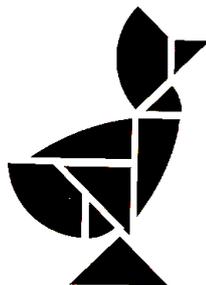
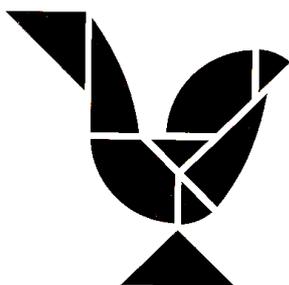
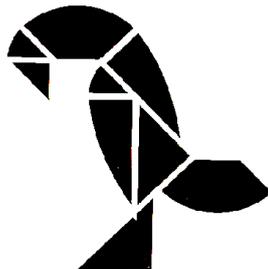
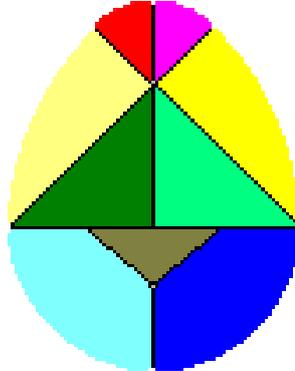
10) Cuáles crees que fueron las ventajas del uso del material concreto en Geometría Analítica y el software Geogebra



11) Escribe las desventajas del uso del material concreto en Geometría Analítica y el Software Geogebra



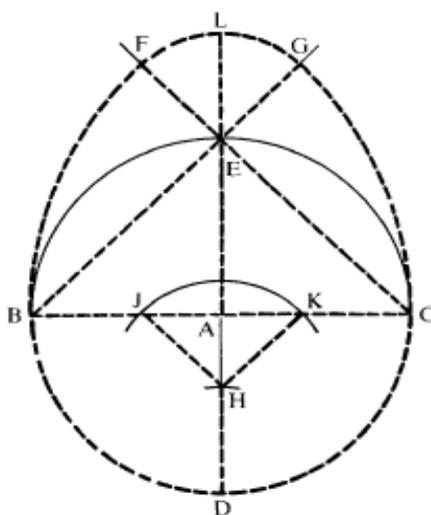
Anexo 03: El ovotangram y sus aplicaciones





Anexo 04: Construcción del ovotangram

Para su construcción, graficar una circunferencia de un radio mediano como el de 6 cm. y marcar su centro designándole con la letra A, luego se traza sus diámetros en forma perpendicular que se le designa con las letras BC y DE. Entonces se une los puntos B y E, con una línea que se prolongara sobre E, de la misma manera se unen con una línea los puntos E y C, la misma que se prolongara sobre E. Usando como radio la longitud BC y como centro B, se traza un arco que corta la prolongación de BE, en el punto G, de igual forma con el mismo radio y como centro C, se traza un arco que cortara la prolongación CE en F. Con el radio EF y centro E, se traza un arco que une F y G. luego con este radio y haciendo centro en D, se corta la recta DE en H, manteniendo el radio y como centro H, se traza un arco que corta la recta BC en J y en K, para luego, unir con una recta tanto H con J y H con K. Finalmente se prolonga la línea AE hasta cortar con el arco FG en L.

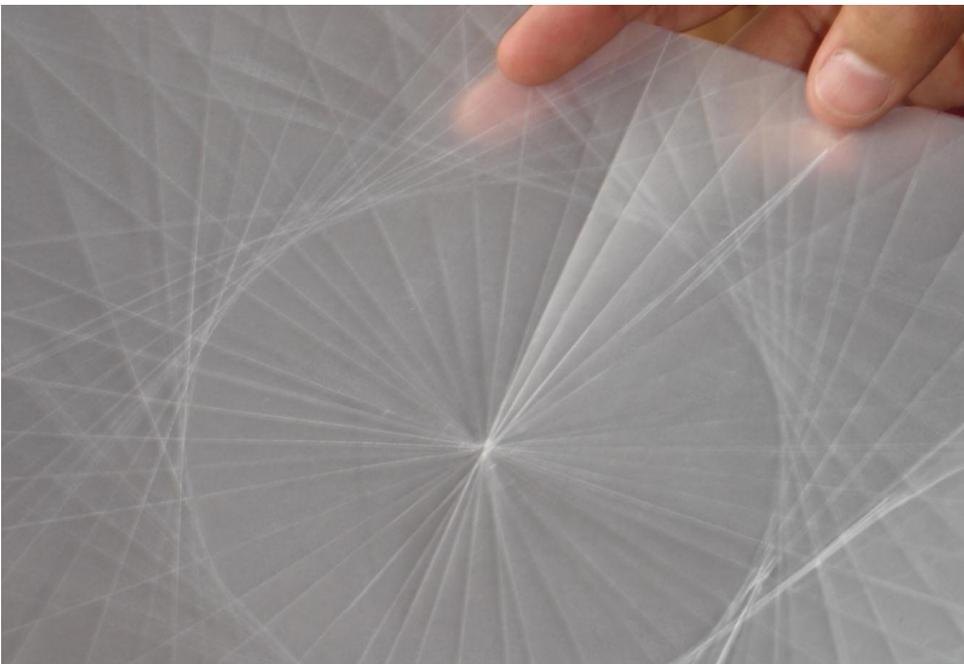




Anexo 05: el compas eléctrico



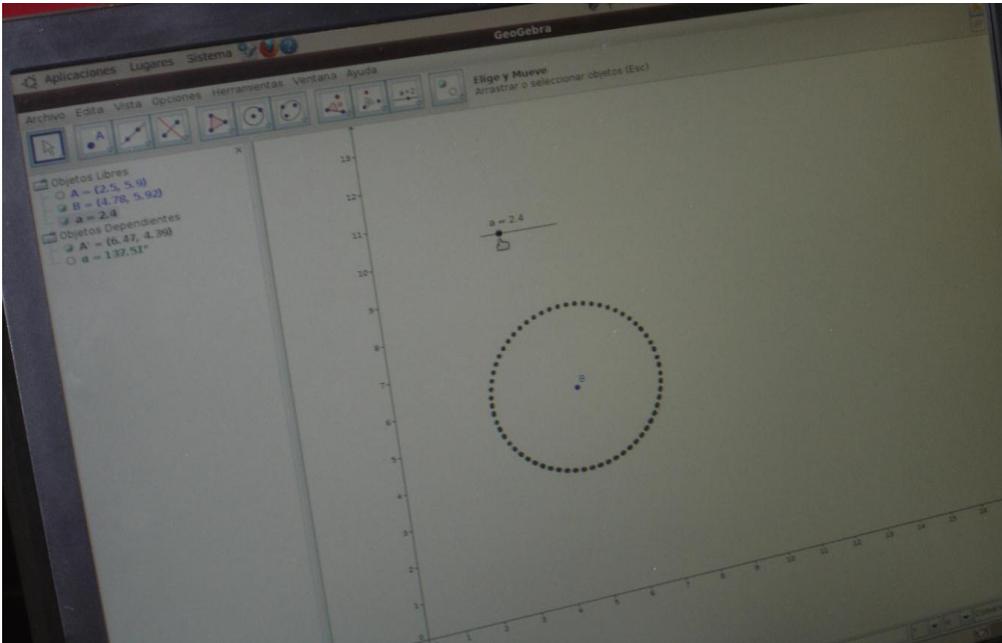
Anexo 06: La circunferencia mediante dobleces





UNIVERSIDAD DE CUENCA

Anexo 07: la circunferencia con Geogebra



Anexo 08: Resolución de problemas





Anexo 09: Con lápiz y papel más la ayuda de Geogebra

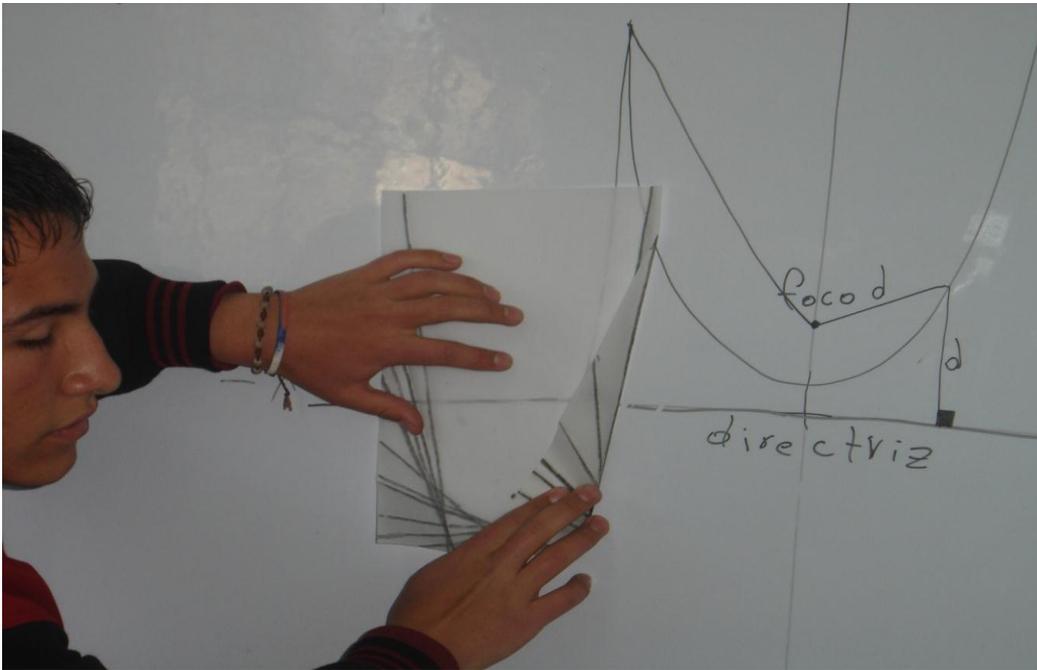


Anexo 10: Construcción con papiroflexia de la parábola

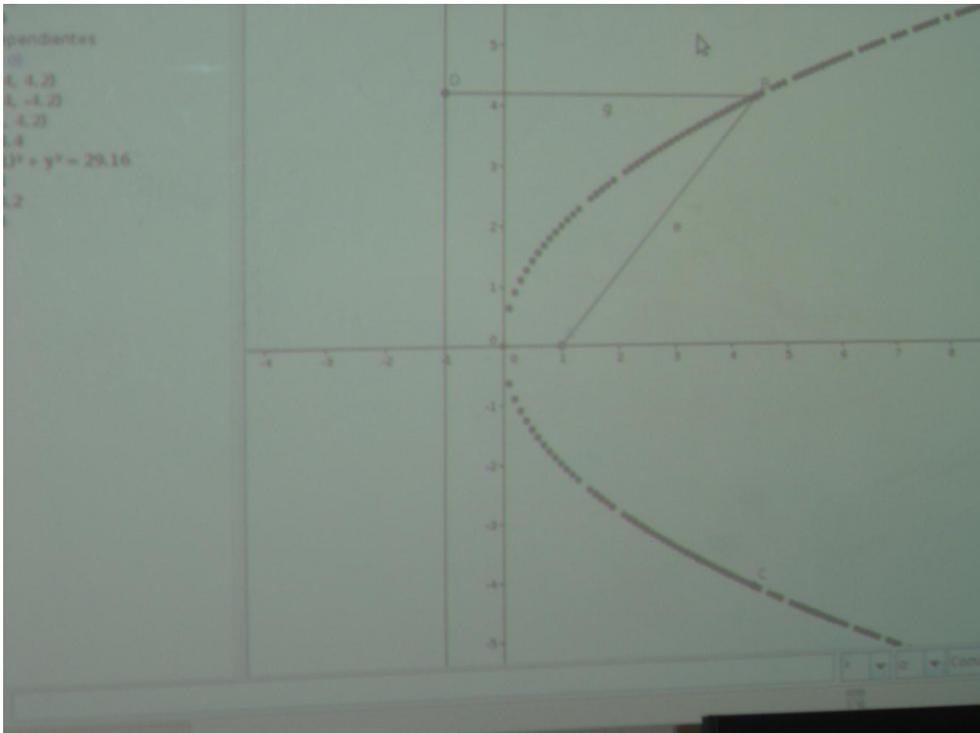




Anexo 11: Obtención de concepto y elementos

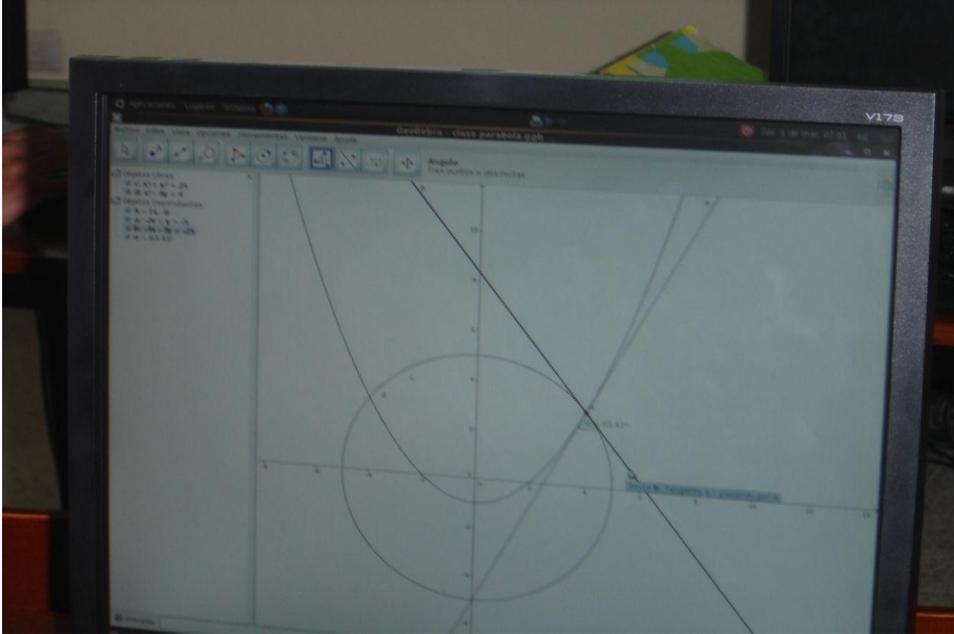


Anexo 12: Construcción de la parábola con Geogebra





Anexo 13: Resolviendo problemas de la parábola



Anexo 14: La elipse mediante la papiroflexia

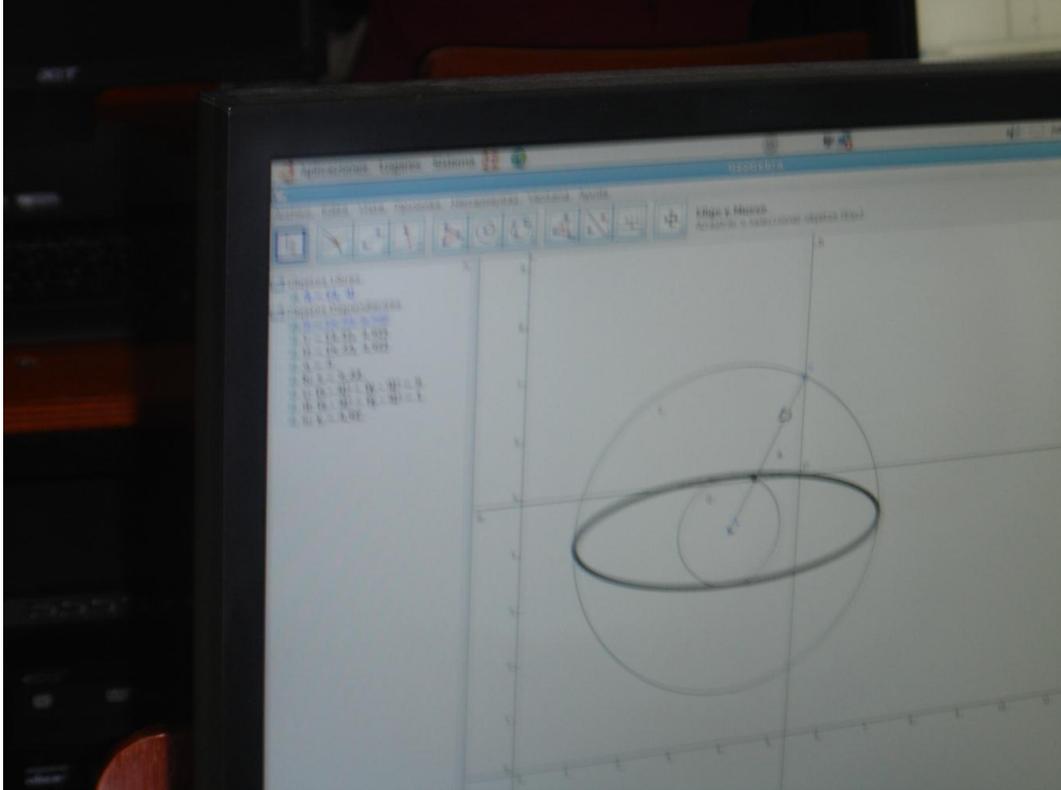




Anexo 15: Método del Jardinero



Anexo 16: Construyendo con Geogebra la elipse





Anexo 17: Construyendo la hipérbola



Anexo 18: Realizando la evaluación





Anexo 19. Promedios del segundo de bachillerato B1



Colegio "Manuel J. Calle"

Curso: Segundo de Bachillerato "B1"
Año Lectivo: 2010 - 2011
Materia: Geometría plana

Cuadro de Calificaciones
Especialidad: FF. MM.

Nº	1ª Q	2ª Q	P A	Suple	P Final
1	17	16	17		17
2	12	12	12	14	13
3	13	12	13		13
4	17	16	17		17
5	13	14	14		14
6	12	12	12	16	14
7	10	10	10	10	10
8	19	19	19		19
9	16	16	16		16
10	13	10	12	19	16
11	12	11	12	13	13
12	14	13	14		14
13	13	9	11	15	13
14	15	11	13		13
15	14	12	13		13
16	15	13	14		14
17	16	16	16		16
18	12	13	13		13
19	11	12	12	13	13
20	19	17	18		18
21	11	8	10	12	11
22	16	16	16		16
23	16	15	16		16
24	13	15	14		14
25	13	15	14		14
26	16	13	15		15
27	14	15	15		15
28	18	16	17		17
Suma	400	377	395		407
Promedio	14,29	13,46	14,11		14,54


Mgtr. Livia Tapia C.
RECTORA





Anexo 20. Promedios del segundo de bachillerato B2



Colegio "Manuel J. Calle"

Curso: Segundo de Bachillerato "B2"

Año Lectivo: 2010 - 2011

Materia: Geometría plana

Cuadro de Calificaciones

Especialidad: FF. MM.

Nº	1ª Q	2ª Q	P A	Suple	P Final
1	12	8	10	16	13
2	19	20	20		20
3	15	13	14		14
4	19	20	20		20
5	18	16	17		17
6	12	15	14		14
7	16	14	15		15
8	11	6	9	6	8
9	17	14	16		16
10	18	15	17		17
11	20	20	20		20
12	17	19	18		18
13	16	10	13		13
14	16	12	14		14
15	11	8	10	15	13
16	13	15	14		14
17	18	18	18		18
18	12	8	10	15	13
19	15	15	15		15
20	12	10	11	15	13
21	11	11	11	14	13
22	14	13	14		14
23	8	10	9	9	9
24	16	16	16		16
25	16	14	15		15
26	13	13	13		13
27	15	14	15		15
28	18	19	19		19
29	11	13	12	9	11
30	16	16	16		16
31	12	8	10	15	13
32	16	16	16		16
33	15	15	15		15
Suma	488	454	476		490
Promedio	14,79	13,76	14,42		14,85


Mgr. Livia Tapia C.
RECTORA





Anexo 21: Promedios del Tercero de bachillerato B1



Colegio "Manuel J. Calle"

Curso: Tercero de Bachillerato "B1"
Año Lectivo: 2011 - 2012
Materia: Geometría analítica

Cuadro de Calificaciones
Especialidad: FF. MM.

Nº	1 T	2 T	3 T	Suple	P Final
1	20	20	20		20
2	14	16	17		16
3	15	17	18		17
4	18	20	20		19
5	12	18	17		16
6	16	19	19		18
7	15	16	16		16
8	19	20	20		20
9	14	13	17		15
10	16	14	17		16
11	14	17	16		16
12	20	20	20		20
13	17	18	18		18
14	16	14	13		14
15	17	18	14		16
16	13	14	18		15
17	12	17	15		15
18	16	18	16		17
19	14	15	18		16
20	20	20	20		20
21	20	20	20		20
22	16	16	20		17
23	15	17	16		16
24	12	12	17		14
25	17	14	18		16
26	17	18	14		16
27	16	20	20		19
28	12	16	19		16
Suma	443	477	493		474
Promedio	15,82	17,04	17,61		16,93

Mgtr. Livia Tapia C.
RECTORA





Anexo 22: Promedios del Tercero de Bachillerato B2



Colegio "Manuel J. Calle"

Curso: Tercero de Bachillerato "B2"
Año Lectivo: 2011 - 2012
Materia: Geometría analítica

Cuadro de Calificaciones
Especialidad: FF. MM.

Nº	1 T	2 T	3 T	Suple	P Final
1	14	17	16		16
2	20	20	20		20
3	14	14	16		15
4	19	19	20		19
5	15	16	18		16
6	12	15	17		15
7	14	16	17		16
8	14	14	18		15
9	20	20	20		20
10	16	18	16		17
11	12	18	18		16
12	14	15	19		16
13	16	17	17		17
14	17	20	20		19
15	16	18	17		17
16	15	15	16		15
17	16	17	17		17
18	13	16	18		16
19	14	17	14		15
20	14	16	17		16
21	14	17	18		16
22	14	15	15		15
23	13	18	17		16
24	20	19	20		20
25	17	18	18		18
26	16	16	15		16
27	13	16	16		15
Suma	412	457	470		449
Promedio	15,26	16,93	17,41		16,63


Mgr. Livia Tapia C.
RECTORA

